



SKALI

KENNARABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Skali 1B

Kennarabók

© Gyldendal Norsk Forlag AS 2013

Heiti á frummálinu: Maximum 8 Lærerens bok (seinni hluti)

Kápuhönnun: 07 Gruppen AS / Kristine Steen

Mynd á kápu: Pavel Svoboda / Shutterstock

Teikningar: Børre Holth

Ritstjóri norsku útgáfunnar: Åse Bergundhaugen

© 2014 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Rétthafar ljósmynda:

Leturgerð í meginmáli: Neo Sans Std, 9 pt.

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Hafdís Finnbogadóttir

1. útgáfa 2015

Námsgagnastofnun

Kópavogi

Umbrot: Námsgagnastofnun

Þeim sem lásu yfir handrit og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð
eru færðar bestu þakkir.



SKALI

KENNARABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Efnisyfirlit

Um Skala	v
----------------	---

4 Tölfræði

6

Framsetning niðurstaðna	8
Greining og útreikningar	19
Tölfræðilegar kannanir	26
Bættu þig!	30
Þjálfðu hugann	32

5 Algebra og jöfnur

34

Að rannsaka mynstur	36
Algebrustæður	42
Bókstafareikningur	47
Jöfnur	56
Bættu þig!	62
Þjálfðu hugann	65

Um Skala

Með námsefninu *Skala* leitast höfundar við að skapa nemendum tækifæri til að læra stærðfræði á fjölbreytilegan og uppbyggilegan hátt. Námsefnið byggist bæði á samvinnunámi og einstaklingsmiðuðu námi. Höfundar telja að margbreytilegar aðferðir muni hvetja fleiri nemendur til virkrar þátttöku í eigin stærðfræðinámi.

Stærðfræði er skapandi grein, byggð á fræðilegu og ströngu kerfi; jafnframt er hún rökrétt og innihaldsrík. Til að vera góður í stærðfræði þarf maður að geta rökrætt, íhugað, deilt hugmyndum með öðrum, séð hið almenna í hinu sérstaka og farið frá hinu þekkta til hins óþekkta. Stærðfræði er hagnýt fræðigrein sem gefur færi á mismunandi túlkunum; hún er því í stöðugri þróun: Nýjar kenningar bætast við og eru teknar í notkun en gömlu kenningarnar halda samt sem áður gildi sínu. Nýju kenningarnar eru viðbætur og koma ekki í stað þess sem fyrir er. Stærðfræði fjallar um mynstur, tengsl og kerfi og býr yfir mjög öguðu tungutaki.

Í *Skala* er lögð sérstök áhersla á þrjú atriði:

- Að nemendur fáið við fjölbreytileg og hagnýt verkefni þar sem tækifæri gefst til að rannsaka og skapa.
- Að nemendur öðlist sameiginlega námsreynslu sem feli jafnframt í sér einstaklingsmiðað nám.
- Að grundvallarleikni og fagleg framvinda námsins séu höfð að leiðarljósi í samræmi við námskrá.

Í námsefninu *Skala* myndast, eftir því sem á líður, brú frá hinu hagnýta, rannsakandi og skapandi starfi yfir í meiri áherslu á hið sértæka námsefni. Námsþættirnir eru oftast kynntir til sögunnar á hlutbundinn hátt en sjónum er síðan smám saman beint meira að hinu óhlutbundna og formlega.

Uppbygging námsefnisins, þar sem skiptast á hlutbundin verkefni annars vegar og æfingar í staðreyndaþekkingu og leikni hins vegar draga vel fram tengslin milli faglegs skilnings, leikni í faginu og notkunar þess. Hlutbundnu verkefnin auka skilning nemenda á helstu námsþáttum, sem kaflarnir fjalla um, og jafnframt upplifa nemendur að þeir geta notað stærðfræðilega þekkingu sína og leikni við hversdagslegar aðstæður.

Í kafla 4 læra nemendur að flokka og kynna gögn á marga mismunandi vegu. Tíðni og hlutfallstíðni eru mikilvæg hugtök til að maður geti sagt eitthvað um gögnin. Nemendur eiga bæði að leita að tilteknum gögnum í ólíkum gagnasöfnum og sækja upplýsingarnar á mismunandi vegu. Lögð er áhersla á að nemendur reikni út og greini gögn út frá gildum sem lýsa miðsækni og dreifingu. Nemendur fá æfingu í að búa til og framkvæma eigin kannanir. Þeir setja fram spurningu sem þeir ætla að leita svara við, framkvæma könnun á mismunandi hátt og loks kynna þeir niðurstöðurnar skýrt og skilmerkilega.

Einnig er lögð áhersla á að nemendur geti metið villandi heimildir og geti kynnt gögn á markvissan og trúverðugan hátt.

Forþekking

- Að geta talið og flokkað einföld gögn
- Að geta kynnt gögn með súluriti eða stöplariti
- Að geta lesið og rætt um upplýsingar sem birtast í sulu- eða stöplariti

Fagleg tengsl

Til að geta fengist við tölfraði þurfa nemendur að búa yfir nokkuð góðum talnaskilningi. Mikilvægt er að vera skipulegur og nákvæmur til að geta unnið vönduð tölfraðiverkefni.

Í þessum kafla verða aðeins kynnt flokkaskipt gögn með jafna breidd flokka. Í 10. bekk verða flokkaskipt gögn með misbreiðum flokkum kynnt (stuðlarit). Líkindareikningur verður tekinn fyrir í 9. bekk.

Notkun í daglegu lífi

Í daglega lífinu birtist tölfraði oftast í fjölmiðlunum. Í dagblöðum, í sjónvarpi og á netinu rekast nemendur oft á tölfraði. Skýringarmyndir með töflum og myndritum eru notaðar í tengslum við niðurstöður alls kyns kannana og tölfraðilegra

4 Tölfræði

Blaðsíða 6–7

spádóma, við tilraunir, mælingar, samanburð, skoðanakannanir, þróun o.s.frv. Mörgum finnst auðveldara að skilja tölfraðilegar upplýsingar þegar gögn úr töflum eru kynnt í viðeigandi myndriti.

Það er mikilvæg færni að skilja hvernig maður sjálfur getur meðhöndlað stórt gagnasafn og sýnt niðurstöður eigin könnunar skýrt og skilmerkilega.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Tölfræði samanstendur oft af texta ásamt upplýsingum sem settar eru fram í töflum og myndritum. Nemendur munu fá æfingu í að finna út hvaða upplýsingar töflur og myndrit gefa. Gott er að kennari fái nemendum það verkefni að lesa og túlka slíkar upplýsingar í sameiningu.

Munnleg færni

Kennari fær nemendur til að nota tungutak stærðfræðinnar og útskýra með orðum hvernig þeir hugsa og hvernig þeir ætla að leysa tölfraðilegt vandamál. Sýnidæmin sýna mismunandi lausnaleyðir en kennari þarf að ræða við nemendur um þær og athuga hvernig þeir myndu sjálfir leysa verkefnin. Kennari gætir þess að gefa nemendum þau skilaboð að það sé mikils virði ef þeir finna aðrar lausnaleyðir en þær sem kynntar eru í nemendabókinni. Mörg tölfraðiverkefni eru samin sem hópverkefni eða jafnvel fyrir alla bekkjardeildina. Verkefnin fjalla gjarnan um að safna upplýsingum, vinna úr þeim og kynna niðurstöðurnar. Bent er á þetta á hverri opnu.

Stafræn færni

Stafræn færni er meginviðfangsefni í þessum kafla. Notkun töflureiknis

kemur við sögu í tengslum við að setja gögn skipulega fram í tíðnitöflum og kynna niðurstöður úr tölfraðikönnunum með myndritum af ýmsu tagi. Nemendur læra að nota töflureikni til að reikna út hlutfallstíðni og finna ýmis gildi sem lýsa miðsækni og dreifingu. Til að geta notað gögn, sem aðrir hafa safnað í rannsóknunum, þurfa nemendur að geta notfært sér ýmsar tegundir gagnasafna. Reiknivél er mikilvæg í öllum hlutum kaflans þar sem töflureiknir er ekki notaður eða þegar það er skynsamlegra að nota reiknivél við útreikninga.

Skrifleg færni

Að skrá tölfraðilegar upplýsingar er oft fólgið í að flokka og raða gögnum í tíðnitöflur og viðeigandi myndrit sem sýna niðurstöður á greinilegan hátt. Nemendur læra að nota formúlur og ýmis tákni í töflureikni og nota hann til að búa til töflur og teikna myndrit. Þeir læra einnig að flokka gögn í alls kyns töflur og búa til myndrit í höndunum.

Þegar myndrit er teiknað þarf titill þess og heiti ásanna að sýna skýrt og greinilega hvað myndritið sýnir.

Reikningsfærni

Að vinna úr gögnum, sem safnað er í könnun, og setja þau fram í tíðnitöflu eða myndriti felur í sér reikningsfærni. Í þeim hluta kaflans, þar sem fjallað er um gildi sem lýsa miðsækni, eiga nemendur að gera útreikninga sem draga megineinkenni gagnasafnsins fram í dagsljósið.

Ábendingar

Kennari les fagtextann undir myndinni. Hann segir við nemendur: *Hugleiðið sjálfir spurninguna og ræðið við bekkjarfélaga um málið. Hvað tengið þið við orðið tölfraði?*

Kennari safnar saman hugmyndum nemenda um orðið tölfraði á stórt hugarkort (sem hægt er að vinna áfram að og taka fram við og við á meðan vinnan við kaflann fer fram).

Því næst spyr kennari: *Hvers konar tölfraði kannist þið við úr fjölmíðlum?*

Könnunarverkefni og stærðfræðiorð

Kennari segir: *Skoðið myndina. Hvers konar tölfraði er fólgin í fótbolta?*

Nemendur lesa stærðfræðiorðin og merkja við tvö stærðfræðiorð sem þeir eru vissir um hvað merkja. Þeir segja bekkjarfélaga hvað orðin þýða. Þeir ræða saman um hvort þeir hafa mismunandi útskýringar á þessum orðum.

Síðan finna nemendur stærðfræðiorð sem þeir eru ekki vissir um þýðinguna á. Þeir ræða saman og hjálpast að við að finna merkingu þessara orða.

Kennari les inngangsverkefnið upphátt.

Skilningur á hugtökunum meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi er nauðsynlegur til að leysa verkefnið. Nemendur hafa áður kynnst þessum hugtökum. Á þessu stigi munu margir áreiðanlega nota þá aðferð að prófa sig áfram. Það er í góðu lagi. Nemendur sýna þá hvernig þeir prófuðu

sig áfram en láta ekki nægja að sýna einungis niðurstöðuna.

Kennari fylgist með hvort einhverjir nemendur geta leyst verkefnið nú þegar. Þeir munu þá þurfa að fá erfiðari verkefni til að spreyta sig á þegar á kaflann líður.

Einfaldari verkefni

Einfaldari inngangsverkefni: Í tveimur fótboltaleikjum eru þrjú *mörk skoruð að meðaltali. Hve mörg gátu mörkin verið í þessum tveimur fótbolta-leikjum? Finndu fleiri en eina lausn.*

Erfiðari verkefni

Getur þú fundið allar mögulegar lausnir á inngangsverkefninu? Settu lausnir þínar skipulega fram þannig að þú sért viss um að þú hafir fundið allar lausnirnar.

Ýmis verkefni

Hugarkort

Kennari notar eitthvert stærðfræðiorðanna, til dæmis „myndrit“ sem mun koma snemma við sögu í kaflanum. Hann býr til hugarkort og biður nemendur að nefna það sem þeim dettur í hug í tengslum við þetta orð. Gott er að nota einfaldar myndir og liti til að merkja ákveðna hluta upplýsinganna. Ef hugarkort er gert á stafrænan hátt er gott að halda því til haga til að geta tekið það fram og notað það – eða jafnvel víkkað það út enn frekar – við síðari tækifæri.

Faglegt innihald

- Hugtakið breyta
- Söfnun gagna í tíðnitöflu
- Búa til og túlka súlurit

Framsetning niðurstaðna

Blaðsíða 8–9

Æfingahefti

4.1, 4.2

4.17, 4.18

Ábendingar

4.1

Geyma þarf tíðnitöfluna því nemendur þurfa að nota hana til að búa til stafrænt myndrit í verkefni 4.6.

4.2

Þetta verkefni geta nemendur unnið sem hópverkefni þar sem allir nemendurnir segja frá eða skrifa á miða hvaða námsgrein þeim finnst skemmtilegust. Þeir safna miðunum saman á einn stað og búa því næst til tíðnitöflu út frá upplýsingunum á miðunum.

4.3

Geyma þarf þessa tíðnitöflu þar sem nemendur þurfa að nota hana til að búa til stafrænt myndrit í verkefni 4.6.

4.4

Þetta verkefni má einnig vinna sem rannsóknarverkefni í bekkjardeildinni. Þá eru upplýsingar frá nemendunum notaðar til að vinna verkefni 4.4.

4.5

Oft hefur komið í ljós að túlkun upplýsinga í súluriti getur verið erfið fyrir suma nemendur. Kennari þarf að fylgjast með hvaða nemendur eiga í erfiðleikum með að lesa af myndriti; þeir þurfa þá meiri þjálfun í að lesa úr myndritum og töflum.

Námsmarkmið

Nemandinn þarf að sjá gagnsemina af því að setja upplýsingarnar í kerfi og fá gott yfirlit yfir kannanir þar sem tíðnitöflur eru notaðar. Nemendur þurfa að geta kynnt gögn með góðu móti, læra að velja gerð myndrits og nota hjálpartæki, t.d. töflureikni, á markvissan hátt. Jafnframt þurfa þeir að geta túlkað ýmsar gerðir myndrita.

Til að nemendur geti borið saman gagnasöfn verður hugtakið hlutfalls-tíðni kynnt til sögunnar. Nemendur læra einnig að leita að ákveðnum upplýsingum í ýmsum tegundum gagnasafna.

Grundvallarfærni

Í reikningi er notkun og úrvinnsla upplýsinga ákveðið færnisvið. Hér er um að ræða að söfnun upplýsinga fer fram munnlega, gögnin eru flokkuð skriflega og úrvinnsla upplýsinganna fer fram með tíðnitöflum.

Að túlka upplýsingar út frá sulu- og stöplariti æfir grundvallarlestrarfærni.

Einfaldari verkefni

Mögulegt er að láta nemendur fá færri upplýsingar til að vinna úr á kerfisbundinn hátt en þó þarf að vera af þeim nægilegt magn til að skynsamlegt sé að flokka þær og sýna þær í tíðnitöflu. Könnuninni í verkefni 4.2 má breyta í: *Hver þessara þriggja námsgreina, íslenska, stærðfræði eða enska, finnst þér skemmtilegust?*

Erfðari verkefni

Nemendur geta gert viðameiri könnun um hvaða námsgreinar öllum nemendum í árganginum eða í skólanum finnst skemmtilegastar.

Vinna má verkefnið í samvinnu við nágrannaskóla og gera samsvarandi stafræna spurningakönnun þar og bera síðan saman niðurstöðurnar í báðum skólunum.

Ýmis verkefni

Kannanir í bekkjardeild

Nemendurnir í bekkjardeildinni geta gert margar aðrar kannanir með því að safna niðurstöðum, flokka þær í tíðnitöflu og kynna síðan niðurstöðurnar í stöplariti. Nemendur geta sýnt hver öðrum og túlkað myndrit, t.d. varðandi lit á buxum, afmælsmánuð, fæðingarstað eða augnlit.

Afmælisdagar nemenda

Þetta verkefni þarf að vinna þar sem er nægilegt rými. Nemendur í bekkjardeildinni stilla sér fyrst upp í langri röð, frá þeim yngsta til þess elsta. Síðan eru nemendur flokkaðir eftir afmælsmánuði og nemendur hvers mánaðar mynda röð.

Eru allir mánuðir ársins með?

Hvaða mánuður er með lengstu röðina?

Hvaða mánuður er með stystu röðina?

Eru einhverjir mánuðir með jafn margna nemendur?

Víkka má út þetta verkefni með því að taka andlitsmynd af hverjum nemanda og búa til veggspjald í formi súlurits sem hengt er upp í kennslustofunni. Veggspjaldið segir þá til um alla afmælisdaga í bekkjardeildinni, flokkaða eftir mánuðum.

Faglegt innihald

- Töflureiknir til að búa til tíðnitöflur og myndrit
- Að lesa og túlka upplýsingar í tíðnitöflum og súluritum
- Tíðnitöflur og tölfraðileg gögn í súluritum

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Blaðsíða 10–11

Æfingahefti

4.3, 4.4

4.19

4.33

Ábendingar

Sýnidæmi 1

Pegar búa á til súlurit með töflureikni þurfa nemendur að vera nákvæmir. Til að myndritið verði skýrt og greinilegt þarf að setja fyrirsögn, merkja ásana og y-ásinn þarf að byrja í 0 (eða ef til vill sýna það greinilega ef svo er ekki). Þar að auki er mikilvægt að sjá til þess að töflureiknirinn túlki ekki talnabreytur sem tölur sem sýndar eru sem tvöfaldar súlur, heldur hvora breytu fyrir sig, sjá ábendingu með 4.6. Nauðsynlegt er að vera nákvæmur varðandi þetta atriði í verkefnum af þeirri tegund sem sýnd er í sýnidæmi 1.

4.6

Pegar sýna á verkefni 4.3 með súluriti þar sem breytur eru tölur þarf að gæta þess að forritið sýni ekki súlurnar sem summu breytanna.

4.7

Í þessu verkefni rannsaka nemendur hvort þeir skilja tengslin milli tíðnitöflunnar og súluritsins.

4.8

Kennari varpar spurningum til nemenda eins og t.d.:

Hve margir fleiri cavalier-hundar en amerískir cocker-hundar eru skráðir á Íslandi? (628)

Hve margir hundar af fimm vinsælustu tegundunum eru skráðir á Íslandi? (5498)

4.9

Gott er að nemendur búi til tíðnitöflu og fylli í hana með talningarstrikum jafnóðum og könnunin er gerð. Kennari getur einnig gert könnunina með nemendum. Nemendur skrifa því næst niðurstöðurnar og draga þær saman í tíðnitöflu sem þeir aftur endurspegla í súluriti. Það er

hagkvæmt að búa myndritið til í töflureikni.

Grundvallarfærni

Nemendur þjálfra stafræna færni með því að nota töflureikni til að vinna úr og sýna gögnin í tíðnitöflum og ýmiss konar myndritum.

Að geta lesið og túlkað hvað myndritin sýna er mikilvæg færni sem æfð er í verkefni 4.8.

Einfaldari verkefni

Nemendur geta þrengt verkefni 4.9, t.d. með því að safna upplýsingum um hve margir eiga hund, kött og/eða gullfiska.

Erfiðari verkefni

Kannið á heimasíðu Hundaræktarfélags Íslands hvaða tíu hunda-tegundir voru vinsælastar í fyrra eða í ár.

Eru upplýsingar ykkar svipaðar og upplýsingarnar í nemendabókinni? Er sama hundategund enn vinsælust?

Gerð lista yfir þær tíu hunda-tegundir, sem eru vinsælastar, þar sem þeim er raðað eftir fjölda.

Ýmis verkefni

Könnun á skóstærð

Hvernig dreifast skónúmer í bekkjar-deildinni?

Hvaða skóstærð er algengust/sjaldgæfust?

