



3A

SKALI

KENNARABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg · Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen · Bjørnar Alseth

 Menntamálastofnun 8538

Skali 3A
Kennarabók

Heiti á frummálinu: Maximum 10 Lærerens bok (fyri hluti)

Kápuhönnun: 07 Media - 07.no/Kristine Steen

Mynd á kápu: Dita Nemcova/Shutterstock

Teikningar: Børre Holth

Ritstjóri norsku útgáfunnar: Åse Bergundhaugen/Thor-Atle Refsdal

© 2016 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Leturgerð í meginmáli: Neo Sans Std, 9 pt.

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Auður Bára Ólafsdóttir

1. útgáfa 2016

Menntamálastofnun

Kópavogi

Umbrot: Menntamálastofnun

Þeim sem lásu yfir handrit og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð eru færðar bestu þakkir.



SKALI

KENNAARABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg · Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen · Bjørnar Alseth

Efnisyfirlit

Um Skala	V
Grundvallarfærni	V
Nemendabækur	VI
Æfingahefti	VII
Kennarabækur	VII
Stafrænt efni	VIII
Heimasíða Skala	VIII
Símat og lokamat	VIII

Hæfnimarkmið og námsmarkmið	X
--	---

Yfirlit yfir efnispætti Skala	XII
--	-----

Tillaga að ársáætlun	XIII
-----------------------------------	------

1 Persónuleg fjármál

Laun, fjárhagsáætlun og bókhald	8
Lán og sparnaður	14
Virðisbreyting	22
Í stuttu máli	23
Bættu þig!	24
Þjálfðu hugann	26

2 Rúmfræði og hönnun

Þríhyrningsútreikningar	30
Kort og mælikvarði	38
Fjarvíddarteikning	43
Tækni, list og arkitektúr	47
Í stuttu máli	51
Bættu þig!	52
Þjálfðu hugann	55

3 Algebra og jöfnur

Línulegar jöfnur og línuleg jöfnuhneppi	58
Bókstafareikningur	64
Að leysa jöfnur með þáttun.	
Ferningsreglur og ójöfnur	72
Í stuttu máli	80
Bættu þig!	81

Um Skala

Með námsefninu *Skala* leitast höfundar við að skapa nemendum tækifæri til að læra stærðfræði á fjölbreytilegan og uppbyggilegan hátt. Námsefnið leggur grunn bæði að samvinnunámi og einstaklingsmiðuðu námi. Hinar fjölbreytilegu nálganir að námsefninu munu hvetja fleiri nemendur til virkrar þátttöku í eigin stærðfræðinámi.

Stærðfræði er skapandi grein, byggð á fræðilegu og ströngu kerfi; jafnframt er hún rökrétt og innihaldsrík. Til að vera góður í stærðfræði þarf maður að geta rökrætt, íhugað, deilt hugmyndum með öðrum, séð hið almenna í hinu sérstaka og farið frá hinu þekktu til hins óþekkta. Stærðfræði er hagnýt fræðigrein sem gefur færi á mismunandi túlkunum; hún er jafnframt í stöðugri þróun. Nýjar kenningar bætast við en gömlu kenningarnar halda samt sem áður gildi sínu. Nýju kenningarnar koma ekki í stað þeirra sem fyrir eru heldur auðga þær. Stærðfræði fjallar um mynstur, tengsl og kerfi og notar fagmál sem er auðugt af merkjum og táknum. Flest þeirra eru alþjóðleg.

Í *Skala* er lögð sérstök áhersla á þrjú atriði:

- Að nemendur fái stöðugt við fjölbreytileg og hagnýt verkefni þar sem tækifæri gefst til að rannsaka og skapa.
- Að nemendur öðlist sameiginlega námsreynslu sem feli jafnframt í sér einstaklingsmiðuð nám.
- Að grundvallarleikni og fagleg framvinda námsins séu höfð að leiðarljósi í samræmi við námskrá.

Uppbygging námsefnisins *Skala* myndar smám saman tengingu frá hinu hagnýta, rannsakandi og skapandi starfi yfir í meiri áherslu á hið sértæka fagmál, ritunarkerfi og röksemdafærslu. Námsþættirnir eru oftast kynntir fyrir nemendum á hlutbundinn og kunnuglegan hátt en

eftir því sem nemendur kynnast nýjum hugsunarhætti og bæta við þekkingu sína er sjónum smám saman beint meira að hinu óhlutbundna og formlega. Uppbygging námsefnisins, þar sem skiptast á svokölluð *Ýmis verkefni* annars vegar og æfingar í staðreyndþekkingu og leikni hins vegar, dregur vel fram tengslin milli skilnings, leikni í faginu og notkunar þess. *Ýmis verkefni* auka skilning nemenda á helstu námsþáttum, sem kaflarnir fjalla um, og jafnframt upplifa nemendur að þeir geta notað stærðfræðilega þekkingu sína og leikni í daglegu lífi.

Grundvallarfærni

Með námsefninu *Skala* er stefnt að því að nemendur fái fjölbreytilega kennslu í helstu færniþáttum stærðfræðinnar og tækifæri til að nota þá

Reikningsfærni

Í öllu námsefninu er mikil áhersla lögð á grundvallarfærni í reikningi. Reikningsfærni nemenda þróast samfara því að nemendur nota stærðfræðileg hugtök, þjálfar verklag og margbreytilegar aðferðir til að leysa bæði stærðfræðileg og hagnýt verkefni af margvíslegum toga. Mikilvægt er að kenna nemendum að staldra við þegar lausn er í sjónmáli, íhuga hana og ganga úr skugga um hvort hún sé raunhæf. Æfa þarf nemendur í að nota viðeigandi hjálpargögn við útreikninga, við líkanagerð og í umræðum um vinnuferli og niðurstöður.

Munnleg færni

Nemendur taka þátt í rökræðum, fara saman yfir viðfangsefni og skiptast á reynslusögum. Þeir þurfa jafnaðarlega að fjalla munnlega um stærðfræði. Nauðsynlegt er að láta þá ræða saman um stærðfræði og orða hugsanir sínar, aðferðir og skilning út frá þeirri þekkingu sem þeir búa

þegar yfir. Þannig geta nemendur gert sér grein fyrir því sem þeir kunna fyrir og geta byggt á því til að setja sér ný markmið. Til að aðlaga kennsluna að nemendum með mismunandi getu þarf kennari einnig á slíkum upplýsingum að halda. Þess vegna skiptir miklu máli að fram komi að það er eðlilegt að nemendur hugsi, rökræði og leysi verkefni á mismunandi hátt; að þeir setji fram spurningar, skiptist á hugmyndum og ræði saman um lausnaleyðir. Samræður þurfa að vera bæði milli nemenda og kennara annars vegar og milli nemendanna sjálfra hins vegar. Þegar það er orðin venja að nemendur ræði saman um stærðfræði verða þeir öruggari í að nota stærðfræðileg hugtök og öðlast æ nákvæmari faglegan orðaforða. Kennari fylgist með hvernig nemendur ræða um ýmsa námsþætti, hvaða orð og hugtök þeir hafa á valdi sínu og hvað reynist þeim erfitt. Kennari sér til þess að nemendur taki til umræðu stærðfræðiorðin, sem talin eru upp í kaflabyrjun, og rökræði orðskýringarnar sem gefnar eru í textanum eða aftast í bókinni.

Skrifleg færni

Nemendur þjálfast í að lýsa hugsunum sínum og útskýra þær með því að nota stærðfræðileg tákni. Þeir munu kynnast táknmáli stærðfræðinnar gegnum fagtexta og sýnidæmi með tillögum um skráningaráðferð. Útreikningar eru gerðir án þess að eininga sé getið en í svarinu skal nota bæði texta og mælieiningar ef verkefnið krefst þess. Gott er að nemendur noti skissur og teikningar til að þróa eigin hugsanagang og sem hjálpartæki til að leysa verkefni. Hvetja þarf nemendur til að útskýra stærðfræðileg orð og hugtök skriflega og lesa útskýringar hver annars. Skilji nemandi ekki hvað bekkjarfélagi hans á við þarf að skrá útskýringuna á nýjan hátt. Færni

nemenda til að skrá stærðfræðilega minnisþunkta og nákvæm notkun fagorða er þjálfuð jafnt og þétt í öllum hlutum námsbókarinnar.

Lestrarfærni

Mikil áhersla er lögð á að þróa skilning nemenda með því að æfa þá í að lesa og túlka sýnidæmi, fagtexta og orðadæmi. Nemendur fást við samsetta texta með stærðfræðilegum orðum, grófum, myndritum, töflum, táknum, formúlum og röksemdafærslu. Kennarar þurfa að lesa með nemendum fagtexta og sýnidæmi svo og útskýra orð og ný hugtök. Nemendur lesa ýmist upphátt eða í hljóði, tveir og tveir eða í litlum hópum - allt eftir því hversu flókinn textinn er. Þeir þurfa að þjálfra lesskilning skipulega með því að lesa, útskýra og rökræða þemu sem eru á dagskrá. Það má gera með því að nemendur velji orð og hugtök í textunum og vinni saman að því að útskýra þau. Kennari og nemendur ræða saman um hvernig unnt er að byrja á verkefni og hvernig má finna og flokka upplýsingar í hinum margvíslegu stærðfræðitextum. Lestur nemenda í stærðfræði felur í sér bæði lestur fagtexta og verkefna-texta. Síðarnefnda textann þarf oft að þýða yfir á tákmal stærðfræðinnar. Það getur verið krefjandi og krefst þess að nemendur séu meðvitað þjálfaðir í slíkum verkefnum. Kennari gæti því þess að þýða ekki fyrir nemendur. Textinn í *Skala* er viðameiri í 9. og 10. bekk en í 8. bekk. Tilgangurinn er að auka hæfni nemenda til að lesa lengri texta, bæði fagtexta og verkefna-texta.

Stafræn færni

Stafræn færni nemenda þróast jafnt og þétt með því að nota stafræn verkfæri upplýsingatækninnar til að rannsaka og leysa þrautir og önnur verkefni, til að greina gögn, setja fram líkön, meðhöndla gögn, reikna út niðurstöður og kynna þær. Í *Skala* þjálfast nemendur í að leita sér upplýsinga með stafrænum verkfærum eins og vasareikni, töflureikni og gagnabanka, svo og rúmfræðiforriti til að teikna gróf og rúmfræðilegar myndir. Nemendur þurfa að öðlast reynslu af því að nota stafræna miðla og verkfæri til að geta

sjálfir metið og valið viðeigandi verkfæri í náminu til að búa til líkön, leysa verkefni og kynna niðurstöður.

Viðhorf til náms

Nemendur byggja upp eigin þekkingu í samvinnu við aðra. Námið fer fram í huga hvers og eins í félagslegu samspili við aðra. Allir nemendur eru auðlind í námssamfélaginu og saman byggja þeir upp þekkingu. Námssefnið býður bæði upp á samvinnunám og einstaklingsnám. Fá þarf nemendum verkefni sem eru á því sviði sem þeir ráða við en reyna samt sem áður hæfilega á þá. Allir nemendur eiga kröfu á að námið miðist við getu þeirra og að verkefni henti þroskastigi þeirra.

Eigin námsmarkmið nemenda og námshvetjandi mat, sem felur bæði í sér endurgjöf um getu nemenda á viðkomandi tímamarki og einnig um næstu skref í náminu, eru nauðsynleg til að allir nemendur skilji hvað ætlast er til að þeir læri og hvers vegna. Eitt af mikilvægustu hlutverkum kennara er að hjálpa nemendum að setja sér raunhæf markmið í námi.

Viðhorf til nemenda

Það er trú höfundu *Skala* að nemendur vilji læra. Þeir þurfa að taka virkan þátt í eigin námi og vita allan tímann hver námsmarkmiðin eru. Nemendur þurfa að vera virkir í að setja sér markmið í náminu og taka þátt í að velja verkefni sem þoka þeim áleiðis að markmiðinu. Ef kennari hjálpar nemendum að setja sér sín eigin raunhæfu markmið og að vera sér meðvitaðir um námið tryggir það hverjum nemanda innihaldsrikt stærðfræðinám. Til að nemendur geti séð hvort þeir ná markmiðum sínum eða hvort þeir þurfa ef til vill að breyta þeim, þarf kennari að koma því svo fyrir að nemendur stundi sjálfsmat.

Nemendabækur

Skali 3 Nemendabækur eru - eins og nafnið bendir til bækur nemenda. Það er ósk höfundu *Skala* að nemendur læri að lesa fagtexta og sýnidæmi og mynda þannig grundvöll undir samræður um stærðfræði og verkefnalausnir.

Byrjunaropna hvers kafla inniheldur samræðumynd sem tengist þrautalausnarverkefni. Verkefnið er hugsað sem samræðuverkefni og eins konar kveikja eða upptaktur að efni kaflans. Mikilvægt er að nemendur fái vitneskju um að ef þeir geta ekki unnið verkefnið strax er stefnt að því að þeir geti það eftir að hafa unnið kaflann. Þess vegna er eðlilegt að þetta verkefni verði tekið aftur á dagskrá í lok viðkomandi vinnulotu. Einnig er á byrjunaropnunni listi yfir stærðfræðiorð. Hann á nota í stærðfræðilegum umræðum til að nemendur geri sér grein fyrir hvað þeir kunna frá fyrri tíð og hvaða nýja námsþætti þeir eiga að læra í kaflanum.

Námsmarkmiðin í byrjun hvers undirkafla á rætur sínar að rekja til færnimarkmiða námskrárinnar. Nemendur þurfa sjálfir að geta metið að hve miklu leyti þeir hafa náð markmiðunum og gera sér grein fyrir hvernig þeir geti smám saman náð meginhluta þeirra.

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- reikna útlauk og skatt
- gera skýra fjárhagsáætlun í töflureikni
- færa bókhald í töflureikni
- útskýra útreikninga og kynna fjárhagsáætlun og bókhald
- reikna með virðisauka

Fagtextarnir útskýra og færa rök fyrir hinu faglega innihaldi og veita nemendum þjálfun í að lesa stærðfræðitexta.

Sýnidæmin vísa veginn frá verkefnum til lausna. Lausnirnar eru sá hluti sýnidæmanna sem settur er fram í rúðuneti og sýna þær kröfur sem gerðar eru til nemenda um skráningu. Undantekningar frá þessu geta verið í tengslum við rúmfræðiteikningar og myndrit. Líta þarf á þessar lausnir sem tillögur. Mikilvægt er að nemendur noti aðferðir sem þeir skilja og hafa á valdi sínu.

Sýnidæmi 22

Notaðu abra ferningsregluna til að þáttastærðurnar ef það er hægt.

a $x^2 - 5x + 25$ b $x^2 - 18x + 81$ c $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$

Tillaga að laun

a Þessa stærðu er ekki hægt að þáttastærð með því að nota abra ferningsreglu. Þú yrðir annaðhvort líkurnar í miðjunni að vera 10ú eða síðasti líkurinn að vera $\frac{25}{4}$.

b $x^2 - 18x + 81 = (x - 9)^2$ því $18 = 2 \cdot 9$ og $81 = 9^2$

c $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = (x - \frac{3}{2})^2$ því $3 = 2 \cdot \frac{3}{2}$ og $\frac{9}{4} = (\frac{3}{2})^2$

Orðskýringarnar hjálpa nemendum að skilja ný stærðfræðileg hugtök og önnur orð sem eru sjaldgæf eða erfið á einhvern hátt.

Botnpunktur

er punktur sem hefur lægra fallgildi en allir nálægir punktar, þ.e. hann er með lægsta fallgildið

Reglur og skilgreiningar eru settar fram á skýran hátt í sérstökum römmum, stundum kallaðir *fróðleiksrámmar*.

Tengslin milli mánaðarlegra vaxta og ársvaxta má skrá þannig: $A_{\text{reilgr}} v_{\text{extir}} = (\text{mánaðarlegir vextir})^{12}$

Talblöðurnar hafa að geyma ábendingar, vísbendingar og minnisatriði til handa nemendum og hafa það hlutverk að sýna ýmis tengsl í stærðfræði.

Mundu að það má ekki stytta liði, einungis þætti.

Myndir og hjálparteikningar hafa það hlutverk að efla skilning nemenda á hugtökum. Teikningar og aðrar myndir geta aukið skilning nemenda í alls konar verkefnavinnu. Þar að auki geta tákn eins og talningarstrik, punktar o.s.frv. stuðlað að betri hugtakaskilningi og þar með auðveldað nemendum að nota hið óhlutbundna táknmál stærðfræðinnar. Ólíkir nemendur þurfa mismikla hjálp til að feta brautina frá hinu hlutbundna til hins óhlutbundna tákn máls.



Svokölluð **Ýmis verkefni** þjóna margs konar tilgangi. Þeim er ætlað að vekja áhuga nemenda og hvetja þá og jafnframt gefa þeim tækifæri til að sjá námsefnið frá öðru sjónarhorni. Nokkur verkefnanna eru ætluð til að nemendur rannsaki stærðfræði en önnur gefa þeim kost á færniæfingum með breyttu sniði. Auk þess er í *Kennarabókinni* bent á eitt eða fleiri viðbótarverkefni í tengslum við hverja opnu.

Ýmis verkefni

Skóstærð og fót lengd?

Þetta verkefni er fyrir allan bekkinn.

Þið þurfið

- reglustiku
- málband
- blað og blýant

Til að reikna út skóstærð má nota formúluna $S = \frac{3F+5}{2}$,

þar sem S táknar skóstærðina og F er fót lengdin mæld í sentimetr



Fjölbreytileg verkefni eiga að kveikja sköpunarkraft nemenda, efla grundvallarfærni þeirra og hæfni í stærðfræði. *Munnleg færni* og samskiptahæfni þjálfast í samræðum í bekkjardeildinni í heild og í minni hópum þar sem gengið er út frá verkefnum sem eru á dagskrá hverju sinni. Orðadæmi og verkefni með myndritum og töflum þjálfa lestrarfærni nemenda. Þar að auki fela mörg verkefni í sér færniæfingar til að þjálfa grunnatriði í reikningi.

2.25 Pétur mælir skugga fánastangarinnar og fær út 15 m. Þar na metrakvarðanum upp lórétt þannig að hann myndar 90° hor

- Hann mælir skugga metrakvarðans og fær út 1,25 m.
- Teiknaðu skissu af þessum atburði og skráðu málín á teiki
 - Hversu há er fánastöngin?

1.23 Saga og átta vinir hennar ætla að slá saman í pitsuveislu. Foreldra láta Sögu fá 4000 kr. Því sem upp á vantar skipta krakkarnir níu á. Hún skrifar lista yfir það sem þarf að kaupa og hversu mikið hún heldur að það muni kosta.

Námsaðgreining með litamerkingum

gerir það mögulegt að nemendur, sem eru misvel á vegi staddir í náminu, geti fengist við sömu námsþættina. Verkefni sem merkt eru bláum punkti eru tiltölulega auðveld, gulu verkefni eru af meðalþyngd og græn erfiðust. Ómerkt verkefni eru ætluð öllum nemendum og í þeim tilvikum þarf kennarinn að leggja eigið mat á þyngdarstig. Höfundar vilja ekki að nemendur fái það á tilfinninguna að þeir séu ýmist bláir, gulir eða grænir heldur er gert ráð fyrir að kennarinn komist að samkomulagi við hvern og einn um hvaða verkefnum hver um sig eigi að einbeita sér að til þess að þau henti hverjum nemanda sem allra best. Mörg grænu verkefnanna eru búin til í þeim tilgangi að nemendur sem eru sterkir í stærðfræði fái tækifæri og hvatningu til að reyna sem mest á sig. Þessi verkefni krefjast einnig oft að nemendur búi yfir meiri færni til að finna lausnir með íhugun.

a $(4x - 8)(5x + 1) = 0$

b $\frac{1}{4}(9 - x)(x - 11) = 0$

c $x(x - 3) = 10$

Undirkaflarnir **Í stuttu máli** hafa að geyma upprifjun á hinu faglega innihaldi kaflans. Sýnd eru dæmi sem tengjast hverju og einu námsmarkmiði. Þegar hingað er komið er

eðlilegt að nemendur taki *áfangaþróf*, að þeir geri eigið *sjálfsmat* og setji sér *markmið* fyrir námið sem fram undan er. Einn megintilgangur námsmats í stærðfræði er að leiðbeina nemendum um námið og gefa þeim upplýsingar um námsgengi þeirra.

Í stuttu máli

Þú átt að geta	Dæmi	Tillegur að lausnum
reikna út laun og skatt	Jakob hefur 330 000 kr. í launum sínum í mánaði. Útgáfa í lífeyrisþjóð var 4%, hann borgaði 17,25% skatt. Stættarfréttagjöld var 1,5%. Hvað tók Jakob útborgað á mánaði?	Brúttolaun - útgáfa lífeyrisþjóð = skattstofn 330 000 kr. - 330 000 kr. · 0,04 = -13 200 kr. = skattstofn 316 800 kr. Skattstofn - skattur + persónuafdráttur = laun eftir skatt - stættarfréttagjöld = nettolaun

Í undirköflunum **Bættu þig!** eru verkefni til upprifjunar og ítarnáms (með *ítarnámi* er átt við æfingar og umfjöllun til viðbótar því sem nauðsynlegt er til að ná tökum á ákveðnum námsþætti). Þegar nemendur hafa tekið *áfangaþróf* hafa þeir mynd af hvað þeir þurfa helst að æfa frekar. Þess vegna er ekki gert ráð fyrir að allir nemendur vinni öll verkefni í þessum undirkafla. Einhverjir þurfa að einbeita sér að einu eða tveimur tilteknum námsþáttum en aðrir að nokkrum námsþáttum á ákveðnu þyngdarstigi. Gott er að tengja þessa vinnu við *Verkefni af ýmsu* tagi í æfingaheftinu og við spil og *ýmis verkefni* í nemendabókinni. Kennari getur notað ýmis erfiðari verkefni sem lýst er á viðkomandi opnu í *Kennarabókinni*.

Bættu þig!

Línulegar jöfnur og línuleg jöfnuheppni

3.71 Pétur, María, Egill og Nanna selja happdrættismiða. Pétur selur helmingi minna e María og Egill selur fimm færri miða en Pétur. Nanna selur páfaldan fjóða sem Egill selur. Samtals selja þau 64 miða.

Hve marga miða selur María?

Undirkaflarnir **Þjálfðu hugann** hafa að geyma margbreytilegar þrautir þar sem nemendur þurfa í meira mæli að beita bæði sköpunargáfu og hæfni á fleiri en einu sviði.

2.78 Snúra sem er með tólf hnúta með jöfnu millibili er bundin saman þannig að hún myndar hring. Útskýrðu hvernig þú getur notað snúruhringinn til að búa til þríhyrning sem þú getur notað til ganga úr skugga um að eitt hornið sé rétt.

Æfingahefti

Í *Skala 3A* og *3B Æfingahefti* eru fleiri og fjölbreytilegri verkefni. Þau eru með sömu litamerkingum og notaðar eru í nemendabókunum.

Hverjum kafla er skipt í tvo aðalhluta. Í fyrri hlutanum eru mörg litamerkt verkefni sem tengjast beint undirköflum nemendabókanna og eru í sömu röð og þeir. Þau má nota samhliða nemendabókinni, til dæmis sem heimaverkefni. Í kennarabókinni er vísað til þessara verkefna á hverri opnu. Í síðari hluta hvers kafla eru verkefni af ýmsu tagi sem gert er ráð fyrir að séu notuð í tengslum við undirkafla nemendabókarinnar *Bættu þig!* eða til upprifjunar. Ekki er gert ráð fyrir að nemendur viti hvaða undirkafla verkefni tilheyra en þannig er erfiðara fyrir nemendur að finna lausnaleiðir sem henta.

Í *Æfingahefti Skala 3* er sérstakur kafli með verkefnum til að æfa próftöku. Um er að ræða verkefni sem nemendur geta notað til að undirbúa sig undir bæði munnlegt og skriflegt próf.

Kennarabækur

Kennarabækur Skala 3 eru tvær og er þessi sú fyrri. Í henni eru útskýringar og rökstuðningur fyrir hvernig nemendabækurnar skulu notaðar. Kennarabækurnar fylgja nemendabókunum blaðsíðu eftir blaðsíðu og hafa að geyma ráð og ábendingar til kennara um hvernig einfalda má námsefnið og hvernig fá má nemendum sem eru vel á vegi staddir í stærðfræði erfiðari verkefni að glíma við. Kennarar fá einnig góðar ábendingar um fleiri verkefni í tengslum við mismunandi námsþætti. Höfundar eru ekki þeirrar skoðunar að allir nemendur eigi að vinna öll verkefni heldur telja þeir að kennarar eigi að hafa úr að spila nægu námsefni þegar skipuleggja skal vandað nám. Víða er vísað til verkefnablaða sem finna má á *Stærðfræðitorgi á vef Menntamálastofnunar*.

Stafrænt efni

Á *Stærðfræðitorgi* á heimasíðu Menntamálastofnunar eru kaflapróf fyrir hvern kafla ásamt lokaprófi fyrir Skala 3A og Skala 3B. Þau gefa bæði nemendum og kennurum snögga endurgjöf um stöðuna hverju sinni. Prófin eru hluti af símati sem nemendur eiga að fá upplýsingar um og er annað hvort hægt að nota til

einkunnagjafar eða sem námshvetjandi og leiðbeinandi mat.

Heimasíða Skala

Á heimasíðu *Menntamálastofnunar* er að finna efni sem fylgir *Skala-flokknum*. Þar eru:

- kennarabækur
- verkefnablöð sem eru númeruð eftir árgöngum og köflum. Númerið 3.2.1 merkir: Verkefnablað sem fylgir Skala 3, kafla 2, blað nr. 1
- lausnir við nemendabækur, æfingahefti
- kaflapróf til útprentunar

Á læstu svæði kennara er að finna kaflapróf og lausnir ásamt lokaprófi við hverja bók (miðsvetrarpróf og vorpróf) ásamt lausnum við þau. Pinn skóli á að hafa fengi úthlutað aðgangsorði og lykilorði að læstu svæði kennara.

Símat og lokamat

Allt mat á nemendum á unglíngastigi fram til loka 10. bekkjar er símat. Í námskránni segir:

„Megintilgangur námsmats í stærðfræði er að leiðbeina nemendum um námið og hvernig þeir geti náð settum markmiðum. Fylgst er með hvernig nemendum tekst að ná þeim hæfniviðmiðum sem sett eru fram fyrir stærðfræði og nemendur eru örvaðir til framfara. Mat á hæfni og framförum nemenda er reglubundinn þáttur í skólastarfi og órjúfanlegur frá námi og kennslu. Námsmat veitir upplýsingar um námsgengi nemenda, hæfni þeirra, vinnubrögð og framfarir og gefur kennurum mikilvægar upplýsingar við skipulag kennslu og mótun náms.“ (Úr Aðalnámskrá grunnskóla: Greinasvið, 2013)

Þegar námsferlið fer að nálgast lok kaflans er gert ráð fyrir að nemendur taki áfangapróf þar sem námsmarkmið kaflans eru lögð til grundvallar. Með þessu prófi fá nemendur og kennari mynd af því hvernig til hefur tekist í náminu og hvort markmiðum hefur verið náð. Þegar hér er komið sögu hefur verið lítil tími til ítarnáms eða til að kafa dýpra í efnið. Út frá niðurstöðum úr áfangaprófinu gerir nemandinn (með hjálp kennarans) áætlun fyrir vinnuna fram undan.

Lögð skal áhersla á - og það hafa rannsóknir leitt í ljós - að nemendur

þurfa að vita hver markmiðin með kennslunni eru til að geta tekið ákvörðun sem ýtir undir persónulega þróun þeirra og nám. Ekki er nóg að þeir fái að vita hvað gera skal heldur einnig hvað þeir eiga að læra. Þess vegna er *mikilvægt að markmiðin séu rædd á þann hátt að nemendur skilji*. Stundum er þetta erfitt við að eiga því að markmiðin fela í sér hugtök sem nemendur eiga að læra. Þá getur komið sér vel að ræða um markmiðin við og við meðan á vinnu við kafla stendur til viðbótar því að draga markmiðin fram í dagsljósið eftir að kafla er lokið. Nemendur þurfa að þjálfast í að setja sér eigin markmið með vinnunni fram undan. Gott er að nemendur skrái hjá sér eigin hugleiðingar um markmiðin. Nemendur þurfa að fá þjálfun í að setja sér eigin markmið með vinnunni. Ef markmiðin eru eigin markmið nemenda eykst áhugi þeirra á að ná þeim. Þess þarf að gæta að að markmið nemenda feli ekki einungis í sér einkunnir sem þeir vilja ná. Áfangaprófið eða kaflaprófið á að hjálpa bæði kennara og nemendum við að taka skynsamlegar ákvarðanir um skipulag vinnunnar við kaflann.

Sjálfsmat nemenda er mikilvægt til að þeir geti gert sér grein fyrir eigin hæfni. Rétt er að þjálfna þá í að meta sjálfa sig, bæði með hliðsjón af markmiðum og niðurstöðum úr prófum. Út frá hvoru tveggja, mati kennarans og sjálfsmati nemenda, eiga nemendur að fá leiðbeiningar um hvernig þeir geta bætt sig í náminu.

Þegar nemendur gera áætlun um vinnuna fram undan eftir áfangaprófið gera þeir frekara sjálfsmat út frá ákveðnum spurningum:

- A Í hve miklum mæli er ég ánægð(ur) með niðurstöðuna úr áfangaprófinu/kaflaprófinu þegar hún er borin saman við markmið mín?
- B Sýnir áfangaprófið að ég þurfi að vinna meira í ákveðnum námsþáttum? Ef svo er - hvaða námsþættir eru það?
- C Hvaða faglegu stigi er raunhæft að ég nái í þessum námsþáttum?

Nemendur þurfa að gera ákveðna vinnuáætlun og skrifa hana niður.

Kennari gengur úr skugga um að hún sé bæði bjartsýn og raunhæf. Hann ræðir sérstaklega við nemendur sem virðast ef til vill vanmeta sig og einnig við þá sem setja sér of háleit markmið. Þetta ferli mun taka nokkurn tíma í fyrstu en ganga æ hraðar fyrir sig þegar nemendur hafa vanist þessu verklagi.

Nemendur þurfa svör við spurningunum: Hvert ætla ég? Hvar er ég stödd/staddur í náminu? Hvert er næsta skref? Svárið við síðustu spurningunni kallast endurgjöf um næstu skref. Endurgjöf sem vísar til þess sem fram undan er hefur mest áhrif á nám nemenda ef hún er látin í té oftsinnis í hinna daglegu kennslu. Það má gera á einfaldan hátt með því að nemendur skrifi daglega hjá sér:

Tvö atriði sem ég hef lært í dag.

Atriði sem ég er ekki viss um.

Þegar nemandi hefur lesið það sem hann skrifar getur hann bætt við nýrri línu:

Tillaga um hvað ég get gert til að skilja það sem ég er ekki viss um.

Í símatinu felast einnig próf og mat sem gefur yfirlit yfir helstu atriðin í náminu sem aftur gefa upplýsingar um hæfni nemanda á ákveðnum tímapunkti.

Ekki er gert ráð fyrir að einkunnir séu gefnar fyrir áfangapróf í Skala.

Eftir því sem líður á námið þarf að leggja fyrir nemendur nokkur próf sem einkunnir eru gefnar fyrir. Kennari þarf sjálfur að meta hve mörg próf eru æskileg. Ekki er víst að þörf sé á fleiri en tveimur slíkum prófum á önn. Á læstu svæði kennara á heimasíðu Menntamálastofnunar eru kaflapróf og lokapróf úr hvorri nemendabók (þ.e. miðsvetrarpróf og vorpróf) sem hægt er að nota í þessu skyni. Mismunandi er eftir viðfangsefnum í hve miklum mæli nemendur fá að nota hjálpartæki við lausn kaflaprófanna. Í lokaprófunum er þess getið sérstaklega en kennari getur auðvitað metið hverju sinni hvaða hjálpargögn nemendur nota og hvenær þeir geri það.

KAFLAPRÓF 1

3A

SKALI

NEMENDABÓK STÆRDFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Prófini um það bí 50 mínútur.

1. prófmúti: Alls 10 stig.
Engin hjálpartæki leyfð.

2. prófmúti: Alls 10 stig.
Hjálpartæki: Vasaretkni og tölu með töflurekni.
Sjáðu útreikninga í öðrum verkefnum.
Stöðu þú skipt og skemklega á þitt eigið skráningartíð.

Nafn nemanda/þekkur

Menntamálastofnun
8554

LOKAPRÓF

3A

SKALI

LOKAPRÓF STÆRDFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

1. prófmúti
Prófmuði 1: Engin hjálpartæki leyfð nema venjulegittölur.
Í prófmúta 1 eru 14 verkefni.
Þú skrifar svörin beint inn á prófmútin.
Þar sem eru reitir til að skrifa í skaltu sjána alla útreikninga.

2. prófmúti
Þú skrifar útreikninga og svör á þitt eigið skráningartíð.
Öll hjálpartæki eru leyfð nema netið og önnur samþykpatæki.

Nafn nemanda/þekkur

Menntamálastofnun
8554

Mikilvægt er að koma því á framfæri við nemendur að allar einkunnir sem þeir fá meðan á náminu stendur eru hluti af símati og að þeir hafi ætíð möguleika á að bæta sig; þess vegna verði alltaf lögð mest áhersla á útkomuna úr síðasta prófinu sem prófar allt sem nemendur hafa lært fram að því.

	Hæfnimarkmið	Námismarkmið
	<i>Markmið með kennslunni eru að nemandinn geti</i>	<i>Nemandinn á að læra að</i>
Kafli 1 Skali 3A	<ul style="list-style-type: none"> • gert útreikninga varðandi neyslu, notkun kreditkorts, tekjur, lán og sparnað, sett fram fjárhagsáætlun, gert bókhald með töflureikni, gert grein fyrir útreikningum og kynnt niðurstöður 	<p>Laun, fjárhagsáætlun og bókhald</p> <ul style="list-style-type: none"> • reikna út laun og skatt • setja fram skilmerkilega fjárhagsáætlun með töflureikni • gera greinargott bókhald með því að nota töflureikni • útskýra útreikninga og kynna fjárhagsáætlun og bókhald • reikna með virðisaukaskatti <p>Lán og sparnaður</p> <ul style="list-style-type: none"> • reikna út vexti af bankainnistæðu • reikna út fjölda vaxtadaga • reikna með vaxtavöxtum • gera útreikninga varðandi neyslu • gera útreikninga varðandi notkun kreditkorts • skilja muninn á mismunandi tegundum lána • gera útreikninga sem varða lán með jöfnum afborgunum <p>Virðisbreyting</p> <ul style="list-style-type: none"> • reikna út endurtekna hækkun og lækkun í prósentum
Kafli 2 Skali 3A	<ul style="list-style-type: none"> • rannsakað og lýst eiginleikum tví- og þrívíðra forma og hluta og notað eiginleikana í tengslum við rúmfræðilegar teikningar og útreikninga • gert, lýst og rökstutt rúmfræðilegar teikningar með hringfara og reglustiku og með rúmfræðiforriti • notað og rökstutt notkun einslögunar og Pýþagórasarreglunnar til að reikna út óþekktar stærðir • túlkað og gert vinnuteikningar og fjarvídarteikningar með fleiri en einum hvarfpunkti, með og án stafrænna hjálpartækja • reiknað með slumpreikningi og fundið lengd, ummál, horn, flatarmál, yfirborðsflatarmál, rúmmál, tíma, hraða og eðlisþyngd og notað og breytt mælikvarða • rannsakað, gert tilraunir með og sett fram röksamlega fullyrðingu með því að nota rúmfræðilegar hugmyndir og gert grein fyrir rúmfræðilegum tengslum sem eru mikilvægar í tæknigreinum, listum og arkitektúr • notað tölur og breytur til að kanna, gera tilraunir og leysa hagnýt og fræðileg verkefni í tengslum við tæknigreinar og hönnun 	<p>Þríhyrningsútreikningar</p> <ul style="list-style-type: none"> • reikna út lengd óþekkrar hliðar í rétthyrndum þríhyrningi • reikna út lengd hliða í sérstökum tegundum þríhyrninga • færa rök fyrir hvers vegna form eru einslaga • reikna út lengd hliða í einslaga myndum <p>Landakort og mælikvarði</p> <ul style="list-style-type: none"> • finna mælikvarða sem hlutfall milli eftirmyndar og frummyndar • nota mælikvarða til að reikna út fjarlægðir á landakorti • búa til og nota vinnuteikningar <p>Fjarvídarteikningar</p> <ul style="list-style-type: none"> • bera kennsl á og lýsa mismunandi notkun fjarvídará myndum og teikningum • teikna skissur með einum eða fleiri hvarfpunktum <p>Tækni, listir og arkitektúr</p> <ul style="list-style-type: none"> • þekkja nokkrar byggingatæknilegar meginreglur • þekkja mikilvæga eiginleika þríhyrninga • útskýra einkenni gullinsniðs

	Hæfnimarkmið	Námsmarkmið
	<i>Markmið með kennslunni eru að nemandinn geti</i>	<i>Nemandinn á að læra að</i>
Kafli 3 Skali 3A	<ul style="list-style-type: none"> greint samsett verkefni, áttað sig á föstum og breytilegum stærðum, tengt samsett verkefni við þekktar lausnaaðferðir, framkvæmt útreikninga og kynnt niðurtöður á markvissan hátt leyst jöfnur og ójöfnur af fyrstu gráðu og jöfnuhneppi með tveimur óþekktum stærðum og nota það til að leysa fræðileg og hagnýt verkefni fengist við, þáttað og einfaldað algebrustæður, tengt stæðurnar við aðstæður í daglegu lífi, reiknað með formúlum, svigum og almennum brotum og notað ferningsreglurnar 	<p>Línulegar jöfnur og línuleg jöfnuhneppi</p> <ul style="list-style-type: none"> leysa línuleg jöfnuhneppi með innsetningaraðferðinni leysa línuleg jöfnuhneppi með samlagningaraðferðinni leysa línuleg jöfnuhneppi með grafískri aðferð, þ.e. með teikningu setja upp og leysa línuleg jöfnuhneppi sem tengjast aðstæðum úr daglegu lífi reikna með formúlum <p>Bókstafareikningur</p> <ul style="list-style-type: none"> deila með almennum brotum í almenn brot reikna með almennum brotum þar sem teljari og nefnari geta innihaldið bókstafi þátta algebrustæður stytta almenn brot með bókstafsstæðum <p>Jöfnur leystar með þáttun. Ferningsreglurnar og ójöfnur</p> <ul style="list-style-type: none"> þátta annars stigs stæður nota ferningsreglurnar í báðar áttir leysa annars stigs jöfnur með þáttun, ferningsreglunum, samokareglunni og núllpunktsreglunni leysa fyrsta stigs ójöfnur
Kafli 4 Skali 3B	<ul style="list-style-type: none"> sett fram föll sem lýsa tölulegum tengslum og aðstæðum úr daglegu lífi, með og án staf-rænna verkfæra, lýst og túlkað þau og breytt úr einni framsetningu falla í aðra, t.d. grafi, töflu, formúlu og texta, í aðra borið kennsl á og notað eiginleika línulegra falla og annars stigs falla sem eru hlutfallsföll eða falla sem eru í öfugu hlutfalli hvort við annað og gefa dæmi um aðstæður úr daglegu lífi sem lýsa má með þessum föllum 	<p>Annars stigs föll</p> <ul style="list-style-type: none"> bera kennsl á annars stigs föll teikna fleygboga út frá fallstæðu segja til um topp- eða botnpunkt (hæsta og lægsta gildi) fleygboga finna jöfnu annars stigs falls þegar grafið er þekkt lýsa hliðrun fallsins x^2 yfir í $(x - a)^2 + b$ <p>Öfugt hlutfall</p> <ul style="list-style-type: none"> sjá tengsl milli hlutfallsstærða og stærða sem eru í öfugu hlutfalli hvorar við aðra sýna stærðir í öfugu hlutfalli hvorar við aðra á mismunandi vegu ganga úr skugga um hvort tvær stærðir eru í öfugu hlutfalli hvor við aðra finna topppunkta og botnpunkta (hæstu og lægstu gildi) nokkurra falla
Kafli 5 Skali 3B	<ul style="list-style-type: none"> fundið og rökrætt um líkur í tilraunum, hermílkönnum og útreikningum í verkefnum úr daglegu lífi og í spilum 	<p>Frá reynslu til líkinda</p> <ul style="list-style-type: none"> finna líkur með tilraunum framkvæma einfalda hermitilraun <p>Samsettar líkur, fleiri en einn atburður</p> <ul style="list-style-type: none"> reikna út líkur á fleiri en einum atburði samtímis gera greinarmun á því að draga hlut með eða án endurtekningar finna líkur á andstæðum atburði (fylliatburði) greina líkur í mismunandi spilum

Yfirlit yfir efnisþætti Skala

	8. bekkur	9. bekkur	10. bekkur
Kafli 1	Tölur og talnareikningur <ul style="list-style-type: none"> - veldi - eiginleikar talna - þáttun, deilanleiki - rétt röð reikniáðgerða - hugareikningur og slumpreikningur - negatífar tölur 	Talnareikningur <ul style="list-style-type: none"> - veldi með negatífum veldisvísium - tölur á staðalformi - óræðar tölur, ferningsrætur - prósentustig - meira en 100 prósent 	Persónuleg fjármál <ul style="list-style-type: none"> - laun, fjárhagsáætlun og bókhald - virðisaukaskattur - lán og sparnaður - debetkort og kreditkort - virðisbreyting
Kafli 2	Rúmfræði <ul style="list-style-type: none"> - punktur, lína, horn - hefðbundnar rúmfræðiteikningar, með hringfara og reglustiku - rúmfræðilegir staðir - mælingar og útreikningar á stærð horna - hnitakerfið - samhverfa í hnitakerfinu og utan þess 	Föll <ul style="list-style-type: none"> - hugtökin fall og breyta - mismunandi framsetningar falla (töflur, gröf, formúlur, texti, $f(x)$) - línuleg föll, hallatala og fasti - topp- og botnpunktar (hæsta og lægsta gildi) - föll og gröf sem stærðfræðilíkön 	Rúmfræði og hönnun <ul style="list-style-type: none"> - þríhyrningsútreikningar - Pýþagórasarreglan - einslögur - kort og mælikvarði - vinnuteikningar - fjarviddarteikningar - tækni, listir og arkitektúr - gullinsnið
Kafli 3	Almenn brot, tugabrot, prósent <ul style="list-style-type: none"> - hugareikningur og blaðreikningur - reikniáðgerðirnar fjórar með almennum brotum og tugabrotum - stærsti sameiginlegi þátturinn og minnsta sameiginlega margfeldið - breyta tölum, sem skrifaðar eru á forminu almenn brot, tugabrot eða prósentur, úr einu forminu í annað - samanburður á stærðum talna 	Mál og mælieiningar <ul style="list-style-type: none"> - námundun og markverðir tölustafir - hlutfallareikningur - tímaúteikningar - reikningur með samsettum einingum 	Algebra og jöfnur <ul style="list-style-type: none"> - línulegar jöfnur og línuleg jöfnuhneppi - formúlureikningur - bókstafareikningur - þáttun - ferningsreglurnar - ójöfnur
Kafli 4	Tölfræði <ul style="list-style-type: none"> - söfnun gagna og kynning niðurstaðna - gildi sem lýsa miðsækni og dreifingu 	Rúmfræði og útreikningar <ul style="list-style-type: none"> - flatarmál og ummál - rúmfræði hrings - fleiri rúmfræðilegir staðir - þrívíddarrúmfræði, eiginleikar og einkenni rúmfræðiforma 	Föll <ul style="list-style-type: none"> - annars stigs föll - öfugt hlutfall
Kafli 5	Algebra og jöfnur <ul style="list-style-type: none"> - talnamynstur, alhæfing - bókstafareikningur með og án sviga - línulegar jöfnur, uppsettar og óuppsettar 	Líkur og talningarfræði <ul style="list-style-type: none"> - Vennmynd, sammengi, sniðmengi og fyllimengi - líkindareikningur með talningu - krosstöflur og líkindatré - lögmál stórra talna - umraðanir, að draga hluti með eða án endurtekningar 	Líkur <ul style="list-style-type: none"> - frá reynslu til líkinda - tilraunir og hermitilraunir - samsettir atburðir - draga hluti með og án endurtekningar - andstæðir atburðir (fylliatburðir) - líkur í spilum

Tillaga að ársáætlun

Vika nr.	Kafli	Pema	Mat
34	1 Persónuleg fjármál	Laun, fjárhagsáætlun og bókhald	Forpróf fyrir kafla 1
35			
36		Lán og sparnaður	
37			
38		Gildisbreyting	
39		Bættu þig!	
40		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	E.t.v. kaflapróf 1
41	2 Rúmfræði og hönnun	Prírhyrningsútreikningar	Forpróf fyrir kafla 2
42	HAUSTFRÍ		
43		Prírhyrningsútreikningar	
44			
45		Landakort og mælikvarði	
46		Fjarviddarteikningar	
47		Tækni, listir og arkitektúr	
48			Miðsvetrarpróf
49		Bættu þig!	
50		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	E.t.v. kaflapróf
51		JÓLAFRÍ	
52	JÓLAFRÍ		
53	JÓLAFRÍ		
1	3 Algebra og jöfnur	Línulegar jöfnur og línuleg jöfnuhneppi	Forpróf fyrir kafla 3
2			
3		Bókstafareikningur	
4		Jöfnur leystar með þáttun. Ferningsreglurnar og ójöfnur	
5			
6		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	E.t.v. kaflapróf 3
7	4 Föll	Annars stigs jöfnur	Forpróf fyrir kafla 4
8	VETRARFRÍ		
9			
10		Öfugt hlutfall	
11			
12	PÁSKAFRÍ		
13		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	E.t.v. kaflapróf 4
14	5 Líkindareikningur		Vorpróf í 10. bekk
15		Frá reynslu til líkinda	Forpróf fyrir kafla 5
16			
17		Samsettar líkur, fleiri en einn atburður	
18		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	E.t.v. kaflapróf 5
19	Æfing og upprifjun	Æfingaverkefni fyrir skriflegt próf úr Skala 3B Æfingahefti, kafla 6	
20		Talningarfræði	
21			

Persónuleg fjármál

Í þessum kafla er fjallað um efni sem tengist beint persónulegum fjárhag. Nemendur munu upplifa að sum atriði skipta máli fyrir þau nú þegar en önnur eiga ekki við fyrir en þau verða 18 ára eða flytja að heiman. En samt sem áður er það núna sem nemendur eru í grunnskóla og höfundar þessara námsbóka geta verið vissir um að ná til allra nemenda. Einnig má líta svo á að efni þessa kafla eigi einnig erindi til almennings.

