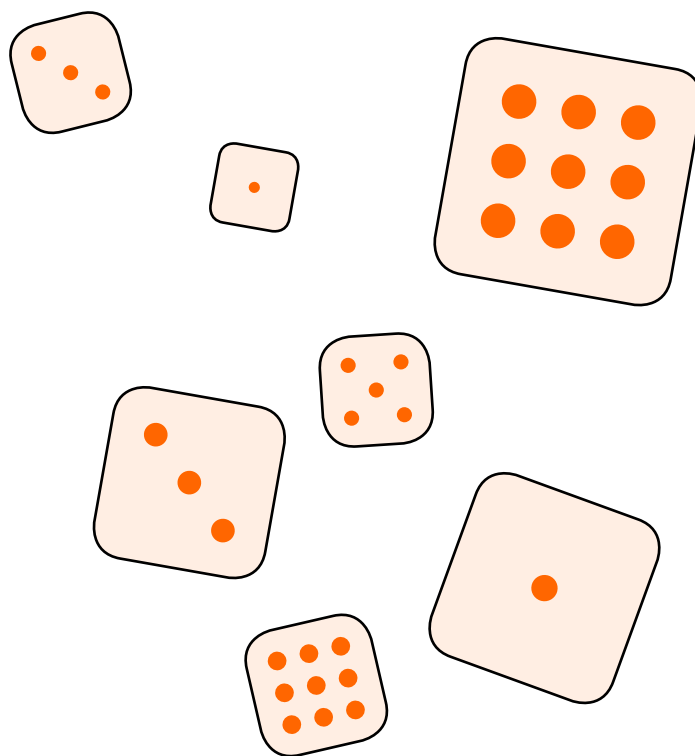
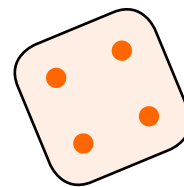


Leikir og prautir

fyrir
grunnskólanemendur



Tekið saman af nemendum á stærðfræðikjörsviði
Kennaraháskóla Íslands vorið 2007
Umsjón: Guðbjörg Pálsdóttir

Þessi verkefni eru hugsuð sem ítarefni með því námsefni sem stuðst er við í bekknum hverju sinni. Verkefnin eru fjölbreytt og reyna á marga þætti stærðfræðinnar. Mörg þeirra eru sett fram sem spil og þrautir og kemur fram í efnisyfirliti hvaða námsþætti þau reyna á. Þar má nefna rökhugsun, reikniaðgerðir, rúmfræði og talnaskilning.

Mörg verkefnanna henta fyrir allan aldur þó nemendur á ólíkum aldri kunni að nálgast þau á misjafnan hátt. Séu verkefnin sérsniðin að ákveðnum aldri er það tekið fram í efnisyfirliti.

Efnisyfirlit

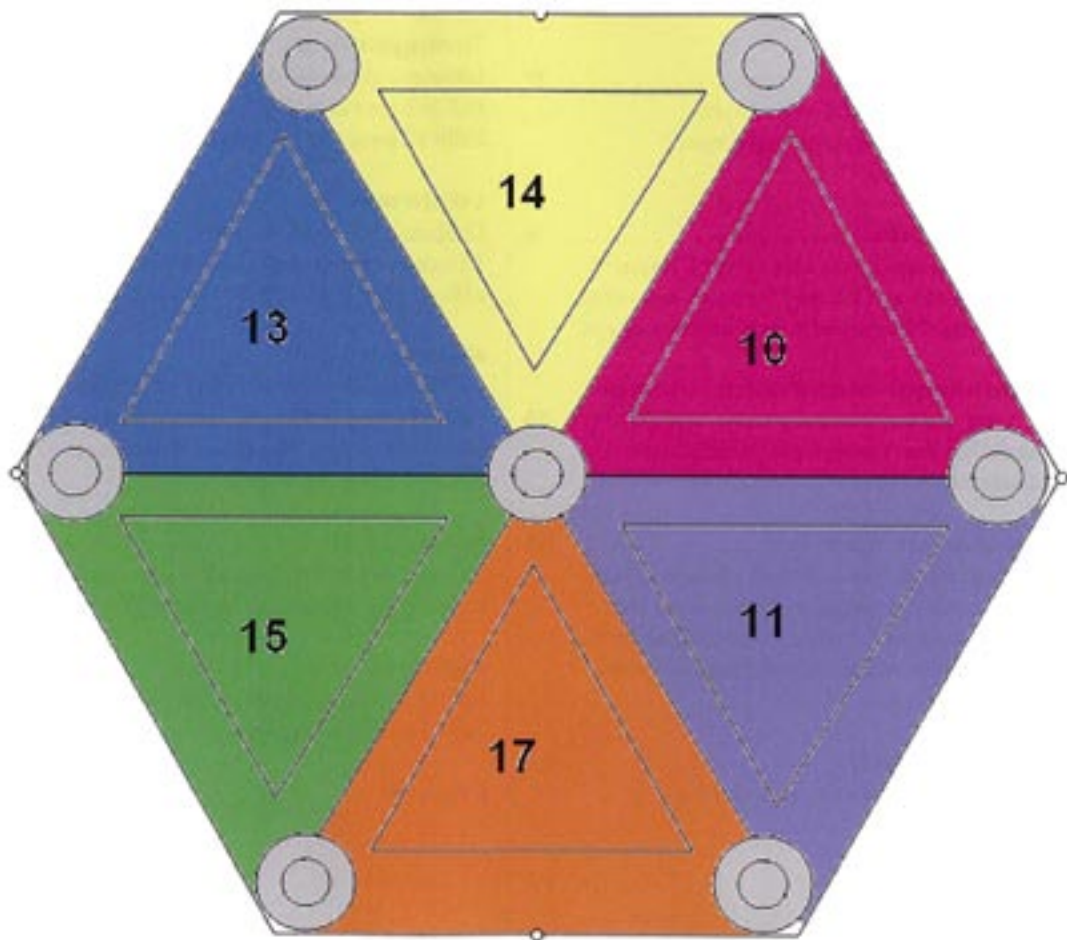
Töfrasexhyrningur	4
Skemmtileg þraut í anda SUDOKU sem reynir á summuhugtakið, útsjónarsemi og þolinmæði.	
Talnakrossgátur	5
Krossgátur eru ekki alltaf samsettar úr orðum. Þessar tvær reyna á færni í reikniaðgerðunum samlagningu og frádrætti.	
Sextán á sextán mismunandi vegu.	6
Hér er á ferðinni skuggalegur ferningur með summuna sextán í hinum ýmsu myndum. Þversumma talna er skoðuð og summa þvers og kruss. Hentar vel miðstigi og unglingastigi.	
Reikniaðgerðaspil.	7
Teningaspil sem reynir á aðgerðaröð og notkun sviga í reikningi. Hentar fyrir miðstig og unglingastig.	
Stærðfræðipúsl	8
Erfið rúmfræðiþraut sem kynnir fyrir nemendum elstu bekkjanna reglulegan heim stærðfræðinnar.	
Að fylla bátinn.	9
Verkefni fyrir yngri bekki sem reynir á hæfni til þess að þekja stóran flöt með formum sem erfitt er að láta passa. Hugmyndir fyrir kennara fylgja.	
Kvikindislegur margföldunarleikur fyrir tvo	11
Teningaleikur sem reynir á margföldun og útsjónarsemi.	
Algebruleikur fyrir tvo	12
Teningaleikur sem snýst um það að setja töluna sem upp kemur á teningnum hverju sinni inn fyrir óþekkta stærð í stæðum. Góð þjálfun fyrir unglinga sem eru að kynnast stæðum í algebru. Spilaborð og spilakort fylgja.	
Eldspýtnaþrautir	15
Verklegar rúmfræðiþrautir sem reyna á útsjónarsemi.	
Rökþrautir.	17
Tvær þrautir þar sem þarf að halda utan um upplýsingar og draga ályktanir af þeim.	