Nemendur kanna skóstærð bekkjarfélaganna. Þeir búa til tíðnitöflu með dálki fyrir hlutfallstíðni frá lægsta til hæsta skónúmersins. Nemendur búa síðan til spurningar út frá tíðnitöflunni sinni og setja upplýsingarnar

fram í myndriti, gjarnan búnu til í töflureikni.

Faglegt innihald

- Samanburður á tíðni og kynning á hugtakinu hlutfallstíðni
- Hlutfallstíðni sýnd á ýmsa vegu: með almennu broti, prósentum eða með tugabroti

Búnaður

- Gott er að nota töflureikni

Blaðsíða 12–13

Æfingahefti

- 4.5
- 4.20, 4.21
- 4.34, 4.35

Ábendingar

Sýnidæmi 3

Hér er hlutfallstíðni sýnd með almennum brotum, tugabrotum og prósentum. Kennari þarf að ganga úr skugga um að nemendur hafi skilið tengslin milli þessara forma en þeir eiga að þekkja þau frá kafla 3. Kennari varpar fram spurningum eins og:

Ef $\frac{2}{5}$ hlutar nemenda halda með Liverpool – hvernig má þá skrifa það með tugabroti og sem prósent? (0,4 og 40%).

Ef 0,30 bekkjardeildar halda með Barcelona – hvernig er hægt að segja það með því að nota prósent eða almennt brot? (30% og $\frac{3}{10}$)
Hvernig skrifar maður 25% sem tugabrot? (0,25)

Könnun um slíkt efni má framkvæma í bekkjardeildinni í stelpnahópnum annars vegar og strákahópnum hins vegar.

Hvort heldur stærri hluti stelpnanna eða strákana með Liverpool?

4.10

Á myndinni eru þrjár mismunandi fullyrðingar settar fram.

Nemendur reyna að finna út hvaða fullyrðingu þeir eru sammála og rökstyðja það.

4.11

Teikninguna við hliðina á verkefninu má nota til að finna hlutfallstíðni kvenna og karla. Um er að ræða tvöfalda talnalínu sem hentar vel sem skýringarmynd við verkefni sem fjallar um hlutföll.

Í b-lið geta nemendur – með því að notfæra sér tvöföldu talnalínuna – fundið út hve mörg prósent ein kona

er af starfsmannahópnum og þannig er auðveldara að finna hve stór hluti hópsins er konur.

4.12

Ef nemendur nota töflureikni í þessu verkefni er best að þeir geymi gögnin til að nota í verkefni 4.13 þar sem þeir eiga að búa til myndrit þar sem fram kemur samanburður á því hvaða tómsundurir eru vinsælastar í hvorum skóla.

Grundvallarfærni

Munnleg færni

Í 4.10 eiga nemendur að íhuga hvaða fullyrðingu þeir eru sammála. Tveir nemendur vinna saman og rökstyðja fullyrðingarnar hvor fyrir öðrum. Gott er að ræða málið sameiginlega með allri bekkjardeildinni eftir að nemendur hafa skipst á skoðunum og einhverjir nemendur rökstutt lausn sína.

Skrifleg færni

Í 4.11 er tvöfalda talnalínan teiknuð sem skýringarmynd sem sýnir hlutföll. Nemendur prófa að nota þessa aðferð. Kennari þarf að kenna nemendum aðferðina að teikna tvöfalda talnalínur til að auðvelda samanburð.

Stafræn færni

Nemendur geta notað töflureikni og afritað tölurnar í sýnidæmi 3 og í verkefni 4.12. Þeir geta reiknað hlutfallstíðni bæði með því að finna þann hluta nemenda sem heldur með Liverpool og hvernig nemendur við skóla Úlfars skiptast á tómsundir.

Einfaldari verkefni

Mörgum nemendum mun finnast hugtökin tíðni og hlutfallstíðni erfið sem getur leitt til þess að þeir eigi í basli með að leysa verkefnin. Því þarf

að leggja sérstaka áherslu á þessi hugtök og hjálpa nemendum til að þróa með sér góðan skilning á merkingu þessara orða. Kennari getur skrifað orðin á skólatöfluna með einfaldri skýringu eða dæmi og látið þau standa á töflunni allan þann tíma sem unnið er með þennan námsþátt. Skýringin getur verið þessi:

Tíðni: Segir til um hve margir halda með Liverpool.

Hlutfallstíðni: Segir til um hve margir af öllum í bekknum halda með Liverpool.

Auðvelda má 4.12 þannig að nemendur taki aðeins fyrir fjórar fyrstnefndu tómsundirnar.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Tómsundir

Nemendur gera eigin rannsókn á tómsundaiðkun. Þeir búa til tíðnitöflu yfir tómsundir sem bekkjarfélagarnir stunda.

Hvaða tómsundir eru vinsælastar í bekknum?

Nemendur finna hlutfallstíðnina fyrir allar tómsundirnar fyrir sig.

Á bls. 30 eru tillögur að ýmsum fleiri verkefnum.

Faglegt innihald

- Að nota töflureikni sem hjálpar-tæki til að reikna út hlutfallstíðni
- Að afrita formúlur bæði með afstæðum og föstum (altækum) tilvísunum í hólf (reit)

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Blaðsíða 14–15

Æfingahefti

4.6

Ábendingar

Sýnidæmi 4

Sýnidæmi 4 sýnir einfalda afritun þar sem formúlurnar í hólfunum breytast eftir nýjum röðum og dálkum.

Sýnidæmi 5

Sýnidæmi 5 sýnir flóknari afritun þar sem innihald einstakra hólfra á að vera óbreytt. Nemendur reikna töflureiknisdæmi í sýnidæmunum til að prófa sig áfram með að afrita formúlur.

4.13

Hér eru sömu tölur lagðar til grundvallar og í verkefni 4.12.

Grundvallarfærni

Stafræn færni

Að skrifa formúlur með afstæðum og föstum tilvísunum í hólf. Þá er töflureiknirinn gagnkvæmur svo um munar, þ.e.a.s. hann breytir lausnunum eftir því sem tölunum í verkefninu er breytt. Gæta þarf þess að yfirskriftir (yfirsagnir) séu á öllum röðum og dálkum í töflunum.

Einfaldari verkefni

Velja má úr lista yfir tólmstundir í dæmi 4.13, sem nemendur geta borið saman, til dæmis einungis fyrstu þrjár tólmstundirnar.

Nemendur geta settið saman og lesið og rætt um hluta verkefnanna.

Nemendur bera saman sölustað 1 og sölustað 2 í verkefni 4.14 en sleppa sölustað 3.

Erfiðari verkefni

Nemendur nota töflureikni og velja verðið á fjórar mismunandi pitsutegundir í verkefni 4.14. Þeir gera síðan yfirlit yfir hve mikla peninga pitsugerðin fékk við sölu á öllum

pitsunum á sölustöðunum þremur samtals.

Safntíðni

Kynna má nemendum, sem hafa skilið hugtakið hlutfallstíðni, hugtökin *safntíðni* (eða uppsafnaða tíðni) og *safnhlutfallstíðni* (eða *uppsafnaða hlutfallstíðni*). Safntíðni hentar best í rannsóknum með talnabreytur. Með því að skoða safntíðni tölunnar 3 í rannsókn um einkunnir finnur maður fyrst fjölda þeirra nemenda sem fengu 3 eða lægri einkunnir. Safnhlutfallstíðni virkar á sama hátt. Ef safnhlutfallstíðni einkunnarinnar 3 er 55% þýðir það að 55% af nemendahópnum fékk einkunnina 3 eða lægri einkunnir.

Nemendur finna safntíðni og safnhlutfallstíðni gagnanna í verkefnum 4.3, 4.4, 4.7 og 4.15. Með því að setja safntíðni og safnhlutfallstíðni fram í súluriti má sjá hvar kemur „stökk“ í niðurstöðunum. Nemendur geta borið saman og fundið tengsl milli súluritsins, sem sýnir tíðni, og súluritsins sem sýnir safntíðni sömu könnunar. Dæmi um spurningu til að ganga úr skugga um að nemendur hafi skilið verkefnið: *Hver hlýtur að vera safnhlutfallstíðni hæsta gildis í könnun?* (Svar: 100%)

Ýmis verkefni

Þjálfunarverkefni

Nemendur gera könnun á hvaða líkamsrækt eða þjálfunarþrógramm bekkjarfélagarnir ástunda. Þeir geta gert slíka könnun í eigin bekkjardeild eða í skólanum. Þeir nota töflureikni og búa til tíðnitöflu. Síðan reikna þeir út hlutfallstíðni sérhvers þjálfunarþrógramms.

Fótboltaliðið mitt

Nemendur gera könnun á því hvert sé eftirlætisfótboltaliði hinna nemendanna í bekkjardeildinni.

Nemendur geta gert könnunina í eigin bekkjardeild eða í skólanum. Þeir nota töflureikni og búa til tíðnitöflu. Síðan reikna þeir hlutfallstíðni hvers fótboltaliðs.

Faglegt innihald

- Að bera saman gögn með tíðni og hlutfallstíðni
- Að nota og túlka skífurit

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti

4.7

Blaðsíða 16–17

Ábendingar

4.15

Nemendur nota töflureikni. Til að finna hlutfallstíðni þarf fyrst að finna fjölda smáskilaboða í hverjum hinna ellefu flokka (0–10 smáskilaboð). Því næst er hægt að reikna út heildarfjölda smáskilaboða í hvorum skóla.

4.16

Í þessu verkefni er lögð áhersla á muninn á því að nota hlutfallstíðni og að nota tíðni.

Hver er munurinn á tíðni og hlutfalls-tíðni? (Tíðni sýnir fjölda stiga, hlutfallstíðni sýnir hve stóran hluta allra stiganna hver nemandi fær.)

Hvort er réttara að nota í þessu verkefni? (Hlutfallstíðni.)

4.17

Gott er að nota töflureikni.

4.19

Nemendur finna þann hluta barnamiða sem hvert skífurit (A–E) sýnir; litaði hlutinn táknar barnamiðana. (A = 6, B = 5, C = 4, D = 3, E = 2)

Grundvallarfærni

4.18

Í þessu verkefni æfa nemendur sig í að lesa upplýsingar út úr skífuritum. Þeir þurfa að skilja hvað skífuritinn sýna og geta þar með borið saman bæði hringgeira og mismunandi skífurit. Þeir útskýra munnlega hver fyrir öðrum hvernig þeir túlka skífuritinn, annaðhvort í pörum eða litlum hópum.

Notkun töflureiknis til að finna summur og hlutfallstíðni í verkefnum þjálfar nemendur í að meðhöndla gögn á stafrænan hátt. Kennari sér til þess að nemendur noti

formúlu fyrir summu og að þeir skilji hlutfallstíðni út frá tíðni og heildarfjölda.

Einfaldari verkefni

Nemendur búa til skífurit sem sýnir fjölda nemenda við skólana þrjá í verkefni 4.17 og nota til þess töflureikni. Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir.

Tveir hringgeirar með pappaskífum

Nota skal verkefnablað 1.4.1.

Nemendur klippa út tvær jafn stórar skífur hvora í sínum lit. Báðum er skipt í 24 hringgeira. Nemendur klippa rauf (lengdin nemur einum geisla) í báðar skífurnar þannig að hægt sé að setja þær hvora inn í aðra. Nú er skífunum snúið hvorri fyrir sig þannig að þær sýni mismarga hringgeira. Nemendur nota 24 talningarkubba, í tveimur mismunandi litum. Nemandi snýr skífunum, hvorri fyrir sig, þannig að þær sýni sömu skiptingu og kubbarnar. Prófa má mismunandi skiptingu milli kubbanna. Þegar nemandi hefur náð tókum á þessu má nota 12 kubba, skipt á ýmsa vegu milli litanna tveggja. Kennari spyr nemandann hvernig hann geti nú sýnt skiptinguna. Hið sama má gera með 8, 6 eða 4 kubba. Þegar nemandinn hefur öðlast skilning á þessu getur kennari tvöfaldað fjölda kubbanna og notað 48 kubba. Tilgangurinn með æfingunni er að fá nemandann til að sjá að skífurit sýnir aðeins hlutfallið í skiptingunni, þ.e.a.s. hlutfallstíðnina en ekki fjöldann.

4.19

Túlkun skífurits getur verið erfið. Því er rétt að láta nemendur vinna saman tvo og tvo við að tengja saman skífurit og fjölda barnamiða.

Erfiðari verkefni

4.18

Getið þið fundið út hve marga unglinga hver hringgeiri táknar? (Gerð mynda/myndbanda 5, tölvuspil 2, samskiptamiðlar 8, tölvupóstur 4, fréttir/fróðleikur 6.)

Búið til tíðnitöflu sem sýnir hvernig svör unglinganna 25 dreifast. Gerið síðan með töflureikni skífurit út frá tíðnitöflunni. Fáðið þið samsvarandi skífurit?

Ýmis verkefni

Tölfræði í dagblöðum

Nemendur finna skífurit í dagblöðum, í kennslubókum í mismunandi námsgreinum (náttúrugreinum, samfélagsgreinum o.fl.)
Túlkið innihaldið í skífuritunum og útskýrið hver fyrir öðrum hvað skífuritinn, sem þið finnið, sýna.

Getið þið fundið hve mikið hver hringgeiri táknar?

Tölfræði um orð

Nemendur nota texta að eigin vali sem skrifaður hefur verið á tölvu og finna talningarforrit sem þeir líma textann inn í. Nemendur eiga að finna hvaða smáorð/orð eru oftast notuð. Þeir búa síðan til tíðnitöflu sem sýnir þetta. Loks kynna þeir þessar tölfræðilegu upplýsingar fyrir bekkjarfélagi. Skilur sá síðarnefndi hvað textinn fjallar um einungis út frá orðunum með hæstu tíðnina?

Faglegt innihald

- Að reikna stærð hringgeira
- Tengsl milli hringgeira með misstór miðjuhorn annars vegar og taflna með hlutfalls-tíðni hins vegar

Búnaður

- Gráðubogi, hringfari og ef til vill töflureiknir

Blaðsíða 18–19

Æfingahefti



Ábendingar

4.20

Nemendur nota skýringarmyndirnar vel og vandlega. Þeir ræða hvernig upplýsingarnar í töflunni birtast í skýringarmyndunum þremur.

4.21

Út frá skífuritinu eiga nemendur að finna hve stóran hringgeira hver af félögunum tekur. Auðvelt er að sjá að helmingurinn af skífuritinu sýnir ratleik og hokkí og hinn helmingurinn hjólreiðar og frjálssar íþróttir. Út frá þessu er auðveldara fyrir nemendur að sjá hve marga félaga hver hringgeiri táknar.

Sýnidæmi 6

Sýnidæmi 6 sýnir hvernig tengslin eru milli tíðni, hlutfallstíðni og gráðufjölda í skífuriti. Með töflureikni er hægt að breyta efri töflunni beint í skífurit án þess að fara krókaleiðina í gegnum hlutfallstíðni, prósent og gráður. Nemendur eiga líka að geta búið til myndrit í höndunum og skilja hvernig skífuritið er gert út frá hlutfallstíðni og gráðum.

Grundvallarfærni

Að gera skífurit með töflureikni er einfalt og krefst miklu minni vinnu en að búa það til í höndunum. Því er það nauðsynleg grundvallarfærni að geta búið til einföld myndrit með töflureikni.

Einfaldari verkefni

Nemendur geta notað færri flokka í verkefni 4.20. Þeir geta skipt skífuritinu í tvo hluta, annar hlutinn táknar þá tímann sem þeir sofa og hinn hlutinn tímann sem þeir eru vakandi.

Í *sýnidæmi 6* er mikilvægt að nemendur skilji að heildin í skífuritinu

er 360°. Hlutfallstíðnina á síðan að færa yfir í hring með sömu hlutföllum. Þeir sem spila fótbolta eru 33,3% nemendanna; þá á 33,3% af hringnum að tákna hringgeirann sem sýnir fótbolta (33,3% af 360° er 120°).

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Í *sýnidæmi 6* eru sýnd tengslin milli tíðni, hlutfallstíðni og gráðufjölda í skífuriti.

Nemendur finna reglu um hvernig má á einfaldan máta breyta prósentum í gráður sem síðan endurspeglast í skífuriti. Bendið nemendum á að geyma aukastafi í prósentutölum í reiknivél til að ná fram nákvæmni í gráðutölum.

Fjárhagsáætlun

(Hentar vel til að skrifa um skýrslu eða ritgerð)

Annaðhvort ...

Settu þína eigin fjárhagsáætlun fram í skífuriti þar sem fram kemur hvernig þú skiptir vasapeningunum þínum á mismunandi flokka:

- Bækur og blöð
- Farsími og netnotkun
- Sælgæti
- Bíó
- Tómsundur
- Föt og snyrtivörur
- Félagsmiðstöð
- Annað

Eða ...

Nemendur ræða við fjölskyldu sína og gera skífurit yfir fjárhagsáætlun fyrir árið. Flokkarnir geta verið:

- Húsnæði
- Hiti
- Bíll
- Heimilishald (matur, ræstivörur og þess háttar)

- *Fatnaður*
- *Sumarfrí*
- *Tómsundur*

Nemendur geta bætt við eða sleppt flokkum til að aðlaga verkefnið eigin aðstæðum. Mikilvægt er að koma því á framfæri að kennari fær ekki upplýsingar um tekjur fjölskyldunnar þótt hann sjái þessa skiptingu. Einnig skiptir máli að fram komi að einföld verkefni sem þessi sýna einmitt ástæðu þess að skynsamlegt er að nota hlutfallstíðni. Ef til vill má búa til verkefni sem þetta, sem styðst ekki við raunveruleikann, og nemendur flokka kostnaðinn út frá því sem þeim finnst líklegt að fjölskylda með til dæmis 8 000 000 kr. árstekjur myndi gera.

Faglegt innihald

- Að túlka upplýsingar úr töflum og skífuritum
- Að búa til eigin skífurit út frá upplýsingum í töflum

Búnaður

- Gráðubogi
- Hringfari
- Ef til vill töflureiknir

Blaðsíða 20–21

Æfingahefti

4.9, 4.10

4.24

4.37

Ábendingar

4.23

Oft kemur í ljós að erfitt er að fjalla um tímann, þar sem 60 mínútur eru í klukkustund og nemendur eru vanastir því að vinna í tugakerfinu. Klukkan er blanda af kerfum þar sem talan 10 og talan 60 eru grunntölur.

Talblöðurnar hafa að geyma ábendingar til að nemendur muni þetta.

4.24

Miklar upplýsingar eru í töflunni. Nemendur geta, hver á sinn hátt, fundið út hvaða tvö lið skífuritinn sýna. Gefa má þeim vísbendingu um hvernig þeir geta útilokað ákveðin lið í öðru skífuritinu.

Kennari varpar fram spurningum eins og:

Er mikill munur á fjölda leikja, sem hafa unnist, og þeirra sem hafa endað með jafntefli í fyrri skífuritinu? (Nei, niðurstöðurnar eru svipaðar.)

Er um mörg lið að ræða sem hafa ekki leikið neina leiki sem enda með jafntefli, eins og sjá má í skífuritinu til hægri? (Tvö lið.)

4.25

Hér sýnir talblaðran tengslin milli prósentu og gráðufjölda í skífuriti.

Grundvallarfærni

Nemendur eiga að lesa úr töflum og draga fram upplýsingar úr þeim í mörgum verkefnum á þessari opnu. Hér hentar vel að nemendur vinni saman og útskýri hver fyrir öðrum hvernig þeir skilja töflurnar. Nauðsynlegt er að þjálfar lestrarfærni sem nemendur þurfa að hafa til að bera til að geta tengt niðurstöður úr töflu við skífurit í verkefni 4.24.