Þessu efni er ætlað að styrkja þá hugsun að afla þarf fjár áður en hægt er að nota það, að nauðsynlegt sé að gera áætlun um fjármál sín og að mikilvægt sé að búa yfir þekkingu til að vera ekki hlunnfarinn eða taka ekki á sig kostnað að nauðsynjalausu. Mikilvæg undirmarkmið eru að allir eigi að skilja eigin launaútreikninga og að enginn verði þræll kreditkortsins. Miklu skiptir að nemendur læri að hugsanleg efnahagsleg vandamál þarf að leysa eins fljótt og verða má. Varast ber að halda vandanum leyndum en þá er hætt við að hann vaxi og verði erfiðari við að eiga.

Forþekking

Leggja má fyrir forþróf t.d. með því að leggja fyrir nemendur orðalistann í upphafi kaflans, til að draga fram hvaða færni nemendur hafa til að bera áður en vinna við kaflann hefst. Nota má niðurstöðurnar til að gera áætlun um námið í bekkjardeildinni (sjá almennan hluta bls. VII). Forþrófið sýnir þá forþekkingu sem nemendur búa yfir og getur skipt máli til að nemendur nái valdi á námsefni þessa kafla.

Fagleg tengsl

Í kaflanum er prósentuhugtakið notað á ýmsa vegu. Fjallað hefur verið um prósent í nokkrum köflum sem á undan eru komnir (í Skala 1A, 3. kafla og Skala 2A, 1. kafla). Nú fá nemendur tækifæri til að nota prósentureikning og notkun breytibáttar mun öðlast áberandi sess sem lausnaaðferð. Nemendur munu þurfa að reikna með skattprósentum, virðisaukaskatti, vöxtum, vaxta-vöxtum og stærðum sem gefnar eru upp í prósentum. Námsmarkmið í stærðfræði og samfélagsgreinum skarast en það opnar fyrir samþættingu námsgreina. Hæfnimarkmið samfélagsgreina við lok 10. bekkjar, er tengjast efni kafla 1 eru:



Persónuleg fjármál

Blaðsíða 6–7

að nemandi geti tekið ábyrga afstöðu í eigin fjármálum og neyslu, verði gagnrýninn neytandi og geti sett sér markmið á grundvelli þekkingar á fjármálaumhverfi einstaklinga og samfélags og þeim tilboðum sem eru í boði.

Hagnýt notkun

Til að hafa stjórn á eigin efnahag er mikilvægt að hafa yfirlit yfir fjármál sín og skilja hvernig vextir, lán og skattur eru reiknuð. Að geta gert áætlun um eigin fjárhag, gert fjárhagsáætlun og skilið og fært eigið bókhald er mikilsverð þekking til að geta stjórnað svo vel sé eigin peninganotkun. Til að geta valið skynsamlega um mismunandi tegundir lána hljóta fjárhagsáætlun og sparnaður að vera góð tæki til að ráða við verkefni úr heimi hinna fullorðnu.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Að lesa samsetta stærðfræðitexta krefst þess að nemendur noti alla þætti textans. Kennari þarf að sýna nemendum hvernig fagtextar, teikningar, skýringarmyndir og sýnidæmi spila saman til að efla skilning þeirra.

Í kaflanum eru nemendur hvattir til að lesa og skilja ýmsar hliðar persónulegs fjárhags. Þeir læra um tekjuskatt og skattaafslátt og að lesa fjárhagsáætlanir og bókhald. Þeir lesa fullyrðingar sem þeir taka afstöðu til og þurfa að lesa sýnidæmi sér til skilnings. Kennari undirbýr lestur fagtexta og sýnidæma þannig að nemendur lesi með sérstök atriði í huga þegar þeir lesa textann. Gott er að nemendur lesi upphátt og ræði saman um textann.

Munnleg færni

Lögð er áhersla á munnlega færni með því að nota stærðfræðileg hugtök í samræðum kennara og nemenda um ný stærðfræðileg hugtök, fagtexta, sýnidæmi og verkefni. Nemendur eiga að taka afstöðu til fullyrðinga, þeir eiga að lýsa hvernig þeir reikna út laun og skatt, útskýra hvernig þeir gera fjárhagsáætlun og bókhald, hvernig vextir eru reiknaðir út og hvernig bæði neyslulán og stærri lán eru meðhöndluð. Nemendur eiga að orða eigin hugsanir og nota faglegt orðfæri og hugtök í eigin útskýringum. Kennari sér til þess að nemendur rökræði um efnið og spjalli saman.

Stafræn færni

Í þessum kafla er stöðugt notuð stafræn færni til að gera verkefni sjáanleg, leysa vandamál eða kynna lausnir. Töflureiknir er notaður til að setja fjárhagsáætlun og bókhald skipulega fram. Hann er notaður til að reikna út fjölda vaxtadaga og skuld vegna lítilla neyslulána og hærri lána með jöfnum afborgunum.

Skrifleg færni

Nemendur þróa með sér skriflega færni með því að orða uppgötvanir sínar og skiptast á upplýsingum um mismunandi aðferðir og lausnleiðir, bæði hverjir við aðra og í bekkjardeildinni í heild. Töflureikni má nota sem hjálpartæki til að gera greinargóða fjárhagsáætlun og bókhald og reikna út vexti af neytendalánum, lánum með jöfnum afborgunum og við gildisbreytingu yfir ákveðið tímabil. Sýnidæmin sýna hvernig nemendur geta sjálfir skræð mismunandi lausnir.

Reikningsfærni

Reikningsfærni nemenda og talna-skilningur þróast í þá átt að þeir geta reiknað með prósentum. Nemendur eiga að greina vandamál í tengslum við prósentureikning og tímaútreikninga. Þeir eiga að geta metið hvort lán eru dýr eða ódýr. Þeir eiga að nota töflureikni sem hjálpartæki þar sem það hentar.

Faglegt innihald

- Laun, fjárhagsáætlun og bókhald
- Lán og sparnaður
- Virðisbreyting

Ábendingar

Stærðfræðiorð

Nemendur ræða saman um stærðfræðiorðin. Þeir finna þýðingu þeirra orða sem þeir þekkja ekki nú þegar. Þeir geta búið til hugarkort yfir einstök hugtök og bekkjardeildin gerir tillögur um orð sem tengjast þeim. Rétt er að vista það til notkunar síðar í kaflanum þegar viðkomandi orð er á dagskrá. Kennari fylgist með þeim nemendum sem misskilja einstök hugtök. Nemendur geta notað verkefnablað 3.1.1 *Hugtök* og skráð þar skýringar á stærðfræðiorðunum.

Rannsóknarverkefni

Tilgangurinn með verkefninu á bls. 7 er að hugleiða hversu nákvæmt orðalag er mikilvægt fyrir túlkun á stærðfræðilegum tengslum - og öfugt: hvernig ónákvæmt orðalag gefur tækifæri til mismunandi túlkunar sem hver fyrir sig getur verið jafn réttmæt. Einhverjir nemendur munu finna mismuninn á verðinu áður og verðinu nú og halda því fram að hjólið hafi lækkað meira í verði vegna þess að 100 000 kr. (lækkun á vélhjólínu) > 40 000 kr. (lækkun á tölvunni). Ef prósentu-

reikningur er hins vegar notaður má sjá að tölvan lækkar um 40% í verði en vélhjólíð um 25%. Í því ljósi er líklega rétt að segja að tölvan hafi lækkað meira. Kennari lætur nemendur nota svokallaða EHB-aðferð (einstaklingur-hópur-bekkjardeild), sjá lýsingu á aðferðinni í kafla 2, í undirkaflanum *Ábendingar/Hugarkort* á bls. 48 í þessari bók. Þá geta nemendur hugsað um verkefnið í sameiningu. Ekki er nauðsynlegt að úrskurða að einhver nemandi hafi svarað „rétt“ því svarið er háð því hvernig maður túlkar dæmið. Hins vegar geta nemendur metið hvernig setja skuli fram spurninguna til að sjónarmið þeirra verði „réttara“ en andstætt sjónarmið.

Tillaga:

- *Hvort er það tölvan eða vélhjólíð sem hefur fallið mest í verði í krónum?*
- *Hvort er það tölvan eða vélhjólíð sem hefur fallið hlutfallslega mest í verði?*

Einfaldari verkefni

Sjá kaflann hér á undan, *Rannsóknarverkefni*, þar sem sett eru fram öðruvísi orðaðar spurningar til nemenda.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur geta leitað að tilboðum í blöðum eða á netinu og borið saman hvar mestur afsláttur er veittur og bestu tilboðin, líkt og í dæminu á bls. 7.

Faglegt innihald

- Laun og skattur (tekjuskattur)
- Skattleysismörk

Laun, fjárhagsáætlun og bókhald

Blaðsíða 8–9

Æfingahefti

1.1, 1.2

1.9

1.17

Ábendingar

Nemendur skrifa niður atriðisorð sem segja til um hvað þeir kunna og hvað þeir eiga að læra, annaðhvort varðandi allan kaflann í heild eða aðeins fyrsta hluta kaflans. Á bls. 7 eru mörg mikilvæg stærðfræðiorð talin upp. Nemendur útskýra hver fyrir öðrum hvað þeir vita frá fyrri tíð um skatt, brúttólaun, nettólaun og skattstofn. Kennari bendir á þýðingu orðsins „brúttó“ sem merkir einingu fyrir frádrátt, og orðið „nettó“ sem merkir einingu eftir frádrátt. Í þessu sambandi þýðir orðið brúttólaun launin áður en lífeyrissjóður, stéttarfélagsgjald og tekjuskattur er dreginn frá. Nettólaunin eru launin þegar allir þessir frádráttarliðir hafa verið dregnir frá. Algengt er að stéttarfélagsgjald sé í kringum 1% af brúttólaunum. Sjá einnig undirkaflann *Ábendingar* með bls. 10 um skatta, skattþrep, skattþrósentu o.fl.

Til viðbótar við föst mánaðarlaun og tímalaun eru í sumum greinum greiddir svokallaðir bónusar. Bónus er greiddur í samræmi við árangur sem starfsmaður nær í vinnunni, t.d. hversu mikið sölumanni tekst að selja af tiltekinni vöru eða hversu miklu starfsmanni tekst að afkasta í frystihúsinu. Ekki er reiknað með atriðum sem þessum í kaflanum.

1.1

Nemendur hugsa, ræða saman, rökræða, reikna með slumpreikningi, reikna út og rökstyðja skoðanir sínar hver fyrir öðrum. Gott er að draga rökstuðning einhverra fram í bekkjardeildinni í heild. Allir krakkarnir þrír, A, B og C, hafa rétt fyrir sér. Kennari spyr nemendur:

- *Er um að ræða neyslu eða eyðslu? Í hvað hefðu krakkarnir geta notað peningana í stað þess sem þeir nefna í talblöðrunum?*

- *Hvað notið þið peningana ykkar? Eru einhverjir sem hefðu frekar viljað hafa sparað peningana til að kaupa sér eitthvað sem þá langar í?*

Kennari og nemendur finna fleiri dæmi um annan kostnaðarsaman óparfa og reikna með slumpreikningi hve mikið þeir kosta á ári.

1.2

Árið 2016 eru skattleysismörk 15 ára barna og yngri 180 000 kr. á ári, sjá um skattleysismörk o.fl. í undirkaflanum *Ábendingar* með bls. 10. Þessi mörk geta að sjálfsgöðu breyst. Upplýsingar um þetta má fá hjá *skattur.is*. Hafa nemendur viðbótavinnu eða sumarvinnu? Hafa þeir reynslu af áhrifum af skattleysismörkum.

1.3

Hve margar klukkustundir vinnur Helena á ári? Skattleysismörkin eru 180 000 kr. á ári. Nemendur finna hæstu mögulegu tímalaunin án þess að Helena borgi skatt. Nemendur geta unnið verkefnið *Sumarvinnan mín* í kaflanum *Erfiðari verkefni - Ýmis verkefni* hér á eftir.

Grundvallarfærni

Lestarfærni / Munnleg færni

Nemendur lesa námsmarkmiðin og merkja við tvö stærðfræðiorð sem þeir eru allveg vissir um að þekkja og skilja. Þeir útskýra orðin fyrir bekkjarfélaga sínum. Nemendurnir ræða saman um hvort þeir eru sammála um merkingu orðanna. Þar næst finna þeir stærðfræðiorð sem þeir eru óvissir um hvað merki. Þeir spyrja bekkjarfélaga hvort hann geti útskýrt orðið eða hvort hann geti fundið merkingu þess á annan hátt. Á opnunni æfast nemendur í að lesa, ræða saman, færa rök fyrir skoðun

sinni og gera útreikninga um neyslu og laun.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir og ræða saman um verkefni og hugtök.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Sumarvinnan mín

Nemendur gera áætlun um sumarvinnu næsta sumar. Þetta þarf að vera vinna sem kemur til greina fyrir fólk á þessum aldri. Nemendur finna út um það bil hvað þeir geta búist við að tímalaunin þeirra verði. Þeir gera áætlun um hve mikið þeir ætla að vinna og finna hvað þeir munu vinna sér inn samtals. Þeir setja fram skýra og greinargóða útreikninga sem sýna hvort þeir fara yfir skattleysismörkin eður ei.

Kennari spyr nemendur:

- *Hve mikið getið þið unnið án þess að fara yfir skattleysismörkin? Ef þið gætuð dreift vinnunni yfir árið í stað þess að vera með sumarvinnu - hve marga klukkutíma á viku getið þið þá unnið án þess að fara yfir skattleysismörkin?*

Faglegt innihald

- Laun og skattur
- Skattframtal

Æfingahefti

1.3, 1.4

1.10

1.18

Blaðsíða 10–11

Ábendingar

Kennari upplýsir nemendur um þá skyldu manna, 18 ára og eldri, að skila árlega skattskýrslu til yfirvalda, þ.e. telja fram tekjur síðasta árs til skatts. Með tekjum er átt við laun, hlunnindi, fjármagnstekjur, bætur og styrki (nokkrar tegundir styrkja og bóta eru reyndar undanþegnar skatti). Embætti ríkisskattstjóra reiknar út skatta fólks út frá skattaskýrslu hvers og eins. Skattar eru sá hluti af tekjum manna sem þeir borga til ríkis og sveitarfélaga og eru notaðir til að greiða ýmsa opinbera þjónustu sem þau veita íbúnum til dæmis á sviði heilsu-gæslu, menntunar og samgangna. Þess vegna skiptir miklu máli fyrir velferð þegnanna að allir greiði skatta til þjóðfélagsins eins og lög gera ráð fyrir. Á skattaskýrslunum á að telja fram eignir og skuldir, tekjur og ýmsan kostnað sem skiptir máli þegar skattar manna eru reiknaðir út. Menn eiga því að greiða mismikið í hinn sameiginlega sjóð landsmanna, allt eftir efnum og ástæðum.

Sjá einnig undirkaflann *Ábendingar* með bls. 8 hér á undan um skattstofn, brúttólaun, nettólaun o.fl. Árið 2016 giltu eftirfarandi skattþrep, viðmiðunartekjur á mánuði og staðgreiðsluprósentur:

1. þrep	0-336 035 kr.	37,13%
2. þrep	336 036-836 990 kr.	38,35%
3. þrep	Yfir 836 990 kr.	46,25%

Persónuafsláttur (kr. 51.290 árið 2016) er sú upphæð sem dregin er frá útreiknuðum skatti. Skattleysismörk er sú upphæð sem menn geta haft í tekjur á mánuði án þess að borga skatt. Allir greiða iðgjald í lífeyrissjóð sem var 4% af launum árið 2016. Miðað við 37,13% staðgreiðsluprósentu voru skattleysismörkin árið 2016 kr. 145.659 (145.659 – 5826 (4% lífeyrisiðgjald)

= 139.833 kr. og $139.833 \cdot 0,3713 = 51\,920$ kr. sem nemur einmitt persónuafslættinum.

Ýmsar aðstæður fólks geta komið til lækkunar eða frádráttar á skattstofni, t.d. veikindi eða fötlun, ungmenni í námi, þung framfærsluskýlda, eignatjón eða aðrir frádráttarliðir. Þess vegna er hlutfall þeirra tekna sem fólk greiðir í skatt gjarnan lægra en nemur staðgreiðsluprósentunum.

Sýnidæmi 1

Sýnidæmi 1 sýnir útreikninga á nettólaunum út frá brúttólaunum, iðgjaldi í lífeyrissjóð, stéttarfélagsgjaldi, skatti og persónuafslætti. Útreikningarnir gefa yfirlit yfir hvernig tölurnar eru fengnar. Útskýra þarf fyrir nemendum muninn á þeim upphæðum sem lífeyrissjóðsiðgjald, stéttarfélagsgjald og skattur eru dregin frá. Mikilvægt er að nemendur átti sig á hvernig skattstofn er fundinn.

1.4

Í þessu dæmi þurfa nemendur ekki að finna skattstofninn þar sem hann er gefinn. Þeir þurfa hins vegar að átta sig á að Bjartur greiðir 37,13% í skatt sem persónuafslátturinn er síðan dreginn frá, útreikningur á skatti Rögnu er í tveimur þrepum (hún greiðir 38,35% af þeim launum sem eru umfram 336.035 kr.) og útreikningur á skatti Júlíu í þremur þrepum (hún greiðir líka 46,25% af þeim launum sem eru umfram 836.990 kr.)

1.5

Allir borga 4% iðgjald í lífeyrissjóð af brúttólaunum sem er dregið frá til að finna skattstofninn. Laun Páls sýna að hann er í neðsta skattþrepi.

1.6

Laun Nönnu samsvara nákvæmlega skattleysismörkum. Nanna borgar því 0 kr. í skatt.

1.7

Ef til vill þarf að minna einhverja nemendur á að draga lífeyrissjóðsiðgjald frá launinum til að finna skattstofninn sem skatturinn var reiknaður af.

Grundvallarfærni

Nemendur fá hér þjálfun í að finna skattstofn og reikna skatta út frá skattþrepunum þremur. Mörg fagorð koma hér fyrir sem nauðsynlegt er að nemendur kunni skil á. Gott er að nemendur ræði um stærðfræðiorðin sem kynnt eru til sögunnar og gagnlegt er fyrir þá að lesa fagtextann í sameiningu þannig að þeir geti rætt saman um það sem óljóst kann að vera. Nota má sýnidæmi 1 sem útgangspunkt til að æfa nemendur í að skrá skýrt og skilmerkilega útreikninga á launum og frádráttarliðum (t.d. iðgjald í lífeyrissjóð), skattstofni og stéttarfélagsgjaldi. Nemendur verða einnig að átta sig á hvers vegna persónuafslátturinn er dreginn frá útreiknuðum skatti.

Einfaldari verkefni

Nemendur einbeita sér að því að skilja tengslin milli brúttólauna, skattstofns og nettólauna og æfa sig í útreikningum þessu að lútandi.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Séreignasparnaður og íbúðarkaup

Hér á landi er ekki um neina sérstaka sparnaðarreikninga fyrir íbúðakaup að ræða en samkvæmt lögum um lífeyrissparnað, sem gilda nú (árið 2016) getur fólk nýtt séreignasparnað sinn, sem það hefur safnað frá 1. júlí 2014 til 1. júlí 2018, upp í húsnæðis kaup allt fram til 1. júlí 2019. Að öðrum kosti þarf fólk að vera orðið 60 ára til að geta tekið séreignasparnað sinn út.

Nemendur geta notað netið til að finna upplýsingar og reglur um séreignasparnað og nýtingu hans til íbúðakaupa.

Faglegt innihald

- Útreikningar á launum og skatti
- Orlofslaun

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti

1.5

1.11

1.19

Blaðsíða 12–13

Ábendingar

Bls. 12

Orðadæmin á þessari blaðsíðu tengjast öll útreikningum á skattstofni, skatti og nettólaunum.

Bls. 13

Fagtextinn efst á blaðsíðunni fjallar um orlofslaun en þau eru að lágmarki 10,17% af öllum tekjum. Hafa verður í huga að orlofsprósantan getur verið mismunandi eftir kjarasamningum og starfsaldri, sjá t.d. dæmi 1.19 og 1.20.

Allir eiga rétt á orlofi (sumarfríi) og er lágmarksorlof 24 dagar á ári. Orlofsréttur manna er mismunandi, bæði eftir því hvort menn vinna hjá ríki og sveitarfélögum eða á almennum markaði; einnig er rétturinn mismunandi eftir aldri og starfsaldri. Nemendur geta leitað á netinu að upplýsingum þessu að lútandi.

Nemendur sem hafa sumarvinnu og hætta í henni í lok sumars eiga að fá orlofslaunin útborguð í maí árið eftir.

1.15–1.20

Öll þessi dæmi fjalla um útreikninga á orlofslaunum. Dæmin eru góð æfing í prósentureikningi. Sumum nemendum hentar ef til vill að vinna saman í pörum eða þriggja manna hópum. Kennari getur ákveðið að láta nemendur fyrst vinna einstaklingslega í 10–15 mínútur og finna eigin lausnaaðferð. Síðan kynna þeir aðferðir sínar hver fyrir öðrum í hópum. Dæmi um spurningar til nemenda:

- Notuðuð þið sömu eða mismunandi lausnaleyðir?
- Ef þið notuðuð mismunandi aðferðir – að hvaða leyti voru þær þá mismunandi?
- Hvaða lausnaleyðir finnst ykkur best að skilja?

- Hvaða lausnaleyðir finnst ykkur skilvirkastar? Komið ykkur saman um lausnaleyð til að kynna fyrir allri bekkjardeildinni.

Kennari velur einn hóp fyrir hvert dæmi sem kynnir lausnaleyð sína fyrir öllum nemendahópnum. Aðrir hópar geta gert athugasemdir ef þeir telja aðra lausnaleyð betri.

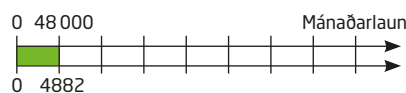
Grundvallarfærni

Lestarfærni / Munnleg færni

Það krefst þjálfunar að lesa í hverju hvert verkefni felst. Mörg hugtök eru hér notuð sem ef til vill eru framtandi einhverjum nemendum: nettólaun, brúttólaun, útborguð laun, skattstofn, stéttarfélagsgjald, iðgjald í lífeyrissjóð o.fl. Gagnlegt getur verið fyrir nemendur að ræða saman um þessi hugtök og gera yfirlit yfir tengsl þeirra.

Einfaldari verkefni

Ef nemendum er skipað í hópa og hópmeðlimir eru svipaðir að getu hefur kennari meiri tíma til að aðstoða nemendur sem þurfa mest á hjálp að halda. Fyrir einhverja nemendur getur skýringarmynd eða tvöföld talnalína verið til gagns í tilteknum verkefnum. Í dæmi 1.16 getur t.d. þessi mynd hjálpað:



Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Upplýsingar um reglur sem varða orlof og orlofslaun

Nemendur geta safnað saman af netinu upplýsingum um mismunandi reglur um hlutfall orlofslauna og hversu marga orlofsdaga fólk á rétt á en um það gilda mismunandi reglur eftir því hvort fólk vinnur hjá hinu

opinbera eða á almennum markaði, einnig eftir aldri fólks og starfstíma í ákveðinni starfsgrein eða hjá sama atvinnurekanda. Gott er ef nemendur geta sett þessar upplýsingar fram á veggspjaldi, t.d. í töfluformi.

Veggspjald um laun í ýmsum starfsgreinum

Nemendur velja sér starfsgreinar sem þeir hafa áhuga á að mennta sig fyrir. Þeir nota netið og finna byrjunarlaun í viðkomandi starfsgrein. Bekkjardeildin útbýr veggspjald með yfirliti yfir byrjunarlaun í starfsgreinum sem nemendur völdu. Þeir reikna út brúttólaun á mánuði, 4% iðgjald í lífeyrissjóð, skattstofninn, skattinn, stéttarfélagsgjald og loks nettólaun. Þeir geta notað töflureikni ef þeir vilja.

Byrjunarlaun í ýmsum starfsgreinum			
	Brúttólaun á ári	Brúttólaun á mánuði	Nettólaun á mánuði
Starfsgrein			
Kennari			

Faglegt innihald

- Persónuleg fjárhagsáætlun

Búnaður

- Tölva með töflureikni
- Verkefnablað 3.1.2

Æfingahefti

- 1.6
- 1.12, 1.13
- 1.20, 1.21

Blaðsíða 14–15

Ábendingar

Sýnidæmi 2

Hér er gott yfirlit yfir einfalda fjárhagsáætlun. Tekjur og gjöld eru skráð hvor um sig og þess þarf að gæta að jafnvægi sé milli þeirra, þ.e.a.s. að tekjur og gjöld séu jafn há.

Sýnidæmi 3

Hér er sýnt hvernig setja má upp persónulega fjárhagsáætlun, sjá *Erfiðari verkefni - Ýmis verkefni* hér á eftir þar sem nemendur búa til sína eigin raunverulegu fjárhagsáætlun miðað við hugsanlega framtíð.

1.21

Þetta er opið verkefni sem nemendur geta unnið saman í þorum.

1.22

Nota má verkefnablað 3.1.2 með töflu frá Hagstofu Íslands yfir meðalneyslu og meðalstærð heimila.

1.23

Nemendur setja saman pizzuveislu með aðkeyptum pizzum. Hér geta þau látið hugann reika og tekið svo ákvörðun um hvort aðeins verði boðið upp á pizzur eða eitthvað fleira sem ungligum líkar við.

Til dæmis mætti nefna við þau að setja inn brauðstangir, hvítlauksbrauð, mexíkanska ostaídyfu, snakk, ídyfu, eftirrétti, gosdrykki, ávaxta-safa, vatn.

Hversu mikið vilja nemendur borga af sínum peningum til að halda veislu?

Hvað er nauðsynlegt, hvað er ónauðsynlegt?

Hér má einnig setja nemendum hömlur varðandi hversu háa fjárhæð hver nemandi má leggja í veisluna.

1.23–1.25

Þessi verkefni krefjast nákvæms lestrar og að nemendur setji upp

greinargóða fjárhagsáætlun. Nemendur skrá tekjuhliðina og útgjalda-hliðina hvora fyrir sig.

Nemendur þurfa að gera sér grein fyrir að fjárhagsáætlun verður að vera í jafnvægi þ.e.a.s. summa tekna þarf að vera jafn há og summa útgjalda. Ekki er víst að svo sé raunin í upphafi. Ef fjárhagsáætlun er með tapi þarf að bæta við tekjuhliðina, til dæmis má bæta við láni. Ef hagnaður er í fjárhagsáætluninni má bæta við liðum gjaldamegin, til dæmis má stofna sjóð eða leggja peninga í sparnað.

Grundvallarfærni

Stafræn færni / Skrifleg færni

Stafræn færni nýttist og þróast þegar nemendur eiga að nota töflureikni sem hjálpartæki til að setja upp greinargóða fjárhagsáætlun og leggja saman tekjur og gjöld. Þegar fjárhagsáætlun er gerð er mikilvægt að skráningin sé skýr og skilmerkileg. Nemendur fá hér æfingu í að flokka tekjur og gjöld og sjá til þess í útreikningunum að dálkarnir tveir, tekjur og gjöld, verði jafn háir.

Einfaldari verkefni

Nemendur geta unnið saman tveir og tveir við að leysa þessi verkefni með því að nota töflureikni. Nemendur ræða saman um hvað þeir þurfa og hvað hlutirnir kosta.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur gera eigin fjárhagsáætlun

- *Hve mikilla tekna aflar þú og hve mikla peninga notar þú á mánuði?*

Nemendur leggja höfuðið í bleyti og finna hve mikla peninga þeir nota á mánuði. Þeir reikna út með slump-reikningi hve mikið þeir nota í mat, fatnað, skó, líkamsrækt, samgöngur,

síma o.s.frv. Ef nemandi hefur engar tekjur getur hann reiknað út hve miklar tekjur hann þarf að hafa til að standa undir neyslu sinni. Hann gerir fjárhagsáætlun sem er í jafnvægi.

Ef nemendur hafa sumarstarf má dreifa þeim tekjum á tólf mánuði ársins.

Gera fjárhagsáætlun fyrir framtíðina

Nemendur hugsa sér að þeir eigi að flytja í leiguhúsnæði áður en þeir fara í háskólanám. Þeir skoða heimasíðu Lánasjóðs íslenskra námsmanna (LÍN) og finna út hve mikið þeir fengju í lán og jafnvel í styrk. Þurfa nemendur meiri tekjur en þeir fá hjá LÍN? Nemendur gera raunhæfa og skýra fjárhagsáætlun fyrir einn mánuð.

Nemendur gera upp herbergið sitt

Nemendur hugsa sér að þeir ætli að gera upp herbergið sitt. Þeir finna verð á málningu, gólfefni, glugga-tjöldum o.s.frv. Þeir gera fjárhagsáætlun í jafnvægi þar sem fram kemur hve mikið þeir þurfa að vinna til að hafa ráð á að gera upp herbergið. Ef nemendur eru í vinnu með skólanum geta þeir stuðst við launin sem þeir fá í raun. Ef ekki geta þeir hugsað sem svo að þeir hafi 1200 kr. á tímann.

Fjárhagsáætlun eigin fjölskyldu

Nemendur gera fjárhagsáætlun fyrir sína eigin fjölskyldu. Þetta er því hentugt heimavinnuverkefni sem nemendur vinna með aðstoð foreldra sína.

Kennari þarf að meta hvort rétt sé að nemendur beri saman áætlanir sínar en það kann að vera viðkvæmt fyrir einhverja.

Faglegt innihald

- Bókhald einstaklinga

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti

1.7

1.14

1.22

Blaðsíða 16–17

Ábendingar

Hér er sýnt bókhald með dálkum einungis fyrir tekjur og gjöld. Í bókhaldi einstaklinga er það nægjanlegt en tæknilega er slíkt bókhald mjög einfalt. Í stærra bókhaldi er venjan að skipta því í mismunandi reikninga með debet- og kredithlið. Allar færslur eru þá færðar hvorum megin. Dæmi: Nemendafélag kaupir samlökugrill. Verð þess er fært kreditmegin á bankareikningnum vegna þess að inneign bankareikningsins minnkar en hins vegar er grillið fært debetmegin á eignareikningnum vegna þess að eign félagsins eykst. Í bókhaldi hefur hver debetfærsla samsvarandi kreditfærslu á öðrum reikningi.

1.26

Gott er að nota töflureikni við þetta verkefni.

1.27

Gott er að nota töflureikni við þetta verkefni, sjá dæmið úr töflureikni efst á blaðsíðunni. Bæta þarf við dálkum fyrir dagsetningar, texta, tekjur og gjöld.

1.28

Í b-lið eiga nemendur að kynna bókhald sitt fyrir bekkjarfélaga. Munnlegar kynningar auka við ávinning nemenda af náminu þar sem þeir fá tækifæri til að nota þekkingu sína og túlka hana með eigin orðum.

Ýmis verkefni bls. 17 -

Að skipuleggja morgunverð

Samþætting stærðfræði og heimilisfræði stuðlar að því að morgunverðurinn verði hollur og næringaríkur. Ef mjög margir nemendur eru í þessum árgangi má skipuleggja morgunverðinn fyrir aðeins eina

bekkjardeild. Ef langt er að sækja í matvöruverslun má finna upplýsingar um verð á netinu.

Grundvallarfærni

Stafræn færni / Munnleg færni

Hér nýtist stafræn færni og nemendur þróa hana með sér þegar þeir nota töflureikni sem hjálpartæki við að setja upp greinargott bókhald yfir tekjur og gjöld yfir ákveðið tímabil. Ef nemandi kynnir og útskýrir munnlega hvernig hann fann lausn á ákveðnu viðfangsefni gerir það að verkum að hann lærir viðkomandi námsþætti betur og á auðveldar með að leggja þá á minnið. Þessi vinnubrögð má gjarnan nota oftari til að auka ávinning nemenda af námi og kennslu.

Einfaldari verkefni

Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir að lausn þessara verkefna og noti til þess töflureikni. Annar nemandinn getur lesið upp gjaldaliðina og tekjurnar en hinn skráir hvort tveggja í töflureikninn. Í næsta verkefni skipta nemendur um hlutverk. Nemendur geta síðan kynnt bókhaldið fyrir öðru nemendapari.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Bókhald nemenda

Nemendur leggja höfuðið í bleyti og finna út hve mikla peninga þeir eiga, í hvað þeir hafa notað þá í liðinni viku eða jafnvel á síðasta mánuði. Reikna skal með peningum, sem þeir hafa unnið sér inn eða fengið á annan hátt (vikulaun, vasapeningar, gjöf o.fl.) á viðkomandi tímabili, og útgjöldum í mat, drykk, fatnað, skó, líkamsrækt, samgöngur, síma o.s.frv. Þetta verkefni gerir ráð fyrir að nemendur haldi til haga öllum kvittunum sem þeir fá í viðkomandi viku og færi síðan bókhald í lok vikunnar.

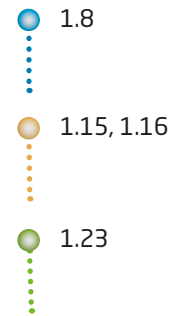
Faglegt innihald

- Virðisaukaskattur

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti



Blaðsíða 18–19

Ábendingar

Virðisaukaskattur (vsk.) skilar miklum tekjum í ríkissjóð. Virðisaukaskattur er stundum kallaður „vaskur“ til styttingar og það orð er gjarnan notað í daglegu tali. Því þurfa nemendur að þekkja bæði hugtökin. Virðisaukaskattur er lagður ofan á verð vöru og þjónustu og er hér á landi (árið 2016) í tveimur þrepum; annars vegar hinn almenni vaskur, 24%, og hins vegar 11% sem lagður er á matvæli, bækur, blöð, hótélherbergi o.fl.

Nemendur geta leitað sér viðbótarupplýsinga á netinu af hvaða vörum og þjónustu er greiddur annars vegar 24% vaskur og hins vegar 11% vaskur.

Sýnidæmi 4

Í tillögu að lausn 1 er notaður breytipátturinn 1,24 til að reikna út nýja verðið. Þessi aðferð felur því í sér að nýja verðið finnst „með einu skrefi“ ef svo mætti segja.

Í tillögu að lausn 2 eru fundin 24% af verðinu og þeirri upphæð síðan bætt við gamla verðið. Hér þarf því „tvö skref“ til að finna lausnina. Ef til vill skilja sumir nemendur betur útreikningana í tillögu 2 en eftirsóknarvert er að allir nemendur ná valdi á að nota breytipætti í prósentureikningi.

Sýnidæmi 5

Í tillögu að lausn 1 er gert ráð fyrir að nemendur læri utan að hlutfallið 19,35% til að geta án mikilla útreikninga fundið hver 24% virðisaukaskattur er í krónum af vöruverði. Ef nemendur þekkja þetta hlutfall þurfa þeir ekki að framkvæma útreikningana í tillögu að lausn 2 sem eru allmiklu flóknari. Þar er gamla verðið óþekkt stærðin sem finna þarf fyrst og hún síðan dregin

frá nýja verðinu. Mismunurinn sýnir virðisaukaskattinn í krónum.

1.30

Í þessu dæmi þurfa nemendur annað hvort að nota aðferðina sem sýnd er í sýnidæmi 5 á bls. 18, tillögu að lausn 2, eða að þekkja hlutfallið 9,91% sem gefur virðisaukaskatt í krónum af vöru sem ber 11% virðisaukaskatt. Síðarnefnda aðferðin krefst miklu minni útreikninga en fyrrnefnda aðferðin. Gott er að kunna hlutfallið 9,91% utan að.

1.31

Hér auðveldar það nemendum útreikningana ef þeir nota annars vegar hlutfallið 19,35% til að finna 24% vaskinn og hins vegar hlutfallið 9,91% til að finna 11% vaskinn. Síðan finna þeir mismuninn á þessum upphæðum sem nemur því sem afgreiðslumaðurinn endurgreiddi.

1.34

Nemendur prófa sig áfram við að leysa a-lið verkefnisins því ekki er um að ræða neina ákveðna reikningsaðferð. Þeir geta notað töflureikni, einnig í a-liðnum.

Grundvallarfærni

Munnleg færni / Skrifleg færni

Margar aðferðir eru til í prósentureikningi. Gott er að nemendur útskýri hver fyrir öðrum hvernig þeir reikna út verð þar sem vaskur er innifalinn og þar sem verð er án vasks. Í sýnidæmunum má sjá skriflegar reikningsaðferðir sem nemendur geta notað.

Einfaldari verkefni

Gott er að nemendur fái fleiri dæmi með einföldum tölum til að finna virðisaukaskatt í krónum af vöruverði sem gefið er upp með vsk. Fyrir nemendur sem eiga erfitt með dæmi sem þessi þarf kennari að meta hvora aðferðina í tillögum 1 og tillögum 2 í sýnidæmum 4 og 5 nemendur skilja betur. Samt sem áður skal hér bent á að tillaga 1 krefst minni útreikninga, en ef sú aðferð er notuð þarf að tryggja að nemendur skilji aðferðina.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Skoða virðisaukaskatt á kvittunum

Nemendur safna saman alls kyns kvittunum úr fataverslunum, matvöruverslunum, strætó, kvikmyndahúsum, veitingastöðum o.s.frv. Þeir skoða hvaða virðisaukaskattur er á þessum mismunandi vörum eða þjónustu, gera yfirlit yfir niðurstöðurnar, skrá þær á veggspjald og hengja upp í kennslustofunni.

Vörur/ þjónusta með 24% vsk.	Vörur/ þjónusta með 11% vsk.
föt málning hjól	bækur brauð bleiur

Faglegt innihald

- Sparnaður
- Útreikningur vaxta af bankainnistæðu

Lán og sparnaður

Blaðsíða 20–21

Æfingahefti



Ábendingar

Nemendur skrá hjá sér hvaða orð þeir kunna og hvað þeir eiga að læra í þessum öðrum hluta kaflans. Í námsmarkmiðunum eru mörg mikilvæg stærðfræðiorð að finna. Nemendur útskýra hver fyrir öðrum það sem þeir vita frá fyrri tíð um vexti, vaxtadaga, kreditkort og mismunandi tegundir lána (einkum lán með jöfnum afborgunum).

Bls. 20

Bankarnir taka peninga að láni frá fólki og lána fólki peninga. Ef allir þeir sem eiga peninga í banka kæmu á sama tíma til að taka peningana sína út úr bankanum færi illa vegna þess að stór hluti peninganna hefur verið lánaður til annarra. Þá getur bankinn orðið gjaldþrota. Þess vegna er mikilvægt fyrir banka að njóta trausts innistæðueigenda.

Stýrivextir eru þeir vextir sem Seðlabanki Íslands ákveður og lagðir eru á lán Seðlabankans til banka. Síðan lána bankarnir lántakendum aftur peninga og taka þá hærrí vexti (útlánsvexti) en þeir greiða til Seðlabankans. Því er það svo að ef stýrivextir hækka þá hækka einnig útlánsvextir bankanna - og öfugt. Með stýrivöxtum má hafa áhrif á verðbólgu, gengi íslensku krónunnar (hærrí stýrivextir draga úr verðbólgu og hækka gengi krónunnar) og þar með á hagvöxt í landinu.

Nemendur geta leitað á netinu að upplýsingum um núverandi stýrivexti Seðlabankans.

1.35

Kennari og nemendur ræða saman. *Hvað finnst nemendum sjálfum um sparnað? Eru þeir með einhvern sparnað? Ef svo er - hvaða sparnað (á bankareikningi, í sjóði eða*

hlutabréfum)? Ef sparað er með því að leggja peninga í sjóð dreifir það áhættunni. Af hlutabréfum má ef til vill fá meiri hagnað en þeim fylgir líka meiri áhætta.

Sýnidæmi 6

Í tillögu að lausn 1 er reiknað með prósentuþætti (þ.e. margfaldað með prósentunni). Kennari biður nemendur að útskýra hvers vegna tillögunar tvær eru eiginlega eins þótt uppsetning þeirra gefi til kynna að þær séu ólíkar.

Sýnidæmi 7

Það getur verið krefjandi fyrir einhverja nemendur að sjá mismuninn á *prósentuþætti* og *breytiþætti*. Prósentuþátturinn er notaður þegar finna á prósentuhlutann og breytiþátturinn er notaður þegar finna skal gildið eftir breytinguna.

Breytiþátturinn má einnig nota í tengslum við vöru sem lækkar í verði. Þá verður breytiþátturinn minni en 1. Ef vöruverð lækkar um 12% á ári er breytiþátturinn 0,88.

Grundvallarfærni

Munnleg færni / Reikningsfærni

Ef nemendur eiga að orða eigin hugsanir um sparnað og lán krefst það nákvæms orðavals og nokkurra grundvallarhugtaka. Að taka afstöðu til fullyrðinga gerir það að verkum að nemendur þurfa að leggja mat á og íhuga ýmis orð og hugtök. Að reikna með vöxtum samsvarar því að reikna með prósentum. Kennari sýnir nemendum að svo sé og fylgist með því hvaða aðferðir þeir nota til að finna vextina. Nemendur setja hugsanir sínar fram með orðum, kynna aðferðir sínar og útskýra þær hver fyrir öðrum.