Jafngild brot	18
Spil sem kennarar eða nemendur geta útbúið þar sem breyta þarf á milli almennra brota, prósentu og tugabrota. Hentar vel fyrir miðstigsnemendur.	
Stærðfræðiratleikur um skólasvæðið.	19
Nemendahópar leysa verkefni á skólalóðinni sem reyna m.a. á mælingar og flutninga.	
Þríþraut	25
Öðruvísi þrautir sem reyna á þrautseigju.	
Flugvél – Lest – Bíll	26
Spil sem má spila oft til að sjá út raunlíkur þess að vinna. Gaman er svo að skoða fræðilegu líkurnar og bera saman.	
Teningaleikur	27
Líkur eru skoðaðar út frá summu tveggja teninga. Það er bara ein leið til þess að fá 12 eða 2 en sex leiðir til þess að fá 7. Stigablað fylgir.	
Litapraut.	29
Litapraut frá John Horton Conway þar sem lita á fimmhyrninga með ólíkum litum og mögulegar niðurstöður eru skoðaðar í anda talningarfræði.	
Rammar	30
Leiðbeiningar til þess að búa til þríhyrnda, ferhyrnda og sexhyrnda ramma með pappírsbroti og skærum. Henta vel sem skraut, til dæmis í kringum myndir.	
Stjör nubrot	35
Skemmtileg leið til þess að brjóta stjörnur úr þríhyrnum pappír. Hentugt jólas kraut.	
Deilingarspil	36
Spil sem hjálpar ungum nemendum að deila hratt og örugglega.	
Lausnir	43

Töfrasexhyrningur

Setjið tölurnar 1–7 á hringina á hornunum þannig að talan sem er inni í hverjum þríhyrningi jafngildi summu talnanna á hornum hans.

1 2 3 4 5 6 7



Talnakrossgátur

Getur þú komist að því hvaða tala á að vera í reitnum efst til hægri?

+	4	-	5	=				
-		+		+		+		-
6		8	-		-	2	=	3
+		-		+		-		+
7	-	3	+		-	8	=	
-		=		-		+		-
	+		-	8	+	2	=	6
=				=		=		=
5	+	8	-	9	-		=	

Hér er önnur erfiðari!

Getur þú komist að því hvaða tala á að vera í reitnum efst til hægri?

3	+		-	4	=	7		
+		+		+		+		-
	-	7	+		-	9	=	
-		-		-		-		+
6	+		+	3	-		=	
+		+		=		-		-
	+	3	+	8	-	6	=	
=		=				=		=
7	+		-	8	-		=	

Sextán á sextán mismunandi vegu

Skoðaðu tölurnar vel.

3247 5245 5245 3463 4444
1465 1465 2626 5371 5335

Þú tekur ef til vill eftir því að þversumma hvernar tölu er 16. (Og já, það eru tvö eins pör!)

Settu nú tölurnar tíu inn í töfluna hér fyrir neðan. Hverja tölu má aðeins nota einu sinni; lóðrétt, lárétt, á ská, aftur á bak eða áfram.

Þegar þú hefur lokið við að fylla inn í töfluna kemur margt skemmtilegt í ljós. Þá sérðu að allar fjögurra stafa tölurnar, hvort sem er lárétt eða lóðrétt hafa þversummuna 16. Einnig að tölurnar sem myndast á ská á milli horna hafa þversummuna 16. Þá eru komnar 10 mismunandi tölur sem gefa 16. En það er meira ...

Summa talnanna í hornunum er 16. Þegar tölurnar fjórar í miðjureitunum eru lagðar saman þá er útkoman 16. Ef þú býrð til fjóra litla ferninga úr stóra ferningnum þá mun summa talnanna í hverjum litla ferningum einnig vera 16.

Þetta þýðir að ferningurinn þinn getur gefið summuna 16 á sextán mismunandi vegu!

Reikniaðgerðaspil

Teningaleikur fyrir 2 eða fleiri leikmenn.

Gögn

- 3 venjulegir teningar
- Spilaspjald eins og það sem er hér fylgir



Leikreglur

Sá sem á leik kastar teningunum þremur. Hann notar tölurnar sem koma upp á teningunum auk aðgerðartákna og sviga að vild og skrifar upp dæmi. Markmiðið er að útkoman úr dæminu sé ein talnanna á spilaborðinu. Leikmaður sýnir meðspilurum sínum niðurstöðu sína og ef svar hans er rétt má hann hylja töluna á spjaldinu eða krota yfir hana með sínu tákni. Reynist svarið hins vegar rangt þarf hann að sitja hjá eina umferð.

Spilalok

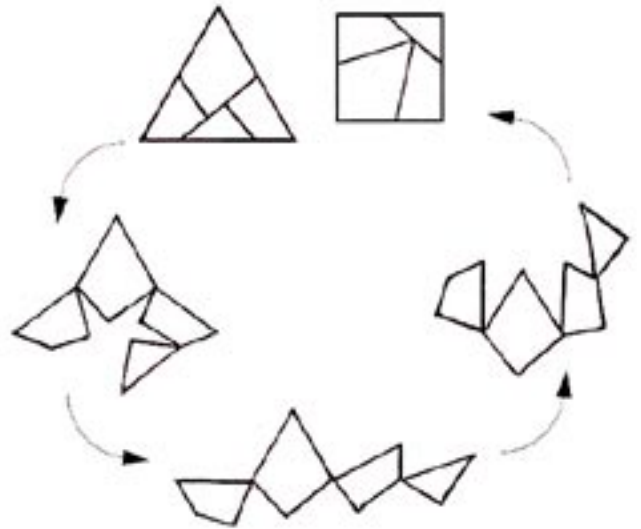
Spilinu lýkur þegar einn leikmaður hefur náð að hylja þrjá reiti í röð (lárétt, lóðrétt eða á ská).

7	8	9	10
6	1	2	11
5	4	3	12
16	15	14	13



Stærðfræðipúsl

Stærðfræðingurinn Henry Ernst Dudeney (1857–1931) er einn fremsti púslsérfræðingur allra tíma. Hann gaf út sex bækur þessa efnis og í einni þeirra, *The Canterbury Puzzles*, sýndi hann fram á að þríhyrningi má púsla saman í ferning ef honum er skipt upp á réttan hátt.

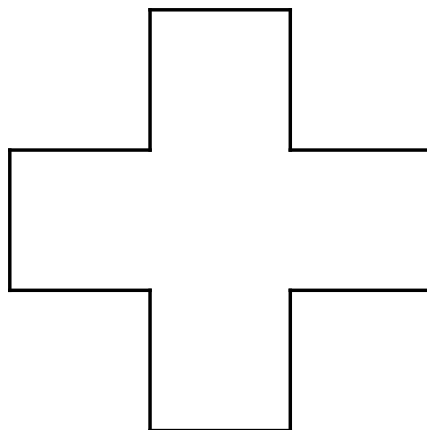


Takið eftir:

- Strikin sem skera þríhyrninginn, í fjóra hluta (púsl), eru hornrétt hvert á annað.
- Púslin hanga saman á hornunum sem mynduðust við brúnir þríhyrningsins þegar hann var skorinn í sundur.
- Þegar púslin eru lögð saman í ferning mætast þær línur sem mynduðu brúnir þríhyrningsins inni í ferningnum og línurnar sem skáru þríhyrninginn í púsl eru orðnar að hliðum ferningsins.