Einfaldari verkefni

Nemendur geta unnið verkefni 4.22 með því að nota einungis upplýsingarnar í fjórum fyrstu röðunum.

4.23

Nemendur nota töfluna hér fyrir neðan þar sem tilgreindar eru klukkustundir í tugabrotum en ekki klukkustundir og mínútur.

Verkefni	Tími
Svefn	8,5 klst.
Skóli og ferðir	7 klst.
Tölva	1,3 klst.
Þjálfun	2,25 klst.
Heimanám	1,5 klst.
Sjónvarp	0,5 klst.
Matartími	1,25 klst.
Annað	1,7 klst.

4.25

Til að nemendur eigi auðvelt með að skilja hvers vegna við margföldum prósentin með 3,6 í verkefni 4.25 geta þau búið til líkan sér til hjálpar:



Heildinni, sem er 360°, er skipt í 10 hluta þar sem hver hluti samsvarar 3,6°. Það þýðir að 1% er 3,6°. Hlutinn, sem er í leikskóla er þá 17,4 slíkir hundraðshlutar sem hver er 3,6°. Maður margfaldar því 17,4 með 3,6 og fær þannig gráðufjölda hringgeirans sem táknar leikskóla. Bendið nemendum á að skrá gráðufjöldann í heilum gráðum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Könnun um sjónvarpsáhorf

Nemendur gera eigin könnun um hvaða sjónvarpsþætti nemendur í

bekkjardeildinni vilja sjá og sýna niðurstöðurnar í skífuriti.

Óskir um dagskráratríði

Nemendur gera könnun um óskir nemenda um viðburði í frímínútum/í leikfímistíma/á íþróttadegi eða um svör þeirra við öðrum fjölvalsspurningum og sýna niðurstöðurnar í skífuriti.

Talning heimsóknna á netsíðu eða blogg

Nemendur finna netsíðu eða blogg sem telur þá sem heimsækja síðuna. Ef til vill eru einhverjir nemendur með blogg síðu. Er einhverjir þeirra með slíka talningu? Nemendur búa til tölfraðiverkefni í tengslum við hinar tölfraðilegu upplýsingar um blogg og sýna niðurstöðurnar í skífuriti.

Hvernig nota ég peningana mína?

Hugsid um í hvað þið notið peningana ykkar, til dæmis í einn mánuð. Búið til tíðnitöflu og skiptið peningaupphæðunum niður á mismunandi flokka sem henta ykkur. Búið síðan til skífurit sem gefur yfirlit yfir hvernig þið notið peningana. Flokkarnir geta til dæmis verið föt/skór, sjoppuvörur, farsími, bío, blöð/teiknimyndir, kaffihús og veitingastaðir, áhugamál, snyrtivörur, ferðakostnaður, tónlist o.s.frv.

Faglegt innihald

- Að túlka og teikna línurit, bæði í höndunum og stafrænt

Búnaður

- Reglustika
- Töflureiknir

Æfingahefti

4.11, 4.12, 4.13

4.25, 4.26, 4.27, 4.28

4.38, 4.39, 4.40, 4.41

Blaðsíða 22–23

Ábendingar

4.26

Kennari kastar fram fleiri spurningum út frá línuritunum, til dæmis:

Hvenær báru um það bil 1% af konum/stelpum nafnið Ólöf eftir 1970? (Um 1995)

Hve stórt hlutfall kvenna báru nafnið Berglind þegar það var mest notað? (1,5%). Hvenær var það? (Um 1980)

4.27

Hver haldið þið að svörin við spurningu um netnotkun væru hjá stelpum og strákuum í dag? Kannnið hvort þið getið fundið þetta á heimasíðu Landlæknisembættisins.

4.28

Kennari getur varpað spurningum til nemenda um línuritið, til dæmis:

Hver er hæsti hiti sem Marta var með? (40,6 °C)

Hver var lægsti hiti sem Marta var með? (37,3 °C)

Hvenær var síðasta mæling yfir 40 °C? (Á fimmtudag kl. 20:00.)

Hvenær sólarhringsins er líkamshiti venjulega lægstur? (Á morgnana.)

Hvaða dag var mesti munur á hitanum frá morgni til kvölds? (Á sunnudeginum.)

Grundvallarfærni

Að túlka hvað mismunandi myndrit sýna er mikilvægur hluti af lestrarfærni. Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir að verkefni 4.26. Nemendur lesa fullyrðingarnar til skiptis og ræða saman um hvort þær eru sannar eða ósannar.

Nemendur geta búið til línurit í verkefnum 4.27 og 4.28 sem gefa gott yfirlit yfir upplýsingarnar úr töflunum – annaðhvort í höndunum eða með töflureikni. Þeir setja fyrirsnignir og rétt heiti á ásana.

Einfaldari verkefni

Nemendur sitja saman tveir og tveir og ræða fullyrðingarnar í 4.26. Hægt er að nota einungis hitastigið um morguninn í verkefni 4.28 og búa til línurit sem sýnir hitann í þessi sjö skipti.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nafnatölfræði nemenda

Nota má vef Hagstofu Íslands og finna upplýsingar um algeng nöfn og fjölda þeirra (undir Talnaefni/ Mannfjöldi/Nöfn). Einnig má nota vef Þjóðskrár Íslands (undir Nafngjöf og mannanöfn) þar sem hægt er að fletta upp á tíðni einstakra nafna.

Nemendur geta út frá upplýsingunum sett fram spurningar handa bekkjarfélögunum.

Í bókinni *Hagskinna*, sem gefin var út af Hagstofu Íslands 1997, eru upplýsingar um algengustu mannanöfn áður fyrr.

Nemendur geta borið saman vinsæl nöfn um þessar mundir og vinsæl nöfn þegar foreldrarnir fæddust. Síðan búa nemendur til spurningar í tengslum við eigin nafnatölfræði og skiptast á verkefnum.

Þróun yfir ákveðinn tíma

(Þetta verkefni hentar vel til að skrifa um skýrslu eða ritgerð.)

Nemendur nota vef Hagstofu Íslands og leita að verkefnum sem henta til þess að búa til línurit út frá. Um er að ræða verkefni sem sýna þróun í ákveðinn tíma. Efni sem kemur til greina er:

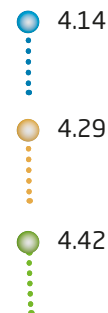
- Atvinnuleysi
- Íbúafjöldi
- HIV-smitaðir
- Fjöldi reykingamanna
- Ferðavenjur
- Kosningapátttaka o.m.fl.

Nemendum er skipt í 2–3 manna hópa. Þeir afla upplýsinga um ákveðið efni, sbr. listann hér fyrir ofan, og finna upplýsingar frá mismunandi árum sem þeir skrá í töflu og vinna síðan línurit út frá henni. Síðan útskýra þeir með eigin orðum hvað línuritið sýnir. Útskýringarnar geta ýmist verið skriflegar (skýrsla/ritgerð) eða munnlegar.

Faglegt innihald

- Að túlka upplýsingar sem settar eru fram í tröppuriti
- Að teikna eigin tröppurit

Æfingahefti



Blaðsíða 24–25

Ábendingar

Tröppurit er sérstök tegund af línuriti. Tröppurit sýna einnig þróun með línunum en það myndast ekki samfelldur ferill heldur brotinn. Því fáum við feril sem er gerður úr láréttum bútum. Þetta línurit lítur því út eins og tröppur en af því er nafnið dregið.

Sýnidæmi 7

Nemendur þurfa að tengja saman upplýsingarnar í töflunni og tröppuritið sem birt er. Taflan sýnir burðargjaldið fyrir bréf innanlands, til Evrópulanda og til landa utan Evrópu. Tröppuritið sýnir burðargjaldið innanlands.

4.29

Verkefnið æfir nemendur í að finna upplýsingar í töflu.

Talblaðran vekur athygli á að burðargjald er meðal annars háð mismunandi þyngdarfloknum.

4.30

Nemendur búa til sitt eigið tröppurit. Þeir þurfa að gæta þess að skipta ásunum jafnt og þannig að skiptingin henti fyrir upplýsingarnar. Muna þarf að þyngdin á x-ásnum þarf að ná að minnsta kosti upp í 500 g og burðargjaldið á y-ásnum alla vega til um það bil 1100 kr. í öðru tilvikinu og 1800 kr. í hinu.

4.31

Á x-ásnum í tröppuritinu, sem sýnir breytingu á vöxtum, er inneignin sýnd í þúsundum króna. Það þýðir að 20 á x-ásnum þýðir 20 000 kr. o.s.frv.

Grundvallarfærni

Nemendur læra að lesa og túlka myndrit. Þeir sjá hvaða upplýsingar eru að baki tröppuritum og hvað það merkir að línurnar eru láréttar. Nemendur búa einnig til sín eigin tröppurit út frá upplýsingum í töflum.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir og hjálpast að við að túlka og búa til töflur og tröppurit.

4.30

Nemendur geta unnið annaðhvort a-lið eða b-lið.

Erfiðari verkefni

Nemendur finna mismunandi aðstæður þar sem tröppurit getur sýnt hvernig gildi breytast í „hoppum“ eða tröppum, til dæmis mismunandi verð fyrir bílaleigubíl/leigu á sumarhúsi/hótelherbergi á sólarhring annars vegar eða á sex sólarhringum (óðýrara á sólarhring eftir því sem maður leigir lengur). Einnig má kanna mismunandi verð fyrir þátttöku í til dæmis íþróttaklúbbi eða dansskóla með hliðsjón af aldri (líklega óðýrara á mánuði fyrir yngri þátttakendur en eldri o.s.frv.)

Ýmis verkefni

Yfirlit yfir vexti

Nemendur afla upplýsinga um vexti í hinum mismunandi bönkum og sýna þá (með mismunandi litum) í sameiginlegu tröppuriti. Hvaða banki býður bestu kjörin miðað við að inneign sé 100 000 kr., 500 000 kr. og 1 000 000 kr.?

Faglegt innihald

- Að raða gögnum í flokka sem hafa sömu breidd og að kynna niðurstöðurnar í myndriti
- Að nota hornklofa til að aðskilja mismunandi flokka

Búnaður

- Töflureiknir

Blaðsíða 26–27

Æfingahefti

4.15, 4.16

4.30

4.43, 4.44, 4.45

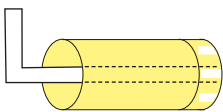
Ábendingar

Kynningunni á þessari opnu á flokkaskiptu gagnasafni er auðvelt að rugla saman við stuðlarit þar sem breidd flokkanna getur verið mismunandi og þá segir flatarmál stuðlanna til um magn upplýsinganna. Rætt verður um slíkar tegundir myndrita í 10. bekk.

Sýnidæmi 8

Hér eru settar fram tvær tillögur að lausn. Nemendur ræða saman og meta hvor gefur betri mynd af aðstæðunum sem eru til umfjöllunar. Er það lítil eða mikil breidd á flokkunum sem lýsir best vegalengdinni sem sögrörskakettarnar fljúga?

Nemendur hafa ef til vill gaman af því að prófa sögrörskakettur. Þá skal útbúa mjótt pappírör sem er lokað með límbandi í annan endann. Síðan er sögrör með hné sett inn í pappírörrið. „Rakettunni“ skal nú haldið lárétt og blásið af krafti í sögrörrið. Þá skýst rakettan af stað, vonandi af ógnarkrafti.



4.32

Ef bekkjardeildin er fámenn eða einhverjir nemendanna vilja vinna þetta verkefni á eigin spýtur má nota þessar tölur (í cm): 2, 4, 22, 15, 6, 1, 12, 30, 14, 5, 19, 2, 1, 3, 17, 4, 2, 6, 14, 4.

Til að safna saman nægum gögnum í ennistoppaverkefninu geta nemendur mælt ennistoppa í öðrum bekkjum; einnig geta allir í bekkjardeildinni fengið það verkefni að mæla ennistopp fjölskyldu og vina.

Grundvallarfærni

Að vinna úr gögnum með því að nota myndrit felur í sér grundvallarfærni.

Sýnidæmi 8 gefur tækifæri til umræðna um hvaða breidd á flokki er best. Gott er að nemendur ræði fyrst um þetta í þórum eða hópum. Síðan kynna hóparnir hugmyndir sínar í öllum nemendahópnum. Allir nemendur þurfa að fá tækifæri til að ræða við einhvern um þetta. Það eykur virkni nemenda og þátttöku og þeir verða færari um að taka þátt þegar umræður fara fram í allri bekkjardeildinni.

Auðveldari verkefni

Hentugt er að nota mismunandi tegundir tákna, hér hornklofa, til að aðgreina flokka; það getur hins vegar verið nokkuð ruglandi fyrir einhverja nemendur. Hvar á lengdin 200 cm að vera í töflunni í sýnidæmi 8? Þeir nemendur, sem finnast þessar merkingar erfiðar, geta skipt flokkunum öðruvísi: 0–99, 100–199, 200–299 o.s.frv. Þetta virkar meðan aðeins er um heilar tölur að ræða.

Erfiðari verkefni

Nemendur nota töflureikni til að búa til stuðlarit, þ.e. með stuðlum sem standa þétt saman.

Nemendur búa fyrst til „venjulegt“ súlurit (með bili milli súlnanna) og síðan þarf að hægrismella á eina súluna, velja „Format Data Series“ og setja „Gap Width“ á 0.

Taflan hér á eftir sýnir aldursskiptingu „Facebook“-notenda. Nemendur sýna aldursskiptinguna í stuðlariti (en þar standa súlurnar þétt saman eins og áður segir).

Aldur (ár)	Fjöldi notenda
→ -19>	450 000
[19–29>	680 000
[29–39>	540 000
[39–49>	470 000
[49–59>	280 000
[59–→	200 000

Ýmis verkefni

Hæðarmæling

Nemendur mæla hæð allra nemenda í bekkjardeildinni. Þeir velja breidd á flokkunum og flokka hæðarmálin í töflu, sýna hæð nemendanna með því að búa til myndrit með flokkum án bila milli stuðlanna (stuðlarit).

Að mæla hlaup/hopp

Kennari getur unnið með íþrótt- eða náttúrufræðikennara að mælingum á tíma í hlaupi, hæð í hoppi eða öðru. Næstum því allar niðurstöður úr íþróttakeppnum fela í sér tíma, lengdir o.s.frv. sem auðvelt er að raða saman í mismunandi flokka.

Hve lengi í loftinu?

Tveir nemendur vinna saman og búa til skutlu. Þeir mæla með skeiðklukku hve lengi skutlan helst á lofti og ákveða hve margar tilraunir þeir gera. Þeir skrá tímann í töflureikni. Síðan finna þeir meðaltal og spönn tímans sem skutla var í loftinu. Nemendur skrá niðurstöðurnar í flokkaskipta töflu, t.d.

Tími	Tíðni
[0–2> sek.	
[2–4> sek.	
[4–8> sek.	
o.s.frv.	

Loks sýna nemendur niðurstöðurnar í myndriti.

Faglegt innihald

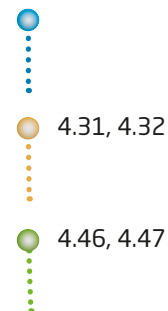
- Að kanna gögn sem henta til að raða í flokka og og setja fram í flokkaskiptu myndriti
- Að nota stafrænt landakort til að finna fjarlægðir eða aðrar mælitölur
- Að nota tilbúin gögn í mismunandi gagnasöfnum

Búnaður

- Netíð með stafrænu landakorti, gagnabankar og töflureiknir

Blaðsíða 28–29

Æfingahefti



Ábendingar

4.33

Þetta verkefni má leysa með töflureikni. Kennari kannar hvort nemendur muni eftir merkingu hinna mismunandi tákna sem notuð eru til að aðskilja flokka.

Vegalengdir milli heimilis og skóla

Nemendur nota t.d. Kortasjá Landmælinga Íslands til að mæla vegalengdir. Einnig má nota Google Earth-forritið.

4.34

Hér skal nota heimasíðu Hagstofu Íslands (hagstofan.is/ Talnaefni/ Mannfjöldi/Nöfn). Einnig má fara inn á Þjóðskrána (<http://www.skra.is/thjodskra/nafngjof> og mannanöfn).

Nemendur velja sjálfir myndrit fyrir tölfraðilegu upplýsingarnar um nöfn. Í þessum efnum er eðlilegt að nota súlurit eða skífurit.

4.35

Nemendur safna sjálfir upplýsingunum til að nota í þetta verkefni, bæði hjá bekkjarfélögunum og stórfjölskyldu eða öðrum fullorðnum.

Nemendur velja sjálfir hentugt myndrit til að setja þessar upplýsingar fram. Í þessu efni á línurit vel við.

Grundvallarfærni

Nemendur fá æfingu í að leita gagna, vinna úr þeim og kynna svo vel sé.

Einfaldari verkefni

4.34

Kennari finnur gagnabankann fyrir nemendur og biður þá að kynna upplýsingarnar í súluriti.

Erfiðari verkefni

Nemendur búa til myndrit til að kynna einhverjar af upplýsingunum sem þeir safna úr gagnasöfnum. Þeir geta kynnt þær fyrir bekkjarfélaga sínum eða allri bekkjardeildinni.

Ýmis verkefni

Að leita í gagnasöfnum

Nemendur leita upplýsinga á vef Hagstofu Íslands og setja upplýsingarnar fram í viðeigandi myndritum.

Nemendur geta leitað að „ferðamál“, „heilbrigðismál“, „fjölmíðlun og menning“, „skólamál“ o.m.fl.

Ágiskun og könnun 1!

Nemendur giska á svörin við spurningunum hér á eftir. Þeir ganga síðan úr skugga um hver réttu svörin eru og nota til þess vef Hagstofunnar (Talnaefni/Fjölmíðlar og menning).

- *Hve mörg börn fóru í leikhús leikárið 2011/2012?* (Svar: U.þ.b. 65 000.)
- *Hve mörg börn fóru í leikhús leikárið 2001/2002?* (Svar: U.þ.b. 64 000.)
- *Hve margar sýningar voru í leikhúsum leikárið 2011/2012?* (Svar: U.þ.b. 310.)
- *Hve margar sýningar voru í leikhúsum leikárið 2001/2002?* (Svar: U.þ.b. 460.)
- *Hvað finnst þér merkilegt við þessar tölur?*
- *Hve margar barna- og unglingabækur voru gefnar út árið 2000?* (Svar: U.þ.b. 160.)
- *En árið 2010?* (Svar: U.þ.b. 320.)
- *Hve margir bókatitlar komu út árið 2000?* (Svar: U.þ.b. 1700.)
- *En árið 2010?* (Svar: U.þ.b. 1500.)
- *Hvað finnst þér merkilegt við þessar tölur?*

Ágiskun og könnun 2!

Nemendur giska á svörin við spurningunum hér á eftir. Þeir ganga síðan úr skugga um hver réttu svörin eru og nota til þess vef Hagstofunnar (Talnaefni/Mannfjöldi og Talnaefni/Laun, tekjur og vinnumarkaður).

- *Hver var íbúafjöldinn á Íslandi 1. janúar 2014?* (Svar: 325 671.)
- *Hve margir voru atvinnulausir á Íslandi í janúar 2014?* (Svar: 12 400.)
- *Hvað var atvinnuleysi á Íslandi mörg prósent í janúar 2014?* (Svar: 6,8%.)
- *Hve margir hafa sama fornafn og þú?*
- *Hve margir bjuggu í sveitarfélaginu Skagaströnd 1. janúar 2014?* (Svar: 498.)
- *Hve margir bjuggu í Reykjavík 1. janúar 2014?* (121 230.)