Einfaldari verkefni

Hér er einkum lögð áhersla á að nemendur geri sér grein fyrir að margar lausnaleyðir eru mögulegar. Flestir nemendur munu eftir því sem lengra líður velja þá lausnaleyð sem þeir skilja best eða finnst skynsamlegust. Ef nemandi finnst margar aðferðir rugla sig þarf kennari að hjálpa honum að velja þá aðferð sem hentar honum best. Kennari þarf að gæta þess að vera samkvæmur sjálfum sér í þessum efnum gagnvart viðkomandi nemandi.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Breytingar á stýrivöxtum

Sjá lýsingu á bls. 25 í kennarabók.

Faglegt innihald

- Breytiþáttur, vextir
- Vaxtadagar

Búnaður

- Tölva með töflureikni
- Verkefnablað 3.1.3

Æfingahefti



Blaðsíða 22–23

Ábendingar

Rétt er að kennari taki fróðleiks-reitinn efst á bls. 22 til ítarlegrar umfjöllunar.

1.36–1.41

Í þessum verkefnum eiga nemendur að finna m.a. vexti í krónum, heildar-inneign eftir að vöxtum hefur verið bætt við, inngreiðslu í bankann og ársvexti.

1.42

Nemendur kanna vexti í tveimur bönkum. Þeir finna banka sem býður háa vexti og annan sem býður lága vexti. Síðan reikna þeir út hve mikið þeir myndu hagnast á að velja bankann með hærri vextina.

Sýnidæmi 8

Hér er sýnd fljótleg og skilvirk notkun töflureiknis til að reikna út vaxtadaga. Töflureiknirinn reiknar út réttan fjölda daga án tillits til þess hver mánuðurinn er eða hvort um hlaupár er að ræða eður ei því hér á landi er reiknað með 30 dögum á mánuði, sama hver mánuðurinn er. Kennari útskýrir fyrir nemendum að þeir fá ekki vexti fyrir inngreiðsludaginn og heldur ekki fyrir daginn sem þeir taka peningana út (úttektardaginn). Texti þessu að lútandi er í tillögu að lausn.

1.43

Töflureiknirinn reiknar út fjölda vaxtadaga báðum megin við áramótin. Nemendur þurfa að hafa hugfast að vaxtaupphæð sem reiknast af inneigninni skal leggja við hana um áramót. Þess vegna þarf að skipta útreikningnum upp um 31.12. Útreikningurinn sýnir að

31. desember reiknast sem inngreiðsludagur fyrir nýtt vaxtaár til að vextir reiknist fyrir 1. janúar.

	A	B	C	D	E
1	Inngreiðsludagur	13.06.2015		Inngreiðsludagur	13.06.2015
2	Úttektardagur	28.12.2016		Úttektardagur	31.12.2015
3				Vaxtadagar	201
4				Inngreiðsludagur	31.12.2015
5				Úttektardagur	28.12.2016
6				Vaxtadagar	363
7					
8	Vaxtadagar	564			564

1.44

Hér er um að ræða opið verkefni án lausna. Nemendur nota töflureikni og finna fjölda vaxtadaga. Þeir ræða saman, bera saman lausnir sínar og athuga hvort svörin koma til greina.

Grundvallarfærni

Að lesa til að skilja um hvað verkefni fjallar og hvað spurt er um og til að skilja hugtökin krefst þjálfunar. Hér eru notuð hugtök sem geta verið nýmæli fyrir einhverja nemendur: breytiþáttur, ársvextir, vaxtatekjur, vaxtadagar, inngreiðsludagur, úttektardagur o.fl. Nemendur kunna að hafa gagn af því að ræða saman um þessi hugtök og gera yfirlit yfir þau og tengsl þeirra. Gott er að nemendur vinni saman í pörum eða litlum hópum að lausn verkefnanna. Þeir geta einnig leyst verkefni og skráð lausnirnar hver fyrir sig en jafnframt þurfa þeir að ræða saman um merkingu hugtakanna. Kennari gætir þess að nemendur skrifi greinargóðar skýringar við útreikninga sína. Nota má sýnidæmi 6, 7 og 8 sem fyrirmynd að skráningum með lýsingum á reikningsaðferðinni.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir og rökræða um verkefni. Þeir geta notað töflureikni til að finna fjölda vaxtadaga ef þeim finnst það betra.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Spjöldin í verkefnablöðum 3.1.3. má einnig nota í sérstökum vinnustöðvum í kennslustofunni og þá er gott að hafa aðgang að blaði með spilareglunum, sjá hér á eftir.

Tvö spil um breytiþætti

Spil 1: Minnisþætti

Spilið er fyrir tvo og tvo nemendur sem æfa sig í að tengja saman breytingu í prósentum og breytiþátt. Nota má verkefnablað 3.1.3 eða búa til eigin spjöld með slíkum tölum. Stokka á spjöldin og leggja þau á hvolf á borðið. Nemendur draga eitt spjald til skiptis og reyna að finna tvö spjöld sem passa saman og fá þannig slag. Sá vinnur sem á fleiri slagi þegar búið er að finna alla slagina.

Spil 2: Þrjár eða fjórir í röð

Þetta spil er afbrigði af spilinu hér á undan og er ætlað allri bekkjardeildinni. Hver nemandi býr til eigið spilaborð með 3 · 3 eða 4 · 4 reitum og skráir einhverja af eftirfarandi breytiþáttum í reitina: 0,78 - 0,52 - 0,92 - 0,16 - 0,84 - 0,1 - 0,9 - 0,48 - 0,08 - 0,22 - 1,05 - 1,95 - 1,92 - 1,78 - 1,08 - 1,48 - 1,16 - 1,1.

Kennari stokkar spjöldin með breytingum í prósentum af verkefnablaði 3.1.3 og dregur eitt spjald. Nemendur sem hafa samsvarandi breytiþátt á spilaborði sínu krossa yfir þann reit. Sá nemandi vinnur sem er fyrstur að fá 3 eða 4 í röð. Ef notaðir eru 3 · 3 reitir má halda spilinu áfram þar til einhver fær fullt hús (fyllir spilaborðið sitt).

Faglegt innihald

- Vextir eftir fjölda daga eða mánaða

Búnaður

- Teningar

Æfingahefti

1.26, 1.27

Blaðsíða 24–25

Ábendingar

Sýnidæmi 9 og 10

Hér eru sýndir stuttir og dæmigerðir útreikningar á vöxtum fyrir hluta úr ári. Útskýra þarf fyrir nemendum að fyrst reikna þeir út vexti á einu ári, síðan margfalda þeir með þeim hluta af árinu (almenna brotið) sem reikna á vextina fyrir. Í sýnidæmi 9 er almenna brotið $\frac{140}{360}$, þ.e. 140 dagar af 360 dögum. Í sýnidæmi 10 er brotið $\frac{7}{12}$, 7 af 12 mánuðum. Einnig má nota prósentubættina 0,035 í sýnidæmi 9 og 0,0375 í sýnidæmi 10 til að finna vextina í krónum.

Sýnidæmi 11

Sýnidæmið sýnir hvernig bankarnir gera upp vextina um áramót og leggja vaxtaupphæðina við höfuðstólinn. Það þýðir að ef peningar liggja í banka á tímabili sem nær yfir áramót þarf að reikna vaxtaupphæðina fyrir tímabilin tvö, fyrir og eftir áramót, hvort fyrir sig. Vaxtaupphæðin fyrir fyrri tímabilið er lögð við höfuðstólinn og myndar þannig nýjan höfuðstól frá 1. janúar. Það borgar sig þess vegna að eiga peninga í banka yfir tímabil sem nær yfir áramót.

1.45–1.46

Bláu verkefni þjálfar nemendur í að finna vaxtaupphæðina þegar peningarnir hafa legið í bankanum hluta úr ári ákveðinn fjölda daga eða mánaða. Nemendur geta þá notað vaxtaformúluna.

1.47–1.48

Gulu verkefni þjálfar nemendur í að breyta vaxtaformúlunni. Í verkefni 1.47 eiga nemendur að finna höfuðstólinn, H . Þeir breyta vaxtaformúlunni og finna að

$$H = \frac{v \cdot 100 \cdot 12}{p \cdot m}$$

Í verkefni 1.48 eiga nemendur að finna ársvextina, p . Nemendur geta breytt vaxtaformúlunni og fundið að

$$p = \left(\frac{v \cdot 100 \cdot 360}{H \cdot d} \right)$$

1.49–1.50

Grænu verkefni þjálfar nemendur í að reikna út vaxtaupphæð fyrir mismunandi tímabil og misháa höfuðstóla. Í þessum verkefnum er skynsamlegt að nota töflureikni til að reikna út fjölda vaxtadaga og vaxtaupphæðirnar fyrir hin mismunandi tímabil.

Grundvallarfærni

Skrifleg færni

Í þessum verkefnum eiga nemendur að finna fjölda vaxtadaga og reikna vextina. Nemendur lesa sýnidæmin þrjú og tillögur að lausnum. Þær sýna dæmigerða skriflega útreikninga sem nemendur geta notað þegar þeir ætla sjálfir að leysa verkefni.

Einfaldari verkefni

Nemendur ræða saman og rökræða um verkefni í þörum eða í litlum hópum. Þar næst finna nemendur lausnir á verkefnum hver fyrir sig. Kennari gætir þess að nemendur skrifi góðar útskýringar við útreikningana sem þeir gera. Nota má sýnidæmi 9, 10 og 11 sem fyrirmyndir að skráningu með útskýringum um aðferðina sem notuð er.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Upphæðin 100 000 kr. á að liggja á bankareikningi í sex mánuði með 3% ársvöxtum.

Afbrigði 1: Peningarnir eru lagðir inn 01.04. Afbrigði 2: Peningarnir eru lagðir inn 01.10.

- Hverju munar á höfuðstólunum í lokin? (6 kr.)

Höfuðstóllinn vex

Þetta er einfalt spil fyrir 2-3 leikmenn.

Búnaður handa hverjum hópi: teningur og tíu pappírsspjöld með tölunum 30, 45, 56, 73, 92, 128, 156, 187, 210 og 235. Allir leikmenn hafa sömu upphafs fjárhæð þann 01.01. árið sem um ræðir (t.d. 100 000 kr.). Spjöldin eru stokkuð vel og lögð á hvolf á borðið þannig að tölurnar sjáist ekki. Leikmaður dregur spjald sem gildir fyrir alla þátttakendur í viðkomandi umferð. Spjalðið sýnir fjölda vaxtadaga.

Nemendur vinna saman að því að finna nýju dagsetninguna miðað við þann fjölda vaxtadaga sem spjalðið sýnir. Hver leikmaður kastar teningi og fær vexti uppgefna:

Upp kemur talan 1 = 1,5%

Upp kemur talan 2 = 2,0%

Upp kemur talan 3 = 2,5%

Upp kemur talan 4 = 3,0%

Upp kemur talan 5 = 3,5%

Upp kemur talan 6 = 4,0%

Hver leikmaður finnur út hve mikið hann á inn í vöxtum eftir það tímabil sem liðið er. Síðan er leikurinn endurtekinn með nýju tímabili. Þeir þurfa að halda dagsetningunum til haga. Ef farið er yfir áramót þarf að skipta tímabilinu í tvo hluta og leggja vextina sem fást á fyrri tímabilinu við höfuðstólinn áður en seinna tímabilið er reiknað út. Gott er að ákveða fyrir fram hve margar umferðir á að spila (t.d. fimm umferðir). Sá vinnur sem hefur fengið mest í vaxtatekjur alls.

Faglegt innihald

- Vaxtavextir

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti

1.28

1.35, 1.36

1.44, 1.45

Blaðsíða 26–27

Ábendingar

Sýnidæmið sýnir að maður getur fengið vaxtavexti af peningum sem maður á í banka. Eftir hvert ár er hagnaðurinn eða vaxtaupphæðin sem maður fær lagður við upprunalegu inneignina. Maður fær vexti bæði af upprunalega sparnaðinum og á vextina sem maður fær eftir árið, svokallaða vaxtavexti. Þegar til lengri tíma er lítið þýðir það að sparnaðurinn vex hraðar eftir því sem árin líða. Vaxtavextir eru einnig notaðir þegar maður tekur lán. Lánið vex þegar vextirnir eru lagðir við. Næsta tímabil verða reiknaðir vextir af hinu nýja, hækkaða láni. Þá skal greiða vexti af vöxtunum sem búið er að leggja við „gamla“ lánið. Síðar í þessum kafla verður rætt um mismunandi tegundir lána.

Sýnidæmi 12

Sýndar eru tvær tillögur að lausn til að finna út hve mikið inneign vex þegar hún liggur á bankareikningi í nokkur ár á sömu ársvöxtum. Í raun og veru breytast vextir oft nokkrum sinnum á ári eftir efnahagsástandinu í samfélaginu hverju sinni. Þess vegna er flóknara að reikna út nákvæmlega hver höfuðstóllinn er við raunverulegar aðstæður.

1.52

Kennari bendir nemendum á að affarasælast er að nota tillögu að lausn 2 í sýnidæmi 12 til að leysa þetta dæmi. Kennari spyr nemendur: *Hvers vegna er óhagkvæmt að nota tillögu að lausn 1?*

1.57

Nemendur nota töflureikni til að skoða þetta dæmi. Þeir afrita formúlur og fylgjast með því hvenær höfuðstóllinn verður hærri en upphæðirnar sem gefnar eru.

1.58

Nemendur geta prófað sig áfram með því að nota töflureikni.

Grundvallarfærni

Kennari gerir nemendum ljóst að reikningur með vaxtavöxtum samsvarar því að reikna með fastri gildisaukningu í prósentum yfir ákveðið tímabil. Þessi verkefni krefjast nákvæms lesturs og túlkunar textans svo og notkunar formúlunnar í fróðleiksreitnum neðarlega á bls. 26, sem sýnir hvernig höfuðstóll með föstum ársvöxtum vex á nokkrum árum.

Einfaldari verkefni

Kennari hjálpar nemendum að búa til líkan í töflureikni. Slíkt líkan má nota sem hjálpartæki í prófum eða við aðrar aðstæður þegar mat fer fram. Hvort nemendur geta tekið með sér líkón í próf fer eftir því hvernig prófið er skipulagt í viðkomandi skóla en skrár með slíkum líkönnum má vista á aðgengilega síðu á vegum skólans eða á minniskubb. Skynsamlegt er að læsa hólfum sem ekki á að breyta og/ eða vista slíka skrá sem eyðublað (snið) í excel.

	A	B	C
1	Líkan til að reikna vaxtavexti og nýjan höfuðstól		
2	Skráðu tölur í hvítu hólfín:		
3	FORSENDUR		
4	Upphaflegur höfuðstóll:	0	
5	Ársvextir:	0	
6	Tímabil (ár):	0	
7			
8	TÖLUR ÚT		
9	Vaxtaupphæð:	=B10-B4	
10	Nýr höfuðstóll:	=B4*(1+B5)^B6	

	A	B	C
1	Líkan til að reikna vaxtavexti og nýjan höfuðstól		
2	Skráðu tölur í hvítu hólfín:		
3	FORSENDUR		
4	Upphaflegur höfuðstóll:	kr.	–
5	Ársvextir:		0%
6	Tímabil (ár):		0
7			
8	TÖLUR ÚT		
9	Vaxtaupphæð:	kr.	–
10	Nýr höfuðstóll:	kr.	–

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni

Rannsókn með töflureikni

Sumir nemendur fá vikulaun eða mánaðarlaun fyrir vinnu með skólanum. Ef þeir hefðu lagt öll vikulaunin sín fyrir á sparnaðarreikning í banka frá því að þau voru 15 ára þar til þau verða 18 ára - hversu mikið ættu þau þá í bankanum? Nemendur finna upplýsingar frá banka á netinu. Hversu mikill hefði munurinn orðið ef vextirnir hefðu verið aðeins hærri?

Sparnaðarreiknivél

Nemendur finna á netinu sparnaðar reiknivélur, jafnvel hjá sínum viðskiptabanka, og finna m.a. hve mikið mismunandi sparnaður sem lagður er í banka í upphafi hækkar miðað við mislangan sparnaðartíma og misháa vexti.

Faglegt innihald

- Debetkort og kreditkort

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti

1.29

1.37, 1.38

1.46, 1.47

Blaðsíða 28–29

Ábendingar

Bls. 28

Fagtextinn útskýrir mismuninn á debetkorti og kreditkorti. Kreditkort gera það mögulegt að bíða með að borga fyrir vöru eða þjónustu ef maður á peninga til að borga innan ákveðins frests. Ungt fólk sem hefur ekki reglulegar og fastar tekjur verður að nota kreditkort með mikilli varfærni. Margir semja við bankann um að mega skulda ákveðna upphæð á reikningi sínum í tiltekinn tíma. Slík lánsheimild kallast *yfirdráttur*. Ef yfirdráttarskulur er ekki greidd áður en fresturinn rennur út geta bætt við skuldina gjöld, vextir og annar kostnaður eftir ákveðnum reglum sem viðkomandi fjármálastofnun setur. Til dæmis eru algengir vextir af yfirdráttarskulur 13,5% ef hún er ekki greidd á réttum tíma en yfirdráttarvextir geta orðið allmiklu hærri en þessu nemur. Ef skuldarinn borgar ekki strax kostnaðinn sem hlýst af því að hann greiðir ekki skuldina þar með talinn kostnaður af því að innheimta hana (t.d. lögfræðikostnaður), getur viðkomandi banki dregið kostnaðinn af reikningi skuldarans. Skulur á kreditkorti getur því hækkað allmikið ef hún er ekki greidd innan greiðslufrestsins. Auk þess bíður lánstraust skuldarans hnekki sem getur valdið því að hann njóti ekki hagstæðra kjara síðar meir, til dæmis í tengslum við íbúðalán.

Sýnidæmi 13

Bent skal á að vaxtatímabilið er hér gefið upp í mánuðum. Það þýðir að vaxtaupphæðinni er bætt við skuldina og skuldarinn þarf að greiða vaxtavexti mánaðarlega. Þetta er mjög frábrugðið því sem greint er frá hér á undan þar sem vaxtatímabilið er eitt ár. Kennari og nemendur ræða saman um hvað felst í þeim upplýsingum að: „Vextirnir voru 1,6% á

mánuði.“ Tilgangurinn með þessu er að nemendur komist að raun um að lágar tölur geta fljótlega orðið stórar þegar vaxtavextir koma við sögu og vaxtatímabilið er stutt. Samt er ekki rétt að gera lítið úr þeim kostum sem kreditkort hafa fyrir þá sem hafa fjármál sín í lagi.

1.63

Hér getur verið gagnlegt að nota töflureikni.

Grundvallarfærni

Lestarfærni / Reikningsfærni

Í hversdagslífinu eru alls kyns tilboð til fólks um auðfengin lán og greiðslufresti. Að átta sig á hinum ólíku tilboðum og skilja afleiðingarnar af að taka þeim getur tengst bæði lestrarfærni og reikningsfærni. Slík færni skiptir miklu máli þegar einstaklingurinn stendur frammi fyrir ákveðnu vali sem getur haft alvarlegar afleiðingar fyrir hann.

Einfaldari verkefni

Nemendur, sem vinna saman tveir og tveir, geta lesið verkefnið upphátt hvor fyrir annan. Síðan hjálpast þeir að því að finna nauðsynlegar upplýsingar í textanum. Þeir geta t.d. spurt:

- *Hvað vitum við um inneignina eða upphæð skuldarinnar?*
- *Hvað vitum við um vextina? Er um ársvexti að ræða eða vexti á mánuði? Er gefinn greiðslufrestur?*
- *Hvað vitum við um gjöld?*
- *Um hvað er spurt í verkefninu?*

Þegar nemendur hafa unnið saman að því að skipuleggja verkefnið á þennan hátt setja þeir sér nokkurra mínútna frest til að leysa verkefnið hvor fyrir sig. Síðan útskýra þeir lausnaleyðina hvor fyrir öðrum og bera niðurstöðurnar saman.

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni

Kostir og gallar

Þetta er hópverkefni. Hóparnir setja upp töflu eins og sjá má hér fyrir neðan og finna rök sem eiga við hvern dálk. Þeir sýna öðrum töflurnar og bera þær saman. Hafa hóparnir fundið sömu rökin?

Reiðufé		Debetkort	
Kostir	Gallar	Kostir	Gallar

Reiðufé		Kreditkort	
Kostir	Gallar	Kostir	Gallar

Faglegt innihald

- Skuld á kreditkort
- Persónulegur fjárhagur

Búnaður

- Tölva með töflureikni
- Verkefnablað 3.1.4
- Verkefnablað 3.1.5
- Verkefnablað 3.1.6

Blaðsíða 30–31

Æfingahefti



Ábendingar

1.64

Hér má ræða kosti og galla debet- og kreditkorta. Flestar fullyrðingarnar eiga við rök að styðjast en ef til vill er nemandi D með lélegustu rökin um neyslu sem byggist á persónu viðkomandi og löngunum. Þegar verst lætur getur það leitt til meiri neyslu en viðkomandi hefur ráð á.

Ýmis verkefni á bls. 31 - Persónuleg fjármál

Þetta verkefni krefst 5 - 6 kennslustunda auk heimavinnu. Verkefnið er skipulagt með svokallaðri söguaðferð. Nota má netið til að vinna verkefnið en það er styrkur fyrir verkefnið ef bekkjardeildin fær heimsókn frá bankastarfsmanni eða ef nemandur geta heimsótt banka í nágrenninu. Þeir sem vinna verkefnið að fullu geta notað hið faglega innihald á fjórum næstu blaðsíðunum.

Prep 1

Þessu þrepi er lýst á bls. 31. Kennari bendir nemendum á að taka þarf með fyrirvara upplýsingum frá öllum heimildum. Mikilvægt er að nemandur séu raunsær. Kennari skoðar vinnu nemenda sem þegar er unnin og stöðvar eða hafnar verkefni sem ekki er hægt að halda áfram með. Hann skipar nemendum saman í pör eða í þriggja manna hópa ef para-skipulagið gengur ekki upp.

Prep 2 (verkefnablað 3.1.4)

Þetta þrep felur í sér að fá yfirlit yfir sameiginlegan efnahag og gera áætlun um hve mikilli skuld viðkomandi muni geta staðið undir.

Prep 3 (verkefnablað 3.1.5)

Þetta þrep fjallar um að finna leiðir til fjárfestingar, ákveða hve há skuld

kemur til greina og gera áætlun um niðurgreiðslu hennar.

Nemandur sem ákveða að fjárfesta ekki í bíl gera fjárhaginn auðveldari en þeir verða að muna eftir öðrum samgöngukostnaði í endanlegu fjárhagsáætluninni.

Prep 4 (verkefnablað 3.1.6)

Á þrepi 4 er fjallað um að óvænt atvik geti orðið í lífi manna. Nemandur gera yfirlit yfir tekjur og gjöld og enda með því að gera raunhæfa fjárhagsáætlun. Þeir eiga einnig að skrifa sjálfsmat og leggja fram upplýsingar um heimildir. Sem dæmi um óvænt atvik má nefna

- *Þið eignist barn. Þið eignist tvíbura. Þið erfið 1 000 000 kr. frá ömmu og afa. Öðru ykkar tekst aðeins að fá 50% starf. Engin óvænt atvik verða í lífi ykkar.*

Kennari þarf að leggja mat á hvaða nemendahópar eigi að fá hvaða verkefni. Matið getur orðið annaðhvort út frá munnlegri kynningu eða skriflegri skýrslu. Tillögur að matsviðmiðunum:

- *Hugmyndin um íbúð (sjá þrep 3) er kynnt á skynsamlegan hátt þar sem fram koma upplýsingar um starf, skuldir, tekjur o.s.frv.*
- *Fjárhagsáætlunin er sett upp á réttan hátt með tekjudálki og gjaldadálki.*
- *Færslur á fjárhagsáætluninni eru raunsæjar og ekki vantar nein mikilvæg atriði.*
- *Áætlun um að greiða niður skuldir fylgir.*
- *Settar eru fram hugmyndir um fjárfestingu (íbúð, bíl eða eitthvað annað) og raunhæft verð tilgreint.*
- *Kynningin er skipuleg, skilmerkileg og auðveld fyrir áheyrandann/lesandann.*

- *Sjálfsmat og heimildaskrá er skýr og fullnægjandi.*

Grundvallarfærni

Að rökræða um kosti og galla kreditkorta og debetkorta er mikilvægt til að gera nemandur meðvitaða um þessi atriði þótt þeir geti ekki fengið kreditkort fyrr en við 18 ára aldur. Að geta reiknað ársvexti út frá mánaðarvöxtum gefur betri mynd af vaxtagjöldunum.

Einfaldari verkefni

Kennari lætur nemendum í té netslóðir þannig að orka þeirra fari ekki í að leita að slóðunum heldur í að nota upplýsingarnar.

Öruggar og hagkvæmar netsíður má m.a. finna hjá bönkum, Lánasjóði íslenskra námsmanna, Hagstofu Íslands, umboðsmanni skuldara og velferðarráðuneyti.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Sjá Ýmis verkefni á bls. 31, Persónuleg fjármál, þrep 2-4 hér á undan (verkefnablað 3.1.4-3.1.6).

Faglegt innihald

- Lítil neyslulán
- Jafngreiðslulán og lán með jöfnum afborgunum

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti



Blaðsíða 32–33

Ábendingar

Neyslulán

SVOKÖLLUÐ *neyslulán* eru oft dýr lán. Vextirnir láta lítið yfir sér en til viðbótar við þá þarf að reikna með ýmskonar gjöldum. Hlutfallstala kostnaðar segir til um hvað borgað er hlutfallslega fyrir lán, þ.e. vexti og öll gjöld sem fylgja. Þegar hlutfallstala kostnaðar liggur fyrir þá er hægt að bera saman lán frá mismunandi aðilum og kostnað við þau.

Bankar gefa venjulega upp *nafnvexti* af lánum, oftast ársvexti, en hlutfallstala kostnaðar segir til um hvað maður borgar í raun fyrir lánið. Það þýðir að öllum gjöldum sem lán-takandi þarf að greiða fyrir að taka lán (t.d. lántökugjald og þjónustugjald á afborgunardegi) er bætt við lánsupphæðina. *Hlutfallstala kostnaðar* er því það hlutfall sem lántakandi greiðir í raun í heild fyrir að fá lánið.

Lán með jöfnum afborgunum og jafngreiðslulán

Af *láni með jöfnum afborgunum* eru afborganirnar alltaf jafn háar en vextirnir lækka vegna þess að þeir eru reiknaðir sem hlutfall af eftirstöðvum lánsins. Þar af leiðandi eru greiðslurnar misháar. Þegar um *jafngreiðslulán* er að ræða er vöxtum og afborgunum dreift þannig að greiðslufjárhæðin á hverjum afborgunardegi er jafn há allt lánstímabilið.

Nemendur þurfa að skilja muninn og nota töflureikni til að reikna greiðslu-upphæðir af láni með jöfnum afborgunum. Á heimasíðum bankanna er einnig hægt að búa sér til dæmi og fá lánareiknivélar til að sýna sér þetta svart á hvítu.

Sýnidæmi 14

Hlutfallstala kostnaðar (vaxta) felur í sér vexti af láninu að viðbættum öllum gjöldum, bæði lántökugjaldi og öðrum þjónustugjöldum, t.d. þegar afborganir fara fram.

1.68–1.69

Breyta má þessum verkefnum á þá lund að nemendur finni hlutfallstölu kostnaðar (vaxta) ef forsendunum er breytt. Gera má ráð fyrir að lán-takandi hafi ekki greiðslufrest í eitt ár heldur að hann eigi að greiða fyrirfram ákveðna upphæð mánaðarlega.

Grundvallarfærni

Að lesa til að skilja fagtexta og sýnidæmi krefst þjálfunar. Hér eru notuð hugtök sem ef til vill eru ný í hugum einhverra nemenda: hlutfallstala kostnaðar (vaxta), neytendalán, jafngreiðslulán, lán með jöfnum afborgunum, afborgun, greiðsluupphæð o.s.frv. Gott er að nota skýringarmyndirnar og láta nemendur útskýra hvern fyrir öðrum muninn á jafngreiðsluláni og láni með jöfnum afborgunum. Gagnlegt getur verið fyrir nemendur að ræða saman um þessi hugtök og búa til yfirlit yfir hvernig þau tengjast. Gott er að nemendur leysi þessi verkefni í pörum eða litlum hópum. Einnig geta allir nemendur skráð og leyst verkefni á eigin spýtur en jafnframt geta þeir rætt saman um merkingu hugtakanna. Kennari sér til þess að nemendur skrifi greinargóðar útskýringar við útreikninga sína. Nota má sýnidæmi 14 sem fyrirmynd að skráningu í töflureikni.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman. Þeir sem geta lýst með orðum hvernig þeir skilja verkefni og rökrætt um þau geta notað hugtökin og bætt hæfni

sína. Gott er að nemendur noti skýringarmyndirnar af kostgæfni. Ef nemendur útskýra muninn á lána-tegundunum tveimur með því að styðjast við skýringarmyndirnar eykur það skilning þeirra.

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni

Að bera saman lán með jöfnum afborgunum og jafngreiðslulán
Nemendur nota reiknivélar bankanna eða aðrar reiknivélar á netinu, skrá sömu upplýsingarnar bæði fyrir lán með jöfnum afborgunum og jafngreiðslulán og bera saman niðurstöðurnar. Þeir skoða mismuninn á vaxtagreiðslum og afborgunum í heild.

Faglegt innihald

- Lán með jöfnum afborgunum
- Lánareiknivél bankanna

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti

1.31, 1.32

1.40, 1.41

1.49

Blaðsíða 34–35

Ábendingar

Sýnidæmi 15

Hér er sýnt hvernig reikna má vexti, afborgun og greiðsluupphæð af láni með jöfnum afborgunum. Nemendur lesa sýnidæmi 15 af nákvæmni ásamt tillögu að lausn. Kennari sýnir nemendum hvernig töflureiknirinn er hér notaður sjálfvirk þannig að allar upplýsingar eru skráðar inn í hann fyrst og síðan byggist útreikningurinn á þeim. Það snilldarlega við sjálfvirkan töflureikni er að maður þarf bara að breyta upplýsingunum (hér í línum 1–3). Afgangurinn af útreikningunum breytist síðan sjálfkrafa.

Kennari fylgist með vinnu nemenda og varpar fram spurningum til þeirra:

- Skiljið þið formúlurnar á formúlublaðinu í töflureikninum? Ræðið við bekkjarfélagi um þetta.
- Hvers vegna er mikilvægt að hafa fyrirsagnir fyrir línunum og dálkum? Ræðið við bekkjarfélagi um þetta.
- Er eitthvað sem þarfnast skýringar? Ræðið við bekkjarfélagi um þetta.
- Skiljið þið notkun fastra hólfatilvísana í dálkum B, C og D? Ræðið saman um þetta.
- Getið þið prentað út formúluþlað?
- Getið þið prentað út blað með fyrirsögnum fyrir línunum og dálkum?
- Útskýrið fyrir bekkjarfélagi hvað sjálfvirk lausn með töflureikni þýðir? (Lausnin breytist eftir því sem tölunum í verkefninu er breytt en þá verða nemendur að nota formúlur, ekki tölur.)
- Getið þið aðlagð prentskipanirnar þannig að útprentunin komi fram á einu eða tveimur blöðum?

Studer gjerne den nyeste eksamensveiledningen sammen med elevene. Eksamensveiledningene fra Utdanningsdirektoratet blir oppdatert hver vinter og har et eget delkapittel om digitale verktøy og bl.a. regneark. Der står de formelle kravene til hva som forventes av elevene til skriftlig eksamen i matematikk, 10. trinn.

1.70–1.71

Nemendur geta notað fyrirmyndina úr sýnidæmi 15.

Ýmis verkefni

Reiknivél til að reikna lánskostnað

Flestir bankar hafa á heimasíðum sínum reiknivélur til að reikna út lánskostnað.

Grundvallarfærni

Útreikninga á ársvöxtum, árlegum eða mánaðarlegum afborgunum og greiðsluupphæðum á afborgunardögum má gera auðveldari og skilmerkilegri með töflureikni. Að skrifa skýringartexta við útreikningana er mikilvægt til að geta rætt við aðra um verkefnið. Nemendur þurfa að æfa sig í að nota töflureikni sem hentugt hjálpartæki – einnig til samvinnu um lausnaleyðir og aðferðir. Að lesa og skilja sýnidæmið um töflureikninn krefst góðrar lestrarfærni. Nemendur skoða sýnidæmið vandlega, ræða saman um formúlur og uppsetningu og lýsa með orðum hvað þeir skilja og ef til vill hvað þeir skilja ekki.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman og nota töflureikni. Ef nemendur fá tækifæri til að lýsa með orðum því sem þeir skilja og ræða saman um verkefnið auka þeir færni sína.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Fleiri mismunandi lán með jöfnum afborgunum

Nemendur vinna saman tveir og tveir.

- 1 Nemendur afrita sýnidæmi 15 með töflureikni.
- 2 Þeir breyta einhverjum af forsendunum í línunum 1–3:
 - A: Lán: 1 500 000 kr., vextir 5% á ári, til 5 ára
 - B: Lán: 10 000 000 kr., ársvextir 3%, til 20 ára

Jafngreiðslulán

Nemendur gera greiðsluáætlun fyrir jafngreiðslulán án þóknana. Lánið nemur 2 500 000 kr. og er til 10 ára með 3% ársvöxtum. Nemendur finna greiðsluupphæðina.

Faglegt innihald

- Hækkun í prósentum
- Lækkun í prósentum

Búnaður

- Verkefnablað 3.1.3
- Verkefnablað 3.1.7
- Verkefnablað 3.1.8

Virðisbreyting

Blaðsíða 36–37

Æfingahefti

1.50-1.58

1.59-1.70

1.71-1.79

Ábendingar

Nemendur þekkja nú þegar innihald reglnanna sem kynntar verða hér vegna þess að þeir hafa kynnst vaxtavöxtum. Hér kynnast þeir einnig aðstæðum þar sem breytipátturinn tekur breytingum. Gott er að nemendur skrái hjá sér atriðisorð sem þeir þekkja og sem þeir eiga að læra í síðasta hluta kaflans. Þeir rifja upp hugtakið breytipátt. Ef þeir þurfa meiri æfingu honum að lútandi má nota spilið sem lýst er í undirkaflanum *Erfiðari verkefni - Ýmis verkefni* á bls. 15 í kennarabók (verkefnablað 3.1.3).

Sýnidæmi 16

Hér er lýst dæmi um endurtekna breytingu í prósentum. Í þessu sýnidæmi er breytipátturinn ekki sá sami allan tímann.

1.73

Nemandi B hefur rétt fyrir sér. Nemandi A og nemandi C reikna með 80% af upphaflega verðinu en fyrst er verðið 50% af upphaflegu verði og síðan 30% af hinu lækkaða verði. Nemendur þurfa að skilja að upphæðin sem afslátturinn er miðaður við breytist.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Aðaltilgangurinn með þessum námsþætti er að efla reikningsfærni nemenda. Nemendur lesa texta og gott er að þeir rökræði um orðalag verkefnanna og sýnidæmanna til að geta gert raunhæfa útreikninga. Nemendur útskýra hver fyrir öðrum með eigin orðum hugtök eins og hækkun og lækkun í prósentum. Í samræðuverkefninu eftst á bls. 37 verður orðanotkunin mjög skýr þegar nemendur ræða saman um hvað afslátturinn í prósentum er miðaður við.

Einfaldari verkefni

Gott er að útskýra hækkun og lækkun á mismunandi þrepum með pappírsrenningum. Kassastrimill getur hentað vel til þessa. Kennari notar dæmi með lágum tölum þannig að 1 cm geti samsvarað 100 kr.

- 1 Byrjunarupphæð
Peysa kostar 5000 kr.
(Kennari klippir 50 cm af kassastrimli)

5000 kr.

- 2 Fyrsta breyting
Verðið er hækkað um 20%.
(Kennari klippir 1000 kr. (10 cm) af kassastrimli og límir við fyrri renning.)

5000 kr.

+ 1000 kr.

$$5000 \cdot 1,2 = 6000$$

- 3 Önnur breyting
Verðið er lækkað um 30%.
(Kennari mælir 18 cm samsvarar 1800 kr. af renningnum og klippir þann bít af.)

4200 kr.

$$5000 \cdot 1,2 \cdot 0,7 = 4200$$

- 4 Þriðja breyting
Verðið er lækkað um 50%.
(Kennari skiptir renningnum sem eftir er í tvo jafn stóra hluta og fleygir öðrum.
Nú skal athuga hve mikið er eftir.)

2100 kr.

$$5000 \cdot 1,2 \cdot 0,7 \cdot 0,5 = 2100$$

Erfiðari verkefni - Ýmis verkefni

Á þessum blaðsíðum ganga verkefnin út á að finna lokaupphæðina. Annars konar verkefni geta falist í því að sömu breytingar í prósentum endurtaki sig en finna skal breyti-

þáttinn þegar upphafsgildið og lokagildið eru þekkt. Til að leysa slík verkefni þurfum við að kunna að draga n-tu rót af tölu. Slíkt verkfæri er ekki í boði á venjulegum skóla-vasareiknum en með reiknivél í tölvu munu duglegir nemendur auðveldlega ráða við slík verkefni. Ef kennari vill fela einhverjum nemendum sínum slík verkefni, þar sem reynir meira á faglega getu, má nota verkefnablað 3.1.7.



Í stuttu máli

Blaðsíða 38–41

Ábendingar

Upprifjun á námsmarkmiðum, dæmum og tillögum að lausnum í kaflanum *Í stuttu máli* má fara fram á ýmsa vegu. Nemendur geta lesið hvert námsmarkmið sem tengist dæmi og lausnatillögu. Nemendur rökræða um hugtök og skrá hjá sér atriði sem þeim finnst erfið eða sem þeir vilja vinna meira með í kaflanum *Bættu þig!* Nemendur mynda sér skoðun á stöðu sinni með hliðsjón af námsmarkmiðum kaflans. Þetta getur hjálpað þeim við að skipuleggja vinnuna í síðasta hluta kaflans.

Hér er möguleiki á að leggja fyrir upprifjunar próf til að kortleggja hvaða færni nemendur hafa til að bera eftir að hafa unnið um tíma með kafla 1 í Skala 3A.

Niðurstöðurnar sýna hvaða námsþáttum hver nemandi hefur vald á og hvað hann þarf að vinna meira með í kafla 1. Þetta próf er ekki lagt fyrir til að gefa nemendum einkunnir heldur gefa niðurstöðurnar vísbendingu um hvernig fara skal með síðasta hluta kaflans. Ef um er að ræða ákveðna námsþætti sem þarf að gefa meiri gaum í vinnunni fram undan má velja þá úr undirkaflanum *Bættu þig!*

Endurgjöf til nemenda eftir áfangaprófið felur í sér góð ráð um hvað þeir geta gert til að ná markmiðum kaflans. Þeir geta sjálfir valið sér verkefni úr undirkaflanum *Bættu þig!* eða ýmis önnur verkefni út frá niðurstöðunni úr áfangaprófinu.

Ábendingar

Með hliðsjón af niðurstöðunum úr áfangaprófinu eiga nemendur að geta valið verkefni úr undirkaflanum *Bættu þig!* sem hjálpa þeim

Bættu þig!

Blaðsíða 42–43

að ná markmiðum kaflans. Kennari og nemendur gera í sameiningu áætlun um hvað þeir þurfa að taka sérstaklega fyrir. Hver nemandi gerir áætlun um sína vinnu og tilgreinir hvaða markmiðum hann þarf einkum að keppa að.

Á þessari opnu eru blönduð verkefni sem fjalla um laun, skatt, bókhald, fjárhagsáætlun og virðisaukaskatt.

1.81

Nemendur búa til eins sjálfvirkan töflureikni og þeir geta. Það merkir að þegar þeir breyta skattprósentunni í verkefni c breytast allar aðrar tölur sjálfkrafa. Nemendur þurfa því að búa til formúlur sem reikna út mánaðarlaun og skatt.

1.82

Gott er að nota töflureikni.

1.83

Nemendur geta notað verkefnablað 3.1.2 með upplýsingum frá Hagstofu Íslands.

1.84

Gott er að nota töflureikni.

1.85-1.87

Virðisaukaskattur (vaskur) af mat, hvort sem er á veitingastöðum eða matvöruverslunum, er 11%, af bíómiðum 24% og af skemmtunum, sem ekki teljast menningarviðburðir, 11%.

Þegar heildarverð er gefið og finna þarf hver vaskurinn er skal nota prósentutöluna 19,35% þegar um er að ræða 24% vask (sjá t.d. dæmi 1.87a) og 9,91% þegar um er að ræða 11% vask. Þetta kallast afreiknun virðisaukaskatts.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni**Námshvetjandi veggspjald**

Nemendur vinna saman í pörum og búa til námshvetjandi veggspjald sem getur stutt nemendur í að læra um námsþættina laun, skattur, bókhald, fjárhagsáætlun og virðisaukaskattur. Nemendur hengja veggspjöldin upp í kennslustofunni og kynna innihald þeirra fyrir bekkjarfélögum.



Blaðsíða 44–45

Ábendingar

Út frá niðurstöðum áfangaprófsins velja nemendur verkefni sem henta til að ná markmiðum kaflans. Á þessari opnu eru blönduð verkefni sem fjalla um ólíkar tegundir lána, sparnað, vexti og vaxtadaga.

1.89

Nemendur sem ráða við verkefni af erfiðari toga geta gert raunhæfa áætlun um að greiða lánið niður með tólf afborgunum á ári í stað einnar afborgunar á ári.

1.94

Minnt skal á að þegar fjöldi vaxtadaga er reiknaður er miðað við 30 daga á mánuði alla mánuði ársins og 360 daga á ári. Ekki fást greiddir vextir fyrir inngreiðsludag eða útborgunardag (sjá sýnidæmi 8 í kafla 1).

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni**Breytingar á stýrivöxtum**

Hér hentar vel samþætting stærðfræði og samfélagsfræði. Nemendur finna upplýsingar um stýrivexti Seðlabanka Íslands t.d. frá 1991 til dagsins í dag. Nemendur nota töflureikni og sýna vaxtaþróunina á línuriti til að skjá betur sveiflur sem hafa orði.

Orðalisti í stærðfræði

Tveir og tveir nemendur búa til orðalista yfir stærðfræðiorð í kafla 1. Hann getur gagnast nemendum til að rifja upp námsþætti kaflans. Gott er að þeir skrifi listann á tölvu, stækki letrið á orðum og skýringunum upp og hengi listann upp sem veggspjald í kennslustofunni. Síðan kynna þeir orðskýringarnar hver fyrir öðrum.



Þjálfaðu hugann

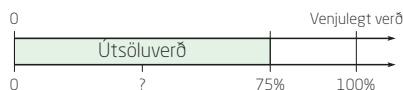
Blaðsíða 46–47

Ábendingar

Út frá árangri nemenda á áfangaprófinu eiga þeir að velja hér verkefni sem henta til að hjálpa þeim að ná markmiðum kaflans. Á þessari opnu eru blönduð verkefni sem fjalla um hækkun og lækkun á verðgildi vöru.

1.97

Einhverjir nemendur munu hafa gagn af að teikna aðstæðurnar sem lýst er í dæminu.

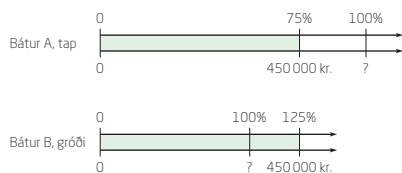


1.102

Nemendur þurfa hér að átta sig á að að þegar vöruverð er hækkað og síðan lækkað um sömu prósentu breytist verðið ekki aftur í upphaflegt verð.

1.106

Gott er að sýna verkefnið með skýringarmynd.