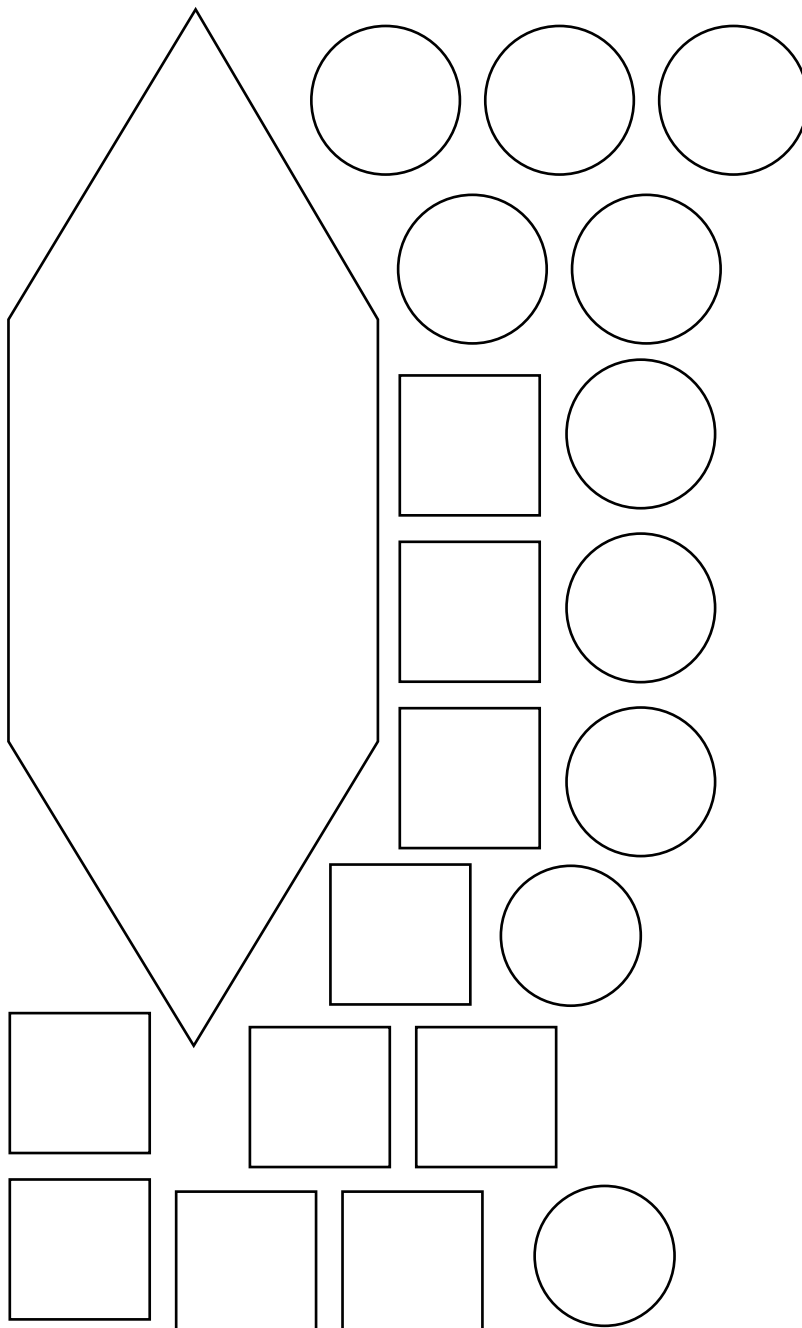
Notið þessar upplýsingar til að leysa eftirfarandi verkefni:

Skiptið myndinni með tveimur beinum línum í fjögur eins púsl sem má raða saman í ferning.



Að fylla bátinn

Klipptu út öll formin. Þau eru tákn fyrir bát, tunnur og kassa. Verkefni þitt er að raða kössum og tunnnum í bátinn. Hve mörgum tunnnum og kössum getur þú raðað á þilfar bátsins?



Fyrir kennarann:

Gott er að ljósrita formin á harðan pappír og helst í lit. Það getur verið skemmtilegt að leyfa krökkunum að skipta á milli sín mismunandi litum af formum svo að þau hafi ekki bara einlita mynd.

1. Ef einhverjir eru snöggir að leysa verkefnið má bæta við það og velta upp eftirfarandi spurningu. Ef þú mættir annaðhvort lengja eða breikka bátinn, hvernig myndir þú breyta honum til þess að það væri þægilegra að raða í hann?

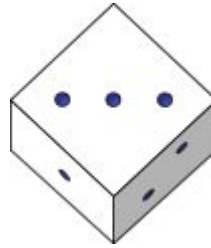
(Vísbending: Miðja bátsins er þrír kassar á lengd og gott er til dæmis að láta breiddina vera þrír kassa líka.)

2. Þegar nemendur eru hættir að nota formin til að raða þeim saman er tilvalið að láta þá líma formin á blað og gera klippimynd, þannig má nýta blöðin og sýna nemendum að hægt er að gera fleira með formin.
3. Það er hægt að vinna sams konar verkefni með önnur grunnform og fá nemendur til þess að hugsa um hvort hægt sé að þekja stórt form með mörgum minni. Til dæmis má klippa út fimmhyrning eða sexhyrning og reyna að þekja hann með ferningum eða þríhyrningum.

Kvikindislegur margföldunarleikur fyrir tvo

Gögn

- Venjulegur teningur
- Spilaborð sem hér fylgir
- Spilapeningar í tveimur litum



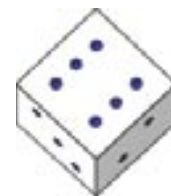
Leikreglur

Leikmenn skiptast á að kasta teningunum. Ef talan sem kemur upp er 1 þá er hún talin sem 7. Leikmaður má annaðhvort setja einn af sínum spilapeningum á tölu sem er margfeldi talnanna sem komu upp á teningunum eða fjarlægja einn af spilapeningum andstæðings af tölu sem er margfeldi þeirra.

Spilalok

Sigurvegari er sá sem nær þremur spilapeningum í röð (lárétt, lóðrétt eða á ská).

30	80	12	2	48
22	9	14	16	8
50	10	24	6	40
15	25	4	21	72
60	18	45	32	20



Algebruleikur fyrir tvo

Gögn

- Venjulegur teningur
- Spilaborð sem hér fylgir
- 24 spilapeningar í tveimur litum (12 fyrir hvorn leikmann)
- Leikspjöld sem hér fylgja (þau þarf að klippa niður)

Leikreglur

Hvor leikmaður dregur fimm leikspjöld (það þarf ekki að halda þeim leyndum fyrir mótspilara). Kastað er upp á hvor byrjar. Sá sem á leik kastar teningnum. Talan sem kemur upp stendur fyrir n á leikspjöldunum. Leikmaður finnur útkomurnar á leikspjöldunum sínum og síðan hvort einhver þeirra er á spilaborðinu. Hann hylur einn reit með spilapeningi, losar sig við leikspjaldið sem gaf þessa útkomu og dregur annað. Ef útkoman á leikspjöldunum hans passaði ekki við neina tölu á spilaborðinu hylur hann enga tölu og mótspilarinn á leik.

Spilalok

Sá vinnur sem er fyrri til að hylja fjórar tölur í röð (lóðrétt, lárétt eða á ská).

Spilaborð fyrir algebruleik

30	80	12	2	48
22	9	14	16	8
50	10	24	6	40
15	25	4	21	72
60	18	45	32	20

Leikspjöld fyrir algebruleik

$5n + 3$	$3(n + 2)$	$4n - 7$	$2(n + 2)$	$3(n + 1)$
$3(n - 1)$	$2(n + 1)$	$n + 4$	$2n - 1$	$n + 5$
$2(n - 1)$	$\frac{n + 13}{2}$	$n + 3$	$n + 9$	$\frac{n + 7}{2}$
$\frac{n}{2 + 4}$	$\frac{n}{3 + 5}$	$n - 1$	$\frac{n}{2 + 2}$	$n - 2$
$\frac{n + 3}{2}$	$\frac{n + 7}{3}$	$\frac{n + 2}{2}$	$\frac{n + 1}{2}$	$\frac{n - 1}{2}$

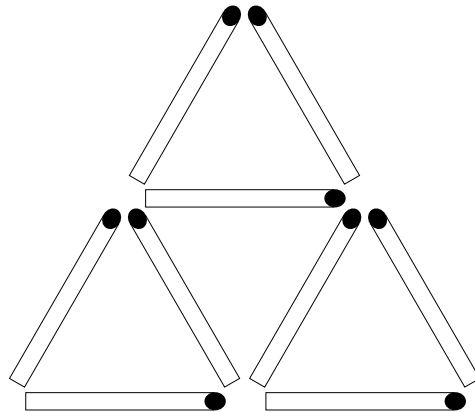
Eldspýtnaþrautir

Þríhyrningar

Notaðu níu eldspýtur og raðaðu þeim eins og sýnt er hér að neðan. Þetta er grunnmynd að fimm þrautum. Það verður að raða grunnmyndinni upp fyrir hverja þraut.