Faglegt innihald

- Undirkaflinn *Greining og útreikningar* fjallar um greiningu tölfræðilegra gagna, útreikninga á miðsækni (meðaltali, miðgildi og tíðasta gildi) og útreikning á *spönn* sem lýsir dreifingu gagnanna

Búnaður

- Reiknivél

Greining og útreikningar

Blaðsíða 30–31

Æfingahefti

4.48, 4.49

4.58, 4.59

4.69

Ábendingar

Námsmarkmið

Stefnt er að því að nemendur læri að reikna út miðsækni í gögnum á mismunandi vegu. Nemendur læri að reikna út dreifingu gagnasafns og að bera gögn saman við meðaltal á 30 ára tímabili.

Sýnidæmi 9, 10 og 11

Sýnidæmi 9, 10 og 11 sýna þrjár mismunandi tegundir gilda, sem lýsa miðsækni, í sama gagnasafninu, nefnilega hæð körfuboltaleikmanna í tveimur liðum.

Í *sýnidæmi 9* er reiknað út meðaltal, í *sýnidæmi 10* er miðgildið reiknað út og í *sýnidæmi 11* er tíðasta gildi hæðar körfuboltaleikmannanna reiknað út. Samanburður á þessum þremur gildum verður tekinn fyrir í verkefni 4.44.

4.38

Í b-lið og c-lið mældist frost í nokkra daga þannig að reikna þarf með nokkrum neikvæðum tölum þegar meðalhitinn er fundinn.

Grundvallarfærni

Hér er unnið úr gögnum þannig að nemendur sjái tilhneigingu í gögnunum (miðsækni þeirra). Þeir framkvæma ákveðna útreikninga til að finna hvað er dæmigert eða einkennandi fyrir gögnin.

Einfaldari verkefni

Nemendur kynnast nú mörgum nýjum hugtökum sem mun taka marga nemendur nokkurn tíma að læra. Til viðbótar þurfa þeir að lesa allnokkurn texta áður en þeir geta byrjað að leysa verkefnin. Þess vegna er afar mikilvægt að leggja áherslu á munnlega færni þannig að nemendur fái tilefni til að nota orðin og þróa með sér góðan skilning á hugtökunum; ekki síst skiptir miklu máli að

nemendur, sem eiga við lestrarvanda að stríða, fái aðstoð við að túlka textann.

4.37

Reiknið hvað þrír fyrstu nemendurnir eiga mörg frímerki að meðaltali: 55 – 60 – 95.

Erfiðari verkefni

Finnið meðalhita allra daganna í verkefni 4.38 í a-lið, b-lið og c-lið samtals.

Ýmis verkefni

Giska á fjölda

Hópar með 5–6 nemendum fá eldspýtna – eða tannstönglahrúgu frá kennara. Hrúgunar sem hóparnir fá, eru misstórar. Hver nemandi giskar á fjöldann í hrúgunni og síðan finna þeir fjöldann með talningu.

Nemendur skrá hverju munaði ágiskun og réttum fjölda. Hver er mismunurinn að meðaltali í hverjum hópi? Hvaða hópur kemst næst hinu rétta? Hvernig er hægt að bera hópana saman á annan hátt. Þetta verkefni er endurtekið nokkrum sinnum.

Fallandi múffuform

Búnaður: 5 múffuform, skeiðklukka, blýantur og pappír.

- Nemendur sleppa formunum úr t.d. 2 metra hæð og láta þau svífa niður á gólf.
- Nemendur gera þrjár tilraunir með 1 form, þrjár tilraunir með 2 form o.s.frv.
- Nemendur taka tímann með skeiðklukkunni og reikna út meðaltíma tilraunanna.

	1. tilraun	2. tilraun	3. tilraun	Meðaltal
1 form				
2 form				
3 form				

Meðallaun

Stunda nemendur í bekknum einhverja vinnu með skólanum eða hafa þeir verið í sumarvinnu? Þeir geta unnið verkefnið: *Hver eru meðallaun nemenda pr. klst.?*

Að halda fótbolta á lofti

Nemendur skipa sér í fimm manna hópa. Þeir telja hve oft þeir geta sparkað fótbolta upp í loft án þess að hann komi við jörð. Síðan reikna þeir út hvert meðaltal þessara sparka er í hópnum.

Að kasta bolta í körfu

Í fimm manna hópum standa nemendur við vítalínuna og kasta fimm sinnum. Allir skrifa niður hve mörg mörk hver nemandi skorar. Síðan reikna þeir út hve mörg mörk hópurinn skorar að meðaltali.

Keila

Nemendur mynda hópa með fimm í hverjum. Hver nemandi kastar bolta að sex plastflöskum. Þeir skrá hve margar flöskur velta um koll í hvert skipti. Síðan reikna þeir út hve margar flöskur velta að meðaltali. Hægt er að skrá tölur á flöskurnar og þá má reikna meðaltalsgildi talnanna á flöskunum sem velta. Loks reikna nemendur út hve margar flöskur velta að meðaltali í hópnum í heild.

Faglegt innihald

- Gildi sem sýnir miðsækni: miðgildi
- Að bera saman meðaltal og miðgildi

Búnaður

- Reiknivél

Æfingahefti

4.50, 4.51

Blaðsíða 32–33

Ábendingar

Sýnidæmi 10

Kennari bendir nemendum á að í *sýnidæmi 9* var meðalhæðin stærri í liði B. Nú er miðgildið í liði A stærra.

4.39

Þetta verkefni sýnir skýrt og greinilega muninn á meðaltali og miðgildi. Það sýnir einnig styrkleika miðgildisins fram yfir meðaltalið þegar finna á hvað er dæmigert fyrir talnasafn þegar því er þannig háttað að eitt gildið sker sig mjög mikið úr hinum.

4.40

Þetta verkefni má víkka út. Nemendur geta skoðað hvernig meðaltal og miðgildi breytast ef annað ef tvennu gerist:

- Amma fellur frá og verður því ekki lengur hluti af fjölskyldunni.
- Lítil systir bætist við sem er 60 cm á lengd og vegur 5 kg.

4.42

Hér má raða öllum einkunnunum upp í hækkandi röð til að fá skýrara yfirlit yfir hvaða einkunn er miðgildið.

Grundvallarfærni

Nemendur ræða saman um meðaltal annars vegar og miðgildi hins vegar í *sýnidæmum 9 og 10* þar sem hæð körfuboltaleikmanna kemur við sögu. Hvort þessara gilda er „réttara“ í þessu tilviki?

Einfaldari verkefni

Kennari biður tvo og tvo nemendur að sitja saman og leysa verkefnið í sameiningu þar sem annar nemandinn fær það hlutverk að lesa textann upphátt áður en þeir byrja að ræða mögulegar lausnir.

Á þessari opnu er frekar mikill texti með mörgum nýjum hugtökum (miðsækni = m.a. miðgildi og meðaltal). Kennari þarf því að fylgjast með hvort einhverjir nemendur þurfi lestraraðstoð, einkum í verkefni 4.39.

Erfiðari verkefni

Kennari býr til verkefni þar sem miðgildi og meðaltal verða mjög ólík, sbr. verkefni 4.39.

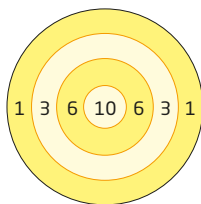
Ýmis verkefni

Kennari getur notað sömu verkefni og á fyrri opnu þar sem meðaltal var reiknað og látið nemendur finna miðgildið, t.d. þar sem nemendur halda bolta á lofti, kasta bolta í körfu eða í keilu (sjá undirkaflann *Ýmis verkefni* á opnunni á undan).

Nemendur geta unnið þetta verkefni í 5–6 manna hópum og finna miðgildið í hópnum eða finna miðgildið fyrir niðurstöðurnar í bekkjardeildinni í heild.

Hittir þú í mark?

Nemendur vinna saman í 4–5 manna hópum. Setja þarf upp „mark“ á skólalóðinni og nota stein eða mynt. Einnig má búa til mark með A3-blaði og nota pappírskúlu sem nemendur sleppa úr um það bil 30 cm hæð. Ef maður hittir fyrir utan markið fær maður 0 stig.



Hver nemandi kastar 20 sinnum. Síðan felst verkefnið í að finna meðaltal og miðgildi fyrir hvern nemanda. Verður sigurvegarinn sá sami hvort sem reiknað er með meðaltali eða miðgildi?

Sérstök áskorun

Hugsaðu þér þátttakanda í skíðaskotfimi sem á að hitta í fimm mörk. Í fyrstu tilraun hittir hann aðeins eitt af fimm mörkum. Hve oft þarf hann að hitta eftir það til að hann hitti að meðaltali 4 sinnum?

Svipað verkefni má framkvæma í raun með því til dæmis að kasta könglum í fötu. Nemendur finna þá hlutfallstíðnina (í hve mörgum prósentum skota þeir hitta) eftir tvö köst, tíu köst og tuttugu köst.

Faglegt innihald

- Gildi sem sýnir miðsækni: tíðasta gildi (í töflu-reikni kallast það „modus“)
- Að finna tíðasta gildi í talnasafni

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Blaðsíða 34–35

Æfingahefti

4.52, 4.53

4.60, 4.61

4.70, 4.71

Ábendingar

Sýnidæmi 11

Talblaðran bendir á möguleika þess að fleiri en eitt tíðasta gildi sé í sama talnasafninu.

4.44

Kennari bendir nemendum á að hentugt getur verið að skrifa allar einkunnirnar upp í réttri röð.

4.45

Nú hafa nemendur fundið þrjú mismunandi miðsæknigildi fyrir tvö körfuboltalið: í liði A er miðgildi hæðar stærra, í liði B er meðalhæðin stærri, svo og tíðasta gildið. Kennari og nemendur ræða saman um hvort segja megir að í liði B séu leikmennirnir hærri.

Í langri halarófu

Raða skal nemendahópnum eftir systkinafjölda. Í þessu verkefni munu nemendur fá áþreifanlegri reynslu af hugtökunum meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi.

Nemendur eiga að finna þann nemenda sem táknar miðgildið hvað varðar fjölda systkina, svo og finna algengasta fjölda systkina (tíðasta gildið) í bekkjardeildinni. Nemendur raða sér hér í eins konar tíðnitöflu. Eftir á geta þeir útbúið kynningu á þessum niðurstöðum í töflureikni.

Grundvallarfærni

Útreikningur á miðsækni er grundvallaratriði í reikningi. Umræðurnar í tengslum við verkefni 4.45 um hvaða miðsæknigildi er þýðingarmest til að finna hávöxnustu körfuboltaleikmennina eru mikilvægar til að skilja muninn á þessum þremur gildum, meðaltali, miðgildi og tíðasta gildi, og hvað hefur áhrif á hvert þeirra.

Auðveldari verkefni

Nemendur ræða saman og útskýra hver fyrir öðrum hugtakið tíðasta gildi. Kennari skrifar einfaldari skýringu á töfluna en er í nemendabókinni: Tíðasta gildið er sú tala sem kemur oftast fyrir í talnasafninu (gildið sem er mest einkennandi fyrir safnið).

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur vinna sams konar verkefni og í langri halarófu en ganga að þessu sinni út frá skónumeri, fæðingarmánuði, fæðingardegi eða einhverju öðru.

Sýna afstöðu í verki

Velja þarf stað þar sem er nóg pláss. Skilgreina þarf ákveðið svæði sem „satt“ og annað svæði sem „ósatt“. Kennari kemur fram með fullyrðingu og lætur nemendur færa sig yfir á það svæði sem þeir telja rétt hverju sinni. Brýna þarf fyrir nemendum að rökstyðja afstöðu sína.

Fullyrðingar:

- 1 *Miðgildi talnanna 15, 15 og 17 er stærra en tíðasta gildið.* (Ó)
- 2 *Miðgildi talnanna 15, 15 og 17 er stærra en meðaltalið.* (Ó)
- 3 *Meðaltal talnanna 15, 15 og 17 er stærra en tíðasta gildið.* (S)
- 4 *Ef miðgildi er mjög ólíkt meðaltalinu eru einhverjar talnanna í talnasafninu mjög frábrugðnar hinum.* (S)
- 5 *Ef allar tölurnar í talnasafninu eru heilar getur miðgildið ekki verið tugabrot.* (Ó)
- 6 *Talnasafn getur haft fleiri en eitt tíðasta gildi.* (S)
- 7 *Ef miðgildið og meðaltalið er hið sama hlýtur tíðasta gildið einnig að vera hið sama.* (Ó)

Einfalt tölfræðispil

Spilið er fyrir 3–4 leikmenn.

Nota skal spilastokk án jókera. Gosinn hefur gildið 11, drottning 12, kóngurinn 13 og ásinn 14. Hver nemandi dregur fimm spil og finnur meðaltal (námundað að næstu heilu tölu), miðgildi og tíðasta gildi (ef um það er að ræða) spilanna sem hann hefur á hendi. Sá sem hefur hæsta tíðasta gildi fær þrjú stig, sá sem fær hæsta miðgildið fær tvö stig og sá sem fær hæsta meðaltalið fær eitt stig. Ef tveir leikmenn fá sama stigafjölda falla þeir niður. Spilin eru síðan lögð aftur í bunkann sem er stokkaður vel. Spila skal átta umferðir og leggja stig hvers og eins saman. Sá vinnur sem er með flest stig.

Afbrigði:

Einfalda má spilið með því að fjarlægja mannspilin og þá fær ásinn gildið 1. Gera má spilið erfiðara með því að hver dragi fleiri spil eða með því að láta sortirnar gilda mismikið; til dæmis má hafa þá reglu að spaðinn gildi 1,5 sinnum meira en gildi hans segir til um. Takmarka má eða fjölga umferðum. Reglan um sigurvegara getur verið sú að sá vinni sem er fyrstur að fá tíu stig eða að hætta spilinu eftir tiltekinn tíma; þá vinnur sá sem hefur flest stig þegar tíminn er útrunninn.

Faglegt innihald

- Prautalausnir þar sem nemendur meta og rökstyðja val á miðsækni-gildunum þremur, meðaltali, miðgildi og tíðasta gildi
- Að nota töflureikni til að finna miðsæknigildin þrjú á stafrænan hátt

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Blaðsíða 36–37

Æfingahefti

4.54

4.62, 4.66

Ábendingar

4.46

Hér má nota mismunandi aðferðir til að finna svörin; nemendur prófa sig áfram með mismunandi aldur eða á kerfisbundinn hátt með því að byrja t.d. á þeim yngsta og finna síðan aldur hins elsta í systkinahópnum – út frá því hver meðalaldurinn er.

4.47

Spurningin í c-lið um hvers vegna það er út í hött að leita að tíðasta gildi er afar mikilvæg í ýmsum könnunum, til dæmis þeim sem snúast um mælingar á tíma, lengd, þyngd o.s.frv. Í slíkum könnunum koma sjaldan sömu mælitölur fyrir.

4.48

Hér kynnast nemendur hugtakinu *gagnasvæði* í töflureikni og því hvernig skrifa má formúlur í hólfin og breyta þeim í formúlulínunni. Nemendur komast að raun um að ef þeir eiga að reikna út eitt af miðsæknigildunum þremur þarf að skrá hverja tölu fyrir sig á gagnasvæðinu en ekki gefa þær upp í tíðnitöflu.

Grundvallarfærni

Nokkrar stafrænar færni er þörf til að geta flokkað gögn í stóru gagnasafni og kynnt þau, unnið úr þeim og komið upplýsingum um innihaldið á framfæri við aðra. Hér eru algengustu aðgerðir notaðar til að finna miðsækni í gagnasafni. Þessar stafrænu aðgerðir þurfa nemendur að hafa á valdi sínu.

Einfaldari verkefni

Gefa má nemendum vísbendingu í verkefni 4.46 með því að spyrja hver summa aldurs systkinanna þriggja getur verið. Þannig getur kennari hjálpað nemendum af stað til að átta sig á hvað þeir þurfa að finna til að

geta sagt fyrir um aldur þeirra tveggja systkina sem eru ekki átta ára. Kennari lætur nemendur lesa og reyna að útskýra a-liðinn hver fyrir öðrum.

Gott er að tveir og tveir nemendur vinni saman verkefni 4.48 með töflureikni.

Erfiðari verkefni

Nemendur geta búið til verkefni í stíl við verkefni 4.46. Gott er að ganga út frá þremur tölum (aldri) þar sem nemandinn reiknar sjálfur út öll þrjú miðsæknigildin. Síðan lætur hann bekkjarfélaga sinn vinna verkefnið.

Ýmis verkefni

Nota má skónúmer eða aðrar tölulegar upplýsingar sem gagnagrunn til að reikna út miðsækni með töflureikni.

Ekki er óvanalegt að misskilningur verði þegar töflureiknisformúlur eru notaðar til að reikna út miðsækni; þá kemur fyrir að nemendur til dæmis noti meðaltalsformúluna beint á tíðnitöflu. Kennari þarf að vekja athygli nemenda á hvernig best er að finna meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi þegar um tíðnitöflu er að ræða þar sem einstakar mælingar eru ekki skráðar. Dæmið hér á eftir sýnir einkunnir í bekkjardeild með 27 nemendum.

	A	B	C	D	E
1	Einkunn	Tíðni		Einkunn*Tíðni	Safntíðni
2	1	1		1	1
3	2	5		10	6
4	3	8		24	14
5	4	7		28	21
6	5	4		20	25
7	6	2		12	27
8	Fjöldi nemenda:	27	Meðaltal	3,52	
9			Tíðasta gildi	3	
10			Miðgildi	3	

Meðaltalið finnst með því að margfalda hvert gildi (hér einkunn) með tíðni, leggja saman og deila í summuna með fjölda athugana. Formúlan í D8 er: =Sum(D2:D7)/B8.

Tíðasta gildið er lesið beint af tíðnitöflunni, þ.e. gildið sem hefur hæstu tíðnina.

Miðgildið er auðveldast að finna með því að skoða safntíðnina og finna gildið í því hólfi þar sem helmingurinn af athugunum er skráður. Ef athuganirnar eru 27 þarf að leita að athugun nr. $(27 + 1) / 2 = 14$. Athugun 14 er í hólfi E4 sem sýnir safntíðni einkunnarinnar 3. Þá er miðgildið 3.

Velja rétt hjálpartæki

Gott er að taka upp aftur fyrri verkefni um miðsækni og endurtaka þau með töflureikni sem hjálpartæki. Ræða þarf hvenær beinast liggur við að nota töflureikni og hvenær venjuleg reiknivél gerir sama gagn. Þetta getur verið einstaklingsbundið en meginreglan er sú að töflureiknir hentar betur þegar talnasafn er stórt; þegar um fáar tölur er að ræða er jafn skilvirkt að nota reiknivél, reikna í huganum eða beinlínis reikna í höndunum.

Veggspjald

Nemendur búa til veggspjald og þar sem sýndur er munurinn á því hvenær nota skal gildin þrjú sem sýna miðsækni: meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi. Gott er að nota hugarkort eða töflur.