1.108

Kennari spyr nemendur:

- Hver er breytibátturinn þá daga sem verðið lækkar?
- Hve oft lækkar verðið?
- Hver er breytibátturinn þá daga sem verðið hækkar?
- Hve oft hækkar verðið?
- Hvernig má sýna þetta í dæmi?
($6000 \cdot 0,9^{10} \cdot 1,1^{10} \approx 5420$)

Hér hentar vel að nota töflureikni sem hjálpartæki.

1.109

Lausn á þessu dæmi má finna með því að nota jöfnu. Gefa má nemendum vísbendingu með því að varpa fram nokkrum spurningum:

- Þegar maður veit ekki hve mikið er á öðrum bankareikningnum - hvað getur maður kallað þá tölu? (Óþekkta tölu, x)
- Ef það stendur x krónur á öðrum bankareikningnum, hvað stendur þá á hinum? ($47\ 000 - x$)
- Hvernig mynduð þið reikna vextina út ef þið vissuð hver inneignin er? (Margfalda með prósentuþættinum)
- Getið þið notað það sem þið vitið nú þegar til að setja upp jöfnu sem þið getið leyst?

$$(x \cdot 0,02 + (47\ 000 - x) \cdot 0,04 = 1460)$$

Kaflapróf

Nú geta nemendur tekið kaflaprófið.

Gefa skal einkunnir fyrir prófið.

Einkunnin og endurgjöf kennara til nemenda er hluti af símati á stöðu nemenda í þessum námsþætti.

Rúmfræði og hönnun

Kaflinn byggist á innihaldi *kafla 3 og 4 í Skala 2*. Nemendur eiga að læra að nota rúmfræðileg tengsl í útreikningum, teikningum og rúmfræðilegum teikningum (þ.e. teikningum með hringfara og reglustiku). Ákveðnir hlutar kaflans tengjast mismunandi sviðum eins og mælikvarða, arkitektúr og hönnun. Nemendur munu vinna hefðbundin verkefni en þeir munu einnig þurfa að nota sköpun og smám saman þurfa þeir að leysa samsett verkefni. Þeir munu einnig þurfa að sýna fram á að ákveðin tengsl séu sönn eða að ákveðin niðurstaða sé rétt. Mikilvægt er að útskýra fyrir nemendum muninn á sönnun og sannpröfun.

Forþekking

- Ýmsar tegundir horna og þríhyrninga
- Hornasumma þríhyrnings
- Að teikna horn, þverla og samsíða línur með hringfara og reglustiku
- Regla Palesar
- Ferningsrót
- Breyting á lengdarmælingum
- Hlutfallareikningur

Kennari kannar hvaða þekkingu nemendur búa yfir þegar þeir hefja vinnu við kaflann. Niðurstöðurnar má nota til að skipuleggja námsferlið í bekkjardeildinni.

Fagleg tengsl

Rúmfræði er klassískur hluti stærðfræði með langa hefð og bein tengsl við önnur fagsvið eins og stjörnufræði, landafræði, arkitektúr, byggingartæknifræði og listir. Í þessum kafla er safnað saman þekkingu úr 8. og 9. bekk í samþjappaðri verkefni um leið og höfundar stefna að því að nemendur verði faglega undirbúnir til að kynna hornafræði síðar í námi sínu. Fjarviddarteikning er sterklega tengd list- og verkgreinum.

Hagnýt notkun

Rúmfræði er það fag sem nýtist flestum á einn eða annan hátt. Sem dæmi má nefna að lesa og túlka kort og vinnuteikningar eða skýringarteikningar þar sem mælikvarði kemur við sögu. Annað dæmi er að reikna út vegalengdir, flatarmál

2

Rúmfræði og hönnun

Blaðsíða 48–49

og rúmmál. Hér er Pýþagórasarreglan tengd við þríhyrninginn sem smiðir þurfa oft að nota til að tryggja að horn sé rétt (sjá nánar dæmi 2.6 í nemendabókinni), einslögun við rúmfræðilegar mælingar og gullinsnið við listir og arkitektúr. Þannig sýna höfundar að stærðfræði er hluti þess heims sem við lifum í og ógerningur er að losa sig við.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Í þessum kafla er sérstök áhersla lögð á að geta lesið upplýsingar út úr formi, korti, teikningu eða annars konar mynd. Þess konar upplýsingar munu nemendur sjá í samsettum textum fjarri hinu stærðfræðilega fagsviði. Nemendur þurfa á slíkri lestrarfærni að halda til að geta ratað í borg eða í landslagi, til að skrúfa saman ósamsett húsgagn, til að hafa gagn af heimsókn á listasafn og til að túlka stærðfræðilegan texta.

Munnleg færni

Rúmfræði felur í sér mörg rúmfræðileg hugtök. Mikilvægt er að nemendur æfi sig í að nota þau rétt. Því þarf kennari að nota stærðfræðileg hugtök í samræðum við nemendur um fagtexta, sýnidæmi og verkefni.

Stafræn færni

Nemendur eiga að nota rúmfræðiforrit til að kanna rúmfræðileg tengsl. Oftast er það svo að slík forrit sannreyna einungis tengsl en sanna þau ekki. Miklu skiptir að kennarinn leggi áherslu á mismuninn á þessu tvennu.

Skrifleg færni

Til viðbótar því að geta kynnt útreikninga með rétttri notkun formúlna, tákna og eininga og gera nákvæmar rúmfræðiteikningar með hringfara og reglustiku eiga

nemendur að læra að teikna skissur og skýringarmyndir. Þeir þurfa að læra mismunandi aðferðir til að breyta – með teikningu – þrívíðum hlut yfir í tvívíða mynd á pappír.

Reikningsfærni

Reikningsfærni nemenda mun þjálfast gegnum þríhyrningsútreikninga, hlutfallareikning og reikning með formúlum og mælieiningum.

Faglegt innihald

- Kynning á þemanu rúmfræði og hönnun
- Mælikvarði og hlutföll

Ábendingar

Hugarkort

Nemendur þekkja rúmfræði frá 8. og 9. bekk. Gott er að kennari dragi fram hjá nemendum og rifji upp hvað þeir kunna áður en byrjað er á kaflanum. Til að búa til hugarkort er hentugt að nota aðferð sem kalla má EHB-aðferðina, þ.e. einstaklingur-hópur-bekkjardeild. (IGP-metoden). Aðferðin felst í að myndaðir eru litlir nemendahópar með 2–4 nemendum. Hver einstaklingur í hópnum (E) hugsar sig um í nokkrar mínútur og skráir atriðisorð hjá sér. Því næst kynna hver þeirra hugmyndir sínar í hópnum sem safnar atriðunum saman (H). Hópurinn velur síðan tvö-fjögur atriðisorð úr listanum til að leggja til á fundi með bekkjardeildinni í heild (B).



Eftir því sem fleiri atriðisorð bætast við getur verið skynsamlegt að flokka atriðisorðin í aðalflokka, t.d. *rúmfræðiteikning*, *formúlur*, *útreikningar*, *einangar*, *reglur* og *tengsl*. Aðalatriðið er ekki að nemendur muni gjörsam-

lega öll atriði heldur að þeir verði meðvitaðir um að hér er um að ræða fagsvið sem þeir hafa allmikla þekkingu á frá fyrri tíð og að sú þekking verði virkjuð á ný.

Stærðfræðiorð

Hér hentar að vinna út frá hugarkortinu. Þekkingu nemendur ef til vill merkingu einhverra stærðfræðiorðanna frá fyrri tíð. Hvaða orð eru þekkt úr daglegu lífi og hver þeirra eru nemendum ókunnug? Nemendur skrifa eigin orðskýringar við nokkur orðanna. Síðan skiptast þeir á orðskýringum og rökræða um hvort þær eru réttar, nákvæmar og skiljanlegar.

Nemendur ræða saman um námsmarkmiðin á bls. 50 í nemendabókinni og velja þau sem þeir þurfa að beina athyglinni að í náminu og skrá þau hjá sér. Nemendur þurfa einnig að merkja við og skrá hjá sér óþekkt eða erfið orð sem koma fyrir í námsmarkmiðunum. Kennari safnar saman blöðum nemenda og heldur þeim til haga. Hann þarf að athuga hvort margir nemendur nefna sérstaklega sömu stærðfræðiorðin og taka þá þætti þá sérstaklega fyrir. Ef sjálfsmat einhverra nemendanna er óraunhæft getur verið nauðsynlegt að ræða saman á faglegum nótum.

Könnunarverkefni

Ekki er ætlast til að nemendur vinni þetta verkefni hver fyrir sig. Hugmyndin birtist aftur í verkefnum síðar í kaflanum í tengslum við einslögun og mælikvarða. Gott er að nemendur vinni verkefnið í þörum eða litlum hópum. Þeir byrja á að teikna aðstæðurnar með fánastöng og metrakvarða og skugga hvors um sig. Nemendur ræða saman um aðferðina. Hér er hugmyndin sú að Óskar hafi

nákvæmlega 1 metra til viðmiðunar. Ef 1,0 m varpar skugga sem er til dæmis 1,5 m vitum við að skugginn verður 1,5 sinnum lengri en hluturinn. Út frá þessu má mæla skuggann af fánastönginni, deila með 1,5 og þar með fá að vita hver hæð fánastangarinnar er. Ef sólin skín og fánastöng er til staðar er gaman að fara út og framkvæma verkefnið í raun og veru. Sjálfsgagt er að nota tækifærið til að rifja upp atriði sem varða nákvæmni mælinga.

Einfaldari verkefni

Ef einhverjir nemendur eiga erfitt með að alhæfa eða hugsa út frá reglum þurfa þeir að skrá mál á teikninguna. Metrakvarðinn er 1,0 m, skuggi hans er 1,5 m og skuggi fánastangarinnar er 12 m.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari finnur fleiri háa hluti eða fyrirbæri (tré, byggingar, höggmyndir, gáma o.s.frv.) sem hægt er að finna hæðina á. Nemendur vinna í þörum eða í þriggja manna hópum og giska á hæðina áður en mælingarvinnan hefst. Setja má þetta verkefni fram sem keppni með smávægilegum verðlaunum til þess hóps sem var næst því að giska rétt.

Munnleg verkefni af erfiðara tagi

Sjá lýsingu á bls. 53 í kennarabók.

Faglegt innihald

- Upprifjun á heiti mismunandi þríhyrninga
- Að uppgötva Pýþagórasarregluna

Búnaður

- Verkefnablað 3.2.1
- Verkefnablað 3.2.2
- Verkefnablað 3.2.3
- Reglustika
- Horn eða gráðubogi

Þríhyrningareikningar

Blaðsíða 50–51

Æfingahefti

2.1, 2.2

2.29

Ábendingar

Nemendur skrá atriðisorð um hvað þeir kunna og hvað þeir þurfa að læra í fyrsta kaflahlutanum. Kennari og nemendur ræða saman um námsmarkmiðin. Hér má gera ráð fyrir að öll námsmarkmiðin segi til um nýtt námsefni fyrir alla nemendur. Hið sérstaka tilvik um 30-60-90-þríhyrninginn er nefnt í 9. bekk þannig að einhverjir nemendur kunna að muna eftir því.

Mikilvægt er að leggja áherslu á hugtökin sem koma fyrir í kaflanum. Algengur misskilningur er að kalla lengstu hlið þríhyrnings langhlið án tillits til þess hvaða form er á þríhyrningnum. Þess vegna er mikilvægt að nemendur öðlist nú þegar skilning á því að hugtökin skammhlið og langhlið eiga einungis við réttthyrnda þríhyrninga.

2.1

Vinna má þetta verkefni munnlega í bekkjardeildinni í heild. Gott er að nota tækifæri til að rifja upp hornasummu þríhyrnings. Nemendur ganga úr skugga um að mælitölurnar á myndunum passi við 180° .

Ýmis verkefni - Könnun á réttthyrndum þríhyrningi

Markmiðið með verkefninu á bls. 51 er að nemendur uppgötví sjálfir tengslin í Pýþagórasarreglunni og að þeir tengi hana við ferningana út frá hliðum þríhyrningsins. Verkefnið gengur því ekki svo langt að nemendur þurfi að reikna út lengd langhliðarinnar. Til að fá fram aðalatriðið í verkefninu er mikilvægt að nemendur hafi úr að velja mismunandi réttthyrnda þríhyrninga. Ef nemendur eru mjög fáir er hér mælt með að hver nemandi búi til tvær mismunandi myndir.

Flatarmál ferninganna þriggja á myndunum má finna með talningu þótt flestum nemendum finnist vonandi að margföldun nýtist til að finna flatarmál ferninganna út frá hliðunum. Varðandi ferninginn út frá langhliðinni þarf samt sem áður að nota talningu að einhverju leyti. Bláu strikin eru hjálparstrikk og sýna að stóri rauði ferningurinn samanstendur af fjórum réttthyrndum þríhyrningum og litlum ferningi í miðjunni. Tveir af þríhyrningunum eru samtals jafn stórir og einn réttthyrningurinn og hægt er að nota talningu til að finna stærð réttthyrningana. Talningin til að finna flatarmál stóra ferningsins á myndinni í bókinni verður svona:

$$\begin{aligned} \text{Fjórir þríhyrningar} &= \\ \text{tveir réttthyrningar} &= \\ 2 \cdot 2 \cdot 4 &= 16 \\ \text{Lítill ferningur: } 2 \cdot 2 &= 4 \\ \text{Summan: } &20 \end{aligned}$$

Grundvallarfærni

Munnleg færni / Skrifleg færni

Á þessari opnu er að mestu leyti lögð áhersla á munnlega færni þar sem lausn verkefnis 2.1 og verkefnisins á bls. 51 er háð því að stærðfræðilegar samræður og rökkræður eigi sér stað og athyglinni sé beint að hugtökum. Þegar upplýsingum er raðað kerfisbundið í töflu eins og gert er í verkefninu á bls. 51 er hins vegar um að ræða þjálfun í skriflegri færni sem er gagnlegt í stærðfræði og er notuð við ýmis tækifæri.

Einfaldari verkefni

Kennari getur útbúið nokkrar teikningar til að nota við verkefnið á bls. 51 fyrir þá nemendur sem vegna vandamála, sem tengjast fínhyfningum, geta notað langan tíma til að teikna. Sjóninni þarf að beina að því að nemendur geri stærðfræðilegar

uppgötvunar en ekki að því að teikna góðar myndir. Kennari sýnir nemendum hvernig þeir geta notað rúðunet til að koma hornum ferninganna fyrir (einnig horni langhliðarinnar). Ef strikið, sem myndar langhliðina, liggur fjórar einingar til hægri og tvær einingar niður (eins og hér er sýnt), munu þverlar hennar liggja tvær einingar til hægri og fjórar einingar upp. Einhverjum nemendum mun reynast þetta auðveldara en að nota horn eða gráðuboga.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Verkefnið á bls. 51 tengist náð verkefninu á bls. 52.

Gott er að láta nemendur sem þurfa upprifjun eða meiri þjálfun í tengslum við hornasummu þríhyrnings nota verkefnablað 3.2.2.

Faglegt innihald

- Pýþagórasarreglan

Búnaður

- Tölva með rúmfræðiforriti

Æfingahefti



Blaðsíða 52–53

Ábendingar

Ýmis verkefni - Könnun á rétthyrndum þríhyrningi 2

Í verkefninu á bls. 51 uppgötvuðu nemendur að Pýþagórasarreglan gildir fyrir ákveðið safn heilla talna. Þegar notað er rúmfræðiforrit er hægt að prófa langhliðina fyrir miklu stærra safn þríhyrninga. Í GeoGebra má fá fram summu tveggja minnstu flatarmálanna með því að nota þessa skipun í inntaksreitinn: Flatarmál[marghyrningur2]+Flatarmál[marghyrningur3]. Svárið kemur fram sem tala í algebruglugganum. Svo öllu sé til haga haldið er rétt að skipta um heiti á summutölunni og kalla hana Samtals. Með því að draga gildin frá algebruglugganum út á teikniborðið og stilla upp eins og sýnt er á myndinni er auðvelt að fylgjast með gildunum eftir því sem myndinni er breytt.

Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir að hvorugt verkefnanna á

bls. 51 og 52 er sönnun fyrir reglu Pýþagórasar; aðeins er um að ræða sannprófun. Sönnunin sjálf kemur á bls. 58 í nemendabókinni.

Bls. 53

Skynsamlegt getur verið að rifja upp hugtakið ferningsrót áður en farið er yfir sýnidæmi 1. Kennari tekur afstöðu til þess út frá forþekkingu nemenda.

Sýnidæmi 1

Sýnidæmið sýnir tvær lausnaleyðir. Þar sem nemendur hafa lært helstu reglur um jöfnur í Skala 8, kafla 5, getur hið hefðbundna jöfnuform verið rétt aðferð fyrir hluta nemenda. Einnig er markmiðið að allir nemendur eigi smám saman að nota þá aðferð þar sem hún er skilvirkust. Samt skilja nemendur best tillögu að lausn 1 og hvað við gerum til að finna óþekktu hliðina. Mörgum nemendum veitist góð hjálp í skýringarmyndinni.

Grundvallarfærni

Verkefnið á bls. 52 þjálfar stafræna færni um leið og hún myndar grunn fyrir þróun reikningsfærni. Að geta framkvæmt útreikninga með Pýþagórasarreglu er mikilvæg færni sem tengist þríhyrningsútreikningum og skilningi á rúmfræði.

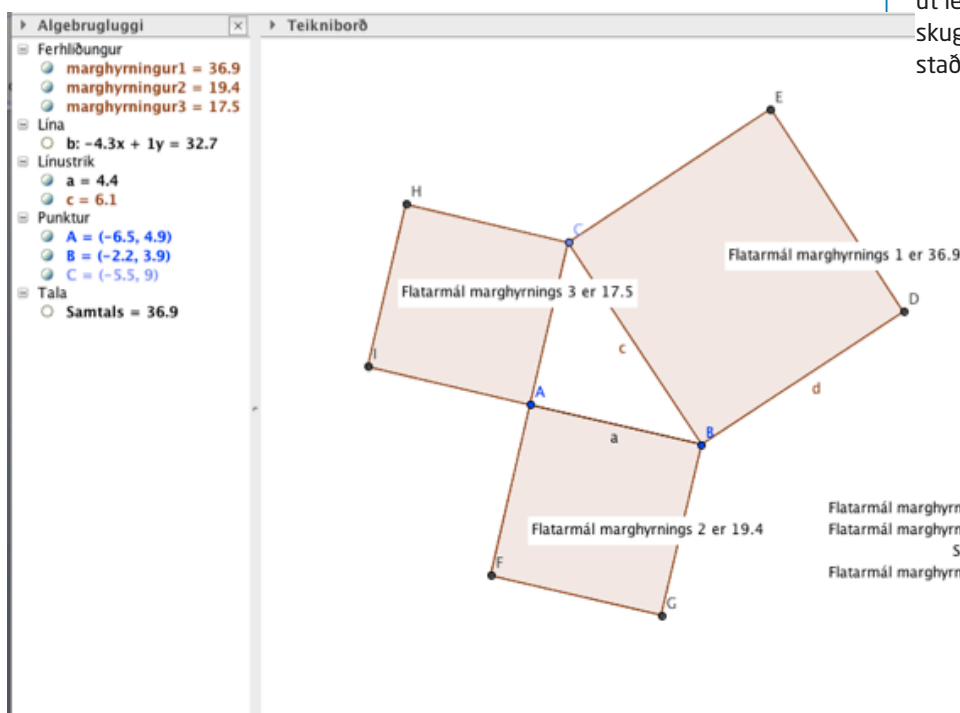
Einfaldari verkefni

Ef til vill er rétt að sleppa því að nota tíma í sjálfa rúmfræðiteikninguna. Kennari útbýr hálftilbúna mynd í skjal sem nemendur geta hlaðið niður. Þar næst framkvæma nemendur einungis mælingar og könnunina sjálfa.

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni

Búa til verkefni með teningum

Nemendur nota tvo teninga annaðhvort venjulega eða með tölunum 1-10. Niðurstaðan úr teningskastinu táknar hliðarlengd skammhliðanna í rétthyrndum þríhyrningi. Nemendur eiga að teikna þríhyrninginn, reikna út lengd langhliðarinnar og ganga úr skugga um með mælingu að niðurstaðan sé rétt.



Ábendingar

Sýnidæmi 2

Þetta sýnidæmi má bera saman við sýnidæmi 1 hér á undan. Ein af ástæðum þess að hagkvæmt er að nota tillögu að lausn 1 er að nemendur geti auðveldar séð hvort þeir eigi að finna summuna eða mismuninn milli flatarmálanna tveggja sem þekkt eru. Alla vega er mikilvægt að nemendur þjálfist í að athuga hvort svarið er sennilegt. Ef nemendur reikna algveg vélrænt er hættu á að þeir noti ranga reikniáðgerð og þar með sitja uppi með rangt svar.

2.2

Hér er blandað saman formum þar sem nemendur þurfa að meta hvort óþekkta hliðin er langhlið eða skammhlið. Þetta á að gera nemendur meðvitaða um hversu mikilvægt það er að byrja með rétta reikniáðgerð.

2.3

Kennari fylgist með skráningu nemenda. Það er auðvelt að misnota jöfnumerkið í verkefnum sem þessum, einkum ef nemendur setja tölurnar beint inn í regluna. Nemendur þurfa að reikna út summu skammhliðanna, þ.e. lengd tveggja styttri hliðanna, þar næst bera hana saman við ferninginn út frá lengstu hliðinni.

2.5

Skráning á ferningsrót getur verið mismunandi eftir töflureiknum en algengast er að nota $\sqrt{\text{tala}}$. Einnig þarf að sýna nemendum hvernig þeir námunda tölu þannig að hún passi við fjölda tugabrota.

2.6

Þetta verkefni sýnir hvernig stærðfræði er notuð í daglegu lífi. Málin 60, 80, 100 eru hentug til innanhúss-

mælinga. Við utanhússmælingar eru venjulega notuð málin 300, 400, 500 (cm). Þetta er víða kallað „smiðspríhryningurinn“, sjá einnig athugasemd við verkefnið 2.78 á bls. 96.

2.7

Gefið er að grunnflötur bílskúrsins sé réttthyrndur. Minna þarf nemendur á hvað það segir um hornin.

2.8

Til að leysa þetta verkefni þurfa nemendur að muna eftir reglu Palesar úr Skala 2B nemendabók, bls. 29. Ef nemendur þurfa á upprifjun þessa námsefnis að halda er setning Palesar á bls. 57 í Skala 3A nemendabók.

2.9

Þar sem grunnflöturinn er ferningur er fjarlægðin frá miðju grunnflatarins að hliðarbrún helmingur af lengd hennar, þ.e.a.s 4 cm. Með því að styðjast við þessa mælitölu og hæð píramídans finna nemendur hæð þríhyrningsins sem er hliðarflötur. Þar með er hægt að reikna út flatarmál hliðarflatarins.

Grundvallarfærni

Á þessari opnu er einkum lögð áhersla á reikningsfærni en einnig kemur stafræn færni við sögu (sjá verkefni 2.5). Myndir sem fylgja nokkrum verkefnanna hafa það hlutverk að auðvelda nemendum verkið. Að lesa verkefni fjallar þess vegna um að túlka bæði mynd og texta.

Einfaldari verkefni

Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir. Þeir lesa sýnidæmið upphátt og rökræða um tillögurnar tvær að lausnum. Þeir útskýra hvor fyrir öðrum hvaða atriði þeir hafa

skilið. Þar næst geta þeir unnið saman að því að leysa fyrstu verkefnið.

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni

Þrenndir Pýþagórasar

Verkefni 2.6 með talblöðrunni kynni pýþagórískar þrenndir. Nemendur geta fundið einhverjar fleiri slíkar þrenndir með því að nota formúluna

$$(m^2 - 1)^2 + (2m)^2 = (m^2 + 1)^2,$$

þar sem $m > 1$

Nemendur finna eins margar pýþagórískar þrenndir og þeir geta, búa til veggspjald, skrá þrenndirnar á það og sýna fram á að um pýþagórískar þrenndir er að ræða.

Stærðfræðingurinn Diofantos ætlaði að leysa þetta vandamál með því að finna allar svokallaðar frumstæðar pýþagórískar þrenndir. Frumstæðar þrenndir merkir að allar þrjár tölur þrenndarinnar hafa 1 sem stærsta sameiginlega margfeldi, til dæmis 3, 4 og 5. Hann fann að með því að velja hentug gildi á p og q í eftirfarandi jöfnu má finna allar frumstæðu þrenndirnar:

$$(p^2 - q^2)^2 + (2pq)^2 = (p^2 + q^2)^2$$

Ef nemandi finnur gildi sem henta fyrir p og q þannig að formúlan passar hefur hann fundið frumstæða pýþagóríska þrennd.

Faglegt innihald

- Pýþagórasarreglan í sérstökum tilvikum

Búnaður

- Spilastokkur

Æfingahefti

2.13-2.16

2.23-2.25

2.32-2.34

Blaðsíða 56–57

Ábendingar

Á þessari opnu er fjallað um hvernig reglu Pýþagórasar má nota með öðrum upplýsingum. Að bera kennsl á slíkar aðstæður krefst meiri færni en þeirrar að nota aðeins Pýþagórasarregluna. Kennarinn þarf að leggja mat á hvort allir nemendur hafi gagn af að vinna þessar blaðsíður. Samt sem áður er mikilvægt að þróa hæfni nemenda til þrautalausna.

2.10

Bent skal á að þetta verkefni er ekki ætlað til heimavinnu. Gott er að nemendur vinni það saman í pörum áður en niðurstöðurnar eru ræddar í bekkjardeildinni í heild. Reglan um 30-60-90-þríhyrninginn hefur verið kynnt áður í Skala 1A, bls. 110.

Sýnidæmi 3

Í samsettum verkefnum eins og hér má sjá liggur beinast við að nota jöfnu sem lausnaraðferð. Aðalatriðið er að $(2x)^2 = 4x^2$

2.15

Nemendur þurfa að tengja þekkingu sína á jafnarma þríhyrningum við Pýþagórasarreglu.

2.16

Aðalatriðið er ekki hvaða svar nemendur koma með heldur sú röksemdafærsla sem samræðurnar um verkefnið kalla fram. Verkefnið gefur auk þess tækifæri til að ræða saman um nákvæmni mælinga og útreikninga.

Röksemdafærsla 1

Prófun á útreikningnum sýnir að útreikningurinn á litaða svæðinu er réttur. Því er fullyrðingu C hafnað. Þar sem $7,1 \neq 7$ þá hlýtur myndin að vera ónákvæm, ekki útreikningurinn. Þess vegna getur þríhyrningurinn ekki verið réttthyrndur. Þess vegna þarf að hafna fullyrðingu A en

fullyrðing B er rétt. Talan 7,1 sýnir aðeins lengri grunnlínu en myndin sýnir. Að hinum mælitölunum óbreyttum verður $\angle A$ hvasst, ekki gleitt. Hafna má fullyrðingu D og B stendur eftir sem eina sanna fullyrðingin.

Röksemdafærsla 2

Myndin og mælitölurnar 5 og 7 eru upprunalegar. Þá hefur A rétt fyrir sér og B rangt. Mælitalan 8,7 er nákvæmari en tölurnar 5 og 7. Mælitalan 7 getur táknað mál á talnabilinu $[6,5 - 7,5]$. Talan 7,1 er innan þessa talnabils. Útreikningarnir eru réttir en námundunin er of nákvæm í samanburði við mælingarnar sem gerðar hafa verið. Með þessa túlkun í huga er fullyrðing A rétt en hinar fullyrðingarnar rangar.

Það eru áreiðanlega til fleiri mögulegar röksemdafærslur.

Grundvallarfærni

Bæði verkefni og sýnidæmi gefa tækifæri til munnlegrar verkefnavinnu. Kennari þarf að gæta þess að tjá sig af nákvæmni. Til viðbótar við reikningsfærni þarf að leggja áherslu á skriflega færni nemenda, bæði hvað varðar framsetningu og kynningu á útreikningum og hvernig teikna skal myndir í tengslum við verkefnið.

Einfaldari verkefni

Búa til verkefni með spilastokki

Nemendur sem þurfa að reikna fleiri dæmi þar sem Pýþagórasarreglan kemur við sögu geta farið þannig að: Þeir stokka spilastokk vel og skipta honum í tvo bunka. Þeir draga spil úr hvorum bunka. Í öðrum hverjum drætti táknað herra spilið langhliðina og lægra spilið aðra skammhliðina í réttthyrndum þríhyrningi. Nemendur eiga síðan að reikna út lengd hinnar

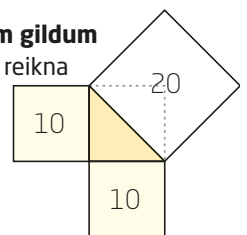
skammhliðarinnar. Í hin skiptin (eða ef spilin hafa sama gildi) tákna spilin lengd hvorrar skammhliðar og nemendur eiga að reikna út lengd langhliðarinnar.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Reikna með nákvæmum gildum

Nemendur fá þjálfun í að reikna með nákvæmum gildum.

- Finnið hornalínuna í ferningi þar sem flatarmálið er 10.

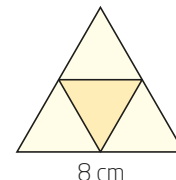


Margir nemendur munu fyrst finna hliðarlengd ferningsins með því að reikna út námundað gildi fyrir $\sqrt{10}$. Myndin sýnir að þetta hefur bara í för með sér óþarfa námundunarvillu. Flatarmál ferningsanna út frá skammhliðunum verður nauðsynlega einnig að vera 10. Þá er ferningurinn út frá langhliðinni 20 og lengd hennar er þá:

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$$

Skoða jafnhliða þríhyrning

Jafnhliða þríhyrningur hefur ummálið 24 cm. Hvert er flatarmál þríhyrningsins sem fæst þegar dregin er lína milli miðpunktanna þriggja á hliðunum þremur í stóra þríhyrningnum? Nota þarf nákvæm gildi í útreikningunum.



Faglegt innihald

- Sönnun á reglu Pýþagórasar
- Tvö og tvö jafn stór horn

Búnaður

- Verkefnablað 3.2.4



Blaðsíða 58–59

Ábendingar

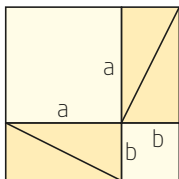
Ýmis verkefni - Sönnun á reglu Pýþagórasar

Margs konar sannanir eru til á reglu Pýþagórasar. Hér hafa tvær orðið fyrir valinu.

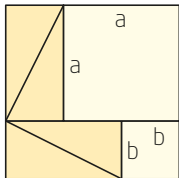
Aðferð 1

Þegar raða á lituðu þríhyrningunum upp á nýtt má gera svo á mismunandi vegu. Hvernig sem það er gert er hentugt að leggja tvo og tvo þríhyrninga saman til að mynda rétthyrning.

Valkostur 1:



Valkostur 2:



Í báðum valkostunum má sjá hvíta flatarmálið sem áður mátti tákna sem c^2 , er nú skipt í tvo ferninga með flatarmálin a^2 og b^2 . Þar sem engum lengdarmálum hefur verið breytt má álykta að $a^2 + b^2 = c^2$.

Aðferð 2

Nokkur tími er liðinn síðan nemendur notuðu bókstafareikning í vinnu sinni. Þess vegna getur aðferð 2 orðið nokkru erfiðari en aðferð 1. Kennari getur ef til vill rifjað hana upp í tengslum við algebru í kafla 3.

- 1 c^2
- 2 $4 \cdot \frac{ab}{2} = 2ab$
- 3 $(b-a)^2 = (b-a)(b-a) = a^2 - 2ab + b^2$

Athugið: Nemendur hafa ekki lært ferningsreglurnar en geta eytt svigunum með því að margfalda inn í þá.

4 $a^2 + b^2$

5 Allur ferningurinn er jafn stór hvort sem flatarmálið er reiknað sem einn stór flötur eða sem summan af fimm flötum. Það þýðir að $a^2 + b^2 = c^2$.

2.17

Verkefni eiga að undirbúa nemendur undir að setja fram sönnun fyrir einslögun. Hugtökin topphorn, grannhorn og samsvarandi horn voru tekin fyrir í Skala 1A, kafla 2. Kennari þarf að athuga hvort ef til vill sé þörf á að rifja upp einhver þessara hugtaka.

Regluramminn neðst á bls. 59

Nemendur vinna sig í gegnum listann í reglurammanum. Hér eru ýmsar aðstæður sem geta gert það að verkum að tvö horn eru jafn stór. Nemendur rökkræða um hvað orðin þýða þannig að þeir skilji öll hugtökin sem notuð eru í rammanum. Ganga þarf úr skugga um að nemendur skilji hugtök eins og hornamál, falla hvort ofan í annað, topphorn, samsvarandi horn o.s.frv. Kennari getur teiknað fyrir einstaka nemendur litla skýringarmynd um ákveðin atriði í upptalningunni til að styrkja skilning þeirra.

Grundvallarfærni

Munnleg færni / Skrifleg færni

Nemendur útskýra hver fyrir öðrum munnlega hvers vegna fyrsta sönnunin er möguleg. Nemendur þurfa að skilja sönnunina vel til að geta útskýrt hana fyrir samnemanda sínum. Þar að auki styrkist þekking þeirra þegar þeir þurfa sjálfir að orða það sem þeir hafa skilið. Í sönnun nr. 2 þurfa nemendur að nota tákni

og skráningu til að sanna Pýþagórasarreglu. Nemendur útskýra hver fyrir öðrum hvernig þeir hugsa og hvað þeir hafa skilið.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman og grannskoða fyrri sönnunina á Pýþagórasarreglunni með því að flytja myndina til. Kennari fær nemendum í hendur verkefnablað 3.2.4. Þeir klippa út snið af myndunum efst á bls. 58 þannig að þeir geta notað sniðið í sönnuninni. Þeir klippa út bæði gulu þríhyrningana og stóra hvíta ferninginn sem leggja á þríhyrningana ofan á.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Fleiri sannanir fyrir Pýþagórasarreglunni

Nemendur leita að „Pythagoras proof“ á netinu og finna fleiri sannanir fyrir reglu Pýþagórasar. Nemendur vinna saman í þriggja manna hópum og velja sér sönnun til að vinna með. Nemendurnir vinna saman að því að skilja sönnunina. Þeir kynna hana svo fyrir öðrum nemendahópi eða ef til vill fyrir allri bekkjardeildinni.

Faglegt innihald

- Sönnun á einslögun

Æfingahefti

2.17

2.26

2.35

Blaðsíða 60–61

Ábendingar

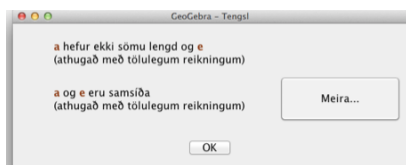
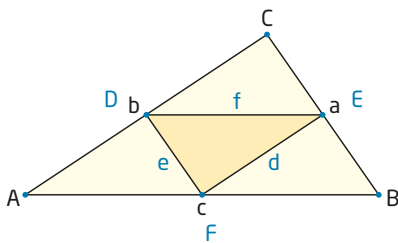
Í sönnun á einslögun er röksemda-færslan sú - frá einum punkti til þess næsta - að þríhyrningarnir hafi tvö og tvö jafn stór horn. Þrenns konar röksemdir þurfa að koma fram jafnvel þótt þriðja röksemdin eigi sér alltaf stoð í tveimur fyrri röksemdunum og í hornasummu þríhyrnings. Nemendur þurfa einnig að muna eftir að draga ályktanir eftir að þeir hafa farið í gegnum punktana þrjá. Til að finna rök fyrir jafn stórum hornum geta nemendur gengið út frá listanum í bláa rammanum neðst á bls. 59.

2.22

Þetta verkefni hentar vel til vinnslu í rúmfræðiforriti. Allar myndir sem teiknaðar eru eftir þessari lýsingu munu innihalda fimm einslaga þríhyrninga, þar af fjóra eins. Í GeoGebra er til verkfærið; „Tengsl tveggja hluta“



Með því að smella á tvö línustrik sem talin eru samsíða, hér a og e, mun GeoGebra greina tengsl þeirra í litlum glugga sem opnast.



2.23

Nemendur skoða myndina af nákvæmni og kanna hve margir þríhyrningar eru á henni (8). Í fullyrðingunum er notað hugtakið einslögun. Í tengslum við þetta verkefni má einnig nota hugtakið eins. Eins form eru eins bæði hvað varðar form og flatarmál, þ.e.a.s. þau falla nákvæmlega hvort ofan í annað.

- A** Fullyrðingin er ósönn. M.a. má sjá að $\triangle ACD$ og helmingur hans, $\triangle AED$ hafa ekki sömu lögun.
- B** Fullyrðingin er sönn: $\triangle AED \cong \triangle CDE$, $\triangle ABE \cong \triangle BCE$, $\triangle ABD \cong \triangle BCD$.
- C** Það er rétt að tvö pör þríhyrninga eru einslaga en þessi fullyrðing er ekki nákvæm vegna þess að pörin eru fleiri en tvö.
- D** Fullyrðing er ósönn. Af einslaga þríhyrningum eru þrjú pör, þ.e.a.s. sex þríhyrningar en þeir eru aðeins einslaga tveir og tveir, þeir hafa ekki allir sömu lögun.

Táknið \cong þýðir „er eins og“. Tvær myndir eru eins þegar báðar hafa sama form og sama flatarmál, þ.e. þegar myndirnar geta þakið hvor aðra. Myndir sem hafa verið spegl- aðar eru einnig taldar eins.

Grundvallarfærni

Að setja fram skriflega sönnun fyrir einslögun á skýran, skilmerkilegan og röksamlegan hátt krefst þess að nemendur hafi skriflega færni. Munnlega færni má þjálf með samvinnu og er einkar nauðsynleg í verkefni 2.23.

Einfaldari verkefni

Kennari notar atriðin í upptalningunni í reglurammanum í rastanum á bls. 59 og lætur nemendur vinna saman í pörum að því að finna tvö og tvö jafn stór horn í þríhyrningunum í sýni-dæmi 4 og í verkefnum 2.17-2.21.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Teikna einslaga þríhyrninga með rúmfræðiforriti

Nemendur styðjast við listann á bls. 59. Nemendur teikna eigin dæmi um einslaga, ekki eins þríhyrninga sem eru þannig að rökin í listanum eru gild. Síðan má nota teikningarnar til að búa til klippimynd („collage“) sem sýnir alla mismunandi möguleika.

- Að reikna lengdir út frá einslögum

Búnaður

- Verkefnablað 3.2.5



Blaðsíða 62–63

Ábendingar

Til að nemendur skilji fagtexta og verkefni rétt skiptir miklu máli að þeir líti á myndina efst á bls. 62 sem fjóra einslaga þríhyrninga sem liggja hver ofan á öðrum. Gagnlegt getur verið að búa til pappírslíkan þar sem þríhyrningarnir liggja í raun hver ofan á öðrum og því hægt að skoða þá hvern fyrir sig. Hnitakerfið er lagt undir þríhyrningana til að auðvelt verði að lesa lengdir skammhliðanna. Þríhyrningana má fá á verkefnablaði 3.2.5. Kennari prentar þá út stækkaða og einnig mætti plasta þá. Festa má þríhyrningana við hnitakerfið, til dæmis með „kennaratyggió“.

Kennari og nemendur ræða saman um myndina efst á bls. 62 og kennari fullvissar sig um að nemendur hafi skilið hvað myndin sýnir. Í töflunni á miðri bls. 62 eru aflesin gildi skammhliðanna og útreiknað hlutfall milli skammhliðanna. Nemendur lýsa því hvað taflan sýnir. Kennari getur varpað fram viðbótarspurningum.

- *Hvernig getum við vitað að þríhyrningarnir eru einslaga? (Allir hafa sameiginlegt horn með topppunkt í upphafspunktinum (0, 0), allir hafa rétt horn og þá hlýtur þriðja hornið einnig að vera eins.*
- *Ef við búum til stærri þríhyrning ofan á sömu mynd þar sem lengri skammhliðin er 16, hve löng verður þá styttri skammhlið þríhyrningsins? (8)*
- *Ef við búum til nýjan þríhyrning ofan á sömu mynd þar sem styttri skammhliðin er 10, hversu löng hlýtur þá lengri skammhliðin að vera? (20)*

2.24

Verkefnið styður við sýnidæmið efst á blaðsíðunni og á að vinna á þann hátt að nemendur fái tækifæri til að ræða saman um niðurstöðurnar. Fróðleiksreitur efst á bls. 63 dregur saman það sem fram hefur komið í fagtextanum og það sem fólst í verkefni 2.24. Bent skal á að setja má fram fleiri hlutföll.

Sýnidæmi 5

Hér er í boði að nota ekki „margföldun í kross“. Ástæðan er aðallega sú að „margföldun í kross“ er vélræn aðferð til að leysa jöfnu. Í öðru lagi mun slík aðferð aðeins hafa í för með sér aukalínu í lausninni. Skynsamleg aðferð er að setja hlutfallið fram þannig að óþekkta lengdin sé í teljaranum í vinstra brotinu. Þá verður auðvelt að leysa jöfnuna.

Grundvallarfærni

Hér er einslögum notuð til að reikna út lengdir í ýmsum þríhyrningum. Nemendur lesa sýnidæmi 5 og skoða hvernig lausnatillagan er skráð. Sýnidæmið sýnir dæmigerða skráningu með því að nota jöfnur til að reikna út óþekkta hlið í einslaga þríhyrningum.

Einfaldari verkefni

Nemendur geta notað verkefnablað 3.2.5 og klippt út alla einslaga þríhyrningana þannig að þeim sé vel ljóst hvað skýringarmyndin efst á bls. 62 sýnir. Nemendur leggja misstóra þríhyrninga hvern ofan á annan og búi þannig sjálfir til skýringarmyndina.

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni

Kynning á einslaga þríhyrningum

Tveir eða þrjú nemendur vinna saman að því að búa til veggspjald sem styður þá í því að ná valdi á þessum námsþætti. Veggspjaldið á að fjalla um útreikninga á hliðarlengdum í einslaga þríhyrningum. Nemendur velja sér verkefni út frá einni mynd þar sem þeir geta notað einslögum til að reikna út óþekktar hliðarlengdir. Nemendur eiga síðan að kynna verkefnið munnlega, aðferðina sem notuð er og útreikninga sem þeir framkvæmdu til að leysa verkefnið. Gott er að hengja veggspjöldin upp og nemendur kynna þau síðan fyrir öðrum nemendum.

Nota hlutföll til að ganga úr skugga um hvort þríhyrningar eru einslaga

Á bls. 60 og 62 sönnuðu nemendur einslögum með því að skoða hornin. Einslögum má einnig sýna með því að skoða hlutföllin milli samsvarandi hliða.

Hliðar í upprunalegum þríhyrningi: 3,0 - 6,0 - 7,0.

- *Hver þríhyrninganna A, B og C hefur sömu lögun og upprunalegi þríhyrningurinn?*

A 5,0 - 7,0 - 9,0

B 4,5 - 9,0 - 10,5

C 6,0 - 12,0 - 15,0

Nemendur geta búið til samsvarandi verkefni fyrir bekkjarfélagana.

Kennari hvetur þá til að nota bæði stækkun og minnkun.

Faglegt innihald

- Að reikna lengdir út frá einslögum

Búnaður

- Verkefnablað 3.2.6
- Málband eða mælingarhjól
- Pinnar, fánar eða eitthvað annað til að taka mið af

Blaðsíða 64–65

Æfingahefti

- 2.18
- 2.27–2.38
- 2.36–2.38

Ábendingar

2.25

Þessu verkefni má líkja við könnunarverkefnið á bls. 49. Ef það var ekki unnið má fara til baka og nota það í tengslum við dæmi 2.25.

2.26

Hugtakið hæð upp í mæni getur verið nemendum óþekkt. Mæni er útskýrt sem „hæsti hluti rispaks á húsi“.

2.27

Hér má nota þá röksemdafærslu að armar hornsins séu tveir og tveir hornréttir hvor á annan. Nemendur bera saman $\angle ACB$ og $\angle CED$, fyrst hægri arma hornanna, því næst vinstri arma.