Hér eru fimm þrautir:

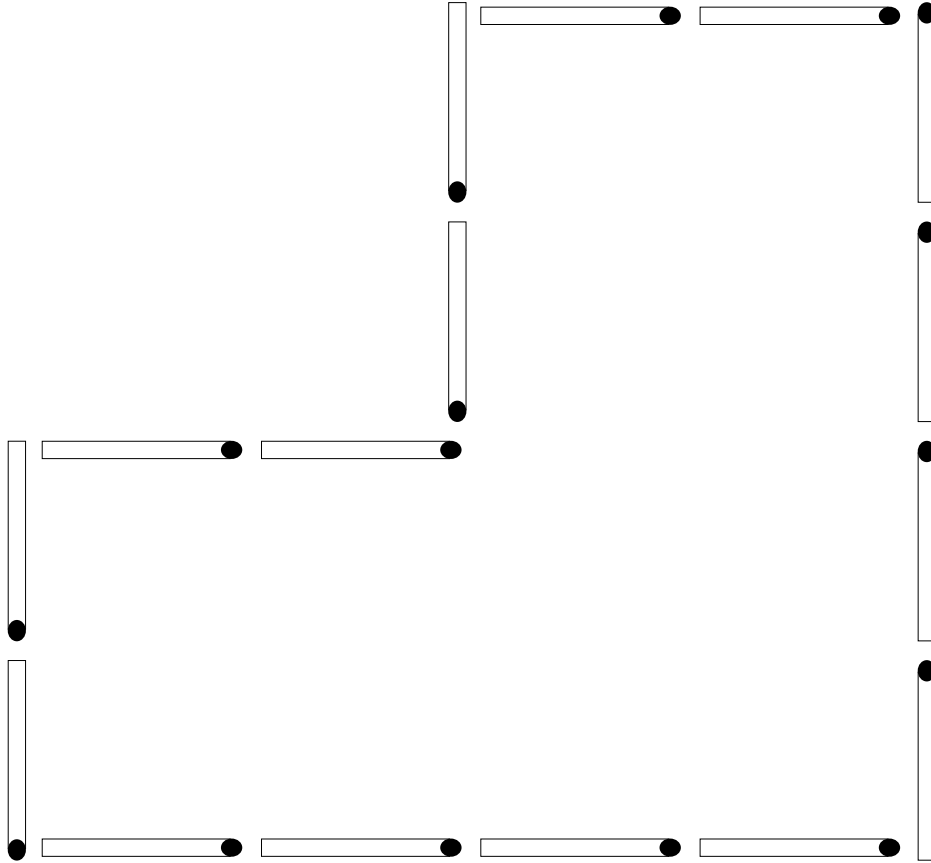
1. Fjarlægðu 6 eldspýtur svo að einn þríhyrningur verði eftir.
2. Fjarlægðu 3 eldspýtur svo að einn þríhyrningur verði eftir.
3. Fjarlægðu 2 eldspýtur svo að þrír þríhyrningar verði eftir.
4. Fjarlægðu 4 eldspýtur svo að tveir þríhyrningar verði eftir.
5. Fjarlægðu 2 eldspýtur svo að tveir þríhyrningar verði eftir.



Eldspýtnaprautir

Landssvæði

Tveir bændur, Jón og Gvendur, eiga hvor sitt landsvæðið sem líta bæði út eins og myndin hér að neðan sýnir.



Jón ætlar að skipta sínu landi á milli þriggja dætra sinna. Notaðu fjórar eldspýtur til að skipta landinu í þrjú jafnstór svæði.

Gvendur á fjórar dætur og ætlar að skipta landinu jafnt á milli þeirra. Notaðu 8 eldspýtur til að skipta landinu í 4 jafnstór svæði.

Rökprautir

Þórður, Unnur, Óskar, Sif og Ólöf eru eða hafa verið namar við Háaskóla og eru búin með mismikið af náminu. Í Háaskóla eru nemendur í 7., 8., 9. og 10. bekk og því er eitt þeirra ekki lengur í skólanum. Í hvaða bekk er hvert hinna?

- Sif, Óskar og Unnur eru enn í skólanum
- Unnur er komin ári lengra Þórður
- Sif er ekki í 7. bekk
- Þórður er ekki í 7. bekk
- Sif er komin lengra en Þórður

Heimsóknir

Eftir að Jón og Gunna fóru á eftirlaun í fyrra hafa þau farið og heimsótt börnin sín fjögur, sitt í hverjum mánuði (ein heimsóknin fór fram í desember). Börnin búa hvert í sínu landinu (Danmörk er þar með talin). Í hvaða mánuði heimsóttu þau hvert barn og hvar býr það?

- Í janúar heimsóttu Jón og Gunna hana Erlu.
- Hannes býr í Ástralíu.
- Hvorki Gunnar né Erla búa í Bandaríkjunum.
- Í október heimsóttu þau ekki Gunnar eða Sylvíu.
- Erla býr ekki í Frakklandi.
- Jón og Gunna heimsóttu ekki Gunnar í mars.

	Gunnar	Erla	Hannes	Sylvía	Danmörk	Ástralía	Frakkland	Bandaríkin
Jan.								
Mars								
Okt.								
Des.								
Danmörk								
Ástralía								
Frakkland								
USA								

Jafngild brot

$\frac{1}{20}$	0,05	5%
----------------	------	----

Til kennara

Útbúa þarf sett af þremur miðum eða spjöldum með jafngildum brotum á. Í hverju setti er prósent á einum miðanum, annar er með almennu broti og sá þriðji með tugabroti, t.d. $\frac{1}{20}$, 5% og 0,05. Það þarf a.m.k. tíu sett eða samsetningar af miðum þar sem jafngild brot eru skrifuð með mismunandi hætti. Næsta gæti verið $\frac{1}{4}$, 25% og 0,25.

Leikreglur

Þátttakendur geta verið allt að fimm í einu. Miðunum er snúið á hvolf á borði. Einn nemandi byrjar á að draga fimm miða og snúa þeim við þannig að tölurnar snúi upp. Sá sem er fyrstur til þess að finna tvo miða með jafngildu broti segir þar. Ef einhver finnur þrjá miða með jafngildum brotum er sagt þrenna. Fyrir þar fást tvö stig og fyrir þrennu fimm stig. Nemandi sem kemur auga á þar eða þrennu á að útskýra fyrir hinum hvernig sjá má að tölurnar eru jafngildar. Miðunum er því næst snúið aftur við og endurraðað áður en næsti dregur. Þátttakendur þurfa að einbeita sér því auðvelt er að gera vitleysu. Margir halda t.d. að $\frac{1}{20}$ og 0,20 sé sama. Það eru því gefin tvö refsistig ef sagt er þar eða þrenna þegar það á ekki við.

Leiklok

Sá sem er fyrstur að ná 30 stigum vinnur leikinn.

Stærðfræðirátleikur um skólasvæðið

Til kennara

2–4 nemendur í hóp

Kennari þarf að huga að ýmsu áður en haldið er út í ratleikinn. Hann þarf að útbúa kort af skólasvæðinu og merkja fimm stöðvar inn á það. Kennari verður sjálfur að ákveða hvar hver stöð á að vera á skólalóðinni.

Á stöð eitt þurfa að vera málbönd til taks.

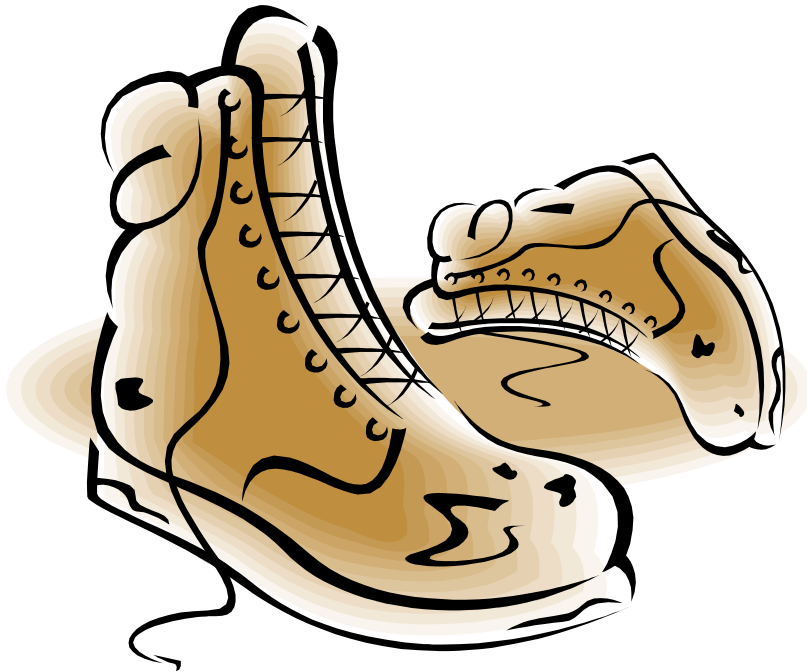
Á stöð þrjú þarf að koma fyrir skeiðklukkum.

Sá vinnur sem kemst fyrst á endastöð (sem er kennslustofan) með öll verkefni vel unnin.

Nemendur þurfa að taka með sér blöð og blýanta.

Stöð 1 - Skólastofan

Mælið lengd á skónum (sólanum) hjá einum nemanda í hópnum og skráið hjá ykkur. Þið munið þurfa að nota þetta mál á fleiri stöðvum.



Nemandi	lengd á skónum

Stöð 2 - Gangstétt á skólalóðinni

Teiknið upp þau mynstur sem þið sjáið á gangstéttum skólalóðarinnar.

Skráið niður hvort finna megi speglun, hliðrun eða snúning í mynstrunum.