Faglegt innihald

- Gildi sem sýnir dreifingu: spönn
- Að kanna og meta gögn með lítilli og mikilli spönn

Æfingahefti

4.55, 4.56

4.63, 4.64

4.72, 4.73, 4.76, 4.77, 4.78

Blaðsíða 38–39

Ábendingar

Sýnidæmi 12

Fleiri dæmi: *Hver er spönn tímans sem það tók alla nemendurna að hlaupa 60 m?*

4.49e

Kostir og gallar við mikla og litla spönn:

Ef mælingar eru sérstakar að einhverju leyti, annaðhvort með mjög hárrí mælitölu eða mjög lágrí, verður spönnin mjög mikil og getur gefið ranga mynd af mælingunum. Spönnin er að miklu leyti háð stærð úrtaksins.

Lítill spönn er ef til vill kostur ef mælingarnar tengjast árangrí afreksíþróttamanna þar sem þeir þurfa ætíð að sýna sitt besta.

Mjög mikil spönn í hitastigi sólarhringsins, eins og gengur og gerist í eyðimörkum, geta valdið slæmum lífsskilyrðum fyrir margar lífverur.

4.51

Nemendur finna svarið við spurningunni: *Hvaða verslun var oftast ódýr þegar um þessar fjórar matvöru- tegundir var að ræða?* (Verslun 4 var oftast ódýrust nema hvað varðar pylsur.)

Hægt er að víkka þetta verkefni út þannig að nemendur kanni matvöruverð í mismunandi verslunum í nágrenninu. Skrifleg kynning á spönn og ýmsum miðsæknigildum fyrir ákveðna vöru eða vöruflokk hentar vel til að skrifa um ritgerð eða skýrslu. Nemendur geta kannað vöruverð á sama hátt og gert er í töflunni í verkefni 4.51 en þeir geta einnig sameinað í einn vöruflokk 5–6 algengar vörur og kannað síðan spönn heildarverðs á „matarkörfunni“.

Grundvallarfærni

Hér er um að ræða grundvallarfærni í frádrætti til að finna spönn.

Einfaldari verkefni

Verkefnin á þessari opnu henta vel til rökræðna og samvinnu. Einnhverjir nemendur munu eiga í basli með hin mörgu nýju hugtök (meðaltal, miðgildi, spönn) og þeim getur verið hjálp í því að ræða hugtökin við aðra nemendur.

Erfiðari verkefni

Til eru önnur gildi en spönn sem sýna dreifingu. Þegar lengra er komið í náminu eru reiknuð fjórðungafrávik (eða fjórðungsmörk) og staðalfrávik í gagnasafni.

Nemendur afla sér upplýsinga um hvað fjórðungsfrávik og staðalfrávik fela í sér.

Ýmis verkefni

Spönn aldurs

Nemendur finna spönn aldurs allra nemenda í bekkjardeildinni, annars vegar fyrir stráka og hins vegar fyrir stelpur, hvorn hópin fyrir sig.

Spönn skónúmera

Nemendur endurtaka leikinn og nota að þessu sinni skónúmer eða önnur talnagögn.

Stigahlaup

Nemendur framkvæma stigahlaup taka tímann á hverjum og einum og finna spönnina.

Spönn ýmissa niðurstaðna

Nemendur nota lista yfir niðurstöður í íþróttamóti sem finna má í blöðum, síðan finna þeir spönn niðurstaðanna, til dæmis hvað varðar tímalengd.

Ummál trjáa

Nemendur fara út og mæla og skrifa hjá sér ummál tíu trjástofna og finna spönnina.

Faglegt innihald

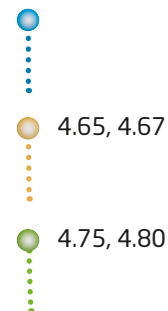
- Aðgerðir í töflureikni til að reikna gildi sem sýna miðsækni og dreifingu

Búnaður

- Tölva með töflureikni
- Pappír (helst aðeins stífari en venjulegur ljósritunarpappír), málband eða braut með kvarða og reglustika/málband

Blaðsíða 40–41

Æfingahefti



Ábendingar

Mismunandi töflureiknar kunna að hafa mismunandi skipanir og aðgerðir. Microsoft Excel er með tvær mismunandi aðgerðir til að finna lægsta gildi:

=MIN (gagnasvæði) gefur lægstu töluna.

=MINA (gagnasvæði) gefur lægsta gildið og tekur tillit til texta.

Munurinn á þessu hefur litla hagnýta þýðingu fyrir nemendur á þessu stigi.

OpenOffice.calc reiknar bæði út hæsta gildi (max) og lægsta gildi (min og mina), ákveðnar útgáfur reikna texta sem 0 en aðrar líta alveg fram hjá texta.

4.53

Tími í töflureikni er oft með tvípunkti milli klukkustunda, mínútna og sekúndna.

a Hér má nota röðunaraðgerð í töflureikni. Nemendur raða tölunum í hækkandi röð til að finna vinningstímann.

b og c Nemendur nota aðgerðir í töflureikninum til að finna spönn og meðaltíma.

4.54

Finna má hæsta og lægsta gildi með röðunaraðgerðinni. Með annarri aðgerð má finna hæsta og lægsta gildi, spönn og meðaltal.

Skutlukeppni

Nemendur hafa töflu tilbúna áður en þeir byrja á verkefninu.

	Skutla 1	Skutla 2
1. kast		
2. kast		

o.s.frv.

Mismunandi pappírsbrot til að búa til skutlu hafa í för með sér mismunandi flugeiginleika. Markmiðið í verkefninu er að vegalengdin, sem skutlurnar fljúga, verði sem lengst.

Einnig má halda keppni um hve lengi skutlurnar haldast á lofti. Þá taka nemendur tímann og reikna út hvaða skutla er best að þessu leyti.

Ef til vill vilja nemendur búa til aðra skutlu ef markmiðinu er breytt.

Grundvallarfærni

Að láta töflureikni raða tölum er einföld og skilvirk leið til að búa til lista yfir niðurstöður.

Einfaldari verkefni

4.53

Nota má færri og einfaldari tölur. Til dæmis má nota einungis fyrstu sex tímalengdirnar í töflureikninum. Nemendur finna vinningstímann, spönnina og meðaltalið án þess að nota töflureikni.

Gott er að láta tvo og tvo nemendur vinna töflureiknisverkefni saman.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Raða lista

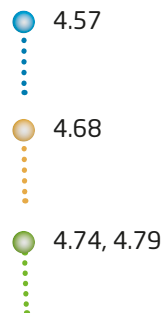
Nemendur finna lista yfir niðurstöður frá einhverjum viðburði (til dæmis íþróttamóti eða einhverju öðru) og skrá fyrstu tíu tölurnar. Þeir skrífa fornafn í A-dálk, eftirnafn í B-dálk og tímann/lengdina/niðurstöðuna í C-dálk. Síðan raða þeir listanum á þrjá

mismunandi vegu: í stafrófsröð eftir fornafrni, í stafrófsröð eftir eftirnafni og loks eftir niðurstöðunni þannig að sigurvegarinn verði efst í töflunni. Nemendur þurfa að muna að ganga úr skugga um að það sé ekki einungis röðin í dálknum, sem flokkað er eftir, sem breytist heldur að allir dálkarnir breytist samhliða.

Faglegt innihald

- Meðalgildi 30 ára tímabils og samanturður við slík gildi

Æfingahefti



Blaðsíða 42–43

Ábendingar

Til að lýsa einkennandi veðurfari á ákveðnum stað er 30 ára meðaltal talið hentugt. Sú venja hefur skapast að mæla meðaltal hita, úrkomu o.fl. á 30 ára tímabilunum 1931–1960 og 1961–1990 en meðaltöl síðarnefnda tímabilsins eru notuð í verkefnum þessarar opnu. Næsta 30 ára tímabil, sem meðaltöl verða fundin fyrir, er því 1991–2020. Ef veður t.d. í ákveðnum mánuði er til umfjöllunar er það því gjarnan borið saman við síðasta 30 ára meðaltalið, þ.e. fyrir tímabilið 1961–1990.

4.55

Nemendur finna muninn á meðalúrkomu mánaða á Akureyri og Kirkjubæjarklaustri og finna stærsta mismuninn. Í b-lið eiga þeir að reikna mismun úrkomunnar í maí í prósentum. Þá finna nemendur fyrst mismuninn og síðan mismuninn af meðalúrkomunni á Akureyri ($117,6 - 19,3 = 98,3$ og $98,3/19,3 = 5,09$; meðalúrkoman í maí er 509% meiri á Kirkjubæjarklaustri en á Akureyri). Einnig má láta nemendur finna meðalársúrkomu á báðum stöðum (á Kirkjubæjarklaustri 1644,8 og á Akureyri 489,5).

4.57a

Pegar stöplarnir snúa niður þýðir það að minni úrkoma hefur fallið en nemur meðaltali hvers mánaðar á 30 ára tímabilinu. Ef stöplarnir snúa upp hefur úrkoman verið meiri en nemur meðaltali hvers mánaðar sama tímabil.

Grundvallarfærni

Hér er þjálfun í lestri og túlkun grafa og taflna. Hitastigs- og úrkomustöplarnir og -ferlarnir sýna ekki hita og úrkomu heldur frávikin frá 30 ára meðaltalinu. Nemendur kunna að eiga í vandræðum með að sjá þetta

við fyrstu sýn. Þeir þurfa að lesa af nákvæmni það sem stendur við töflunar og myndritin svo að ljóst sé hvað þau sýna.

Einfaldari verkefni

Að túlka töflur og myndrit þar sem y-ásinn sýnir frávík frá meðaltalinu getur verið strembið fyrir marga nemendur. Best er að þeir ræði saman um hvað myndritið sýnir, lesi textann á ásunum og hjálpist að við að skilja myndritið. Nemendur, sem slepptu grænum prósentuverkefnum í kafla 3, geta sleppt verkefni 4.55b.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Finna upplýsingar um meðalhita eða meðalúrkomu

Vísa má nemendum á heimasíðu Veðurstofunnar, www.vedur.is (slóðin er <http://www.vedur.is/vedur/vedurfar/medaltalstoflur/>), þeir velja „mánaðargildi fyrir valdar stöðvar“, velja stað, t.d. nálægt heimilum þeirra, og síðan ákveðinn mánuð og ár á töflum sem birtast. Þar geta nemendur fundið meðalhita (dálkur merktur t (temperature) og/eða meðalúrkomu (dálkur merktur r (rain) og borið saman við aðra staði. Á áðurnefndri síðu eru ýmsar fleiri meðaltalstöflur sem nemendur geta skoðað, fundið þar upplýsingar og búið til verkefni fyrir bekkjarfélagi.

Blóðsykur

Blóðsykur segir til um það magn af sykri sem er í blóði manna á ákveðnum tíma. Magn sykurs í blóði er skráð í mmol/l (millimol á lítra). Þessi mæling lýsir fjölda glúkósa-sameind per lítra af blóði. Eitt millimol/lítra er sama og 90 mg/100 ml eða 0,9 grömm/lítra.

Venjulega breytist blóðsykur innan þröngra marka yfir daginn (u.þ.b. 4–8 mmol/l). Blóðsykurinn er hæstur eftir að maður hefur borðað og oftast lægstur þegar maður fer á fætur að morgni. Sé maður með sykursýki getur blóðsykurinn stundum orðið of hár eða of lágur miðað við þessi mörk. Orsökina getur verið meðhöndlunin sjálf við sykursýki. Viðmiðunarmörk er 6 milli moll á lítra. Nemendur búa til súlurit sem sýnir gildi blóðsykurs hjá manni nokkrum á einum degi. Þeir láta súlurnar, sem eru undir viðmiðunarmörkum, vísa niður.

Tími (klukkan)	Blóðsykurs-mæling (mmol/l)
06:00	4,8
08:00	5,5
10:00	7,0
12:00	6,8
14:00	6,5
16:00	9,1
18:00	8,3
20:00	6,7
22:00	5,9
24:00	10,2

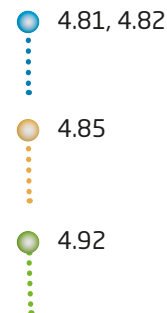
Faglegt innihald

- Að skipuleggja tölfræðilegar kannanir og safna gögnum á ýmsa vegu: með athugunum, skráningu, tilraunum, mælingum, spurningakönnunum og tilbúnum gagnasöfnum á netinu
- Að kynna gögn á skýran og skilmerkilegan hátt, velja myndrit og meta hvort um villandi heimildir getur verið að ræða

Tölfræðilegar kannanir

Blaðsíða 44–45

Æfingahefti



Ábendingar

Námsmarkmið

Nemendur eiga að læra að skipuleggja tölfræðilega könnun og kynna gögnin skýrt og skilmerkilega. Þeir læra að meta hvort um villandi heimildir geti verið að ræða og vera á verði gagnvart tilraunum til að nota tölfræði til að gefa villandi upplýsingar.

4.59

Ef nemendur gera sér grein fyrir kostunum við nákvæmar markmiðssetningar er auðveldara fyrir þá að búa til spurningar í könnunum.

4.60

Ýmsar leiðir eru til að finna svörin við nokkrum liðum þessa verkefnis. Það hentar því mjög vel til umræðu í bekkjardeildinni.

4.61

Túlkun á myndriti getur verið sumum nemendum erfið. Y-ásnum er skipt í allgrófan kvarða og því krefst það mikillar nákvæmni að lesa af honum fjölda bóka.

Grundvallarfærni

Verkefni 4.59 og 4.60 henta mjög vel til að þjálfra munnlega færni, til dæmis í pörum eða hópum. Nemendur rökræða saman og finna út við hvers konar verkefni þeir vilja nota hinar fjórar mismunandi aðferðir við að safna gögnum.

Einfaldari verkefni

Verkefni 4.59 og 4.60 henta mjög vel sem samvinnuverkefni. Verkefni 4.61d má einfalda með því að láta nemendum í té gögnin sem liggja til grundvallar myndritinu sem sýnir útlán frá skólalókasafninu:

Mánuður	Útlán
ágúst	25
september	80
október	155
nóvember	90
desember	15

Erfiðari verkefni

Nemendur búa til verkefni sem henta fyrir aðferðirnar fjórar við að safna gögnum. Síðan framkvæma þeir einhverja þeirra sem heimaverkefni.

Til dæmis:

Finnið út hve mikil úrkoma var í ykkar heimabyggð síðasta mánuð/síðustu tíu daga.

Finnið út hvaða tíu bíltegundir seldust best á síðasta ári.

Mælið hitann heima áður en þið farið af stað í skólann á hverjum morgni í eina viku.

Framkvæmið spurningakönnun um hve mikinn tíma tíu krakkar í bekkjardeildinni/skólanum nota í annaðhvort heimavinnu, sjónvarpsgláp, líkamsþjálfun, tölvuleiki eða eitthvað annað sem þeir nota tímann í.

Framkvæmið spurningakönnun um hvaða útvarpsrás er mest hlustað á heima/í nágrannahúsum/nágrannaíbúðum/stórfjölskyldunni.

Ýmis verkefni

Kannanir sem henta fyrir skýrslugerð eða ritgerð:

Nemendur framkvæma einhverja könnunina sem gerð er tillaga um í kaflanum *Erfiðari verkefni*.

Nemendur vinna saman í litlum hópum að markmiðasetningu, söfnun gagna og að því að finna svör. Gott er að verkefni sem þetta tengist einnig annarri námsgrein.

Til dæmis samþætting við náttúrufræði: *Hver er meðalhitinn í baðherberginu/stofunni heima hjá tíu nemendum í bekkjardeildinni.*

Hve langan tíma tekur að fylla tíu lítra fötu af vatni í sturtunni? (Því lengri tíma sem það tekur að fylla fötuna því sparsamari er úðarinn.) Með vatnssparnaðarúðara tekur það um eina mínútu og með þeim allra sparsömustu tekur það eina og hálfa mínútu. Ef það tekur minna en eina mínútu er ekki um sparnaðarúðara að ræða.

Faglegt innihald

- Að gera spurninga-könnun með vönd-uðum opnum og lokuðum spurningum og svarmöguleikum
- Að meta niðurstöður úr spurningakönnun

Blaðsíða 46–47

Ábendingar

4.62

Ef maður setur fram „opnar“ spurningar getur tekið langan tíma að gera yfirlit yfir svörin frá mörgum svarendum en þeir geta svarað að vild. Ef settar eru fram „lokaðar“ spurningar tekur miklu minni tíma að gera yfirlit yfir svörin. Erfitt getur verið að láta svarmöguleikana ná yfir allar tegundir svara.

4.63

Erfitt getur verið að muna eftir öllum þáttunum, sem maður horfði á, ef spurt er mjög „opið“. En ef spurt er mjög „lokað“ og listi er gerður yfir alla þætti, sem til greina koma frá öllum hugsanlegum sjónvarpsstöðvum, getur hann orðið býsna langur.

4.64

Ef spurningakannanir um líðan nemenda eru gerðar reglulega getur svo farið að ákveðnir nemendur eða nemendahópar taki ekki þátt í þeim af alvöru. Ræða má við nemendur um ástæður fyrir því ef einhverjir svara könnunum út í hött og hvað er mögulegt að gera til að komast hjá slíkum villandi upplýsingum.

Grundvallarfærni

Öll þrjú verkefni þessarar opnu henta vel til samræðna í nemendahópnum. Kennari þarf að sjá til þess að hægt sé að svara verkefnum 4.62, 4.63 og 4.64 a og b munnlega.

Einfaldari verkefni

Rétt er að nemendur fái æfingu í að búa til nokkrar góðar fjölvalsspurningar til að nota í spurningakönnun um líðan nemenda í skólanum. Oft er mjög mikilvægt að svarmöguleikinn „veit ekki“ sé fyrir hendi.

Erfiðari verkefni

Gaman getur verið að nemendur í tveimur skólum geri sams konar könnun um líðan nemenda, tómstundir, áhugamál eða annað og beri síðan saman niðurstöðurnar.

Ýmis verkefni

Nemendakönnun

Nemendur framkvæma könnun og rökræða um spurningarnar. Eru þær alveg skýrar? Hvernig eru svarmöguleikarnir?

Í lokin ræðir öll bekkjardeildin saman um niðurstöðurnar.

Könnun á dagblaði

- 1 Í hve mörg „sérblað“ er dagblaðinu skipt? Hvað heitir hvert sérblað?
- 2 Hve margar blaðsíður er hvert sérblað?
- 3 Hve mörg prósent af dagblaðinu er hvert sérblað? Settu svörin fram í skifuriti.
- 4 Hvaða sérblað er stærst og hvert þeirra er minnst? Hver er spönnin?
- 5 Hvert er meðaltal blaðsíðufjölda hvers sérblaðs? Hvert er miðgildið?
- 6 Hvaða áhrif mun það hafa á meðaltalið og miðgildi blaðsíðufjölda sérblaðanna ef þú sleppir stærsta og minnsta sérblaðinu?
- 7 Gerðu tölfræðilega könnun sem sýnir fjölda auglýsinga á blaðsíðu í hverju sérblaði. Hvaða sérblað er með hlutfallslega flestar auglýsingar á blaðsíðu?

Hægt er að aðlaga þetta verkefni að einstökum nemendum með því að velja úr verkefnunum sem talin eru upp hér á undan.

Æfingahefti

4.83

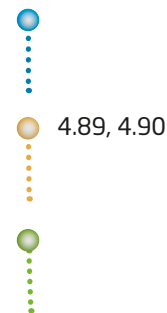
4.86, 4.87, 4.88

4.93, 4.94

Faglegt innihald

- Kynning niðurstaðna með mismunandi myndritum
- Samræður um villandi upplýsingar sem kunna að koma fram í tölfraeðilegum rannsóknnum og hvernig má draga úr hættunni á því

Æfingahefti



Blaðsíða 48–49

Ábendingar

4.65

Í þessu verkefni er það ekki svo að aðeins eitt myndrit sé rétt í hverju tilviki. Hentugt getur verið að nota fleiri en eina tegund myndrita.