Sýnidæmi 6

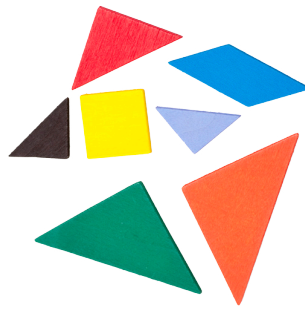
Í sýnidæminu er sýnt hvernig nota má hlutföllin milli hliðarlengdanna til að útskýra hvort rétthyrningarnir eru einslaga eður ei. Nemendur þurfa að skilja að þetta má gera vegna þess að gengið er út frá þeirri vissu að tvö og tvö horn eru jafn stór. Einnig er ætlunin að sýna fram á að reglan um að tvö og tvö jafn stór horn sanni að um einslögum sé að ræða dugi ekki þegar myndin hefur fleiri en þrjár hliðar.

Grundvallarfærni

Nemendur skulu hvattir til að ræða saman tveir og tveir til að finna eiginleika og einkenni formanna í verkefni 2.30. Þessa aðferð má einnig nota til að skilja önnur verkefni og til að átta sig á aðferð sem nota má til að leysa önnur verkefni.

Einfaldari verkefni

Einslaga form með tangram:
Nota skal verkefnablað 3.2.6 með tangrambútum eða aðra tangramkubba.



Nemendur flokka bútana fyrst og koma sér saman um heiti hvers búts. Þeir byrja á að bera saman þríhyrningana þrjá og bera saman hliðarlengdir og flatarmál.

- *Hvert er hlutfallið milli flatarmálanna? (1 : 2 og 1 : 4)*
- *Er hlutfallið milli hliðanna hið sama? (nei)*

Nemendur raða saman fleiri bótum til að búa til nýja þríhyrninga sem einnig eru eins í laginu og þeir fyrstu. Nemendur teikna kringum þríhyrningana til að skrá niður stærðirnar og raða þeim frá þeim minnsta til þess stærsta.

- *Hve margar mismunandi stærðir er hægt að búa til með bótum úr einu tangram-setti? (5)*
- *Finnið tvo þríhyrninga þar sem hlutfallið milli hliðanna er 1 : 2. Hvert er þá hlutfallið milli flatarmálanna? (1 : 4)*

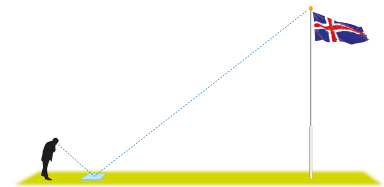
Skoðið nú annars vegar ferninginn og hins vegar samsíðunginn. Notið nokkra kubba til að búa til form sem eru eins í laginu.

- *Hve margar mismunandi stærðir af hverju formi er hægt að búa til? (þrjá ferninga og þrjá samsíðunga)*

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Mæla fánastöng með spegli

Aðferðin til að mæla hæð með því að ganga út frá skugga og einslögum hefur sín takmörk og virkar ekki þegar sólin er fjarri. Önnur aðferð felst í að nota spegil sem lagður er á jörðina í ákveðinni fjarlægð frá fánastönginni. Beinni línu frá fæti fánastangarinnar er fylgt gegnum spegilinn og áfram þar til maður sér kúluna efst á fánastönginni í speglinum. Maður mælir augnhæð sína og fjarlægðina að speglinum. Síðan reiknar maður út hæð fánastangarinnar með hlutfallsreikningi. Þetta er hægt þar sem vitað er að við speglun er útfallshorn alltaf jafnt aðfallshorni. Gaman er að nota báðar aðferðirnar og bera niðurstöðurnar saman.



Hversu breið er áin?

Nemendur vinna verkefni 2.29 í raunveruleikanum. Nemendum er skipt í tvo hópa. Þeir nota aðferðirnar tvær til að reikna út breidd árinna og nota til þess einslögum. Kennari merkir ímyndaða á með óþektri breidd, t.d. á leikvöllinn. Nemendur gera nauðsynlegar mælingar á ánni þannig að þeir geti reiknað út breidd hennar með báðum aðferðunum.

Faglegt innihald

- Mælikvarði

Búnaður

- Verkefnablað 3.2.7
- Verkefnablað 3.2.8

Kort og mælikvarði

Blaðsíða 66–67

Æfingahefti

2.39

2.50

Ábendingar

Bls. 66

Pessi blaðsíða er ætluð til samræðu í bekkjardeildinni. Gott er að byrja á námsmarkmiðunum. Nemendur ræða um, skrá hjá sér jafnvel í hugarkort hvað þeir vita um landakort, mælikvarða og vinnuteikningar frá fyrri tíð. Hvaða orð eru þeim óþekkt? Þeir finna út hvort einhver hefur sérstaka reynslu sem tengist þemanu, til dæmis reynslu af ratleik. Kennari tengir efnið við aðrar námsgreinar ef nemendur átta sig ekki á að þeir nota mælikvarða í landafræðihluta samfélagsgreina og í ratleik í íþróttatímum. Við gerð vinnuteikninga í list- og verkgreinum er mælikvarði einnig notaður en þá gjarnan til að stækka litla hluti en ekki til að minnka hluti eða myndir eins og með landakorti í samanburði við landsvæði. Minnt skal á að á opnunni er rætt um línulega stækkun og minnkun (meira um þetta í verkefni 2.43 á bls. 71).

Sýnidæmi 7

Í sýnidæminu er sýnt hvernig finna má mælikvarðann með því að bera myndina saman við raunveruleikann. Benda þarf nemendum á að fyrri talan vísar í eftirmyndina og síðari talan vísar í raunveruleikann. Tölurnar þurfa að hafa sömu einingu en einingin er ekki nefnd þegar mælikvarðinn er tilgreindur. Tölurnar á að stytta eins mikið og hægt er, þó ekki meira en svo að báðar tölurnar eiga að vera heilar. Mælikvarðann 2 : 5 á ekki að stytta í 1 : 2,5.

Grundvallarfærni

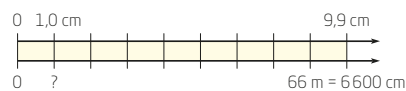
Nemendur lesa og ræða saman um kaflann um Línu langsokk. Þeir þurfa að geta útskýrt hvernig við getum minnkað teikninguna af hesti þannig að hæð hans og lengd verði í réttu

hlutfalli. Þeir þurfa að nota hlutfall milli stærða til að geta reiknað út stærðir einslaga, minnkaðra mynda. Nemendur lesa síðan fagtextann og reglurammann í rammanum á bls. 67. Þeir útskýra svo hvernig þeir skilja hugtökin eftirmynd, minnkun og mælikvarði.

Einfaldari verkefni

2.35–2.36

Gott er að nota tvöfalda talnalínu til að finna mælikvarðann. Málið á eftirmyndinni er sett ofar og hið raunverulega mál neðar.



Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Teikna eftirmyndina

Nota má verkefnablað 3.2.7. Kennari ákveður eða lætur nemendur velja um hvort þeir teikna eftirmyndina í mælikvarðanum 2 : 1 eða 3 : 1.

Láttu kisu skreppa saman

Nota skal verkefnablað 3.2.8 og reglustiku með sentimetramáli. Nota má punktinn *P* sem hvarfpunkt. Nemendur teikna hjálparlínur milli *P* og kisu og finna punkt á línunum fyrir hvern punkt á kisu í hálfri fjarlægð frá *P*. Síðan finna nemendur mælikvarða eftirmyndarinnar.

Faglegt innihald

- Mælikvarði
- Landakort

Búnaður

- Punn snúra eða þráður sem er ekki teygjanlegur

Æfingahefti

2.40-2.43

2.51-2.54

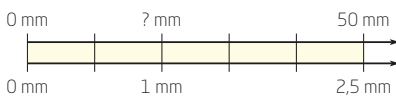
2.62-2.63

Blaðsíða 68–69

Ábendingar

Sýnidæmi 8

Nota skal tvöfalda talnalínu til að sýna aðra aðferð við að finna mælikvarða. Þá er mál eftirmyndarinnar sett fyrir ofan og málið úr raunveruleikanum fyrir neðan.



Hér má sjá að 50 mm á myndinni samsvarar 2,5 mm í raunveruleikanum. Báðar þessar tölur eru deilanlegar með 5. Við skiptum því talnalínunni í fimm hluta og finnum hvað 1 mm í raunveruleikanum er á myndinni. Mælikvarðinn hér er 20 : 1.

Sýnidæmi 9

Í sýnidæminu er mælikvarði tengdur notkun landakorts. Notkunargildið er dregið fram í dagsljósið með því að tengja það við vegalengd-hraði-tími. Að reikna með vegalengd, hraða og tíma var tekið fyrir í Skala 2A, kafla 3. Ef nemendur muna ekki eftir þessum námsþætti gefst hér gott tækifæri til upprifjunar. Erfitt er að nota reglustiku til að mæla af nákvæmni vegalengd eftir vegi sem hlykkjast eftir landakorti. Þráðarspotti hentar hér betur. Ef nemendum finnst þetta einnig erfitt með þræðinum getur borgað sig að vinna saman til að fleiri fingur séu tiltækir til að halda þræðinum föstum. Hér væri snjallt að nota tækifærið og bera niðurstöður saman við útreikninga vegalengda á netinu t.d. google maps eða á ja.is.

Grundvallarfærni

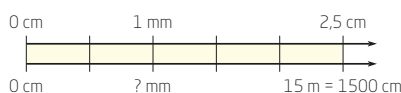
Að geta áætlað, metið og reiknað út fjarlægðir er meginatriði þegar ætlunin er að skipuleggja og fara í ferðir á eigin vegum. Að túlka upplýsingar á landakorti felur í sér að viðkomandi þarf að hafa lestrarfærni til að bera. Að nota upplýsingarnar til að meta fjarlægðir krefst reikningsfærni. Að leysa verkefni með skýringa- eða hjálpmyndum tengist bæði lestrarfærni og skriflegri færni. Nemendur þurfa að þekkja muninn á þeim kröfum, sem gerðar eru til skissu, fullgildrar teikningar og rúmfræðilegrar teikningar. Rúmfræðileg teikning er gerð með reglustiku og hringfara þar sem bein strik, hringbogar og skurðpunktir mynda nákvæma mynd. Teikning á að vera nákvæm en leyfilegt er að mæla með reglustiku eða gráðuboga. Skissa segir til um form myndar en þarf ekki að vera alveg nákvæm. Í skissu má notast við augnmál og námundun en samt má hún ekki vera svo ónákvæm að hún líkist ekki þeirri mynd sem hún á að sýna.

Einfaldari verkefni

Nemendur teikna tvöfalda talnalínu sér til hjálpar við að leysa verkefni tengd mælikvarða.

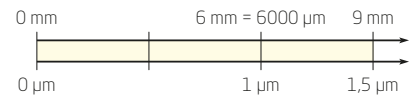
2.38

Hér er um minnkun að ræða. Nemendur reyna að giska á, hverju 1 cm á myndinni samsvarar í raunveruleikanum. Sjá má að talnalínunni má skipta í fimm hluta, 1 cm samsvarar þá 6 m, þ.e.a.s. 600 cm. Mælikvarðinn er þá 1 : 600.



2.39

Klasasýklarnir á myndinni eru misstórir. Mælikvarðinn verður þess vegna misjafn eftir því hvort gengið er út frá stærstu eða minnstu sýklunum á myndinni. Í þessu tilviki getur tvöfalda talnalínan einnig hentað vel til að skilja tengslin milli fjarlægðar á myndinni og fjarlægðar í raunveruleikanum.



Mælikvarðinn verður með þessum mælitölum um það bil 6000 : 1. Það merkir að myndin úr rafeindaskannanum er stækkuð um það bil 6000 sinnum.

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni

Teikna skissu í ákveðnum mælikvarða

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir velja nokkra einfalda hluti af stærri gerðinni úr kennslustofunni. Um getur verið að ræða glugga, hurð, mynd eða töflu. Þeir mæla hlutina og teikna skissu af þeim í mælikvörðunum 1 : 10 og 1 : 20. Síðan velja þeir nokkra litla hluti sem kennari hefur tiltæka eða í kennslustofunni. Hér má nefna kít, strokleður, pening eða hring/skartgrip. Nemendur mæla hlutina og teikna skissu af þeim í mælikvarðunum 2 : 1 og 5 : 1.

Faglegt innihald

- Landakort og mælikvarði

Búnaður

- Sentikubbar
- Atlas eða önnur landakort á prenti

Æfingahefti

2.44-2.46

2.55-2.59

2.64-2.66

Blaðsíða 70–71

Ábendingar

Ýmis verkefni - Hve langt?

Kennari og nemendur velja bæi, borgir og þéttabýla staði út frá því hvar þeir eru staðsettir og hvaða landakort þeir hafa aðgang að. Þeir velja nokkra staði í nágrenni við heimabyggð og nokkra sem eru lengra í burtu. Það er kostur ef nokkur mismunandi landakort eru fyrir hendi: kort af nánasta umhverfi, venjuleg ferðakort, vegakort yfir Ísland og stór landakort fyrir kennslustofur. Mikilvægur þáttur í verkefninu er að velja hentugt landakort með hliðsjón af þeirri fjarlægð sem á að mæla.

Önnur leið er að breyta verkefninu í hópakeppni. Þá er búin til tafla með ákveðnum fjarlægðum, sem nemendur sannreyna. Allir hópar eiga nú að finna sömu vegalengdina. Þeir finna mismuninn á uppgefningu og mældri vegalengd í prósentum og reikna síðan meðalfrávikið í hverjum hópi. Sá hópur vinnur sem er með lægsta gildið.

2.43

Í þessu verkefni eiga nemendur að uppgötva að mælikvarði eins og hann er venjulega notaður á einungis við lengdarmál og að ekki er hægt að yfirfæra hann beint á flatarmál eða rúmmál. Miklu skiptir að verkefnið leiði til þess að hugsanlegur mis- skilningur eins og þessi leiðréttest. Við töluliði d og e getur verið gott að hafa sentikubba við höndina. Gott er að nemendur komi fram með sínar eigin reglur í f-lið. Kennari velur 2-3 góðar tillögur og ræðir við nemendur um hvaða regla þeim finnst best. Hvetja þarf nemendur til að nota tungumál stærðfræðinnar og setja fram almenn tengsl, til dæmis:

- Þegar hlutfallið milli *lengdanna* er $1 : n$
- er hlutfallið milli *flatarmálanna* $1 : n^2$
- og hlutfallið milli *rúmmálanna* $1 : n^3$

Grundvallarfærni

Að geta lesið af landakorti, túlkað mælikvarða og framkvæmt útreikninga um fjarlægðir er mikilvægt á mörgum sviðum. Mestu skiptir að geta lesið á venjulegt landakort, t.d. af næsta nágrenni, ferðakort, borgarkort eða stórt vegakort og notað upplýsingarnar á landakorti til að skipuleggja ferðalag hvort sem kortið er á skriflegu eða stafrænu formi. Gott er að nemendur útskýri hver fyrir öðrum hvernig þeir reikna út fjarlægðir.

Hér gefst gott tækifæri til að bjóða nemendum að skoða kort t.d. í símunum sínum eða á spjaldtölvum.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir nota sentikubba til að skilja hvernig hlutfallið milli lengda breytist þegar um rúmmál er að ræða (verkefni 2.43 d og e).

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Verkefni sem samþætt er landafræði

Nota skal atlas eða önnur prentuð landakort. Nemendur velja fimm höfuðborgir hverja í sinni heimsálfu, Asíu, Afríku, Ameríku, Evrópu og Ástralía. Þeir búa til töflu þar sem allar höfuðborgirnar eru skráðar, bæði lárétt og lóðrétt. Nemendur nota landakortin og viðkomandi mælikvarða til að finna allar fjarlægðirnar milli borganna innbyrðis. Þegar taflan hefur verið fyllt út geta nemendur leitað að sömu fjarlægðum á netinu og borið eigin niðurstöður úr

töflunni saman við fjarlægðirnar sem gefnar eru upp á netinu. Hversu nákvæmlega tókst nemendum að finna fjarlægðir á landakorti? Þeir reikna út frávikið í prósentum í hverju tilviki. Er eitthvert sambengi milli hinnar réttu fjarlægðar og frávíksins í prósentum? Ef svo er - hver er þá skýringin?

Fræðilega er við því að búast að frávikið í prósentum aukist því meiri sem fjarlægðin er. Ástæðan er sú að lítill mælikvarði á landakorti hefur í för með sér meiri ónákvæmni mælinga. Samt getur niðurstaðan orðið sú að frávikið í prósentum verði meira ef fjarlægðirnar eru norðarlega eða sunnarlega á hnettinum. Ástæðan er að jörðin er ekki flöt heldur sporvölulaga (þ.e. jörðin er aðeins breiðari um sig um miðbaug en pólan). Til þess að koma yfirborði sporvölu yfir á sléttan flöt þarf að notast við kortavörpun. Til eru margar gerðir kortavarpna en þeim fylgir alltaf einhvers konar skekkja, ýmist í stærð, lögun eða staðsetningu. Því er vegalengd á korti alltaf háð þeirri kortavörpun sem kortið er í.

Faglegt innihald

- Vinnuteikningar

Æfingahefti

2.47

2.60

2.67, 2.68

Blaðsíða 72–73

Ábendingar

Við alls kyns aðstæður er nauðsynlegt að notast við vinnuteikningar. Vinnuteikning er reyndar ekki nákvæmt hugtak; vinnuteikningar geta verið afar mismunandi að formi og misjafnlega nákvæmar. Hvað sem öðru líður á vinnuteikning að fela í sér áætlun sem segir til um vöru sem ætlunin er að framleiða. Eðlilegt getur verið að samþætta þetta færnimarkmið með list- og verkgreinum.

2.44

Þetta er hefðbundin snið frá 8. tug síðustu aldar og kallast Ingrid Espelid-svuntan. Sniðið er auðvelt að nota í reynd.

2.45

Efnið er merkt með táknum fyrir tommu: „ (1 tomma = 2,54 cm).

2" × 2" (tvær tommur sinnum tvær tommur)

1" × 6" (1 tomma á þykkt og 6 tommur á breidd)

Verkefnið er tiltölulega opið og eðlilegt er að nemendur noti námundun. Efnislistann má gefa upp sem tilbúnar einingar eða sem tvenns konar efni í heilum metrum. Noti nemandi síðarnefndu aðferðina þarf að bæta við efni í afskurð (5% er eðlilegt).

2.46–2.47

Vélarhluta þarf að framleiða af mikilli nákvæmni. Þess vegna er venja að gefa málin upp í millimetrum.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni

Að lesa, túlka og nota vinnuteikningu felur í sér grundvallarlestarfærni. Fyrir eða síðar munu allir kynnast vinnuteikningum í einhverri mynd, hvort sem þeir ætla að skrúfa saman

ósamsett húsgagn, sauma fót eða taka afstöðu til staðsetningar eða nýtingar á íbúðarhúsnæði. Vinnuteikningar koma fyrir í flestum atvinnugreinum og þær koma mönnum fyrir sjónir bæði á opinberum vettvangi og í einkalífinu.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir og ræða saman um verkefni.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Vinnuteikning af piparkökuhúsi

Hér er um að ræða verkefni sem samþætta má list- og verkgreinum, heimilisfræði og stærðfræði. Nemendur vinna saman í litlum hópum. Þeir gera vinnuteikningu af piparkökuhúsi sem þeir vilja búa til. Það getur annað hvort verið þekkt bygging, ein af skólabyggingunum eða draumhús nemendanna sem þeir finna sjálfir upp. Ef þeir ætla að gera vinnuteikningu af raunverulegri byggingu, mæla þeir hana og teikna í mælikvarðanum 1 : 50 eða 1 : 100, séða frá öllum fjórum hliðunum og ofan frá. Ef til vill geta nemendur valið annan mælikvarða.

Þar næst búa þeir til snið fyrir piparkökuhúsið. Þá verður sniðið að vera í mælikvarðanum 1 : 1. Nemendur búa húsið fyrst til úr stífum pappa þannig að þeir sjái að hægt er að byggja húsið. Gott er að nota límbyssu. Reikna þarf út hvert yfirborðsflatarmál hússins er. Deigið í piparkökuhúsið þarf að duga í 0,5 cm þykka vegg. Nemendur þurfa að finna rúmmál deigsins sem þarf í húsið, bera það saman við uppskriftina til að fá um það bil rétt magn af deiginu. Síðan nota þeir sniðin, skera deigið út, baka alla hluta og setja allt saman (gjarnan með límbyssunni). Að lokum halda nemendur sýningu á

öllum byggingunum, undirbúningnum og prófunum.

Deig fyrir piparkökuhús

(hentar ekki til neyslu)

(Nægir í um það bil 3–4 hús að stærð um það bil 20 · 16 · 20 cm)

400 g síróp

200 g sykur

100 g smjör

4 egg

4 ts kanill

½ tsk. kardemommuft

½ tsk. pipar

½ tsk. engiferduft

½ tsk. negull (malaður)

½ tsk. anís

2 tsk. lyftiduft

1 kg hveiti

Stilla ofninn á 175 °C og baka kökuhúsið í um það bil 15 mín. í miðjum ofni.

Bræða skal síróp, sykur og smjör, kæla og hræra eggin saman við, eitt í einu. Síðan er kryddið sett saman við, 2/3 af hveitinu blandað í. Deigið hnoðað vel og látið á kaldan stað í að minnsta kosti einn sólarhring áður en það er notað. Afgangurinn af hveitinu er notaður þegar deigið er flatt út. (Heimild: Matglede, Gyldendal Norsk forlag)

Einnig má finna íslenskar uppskriftir af piparkökuhúsi á netinu.

Faglegt innihald

- Vinnuteikningar
- Teikningar á þrívíddarpunktblöðum

Búnaður

- Verkefnablað 3.2.1
- Verkefnablað 3.2.9
- Verkefnablað 3.2.10
- Verkefnablað 3.2.11
- Sentikubbar

Blaðsíða 74–75

Æfingahefti

2.48-2.49

2.61

2.69-2.70

Ábendingar

2.48

Hundakofi af þessari stærð er 90 cm á lengd, 70 cm á hæð og 60 cm á breidd. Nemendur leita að myndum af hundakofum á netinu til að fá hugmyndir og til að finna hæfilega stærð.

2.49

Tveir og tveir nemendur skoða saman teikninguna af baðherberginu. Þeir finna út hver málin á hliðunum eru. Öll mál á arkitektateikningum af húsum og herbergjum eru í millimetrum (mm) því þau þurfa að vera mjög nákvæm.

Bls. 75

Það getur verið nokkuð erfitt fyrir suma nemendur að sjá tengslin milli þrívíddarpunkateikningar og tvívíðrar teikningar. Þegar nemendur eiga að teikna sjálfir geta þeir notað rúmfræðiforrit ef þeir vilja. Í Geo-Gebra er til dæmis hægt að velja að sýna grind á teikniborðinu og breyta svo í einsfirða grind. Þá birtist þrívíddarpunktblaðið í bakgrunni, þ.e.a.s. jafnhliða þríhyrningar. Slíkt punktblað sýnir hornpunktana í jafnhliða þríhyrningum.

Gæta þarf þess að nemendur rugli ekki saman þrívíddarpunktblaði og fjarvídarteikningu. Á þrívíddarpunktableikningu haldast allar samsíða línur óbreyttar - þær sýna því ekki fjarvíd. Slíkar teikningar eru m.a. notaðar í alls konar stafrænum teikningum og eru kunnar mörgum, sem hafa með tölvuspil að gera. Sumir framleiðendur innréttinga bjóða upp á teikniforrit á heimasíðu sinni þar sem viðskiptavinurinn getur teiknað og fengið yfirlit yfir hvernig innréttingin mun líta út.

Grundvallarfærni

Nemendur þurfa að leggja hér mikla áherslu á að lesa og túlka tölur og teikningar. Þeir þurfa þjálfun í að lesa tvívíðar teikningar og þurfa að geta útskýrt þær fyrir öðrum. Að teikna á þrívíddarpunktblað krefst einnig þjálfunar (verkefnablað 3.2.9).

Einfaldari verkefni

Nota má þrívíddarpunktblað með jafnhliða þríhyrningum í stað einungis punkta. Þá er auðveldara að fylgja línunum til að gera þrívíddarteikningar (verkefnablað 3.2.10).

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

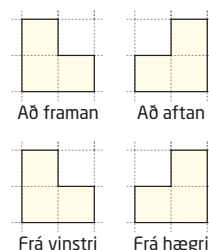
Kubbabyggingar

Nemendur nota verkefnablað 3.2.11. Verkefnið felur í sér kubbabyggingar séðar ofan frá. Tölurnar í reitunum sýna hve margir kubbar eiga að vera á hæðina. Gert er ráð fyrir að allir kubbastaflarnir byrji á grunnfletinum. Nemendur eiga fyrst að teikna bygginguna eins og hún lítur út frá fjórum hliðum. Þar næst eiga þeir að teikna kubbabygginguna á þrívíddarpunktblað frá að minnsta kosti einni hlið.

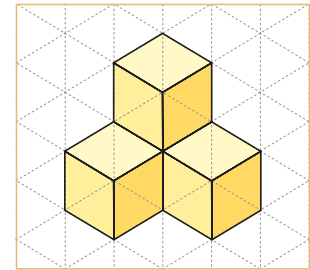
Verkefnið er gefið upp þannig:

	Að aftan		
Vinstri	2	1	Hægri
	1		
	Að framan		

Niðurstaða úr fyrsta hluta verkefnisins



Niðurstaða úr öðrum hluta verkefnisins:



Einhverjir nemendur munu hafa mikið gagn af því að nota sentikubba sér til hjálpar við bygginguna en rétt er að hvetja þá einnig til að reyna að vinna verkefnið án áþreifanlegra hjálpar-tækja til að æfa færni sína til að sjá hluti fyrir sér. Nemendur geta einnig búið til svipuð verkefni hver fyrir annan. Þá getur sá sem býr verkefnið til byggt myndina í 3D með senti-kubbum. Nota má myndina sem „lausn“.

Þrívíddarpunktar í tölvuspili

Nemendur finna dæmi um að myndir í tölvuleikjum séu gerðar eins og myndir á þrívíddarpunktblaði. Nemendur taka skjámynd og færa myndina yfir í rúmfræðiforrit. Þeir sýna með samsíða línunum að myndin er byggð upp eins og mynd á þrívíddarpunktblaði.

Faglegt innihald

- Yfirfærsla frá tvívíðum myndum til þrívíðra
- Ómögulegar myndir

Búnaður

- Pappír
- Lím
- Skæri

Fjarvídarteikning

Blaðsíða 76–77

Æfingahefti

2.71

2.75

Ábendingar

Flöt mynd getur aldrei gefið 100% rétta eftirmynd af þrívíðu fyrirbæri. Með ýmsum tæknibrögðum má samt sem áður búa til sjónræn dýptaráhrif. Í tengslum við stærðfræði er notkun fjarvídarteikninga áhugaverð. Fjarvídartæknin í þessum kafla sýnir hvernig staðsetning og stærð hluta hafa áhrif á dýptaráhrifin.

Eftirfarandi þættir geta einnig haft áhrif:

- persónur eða hlutir sem látnir eru skarast
- dökkir litir í forgrunni og ljósari litir í bakgrunni.

Málverkið „Brudeferden i Hardanger“ (Brúðkaupsferðin í Harðangursfirði) (Tidemand og Gude, 1848) er dæmi um slíkt.

Með því að leita á Netinu að norska heiti málverksins má sjá myndina.

Í egypskum málverkum er notuð sú aðferð að mikilvægar persónur eru sýndar allmiklu stærri en aðrir og persónur og hlutir eru sýndir á mjög áberandi hátt. Á þessari opnu er áherslan einnig lögð á ómögulegar myndir. Það eru myndir sem hægt er að teikna í tvívídd en sem ekki er hægt að breyta í þrívídd. Nemendur eiga sjálfir að koma með útskýringar á hvað gerist. Í mörgum sýnidæmanna eru línur, sem í raunveruleikanum tilheyra bakgrunninum, tengdar línur í forgrunninum.

2.52

Aðeins eru tvær mögulegar myndir í verkefninu: C er tólfliötungur og F er Möbiusarræma (einhliða flötur búinn til úr rétthyrningi með því að snúa öðrum enda hans hálfan snúning og líma við hinn endann).

2.53

Nemendur leita á netinu að fleiri svipuðum listaverkum til að skoða. Leitarorð geta verið: „ómögulegir hlutir“, „impossible figures“, „M. C. Escher“, „impossible objects“, „Sandro del Prete“.

Grundvallarfærni

Hér er fengist við að lesa og túlka hvernig myndir og teikningar eru byggðar upp. Nemendur hugsa, rökræða og koma með dæmi um málverk þar sem fjarvíd er notuð til að skapa dýptaráhrif. Hvetja þarf nemendur til að finna hvaða myndir er „ómögulegt“ að búa til í raunveruleikanum. Í rökræðunum þurfa nemendum að lýsa með orðum hvað gerir teikningarnar ómögulegar.

Einfaldari verkefni

Mikilvægt er að nemendur geti rætt saman, rökstutt eigin skoðanir og hlustað á skoðanir og rök annarra. Því er best að nemendur vinni sem allra mest saman.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Möbiusarræma

Möbiusarræma er einhliða flötur og með einni hlið. Maður býr til Möbiusarræmu með því að klippa pappísræmu sem límd er saman í hring. Áður en endarnir eru límdir saman eru öðrum endanum snúið um 180° . Þegar ræman hefur verið búin til tekur maður blýant og teiknar eftir annarri hliðinni með því að teikna samhangandi kúrfu. Þess skal gætt að blýantinn má ekki taka upp fyrr en búin er að teikna samhangandi línu báðum megin. Hið sama skal gert með því að fylgja hinni hliðarbrúnni. Á Netinu og YouTube má leita eftir „möbiusbånd“, „Möbius-Band“ til að sjá myndir og myndbönd.



Nemendur búa til Möbiusarræmu með miðlínu. Þeir klippa varlega eftir miðlínunni þannig að ræmunni verði skipt í tvennt eftir endilöngu.

Nemendur skoða niðurstöðuna:

- *Hve margar ræmur ertu með og hve margir eru snúningarnir?*

Nemendur kanna þetta enn frekar með því að endurtaka skiptinguna. Nemendur geta búið til fleiri svipaðar ræmur og skráð niðurstöðurnar í töflu. Muna þarf eftir að hafa með ræmu án snúnings:

Fjöldi snúninga	Fjöldi hliða	Fjöldi hluta eftir eitt klipp	Fjöldi hluta eftir tvö klipp
0			
1			
2			
3			

Spurningar sem hægt er að varpa til nemenda:

- *Hvers konar mynstur sérðu í fjölda snúninga og fjölda hluta?*
- *Settu fram tilgátu um hvað gerist þegar þú býrð til ræmu með fjórum snúningum.*
- *Prófaðu tilgátuna.*

Faglegt innihald

- Fjarvíddarteikning með einum hvarfpunkti

Búnaður

- Verkefnablað 3.2.12
- Verkefnablað 3.2.13
- Verkefnablað 3.2.14
- Reglustikur

Blaðsíða 78–79

Æfingahefti

2.72

2.76-2.77

Ábendingar

Ýmis verkefni - Eiginleikar og einkenni fjarvíddar

Tilgangurinn með þessu verkefni er að nemendur uppgötvu að línurnar safnast saman í einn punkt.

Verkefnablöð 3.2.12 og 3.2.13 á að nota í vinnunni með hluta 1. Á verkefnablaði 3.2.14 er myndin sem sýnd er í hluta 2. Það verður meiri fjölbreytni í nemendavinnunni ef nemendur geta byrjað á teikningunni sjálfir. Kennari þarf að meta í hvað hann vill nota tímann og hvað gagnast mismunandi nemendum best.

Hugtökin punktur, lína og samsíða línur eru í aðalhlutverki í fjarvíddarteikningu. Leggja þarf sérstaka áherslu á hvernig línur eru teiknaðar sem eru samsíða í raunveruleikanum. Nemendur eiga einnig að lýsa því sem gerist hvað varðar áttirnar þrjár lengd, breidd og hæð. Í eins punkts fjarvídd haldast beinar línur sem sýna hæð og breidd samsíða en samsíða línur, sem sýna lengd safnast saman í einum hvarfpunkti. Kennari þarf einnig að kynna fyrir nemendum hugtakið sjónlína.

Bls. 79

Hér er sýnt skref fyrir skref uppbygging teikningar með eins punkts fjarvídd. Þessi uppskrift er á engan hátt hin eina rétta. Einkum þegar lok teikningarinnar nálgast getur röðin á því hvað teiknað er verið mismunandi eftir því hver fyrirmyndin eða teiknarinn er. Kennari bendir nemendum á að heppilegt er að nota mjúkan blýant og teikna laust þegar maður teiknar hjálparlínur því að þá er auðvelt að þurrka þær út þegar ganga skal frá myndinni fullgerðri.

Grundvallarfærni

Að túlka teikningu tengist lestrarfærni og munnlegri færni. Teiknunin sjálf tengist skriftarfærni. Mikilvægt er að gera nemendum ljóst að í stærðfræði eru listrænir hæfileikar ekki metnir heldur hvort nemendur hafi skilið aðalatriðin, geti útskýrt munnlega og skriflega hvernig yfirfærslan frá tvívídd til þrívíddar fer fram og geti tengt það hugtökunum sem nefnd eru hér á undan.

Einfaldari verkefni

Nemendur ljúka við hálffullgerðar teikningar, sjá verkefnablað 3.2.14. Þessi tegund verkefnis er einnig notuð í prófum.

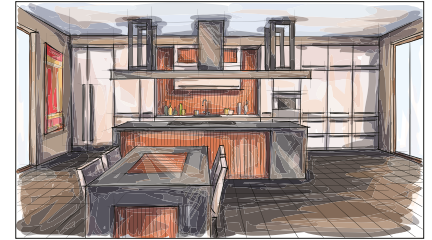
Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Sambætting stærðfræði og list- og verkgreina

Nemendur skoða fjarvídd í þekktum málverkum. Nemendur setja saman myndir úr ýmsum skráðum eða myndasöfnum. Þegar þeir hafa sótt myndirnar geta þeir sett inn á þær línur til að finna út hvers konar fjarvídd er um að ræða. Dæmi um myndir:

- Draumaborgin (e. Ideal city) eftir Piero della Francesca
- Skólinn í Aþenu (e. the School of Athens) eftir Raphael
- Brúðkaupið í Kana (e. the Wedding at Cana) eftir Paolo Veronese
- Síðasta kvöldmáltíðin (e. the Last Supper) eftir Leonardo da Vinci
- Lyklar himnaríkis afhentir (e. Delivery of the Keys) eftir Pietro Perugino

Nemendur geta einnig sjálfir búið til teikningar með eins punkts fjarvídd af herbergi sem þeir horfa inn í. Þeir geta annað hvort teiknað í höndunum eða í rúmfræðiforriti.



Faglegt innihald

- Fjarvíddarteikning með einum hvarfpunkti

Búnaður

- Tölva með rúmfræðiforriti
- Askja sem er opin í báða enda

Blaðsíða 80–81

Æfingahefti

2.73

2.78

Ábendingar

2.55

Það er fróðlegt fyrir unglunga að kynnast hinni þekktu mynd Edvarðs Munchs, Ópinu. Sjálfsagt er að láta nemendur fara inn á netið og skoða fleiri myndir eftir Munch, sem er einn þekktasti listmálari Noregs fyrr og síðar og einn helsti meistari expressionismans. Munch (1863–1944) missti móður sína 5 ára gamall og systur sína þegar hann var 14 ára. Var hann alinn upp ásamt eftirlifandi systkinum sínum af föður þeirra sem þjáðist af geðsjúkdómi. Þessar uppeldisaðstæður höfðu djúp áhrif á Munch sem listmálara þar sem margar myndir hans endurspegla vanlíðan og sálarangist, einkum framan af listamannsævi hans, sjá t.d. myndirnar Ópið og Veika barnið (n. Det syke barn).

Eftir dauða Munchs fékk norska ríkið til eignar öll hans verk og var þá Munch-safnið í Ósló stofnað.

2.56

Verkefni a er lýsing – skref fyrir skref – á hvernig teikna skal kubb í eins punkts fjarvídd. Lýsingin byggist á forritinu GeoGebra. Ef skólinn notar annað forrit kann að vera að aðlaga þurfi þetta verkefni að einhverju leyti. Í verkefni b er ætlunin að nemendur komist að raun um að sjónlínan liggur hátt þegar maður horfir á kubbinn ofan frá og hins vegar lágt þegar við horfum á kubbinn neðan frá.

Klassískt dæmi um mynd þar sem ljósmyndarinn stendur hærra en viðföngin er plötuumslagið „Abbey Road“ með Bítlanum. Myndefnið er eins punkts fjarvídd af götummynd af hljómsveitarmeðlimunum fjórum í forgrunni. Auðvelt er að sjá sjónlínuna og hvarfpunktinn en þau eru hátt á myndinni, fyrir ofan höfuð

Bítlanna. Nemendur finna myndina á netinu „Abbey Road album cover“ Kennari spyr nemendur t.d.:

Sýnidæmi:

- Hvar hlýtur ljósmyndarinn að hafa staðið þegar hann tók myndina? (Hærra en persónurnar á myndinni, til dæmis á palli eða í körfubíl).
- Hvar hefði sjónlínan verið ef ljósmyndarinnar hefði staðið á götunni? (Um það bil í sömu hæð og axlir eða andlit fjórmenn-inganna).

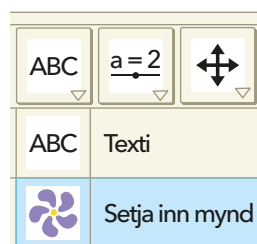
2.58

Myndin A gefur til kynna að maður sé nálægt kassanum. C gefur til kynna að maður sé langt frá honum. Nemendur prófa sjálfir með kassa, pappasívalning úr salernisrúllu eða jafnvel höndina sem látin er mynda O.



2.59

Ef nemendur nota GeoGebra er auðvelt að taka myndir inn í forritið, teikna línur og finna hvarfpunkta. Gæta þarf þess að myndin sé tekin inn í viðkomandi tölvu og sett í tiltekna möppu. Notaðu þarf verkfærið „Setja inn mynd“.



Nemendur smella á teikniborðið, sækja myndina úr viðkomandi möppu og setja hana inn. Stríkið AB táknar neðri brún myndar. Hægt er að aðlaga staðsetningu og stærð myndarinnar eftir að henni hefur verið hlaðið inn. Í stillingum er hægt að læsa myndinni eða hafa hana sem bakgrunnsmýnd, þ.e.a.s. bak við grind.

Einnig er hægt að nota teikniforrit í þetta verkefni en þar hefur maður ekki sömu möguleika á að tryggja að línur verði samsíða.

Grundvallarfærni

Stafræn færni

Ein hlið stafrænnar færni tengist beint stærðfræðilegum skilningi. Önnur hlið stafrænnar færni, sem nemendur þurfa að fá þjálfun í, tengist meðhöndlun skráa í tölvu. Í þessu verkefni fá nemendur þjálfun í hvorutveggja.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir við lausn verkefnis 2.58 með rúmfræðiforriti. Þá þurfa nemendur að orða hugsanir sínar til að hinn nemandinn geti skilið það sem fram fer.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Útskýring með myndbandi á eins punkts fjarvídd

Nemendur búa til myndband þar sem þeir útskýra hvernig maður teiknar kubb í eins punkts fjarvídd. Notaðu má rúmfræðiforrit og forrit til að taka upp skjámynd með hljóði. Nemendur útskýra jafnóðum það sem gert er og geyma skrána eins og kennari gefur fyrirsmæli um.

Faglegt innihald

- Fjarvíddarteikning með mörgum hvarfpunktum

Búnaður

- Verkefnablað 3.2.15
- Verkefnablað 3.2.16
- Verkefnablað 3.2.17

Blaðsíða 82–83

Ábendingar

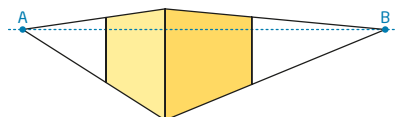
Myndin efst á bls. 82 er ýkt af ásettu ráði. Ef um er að ræða réttan strending og við sjáum svona mikið af langhlíðinni (dýptarlínurnar) sjáum við ekki strendinginn að framan og það er rangt að teikna breiddarlínurnar samsíða. Myndirnar neðst á blaðsíðunni sýna hvernig tveggja punkta fjarvídd og þriggja punkta fjarvídd hafa færri samsíða línur og fleiri hvarfpunkta. Tengslin eru þessi:

Fjöldi samsíða lína á teikningunni	Fjöldi hvarfpunkta á teikningunni
2	1
1	2
0	3

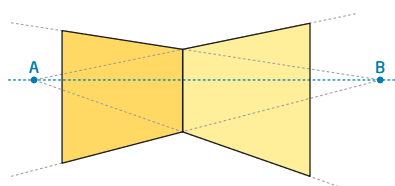
Við sjáum að summan af fjölda samsíða lína og fjölda hvarfpunkta er alltaf 3 sem að líkindum tengist áttunum þremur í rýminu: lengd, breidd og dýpt.

Þegar gera skal teikningu í tveggja punkta fjarvídd er hentugt að byrja með lóðrétta línu sem sýnir hornið sem snýr að teiknaranum (ef til vill frá teiknaranum ef hann teiknar herbergi að innan). Þar næst skal teikna sjónlínu og merkja tvo hvarfpunkta á hana. Allar lóðréttar línur eru samsíða.

Horn sem snýr út:



Horn sem snýr inn:



Ef teikna skal mynd í þriggja punkta fjarvídd þarf fyrst að ákveða hvort

þriðji hvarfpunkturinn eigi að liggja fyrir ofan sjónlínuna (músarsjónarhorn) eða fyrir neðan hana (flugla-sjónarhorn). Einnig þegar um er að ræða þriggja punktafjarvídd er eðlilegt að ganga út frá lóðréttri línu eða horni sem að einhverju marki snýr að áhorfandanum.

2.63

Sjá ábendingar með verkefni 2.59 (bls. 81) varðandi notkun mynda í GeoGebra.

Grundvallarfærni

Nemendur skoða, túlka og teikna til að finna og sýna dýptaráhrif í myndum. Þeir nota stafræn hjálpartæki til að skoða margra punkta fjarvídd. Nemendur lesa fagtexta og regluramma og ræða saman um hvernig þeir skilja hugtökin tveggja punkta fjarvídd, þriggja punkta fjarvídd, sjónlína, hvarfpunktur, lóðréttar, láréttar og samsíða línur.

Einfaldari verkefni

Nemendur ljúka við hálfgerðar myndir, sjá verkefnablöð 3.2.15, 3.2.16 og 3.2.17.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Þriggjadálkatafla

Nemendur búa til þriggjadálkatöflu þar sem þeir gera skýringarmynd og skrifa útskýringar á hugtökunum eins punkts fjarvídd, tveggja punkta fjarvídd, þriggja punkta fjarvídd, sjónlína og hvarfpunktur.

Hugtak	Skýringarmynd	Útskýring

Faglegt innihald

- Stigaformúlan

Búnaður

- Mismunandi innanhúss- og utanhússstigjar
- Hringstigi
- Reglustika

Tækni, list og arkitektúr

Blaðsíða 84–85

Ábendingar

Kennari byrjar á því að fara yfir námsmarkmiðin. Nemendur skrá hjá sér eða segja frá því sem þeir vita um byggingartæknilegar reglur, eiginleika þríhyrninga og gullinsniðið úr fyrra námi. Hvaða orð eru nemendum ókunnug? Kennari athugar hvort einhver nemandi hafi sérstaka reynslu af þessu þema, til dæmis af byggingarframkvæmdum eða úr list- og verkgreinanámi sínu.

Við höfum valið úr nokkur rúmfræðileg tengsl sem hafa sérstaka þýðingu í sambandi við tæknigreinar, listir og arkitektúr.