Stöð 3 - leiksvæði

Hver nemandi í hópnum rennir sér tvær ferðir niður rennibrautina og annar í hópnum skráir tímann. Skráið niðurstöðurnar í línurit. Skoðið hvort hraði eykst eða minnkar hjá hverjum nemanda fyrir sig og ræðið af hverju svo sé. Reiknið meðalhraðann og skráið niður hröðustu ferðina.



Hver nemandi stekkur tvisvar úr rólu. Mælið með hænuskrefum hversu langt hver nemandi stekkur. Síðan eigið þið að geta reiknað hve langt það er í sentímetrum. Skráið mælingarnar í myndrit. Skoðið hvort stökkin séu mismikil hjá hverjum nemanda fyrir sig og ræðið hugsanlegar skýringar. Reiknið meðallengd allra stökkanna og skráið lengsta stökkið.

Stöð 4 - Bílapan

Mælið lengd og breidd eins bílastæðis með hænuskrefum. Finnið svo út hver stærðin er í sentímetrum. Teljið síðan bílastæðin á bílplaninu og reiknið út heildarflatarmál bílplansins.



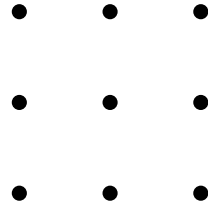
Stöð 5 - Með gleraugum stærðfræðinnar

Velja á einhvern hlut á stöðinni, t.d. ljósastaur, spennistöð, póstkassa, ruslafötu, blómaker eða bekk. Gerið grein fyrir hvaða hlut þið hafið valið og teiknið hann. Skoðið hlutinn með gleraugum stærðfræðinnar, stærð, lögun, mynstur, samsetningu, hlutföll, verð og efnismagn. Skráið niðurstöður.



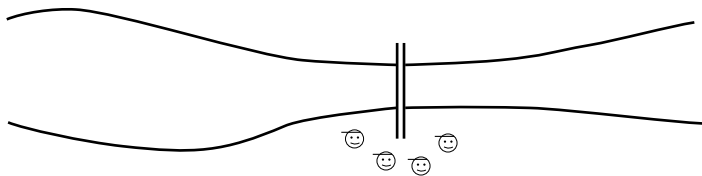
Þríþraut

1. Hvernig er hægt að draga fjórar beinar og samhangandi línur þannig að þær fari í gegnum alla punktana hér til hægri ef það má aldrei lyfta pennanum?



2. Fjórir bræður ferðast um í myrkri. Þeir koma að miklu gili og þurfa fara yfir það á trjából sem liggur yfir gilið. Nú eru góð ráð dýr þar sem þeir þurfa að ná lest eftir 60 mínútur. Aðeins tveir komast yfir í einu sökum þess að þeir hafa aðeins eitt vasaljós. Bræðurnir eru mislofthræddir og því misfljótir að ganga eftir trjábólnum. Tveir ferðast í einu, ferðatíminn fer eftir þeim sem fer hægar og alltaf verður einhver einn að fara til baka með vasaljósið. Hvernig komast þeir allir yfir á aðeins 60 mínútum?

Lestarstöð



Tími bræðranna:

- Halli 5 mín
- Palli 10 mín
- Kalli 20 mín
- Lalli 25 mín

3. Faðir og sonur eru samtals 66 ára. En það merkilega er að þegar aldur pabbans er skráður þá kemur út tala sem er spegiltala af aldri stráksins (t.d. 23 og 32). En hvað gætu þá feðgarnir mögulega verið gamlir?



Ath! Hér eru 3 lausnir mögulegar!

Lausn er að finna á bls. 43.

Flugvél - Lest - Bíll

Eysteinn og Halldór eru hvor með þau fimm spil sem sjást hér að neðan.

Spil Eysteins



Spil Halldórs



Leikreglurnar

Klippið spilin út.

Þeir leggja báðir í einu eitt spil á borðið. Leikreglurnar í spilinu eru þannig að:

- Flugvélin vinnur lestina
- Lestin vinnur bílinn
- Aðrar útkomur gefa jafntefli

Prófið leikinn og reynið að komast að því hvort skipting spila milli Eysteins og Halldórs er réttlát. Hvor hefur meiri möguleika á að vinna?

Teningaleikur

Gögn:

- 2 teningar
- Skriffæri
- Yfirlits- og stigablað sem fylgir hér með



Leikreglur:

Leikmenn skiptast á að kasta tveimur teningum. Yngsti leikmaðurinn byrjar. Í fyrstu umferð eiga leikmenn að reyna að fá töluna 2. Í næstu umferð töluna 3 og svo koll af kolli. Meðfylgjandi er eyðublað þar sem búið er að setja niður hvaða tölu leikmenn eiga að reyna að fá í hverju kasti og geta leikmenn skráð inn á það. Ef leikmaður fær þá tölu sem stefnt er að fær hann þau stig sem talan segir til um, ef hann fær hana ekki er sett X þar sem stigin eiga að koma.

Spilalok:

Eftir 11 umferðir leggja leikmenn saman hversu mörg stig þeir hafa fengið og sá sem hefur flest stig vinnur.

Til kennara

Með þessum leik sjá börnin hversu miklar eða litlar líkur eru á því að fá tiltekna tölu og átta sig á því að erfiðara er að fá lágar eða háar tölur en tölurnar í miðjunni. Gott er að skoða líkur samhliða þessum leik. Þannig er mögulegt að átta sig á hvernig það er bara ein leið til þess að fá 2 eða 12 en sex leiðir til þess að fá 7.

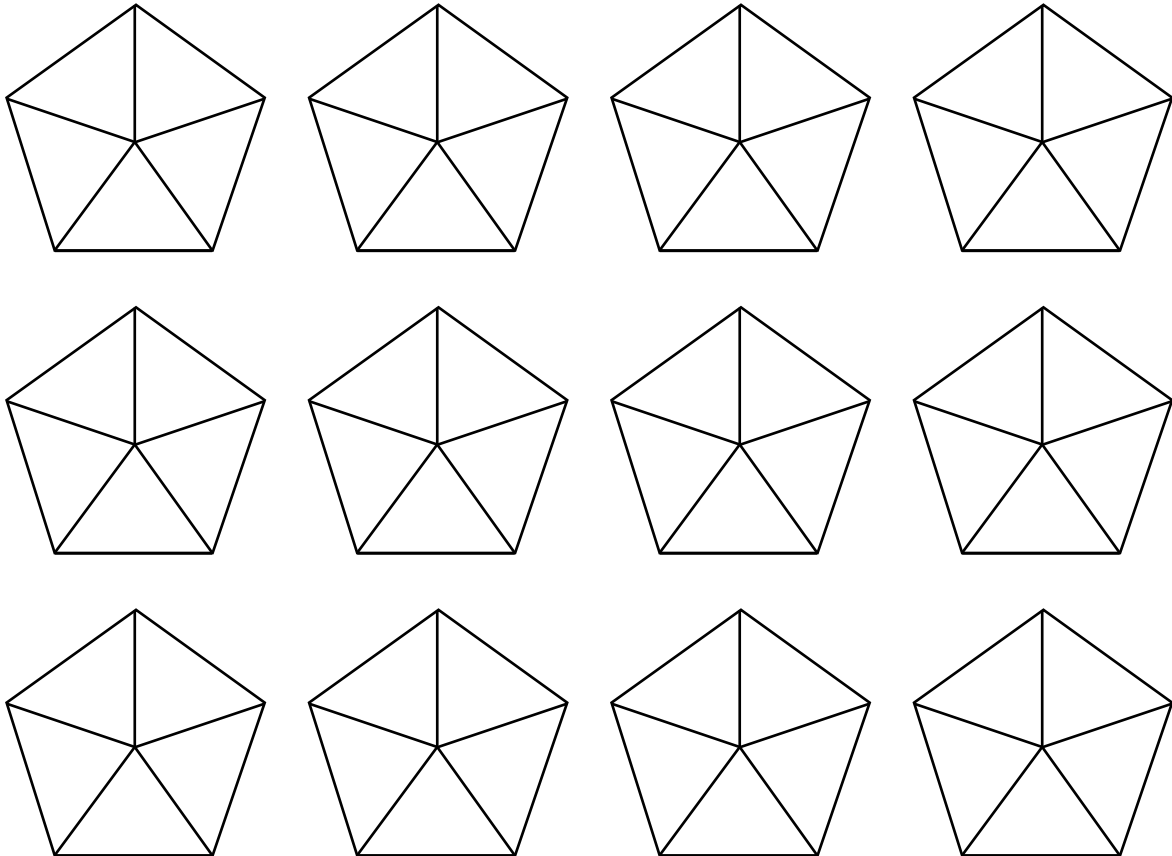
Til þess að gera leikinn erfiðari er til dæmis hægt að hafa teninga með almennum brotum og þá hentar hann eldri nemendum.