4.66

Hér á að skoða og meta mörg mismunandi myndrit. Einnig má finna hvaða myndrit sýnir þróunina ekki vel. Gott er að nota útilokunaraðferðina.

4.67

Hér fá nemendur yfirlit yfir margar tegundir myndrita. Tilgangurinn með þessu verkefni er að gera nemendur meðvitaða um eigin þekkingu á hvenær hin mismunandi myndrit eiga við. Kennari þarf að fylgjast með þeim nemendum sem finnast þetta erfitt verkefni; þeir munu þurfa meiri þjálfun í að velja myndrit.

Bls. 49 – Villandi upplýsingar

Atriðin fjögur, sem merkt eru með punktum, sýna dæmi um villandi upplýsingar. Gott er að nota textann sem útgangspunktur til að fram komi í umræðunum hugmyndir um aðrar mögulegar villandi upplýsingar. Benda má á þá hættu á villu sem getur komið fram ef svarendur vita að þeir eru hluti af rannsókn og teygja sig ómeðvitað langt til að ljúka verkefninu og ef til vill breyta hegðun sinni til að „koma til móts við“ vilja rannsakandans.

4.68

Margs konar villandi upplýsingar geta gefið ónákvæmar niðurstöður í könnunum, tilraunum eða athugunum. Ef kannanir eru vel skipulagðar má losna við marga þessara galla. Skoðanakannanir eru notaðar til að kanna viðhorf margra manna. Þær eru svo sannarlega ekki nákvæmni-

rannsóknir heldur segja þær til um viðhorf ákveðins úrtaks íbúa um tiltekið efni.

Grundvallarfærni

Verkefni 4.65, 4.66 og 4.67 henta vel til munnlegrar úrvinnslu. Í þeim þjálfast færnin í að lesa og túlka hvað hin ýmsu myndrit sýna. Þar að auki er mikilvægt að nemendur geti sjálfir metið hvaða myndrit sýnir skýrast og greinilegast upplýsingarnar sem fyrir liggja.

Í verkefni 4.67 eru nemendur hvattir til að skrifa hjá sér í hvaða tilvikum er best að nota hinar ýmsu tegundir myndrita.

Einfaldari verkefni

Verkefni 4.67: Kennari getur ljósritað myndritin í kaflanum *Í stuttu máli* (bls. 52–57) handa nemendum sem líma þau á blöð. Þannig fá þeir gott yfirlit yfir hinar ýmsu tegundir myndrita og fá þannig betri tíma til að ræða um hvenær á að nota hverja þeirra.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Skoðanakannanir

Nemendur finna niðurstöður skoðanakönnunar, t.d. frá Gallup, sem gerð hefur verið á þessu ári á margs konar sviðum:

- Fjölmíðlarannsóknir
- Þjóðarþúlsinn, t.d. um fylgi flokka, um hvert menn telja mikilvægasta vandamálið sem heimurinn stendur frammi fyrir, um konur í stjórnmálum, um evrópsku söngvakeppnina o.fl.

Nemendur gera sína eigin könnun um eitthvað sem þeir hafa áhuga á en gott er ef nokkuð skiptar skoðanir eru í bekkjardeildinni um efnið.

Neytendakannanir

Bæði fyrirtæki og opinberar þjónustustofnanir notfæra sér neytendakannanir til að finna hvort viðskiptavinurinn/skjólstæðingurinn er ánægður með þjónustuna. Kennari spyr nemendur hvort þeir muni eftir að hafa tekið þátt í neytendakönnun. Kennari getur gefið nemendum vísbendingar og spurt hvort þeir hafi verið stöðvaðir á götu til að svara spurningum, hvort þeir hafi til dæmis fyllt út eyðublað eftir að hafa dvalið á hóteli. Gott er að ganga út frá ákveðnum aðstæðum og ræða hvað getur verið rétt og rangt við slíkar upplýsingar.

A: Hótelrannsóknin:

Hótel nokkurt dreifir eyðublaðum með spurningum til 2000 gesta en fær einungis svör frá 250 manns. Hefur könnun sem þessi eitthvert notagildi?

B: Flugstöðin:

Farþegar geta ýtt á takka til að sýna hvort þeir eru ánægðir með skilvirknina og þjónustuna í öryggiseftirlitinu. Veit flugstöðin hver svarprósentin eru? Hversu há þurfa svarprósentin að vera til að flugstöðin geti treyst niðurstöðunum?

C: Foreldrakönnun:

Í foreldrakönnun við barnaheimili nokkurt svara 40% foreldranna könnuninni. Af þeim sem svara eru 15% óánægðir með aðstæðurnar. Þýðir það að 15% af foreldrunum séu óánægðir?

Faglegt innihald

- Að sýna fram á hvernig tölfraðilegar upplýsingar eru notaðar til að rangtúlka sannleikann
- Hvernig má komast hjá því að láta blekkjast af tölfraðilegum upplýsingum
- Að upplýsa hvernig myndrit og ýmsar tegundir miðsæknigilda eru notuð til að segja aðeins ákveðna hluta sannleikans

Blaðsíða 50–51

Æfingahefti

Ábendingar

4.69

Á hægra myndritinu hefur kvarða x-ásins verið þjappað saman þannig að myndritin tvö eru afar ólík. Y-ásinn byrjar ekki í 0 og hefur verið breytt þannig að ferillinn er miklu brattari á öðru myndritinu.

4.70

Ef myndritið á að geta blekkst lesendur má breyta framsetningu myndritanna með því að breyta kvarða ásanna. Nemendur geta notað breið bil milli ártalnanna á x-ásnum og stutt bil milli talnanna á y-ásnum sem tákna verðið. Ef y-ásinn byrjar þess utan ekki á 0 en til dæmis á 240 verður ferillinn auðsjáanlega ekki eins brattur.

Sýnidæmi 13

Hvort miðsæknigildanna, meðaltal eða miðgildi, hentar betur? Hér verður meðaltal kastlengdanna fyrir áhrifum af lengd eins lélegs kasts; í slíkum tilvikum getur miðgildið verið betri fulltrúi fyrir miðsækni.

Grundvallarfærni

Nemendur eiga að túlka og skilja aðferðir sem notaðar eru til að blekkja með tölfraðilegum upplýsingum. Þar að auki eiga þeir að sýna að þeir hafi skilið þetta með því að búa sjálfir til myndrit í þessu skyni. Einnig er mikilvægt að nemendur geti metið útreikninga á mismunandi gildum miðsækni.

Einfaldari verkefni

Kennari og nemendur ræða saman um ýmsar hversdagslegar aðstæður:

1. Þú hlustar á fyrirlestur um hnattræna hlýnun og fyrirlesarinn sýnir línurit um hitastig. *Hvort verður þú hræddari ef þú sérð brattan feril eða feril sem hallar minna?*

2. *Sölumaður nokkur ætlar að fá þig til að kaupa hlutabréf í fyrirtæki og setur gildi hlutabréfanna fram í línuriti. Hvort freistast þú frekar til að kaupa hlutabréf ef línuritið sýnir brattan feril eða feril sem hallar minna?*
3. *Bílaínnflytjandi vill sýna fram á að bílategund hans hafi selst mest á undanfarandi tímabili. Hann setur upplýsingarnar fram í súluriti. Færð þú meiri áhuga á þessari bílategund ef mikill eða lítill munur er á súlunum í myndritinu? (Mikinn mun á hæð þeirra er hægt að fá fram með því að skera burt neðri hluta y-ásins og teygja úr kvarðanum að öðru leyti.)*

Erfiðari verkefni

Nemendur nota textann í talblöðrunni í *sýnidæmi 13* og leggja mat á hvaða miðsæknigildi þeir halda að segi mest til um loturnar tvær í töflunni í verkefni 4.71, þar sem fram kemur tíminn sem það tók að hlaupa 60 m.

Ýmis verkefni

Blekkja dagblöðin nú á dögum?

Nemandi finnur tölfraðilegar upplýsingar í bókum, dagblöðum og á netinu, afritar/klippir út/prentar út mismunandi myndrit og rökræðir við bekkjarfélaga um hvort einhver þeirra ætti að setja fram á annan hátt. Er reynt að blekkja lesendur með einhverjum myndritanna?

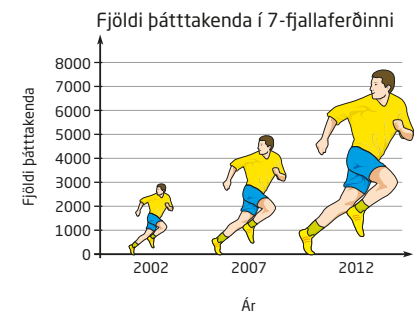
Nemandi notar gögn úr könnun, sem hann hefur unnið í tengslum við kafla 4, og setur niðurstöðurnar fram á tvo vegu: á jákvæðan/bjartsýnan hátt og á neikvæðan/svartsýnan hátt.

Fleiri erfið verkefni

7-fjalla tölfraði

Verkefnið 7-fjalla-ferðin hefur verið skipulagt í Bergen í Noregi í næstum 60 ár. Tölfraðilegu upplýsingarnar hér á eftir sýna fjölda þátttakenda síðustu tíu árin sem þetta verkefni hefur verið á dagskrá.

Hvað finnst þér um myndritið sem gefur þetta yfirlit? Hvað er villandi og hvers vegna er það svo? Hvernig ætti frekar að sýna fjölda þátttakenda þannig að upplýsingarnar kæmu betur fram?



Bættu þig!

Blaðsíða 58–59

Ábendingar

4.72

Forrit til að telja ákveðin orð henta vel til að fá fram minni háttar tölfræðigögn en þau fylgja því miður almennt ekki ritvinnsluforritum. Ef nemendur hyggjast safna slíkum upplýsingum þurfa þeir í flestum tilvikum að telja orðin sjálfir.

4.73

Fleiri spurningar:

Hvaða ár var mesta breyting frá einu ári til annars? (1902–1903 og 1981–1982.)

Hver er spönn meðalhitans þau ár sem sýnd eru í myndritinu? (3,8 °C.)

4.74

- a Nákvæmni þarf að gæta þegar ártölin eru merkt á x-ásinn því ekki eru jafn mörg ár á milli ártalanna í töflunni.
- d Nemendur þurfa að athuga heimasíðu Hagstofu Íslands undir *Land og umhverfi/Úrgangur/ Magn úrgangs eftir uppruna 1995–2011*; síðan þarf að velja *Blandaður heimilisúrgangur og ártal* – þá fæst svarið í þúsundum tonna eða milljónum kílógramma). Þar næst þurfa þeir að finna íbúafjöldann undir *Mannfjöldi/ Lykiltölur mannfjöldans 1703–2014* og velja þar næsta ár á eftir árinu sem um ræðir og eininguna *Mannfjöldi 1. janúar*. (Með þessu er gert ráð fyrir að mannfjöldinn í lok hvers árs sé sá sami og 1. janúar næsta árs á eftir.)

Berðu saman tölfræðilegu upplýsingarnar fram til 2011. Hefur sorpið aukist eða minnkað? Hvers vegna heldurðu að þróunin sé eins og raun ber vitni?

4.75

- b Hornklofinn í flokknum [30–36> þýðir að ökuhraði frá og með 30 km/klst. til og með 35 er í þessum flokki. Hraðinn 36 km/klst. er í næsta flokki, [36–41>.
- c Hér eru margir svarmöguleikar varðandi það hve hratt hefur verið ekið.

Grundvallarfærni

Túlkun á myndritum og kynning talna úr töflum.

Nemendur eiga að leggja mat á og íhuga upplýsingar um hita, magn sorps á næstu árum og um hve hratt þeir sem fengu sektir vegna hraðaksturs hafa ekið. Í öllum þessum verkefnum eiga nemendur að gera mat og kannanir til að finna möguleg svör. Ekki er aðeins um eitt rétt svar að ræða.

Nemendur nota netið og finna hvaða sektir eru lagðar á hraðakstur á svæðum þar sem hámarkshraði er 60 km. Þessar upplýsingar má fá á heimasíðu Samgöngustofu þar sem velja má orðið „sektarreiknir“ í leitinni. Þar má slá inn hámarkshraða og akstur yfir hámarkshraða; þá birtist sektarupphæðin. Síðan búa nemendur til tröppurit sem sýnir þessar upplýsingar.

Ýmis verkefni með bls. 12–13

Buxnalitur

Nemendur gera könnun um lit á buxum bekkjarfélaganna og nemenda í annarri bekkjardeild. Síðan bera þeir saman niðurstöðurnar í tíðnitöflu og hafa einn dálk fyrir hlutfallstíðni. Þeir búa til spurningar út frá töflunum og finna svör við spurningunni: Í hvorri bekkjardeildinni eru bláar buxur vinsælli?

Hlutfallstíðni í skólanum

Ef nemendum í skólanum er skipt í bekkjardeildir eða hópa er gjarnan reynt að skipta strákum og stelpum eins jafnt og hægt er en oft er munur á árgöngum og flutningar að og frá hverfinu geta breytt tölunum. Nemendur fá blað frá skrifstofu skólans um fjölda stráka og stelpna í hverri bekkjardeild. Síðan bera þeir saman bekkjardeildir og árganga. *Er strákum og stelpum raðað jafnt eða er mikill munur þar á?*



Blaðsíða 60–61

Ábendingar**4.76**

Ef nemandinn hefur skilið hin mismunandi gildi sem sýna miðsækni og dreifingu er töflureiknir gott og skilvirkt tæki þegar gagnasöfn eru stór.

4.77

Þetta verkefni hentar vel til að leysa í töflureikni.

4.78

Viðbótarspurning: *Finndu spönnina og miðgildið.*

Grundvallarfærni

Í mörgum þessara verkefna á að finna miðsæknigildi til að nemendur kynnist betur tölfræði. Hvað er algengast, hvað er ólíkt o.s.frv. Margs konar minni háttar útreikninga þarf að framkvæma til að finna svörin við þessum atriðum.

Þjálfðu hugann

Blaðsíða 62–63

Ábendingar

Öll verkefni á bls. 62 henta vel til skýrslugerðar eða ritgerðar.

4.80

Tillaga að könnunarverkefni:
Hve mikinn tíma notar nemandi í 8. bekk að meðaltali á samskiptamiðlunum?

Hve mikill munur er á þeim tíma sem nemendur í skólanum nota á dag á samskiptamiðlunum?

Hvor hópurinn notar meiri tíma á samskiptamiðlunum, stelpur eða strákar í 8. bekk?

Oft getur komið sér vel að gera tilraun með spurningakönnun í litlum hópi áður en maður framkvæmir könnunina í heild. Þá á hin litla „tilraunakönnun“ að draga fram í dagsljósið óskýrar spurningar og aðra galla sem gott er að laga til þess að könnunin verði eins vönduð og unnt er.

4.81

Á vef Veðurstofu Íslands er hægt að fá yfirlit yfir ýmsar staðreyndir um veðrið.

4.82

Á vef Hagstofu Íslands má fá margvíslegt talnaefni um kvikmyndaaðsókn, kvikmyndahús o.m.fl. undir hleknum *Fjölmíðlun og menning*.

4.83

Þetta verkefni hentar vel til samvinnu við íþróttakennara og þá má safna upplýsingum í íþróttatíma.

4.84

Gott er að láta nemendur teikna til að fá yfirlit yfir bræður og systur í þessu verkefni.

4.85

Að reikna tíma krefst skilnings á því að tímaútreikningur með klukku er blanda af tugakerfinu og kerfi með grunntölunni 60. Nemendur verða að muna að það eru 60 sekúndur í 1 mínútu og 60 mínútur í 1 klukkustund.

4.86

Taka þarf með í reikninginn – þegar aldur er reiknaður – að tíminn líður!

Algebra fjallar meðal annars um að þekkja mynstur og að geta alhæft um talnareikning. Þess vegna hefst kaflinn á myndtölum og talnamynstrum þar sem nemendur eiga að geta lýst mynstrunum með orðum og formúlum. Auk þess inniheldur kaflinn reglur í bókstafareikningi, kynningu á notkun sviga og bókstafa og einföldum 1. stigs jöfnum. Nemendur eiga að fá þjálfun í að breyta setningum, sem skráðar eru með orðum, í stærðfræðilegar setningar eða reglur sem skráðar eru með táknum og bókstöfum – og öfugt.

Forþekking

- Talnaskilningur
- Skilvirkar hugareikningsaðferðir (reikniaðgerðirnar fjórar)
- Reglur um röð aðgerða
- Veldi

Fagleg tengsl

Hér er um inngang að algebru og jöfnum að ræða. Í 9. og 10. bekk verður fjallað meira um algebru og haldið áfram með jöfnur. Þegar nemendur hafa lært um föll munu þeir geta leyst jöfnur með grófum og séð tengsl milli línulegra falla og 1. stigs jafna. Algebra er nytsamleg og mikilvæg fyrir reikning með formúlum, bæði í stærðfræði og náttúrufræði.

Notkun í daglegu lífi

Þótt einhverjum finnist algebra fræðileg má nota hana við hversdagslegar aðstæður. Algebra er afar áhrifamikil tæki til að sanna og alhæfa um tengsl í stærðfræði. Í hversdagslífinu getum við meðal annars þurft að nota formúlur og skilja stærðfræðilíkön sem tengjast launum og fjármálum. Við margs konar hversdagslegar aðstæður getum við þurft að nota jöfnur. Til að leysa jöfnur þurfum við að nota þekkingu okkar í algebru.

5

Algebra og jöfnur

Blaðsíða 64–65

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Að lesa úr töflum, algebrustæðum, jöfnum og formúlum; góð æfing felst í að lesa úr uppsettum jöfnum ásamt því að lesa og túlka úppsettar jöfnur.

Munnleg færni

Nemendur þurfa að fá þjálfun í að útskýra talnamynstur með orðum; þeir geta gert talnagaldra hver fyrir annan (sjá bls. 104–105) og útskýrt hvers vegna þeir virka og ekki síst rætt um mismunandi leiðir til að átta sig á mynstrum.

Rétt er að þjálfna nemendur í að útskýra hver fyrir öðrum hvernig þeir leysa jöfnur. Auk þess geta þeir útskýrt munnlega hvers vegna lausnin, sem þeir komast að, er rétt. Þegar nemendur eiga að leysa úppsettar jöfnur geta þeir rætt saman um hvað textinn þýðir og hvernig megi túlka textann sem jöfnu með táknum og tölum.

Skrifleg færni

Nemendur búa til töflur, teikna myndir, lýsa mynstrum skriflega með orðum og formúlum; skrá lausnir jafna og prófa hvort lausnin er rétt; þeir skrifa texta til að leysa úppsettar jöfnur.

Stafræn færni

Töflureikni má nota til að búa til og átta sig á talnamynstrum og talnarunum og til að prófa formúlur.

Reikningsfærni

Reikningur með tölum og táknum þar sem mestu skiptir að átta sig á mynstri og geta alhæft. Að leysa jöfnu og að gæta þess að áfram sé jafnt báðum megin við jöfnumerkið. Jafn mikið heldur áfram að vera jafn

mikið ef sömu reikniaðgerðirnar eru gerðar báðum megin við jöfnumerkið.