Stigaformúlan er dæmi um hvernig stærðfræðileg tengsl og ýmsar stærðir nýtast við aðstæður í daglegu lífi. Í gegnum þetta dæmi koma hér einnig fram tengslin milli rúmfræði og algebru.

Bls. 84

Fagtextinn vísar til byggingarreglugerðar nr. 112, 2012, sjá Mannvirkjastofnun.

Grundvallarfærni

Að lesa, túlka og nota vinnuteikningar felur í sér grundvallarlestarfærni. Að skilja flókna skýringarmynd um hækkun í stigum krefst góðrar lestrarfærni. Hvetja má nemendur til að skoða þetta sérstaklega og reyna að útskýra fyrir öðrum á auðskiljanlegan hátt.

Einfaldari verkefni

Nemendur geta notað stigaformúluna án þess að taka tillit til hallans. Það gerir útreikningana einfaldari og það er auðveldara að komast að raun um hvort stigjar sem nemendur mæla uppfylli kröfur stigaformúlunnar.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Athuga handriðið á stiganum

Samkvæmt reglugerðinni eiga allir stigjar þar sem hæðarmismunur er meiri en 50 cm að hafa handriði. Fjarlægðin milli efsta hluta handriðsins og fremstu brúnar þrepsins á að vera að minnsta kosti 90 cm. Bilið milli lóðréttu rimlanna í handriðinu má ekki vera meira en 10 cm til að hindra að barn geti troðið höfðinu þar á milli. Í opinberum byggingum á handriði að vera báðum megin á stiganum í tveimur hæðum, annað um það bil 90 cm fyrir ofan þrepið og hitt um það bil 70 cm fyrir ofan þrepið.

Nemendur mæla og athuga stigana sem þeir skoðuðu í verkefni 2.65.

- *Er handriðið í samræmi við reglugerðina? Ef ekkert handriði er – hvernig ætti það að vera samkvæmt reglugerðinni?*

Búa til líkan af stiga í mælikvarðanum 1 : 10

Nemendur velja eða draga um mismunandi halla. Þeir nota pappa eða karton og búa til líkan af stiga með fjórum þrepum sem hafa þann halla sem nemendur drógu eða völdu og sem uppfyllir kröfur reglugerðarinnar.

Hve mörg þrep?

Venjulegur hæðarmismunur milli tveggja hæða í íbúðarhúsi er 2,70 m. Nemendur finna út hve mörg þrep þurfa að vera í stiga milli hæðanna ef stigin á að vera í samræmi við reglugerð.

- *Hvaða mál verða á framstiginu, uppstiginu og hallanum?*

Faglegt innihald

- Eiginleikar og einkenni þríhyrninga

Búnaður

- Sogrör
- Pípuhreinsarar
- Purrt spaghetti
- Litlir sykurpúðar
- Ljósritunarpappír
- 3 mm maskínuskrúfur með róm (einnig hægt að nota splittklemmur)
- Límstifti
- Pappírsundirlag

Blaðsíða 86–87

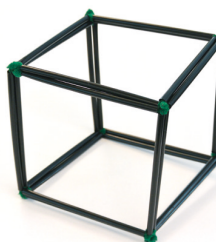
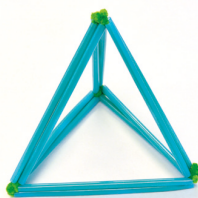
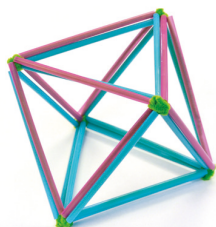
Æfingahefti

2.86–2.89

Ábendingar

Ýmis verkefni - Þríhyrningur eða ferhyrningur?

Markmiðið með þessu verkefni er að nemendur uppgötvi hversu stífur þríhyrningur er í samanburði við aðra marghyrninga. Mjög margar byggingar hafa ferhyrnda grunnflöt, ferhyrnda vegg, glugga o.s.frv. Maður kynni að halda að ferhyrningur sé eins konar grunneining í alls kyns byggingum. En svo er ekki. Til að gera ferhyrninga stífa er bætt við þá hornalínu sem skiptir þeim í þríhyrninga og gera formin stíf. Í tölulíðum 2 og 3 eru nemendur hvattir til að byggja platónsku formin sem myndir eru af neðst á blaðsíðunni. Þetta eru þrívíðu formin fimm sem eru settir saman úr einni gerð reglulegs marghyrnings (uppfinning Platós (427–347 f.Kr.)).



2.68

- A** Þótt fullyrðingin sé sönn felur hún ekki í sér sérlega góð rök fyrir svari við spurningunni.
- B** Ósönn fullyrðing. Tveir einslaga þríhyrninga hafa tvö og tvö jafn stór horn en lengd hliðanna getur verið óþekkt.
- C** Fullyrðingin er sönn. Þótt nemendur á unglíngastiginu hafi ekki tæki til að reikna út hornstærðina eru hornin þekkt og þeim verður ekki breytt.
- D** Fullyrðingin er sönn en hún á ekki við í þessu samhengi.
- E** Fullyrðingin er í ætt við fullyrðingu C en ekki eins nákvæmlega og stærðfræðilega orðuð. Þegar hliðarnar eru þekktar er það rétt að einungis einn þríhyrningur er til (og eftirmyndir af honum sem eru eins) sem passa fyrir þessi mál.

Grundvallarfærni

Á þessari opnu eiga nemendur að bera saman eiginleika þríhyrnings og ferhyrnings. Að prófa sig áfram, rökræða og setja fram útskýringar er mikilvægt til að skilja mismuninn á eiginleika þessara mismunandi forma. Einnig eiga nemendur að færa munnlega rök fyrir hvers vegna þríhyrningurinn er stíft form.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman og rökræða við bekkjarfélagana.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Bæði verkefnin sem lýst er hér á eftir má samþætta við list- og verkgeinar.

Hæsti turninn

Þetta verkefni þjálfar samvinnu, skipulagningu og skilning bæði í landafræði og tæknigreinum. Skipta á bekkjardeildinni í hópa og búnað-

inum, spagettipinum (ca. 50 g) og sykurpúðum (ca. 25 g) er skipt á milli þeirra. Byggingarefnið verður að vera takmarkað. Verkefnið gengur út á að byggja sem hæstan turn á fyrir fram ákveðnum tíma. Hver sá tími er fer eftir vilja kennarans en hér skal bent á 30 mínútna tímaramma. Ákveða þarf tíma til skipulagningar í hópunum áður en byggingarvinnan hefst. Nemendur mega ekki byrja fyrr en gefið er merki og byggingarvinna á einnig að enda þegar merki er gefið. Síðan mæla nemendur hæð bygginganna. Til að hæðin verði viðurkennd þarf byggingin að geta staðið í að minnsta kosti 5 mínútur eftir að byggingarvinnunni er lokið.

Byggja brú - örugga og ódýra

Sjá lýsingu á bls. 52 í kennarabók.

Faglegt innihald

- A-stærðir
- Gullinsnið, φ

Búnaður

- A4-blað
- Reglustika
- Málband
- Verkefnablað 3.2.18
- Verkefnablað 3.2.19

Blaðsíða 88–89

Æfingahefti

2.90-2.91

2.95

2.102

Ábendingar

Nokkrar óræðar tölur eru mjög mikilvægar sem hlutfallstölur. Áður hafa nemendur fengist við hlutfalls-töluna π . Á þessum blaðsíðum verður fjallað um hlutfallstölurnar tvær $\sqrt{2}$ og φ . Það sem er líkt með þessum þremur tölum er að þær lýsa allar hlutföllum milli tveggja lengda og að hlutfallið er rúmfræðilegs eðlis og mikið notað.

Ýmis verkefni - A-stærðirnar

Þegar nemendur eru komnir að tölulíð 6 er mikilvægt að leggja áherslu á að nákvæmt gildi er $\sqrt{2}$. Námunadað gildi er 1,4142...

Í Skala 2B, bls. 14 er verkefnið „Leyndarmál A4-blaðs“. Þar vinna nemendur með hlutfallið milli styttri hliðar og lengri hliðar A4-blaðsins á annan hátt og sýndu fram á að hlutfallið er það sama í A3-blaði og í A5-blaði. Verkefnið hér er ólíkt því sem er í 9. bekk. Í því er notuð Pýþagórasarregla til að reikna út hornalínuna í ferningnum og aðra aðferð en mælingu til að sýna að lengri hliðin = $\sqrt{2} \cdot$ styttri hliðin. Með því að leita að A-stærðum í rétt-hyrningum í umhverfinu verða nemendur meðvitaðir um að A-stærðir byggjast á hlutfallinu $1 : \sqrt{2}$ og eru ekki aðeins tengdar hinum stöðluðu pappírsstærðum.

Bls. 89

Það er ekkert nýmæli fyrir nemendur að nota gríska bókstafi sem tákni fyrir óræða tölu. π er slík tala. Óræð tala er sú sem ekki er hægt að rita sem hlutfall tveggja heilla talna. Mismunurinn á π og φ er samt sem áður sá að ekki er hægt að tákna π á nákvæman hátt með tölustöfum þótt við notum ferningsrótamerki og brotastrik. Aftur á móti má tákna φ nákvæmlega með tölum.

2.69

Í þessu verkefni virðast vera notaðir ótilhlýðilega margir aukastafir og þar með nákvæmni upp á tíundahluta úr millimetra. Þetta er samt gert með tilliti til þess að niðurstöðurnar verði eins nálægt π og hægt er. Kennari ræðir við nemendur um hvort þeir haldi að hægt sé að staðsetja ávaxtaskálina með svo mikilli nákvæmni og hversu mikillar nákvæmni hægt sé að búast við ef maður ætlar að ganga úr skugga um - með augnmáli einu saman - hvort um gullinsnið sé að ræða. Venjulega er námundaða gildið 1,8 nægilega nákvæmt.

2.70

Myndin af Parþenonhofinu (Meyjarhofinu) á Akropolis-hæðinni er á verkefnablaði 3.2.18 Myndin sýnir hvaða rétt-hyrninga nemendur geta athugað.

Grundvallarfærni

Nemendur eiga að framkvæma mælingar og útreikninga til að skoða hlutföll eins og A-stærðir og gullinsnið. Að lesa samsettan texta með skýringarmyndum, myndum, reglurómmum og talblöðrum krefst góðrar lestrarfærni. Nemendum má leiðbeina inn í lesturinn þannig að þeir geti notfært sér mismunandi atriði í textanum til að öðlast sem bestan skilning. Þeir geta rökrætt um hvernig þessi atriði tengjast og styðja textann.

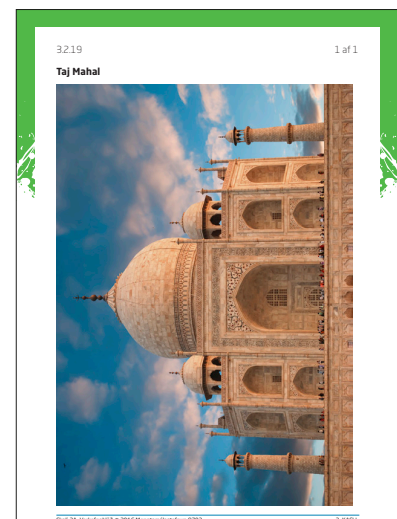
Einfaldari verkefni

Nemendur mæla og kanna hinar raunverulegu aðstæður sem lýst er á opnunni, bæði hvað varðar A-stærðir og gullinsniðið. Nemendur, sem fá sjálfir að framkvæma slíkar mælingar, eiga auðveldara með að muna og þar með að læra námsefnið.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Fleiri byggingar með gullnum rétt-hyrningum

Önnur söguleg bygging, sem hentar vel til að rannsaka gullna rétt-hyrninga, er Taj Mahal, sjá verkefnablað 3.2.19.



Faglegt innihald

- Gullinn réttthyrningur
- Talnaruna Fibonacci

Búnaður

- Hringfari
- Reglustika
- Tölva með töflureikni
- Verkefnablað 3.2.20

Æfingahefti

2.92-2.93

2.96-2.101

2.103-2.107

Blaðsíða 90–91

Ábendingar

Pemaheftið Gullinsnið má finna á Stærðfræðitorgi Menntamálastofnunar. Þar er ýmis fróðleikur og verkefni til að kynna Gullinsniðinu nánar.

Bls. 90

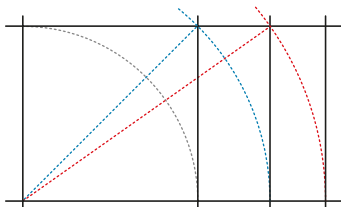
Hér er sýnd aðferð stig af stigi til að teikna gullinn réttthyrning.

2.72

Hér er gert ráð fyrir að nemendur byggja á teiknaðferðinni á bls. 90. Nemendur reikna út frá hornalínunum og hliðum til að sýna að teikniuppskriftin er í reynd rétt.

2.73

Hér eru gefin upp fjögur hlutföll. Fyrstu þrjú eru þekkt sem ferningur, A-stærð og gullinn réttthyrningur. Ekki er sérstaklega fjallað um síðasta hlutfallið, $1 : \sqrt{3}$, í kaflanum. Sá réttthyrningur er samt sem áður einnig mjög mikið notaður einkum í nútímalegum húsum eða húsum í fúnkisstíl. Hlutfallið kemur fram með því að vinna út frá réttthyrningi í A-stærð. Hornalínan sem hefur lengdina $\sqrt{3}$ er dregin. Sú lengd er notuð sem hliðarlengd í nýjum réttthyrningi með sömu breidd og sá fyrri.



Spurning til nemenda:

- Hve löng er hornalínan í réttthyrningi þar sem hlutfallið milli hliðanna er $1 : \sqrt{3}$ ($2 \cdot$ breiddin)

2.74

Sjá verkefnablað 3.2.20 þar sem er stækkuð mynd af kirkjunni.

Grundvallarfærni

Að geta teiknað með hringfara og reglustiku er hluti af skriflegri færni í stærðfræði. Nemendur fá einnig hvatningu til að mæla og reikna út mismunandi réttthyrningsstærðir á myndinni af fúnkishúsinu og Notre-Dame-kirkjunni. Nemendur þurfa að geta útskýrt hvernig Fibonacci-talnarunan er byggð upp og metið hvernig hlutföllin milli talna sem koma hvor á eftir annarri breytast eftir því sem talnarunan heldur áfram.

Einfaldari verkefni

Nemendur nota réttthyrningsstærðir samkvæmt sniðunum sem lýst er hér á eftir í tengslum við verkefni 2.74.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Í leit að ákveðnum réttthyrningsstærðum

Nemendur búa til úr þykkum pappír sett af sniðum fyrir réttthyrningsstærðirnar, sem hér hefur verið fjallað um. Nota skal hlutföllin

$$1 : 1, 1 : \sqrt{2}, 1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ og } \sqrt{3}$$

Með því að halda slíku sniði milli sín og réttthyrningsins sem greina skal og aðlaga fjarlægðina milli augnanna og

sniðsins geta nemendur reynt að fá sniðið til að þekja nákvæmlega réttthyrninginn sem skoðaður er. Ef það tekst eru réttthyrningarnir tveir einslaga og þar með veit nemandinn hver stærðin er á réttthyrningnum sem verið er að rannsaka.

Planta kvíslast

Planta spírar og kvíslast samkvæmt eftirfarandi reglum.

Vika 1: Plantan skiptir sér í tvær greinar.

Vika 2: Önnur greinin kvíslast aftur í tvær greinar en hin greinin er óbreytt í viku.

Vika 3 og áfram: Allar greinar, sem hafa verið óbreyttar, kvíslast í tvær greinar. Af öllum slíkum nýjum greinum mun önnur kvíslast að nýju í tvær greinar en hin vera óbreytt í viku.

Nemendur teikna skýringarmynd sem sýnir hvernig plantan kvíslast og finna út hve margar greinarnar eru í viku nr. 1-8.

- Hvað sýnir talnamynstrið? (Fjöldi greina eykst eins og í talnarunu Fibonacci).

Óbreytt	Tilbúin að kvíslast	3 greinar
Greinin kvíslast	Óbreytt	2 greinar
		1 grein

Faglegt innihald

- Fibonacci og spiralar

Búnaður

- Rúðustrikað blað
- Hringfari
- Ananas
- Greniköngull og furuköngull
- Mynd af sólblómi
- Tússpenni eða margar teiknibólur
- Verkefnablað 3.2.21

Í stuttu máli

Blaðsíða 92–95

Æfingahefti

2.94

Ábendingar

Ýmis verkefni - Fibonacci og spiralar

Mynda skal litla hópa nemenda sem vinna saman að ákveðnum hlutum verkefnisins. Síðan geta nemendur skipst á verkefnum eða sýnt hver öðrum og kynnt munnlega uppgötv-anir sínar. Gott er að einn hópur vinni með hringfara og reglustiku, annar hópur með greniköngla, þriðji hópurinn með furuköngla, sá fjórði með ananas og sá fimmti með mynd af sólblómi (verkefnablað 3.2.21) eða finni til myndir af Netinu.

Einfaldari verkefni

Nemendur skoða í reynd köngla eða ananas. Þeir vinna saman í litlum hópum og útskýra hver fyrir öðrum hvað þeir aðhafast og hvað þeir sjá.

Grundvallarfærni

Nemendur vinna saman og lýsa með orðum því sem þeir sjá og uppgötva. Þeir telja, skrá niður og teikna í samræmi við athuganir sínar og leysa verkefni.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Að skoða Fibonacci-rununa í töflureikni

Nemendur skrá tvær fyrstu Fibonacci-tölurnar í A-dálkinn í töflureikni. Síðan finna þeir næstu tölu með því að leggja saman tölurnar tvær næst á undan. Hlutfallið milli tveggja Fibonacci-talna, sem koma hver á eftir annarri, er skráð í dálk B (til dæmis þriðja talan í hlutfalli við aðra tölu o.s.frv.)

- Hvernig breytist hlutfallið eftir því sem lengra er farið eftir Fibonacci-rununni?

	A	B
1	Fibonacci-tölur	Hlutfallið milli tveggja Fibonacci-talna
2	1	=A3/A2
3	1	=A4/A3
4	=A2+A3	=A5/A4
5	=A3+A4	=A6/A5
6	=A4+A5	=A7/A6
7	=A5+A6	=A8/A7
8	=A6+A7	=A9/A8
9	=A7+A8	=A10/A9
10	=A8+A9	=A11/A10
11	=A9+A10	=A12/A11

	A	B
1	Fibonacci-tölur	Hlutfallið milli tveggja Fibonacci-talna
2	1	1
3	1	2
4	2	1,5
5	3	1,666656667
6	5	1,5
7	8	1,625
8	13	1,615384615
9	21	1,619047619
10	34	1,617647059
11	55	1,618181818

Spiralar í náttúrunni

Nemendur nota netið og leita að Fibonacci-spirölum (e. Fibonacci-spiral), gullnum spirölum (e. Golden spiral) eða lógaritmískum spirölum (e. Logarithmic spiral). Þeir búa til klippimynd með myndum úr náttúrunni þar sem sjá má ýmsar tegundir spirala.

Nemendur teikna spiralar með tússi þannig að þeir sjáist greinilega. Benda má nemendum á ýmsar plöntutegundir, kuðunga, vetrarbrautir, skýjakerfi o.s.frv.

Ábendingar bls. 93

Námismarkmiðin í kaflanum *Í stuttu máli* er snjallt að nýta við upphaf kennslustunda til að kynna fyrir nemendu að hverju er stefnt.

Fjalla má um upprifjun á námismarkmiðum, sýnidæmi og tillögur að lausnum í undirkaflanum *Í stuttu máli*, á ýmsa vegu. Gott er að láta nemendur lesa hvert námismarkmið í tengslum við sýnidæmi og lausnatillögu. Nemendur rökræða um hugtök

og skrá hjá sér það sem þeim kann að finnast erfitt eða sem þá langar að vinna meira með í kaflanum *Bættu þig!* Nemendur þurfa nú að mynda sér skoðun á stöðu sinni með hliðsjón af námismarkmiðum kaflans. Það getur hjálpað þeim að skipuleggja vinnuna í síðasta hluta kaflans.

Kennari getur nú látið nemendur taka áfangapróf. Það getur gefið yfirlit yfir hvaða færni nemendur hafa til að bera eftir að hafa unnið um tíma með kafla 2 í Skala 3A.

Niðurstöðurnar sýna hvað hver nemendi ræður við og hvað hann þarf að vinna meira með í kafla 2. Áfangaprófið er meira hugsað til að fá yfirlit yfir stöðu hvers nemanda frekar en að gefa einkunn. Niðurstöðurnar geta gefið vísbendingu um hvernig fara skuli með síðasta hluta kaflans. Ef huga þarf betur að einhverjum námsþáttum í vinnunni fram undan er hægt að velja þá úr undirkaflanum *Bættu þig!* í kafla 2.

Nemendum má skipta í þrjá mismunandi flokka eftir niðurstöðunum á prófinu. Í flokki 1 eru um það bil 20% nemenda sem ná slökustum árangri. Þeim þarf að fylgja sérstaklega vel eftir. Í flokki 2 eru 20-50% nemenda sem koma næst en í flokki 3 eru nemendur sem ná meiri árangri en nemur miðgildinu, þ.e. þeir 50% nemenda sem ná bestum árangri.

Endurgjöf eftir áfangaprófið til nemenda felur í sér góð ráð um hvað þeir geta gert til að ná markmiðum kaflans. Þeir geta sjálfir valið sér verkefni úr undirkaflanum *Bættu þig!* eða ýmis önnur verkefni út frá niðurstöðunni úr áfangaprófinu.



Bættu þig!

Blaðsíða 96–97

Ábendingar

Bls. 97–101

Með hliðsjón af niðurstöðunum úr áfangaprófinu eiga nemendur að geta valið verkefni úr undirkaflanum *Bættu þig!* sem hjálpa þeim að ná markmiðum kaflans. Kennari og nemendur gera í sameiningu áætlun um hvað þeir þurfa að vinna meira með. Hver nemandi gerir áætlun um sína vinnu og tilgreinir hvaða markmiðum hann þarf sérstaklega að keppa að.

Nemendur þurfa að lesa og túlka verkefnatextann. Að skrá minnisatriði og gera hjálparteikningar felur í sér færni sem skiptir miklu máli fyrir útreikninga sem nauðsynlegir eru til að leysa viðkomandi verkefni. Nemendur þurfa alltaf að teikna hjálparteikningar þegar þeir eiga að reikna út horn í þríhyrningum eða teikna rúmfræðiteikningu. Í mörgum verkefnanna geta eigin hjálparteikningar verið gagnlegar til að skilja verkefnið og ganga úr skugga um hvort svarið getur verið rétt.

2.78

Þetta verkefni má einnig vinna sem samvinnuverkefni. Nemendur hnýta hnúta á snúru, mynda hring með henni þannig að hnútarnir séu alls tólf og sama fjarlægð sé á milli þeirra. Nemendur skoða snúruna og útskýra hvers vegna hægt er að nota hana til að athuga hvort horn í þríhyrningi er rétt.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Byggja brú – örugga og ódýra

Verkefni þetta líkist að nokkru turnverkefninu á bls. 87 en þar koma fleiri atriði til umræðu og umhugsunar og annað efni er notað. Meiri tíma þarf fyrir þetta verkefni en mælt er með þremur til fjórum kennslustundum.

Búnaður: Ljósritunarpappír (gjarnan í mismunandi litum) handa hverjum nemendahópi, 3 mm maskínuskrúfur með róm (eða splittklemmur), sterkur gatari, límstifti, teikniblýantar og undirlagspappír vegna límingar.

Byggingarefnið er pappírsrör sem gerð eru með því að vefja ljósritunarpappír utan um teikniblýant. Þegar vafið er á breiddina á blaðið að vera lengd rúllunnar. Vefja þarf eins þétt og hægt er. Lím er sett á endann á blaðinu og rúllan límd saman. Annar blýantur er notaður til að ýta blýantinum sem er inni í rúllunni út. Nú hefur nemandinn búið til eitt pappírsrör. Endar þeirra eru klemmdir varlega saman þannig að hægt sé að búa til gat í hvorn enda. Síðan eru pappírúllurnar festar saman með maskínuskrúfum.

Verkefnið gengur út á að byggja brú sem getur spannað 80 cm. Kannað er hve mikinn þunga brúin þolir og er markmiðið að burðarþolið verði sem mest. Jafnframt er stefnt að því að nota eins lítið af byggingarefninu, þ.e. pappírsrörum og skrúfum, og hægt er.

Nemendur skrifa hjá sér hve mörg grömm hver brú getur borið. Stig eru fundin með formúlunni $\frac{g}{p + 0,5s}$, þar sem g er þyngdin í grömmum, p er fjöldi pappírsröra og s er fjöldi skrúfa.



Blaðsíða 98–99

Ábendingar**2.83–2.85**

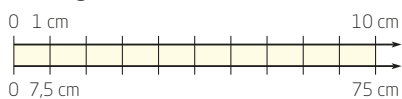
Nemendur gera skýringarmyndir eða hjálparteikningar við þessi verkefni eftir þörfum.

2.86

Nemendur lesa og túlka textann og táknin. Í verkefninu eru notuð mörg tákn sem eru eingöngu stærðfræðileg. Þar með verður textinn stuttur og skýr en einhverjir nemendur þurfa ef til vill að rifja upp merkingu einhverra táknanna og hvernig hægt er að lesa svona samþjappaðan stærðfræðitexta. Gott er að tveir og tveir nemendur útskýri hver fyrir öðrum hvað táknin \parallel , \sim og Δ þýða.

2.87

Nemendur geta í þessu verkefni notað tvöfalda talnalínu til að bera saman eftirmyndina og hina raunverulegu stærð.

**2.88–2.89**

Hér geta nemendur einnig notað tvöfalda talnalínu til að bera saman eftirmyndina og hina raunverulegu stærð.

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni**Krefjandi munnlegt verkefni**

Ólafur mælir hæð fánastangarinnar kl. 13:00. Þegar klukkan er orðin 19:00 dettur honum í hug að að finna hæð höggmyndar nokkurrar. Hann mælir skuggann af höggmyndinni og fær út 13 m. Að öðru leyti notar hann málin sem hann fékk kl. 13:00.

- *Hvers konar villa er nú komin upp hjá Ólafi?* (Hversu hátt sólin er á lofti og þar með lengd skugganna breytist frá kl. 13:00 til kl. 19:00.

Mælingar á skuggunum verða að fara fram á sama tíma).



Ábendingar

Nemendur eiga hér að lesa úr og túlka vinnuteikningar, teikningar á þrívíddarpunktablaði og fjarvíddar-teikningar. Það krefst allmikillar æfingar að geta séð hluti frá mismunandi sjónarhornum. Að lesa úr tvívíddarteikningum eða geta séð mynd frá mismunandi hliðum getur verið nokkuð krefjandi.

2.92

Hugtakið algild hönnun merkir að umhverfið eigi að vera hannað á þann veg að sem allra flestir geti verið þátttakendur í því án tillits til fötlunar. Markmiðið er að lausnir með algildri hönnun henti öllum þannig að hægt sé að losna við að grípa til sértækra lausna. Hringurinn á miðju gólfinu sýnir rýmið sem tekið er frá til að hjólastóll geti farið hringi inni á salernisherberginu. Dyrnar eru einnig nógu breiðar til að notandi hjólastóls geti notað salernið.

2.93

Gott er að láta nemendur nota kubba til að byggja með. Þá geta þeir á áþreifanlegan hátt skoðað kubba-byggingarnar frá mismunandi hliðum.

2.96

Pegar sjónlínan er á hæð við höfuðið virðist okkur að fólkið standi hvert á bak við annað. Þegar sjónlínan er móts við fæturna virðist okkur að fólkið standi hvert við hliðina á öðru.



Þjálfaðu hugann

Blaðsíða 102–103

Ábendingar

Nemendur lesa og túlka verkefna-textana. Stundum koma fyrir hugtök sem reyna nokkuð á getu nemenda. Kennari fylgist með því að nemendur geti fundið merkingu orða og hugtaka sem þeir skilja ekki. Þeir geta notað orðskýringarnar aftast í nemendabókinni, þeir geta flett orðunum upp á netinu, spurt bekkjarfélaga sinn, spurt foreldra eða kennarann. Að nota aðferðir sem þessar þegar nemendur rekast á ný og erfið orð eykur skilning þeirra og ýtir undir nám þeirra. Kennari hvetur nemendur til að tileinka sér slíkar aðferðir og gera þær að eðlilegum þætti í náminu.

Nemendur, sem þess þurfa, teikna hjálparteikningar við verkefnin og nota áþreifanleg hjálpartæki eins og blöð, kubba og pinna til að rannsaka verkefnin. Ef nemendur vinna saman og ræða um verkefnin eykur það áhuga þeirra og þjálfar þá í að tjá sig og túlka það sem aðrir segja og útskýra hvernig þeir skilja hin mismunandi hugtök. Þess vegna er það afar gagnlegt að nemendur vinni verkefnin saman á faglegan hátt.

2.97

Á bls. 84 er greinargóð skýringarmynd um hvað átt er við með framstigi og uppstigi.

2.99

Þetta verkefni geta nemendur unnið saman með A4-blöðum.

2.100

Nemendur nota sín eigin bankakort, mæla þau og athuga hvort lögun kortanna er gullinsíð.

2.102

Nemendur hugsa sér að bækurnar standi í bókahillu. Ef þær eru í réttri röð mun bindi 1 standa lengst til vinstri í hillunni og bindi 5 lengst til hægri. Jafnframt mun blaðsíða 1 í fyrsta bindi vera lengst til hægri og síðasta blaðsíða í fimmta bindi lengst til vinstri í þeirri bók.



Lirfan étur sig gegnum 12 cm

2.103

Nemendur þurfa að viðurkenna að skammhliðarnar tvær hljóta að vera samanlagt lengri en lengd langhliðarinnar. Nemendur geta annað hvort prófað sig áfram með grillpinnum, sogrórum eða einhverju þvílíku sem er klippt niður í umræddar lengdir eða búið til töflu þar sem lengdirnar eru skráðar á skipulegan hátt.

Langhlið	Skammhlið 1	Skammhlið 2	Réttthyrndur, já/nei
6	4	1	
6	3	2	

Þegar fyrstu þrjú dálkarnir hafa verið fylltir út getur nemandinn prófað talnaþrenndina í reglu Pýþagórasar til að finna út hvort þríhyrningurinn er réttthyrndur.

2.104

Myndin sem fylgir verkefninu sýnir þríhyrningamynstur. Mynstrið má yfirtæra yfir í talnarunu. Verkefnið felur í sér upprifjun frá Skala 2B, kafla 5. Tölulífið f er auðveldast að leysa með töflureikni.

Kaflapróf

Nú geta nemendur tekið kaflaprófið. Gefa skal einkunnir fyrir prófið. Einkunnin og endurgjöf kennara til nemenda er hluti af símati á stöðu nemenda í þessum námsþætti.

Algebra og jöfnur

Þessi kafli byggist á Skala 1B, kafla 5. Nemendur eiga að ná valdi á bókstafareikningi í sinni fjölbreyttustu mynd. Sá reikningur myndar grunn að allri stærðfræði í framtíðinni og mikilvægt er að nemendur skilji að reikningur með bókstöfum fylgir sömu reiknireglum og reikningur með tölum. Ekki gilda aðrar reglur um samlagningu og frádrátt almennra brota þótt nefnarinn sé bókstafastæða eins og margir nemendur hneigjast til að halda. Til dæmis má oft sjá nemendur sem skyndilega byrja að leggja saman bæði teljara og nefnara þótt þeir hefðu aldrei gert það ef um talnareikning væri að ræða. Kennari þarf því að fylgjast náið með því hvaða aðferðir nemendur nota og reyna að uppræta slíkar „einkaskilgreiningar á reglum“ áður en slíkur misskilningur fær tíma til að festa sig í sessi hjá nemendum. Sum verkefni í þessum kafla eru nokkuð erfið. Af ásettu ráði hafa orðið fyrir valinu verkefni sem eiga heima með algebruverkefnum í stærðfræði framhaldsskóla.

Forþekking

- Að reikna með almennum brotum og þátta tölur
- Að draga saman eða einfalda línulegar algebrustæður
- Að margfalda inn í sviga með stæðu
- Að þátta einfaldar bókstafastæður með tveimur liðum
- Línulegar jöfnur
- Formúlur og gróf beinna lína

Áður en vinna við kaflann hefst getur kennari lagt fyrir forþróf sem metur hvaða færni nemandi hefur til að bera áður en vinna við kaflann hefst. Niðurstöðurnar má nota til að skipuleggja námið í bekkjardeildinni. Prófið gæti dregið fram í dagsljósið hvaða forþekkingu nemendur hafa og sem getur verið mikilvæg til að nemendur nái valdi á námsþáttum kaflans.

Fagleg tengsl

Algebra er grunnurinn undir allri stærðfræði í framtíðinni. Ef nemendur eiga að geta fengist við föll,

3

Algebra og jöfnur

Blaðsíða 104–105

rúmfræðiútreikninga, stærðfræðileg líkön, stærðfræði í öðrum raungreinum og fjármálum, já eiginlega í öllum greinum, þurfa þeir að hafa góðan grunn í algebru. Í því felst að nemendur reikni nógu mörg dæmi þannig að þeir geti borið kennsl á mynstur og kerfi og hafi þekkingu til að velja réttar aðferðir.

Hagnýt notkun

Margir upplifa algebru sem mjög fræðilega og lítt hagkvæma í daglegu lífi en um leið og við eigum að setja stærð inn í formúlu þurfum við að nota þekkingu okkar í algebru. Í hvert skipti sem endurtaka á útreikninga eftir ákveðnu mynstri kemur algebra að notum. Um getur verið að ræða að fylla út skattframtal eða ýmiss konar eyðublöð.

Þrjú algengustu notkunar svið algebru eru:

- 1 *Alhæfing*, sjá Skala 2B, kafla 4 og formúlur fyrir flatarmál, ummál, rúmmál og yfirborðsflatarmál. Sjá einnig Skala 2A, kafla 2 og Skala 3B, kafla 4, um föll.
- 2 *Sannanir*. Sjá sönnun fyrir reglu Pýþagórasar, aðferð 2, bls. 58, og verkefnið Teningskast, bls. 124.
- 3 *Formúlureikningur*. Sjá bls. 114 o.áfr.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Lestarfærni í þessum kafla felst í fyrsta lagi í að læra að lesa táknið rétt - ekki aðeins að túlka þau. Í öðru lagi þarf nemandinn að geta lesið texta sem breyta á í jöfnu eða algebrustæðu. Hvor tveggja færnin er mikilvæg í algebru.

Munnleg færni

Nemendur þurfa að geta rætt saman um fyrirbæri í algebru og notað rétt fagorð og hugtök.

Stafræn færni

Í þessum kafla er notað stafrænt verkfæri til að leysa jöfnur og ójöfnur á grafískan hátt, þ.e. með teikningu.

Skrifleg færni

Skrifleg algebra felst í að geta skrifað táknið rétt og sýna einföldun stæðna og lausnir með fullnægjandi skýringum og milliútreikningum.

Reikningsfærni

Aðaláherslan í þessum kafla er lögð á reikningsfærni. Í algebru er reikningsfærni sett í ákveðið kerfi.

Faglegt innihald

- Kynning á námsþáttunum algebru og jöfnum
- Myndin á bls. 104-105 skírskotar til jafnvægis - eins og í jöfnu

Ábendingar

Stærðfræðiorð

Nemendur útskýra stærðfræðiorðin hver fyrir öðrum og skrifa skýringar í reikningshefti sín. Þeir halda þessum skýringum til haga og leiðrétta þær eða lagfæra ef þarf smám saman eftir því sem orðin birtast í kaflanum eða koma upp í kennslunni.

Nemendur gera athugasemdir við námsmarkmiðin og velja úr þau markmið sem þeir þurfa að leggja áherslu á í náminu. Nemendur skrá einnig hjá sér orð í markmiðunum sem eru þeim ókunn eða erfið. Kennari athugar hvort ákveðin orð koma fyrir hjá mörgum nemendum. Ef einhverjir nemendur hafa mjög óraunsætt sjálfsmat getur verið nauðsynlegt að ræða sérstaklega við þá um fagið og stærðfræðinámið.

Könnunarverkefni

Ekki er ætlast til að nemendur vinni þetta verkefni hver fyrir sig. Sama hugmynd birtist aftur seinna í

kaflanum, í inngangi að jöfnum með tveimur óþekktum stærðum. Kennari lætur nemendur rökræða um hvernig þeir geta leyst þetta verkefni en til þess eru ýmsar leiðir.

Einfaldari verkefni

Nemendur giska og prófa sig áfram.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa til verkefni í líkingu við það sem hér er sett fram. Kennari getur annaðhvort geymt verkefni til seinni tíma í kaflanum eða látið nemendur prófa að leysa strax verkefni hver annars.

Munum við þetta?

Nemendur vinna saman í tveggja eða þriggja manna hópum. Þeir nota spjöldin á verkefnablaði 3.3.1. Öll spjöldin hafa að geyma nokkuð erfið viðfangsefni sem nemendur eiga að ráða við frá fyrri tíð en þarf ef til vill að hrista rykið af í huga nemenda. Nemendur draga spjald til skiptis og útskýra fyrir bekkjarfélaga:

Hvað er á þessu spjaldi, formúla, jafna, stæða eða fall?

- Ef þetta er formúla: *formúla fyrir hvað og hvenær er hún notuð?*
- Ef þetta er jafna: *hvernig á að leysa hana?*
- Ef þetta er stæða: *hvernig er hægt að einfalda hana?*
- Ef þetta er fall: *hvernig er hægt að lýsa því með orðum?*

Faglegt innihald

- Upprifjun á jöfnum með einni óþekktri stærð
- Upprifjun á óuppsettum jöfnum

Búnaður

- Tölva

Línulegar jöfnur og línuleg jöfnuhneppi

Blaðsíða 106–107

Æfingahefti

3.1–3.7

3.17, 3.18

3.26–3.28

Ábendingar

Kennari og nemendur ræða saman um námsmarkmiðin. Kennari spyr nemendur hvort þeir viti hvað jöfnuhneppi er. Hann skrifar jöfnu með tveimur óþekktum, til dæmis $3x + 4y = 24$. Nemendur reyna að finna fleiri en eina lausn á jöfnunni og hætta ekki fyrr en þeir hafa fundið nokkrar lausnir. Síðan spyr kennari hvort nemendur geti fundið út hvað x og y geta verið ef þeir fá að vita að $2x - y = 5$. Þá komast þeir ef til vill að raun um að eina lausnin er $x = 4$ og $y = 3$ ef x og y eiga að uppfylla báðar jöfnurnar samtímis. *Geta einhverjir nemendur fundið út hvernig hægt er að leysa þetta með teikningu?*

Kennari vekur athygli nemenda á myndinni á bls. 106. Hann felur nemendum eftirfarandi verkefni: Finnið út hve mikið ein kúla vegur. Setjið upp jöfnuna sem skálavogin tákna. *Finnið út hvernig leysa má jöfnuna.* Þetta verkefni á að vera kunnuglegt í augum nemenda frá fyrri tíð og er eins konar upprifjun. Ef einhverjum nemendum finnst verkefnin á þessari opnu erfið þurfa þeir að æfa sig betur á einfaldari jöfnum áður en þeir snúa sér að jöfnum með tveimur óþekktum stærðum.

3.2

Nemendur þurfa að gera sér grein fyrir að þeir þurfa ekki að vita hve mikla peninga stelpurnar eiga; það nægir að vita að þær eiga jafn mikið. Þetta er einmitt meginatriðið til að unnt sé að setja upp jöfnu.

3.3

Öll þessi verkefni hafa eiginlega tvær óþekktar stærðir en þar sem tengsl milli þeirra eru gefin er hægt að setja upp eina jöfnu með einni óþekkttri.

- Í a-lið má segja að verðið á pilsinu sé x . Þá er verð blússunnar $2x$.
- Í b-lið má segja að verðið á blýantinum sé x . Þá er verðið á stílabókunum $4x$.
- Í c-lið má t.d. segja að laun Söru séu x .

Grundvallarfærni

Þessi opna krefst lestrarfærni á háu stigi. Mörgum nemendum finnst að eitt það erfiðasta sem þeir geri sé að lesa texta og þýða hann yfir í ták og jöfnur. Nemendum getur verið hjálp í því að lesa verkefnin upphátt hver fyrir annan, ræða saman og komast að niðurstöðu um þýðingu textans yfir á tungumál stærðfræðinnar.

Einfaldari verkefni

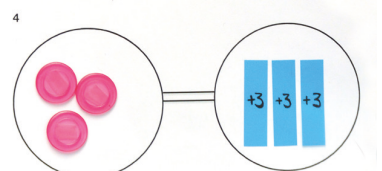
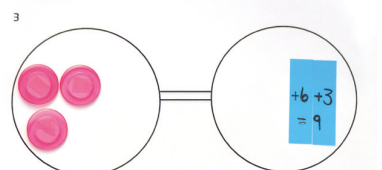
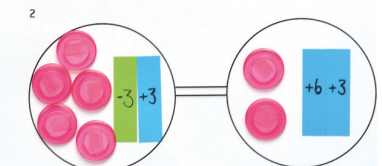
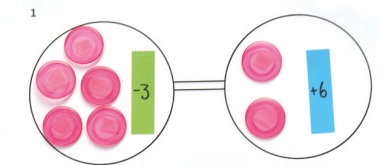
Kennari breytir jöfnunum í dæmi 3.1a, b og c í verkefni úr daglegu lífi. Hann teiknar vogarskálar og lætur einn kubb tákna $1x$. Hann skrifar fastana á pappírsmíða. Hann leggur áherslu á það við nemendur að þeir geta gert það sem þeir vilja við kubbana og tölurnar en allan tímann þarf að vera jafnvægi milli vogarskálanna.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari hvetur nemendur til að leysa jöfnurnar með teikningu (grafi), annaðhvort í höndunum eða á annan hátt.

- *Hvers konar gröf hafa föllin vinstra og hægra megin í jöfnunum í dæmi 3.1?*

Nemendur eiga að vita að um er að ræða línuleg föll sem þeir unnu mikið með í Skala 2.



Faglegt innihald

- Línulegt jöfnuhneppi
- Innsetningaraðferðin

Búnaður

- Kubbar
- Pinnar
- Gulir límmiðar
- Alls kyns skrúfur og rær
- Vog (með um það bil 1 g nákvæmni)

Blaðsíða 108–109

Æfingahefti

3.8–3.10

3.19, 3.20

3.29

Ábendingar

Bls. 108

Nemendur fylgja því sem stendur í textanum eins og um verkefni sé að ræða. Kennari dreifir kubbum, pinnum og gulum límmiðum til nemenda. Myndinni á blaðsíðunni má varpa upp. Nemendur teikna fjóra hringi sem tákna vogarskálarnar á vogunum tveimur. Kubbarnir tákna kúlur og pinnarnir sívalningana. Kennari setur rétta hluti í hverja skál og skrifar 24 á einn límmiðann. Síðan fá nemendur það verkefni að finna út hve mikið ein kúla (kubbur) vegur og hve mikið einn sívalningur (pinni) vegur. Kennari bendir nemendum á að þeir munu þurfa - eftir á - að útskýra hvernig þeir fundu svarið.

Kennari gengur um meðal nemenda og athugar hvað þeir hafast að. Hann skrifar hjá sér ef einhverjir nemendur hugsa öðruvísi. Hann lætur nemendur sýna eða útskýra fyrir allri bekkjardeildinni hvernig þeir hugsuðu. Best er að fram komi bæði samlagningaraðferðin, innsetningaraðferðin og happa- og glappaaðferðin. Þar næst má snúa sér að því að setja upp jöfnur, eina fyrir hvora skálavog.

Grundvallarfærni

Ef fagtextinn er notaður sem verkefni munu nemendur þjálfast munlega færni þegar þeir rifja sameiginlega upp vinnu sína í bekkjardeildinni. Gott er að nemendur lesi textann eftir að verkefninu er lokið. Það felur í sér æfingu í að lesa stærðfræðitexta. Einnig er rétt að láta þá lesa sýnidæmið á bls. 109 og prófa að reikna það áður en þeir skoða lausnartillöguna. Það felur í sér æfingu í reikningsfærni.