Stigablað:

Leikmaður		
Umferð	Tala sem á að fá	Stig
1. kast	2	
2. kast	3	
3. kast	4	
4. kast	5	
5. kast	6	
6. kast	7	
7. kast	8	
8. kast	9	
9. kast	10	
10. kast	11	
11. kast	12	
	Samtals	

Litapraut

Taktu fimm ólíka liti. Litaðu hvern fimmhyrning með öllum fimm litunum, þ.e. hvern þríhyrning í sérstökum lit. Hvað getur þú litað fimmhyrninginn á marga vegu? Snúningar og speglanir teljast ekki sem ný leið.



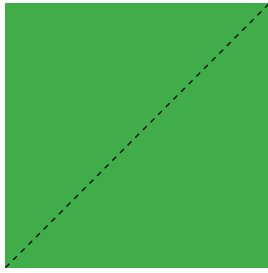
- Það eru til tólf mismunandi útgáfur af fimmhyrningi þar sem hver hluti hefur sinn lit.

Getur þú litað alla tólf fimmhyrningana hér fyrir ofan?

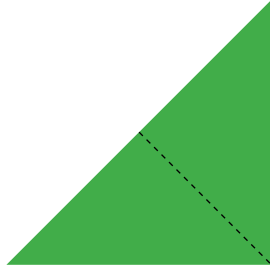
Lausn er að finna á bls. 44.

Rammar

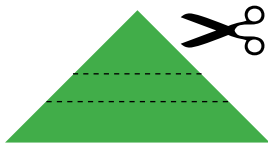
Ferningsrammar



1. Grunnformið er ferningur sem er brotinn í tvennt um hornalínuna.

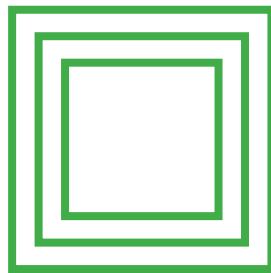


2. Næst er jafnarma þríhyrningurinn sem myndast brotinn í tvennt um hæðina á langhlið hans.

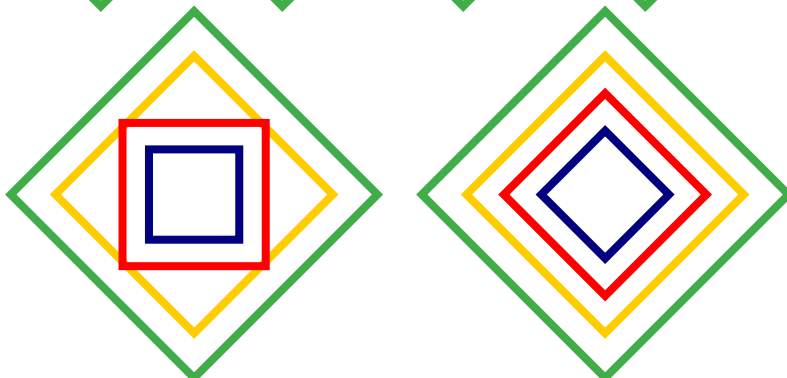
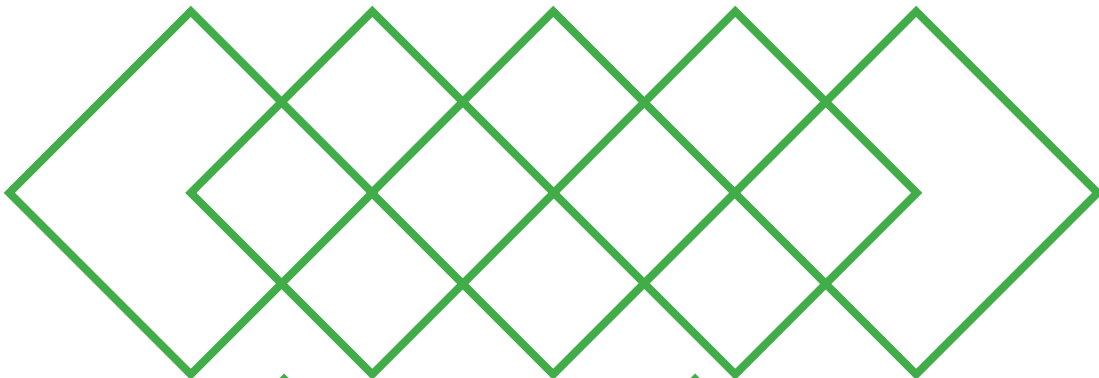


3. Að lokum er klippt samsíða langhliðinni.

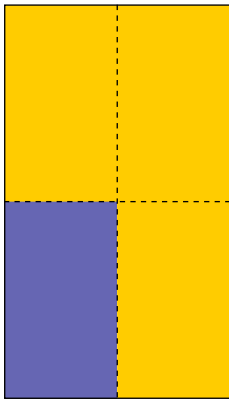
Raða má römmunum upp á marga mismunandi vegu, blanda saman stærðum og litum.



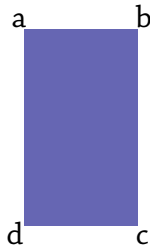
4. Svona líta rammarnir út. Því oftar sem klippt er því fleiri rammar myndast.



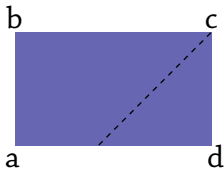
Rétthyrndir rammar



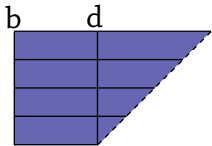
1. Grunnformið er rétthyrningur sem er brotinn í tvennt um miðlínu hvorrar hliðar fyrir sig. Fyrst eins og bók, síðan niður á við.



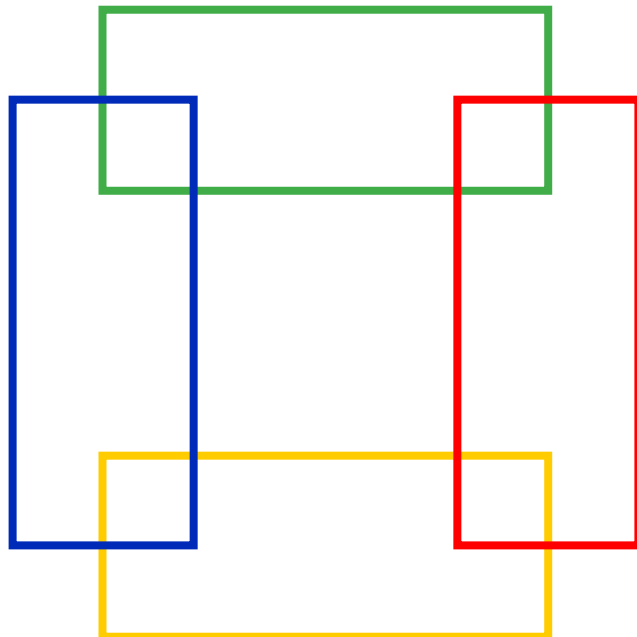
2. Rétthyrningur í sömu hlutföllum og sá sem byrjað var með en fjórum sinnum minni. Hann er í fjórum lögum.



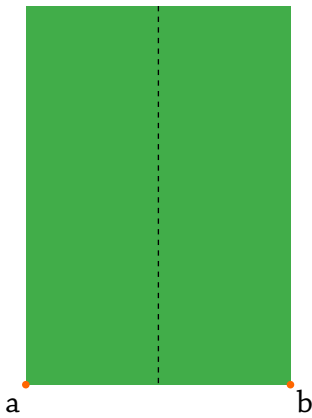
3. Nú er hornið d brotið um hornalínu ímyndaðs fernings inn í rétthyrningnum, þannig að út komi trapisa.