Að leysa mörg svipuð dæmi mun auka færnina. Nemendur þurfa að leysa mörg dæmi – einnig eftir að þeir hafa skilið aðferðina.

Faglegt innihald

- Kynning á talnamynstrum.

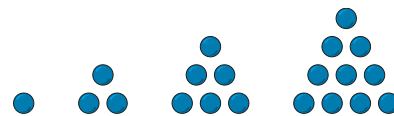
Ábendingar

Stærðfræðiorð

Hvetja þarf nemendur til að hugsa um hvað stærðfræðiorðin þýða. Gott er að tveir og tveir nemendur vinni saman að því að útskýra hvor fyrir öðrum hvað hugtökin merkja. Nemendur útskýra þá tvö orð sem þeir vita hvað þýða og finna tvö hugtök hverra þýðingu þeir eru ekki vissir um. Síðan ræða þeir um þessi orð með öllum nemendahópnum. Kennari þarf að vera á verði og uppgötva ef um misskilning meðal nemenda er að ræða.

Könnunarverkefni

Keilumyndinni og byrjunarverkefninu er ætlað að sýna tengsl við talnamynstur og myndtölur. Myndtölur eru þær tölur sem mögulegt er að sýna með rúmfræðilegu mynstri sem til dæmis er gert úr punktum. Stærðfræðingurinn Jakob Bernoulli lýsti þríhyrningstölum sem summu heilla talna sem koma hver á eftir annarri. ($1 + 2 = 3$; $1 + 2 + 3 = 6$; $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ o.s.frv.) Þríhyrningstölurnar má teikna með punktum, þannig:



Þríhyrningstölurnar samsvara fjölda punkta í hverjum þríhyrningi, þ.e. 1, 3, 6, 10 ...

Þetta er sama mynstur og keiluflokkunum er raðað í. Þegar lengra líður á kaflann munu nemendur fást við fleiri mismunandi myndtölur og talnamynstur. Margir hafa lýst stærðfræði þannig að þar fari fram rannsóknir á mynstrum og kerfum og tengslum mynstra. Að bera kennsl á mynstur og lýsa mynstri með orðum og táknum leggur grunninn að skilningi á stærðfræði.

Ábending um lestrarefni: Anthony Orton: *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. Cassell, 1999.

Tillaga að spurningum til nemenda:

- *Getur einhver gefið mér dæmi um talnamynstur?* (Ef til vill svarar einhver: 4, 6, 8 ... eða nefnir einhverjar aðrar talnarunur úr margföldunartöflunum.)
- *Hvað einkennir þetta talnamynstur?* (Í dæminu hér á undan er mismunur tveggja talna, sem koma hver á eftir annarri, 2.)
- *Er hægt að reikna út tölurnar í talnamynstrinu? Getur þú til dæmis sagt mér hver 10. tala í talnamynstrinu þínu er?* (Í dæminu hér á undan er tala númer 10 jafnt og $2 \cdot 10 = 20$.) Hver tala er tvöfalt sætisnúmerið sem hún hefur í talnaruninni.

Nemendur búa til talnarunur hver handa öðrum. Þeir skrifa upp fimm fyrstu tölurnar. Sessunauturinn á síðan að finna næstu tölu.

Nemendur geta notað kubba til að búa til mynstur. Þeir teikna mynstrin og skrifa fjölda kubba undir hvert mynstur. Síðan útskýra þeir mynstrin sín hver fyrir öðrum.

Gott er að nota talningarkubba til að svara eftirfarandi spurningum:

- *Hve margar keilur þarftu ef þú átt að raða keilum í 7 raðir?*
- *Hve margar raðir eru í keilupríhyrningi ef þú notar 55 keilur?*

Ýmis verkefni

Kennari spyr spurninga sem þessara:

- *Hvað gerist ef við röðum þríhyrningunum hverjum ofan á annan?* (Sá minnsti er efst með 1 punkt, næst 3 punktar, síðan 6, þar næst 10 o.s.frv. Þetta verða píramídar með $1 + 3 + 6 + 10 + \dots$ punktar, allt eftir því hve marga þríhyrninga við leggjum hvern ofan á annan.)
- *Hvað ef við leggjum þríhyrningana hvern upp við annan?* (Þá myndast tíglar. Talnamynstrið er þá úr ferningstölunum, 4, 9, 16 ...)

Faglegt innihald

- Að lýsa myndum og mynstrum með tölum
- Nota orð til að lýsa hvernig tölur mynda mynstur

Búnaður

- Eldspýtur
- Efni til að telja, t.d. kubbar, hnappar eða myntir
- kubbar til að byggja úr, t.d. legókubbar

Að rannsaka mynstur

Blaðsíða 66–67

Æfingahefti

5.1, 5.2, 5.3, 5.4

5.13

5.26, 5.27

Ábendingar

Gott er að byrja á því að kynna myndtölur fyrir nemendum. Kennari forðast að útskýra hvað myndtölur eru. Nemendur munu uppgötva það ef kennari notar sýnidæmi 1 til kynningar á fyrirbærinu. Byrja má á að sýna mynd 1 með kubbum eða teikna þá á töfluna. Hér eru tillögur að spurningum í samræðum kennara og nemenda:

Hefur einhver tillögu að myndtölu fyrir þessa mynd?

Nemendur munu líklega svara 4. Kennari spyr hvers vegna þeir nefni töluna 4. Þá munu þeir svara að myndin sé búin til úr fjórum hringjum. Kennari og nemendur þurfa að verða sammála um að myndtalan segi til um fjölda eininga (hringja/kubba) sem myndin er gerð úr.

Kennari býr til mynd 2.

Er einhver með tillögu að myndtölu fyrir þessa mynd?

Nemendur svara 7. Kennari skrifar myndtölurnar undir myndirnar og býr til töflu sem hann fyllir út jafnóðum:

Númer myndar:	1	2	3	4
Myndtala:	4	7	10	13

Þannig heldur kennari áfram þar til nemendur geta lýst og sagt fyrir um myndtölu næstu myndar.

Getur einhver lýst talnamynstrinu sem kemur fram?

Nemendur geta til dæmis sagt að myndtölurnar stækki um 3 með hverri mynd.

Eftir þetta geta nemendur unnið verkefni 5.1 og 5.2.

Áður en haldið er áfram með næstu opnu lesa kennari og nemendur markmiðin saman. Kennari vekur athygli á sagnorðunum í markmiðunum þremur: bera kennsl á, halda áfram með, útskýra. Nemendur

ræða saman um merkingu þessara markmiða.

Hver er munurinn á að útskýra hvernig mynstur er byggt upp með orðum eða með formúlu og táknum/tölustöfum? Gott er að miða við þekkt talnamynstur, til dæmis sléttar tölur, til að útskýra muninn. Með orðum má útskýra mynstur þannig:

Tölurnar eru þær tölur sem við fáum þegar við teljum aðra hverja tölu. Nemendur geta ef til vill sagt að formúlan sé tvítaflan og skráð með táknum þannig: $2 \cdot n$. Ef enginn nefnir þetta getur kennari skrifað formúluna og spurt nemendur hvaða tölur komi fram þegar $n = 1, 2, 3$ o.s.frv. Kennari útskýrir fyrir nemendum að þeir eigi að læra að setja fram formúlur sem þessa.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni og munnleg færni: Nemendur sitja saman tveir og tveir þegar þeir leysa verkefni. Fyrst lesa þeir verkefnið. Síðan búa þeir myndirnar til með kubbum, teikna þær eða láta nægja að útskýra hvor fyrir öðrum hvernig myndirnar stækka. Nemendur æfa sig í að lýsa mynstrinu með orðum.

Einfaldari verkefni

Kennari bendir nemendum á að þeir geti búið til töflu þegar leysa skal verkefni 5.1:

Hæð nr.	Fjöldi kubba
1	8
2	13
3	

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Þegar hingað er komið má hvetja nemendur, sem ráða við erfiðari verkefni, til að finna formúlur fyrir

talnamynstrin. Formúlan fyrir myndtölurnar í sýnidæmi 1 er $1 + 3n$ þar sem n táknar myndnúmerið. Formúlan fyrir myndtölurnar í 5.1 er $3 + 5n$ þar sem n er myndnúmerið. Formúla fyrir myndtölurnar í 5.2b er $1 + 3n$ þar sem n er myndnúmerið. Í 5.2d er formúlan $1 + 5n$.

Kennari biður nemendur að finna til dæmis myndtölu númer 18 og summu fyrstu tíu myndtálnanna.

Að skipta konfektmolum

Nemendur sitja í þriggja manna hópum. Hver hópur á að fá tíu kubba.

Verkefni:

Þið eigið að skipta þessum „konfektmolum“ milli ykkar. Á hve marga vegu er það hægt ef allir eiga að fá að minnsta kosti einn mola?

Nemendur munu smám saman finna út að þetta má gera á $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$ vegu. Ef einn nemandi fær einn mola er útkoman sú að þetta má gera á átta mismunandi vegu:

1–1–8 1–3–6 1–5–4 1–7–2
1–2–7 1–4–5 1–6–3 1–8–1

Ef einn nemandi á að fá tvo mola verður útkoman sú að það eru sjö mismunandi möguleikar:

2–1–7 2–3–5 2–5–3 2–7–1
2–2–6 2–4–4 2–6–2

Þegar nemendur hafa áttað sig á að það eru 36 mismunandi leiðir til að skipta molunum má biðja þá að vinna skipulega að því að skipta þremur molum, fjórum, fimm o.s.frv. Þá komast þeir vonandi að því að fjöldi leiða til að skipta molunum endurspeglast í prífyrningstölunum (mismunur milli talna í talnarununni stækkar um einn með hverri tölu).

Faglegt innihald

- Kynning á hvernig skrá má myndtölur með táknum

Búnaður

- Kubbar og pinnar handa nemendum sem þess þurfa

Blaðsíða 68–69

Æfingahefti

5.5, 5.6, 5.7

5.14, 5.15

5.28, 5.29, 5.30

Ábendingar

Hér hefur orðið fyrir valinu að kynna notkun bókstafa og lágvísa (eða hnévísa). Þetta mun hafa í för með sér að notkun slíkra tákna síðar á námsferlinu verður auðveldari. Því fyrr sem nemendur skilja merkingu tákna sem þessara og átta sig á kostum þeirra því eðlilegra finnst þeim að nota þau bæði í stærðfræði og öðrum námsgreinum. Nemendur munu kynnast slíkum táknum í töflureikni og á flóknari vasareiknum og tölvuforritum. Kennari útskýrir á einfaldan og skýran hátt að bókstafurinn m táknar myndtala, lágvísirinn táknar myndnúmerið og m_n merkir þá myndtala númer n . Kennari ræðir við nemendur um talnamynstrið í sýnidæmi 3.

Útskýrðu talnamynstrið með orðum. (Tölurnar stækka um tvo með hverri nýrri tölu. Fyrsta talan er þrír.)

Hvernig getur þú reiknað út myndtölu í þessu mynstri? (Talan fyrir framan plús tveir.)

Er hægt að reikna út myndtölu ef þú veist aðeins hver fyrsta talan er og að tölurnar stækka um tvo með hverri nýrri tölu? ($3 + 2$ sinnum „eins oft og þurfa þykir“.)

Síðan fer kennari með nemendum í gegnum sýnidæmi 3 eða lætur þá gera það í litlum hópum.

Grundvallarfærni

Skráning með táknum í stærðfræði er mikilvæg reikningsfærni.

Munnleg eða skrifleg færni: Kennari endursegir jöfnu eins og þessa, $m_n = 3n - 1$, með orðum (myndtala númer n er jafnt og þrisvar sinnum myndnúmerið mínus 1). Annað dæmi:

„Myndtala númer n er jafnt og myndnúmerið deilt með 2 ($m_n = \frac{n}{2}$). Ef einhverjum nemendum finnst erfitt að nota almennar formúlur (t.d. $m_5 = 3 \cdot 5 + 1$) getur kennari frekar sagt: „Myndtala númer 5 er jafnt og þrisvar sinnum 5 plús 1“ o.s.frv.

Auðveldari verkefni

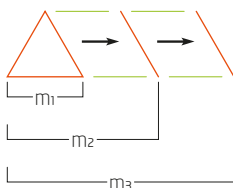
Kennari býr til setningar sem fela í sér sömu merkingu og formúlur og tákni. Nemendur, sem geta ekki skilið táknið, geta látið nægja að lýsa mynstrinum með orðum og setningum.

Varðandi sýnidæmi og verkefni er áþreifanlegra að hafa pinna og ferningslaga kubba fyrir framan sig til að geta hreinlega búið mynstrið til og skoðað það á áþreifanlegan hátt. Nemendur skrifa myndtölurnar sem talnarunur og lýsa talnamynstrinum með orðum.

Erfiðari verkefni

Nemendur geta lýst myndtölunum grafískt, þ.e. í hnitakerfi, þar sem myndnúmerið er skráð á x -ásinn og myndtalan á y -ásinn, sjá bls. 38. Þar næst geta þeir lýst því hvað er líkt og hvað ólíkt með hinum mismunandi talnamynstrum.

Mynstrinu í sýnidæmi 3 má lýsa þannig:



Við hliðrum pinnanum hægra megin til hægri og bætum tveimur nýjum pinnum við í hverri mynd.

Ýmis verkefni

Nemendur búa til myndir sem passa við talnamynstrin í verkefni 5.4.

Nemendur geta skrifað formúlur fyrir myndtölurnar í talnarununum í verkefni 5.4. Taflan hér á eftir sýnir formúlur allra talnarunanna.

5.4

a	$1 + 4(n - 1) = 4n - 3$
b	$10n$
c	n^2
d	$100 - 2(n - 1) = 102 - 2n$
e	$2 + 5(n - 1) = 5n - 3$
f	$5 + 10(n - 1) = 10n - 5$
g	$\frac{n(n-1)}{2}$ (erfitt)
h	$1007 - 6n$
i	$(2n - 1)^2$
j	$\frac{n(n-1)}{2}$ (erfitt)
k	$2 \cdot 5^{n-1}$
l	$\frac{9}{3^{n-1}} = 3^{3-n}$ (erfitt)

Faglegt innihald

- Tengsl milli mynda, talnamynsturs og formúlu
- Að skrá setningu með táknum og öfugt

Búnaður

- Pinnar eða eldspýtur handa nemendum sem hafa gagn af slíku

Æfingahefti

5.8, 5.9, 5.10

5.16, 5.17

5.31

Ábendingar

5.6

Litunum í myndunum er ætlað að sýna hvaða einingar endurtaka sig í hinum mismunandi myndum.

5.7

Einhverjir nemendanna hafa ef til vill þegar unnið þessi verkefni, sjá kaflann *Erfiðari verkefni*, bls. 37.

Bls. 71

Gott er að nemendur sitji saman tveir og tveir til að lesa og ræða saman um hvernig Stígur og Garðar hugsa. Einhverjir munu skilja þetta betur ef þeir fá í hendur pinna til að búa mynstrin til eða teikna þau sjálfir.

Grundvallarfærni

Að lýsa talnamynstri með formúlu og orðum, bæði munnlega og skriflega.

Að lesa og túlka mismunandi formúlur fyrir sama mynstur.

Auðveldari verkefni

Nemendur búa til myndirnar með pinnum eða kubbum, skrá myndtölurnar sem talnarunur og lýsa talnamynstrinum með orðum.

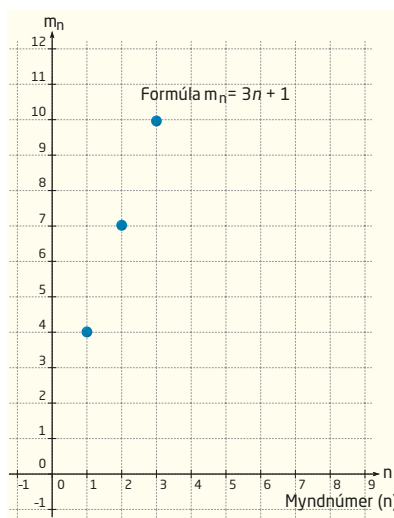
Einhverjir nemendur munu hafa gagn af því að búa mynstrin til með pinnum. Gott er að nota mismunandi liti.

Nemendur skrifa upp fyrstu myndtölurnar og lýsa talnamynstrinu með orðum. Gott er að búa til með pinnum einfaldar myndir sem passa við talnamynstrin í verkefni 5.7. Kennari hvetur nemendur til að skoða mynstrin á ýmsa vegu. Að lokum lýsa þeir mynstrinum með orðum.

Erfiðari verkefni

Nemendur geta sýnt myndtölurnar á grafískan hátt, þ.e. í hnitakerfi, þar sem myndnúmerið er á x-ásnum og myndtölurnar á y-ásnum. Því næst geta þeir lýst hvað er líkt og hvað er ólíkt með hinum ýmsu talnamynstrum.

Dæmi: Nemendur munu komast að raun um að mörg talnamynstrin mynda beinar línur.



Kennari biður nemendur að reikna út úr algebrustæðum Stígs og Garðars og sýna að þær séu jafnar. Seinna í kaflanum verða reiknireglur í bókstafareikningi teknar fyrir.

Kennari tekur fram einhver spjöldin í spilinu á bls. 73. Hann hvetur nemendur til að finna næstu myndtölu, lýsa talnamynstrinu og finna formúlu fyrir myndtölurnar.

Ýmis verkefni

Eigin mynstur nemenda

Nemendur búa til ný mynstur. Þeir tilgreina myndtölurnar með orðum eða formúlum. Þeir geta notað pinna eða kubba til að búa myndirnar til;

þeir geta einnig teiknað myndirnar á rúðustrikað blað.

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Annar finnur upp nýtt mynstur og tilgreinir myndtölurnar með orðum. Gott er að nota pinna eða kubba til að búa myndirnar til en einnig má teikna myndirnar á rúðustrikað blað. Hinn nemandinn skráir formúluna.

Annar lýsir mynstrinu með orðum. Hinn á að skrá mynstrið með táknum. Því næst ræða þeir um hvort formúlurnar eru réttar. Að lokum skipta þeir um hlutverk.

Faglegt innihald

- Mismunandi algebrustæður sem lýsa sama talnamynstri
- Tengslin milli mynda, myndtalna, talnamynstra og formúlna
- Formúlur fyrir myndtölur og talnamynstur (almennar formúlur)

Búnaður

- Ef til vill pinnar
- Myndtöluspjöld, verkefnablöð 1.5.1

Blaðsíða 72–73

Æfingahefti

5.11

5.18

5.32

Ábendingar

Myndtölur

Spilið þjálfar nemendur í að sjá tengslin milli mynda, myndtalna, talnamynstra og formúlna.

Nemendur geta farið í spilið áður en þeir byrja á kaflanum *Algebrustæður* (á bls. 78) en gott getur verið að útskýra hvernig maður setur náttúrulega tölu inn í formúlurnar til að fá út myndtölurnar. Í dæminu, sem sýnt er í textanum, getur nemandinn útskýrt að

$$\frac{(1+n)n}{2}$$

þegar $n = 1$

verður

$$\frac{(1+1) \cdot 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Ef $n = 2$

verður stæðan

$$\frac{(1+2) \cdot 2}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

og þannig áfram. Þetta passar við myndtölurnar.

Einfaldari verkefni

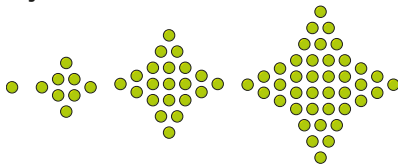
Spilið *Myndtölur* má einfalda með því að fjarlægja formúluspjöldin. Þá verða bara tvö spjöld í hverjum slag.