Einfaldari verkefni

Kennari afhendir nemendum einnig kubba, pinna og gula límmiða til að nota með sýnidæmi 1. Mörgum nemendum mun vera hjálp í því að vinna þrep I og II í lausninni með áþreifanlegum hjálpartækjum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur setja upp og leysa jöfnurnar í fagtextanum áður en þeir skoða bókina. Tveir og tveir nemendur rökræða saman um hvers konar aðgerðir þeir mega nota og hvers vegna. Það er mikilvægt að þeir skilji að gildi x og y verða að vera þau sömu í báðum jöfnunum og það sé ástæða þess að aðferðin virkar. Hvor jafnan hefur óendanlega margar lausnir en það er aðeins eitt x -gildi og eitt y -gildi sem passar í báðar jöfnurnar samtímis.

Jöfnuheppni með skrúfum og róm

Nemendur vinna saman tveir og tveir.

Búnaður: Mismunandi rær og skrúfur og vog (með 1 g nákvæmni)

Nemendur fá úthlutað settum af skrúfum og róm:

Sett 1:

- A 2 skrúfur og 1 ró
- B 2 skrúfur og 2 rær

Sett 2:

- A 2 skrúfur og 2 rær
- B 1 skrúfa og 3 rær

Sett 3:

- A 2 skrúfur og 1 ró
- B 1 skrúfa og 3 rær

Sett 4:

- A 2 skrúfur og 2 rær
- B 2 skrúfur og 3 rær

Ekki má aðskilja „stæðurnar“ A og B í hverju setti hvora frá annarri.

Hér er tekið dæmi af setti 1 um vinnuaðferð:

Nemendur vigta „stæðu A“ sem í eru 2 skrúfur og 1 ró. Segjum að þær vegi samtals 25 grömm. Í „stæðu B“ eru 2 skrúfur og 2 rær og við segjum að þær vegi samtals 28 grömm. Út frá þessu eiga nemendur að álykta hvað ein skrúfa og ein ró vega hvor um sig. Nemendur sýna hver öðrum hvernig þeir hugsa til að leysa verkefnið. Kennarinn gengur um og fylgist með því hvaða aðferðir nemendur nota. Hann hvetur þá einnig til að finna fleiri aðferðir.

Eftir þessa vinnu eiga nemendur að setja fram tvær jöfnur, sem endurspeglar hvert sett, og leysa þær. Miðað við áður nefnda þyngd í setti 1 er jöfnuhneppið þetta:

$$\begin{aligned} A \quad 2x + y &= 25 \\ B \quad 2x + 2y &= 28 \end{aligned}$$

Auðvelt er að einangra y í jöfnu A: $y = 25 - 2x$

Við setjum $(25 - 2x)$ inn í staðinn fyrir y í jöfnu B (innsetningaraðferðin):

$$\begin{aligned} 2x + 2(25 - 2x) &= 28 \\ 2x + 50 - 4x &= 28 \\ -2x &= 28 - 50 \\ -2x &= -22 \text{ (hér margföldum við með } -1) \\ 2x &= 22 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Ein skrúfa vegur 11 grömm. Þá er auðvelt að setja töluna 11 inn fyrir x í jöfnu A og finna hvað ein ró (y) vegur.

Faglegt innihald

- Línuleg jöfnuhneppi
- Innsetningaraðferðin og samlagningaraðferðin

Búnaður

- Kubbar
- Pinnar
- Gulir límmiðar

Blaðsíða 110–111

Æfingahefti

3.11, 3.12

3.21, 3.22

3.30–3.32

Ábendingar

Sýnidæmi 2

Þetta sýnidæmi er svipað og sýnidæmi 1 á blaðsíðunni á undan nema að því leyti að hér eru tölurnar settar í slíkt samhengi að þýða þarf textann yfir á táknmál stærðfræðinnar. Það er gert þannig að jöfnurnar eiga að verða þær sömu og í sýnidæmi 1. Í mörgum prófverkefnum er ætlast til að nemendur beri kennsl á aðstæður eða jöfnur úr fyrri verkefnum og nota niðurstöður sem þeir þegar hafa fundið. Höfundar telja að það sé gott að æfa nemendur í slíkum verkefnum.

3.4

Í þessum dæmum eru nemendur beðnir að nota innsetningaraðferðina. Seinna er rétt að láta þá æfa sig í að velja sjálfir aðferðina. Nemendur eiga að skoða jöfnurnar og velja þá jöfnu sem hefur engan stuðul fyrir framan x eða y og leysa hana með því einangra x eða y .

3.5

Hér eiga nemendur að leysa verkefni úr hversdagslífinu. Mörgum finnst jafn auðvelt að finna lausnina án þess að setja upp jöfnu en aðalatriðið er að nemendur læri breyta texta yfir í jöfnuhneppi til þess að leysa það síðan. Að lokum eiga nemendur að þýða lausnina yfir í hinar hversdagslegu aðstæður.

Sýnidæmi 3

Hér er samlagningaraðferðin kynnt. Líklegt er að margir nemendur eigi erfitt með að skilja hana. Kennari þarf því að ræða ítarlega við nemendur um það sem stendur í fróðleiksreitnum fyrir ofan sýnidæmið.

Grundvallarfærni

Á þessari opnu fá nemendur þjálfun í reiknings- og lestrarfærni. Höfundar telja að mikilvægt sé að nemendur í 10. bekk æfist í að lesa fagtexta. Forðast skal að þeir noti kennslubókina sem verkefnabók og uppsláttarrit. Gott er að láta nemendur fá stutta texta/lestrarverkefni og biðja þá að útskýra hvað þeir hafa lesið. Slík vinnubrögð undirbúa nemendur undir frekari stærðfræðinám. Það er annað að lesa stærðfræði en aðrar námsgreinar. Í stærðfræði er oftast nauðsynlegt að sitja með blað og blýant meðan lesið er og fylla út í textann með nauðsynlegum milliútreikningum. Gott er að benda nemendum á þetta.

Einfaldari verkefni

Hér hentar vel að láta nemendur nota áþreifanleg hjálpartæki (kubba og pinna) til að hjálpa þeim að skilja aðferðina.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa til jöfnuhneppi hver fyrir annan. Um getur verið að ræða jöfnur, sem þegar hafa verið settar upp, eða orðadæmi sem setja á upp sem jöfnuhneppi. Kennari bendir nemendum á að skynsamlegt er að finna lausnirnar fyrir fram og búa síðan til jöfnurnar sem lausnirnar passa inn í. Nemendur leysa verkefni hver annars.

Faglegt innihald

- Línuleg jöfnuhneppi
- Samlagningaraðferðin og grafísk lausnaaðferð (lausn með teikningu)

Búnaður

- Kubbar
- Pinnar
- Gulir límmiðar
- A3-blað

Blaðsíða 112–113

Æfingahefti

3.13, 3.14

3.23, 3.24

3.33, 3.34

Ábendingar

Á þessari opnu eiga nemendur að æfa sig fyrst í samlagningaraðferðinni. Í orðadæmunum stendur ekki hvaða aðferð nemendur eiga að nota en ef kennari vill getur hann beðið þá að nota samlagningaraðferðina eða ef til vill að leysa verkefninu á fleiri vegu.

Öll orðadæmin á bls. 112 má vinna með áþreifanlegum hjálpartækjum. Kennari sér til þess að nemendur setji jöfnurnar upp og leysi þær síðan með því að nota áþreifanlegu hjálpartækin sér til stuðnings.

3.8

Nemendur nota pinna fyrir fætur grísanna og hænanna og kubba fyrir grísi og hænur.

3.9

Pinnar og kubbar geta einnig táknað ískúlur og brauðform.

3.10

Kubbar í tveimur mismunandi litum geta táknað vanilluís og súkkulaðiís.

Sýnidæmi 4

Í þessu dæmi er kynnt lausn með teikningu (grafísk lausn). Verið getur að kennari þurfi að rifja upp jöfnu fyrir beina línu áður en byrjað er á þessu verkefni Gott er að nota forritið GeoGebra til að minna nemendur á hvað hallatala er og hvað fastaliður tákna.

Lausn með teikningu hentar afar vel til að sýna nemendum að hvor lausnin um sig hefur óendanlega margar lausnir. Allir punktarir á beinu línunni tákna x - og y -gildi sem passa inn í jöfnuna. Þegar um tvær línur er að ræða munu þær skerast í einum punkti svo fremi línurnar séu ekki samsíða. Þessi punktur segir til

um x -gildið og y -gildið sem passa í báðar jöfnurnar og eru þar með lausn jöfnuhneppisins.

Grundvallarfærni

Verkefni þessarar opnu fela í sér þjálfun í reiknings- og lestrarfærni. Orðadæmin krefjast þess að nemendur hafi getu til að lesa, skilja og þýða texta yfir á táknmál stærðfræðinnar og síðan yfir á aðstæður úr daglegu lífi. Verkefni 3.5 og 3.10 þjálfra reikningsfærni. Leysi nemendur verkefni 3.10 með grafi þjálfast þeir í stafrænni færni.

Einfaldari verkefni

Tveir og tveir nemendur geta unnið saman að því að túlka textann í verkefni 3.6–3.9. Fáir nemendur að nota kubba og pinna verða verkefni að líkindum auðveldari fyrir einhverja nemendur.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Gera yfirlit yfir lausnaleiðir

Nemendur nota A3-blað sem þeir skipta í þrjá dálka. Þeir búa til sitt eigið jöfnuhneppi og sýna síðan lausn á sama jöfnuhneppinu með aðferðunum þremur: innsetningaraðferðinni, samlagningaraðferðinni og teiknaðferðinni, hverja í sínum dálki.

Stafræn lausn jöfnuhneppis

Allir nemendur hafa gagn af því að nota verkfærið grafteikning í GeoGebra. Með þessu verkfæri geta nemendur einnig leyst jöfnuhneppi sem er ekki línulegt. Nemendur, sem geta fengist við meira krefjandi verkefni í stærðfræði, geta einnig lært að leysa jöfnuhneppi með CAS.

Ábendingar

Margir nemendur halda að þeir þurfi að hafa á valdi sínu þrjár formúlur fyrir vegalengd, hraða og tíma. Á næstu blaðsíðum munu nemendur æfa sig í að breyta formúlum og leysa þær með tilliti til þeirrar stærðar sem ætlunin er að reikna út. Um leið er þetta góð æfing í algebru og í því að leysa jöfnur.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni og lestrarfærni eru þjálfaðar á þessari opnu. Nemendur verða meðvitaðir um andhverfar reikniáðgerðir og um rétta röð reikniáðgerða þegar breyta þarf formúlum. Sumum nemendum finnst óþarfi að breyta formúlunum og stundum kann svo að vera að þeir hafi rétt fyrir sér. Stundum getur verið jafn auðvelt að setja tölur fyrst inn í formúluna og síðan að reikna út óþekktu stærðina með því að leysa jöfnuna. En ef nemendur til dæmis eiga að nota töflureikni til að reikna oft út ákveðna stærð er hagkvæmt að kunna að breyta formúlunum.

Einfaldari verkefni

Nemendur, sem hreinlega ráða ekki við að breyta formúlu, geta sett tölurnar inn fyrst áður en þeir reikna út óþekktu stærðina; síðan nota þeir vasareikni til að reikna út tölurnar vinstra megin og hægra megin við jöfnumerkið. Þá birtist formúlan á forminu $ax = b$ þannig að aðeins þarf að deila með a til að finna óþekktu stærðina. Gott er ef nemendur geta æft sig í að breyta einföldum formúlum, til dæmis formúlum fyrir flatarmál og ummál fernings og rétthyrnings.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur spreya sig á að koma fram með formúlur eða finna eins

margar og þeir geta úr rúmfræði. Þeir leysa formúlurnar með tilliti til mismunandi stærða sem koma fyrir í þeim.

Hverjar eru sömu formúlurnar?

Verkefnablað 3.3.2 æfir nemendur í fjölvalsspurningum. Nemendur breyta formúlunum og finna hvaða möguleiki er réttur. Einnig geta nemendur útskýrt hvaða villur eru gerðar í þeim valmöguleikum sem eiga ekki við.

Að breyta formúlum

- 1 Formúlan fyrir flatarmál hrings er $F = \pi r^2$. Nemendur finna formúluna fyrir geislann (r).
- 2 Formúlan fyrir ummál hrings er $U = 2\pi r$. Nemendur finna formúluna fyrir geislann og formúluna fyrir þvermálið.
- 3 Formúlan fyrir hraða (h) er $h = \frac{v}{t}$, þar sem v táknar vegalengd og t táknar tíma. Nemendur finna formúlu fyrir vegalengdina og formúlu fyrir tímann.
- 4 Formúlan til að breyta hitastigi úr Celsíus í Fahrenheit er $F = \frac{9}{5} C + 32$. Nemendur finna formúlu til að breyta hitastigi úr Fahrenheit í Celsíus.
- 5 Formúlan fyrir rúmmál kúlu er $R = \frac{4\pi r^3}{3}$. Nemendur finna formúluna fyrir geislann (r).
- 6 Formúlan fyrir yfirborðsflatarmál kúlu er $4\pi r^2$. Nemendur finna formúluna fyrir geislann (r).

Faglegt innihald

- Formúlureikningur

Búnaður

- Reglustika
- Málband
- Pappír og blýantur

Æfingahefti

3.16

3.25

3.35

Blaðsíða 116–117

Ábendingar

3.12

Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir að einingin, sem táknar hraða, er samsett eining. Þeir þurfa því að beita rökhbyggju sinni ef þeir hafa gleymt formúlunni. Fyrir nemendur, sem skilja skilgreininguna á meðalhraða, er mjög auðvelt að setja upp formúlu á þrjá mismunandi vegu.

3.13

Nemendur teikna myndir af þrívíðum formum og af þeim tvívíðu formum sem mynda þau fyrrnefndu þegar þau eru flótt út. Það auðveldar nemendum að setja upp formúlurnar.

3.14

Margir nemendur leysa dæmi sem þessi án þess að nota nokkra formúlu. Það er í góðu lagi en tilgangurinn með þessu verkefni er að æfa formúlureikning. Verkefni c má gjarnan leysa með því að reikna þannig:
 $390\,000 : 350\,000 = 1,114$.
Þá er verðhækkunin í prósentum 11,4%. En með þessari reikningsaðferð fá nemendur ekki æfingu í formúlureikningi.

Ýmis verkefni - Skóstærð og fót lengd

Gera þarf ráð fyrir því að þessi formúla passi ekki fyrir nokkra nemendur í bekknum. Sumir lágvaxnir nemendur nota stóra skó og sumir hávaxnir nemendur nota litla skó. En almennt passar þessi formúla fyrir flesta. Kennari og nemendur ræða saman um hvers vegna hentugt getur verið að hafa líkan sem þetta. Ef til vill notar skóframleiðandinn það þegar hann þarf að átta sig á hve mörg sköpör skal framleiða í hinum mismunandi stærðum? Nemendur taka formúluna með sér heim og

prófa hana á yngri börnum eða eldra fólki. Passar hún betur eða verr fyrir ákveðna aldurshópa?

Grundvallarfærni

Á þessari opnu fá nemendur tækifæri til að æfa lestrarfærni sína, skriflega færni og reikningsfærni. Gott er að láta nemendur spreyta sig á að skrifa stutta skýrslu eða grein um verkefnið á bls. 117.

Einfaldari verkefni

Kennari lætur nemendum í té formúlurnar í dæmum 3.12 og 3.13. Nota má einfaldari formúlur, til dæmis:

- ummál fernings með hliðarlengdina h : $U = 4h$
- flatarmál fernings með hliðarlengdina h : $F = h^2$
- eðlisþyngd efnis:
 $e = \frac{p}{R}$ (eðlisþyngd = þyngd : rúmmáli)

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur vinna verkefni 3.13 en láta verðið lækka um p prósent í stað þess að hækka. Nemendur setja upp formúlu fyrir prósentin.

Að sameina formúlur

Flatarmál hrings er $F = \pi r^2$, og ummál hrings er $U = 2\pi r$. Nemendur sameina formúlurnar fyrir flatarmál og ummál hrings til að finna flatarmál hrings sem hefur ummálið 150 cm. Nemendur tákna flatarmálið F með því að nota U .

Faglegt innihald

- Reiknireglur fyrir almenn brot (upprifjun)

Búnaður

- Verkefnablað 3.3.3
- Verkefnablað 3.3.4
- Verkefnablað 3.3.5

Bókstafareikningur

Blaðsíða 118–119

Æfingahefti

3.36–3.39

3.48, 3.49

3.61, 3.62

Ábendingar

Nemendur hafa ekki þá reynslu af reiknireglum fyrir almenn brot að þeir hafi náð fullu valdi á þeim. Þessari opnu er ætlað að rifja upp þessar reglur. Gott er að nemendur skrái hjá sér atriðisorð um það sem þeir kunna og hvað þeir þurfa að læra í þessum hluta kaflans.

Mikilvægt er að nemendur hafi á valdi sínu skilvirkar aðferðir til að finna samnefnara, margfalda og deila í heilar tölur með almennum brotum, margfalda saman brot, deila í eitt brot með öðru, stytta og lengja brot.

Í verkefnum, eins og t.d. í 3.16f verður reikningurinn ef til vill einfaldari ef nemendur setja brotin upp á eitt strik og stytta síðan áður en þeir margfalda saman teljarana annars vegar og nefnarana hins vegar. Talan 5 gengur þrisvar upp í 15, tölurnar 6 og 2 ganga upp í 12 þannig að svarið verður $\frac{1}{3}$.

Kennari hvetur nemendur til að reikna með almennum brotum. Svörin verða nákvæm og er það þýðingarmikið í mörgum tilvikum. Stæðu með almennu broti er ekki hægt að námunða að neinni stærð. Eigi nemendur að ráða við að reikna bókstafastæðu með almennu broti þurfa þeir að vera öruggir í talna-reikningi með brotum og vita hvaða reiknireglur gilda í reikniaðgerðunum fjórum.

3.16–3.17

Kennari minnir nemendur á að stytta brotin ef það er mögulegt áður en þeir margfalda þau saman.

Ýmis verkefni - Brotaminni

Í þessu spili gilda sömu reglur og í venjulegu minnisspili. Nemendur sem hafa spilað minnispill þekkja því

reglurnar. Nota þarf verkefnablað 3.3.3.

Grundvallarfærni

Á þessari opnu er lögð áhersla á reikningsfærni.

Einfaldari verkefni

Gott er að láta einhverja nemendur byrja á samlagningu og frádrætti almennra brota sem öll eru samnefnd. Þar á eftir geta þeir reiknað með almennum brotum þar sem samnefnarinn er stærsti nefnarinn sem fyrir kemur í brotunum. Loks geta þeir unnið verkefni 3.15. Kennari ræðir við nemendur um að samlagning og frádráttur almennra brota er erfiðari en margföldun og deiling. Gott er ef nemendur geta beitt rökhugsun sinni og fundið út að ef þeir eiga að margfalda heila tölu með almennu broti hlýtur að þurfa að margfalda heilu töluna með teljaranum. Það geta nemendur auðveldlega séð ef notaðar eru einfaldar tölur eins og $2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.

Nota má einfaldari brotaspöld í spilinu Brotaminni á bls. 119 en þau eru á verkefnablaði 3.3.4.

Erfiðari verkefni - Ýmis verkefni

Nota má erfiðari spjöld í spilinu Brotaminni á bls. 119 en þau má fá á verkefnablaði 3.3.5.

Þrír í röð með brotareikningi

Nemendur vinna tveir og tveir saman og búa til á blaði rúðunet í stærðinni $3 \cdot 3$ reitir. Kennari skrifar upp á töfluna tólf svör við brotadæmum, sjá tillögur hér á eftir. Nemendur velja níu af þessum svörum og skrá þau í handahófskenndri röð í rúðunet sín. Kennari les síðan upp í handahófskenndri röð eitt dæmi í einu af þeim tólf sem svörin á töflunni eru við.

Nemendurnir hjálpast að við að leysa dæmið og krossa yfir svarið ef það er í rúðunetinu þeirra. Það nemendapar vinnur sem er fyrst að fá þrjá í röð. Einnig má spila þetta spil þar til eitthvert parið hefur fengið fullt hús, þ.e. fyllt út allt rúðunetið.

Tillögur að dæmum (svörin eru í sviga).

$$\frac{2}{5} \cdot 10 \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \quad \left(\frac{11}{12}\right)$$

$$5 - \frac{2}{7} \quad \left(4\frac{5}{7}\right)$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} \quad \left(\frac{11}{8}\right)$$

$$1 : \frac{1}{12} \quad (12)$$

$$2 - \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \quad \left(1\frac{6}{15}\right)$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} \quad \left(\frac{3}{8}\right)$$

$$\frac{4}{5} : 3 \quad \left(\frac{4}{15}\right)$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{8} \quad \left(\frac{17}{40}\right)$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{6}\right)$$

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} \quad \left(1\frac{3}{10}\right)$$

Faglegt innihald

- Samlagning brota með bókstafastæðu í teljara og nefnara

Æfingahefti

3-40, 3.41

3.50–3.52

3.60, 3.63

Blaðsíða 120–121

Ábendingar

Sýnidæmi 7

Hér er sami nefnari alls staðar þannig að dæmi sem þetta ætti að vera auðvelt fyrir alla nemendur. Gott er að venja nemendur á að setja sviga utan um teljarana þegar mínustáknið er fyrir framan brotatrikið. Reynslan sýnir að margir nemendur gleyma að breyta formerkjum þegar þeir setja mörg almenn brot upp á eitt strik.

Sýnidæmi 8

Í þessu dæmi eru nefnararnir mismunandi. Til að setja þessi brot upp á eitt strik þarf að lengja þau þannig að nefnararnir verði eins. Á spássíunni er sýnt hvernig nemendur geta skráð nefnarana hvern undir öðrum og fundið þannig samnefnarann. Nemendur sem sjá þetta fyrir sér í huganum geta auðvitað sleppt því að skrá nefnara eins og hér er lýst.

3.19b

Minna má nemendur á að $2 = \frac{2}{1}$.

3.21b

Minna má nemendur á að $1 = \frac{1}{1} = \frac{2a^2}{2a^2}$

3.22

Nemandi C hefur rétt fyrir sér í því að allar stæðurnar ganga upp í $48x^4y^3$, en það er hins vegar ekki minnsta sameiginlega margfeldið. Þessi stæða er sameiginlegt margfeldi en er ekki það minnsta. Margir nemendur nota oft margfeldi allra nefnaranna sem samnefnara. Kennari þarf að venja þá á að finna minnsta sameiginlega margfeldið í staðinn.

Grundvallarfærni

Enn og aftur er áherslan hér lögð á reikningsfærni. Þessi kafli fjallar að miklu leyti um að byggja upp góða þekkingu í algebru, grundvallarþættinum í allri stærðfræði.

Einfaldari verkefni

Mörgum nemendum finnst algebra erfið en kennari reynir að sýna þeim hið röklega samhengi sem hún byggist á. Hér skal endurtekið að nákvæmlega sömu reiknireglur gilda fyrir bókstafi eins og fyrir tölustafi. Gott er fyrir nemendur sem finnst þetta erfitt að æfa sig fyrst á mörgum talnadæmum áður en þeir snúa sér að bókstafareikningi.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Algebrubrotadómínó bekkjardeildarinnar

Kennari leggur mat á það hvort biðja eigi hvern nemanda að búa til eitt eða tvö dæmi (fer eftir fjölda nemenda í bekkjardeildinni). Hver nemandi býr til dæmi eins og sjá má í verkefni 3.18 eða 3.19 með tilheyrandi lausn. Annar nemandi gengur úr skugga um hvort dæmið og lausnin séu rétt. Nemendur nota töflu með fjórum dálkum þar sem tveir reitir hlið við hlið mynda einn dómínókubb. Nemendur skrifa dæmin sín þannig að fyrsti nemandi skrifar dæmið í hægri reit fyrsta dómínókubbs og svarið í vinstri reit þess dómínókubbs sem kemur næst á eftir. Síðasti nemandinn á þá að fá svarið við síðasta dæminu í vinstra reit fyrsta kubbs. Þegar allir hafa skrifað dæmin

sín inn í töfluna þarf kennari að ganga úr skugga um að dæmi og svör séu rétt og á réttum stöðum. Þar næst er spilið ljósritað og dómínókubbarnir klipptir hver frá öðrum. Nemendur geta annaðhvort spilað dómínó eða stokkað kubbana (spjöldin) og raða þeim aftur saman í rétta röð.

Síðasta svar	$\frac{b}{2} + \frac{b}{4} + b$	$\frac{7}{4b}$	$\frac{2}{y} + \frac{1}{y^2}$
$\frac{2y+1}{y^2}$	$\frac{x+1}{x} + \frac{1}{2}$	$\frac{3x+2}{2x}$	Næsta dæmi

Faglegt innihald

- Að þátta stæðu með fleiri en einum lið

Æfingahefti

3.42

3.53

3.65–3.67

Blaðsíða 122–123

Ábendingar

Sýnidæmi 9

Hér er sýnd þáttun liða í stæðu áður en stæðan í heild er þáttuð. Sumum nemendum finnst auðveldara að finna sameiginlega þætti í liðunum þegar þáttunin er gerð eins og hér er sýnt. Þá taka þeir sameiginlega þáttinn út fyrir sviga. Margir nemendur halda að þeir hafi lokið þáttuninni þegar þeir hafa þáttað hvern lið. Nota þarf góðan tíma til að útskýra mismuninn. Þáttun liðs er til lítils gagns ein og sér. Ekki er hægt að nota hana til að finna samnefnara og heldur ekki til að stytta. Þegar sagt er að ekki megi stytta liði, einungis þætti, er mikilvægt að nemendur skilji að um er að ræða þætti í stæðunum sem hægt er að stytta, ekki þætti í liðunum. Best er að venja nemendur á að finna út hvað hægt er að taka út fyrir sviga, eins og gert er í sýnidæmi 10, án þess að þeir þátti hvern lið fyrir sig fyrst.

Sýnidæmi 10

Hér hafa stæðurnar verið þáttaðar án þess að liðirnir séu þáttaðir fyrst. Kjósi nemendur að þátta liðina fyrst er rétt að leyfa þeim það en þeir þurfa að gera sér grein fyrir að þeir hafi þar með ekki lokið þáttuninni.

3.26

Rökræðuverkefnunum er ætlað að laða fram skilning nemenda og fá þá til að íhuga hvað felst í þáttun og minnsta sameiginlega margfeldi.

Grundvallarfærni

Á þessari opnu er sjónum beint að reikningsfærni. Skilningur byggist aftur á móti á því að nemendur átti sig á innihaldi hugtakanna þáttur og liður. Gott er að nemendur æfi munnlega að útskýra þessi hugtök

hver fyrir öðrum og fyrir allri bekkjardeildinni.

Einfaldari verkefni

Beina þarf athygli nemenda að hugtakinu þáttur. Byrja má á dæmum með tölum og byggja kennsluna upp út frá þeim:

- *Er um sameiginlegan þátt að ræða í tölunum 25 og 35? (5)*
Það þýðir að $25 + 35$ má skrifa sem $5(5 + 7)$.
- *Er um sameiginlegan þátt að ræða í tölunum 12 og 16? (2 og 4)*
Benda skal nemendum á að rétt er að velja þáttinn 4 vegna þess að hann er stærsti sameiginlegi þátturinn. Því má skrifa $12 + 16$ sem $4(3 + 4)$.
Nemendur reikna dæmið og athuga hvort þetta er rétt áður en kennari snýr sér að bókstöfunum sem næsta skref.
- *Er um að ræða sameiginlegan þátt í $4a$ og 8 ? (4)*
Það þýðir að $4a + 8$ má skrifa sem $4(a + 2)$. Nemendur margfalda inn í svigann og ganga úr skugga um að þetta sé rétt.
- *Er um að ræða sameiginlegan þátt í $3a$ og $5a$? (a)*
Það þýðir að $3a + 5a$ kmá skrifa sem $a(3 + 5)$. Hér má sjá að svarið verður $8a$, sama hvor stæðan er notuð.
- *Er um að ræða sameiginlegan þátt í $6a$ og $2ab$? ($2a$)*

Vonandi geta nemendur nú komið með tillögu um að $6a + 2ab = 2a(3 + b)$, og séð að hér er sama stæðan skrifuð á tvo mismunandi vegu – fyrst sem summa tveggja liða, síðan sem þættir.

Faglegt innihald

- Alhæfingar og sannanir með algebru

Búnaður

- Teningar í mismunandi litum

Æfingahefti



3.64

Blaðsíða 124–125

Ábendingar

Ýmis verkefni - Teningakast

Hver nemandi í bekkjardeildinni kastar tveimur teningum og fylgir lýsingunni á aðferðinni eftir stjórn kennarans. Hann fer eins að en skráir niðurstöður síns teningakasts á töfluna. Kennari gengur úr skugga um að allir viti hvað þeir eiga að gera og reikni rétt. Þegar allir fá út 49 felst verkefnið í að finna út hvers vegna svo sé. Nemendur þurfa að fá tækifæri til að brjóta heilann um þetta góða stund án þess að kennari gefi þeim nokkra ábendingu eða kynni notkun bókstafanna fyrir þeim.

Eftir nokkra stund má biðja einhverja nemendur að útskýra niðurstöðuna. Síðan byrja allir nemendurnir á hluta 2. Ef talan á teningnum er a , þá er sem sagt $7 - a$ undir teningnum (á botni teningsins). Hið sama á við b . Dæmin verða þá þannig

- $a \cdot b = ab$
- $a \cdot (7 - b) = 7a - ab$
- $(7 - a) \cdot b = 7b - ab$
- $(7 - a) \cdot (7 - b) = 49 - 7a - 7b + ab$

Þegar við að lokum leggjum saman öll svörin fáum við

$$ab + 7a - ab + 7b - ab + 49 - 7a - 7b + ab = 49$$

Summan er sem sagt 49, sama hvert gildið er á teningnum. Það sem veldur er að summa talnanna efst og neðst á teningnum er alltaf 7. Útvíkkun: Ef notaðir eru aðrir teningar þarf að ganga úr skugga um hver summa talnanna efst og neðst á teningnum er hvað sem upp kemur. Ef notaðir eru t.d. teningar með tölunum 1-12 er summan 13 og svarið verður 169. Ef notaðir eru mismunandi teningar, til dæmis ef annar teningurinn er með tölurnar 1-12 og hinn með tölurnar 1-20

verður summan $13 \cdot 21 = 273$. Sönnun þessa er nákvæmlega eins og sönnunin þar sem teningarnir 1-6 koma við sögu.

3.27

Áður en nemendur byrja að reikna spyr kennari þá hvert þeir haldi að svarið verði. Vekja má athygli á að geisli jarðar er ekki gefinn upp. Það er heldur ekki gert í verkefni b varðandi geisla appelsínunnar. Svarið verður nákvæmlega hið sama í báðum tilvikum og er óháð geislanum. Þetta kemur langflestum mjög á óvart og erfitt að viðurkenna það! En stærðfræðin sýnir fram á að svona er þetta.

Látum R tákna geisla kúlu. Þá má út frá textanum setja upp eftirfarandi dæmi sem sýnir mismuninn milli lengda snúranna.

$$\begin{aligned} 2 \cdot \pi \cdot (R + 1) - 2 \cdot \pi \cdot R &= \\ 2 \cdot \pi \cdot R + 2 \cdot \pi - 2 \cdot \pi \cdot R &= \\ 2 \cdot \pi &\approx 6,28 \end{aligned}$$

Lengri snúran verður aðeins 6,28 m lengri en hin án tillits til þess hver geisli kúlunnar er. Engu máli skiptir hvort um er að ræða jörðina eða appelsínu!

3.28

Það sem er spennandi í þessu verkefni er að svarið verður alltaf hið sama. Nemendur eiga að sýna fram á þetta í verkefni c. Ef talan efst til vinstri er a eru hinar tölurnar þrjár $a + 1$, $a + 5$ og $a + 6$.

Dæmið verður þá þetta:

$$\begin{aligned} (a + 1)(a + 5) - a(a + 6) &= \\ a^2 + 5a + a + 5 - a^2 - 6a &= 5 \end{aligned}$$

Grundvallarfærni

Hér reynir á lestrarfærni nemenda. Þeir þurfa að lesa tiltölulega langa texta sem þarf að túlka. Þeir eiga að fylgja fyrirmælum í textanum og þeir eiga að þýða texta yfir á táknmál

stærðfræðinnar. Það getur verið nokkuð erfitt fyrir marga nemendur. Gott er að nemendur vinni saman í litlum hópum og lesi upphátt hver fyrir annan. Þá geta þeir saman fundið út hvað gera skal.

Einfaldari verkefni

3.27

Nemendur vinna saman tveir og tveir og kennari lætur þá nota fyrst tvö dæmi með tölum. Sams konar verkefni má nota þar sem leikfimisbolti með 40 cm geisla kemur við sögu og tennisbolti með 3 cm geisla. Gott er að kennari velji einnig aðrar tölur. Tilgangurinn er sá að nemendur upplifi að svarið verður hið sama án tillits til þess hver geislinn er. Þegar nemendur hafa lært að reikna með tölum má leggja fyrir þá það krefjandi verkefni að setja dæmið upp með breytunni R til að tákna geislan.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur vinna verkefni 3.28 með hundraðtöflu. Einnig má nota stærri ferninga.

Faglegt innihald

- Þáttun og stytting brota með og án bókstafa-stæðu í teljara og nefnara

Æfingahefti

3.43–3.45

3.54, 3.55

3.68

Blaðsíða 126–127

Ábendingar

Nemendur nota hér það sem þeir lærðu fyrr í kaflanum til að þátta teljara og nefnara í brotum þannig að þeir geti stytth brotin. Minna þarf nemendur á að þegar þeir strika yfir sömu þætti í teljara og nefnara samsvarar það því að deila með tölunum hvora í aðra og fá út 1. Margir nemendur hafa tilhneigingu til að halda að þegar þeir strika yfir tölurnar komi út 0. Rétt er að ræða um þetta þannig að enginn misskilningur komi upp varðandi það sem hér fer í raun fram. Einnig er gott að ræða um að stytting og lenging eru andhverfar aðgerðir. Þegar lengja á almennt brot samsvarar það því að margfalda brotið með 1. Við veljum hentugar tölur til að lengja með og svo lengi sem við margföldum teljara og nefnara með sömu tölu eða stæðu samsvarar það því að brotið sé margfaldað með 1 og þess vegna breytist gildi þess ekki. Upprunalega brotið og hið stytta eða lengda brot hafa sama gildi.

3.30

Nemendur geta valið hvort þeir vilja stytta eða lengja. Kennari segir nemendum ekki til um þetta áður en þeir byrja en biður þá að útskýra eftir á hvornig þeir leystu verkefnið. Vonandi munu koma fram dæmi um báðar aðferðirnar.

3.31

Þess þarf að gæta að nemendur stytth ekki brotin fyrr en þeir hafa þáttað stæðurnar.

Grundvallarfærni

Verkefnin á þessari opnu æfa færni nemenda í að reikna með almennum brotum, bæði með tölum og bókstöfum. Nemendur þurfa að skilja hugtökin liður, þáttur, þáttun, stytting, jafn gild, lenging.

Gott er að þeir útskýri fyrir bekkjarfélaga hvornig þeir skilja þessi hugtök. Í sýnidæmunum má sjá dæmigerða skráningu á þáttun, lengingu og styttingu almennra brota. Nemendur þurfa að átta sig á hvers vegna ekki er hægt að stytta liði – einungis þætti.

Einfaldari verkefni

Kennari býr til fleiri dæmi með tölum handa nemendum sem þess þurfa. Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni Nemendur sem ef til vill eru fljótir að vinna og nota mikið grænmerktu verkefnin geta búið til verkefni hver fyrir annan, skipst á verkefnum og síðan útskýrt aðferðina hver fyrir öðrum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur sem ef til vill eru fljótir að vinna og nota mikið grænmerktu verkefnin geta búið til verkefni hver fyrir annan, skipst á verkefnum og síðan útskýrt aðferðina hver fyrir öðrum.

Þáttunarspjöld

Nemendur búa til stæðu með brotum sem þeir skrifa framan á spjald. Spjöldunum skal skipt þannig að forsíðunni er skipt í tvennt og sömuleiðis er baksíðunni skipt í tvennt, sjá mynd hér á eftir. Á baksíðuna á að skrifa brotin þegar þau hafa verið stytth. Nemendur vinna saman í pörum að því að stytta brotin. Þeir geta athugað hvort þeir hafa gert það rétt með því að snúa spjaldinu við og athuga svarið á baksíðunni.

Dæmi um tvö spjöld:

Forsíða:

$\frac{5a + 10}{10}$	$\frac{4a + 2a^3}{2a}$
----------------------	------------------------

Baksíða:

$\frac{a + 2}{2}$	$2 + a^2$
-------------------	-----------

Faglegt innihald

- Margföldun almennra brota með bókstafastæðu bæði í teljara og nefnara
- Brotabrot með og án bókstafastæðu

Búnaður

- Verkefnablað 3.3.6

Blaðsíða 128–129

Æfingahefti



3.56

3.69

Ábendingar

Bls. 128

Í mörgum þessara verkefni er ómögulegt að fá einfalt svar ef nemendur byrja að margfalda saman stæðurnar í stað þess að þátta þær og stytta. Dæmin eru gerð þannig að mögulegt er að stytta.

Bls. 129

Hér hafa höfundar ákveðið að sýna einföldun brotabrota með því að breyta aðalbrotastrikinu í deilingarmerki, snúa „deilingarbrotinu“ síðan við (þ.e. hafa endaskipti á teljara og nefnara) og margfalda með því þannig. Höfundar telja að flestir nemendur muni skilja aðferðina sem er sýnd hér. Sumir nota aðferðina „að deila með broti er að margfalda með því öfugu“. Það getur hentað mörgum og útskýringarnar felast einmitt í því.

Sjá má þrjár mismunandi lausnartillögur í kaflanum Ábendingar varðandi dæmi 3.35d á bls. 130.

Grundvallarfærni

Hér er aðaláherslan einnig á reikningsfærni. Nemendur eiga að æfa sig í að skoða stæðurnar og búa til áætlun um hvernig þeir geta leyst dæmin. Er einhver tala eða stæða með sameiginlegum þætti? Kennari minnir nemendur á að það má „stytta í kross“ þegar brotin eru margfölduð saman en einungis þætti – ekki liði! Nemendur lesa og skoða sýnidæmin gaumgæfilega og ræða um þáttun og styttingu. Rétt er að nota sýnidæmin til að skoða vandlega skráninguna og aðferðina og að ræða saman um hvernig útreikningurinn fer fram.

Einfaldari verkefni

Kennari býr til fleiri dæmi með tölum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Búa til eigin brot

Nemendur búa til eigið brot og útskýra fyrir samnemanda sínum hugtakið brotabrot. Gott er að nota orð eins og aðalbrot, aðalbrotastrik og smábrot.

Kennari getur útbúið veggspjald sem lýsir hvernig maður einfaldar brotabrot. Veggspjaldið má hengja upp í kennslustofunni nemendum til stuðnings.

Hvaða stæða passar ekki við hinar þrjár?

Nota skal verkefnablað 3.3.6.

Í hverjum fjögurra spjalda hópi er ein stæðan ekki umritun hinna fjögurra. Nemendur finna þá stæðu!

Faglegt innihald

- Brotabrot
- Reikningur almennra brota sem í eru bókstafir

Búnaður

- Verkefnablað 3.3.7
- Verkefnablað 3.3.8
- Verkefnablað 3.3.9

Blaðsíða 130–131

Æfingahefti

3.46

3.57, 3.58

Ábendingar

Verkefnin á bls. 130 fela í sér frekari reikning með brotabrotum.

3.35

Verkefni d má til dæmis leysa á eftirfarandi þrjá vegu:

$$1. \frac{\frac{x+xy}{3}}{\frac{x^2}{6y}} = \frac{x+xy}{3} \cdot \frac{6y}{x^2} = \frac{x+xy}{3} \cdot \frac{6y}{x^2} =$$

$$\frac{x(1+y) \cdot 6y}{3x^2} = \frac{2y(1+y)}{x}$$

$$2. \frac{\frac{x+xy}{3}}{\frac{x^2}{6y}} = \frac{x+xy}{3} \cdot \frac{6y}{x^2} = \frac{2xy(1+y)}{x^2} =$$

$$\frac{2y(1+y)}{x}$$

$$3. \frac{\frac{x+xy}{3}}{\frac{x^2}{6y}} = \frac{6y(x+xy)}{3x^2} = \frac{2xy(1+y)}{x^2} = \frac{2y(1+y)}{x}$$

3.38

Hér er um að gera að ræða samokregluna. Komið verður að henni síðar í kaflanum en hér eiga nemendur að eyða svigunum með því að margfalda þá saman og einfalda. Í verkefni b má benda nemendum á að þeir þurfi að hugsa gagnstætt því að setja upp á eitt brotastrík:

$$\frac{y-x}{x} = \frac{y}{x} - \frac{x}{x} = \frac{y}{x} - 1$$

3.39

Bæði C og D hafa rétt fyrir sér.

$$\frac{a^2 - \frac{a}{b}}{a^2b} = \frac{a^2b - a}{a^2b^2} = \frac{a(ab-1)}{a^2b^2} = \frac{ab-1}{ab^2}$$
$$= \frac{ab}{ab^2} - \frac{1}{ab^2} = \frac{1}{b} - \frac{1}{ab^2}$$

Ýmis verkefni - Hvaða spjöld mynda slag?

Fyrir þetta verkefni þurfa nemendur að nota verkefnablað 3.3.7. Hér á að finna brot sem eiga saman þ.e. sem mynda slag. Nemendur nota blað og blýant og einfalda brotin sem virðast við fyrstu sýn vera flókin.

Einfaldari verkefni

Búa má til spjöld með einfaldari brotum til að nota í spilinu á bls. 131. Einnig má nota verkefnablað 3.3.8. Á netinu má fá ókeypis algebrulausnir, m.a. <http://algebra-online.com/>. Þar eru aðferðirnar einnig sýndar.

Grundvallarfærni

Nemendur æfa reikningsfærni sína í þessum dæmum. Þeir þurfa að skilja hvað brotabrot er og nota þá færni að deila með almennu broti til að mæta þessum nýju áskorunum. Verkefnið á bls. 131 leiðir í ljós hvort færninni hafi verið náð. Nemendur æfa lestrarfærni sína og munnlega færni þegar þeir þurfa að skilja í hverju verkefni felst. Gott er að nemendur vinni saman í 2-4 manna hópum, lesa um aðferðina og rökræða og útskýra hvernig þeir skilja spilarreglurnar.

Erfiðari verkefni - Ýmis verkefni

Brotabrot

Nota skal verkefnablað 3.3.9. Tveir nemendur vinna saman. Öðrum megin á spjaldinu er brotabrot, hinum megin hefur brotabrotið verið einfaldað.

Annar nemandinn hefur spjaldabunkann. Hann lyftir upp einu spjaldi og sýnir bekkjarfélaganum brotabrotið. Sá sem heldur á spjaldinu sér hið einfaldaða brot. Bekkjarfélaginn á að nefna einfölduðu útgáfuna af brotinu upphátt og nemandinn með spjaldið segir til um hvort það er rétt. Sé svo fær nemandinn 1 stig. Þannig er farið í gegnum allan bunkann. Þá skipta nemendur um hlutverk. Þetta má endurtaka mörgum sinnum og kennari fylgist með hvort nemendur geta einfaldað öll spjöldin. Einnig geta nemendur tekið tímann hver á öðrum.