4. Ef klippt er samsíða lengstu hlið trapisunnar verður útkoman rétt-hyrndir rammar í mismunandi stærðum.

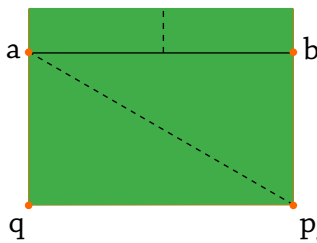
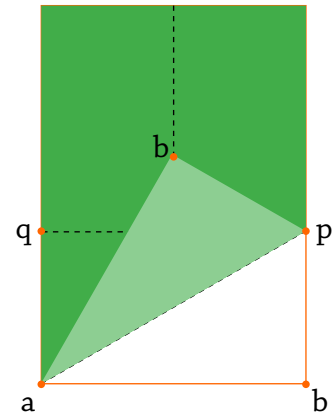


Þríhyrndir rammar



1. Grunnformið er rétthyrningur sem brotinn er í tvennt um lengri miðlínuna og rétt úr blaðinu aftur.

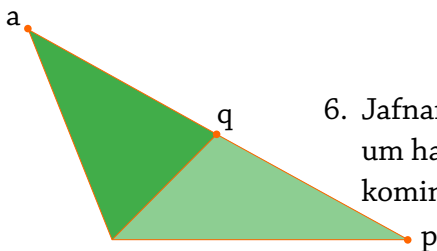
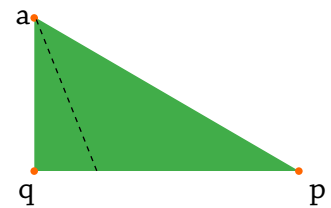
2.-3. Eitt horn rétthyrningsins er brotið inn á miðlínuna, þannig að mótlægt horn skammhliðarinnar helmingist. Merkt er við punktinn P og rétt aftur úr blaðinu.



4. Nú er öll örkin brotin upp um línuna PQ og klippt eftir línunni AP.

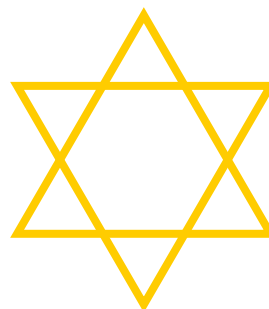
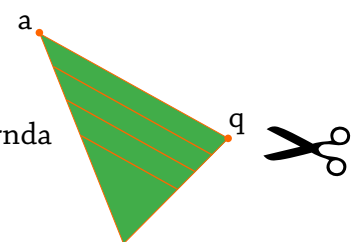


5. Úr verður rétthyrndur þríhyrningur með rétt horn Q. Hann er brotinn þannig að hornið Q lendi á langhlið þríhyrningsins. Út kemur jafnarma þríhyrningur.



6. Jafnarma þríhyrningurinn er brotinn saman um hæðina á langhlið þríhyrningsins. Þá er kominn nýr rétthyrningur.

7. Nú er klippt samsíða langhlið rétthyrnda þríhyrningsins og út koma rammar í mismunandi stærðum.

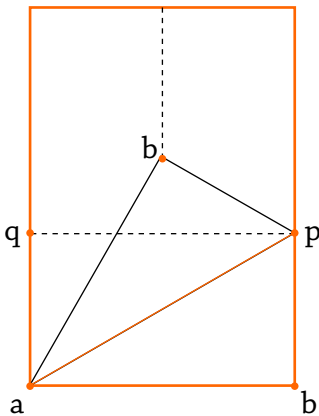
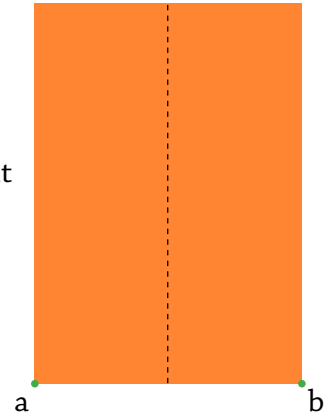


Tígullaga rammar



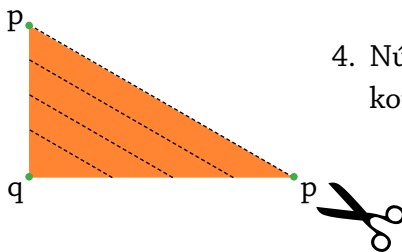
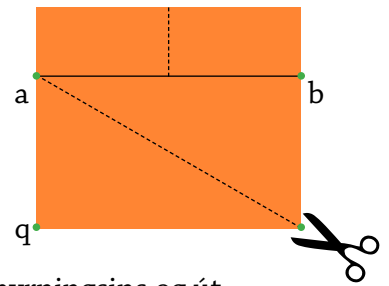
1. Grunnformið er rétthyrningur sem brotinn er um styttri miðlínu sína, þannig að hann helmingast.

2. Rétthyrningurinn sem úr verður er nú brotinn í tvennt um lengri miðlínuna og rétt úr blaðinu aftur.

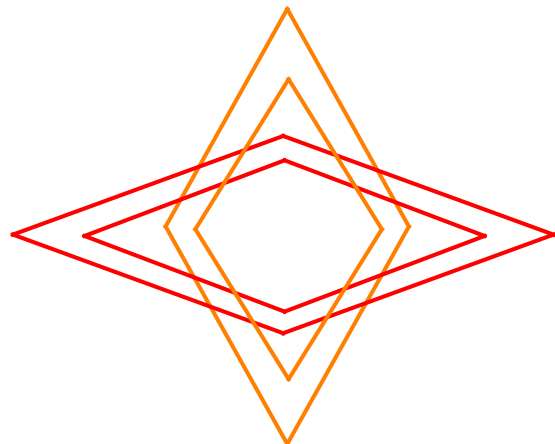
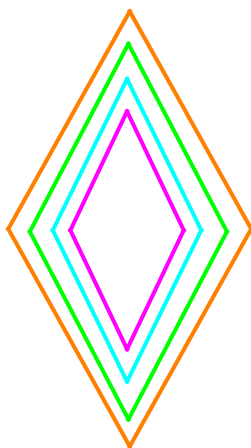


3. Eitt horn rétthyrningsins er brotið inn á miðlínuna þannig að mótlægt horn skammhliðarinnar helmingist. Merkt við punktinn P og rétt er aftur úr blaðinu.

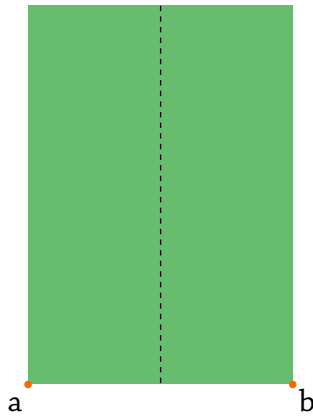
4. Og nú er öll örkin brotin upp um línuna PQ og klippt eftir línunni AP.



4. Nú er klippt samsíða langhlið rétthyrnda þríhyrningsins og út koma tígullaga rammar í mismunandi stærðum.

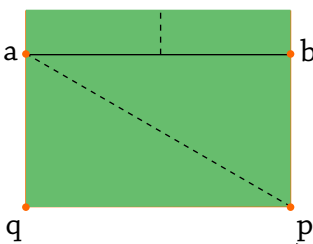
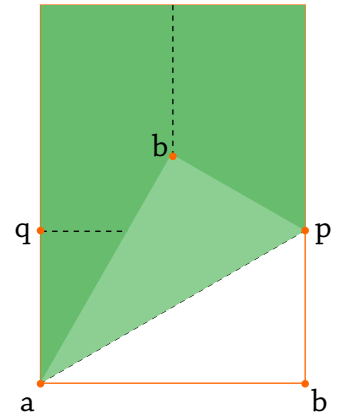


Sexhyrdir rammar



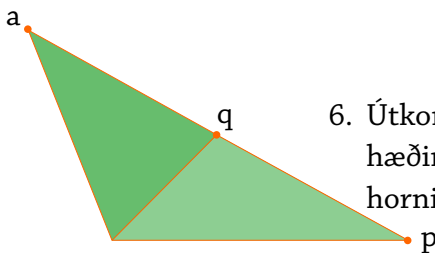
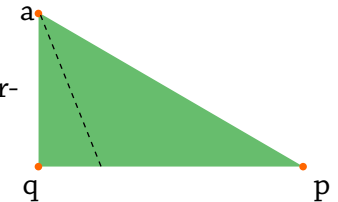
1. Grunnformið er rétthyrningur sem brotinn er í tvennt um lengri miðlínuna. Rétt er úr blaðinu aftur.

2–3. Eitt horn rétthyrningsins er brotið inn á miðlínuna, þannig að mótlægt horn skammhliðarinnar helmingist. Merkt er við punktinn P.



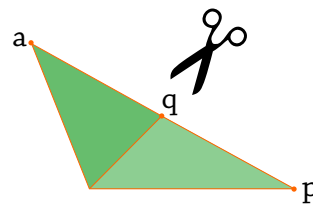
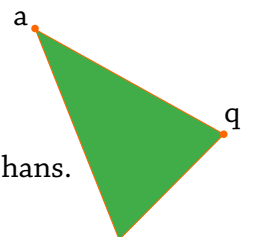
4. Rétt er aftur úr þríhyrningnum þannig að upphaflegi rétthyrningurinn komi fram á ný. Örkin er nú brotin um línuna PQ og klippt eftir línunni AP.

5. Úr verður rétthyrndur þríhyrningur með rétt horn Q. Nú er þríhyrningurinn brotinn þannig að hornið Q lendi á langhlið hans.



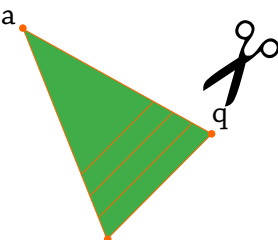
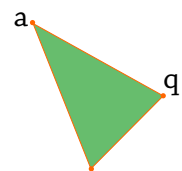
6. Útkoman verður jafnarma þríhyrningur sem er brotinn saman um hæðina á langhlið þríhyrningsins, þannig að hornið P fari ofan á hornið A.

7. Þá kemur út nýr rétthyrndur þríhyrningur, hornið með rétt horn Q. Nú er þríhyrningurinn brotinn þannig að hornið Q lendi á langhlið hans.

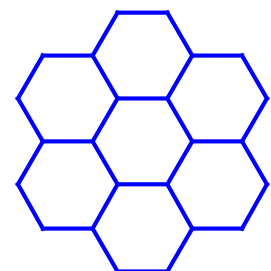
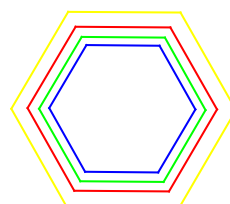


8. Aftur verður til jafnarma þríhyrningur, sem er brotinn saman um hæðina á langhlið þríhyrningsins en nú er þynnri hluti hans klipptur í burtu.

9. Útkoman verður nýr rétthyrndur þríhyrningur.



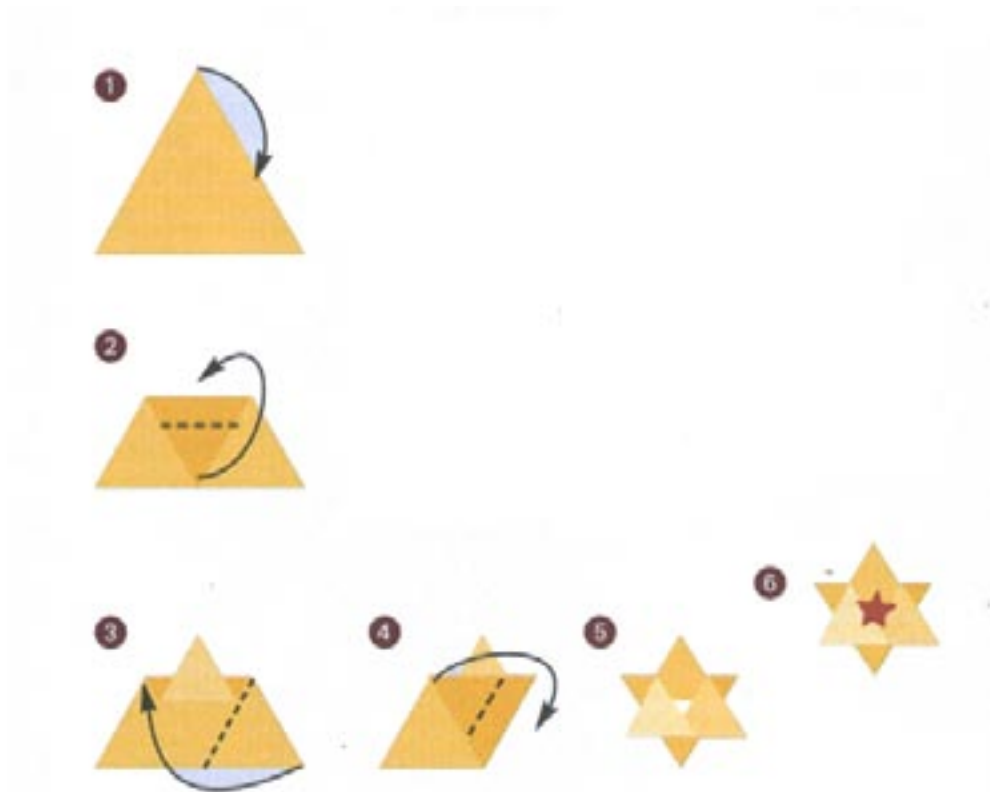
10. Nú er klippt samsíða styttri skammhlið þríhyrningsins og út koma sexhyrningar í mismunandi stærðum.



Stjörnubrot

Hver stjarna er brotin úr jafnhliða þríhyrningi.

1. Sníðið jafnhliða þríhyrning sem hefur hliðarlengd 23 cm.
2. Horn er brotið niður að mótlægri hlið.
3. Opnað er aftur.
4. Eins er farið að út frá hinum hornunum.
5. Hvert horn er brotið niður aftur og nú er þríhyrningurinn sem myndast brotinn upp til hálf sva toppur stendur upp úr.
6. Hægra hornið er brotið þar yfir.
7. Eins er farið að með vinstra hornið.
8. Síðasta horninu er stungið til hálf s undir fyrsta hornið (líkt og þegar kassa er lokað).



Deilingarspil

Þetta spil er byggt upp eins og spilið *Veidimaður*. Á hverju spili er deilingardæmi eða samsett deilingar- og frádráttardæmi. Slagur fæst með því að finna fjögur jafngild spil. Í stað þess að spyrja: „Áttu níu eða kóng?“ geta leikmenn til dæmis spurt: „Áttu spil með útkomunni 7?“ Sá vinnur sem safnar flestum slögum.

10	$\frac{40}{2} - 10$	$\frac{50}{5}$
$\frac{60}{4} - 5$	9	$\frac{36}{4}$
$\frac{54}{6}$	$\frac{63}{7}$	8

$$\frac{48}{6}$$

$$\frac{56}{7}$$

$$\frac{64}{8}$$

7

$$\frac{35}{5}$$

$$\frac{42}{6}$$

$$\frac{49}{7}$$

6

$$\frac{36}{6}$$

$$\frac{42}{7}$$

$$\frac{54}{9}$$

5

$$\frac{45}{9}$$

$$\frac{40}{8}$$

$$\frac{35}{7}$$

4

$$\frac{25}{5} - 1$$

$$\frac{36}{9}$$

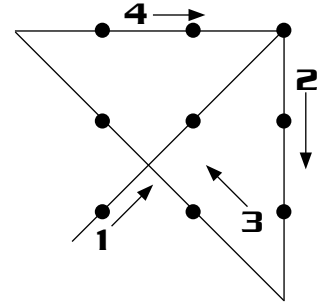
$\frac{28}{7}$	3	$\frac{20}{4} - 2$
$\frac{33}{11}$	$\frac{24}{8}$	2
$\frac{60}{4} - 13$	$\frac{56}{28}$	$\frac{75}{3} - 22$

11	$\frac{66}{6}$	$\frac{100}{4} - 14$
$\frac{36}{3} - 1$	12	$\frac{84}{7}$
$\frac{60}{5} - 13$	$\frac{52}{4} - 1$	14

$\frac{45}{3} - 1$	$\frac{42}{3}$	$\frac{70}{5}$
13	$\frac{39}{3}$	$\frac{42}{3} - 1$

Þrípraut - lausnir

1. Lausnin felst í því að binda sig ekki eingöngu við svæðið þar sem punktarnir eru.



2. Hér er aðalmálið að láta þá sem fara hægst ferðast saman yfir á trjábolnum, kannski frekar verkefni fyrir verkfræðing en engu að síður ágætis þjálfun fyrir verðandi stærðfræðinga.

Halli og Palli fara yfir => 10 mín.

Palli fer til baka með vasaljósið => 10 mín., 20 mín. samtals

Lalli og Kalli fara yfir => 25 mín., 45 mín. samtals

Halli fer til baka með vasaljósið => 5 mín., 50 mín. samtals

Halli og Palli fara yfir => 10 mín., 60 mín. samtals

Þá eru allir komnir yfir ☺

3. Feðgarnir geta verið
 - a. 51 árs og 15 ára
 - b. 42 ára og 24 ára
 - c. 60 ára og 6 ára

Litapraut - lausn