Faglegt innihald

- Margföldun sviga með fleiri en einum lið

Búnaður

- Verkefnablað 3.3.10

Æfingahefti

3.47

3.59

3.70

Blaðsíða 132–133

Ábendingar

Nemendur hafa áður leyst verkefni með því að margfalda tölur eða einn lið inn í sviga með fleiri en einum lið. Þeir hafa séð að sama er hvort sviginn er á undan eða eftir tölunni:

$$\begin{aligned}2a(a-3) &= 2a \cdot a - 2a \cdot 3 \\ &= 2a^2 - 6a\end{aligned}$$

Á sama hátt er

$$\begin{aligned}(a-3)2a &= a \cdot 2a - 3 \cdot 2a \\ &= 2a^2 - 6a\end{aligned}$$

Kennari og nemendur ræða saman um að röð þátta skiptir ekki máli. Þáttunum má því víxla án þess að svarið breytist. Þegar margfalda á saman tvo sviga getur maður fyrst hugsað sem svo að annar sviginn sé tala sem við margföldum með inn í hinn svigann; síðan er það gert einu sinni enn. Gott er að nota líti, sjá til dæmis á miðri blaðsíðu 132 í nemendabókinni.:

$$\begin{aligned}(a+3b)(2a+b) &= a(2a+b)+3b(2a+b) \\ &= a \cdot 2a + a \cdot b + 3b \cdot 2a + 3b \cdot b \\ &= 2a^2 + ab + 6ab + 3b^2 \\ &= 2a^2 + 7ab + 3b^2\end{aligned}$$

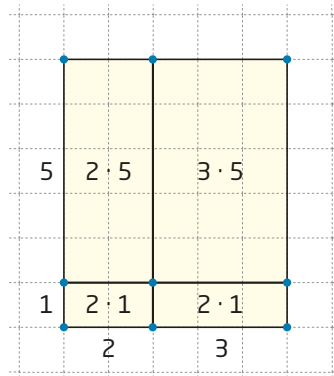
Rétt er að nemendur reikni öll þessi dæmi. Það er auðvelt að búa til ný sams konar dæmi. Nemendur geta búið til dæmi hver fyrir annan og leiðrétt dæmi hver annars.

Grundvallarfærni

Nemendur þurfa að nota reikningsfærni sína, sem þeir hafa öðlast áður, til að bæta nýrri færni við. Það krefst hæfileika til að geta séð ný tengsl og bæta við eigin þekkingu. Reikningsfærni í algebru er grundvöllur allrar stærðfræði, bæði í þessu námsefni og í stærðfræðináminu í framtíðinni.

Einfaldari verkefni

Nemendur teikna réttthyrninga til að sýna og skýra út algebrureglurnar. Hægt er að nota algebrukubba, sjá ábendingarnar á bls. 138–139. Þessir kubbar eru til gagns fyrir marga nemendur til að þeir geti skilið betur reglurnar. Einnig er mikilvægt að leggja áherslu á að reiknireglurnar um bókstafi eru þær sömu og reiknireglur um tölur. Nota má dæmi með tölum til að undirstrika þetta og gera þetta sýnilegt. Sýna má $(2+3)(1+5)$ þannig:



$$\begin{aligned}\text{Hér má sjá að } (2+3)(1+5) &= 2 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 5 \\ &= 2 + 10 + 3 + 15 = 30.\end{aligned}$$

En við getum sem sagt einnig reiknað út að $(2+3)(1+5) = 5 \cdot 6 = 30$.

Eftir þetta munu ef til vill fleiri nemendur vera tilbúnir til að takast á við bókstafareikning.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Rétt er að hvetja nemendur til að búa til myndir við sýnidæmin og dæmin.

Ýmis verkefni – Hvaða spjöld passa saman? Algebru-minnispil – Finndu pör

Nota skal verkefnablað 3.3.10. Nemendur geta spilað saman tveir og tveir eða þrjú og þrjú.

Tilbrigði 1 – Minnispil

Stokka skal spjöldin vel og dreifa þeim á hvolf á borð. Sá sem byrjar snýr tveimur spjöldum við. Ef þau passa saman (það á að vera stæða í sviga og teikning af réttthyrningi) fær leikmaðurinn parið og getur snúið við tveimur nýjum spjöldum. Ef þau passa ekki saman skal leggja spjöldin aftur á sinn stað og næsti leikmaður tekur við og reynir að finna par. Þannig er haldið áfram þar til öll pörin hafa verið fundin. Sá leikmaður vinnur sem hefur fengið flest pör.

Tilbrigði 2 – Finndu pör

Stokka skal spjöldin vel og leggja þau í bunka á borðið. Átta spjöldum er nú snúið og þeim dreift á borðið. Ef einhver leikmaður sér par segir hann „par“ og bendir á spjöldin tvö sem passa saman. Þá fær leikmaðurinn parið. Þannig er haldið áfram þar til enginn leikmaður sér par. Þá eru tvö ný spjöld dregin úr bunkanum og bætt við þau sem fyrir eru á borðinu. Þannig er haldið áfram þar til öll pörin hafa fundist. Sá leikmaður vinnur sem hefur fengið flest pör.

Faglegt innihald

- Annars stigs jöfnur án fasta leystar með þáttun

Búnaður

- verkefnablað 3.3.11

Æfingahefti

3.71, 3.72

3.82

Að leysa jöfnur með þáttun Ferningsreglur og ójöfnur

Blaðsíða 134–135

Ábendingar

Nemendur þurfa að skilja rökin að baki núllreglunni. Margfeldi tveggja eða fleiri talna er núll ef einn þátturinn er 0. Þetta er meginreglan á bak við lausn allra tegunda annars stigs jafna. Í þessum kaflahluta verður sýnt hvernig annars stigs jöfnur af sérstakri gerð má leysa með aðferðum algebrunnar með núllreglunni. Um er að ræða jöfnur sem eru ekki með fasta eða lið eins og í fyrstu gráðu jöfnum sem skrifa má samkvæmt ferningsreglu. Þar við bætast annars stigs jöfnur sem búið er að þátta.

Á þessari opnu verða teknar fyrir annars stigs jöfnur án fasta. Þá verður önnur lausnin alltaf 0. Þar að auki má sjá í sýnidæmi 17 annars stigs jöfnur sem þegar hafa verið þáttaðar.

Grundvallarfærni

Að setja upp og leysa jöfnur er algeng aðferð við lausn ýmissa verkefna. Á þessari opnu er sjónum einkum beint að skriflegri færni þegar nemandinn á að kynna lausn jöfnu. Mikilvægt er að nemandinn skrifi nógu margar línur til að lesandinn geti fylgt útreikningnum og röksemdafærslunni í lausninni. Þróun reikningsfærni felst einnig í að finna tvær lausnir. Algeng villa er að nemendur freistist til að deila með x báðum megin við jöfnumerkið og týna þar með annarri lausninni.

Einfaldari verkefni

Almennt gildir um þennan kaflahluta að kennari þarf að meta notagildið fyrir hvern einstakan nemanda. Ef nemendur eiga að læra eitthvað um annars stigs jöfnur eru í sýnidæmunum kynntar til sögunnar þær einföldustu þeirra. En miklu skiptir að

nemendur geti fyrst og fremst leyst fyrsta stigs jöfnur. Kennari getur fundið dæmi á verkefnablaði 3.3.11 fyrir nemendur sem þurfa að rifja þær upp.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Rétthyrningur er þannig að lengdin er 2 stærri en breiddin. Nemendur teikna skissu af rétthyrningnum og finna út hver breiddin hlýtur að vera til að flatarmálið verði 24 eða 35.

- *Hvernig er hægt að setja þetta dæmi fram sem jöfnu?*

Faglegt innihald

- Annars stigs jöfnur
- Fyrsta ferningsreglan

Búnaður

- Verkefnablað 3.3.12

Æfingahefti

3.73–3.76

3.95

Blaðsíða 136–137

Ábendingar

Sýnidæmi 19

Í sýnidæminu eru leyst mörg svipuð dæmi. Nemendur þurfa að uppgötva mynstur þar sem þeir sjá tengslin milli stæðnanna í svigunum og endanlegra svara. Á táknmáli algebrunnar má sýna fyrstu ferningsreglu þannig:

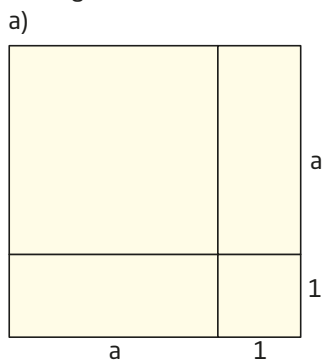
$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Einnig má sýna regluna með hjálp rúmfræðinnar eins og á myndinni á bls. 137.

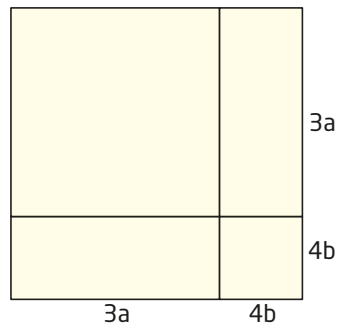
Mikilvægt er að nemendur læri að nota ferningsreglurnar beint. Þeir þurfa að æfa sig í að sjá mynstrið sem kemur fram og geta reiknað í hina áttina, þ.e. aftur á bak. Þegar þeir þurfa seinna að nota formúluna til að leysa annars stigs jöfnur þurfa þeir að nota þetta ásamt samokareglunni og núllreglunni. Nemendur þurfa að æfa notkun þessara reglna oft og mörgum sinnum.

3.46

Kennari sýnir nemendum dæmin með ferningum, til dæmis:



f)



3.47

Minna þarf nemendur á að mínus fyrir framan sviga þýðir að breyta þarf formerkjum innan svigans þegar eyða skal svigunum. Skynsamlegt er að halda svigunum meðan þeir eru margfaldaðir saman, eyða þeim síðan um leið og formerkjum er breytt.

Grundvallarfærni

Tilgangurinn með þessari opnu er einnig að æfa reikningsfærni. Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir að þeir þurfa að æfa sig aftur og aftur á slíkum dæmum til að geta borið kennsl á mynstrið.

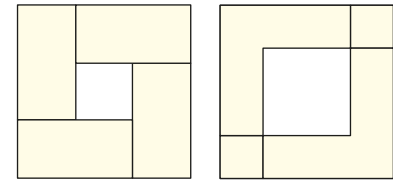
Einfaldari verkefni

Ekki er hægt að einfalda ferningsreglurnar. Þær eru í sjálfu sér einfaldaðar eins og þær eru. Nemendur sem geta ekki lært mynstrið geta skrifað ferninginn sem margfeldi tveggja sviga og reiknað út lið fyrir lið þótt þetta sé óskilvirkt og eiginlega mjög seinlegt til lengdar.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Að lýsa fleiri ferningsmynstrum

Myndirnar hér á eftir sýna ferninga. Nemendur nota bókstafi sem lengdarmál og skrifa flatarmálið á að minnsta kosti tvo mismunandi vegu í hvoru tilvik.



Rúmfræðileg form

Nemendur fá í hendur fjórar rúmfræðilegar myndir. Nota má verkefnablað 3.3.12 sem á eru stór ferningur, tveir eins rétthyrningar og einn lítill ferningur. Þrjú sett eru af þessum formum á verkefnablaðinu. Nemendur klippa myndirnar út og eiga svo að mynda einn stóran ferning með því að raða þessum fjórum formum saman. Nemendur skoða formin og finna út hvaða hliðar eru jafn langar. Þeir kalla hliðarlengdirnar tvær a og b. Síðan finna þeir flatarmál allra þessara fjögurra forma og einnig stóra ferningsins sem þeir bjuggu til úr formunum fjórum. Þá munu nemendur sjá að hér er fyrsta ferningsreglan lifandi komin!

Faglegt innihald

- Þáttun með fyrstu ferningsreglu
- Önnur ferningsregla

Búnaður

- Algebrukubbar

Blaðsíða 138–139

Ábendingar

Margir nemendur halda því gjarnan fram $(a + b)^2 = a^2 + b^2$. Það er ekki rétt. Kennari sýnir þeim dæmi með tölum sem sýna að þetta stenst ekki:

$$(2 + 3)^2 = 25$$

$$2^2 + 3^2 = 13$$

Úr því að reglan gildir ekki með tölum gildir hún heldur ekki með bókstöfum.

Bls. 138

Nemendur þurfa að athuga hvort liðirnir þrír passa saman í þeim skilningi að þeir eigi við fyrstu ferningsregluna. Til þess að svo sé þarf margfeldi ferningsróta liðanna tveggja að vera helmingurinn af þriðja liðnum.

Bls. 139

Nemendur þurfa að sjá mynstrið þegar um er að ræða mismun í stað summu. Eini munurinn er sá að mínus er fyrir framan liðinn í miðjunni. Síðasti liðurinn verður einnig jákvæður vegna þess að tvær tölur með mínus fyrir framan eru margfaldaðar saman.

Aðra ferningsreglu má sýna á táknmáli algebrunnar eða rúmfræðinnar. Á táknmáli algebrunnar verður reglan svona:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Á skýringarmyndinni á bls. 139 í nemendabókinni má sjá að ab er flatarmál rétthyrninganna að meðtöldu tví-skástrikaða svæðinu. Það er dregið frá tvisvar og þess vegna þarf að bæta því við eftir á.

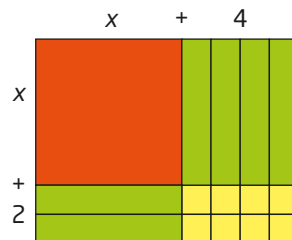
Grundvallarfærni

Rétt er að láta nemendur lesa fagtextann. Það er góð þjálfun í lestrarfærni í stærðfræði. Þar að auki er þessi opna þjálfun í reikningsfærni.

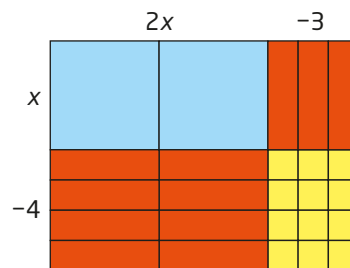
Einfaldari verkefni

Til eru algebrukubbar sem nota má til að gera reglur í algebru sýnilegar. Kaupa má kubbana sem bekkjarsett og einnig er hægt að finna þá á netinu. Leita skal undir leitarorðunum „Algebra tiles“.

Kubbarnir geta litið svona út:



eða:



Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Gátlisti

Nemendur búa til gátlista yfir það sem þeir þurfa að athuga til að finna út hvort annars stigs stæðu er hægt að þátta með því að nota ferningsreglurnar. Nemendur þurfa að finna út hvað eftirfarandi atriði segja þeim hvert fyrir sig:

Tillaga að gátlista:

- Athuga þarf fjölda liða í stæðunni.
- Athuga þarf formerki liðanna í stæðunni
- Finna þarf ferningsrót tveggja liðanna
- Athuga þarf hvort síðasti liðurinn er $2 \cdot \sqrt{\text{fyrri liðurinn}} \cdot \sqrt{\text{fyrri liðurinn}}$

Faglegt innihald

- Þáttun með annarri ferningsreglu
- Að leysa jöfnur með fyrstu og annarri ferningsreglu

Búnaður

- Verkefnablað 3.3.13

Blaðsíða 140–141

Ábendingar

Margir nemendur vilja gjarnan segja að $(a - b)^2 = a^2 - b^2$. Það er *ekki* rétt. Kennari sýnir þeim dæmi með tölum sem sýna að þetta stenst ekki:

$$(4 - 3)^2 = 1$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

Úr því að reglan gildir ekki með tölum gildir hún heldur ekki með bókstöfum.

Bls. 140

Á þessari blaðsíðu er gert ráð fyrir að nemendur sjái mynstrið frá annarri ferningsreglu. Þeir þurfa að sjá að liðirnir og formerkin eigi saman. Sé svo ekki er ekki hægt að þátta stæðuna með annarri ferningsreglu.

Bls. 141

Á þessari blaðsíðu á að þátta stæðurnar og síðan að nota núll-regluna til að finna lausnirnar. Talan 0 er hægra megin við jöfnúmerkið. Ef svo er ekki þarf að breyta jöfnunni þannig að 0 verði hægra megin.

Grundvallarfærni

Þessi opna er þjálfun í reikningsfærni. Nemandur eiga að læra ferningsreglurnar utan að og ná fullu valdi á notkun þeirra með því að reikna mörg dæmi. Þegar þeir telja að þeir hafi náð tökum á reglunum eiga þeir að reikna enn fleiri dæmi.

Einfaldari verkefni

Nemandur sem eiga í basli með þennan námsþátt þurfa að æfa sig enn meira á ferningsreglunum áður en þeir geta notað þær til að þátta. Nemandur skoða gaumgæfilega svörin og hugsa um hvernig mögulegt sé að reikna dæmið í hina áttina (aftur á bak).

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Dæmin eru erfiðari þegar stæðurnar birtast ekki strax eins og ferningsreglurnar myndu setja þær fram. Þá þarf fyrst að finna sameiginlegan þátt sem tekinn er út fyrir sviga.

Kennari getur látið nemendur þátta eftirfarandi stæðu á þennan hátt:

$$2x^2 - 4x + 2 =$$

$$2(x^2 - 2x + 1) =$$

$$2(x - 1)^2$$

Kennari getur líka lagt fyrir nemendur að leysa þessa jöfnu:

$$x^3 - 14x^2 + 49x = 0$$

$$x(x^2 - 14x + 49) = 0$$

$$x(x-7)^2 = 0$$

$$x = 0 \text{ eller } x = 7$$

Finndu þrenndir

Þetta er spil fyrir þrjú leikmenn. Nota skal spjöldin á verkefnablaði 3.3.13 og stokka þau vel. Byrja skal á því að afhenda hverjum leikmanni sjö spjöld og þrjú spjöld eru lögð á borðið. Einn slagur eru þrjú spjöld sem passa saman. Eitt spjaldið er skrifað sem annars stigs jafna sem liðastærð (t.d. $x^2 - 10x + 25 = 0$), annað spjald er skrifað sem annars stigs jafna á formi þátta (t.d. $(x - 5)^2 = 0$) og á þriðja spjaldinu er lausnin. Þegar leikmaður á leik getur hann sýnt og lagt niður næsta slag ef hægt er. Ef hann getur það ekki má hann losna við eitt spjald og draga í staðinn spjald úr borðinu eða úr bunkanum. Verði það til þess að hann fái slag tekur hann slaginn til sín. Ef ekki má hann draga spjald einu sinni enn og næsti leikmaður á leik. Á borðinu eiga alltaf að vera þrjú spjöld upp í loft. Ef enginn leikmanni hefur ekkert spil þegar borðið er tómt á leikmaðurinn í staðinn að draga spjald frá leikmanninum sem er næst á undan honum. Sá leikmaður vinnur sem hefur losnað við öll sín spil.

Faglegt innihald

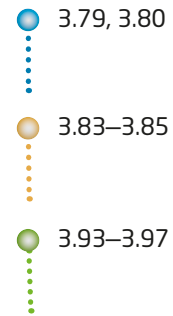
- Samokareglan
- Að þátta með samokareglunni
- Að leysa jöfnu með samokareglunni

Búnaður

- Verkefnablað 3.3.14
- Litaðir talningarkubbar

Blaðsíða 142–143

Æfingahefti



Ábendingar

Sýnidæmi 24

Nemendur þurfa að átta sig á að þegar búið er að margfalda svigana saman eru liðirnir tveir í miðjunni eins nema að því leyti að þeir hafa mismunandi formerki. Þess vegna strikast þeir út og eftir standa tveir liðir. Kennari vekur athygli nemenda á að mínustákn er á milli þeirra og þess vegna er ekki hægt að þátta stæðuna ef plús er á milli. Þá er stæðan alltaf jákvæð og ekki hægt að þátta hana. Það jafngildir því að jafna eins og $x^2 = -4$ hefur enga lausn þar sem engin ferningstala er neikvæð.

Jöfnur af gerðinni $x^2 = 16$ eða $x^2 - 16 = 0$ má einnig leysa án þáttunar. Nemendur þurfa að muna að bæði jákvæðar og neikvæðar tölur verða jákvæðar þegar þær eru settar í annað veldi þannig að lausnirnar verða tvær: $x = \pm 4$.

Ef við þáttum stæðurnar og notum núllregluna er auðveldara að muna að lausnirnar eru tvær:

$$\begin{aligned}x^2 - 16 &= 0 \\(x - 4)(x + 4) &= 0 \\x &= 4 \text{ eða } x = -4.\end{aligned}$$

3.54

Kennari leggur áherslu á að nemendur noti samokaregluna en margfaldi ekki saman lið fyrir lið.

Grundvallarfærni

Enn og aftur er hér um að ræða þjálfun í reikningsfærni. Nemendur eiga að læra samokaregluna utan að og ná fullu valdi á notkun hennar með því að reikna mörg dæmi. Þegar þeir telja að þeir hafi náð tökum á reglunni eiga þeir að reikna enn fleiri dæmi!

Á opnunni er aðallega lögð áhersla á reikningsfærni en örugg notkun tákna og skipulegir útreikningar

tengjast einnig lestrar- og skriftarfærni í stærðfræði.

Einfaldari verkefni

Kennari hjálpar nemendum að sjá muninn á ferningsreglunum og samokareglunni. Nemendur mega gjarnan staglast á eftirfarandi: *Stæðu með tveimur liðum með mínus á milli er alltaf hægt að þátta með samokareglunni.*

Gott er að kennari noti dæmi með tölum:

$$\begin{aligned}(4 - 3)(4 + 3) &= 16 - 9 = 7, \\ \text{en það er einnig jafnt og } 1 \cdot 7 &= 7 \\ (100 - 1)(100 + 1) &= \\ 10\,000 - 1 &= 9999, \\ \text{en það er einnig jafnt og } 99 \cdot 101 &= 9999\end{aligned}$$

Kennari býr til fleiri slík reikningsdæmi.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur útskýra með eigin orðum hvers vegna ekki er hægt að þátta stæðu á forminu $x^2 + 4$.

Ferningsreglurnar og samokareglan - Þrír í röð (eða lottó)

Nota skal verkefnablað 3.3.14. Á spilaborðinu eru stæður í sviga sem hægt er að þátta með ferningsreglunum eða samokareglunni. Á spjöldunum eru sömu stæðurnar þegar búið er að reikna þær út. Nemendur spila saman tveir og tveir og hvert þarf eitt spilaborð, spjöld og spilapeninga í tveimur litum. Spila má þetta spil á fleiri en einn veg en hér er sett fram tillaga um spilareglur:

Spilaborðinu er komið fyrir á borði. Spjöldunum er dreift upp í loft á borðið. Sá sem á leik velur spjald, finnur stæðuna á spilaborðinu, sem

passar við spjaldið, og leggur það ofan á stæðuna. Nemandinn leggur spilapeninginn í sínum lit ofan á spjaldið. Hinn leikmaðurinn dregur nú spjald og endurtekur leikinn. Markmiðið er að fá þrjá í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Faglegt innihald

- Annars stigs jöfnur leystar með þáttun
- Þáttun
- Annars stigs jöfnur leystar með teikningu (grafi)

Æfingahefti



3.86–3.89

3.98–3.99

Blaðsíða 144–145

Ábendingar

3.55–3.59

Allar jöfnurnar á að leysa með núllreglunni.

3.60

Áður en nemendur byrja að skrá útreikningana þurfa þeir að sjá fyrir sér hvernig mögulegt er að þátta. Er ef til vill hægt að stytta fyrst?

3.61

Minna skal nemendur á að þeir þurfa fyrst að halda svigunum, því næst ganga úr skugga um hvort mínustákn er fyrir framan. Ef svo er þarf að muna eftir að breyta formerkjum.

Bls. 145

Nemendur geta leyst ýmsar tegundir annars stigs jafna með því að teikna graf með stafrænu teikniforríti. Kennari bendir nemendum á að að sumar jöfnur hafi enga lausn, sumar hafa eina lausn og aðrar tvær lausnir. Það er ekkert vit í að leysa jöfnurnar með teikningu (grafi) í höndunum. Þá þyrfti að reikna út mikinn fjölda punkta þar til núllpunktarnir finnast. Það samsvarar því að leysa annars stigs jöfnur með því að prófa sig áfram með því að setja inn mörg x -gildi.

3.63

Í tölulíðum e og f er auðvitað hægt að leysa jöfnurnar með teikningu án þess að aðeins 0 sé öðrum megin við jöfnumerkið. Nemendur geta teiknað vinstri og hægri hliðar sem föll og lesa skurðpunktana af grafinu. Það getur verið lærdómsríkt fyrir nemendur að prófa báðar aðferðirnar og bera síðan saman teikningarnar tvær.

Grundvallarfærni

Nemendur fá þjálfun í reikningsfærni og stafrænni færni. Æfingar í reikningsfærni á bls. 144 felast í að

þjálfar ítarlega notkun ferningsreglnanna og samokareglunnar til viðbótar við þjálfun í að þátta. Æfingin skapar meistarann!

Á bls. 145 eiga nemendur að teikna gröf. Þess þarf að gæta að þeir velji viðeigandi einingar á ásana þannig að lausnirnar sjáist á skjánum. Sýna skal nemendum hvernig þeir geta flutt myndina, hvernig þeir geta sýnt rúðunet og hvernig þeir geta valið mismunandi einingar á ásana.

Einfaldari verkefni

Nemendur geta reiknað með tölum eins og sýnt var á síðustu opnu.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari hvetur nemendur til að lýsa jöfnum sem hafa enga, eina eða tvær lausnir. Stæður, sem skrifa má sem fyrsta eða aðra ferningsreglu, mynda jöfnur með einni lausn.

Nemendur leysa ákveðin dæmi á bls. 144 á grafískan hátt (með teikningu) og bera grafið saman við lausn sem fundin er með reikningsaðferðum algebrunnar.

Margliður af hærra stigi en öðru stigi

Nemendur, sem geta fengist við krefjandi verkefni í stærðfræði, má láta búa til jöfnur á hærra stigi og leysa þær með teikningu. Einföld aðferð til að búa til slíkar jöfnur er að vinna út frá núllreglunni. Því fleiri núllpunktar þeim mun oftar hlýtur grafið að skera eða snerta x -ásinn og því hærra stig fæst.

Dæmi: Fallið

$$f(x) = (x + 3)(x + 1)(x - 2)$$

hefur þrjá núllpunkta. Ef svigunum er eytt með því að margfalda þá saman fæst margliðufall af þriðja stigi:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6.$$

Nú má bæta við rennistiku og nemendur kanna hvernig grafið $f(x) = (x + 3)(x + 1)(x - 2) + a$ breytist þegar a breytist til dæmis frá -10 til 10 .

- Hve margar lausnir eru á jöfnunni $(x + 3)(x + 1)(x - 2) + a = 0$ eftir því hvaða gildi a tekur?

Faglegt innihald

- Línulegar ójöfnur

Búnaður

- Kennslutillaga 3.3.1

Æfingahefti

3.81

3.90, 3.91

3.100

Blaðsíða 146–147

Ábendingar

Kennari þarf að fylgjast með því hvort einhverjir nemendur eigi í erfiðleikum með að greina á milli x -áss og y -áss þegar þeir eiga að leysa ójöfnur með teikningu.

Talnalínurnar á bls. 147 sýna hvað gerist þegar ójöfnur eru reiknaðar út. Stæðurnar vinstra og hægra megin í ójöfnunni eru innbyrðis í sömu röð með þeirri undantekningu þegar margfaldað eða deilt er með neikvæðri tölu. Þá breytist röð talnanna.

Sýnidæmi 27

Höfundar völdu hér að nota dæmi úr daglegu lífi til að kynna lausn á ójöfnu sem fundin er með algebru-reikningi. Áður hafa nemendur séð og fengist við ójöfnur með teikningu (grafi). Þess vegna er hér byrjað á grafískri lausn. Seinna munu nemendur sjá að ójafnan er leyst eins og um jöfnu sé að ræða. Hér þarf ekki að margfalda eða deila með neikvæðri tölu og þess vegna er lausnaraðferðin alveg eins og um jöfnu sé að ræða.

Grundvallarfærni

Nemendur fá hér lestrarþjálfun og æfingu í reikningsfærni. Það er mjög mikilvægt að þeir læri táknið $<$, $>$, \leq og \geq og að þeir læri einnig að lesa þau rétt: er minna en, er stærra en, er minna en eða jafnt og, er stærra en eða jafnt og.

Einfaldari verkefni

Mikilvægt er að nemendur hafi gott vald á breytuhugtakinu til að skilja muninn á jöfnu og ójöfnu. Það getur verið mikil hjálp í því að nemendur fái sjónrænan stuðning með rúmfræðiforriti.

Merkja skal punkt á x -ásinn, lita hann rauðan og stækka hann. Kennari byrjar á að hreyfa punktinn fram og aftur eftir x -ásnum meðan nemandinn segir til um hvaða x -gildi punkturinn hefur hverju sinni. Nú skal teikna þveril á x -ásinn gegnum punktinn. Kennari heldur áfram að hreyfa punktinn en nú er spurningin til nemandans þessi:

- *Hvaða x -gildi sker lóðréttu línuna?*

Kennari setur inn beina línu, til dæmis $y = 2x - 2$. Nú skal leysa ójöfnuna $2x - 2 > 0$. Nemandi á að benda á grafið þegar kennari spyr:

- *Hvar eru y -gildin stærri en 0?* (Þegar grafið er yfir x -ásnum.)

Kennari hreyfir lóðréttu línuna gegnum rauða punktinn frá vinstri til hægri. Hann spyr aftur og aftur:

- *Eru y -gildin á línunni $y = 2x - 2$ stærri en 0 þegar x -gildið er þetta?*

Þegar $x = 1$ verður svarið já allan tímann sem x -gildið stækkar.

Nemandinn þarf að skilja að öll gildi þar sem $x > 1$ uppfylla kröfuna um að $2x - 2 > 0$.

Nú eiga nemendur að vera tilbúnir að fást við ójöfnu sem líkist þeirri sem er í sýnidæmi 26. Gott er að nota fyrst aðeins minni tölur, til dæmis $2x - 4 < 5 - x$. Gott er að skrifa vinstri og hægri hlið hvora fyrir sig sem tvær línur. Kennari hreyfir lóðréttu línuna og x -punktinn frá vinstri til hægri.

- *Hvenær eru y -gildi línunnar $y = 2x - 4$ minni en y -gildi línunnar $y = 5 - x$?*

Tilgangurinn er að nemendur sjái að ójafnan er sönn fyrir tölur á ákveðnu talnabili en ekki einungis fyrir eitt

ákveðið x -gildi eins og við ætti um samsvarandi jöfnu.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur þurfa að hugleiða hvort mögulegt er að komast hjá þeim aðstæðum þar sem nauðsynlegt er að margfalda eða deila með neikvæðri tölu. Það er hægt í flestum dæmunum sem nemendur fást við. Ef nemandinn hagræðir ójöfnunni þannig að x -liðurinn sé jákvæður getur ójafnan verið á forminu $a > kx$ (k er jákvæð tala en a getur verið hvaða tala sem er). Þessa ójöfnu má einnig lesa frá hægri til vinstri og þá er lesið: $kx < a$. Nemendur lesa þetta upphátt: a er stærra en kx og kx er minna en a . Átta nemendur sig á að þessar fullyrðingar segja nákvæmlega það sama? Ef svo er má nota síðari fullyrðinguna, deila með k og finna þannig greiðlega á hvaða talnabili lausnirnar eru.

Faglegt innihald

- Línulegar ójöfnur leystar með reikningi

Æfingahefti



3.92



3.101, 3.102

Blaðsíða 148–149

Ábendingar

Nemendur eiga ekki að leysa öll verkefni með reikningi en höfundar telja að þeir eigi að nota þau til að þjálf sig í því. Kennari getur flokkað nemendur eftir getu og leyft þeim að velja aðferðir að vild; ef til vill hentar að einhverjir nemendur leysi þau með teikningu og aðrir með reikningi eða með báðum aðferðunum.

3.65

Gott er að hjálpa nemendur með spurningum:

- *Hve mikið hefur Jenný getað lagt fyrir á fjórum vikum?*
- *Hve mikið hefur Karl getað lagt fyrir ef hann vinnur x klukkustundir?*

3.66

Markús ætlar að þjálf á líkamsræktarstöð svo oft í mánuði að hver þjálfunartími kosti ekki meira en 400 kr. Hann borgar 8400 kr. á mánuði. Einhverjir nemendur munu setja upp ójöfnuna $\frac{8400}{x} < 400$ og segja sem svo að þeir hafi ekki séð slíkar ójöfnur áður. Kennari og nemendur ræða um hvort hægt sé að leysa þetta dæmi. Hvað með að margfalda báðum megin með x ? Má það? Já, það má gera það vegna þess að við vitum að x er jákvæð tala. Einhverjir nemendur munu ef til vill hugsa sem svo að $400x > 8400$ vegna þess að kostnaður á að vera minni en 400 kr. í hvert skipti.

3.67

Í a-lið er ætlast til að nemendur setji fram ójöfnuna $100\,000 - 5000x \geq 40\,000$. Í b-lið er lausnin $x \leq 12$. Eftir tólf vikur verður Þóra að útvega peninga annars staðar frá til að eiga 40 000 kr. eftir á bankareikningnum.

3.68

Hér liggur beint við að nemendur velji sjálfir breytuna og finni út að breytan, sem þeir geta kallað x , táknar fjölda kílómetra sem ekið er á dag. Þá verður ójafnan þessi: $10\,000 + 30x < 7000 + 70x$.

3.69

Ójafnan verður: $30\,000 + 1,05x > 60\,000$

Grundvallarfærni

Til að leysa verkefni á opnunni þurfa nemendur að lesa, túlka og breyta hversdagslegum aðstæðum í táknað stærðfræðinnar, þ.e. skrá þær með því að setja fram stæður þar sem önnur hefur hærra gildi en hin. Nemendur þurfa að framkvæma útreikninga til að finna hina óþekkту stærð og leysa þannig ójöfnuna. Nemendur þurfa að skilja og geta notað tákni $<$, \leq , $>$ og \geq .

Einfaldari verkefni

Það auðveldar einhverjum nemendum vinnuna ef verkefni eru unnið með teikningu (grafi) í staf-rænu teikniforriti. Kennari þarf að hjálpa nemendum við að lesa og túlka orðadæmin til að þeir geti sett fram ójöfnuna. Ef til vill þarf kennari að setja ójöfnurnar upp fyrir nemendur.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Gott er að láta nemendur lesa og túlka verkefni saman. Skrifleg færni er þjálfuð með skráningu sem fylgja þessum verkefnum. Orðadæmin á þessari opnu geta hentað vel í EHB-aðferðinni, þ.e. einstaklingur-hópur-bekkjardeild (sjá nánar í kaflanum Ábendingar með bls. 48 í kafla 2 í þessari bók). Nemendur vinna fyrst hver fyrir sig að því að finna lausnaleyð, þar næst rökræða

þeir hinar mismunandi lausnaleyðir í tveggja eða þriggja manna hópum. Loks er hvert verkefni kynnt munnlega fyrir bekkjardeildinni í heild. Í kynningunni eiga nemendur að útskýra bæði hvernig þeir fundu stæðuna og hvernig þeir fundu lausnina. Kynninguna þarf að undirbúa vel þannig að hún sé skýr og skilmerkileg.



Í stuttu máli

Blaðsíða 150–152

Ábendingar

Vinna má með upprifjunina á námsmarkmiðum, dæmum og tillögur að lausnum í undirkaflanum á mismunandi vegu. Nemendur lesa hvert námsmarkmið (í 1. dálki) sem tengist dæmi og tillögu að lausn þess. Nemendur ræða saman um hugtök og skrá hjá sér það sem þeim finnst erfitt eða það sem þeir telja að þeir eigi að fást meira við í undirkaflanum *Bættu þig!* Ef nemendur haf unnið sjálfsmatsblað eða sett niður hugleiðingar sínar um námsframvindu á meðan á vinnu kaflans stóð er gott að taka það fram til endurskoðunar. Nú þurfa nemendur að mynda sér skoðun á því hver staða þeirra er með hliðsjón af námsmarkmiðum kaflans. Það getur hjálpað þeim að skipuleggja vinnuna í síðasta hluta kaflans.

Hér væri gott að leggja fyrir áfangapróf eftir vinnu við kafla 3. Prófið leiðir í ljós hvaða færni nemendur hafa til að bera eftir að hafa fengist í daggóðan tíma við verkefni í Skala 3, kafla 3.

Niðurstöðurnar sýna hvað hver einstakur nemandi ræður við og hvað nemendur þurfa að æfa betur. Ekki er ætlast til að prófið sé notað til að gefa nemendum einkunnir. Niðurstöðurnar geta gefið til kynna hvernig gott er að nota síðasta hluta kaflans. Ef beina þarf athyglinni meir að sérstökum sviðum í vinnunni fram undan má velja hentug verkefni úr blaðsíðum undirkaflans *Bættu þig!* í kafla 3.

Endurgjöf eftir áfangaprófið til nemenda felur í sér góð ráð um hvað þeir geta gert til að ná markmiðum kaflans. Þeir geta sjálfir valið sér verkefni úr undirkaflanum *Bættu þig!*

eða ýmis önnur verkefni út frá niðurstöðunni úr áfangaprófinu.



Bættu þig!

Blaðsíða 153

Ábendingar

Bls. 153

Með hliðsjón af niðurstöðunum úr áfangaprófinu eiga nemendur að geta valið verkefni úr undirkaflanum *Í stuttu máli* sem hjálpa þeim að ná markmiðum kaflans. Á þessari opnu eru blönduð verkefni þar sem línulegar jöfnur og jöfnuhneppi eru tekin fyrir.

Nemendur þurfa að lesa verkefna-textann og þýða hann yfir á tungumál stærðfræðinnar með táknum og tölum, leysa stærðfræðidæmið og síðan þýða niðurstöður til baka yfir hinar daglegu aðstæður sem textinn greinir frá. Í því felst bæði þjálfun í lestrarfærni, reikningsfærni og skriflegri færni. Ef nemendur rökræða saman um mismunandi lausnaleyðir æfir það einnig munnlega færni. Ef einhverjir nemendur velja að leysa verkefni með stafrænum tækjum æfir það einnig stafræna færni.

3.71

Þar sem allar breytur tengjast eiga nemendur að geta leyst jöfnuna með því að velja aðeins eina óþekkta stærð. Nemendur geta sjálfir ákveðið hvaða stærð x tákna. Kennari þarf að gæta þess að þeir skrifi útskýringu, til dæmis:

María selur x happdrættismiða.

Pétur selur $\frac{1}{2}x$ happdrættismiða.

Egill selur $\frac{1}{2}x - 5$ happdrættismiða.

Nóra selur $3(\frac{1}{2}x - 5) = \frac{3}{2}x - 15$ happdrættismiða.

Samtals selja þau:
 $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x - 5 + \frac{3}{2}x - 15 = 64$

Svarið er $x = 24$ þannig að María selur 24 happdrættismiða, Pétur 12, Egill 7 og Nóra 21 miða.

Ef nemendur velja að láta Pétur selja x happdrættismiða selur María $2x$ miða, Egill $x - 5$ miða og Nóra $3x - 15$ miða. Þá verður $x = 12$ og miðarnir skiptast auðvitað á sama átt. Nemendur rökræða saman hvernig dæmið verður ef þeir velja að Egill selji x miða og einnig hvernig dæmið verður ef þeir láta Nóru selja x miða. Þetta verkefni sýnir hvernig nemendur geta sjálfir valið hvað á að vera óþekkta stærðin.

3.72

Nemendur geta valið hvað sé óþekkta stærðin. Breytan x getur verið annaðhvort lengdin (þá verður breiddin $x - 3$) eða breiddin (þá verður lengdin $x + 3$).

3.73

Ef nemendur ætla að leysa dæmin með reikningi geta þeir sjálfir valið hvort þeir nota innsetningaraðferðina eða samlagningaraðferðina.

3.74

Hér er gert ráð fyrir að nemendur setji upp jöfnuhneppi jafnvel þótt einhverjir nemendur muni örugglega geta séð lausnina án þess að búa til jöfnu. Kennari hvetur nemendur til að nota báðar aðferðirnar og leggur áherslu á að þeir eigi að útskýra hvernig þeir hugsa. Einhverjir nemendur hugsa ef til vill á þennan hátt:
 Spilaborð 1 sýnir fjóra hringlaga og tíu ferningslaga spilapeninga sem samtals gefa 200 stig; jafnframt sjá þeir að fjórir hringlaga og þrjár ferningslaga spilapeningar gefa samtals 116 stig. Þá hljóta 7 ferningslaga spilapeningar gefa $200 - 116 = 84$ stig þannig að einn ferningslaga spilapeningur gefur 12 stig ($84 : 7$). Þar með gefa fimm ferningslaga spilapeningar 60 stig og tveir hringlaga spilapeningar 40 stig;

einn hringlaga spilapeningur gefur því 20 stig. Hér er eiginlega um að ræða samlagningaraðferðina.

Kennari bendir nemendum á að reyna að greina tengslin milli þess að sjá lausnina fyrir sér í huganum og hina formlegu aðferð að nota jöfnuhneppi. Það sem hér hefur verið sett fram er þannig:

$$\begin{array}{r} \text{I} \quad 2x + 5y = 100 \quad | :2 \\ \text{II} \quad 4x + 3y = 116 \\ \hline \text{I} \quad 4x + 10y = 200 \\ \text{II} \quad 4x + 3y = 116 \\ \hline \text{I} - \text{II} \quad 7y = 84 \quad | :7 \\ \quad \quad \quad y = 12 \end{array}$$

Sett inn í 1. jöfnu:

$$\begin{aligned} 2x + 5 \cdot 12 &= 100 \\ 2x &= 100 - 60 = 40 \quad | :2 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

3.75

Hér er gert ráð fyrir að nemendur setji upp jöfnuhneppi og leysi það.



Blaðsíða 154–156

Ábendingar

Út frá niðurstöðunum á áfangaprófinu eiga nemendur að geta valið verkefni sem henta til að auðvelda þeim að ná námsmarkmiðum kaflans. Á þessari opnu eru verkefni af ýmsu tagi þar sem línulegar jöfnur, jöfnuhneppi og bókstafareikningur koma við sögu.

3.76

Miklu skiptir að nemendur lesi verkefnið af nákvæmni. Í kynningar-textanum segir að Magnea eigi að vinna 10 klst. á viku. Það eru mikilvægar upplýsingar.

3.77

Hér eru í raun þrjár jöfnur með þremur óþekktum stærðum.

3.78

Mælt er með að nemendur fái að nota stafrænt teikniforrit við þetta verkefni.

Bls. 155

Kennari og nemendur ræða saman um hvers vegna aðrar aðferðir eru notaðar í samlagningu og frádrætti almennra brota en þegar um margföldun og deilingu er að ræða.

3.81

Í verkefni 3.81, i-lið, getur kennari fylgst með því hvort nemendur reikna fyrst út úr sviganum og margfaldi síðan - eða hvort þeir margfaldi upp úr sviganum fyrst og fái þar með fleiri liði. Gott er að ræða við nemendur um hvor aðferðin hentar betur.

3.83

Þess þarf að gæta að nemendur finni minnsta sameiginlega margfeldið en láti ekki nægja að finna bara sameiginlegt margfeldi.

3.84

Kennari minnir nemendur á að $2 = \frac{2}{1}$

3.85

Þess þarf að gæta að nemendur stytta áður en þeir margfalda saman almennu brotin

Ábendingar**Bls. 156**

Með hliðsjón af niðurstöðum áfangaprófsins eiga nemendur hér að geta valið verkefni sem henta vel til að hjálpa þeim að ná námsmarkmiðum kaflans. Á bls. 156 eru verkefni af ýmsu tagi sem fjalla um jöfnur sem leystar skulu með þáttun og ferningsreglunum.

3.86–3.90

Hér gefst kennaranum gott tækifæri til að sjá hvort nemendur beri kennsl á ferningsreglurnar og hvort þeir koma fljótlega auga á hvað hægt er að taka út fyrir sviga. Kennari upplýsir nemendur um að verkefni eru í stórum dráttum búin til þannig að svörin verði einföld og að hægt er að stytta.