Afbrigði af spilinu: Formúluspjöldin eru fjarlægð. Nemendur vinna saman tveir og tveir að því að finna pör úr myndaspjaldi og töluspjaldi sem eiga saman. Báðir nemendurnir þurfa að vera sammála um að spjöldin passi saman og geta útskýrt hvers vegna svo er.

Erfiðari verkefni

Nemendur setja fram tillögu um fleiri spjöld í spilinu *Myndtölur*. Smám saman má þannig bæta fleiri slögum við spjöldin.

Stjörnutölur



Nemendur skoða stjörnumyndirnar hér fyrir ofan. Þeir finna myndtölur stjarnanna í fjórum fyrstu myndunum.

Nemendur teikna tvær næstu stjörnumyndir og finna myndtölur þeirra.

Nemendur útskýra – með orðum og/eða formúlum – hvernig stjörnumyndirnar eru byggðar upp.

Ýmis verkefni

Nemendur nota aðeins mynda-spjöldin. Þeir leggja niður eitt og eitt spjald. Sá fær stig sem er fyrstur að nefna næstu tölu.

Samvinna um að fá slag

Nemendur leggja öll spjöldin úr spilinu *Myndtölur* upp í loft á borðið. Síðan vinna þeir saman tveir og tveir og finna út hvaða þrjú spjöld passa saman. Þeir þurfa að vera sammála um að svo sé og geta útskýrt hvers vegna. Nemendur sameina öll spjöldin þrjú, sem passa saman, í einn slag.

Reikna út úr formúlu

Nemendur nota bara formúluspjöldin úr spilinu á bls. 73. Síðan eiga þeir að búa til töflu eins og þessa:

Formúla				
$n = 1$				
$n = 2$				
$n = 3$				
$n = 4$				
$n = 5$				

Faglegt innihald

- Rakningarformúlur og beinar formúlur fyrir talnamynstur/myndtölur

Búnaður

- Reiknivél/vasareiknir
- Ef til vill ferningslaga kubbar

Æfingahefti



5.19, 5.20, 5.21



5.28, 5.29, 5.30,
5.31, 5.32, 5.33,
5.34, 5.35

Blaðsíða 74–75

Ábendingar

Formúlur fyrir talnamynstur/ myndtölur geta verið svokallaðar *rakningarformúlur* (sbr. „rekja sig áfram“) en átt er við að hver tala í talnarununni er reiknuð út frá þeirri tölu sem er næst á undan í röðinni. Formúlur geta einnig verið svokallaðar *beinar formúlur*.

Rakningarformúla segir til um hvernig þú átt að finna næstu myndtölu út frá tölunni á undan. Maður verður sem sagt að vita hver er fyrsta talan í mynstrinu, m_1 . Rakningarformúlur eru gagnlegar þegar finna skal allar tölurnar í réttri röð eða ef til vill skrá í töflureikni sem telur allar tölurnar upp. Bein formúla felur í sér möguleikann á að finna hvaða tölu sem er í mynstrinu án þess að vita hverjar hinar tölurnar eru.

Einhverjir nemendur munu eiga erfitt með að setja fram almenna formúlu. Það er stórt skref milli þess að geta fundið næstu tölu og þess að búa til almenna formúlu/reglu og enn stærra skref milli þess að geta lýst mynstrinu með orðum og þess að búa til formúlu með táknum. Gott er að nemendur útskýri hver fyrir öðrum. Einnig getur kennari dregið úr „hræðslu“ nemenda við notkun tákna með því að lesa þau upphátt.

Til dæmis getur hann lesið formúluna $m_n = n^2$ þannig:

Myndtalan er myndnúmerið sett í annað veldi.

Rakningarformúluna $m_n = m_{n-1} + (2n - 1)$ má lesa þannig:

Myndtalan er fyrri myndtala plús oddatalan sem þú færð með því að tvöfalda myndnúmerið og draga síðan 1 frá.

Gott er að nemendur æfi sig í að „þýða“ formúlur með táknum yfir í setningar – og öfugt.

5.10c, d og e

Nemendur geta notað reiknivél/ vasareikni við þessi dæmi.

Það er glæsileg niðurstaða ef nemendur finna að summa oddatalna, sem koma hver á eftir annarri, verður ferningstala. Auk þess að sjá það með því að búa til myndir eins og hér er gert má sýna það með því að nota formúlu fyrir summu talna í talnaröð:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$$

$$= \frac{1 + (2n - 1)}{2} \cdot n = \frac{2n}{2} \cdot n = n^2$$

Grundvallarfærni

Reiknings- og skriftarfærni nemenda má þjálfra með því að þeir búi til formúlur sem lýsa talnamynstrum.

Munnleg færni nemenda má æfa með því að þeir lýsi talnamynstrum með orðum.

Stafræna færni nemenda má æfa með því að þeir finni út hvenær hagkvæmt er að nota reiknivél.

Einfaldari verkefni

Þegar hér er komið sögu er líklegt að einhverjir nemendur ráði ekki við að búa til eða nota formúlur með táknum. Þeir geta þá haldið áfram að lýsa talnamynstrum með eigin

orðum. Einhverjir nemendanna munu einnig hafa gaman af því að nota ferningslaga kubba til að búa mynstrin til.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur æfa sig í að búa til beinar formúlur og rakningarformúlur með táknum. Þar næst eiga þeir að skrifa tíu fyrstu tölurnar í viðkomandi talnamynstri.

Gott er að nemendur vinni saman. Þeir búa þá til talnamynstur eða myndir hver handa öðrum. Síðan skiptast þeir á mynstrum og finna rakningarformúluna og beinu formúluna fyrir mynstur bekkjarfélagsins. Þeir munu að líkindum ekki geta fundið formúlur fyrir einhver mynstranna en þá er rétt að þeir lýsi mynstrunum með orðum.

Rétthyrningstölur

Rétthyrningstölurnar má sýna með rétthyrningum þar sem lengdin er einni einingu lengri en breiddin. Minnsta rétthyrningstalan er 2 ($1 \cdot 2$). Gott er að nota rétthyrnings-tölurnar til að sýna muninn á rakningarformúlu og beinni formúlu:

Prep	Fjöldi	Fyrri + fleiri	Ferningur + dálkur
1	2	★★	★★
2	6	★★★ ★★★	★★★ ★★★
3	12	★★★★ ★★★★ ★★★★	★★★★ ★★★★ ★★★★
4	20	★★★★★ ★★★★★ ★★★★★ ★★★★★	★★★★★ ★★★★★ ★★★★★ ★★★★★
5	30	★★★★★★ ★★★★★★ ★★★★★★ ★★★★★★ ★★★★★★	★★★★★★ ★★★★★★ ★★★★★★ ★★★★★★ ★★★★★★
		Rakningarformúla	Bein formúla
n	T_n	$T_{n-1} + 2n$	$n^2 + n$

Faglegt innihald

- Rakningarformúlur og beinar formúlur

Búnaður

- Ef til vill pinnar, kubbar eða rúðustrikuð blöð

Blaðsíða 76–77

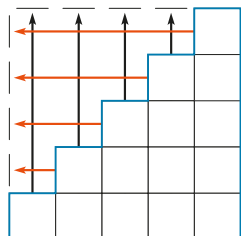
Ábendingar

Sjá ábendingar á opnunni á undan.

5.11

Benda þarf nemendum á að aðeins skal telja bláu pinnana. Hvetja þarf nemendur til að átta sig á hvernig búa má til næstu mynd út frá fyrri myndinni. *Hvað þarf miklu fleiri bláa pinna?*

Ef nemendur eiga að finna beina formúlu skiptir máli að sjá tengslin milli myndnúmersins og fjölda blárra pinna. Auðvelt er að sjá að fjöldi blárra pinna samsvarar því að maður ætli að búa til ramma utan um ferninga þar sem hliðarnar eru 1, 2, 3, 4 o.s.frv. pinnar á lengd. Maður þarf bara að hugsa sér að pinnarnir í þrepunum séu færðir til eins og sést hér á myndinni:



5.12

Í þessu verkefni eiga nemendur sjálfir að ákveða hvernig blómið vex. Þeir munu fá mismunandi talnamynstur allt eftir því hvernig blómið stækkar.

Grundvallarfærni

Að skrifa útskýringar og almennar formúlur fyrir talnarunu æfir nemendur í að skrá lýsingu á mynstri.

Einfaldari verkefni

Einhverjum nemendum mun vera hjálp í því að nota pinna og kubba. Sumir geta teiknað á rúðustrikuð blað.

Nemendur nota myndir og myndtölur án þess að styðjast við formúlur. Gott er að láta nemendur nota stærðfræðitáknið fyrir myndtölur (m_n).

Erfiðari verkefni

5.13g

Einhverjum nemendum kann að detta í hug að leggja saman tölurnar frá hvorum enda í talnaröðinni, til dæmis þannig:

$$\begin{aligned} 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 24 &= \\ (6 + 24) + (10 + 22) + (14 + 18) &= \\ 3 \cdot 32 &= 96 \end{aligned}$$

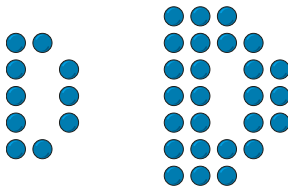
Nemendur æfa sig í að leggja saman talnaraðir þar sem sami mismunur er milli tveggja talna sem eru hlið við hlið.

Víkka má út verkefni 5.11 með því að búa til talnamynstur úr öllum pinnunum, ekki aðeins þeim bláu. Þeir finna formúlur og svara spurningunum miðað við það mynstur.

Ýmis verkefni

Mynstur með bókstöfum og tölum

Nemendur búa til mynstur með bókstöfum og tölum, einföldum og tvöföldum, fylltum og lokuðum, svo og opnum.



Æfingahefti

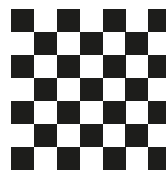
5.12

5.22, 5.23, 5.24, 5.25

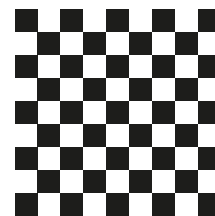
5.36, 5.37, 5.38, 5.39

Taflborð

Nemendur kanna fjölda svartra reita á „taflborðum“ af mismunandi stærð. Myndin hér fyrir neðan sýnir „taflborð“ númer 4 og 5. Nemendur teikna „taflborð“ nr. 1, 2 og 3. Þeir búa til töflu með myndtölum (fjöldi svartra reita) hvers myndar.



Mynd 4



Mynd 5

Nemendur gera töflu eins og þessa:

Myndnúmer, n					
Myndtala, m_n					
Mismunur $m_n - m_{n-1}$					

Kennari útskýrir fyrir nemendum að $m_n - m_{n-1}$ táknar mismuninn á myndtölunni og myndtölunni sem kemur næst á undan. Nemendur reyna að lýsa talnarununni með orðum og táknum.

Faglegt innihald

- Almennar formúlur fyrir talnamynstur
- Að þýða texta yfir í algebrustæðu
- Að nota bókstafi sem breytu í formúlu
- Að segja til um gildi algebrustæðu út frá mismunandi gildum á breytum

Búnaður

Sumir nemendur munu hafa gagn af ferningslaga kubbum til að skilja sýnidæmi 4

Algebrustæður

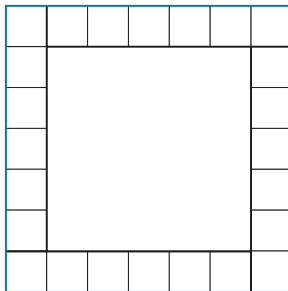
Blaðsíða 78–79

Ábendingar

Sýnidæmi 4

Nemendur teikna ramma á rúðustrikað blað eða búa þá til með kubbum. Margir nemendur munu eiga betra með að sjá hvernig mynstrið verður ef þeir geta búið það til á áþreifanlegan hátt. Kennari biður nemendur að finna aðrar aðstæður sem lýsa má með algebrustæðum.

Einhverjir nemendur munu ef til vill stinga upp á dæminu $4 \cdot 6$ og setja þá fram formúluna $4 \cdot (n + 1)$.



Þetta er ágætur grunnur til að ræða út frá hvers vegna aðferðirnar tvær eru jafn réttar. Nemendur hafa þegar fengist við slík verkefni í kaflanum *Mismunandi formúlur fyrir sama mynstur*, bls. 71.

5.14

- Hér hafa verið valdar heilar tölur sem gera reikninginn auðveldan.
- Hér eiga nemendur að deila með almennu broti til að finna fjöldann. Nemendur útskýra hvers vegna fjöldi perla verður tvöfalt stærri en lengd armbandsins segir til um.

- Nemendur eiga að finna stæðurnar

$$\frac{60}{k} \text{ og } \frac{24}{a}$$

fyrir keðju og armband og summu almennu brotanna til að finna fjölda perlanna samtals.

Kennari spyr nemendur:

Hvernig breytist fjöldi perla ef stærð þeirra eykst eða minnkar? (Því stærri sem perlurnar eru því færri perlur þarf – og öfugt.)

Gott er að kennari nefni að fjöldi perlanna sé í öfugu hlutfalli við stærð þeirra. Þetta atriði verður tekið fyrir í 10. bekk.

Grundvallarfærni

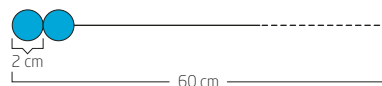
Skriftarfærni

Að skrá algebrustæður fyrir mynstur.

Auðveldari verkefni

Margir nemendur eiga í basli með að búa til almennar formúlur eða reglur. Nemendur endursegja reglurnar með orðum í stað þess að skrifa stæður með bókstöfum.

Kennari ræðir við nemendur um hugtakið „þvermál“ þannig að þeir skilji hvað verkefni 5.14 felur í sér. Kennari getur ef til vill teiknað mynd af 60 cm snúru og 2 cm perlum – til að gera verkefnið sýnilegt:



Erfiðari verkefni

Nemendur búa til verkefni sjálfir, skiptast á verkefnum og leysa þau.

Ýmis verkefni

Lýsa mynstri

Nemendur nota myndspjöldin (ekki formúluspjöldin) úr spilinu á bls. 73. Þeir draga eitt spjald hver, lýsa mynstrinu með orðum og skrifa algebrustæðu fyrir mynstrið. Síðan geta þeir notað formúluspjöldin sem svör.

Faglegt innihald

- Að breyta texta í algebrustæður með breytum
- Að breyta texta í algebrustæður og algebrustæðum í texta

Blaðsíða 80–81

Æfingahefti

5.40, 5.41

5.49, 5.50, 5.51

5.59

Ábendingar

Mikilvægt er að útrýma hræðslu nemenda við að nota bókstafi og algebrustæður. Leggja þarf áherslu á að nákvæmlega sömu reiknireglur gilda hvort sem notaðar eru tölur eða bókstafir. Bókstafina má hugsa sem tölur sem við vitum ekki gildi á.

5.16

Kennari getur bætt við spurningum: *Hverjar stæðnanna geta verið neikvæðar? Hvað þarf til að gildi þessara stæðna verði neikvætt?* (Dæmi: Stæðan í f-lið verður neikvæð nema því aðeins að Brandur (6) sé orðin 4 ára.)

Eru einhverjar stæðnanna þannig að gildi þeirra geti bara verið jákvæð? Hvers vegna er það svo?

Getur þú búið til stæðu með s og b sem alltaf verður neikvæð og útskýrt hvers vegna? (b – s verður alltaf neikvæð vegna þess að við vitum að Snati er eldri, $s > b$.)

Sýnidæmi 5

Kennari felur nemendum það verkefni að búa til samsvarandi töflu og reikna út gildi fyrir alla fjölskyldumeðlimi þeirra.

Grundvallarfærni

Lestarfærni: Að lesa algebrustæður og túlka þær og breyta í hversdagslegt tungutak.

Auðveldari verkefni

Sýnidæmi 5

Kennari getur sett verkefnin fram á annan hátt, t.d.:

- aldurinn núna plús 5
- aldurinn núna margfaldaður með 2
- aldurinn núna mínus 4
- aldurinn núna plús 20
- aldurinn núna deilt með 2
- aldurinn núna plús 6 tvisvar

g aldurinn núna mínus 2 tvisvar

5.15a

Fyrir nemendur, sem eiga erfitt með þetta verkefni, getur kennari búið til spjöld sem passa saman tvö og tvö. Skrifa má textann í fyrri dálkinum á spjöld í einum lit og öll svörin á spjöld í öðrum lit. Síðan eiga nemendur að raða saman spjöldunum sem lýsa því sama.

5.16

Ef nemendahópurinn er lítil má vinna þetta sem sameiginlegt verkefni. Kennari skrifar allar stæðurnar á töfluna eða á spjöld sem hann dreifir á gólfíð. Síðan býr kennari til og les upphátt texta við stæðurnar í tilviljanakenndri röð og nemendur eiga að velja af gólfinu – eða af töflunni – þá stæðu sem þeir telja að passi við það sem kennari segir. Einnig má láta nemendur til skiptis búa til texta við stæðu sem þeir velja sjálfir og hinir nemendurnir eiga síðan að finna hver stæðan er.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hver nemandi notar algebrustæðurnar í *sýnidæmi 5* og finnur svörin í öllum liðum a–g út frá eigin aldri og annars foreldranna.

Nemendur búa til verkefni með algebrustæðum handa bekkjarfélögum þannig að þeir skrifa setningar sem á að skrá sem algebrustæðu og öfugt.

Algebrubingó

Nemendur búa til bingóspjald með 4x4 reitum. Kennari skrifar 16 algebrustæður á töfluna. Nemendur raða þeim tilviljanakennt á bingóspjöldin sín. Kennari les upp verkefnin hér fyrir neðan – einnig í tilviljanakenndri röð. Nemendur krossa yfir viðeigandi svar á bingóspjaldinu sínu. Sá vinnur sem er fyrstur að fá fjóra í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Tillaga að verkefnum og svörum (sem ýmist má gera auðveldari eða erfiðari):

Svör: $t + 2$, $t - 1$, $\frac{t}{2}$, $t \cdot 4$, $t - 3$, $2t + 2$, $t - 4$, $3t$, $t + 3$, $\frac{t}{3}$, $2t + 4$, $t - 5$, $5t$, $2t - 1$, $\frac{t}{2}$, $2(t - 1)$

Verkefni:

Tveimur meira en talan,
einum minni en talan,
hellingurinn af tölunni,
fjórum sinnum talan
mismunurinn á tölunni og 3,
tvöföld en talan og 2 að auki,
4 minni en talan,
3 sinnum talan,
summan af tölunni og 3,
þriðjungurinn af tölunni,
4 meira en tvöföld talan
5 minni en talan,
5 sinnum talan,
1 minni en tvöföld talan
hellingurinn af tölunni,
tvöföld tala sem er 1 minni en talan.

Faglegt innihald

- Að breyta texta í algebrustæður með breytum
- Að breyta texta í algebrustæður og algebrustæðum í texta

Æfingahefti

- 5.42, 5.43, 5.44
- 5.52, 5.53
- 5.60

Blaðsíða 82–83

Ábendingar

5.19

Nemendur munu ef til vill standa í þeirri trú að svarið eigi að vera tala. Kennari þarf að benda þeim á að svarið á að vera algebrustæða.

5.20

Reynsla nemenda af því að reikna út úr a-lið á að hjálpa nemendum til að búa til algebrustæðuna í b-lið.

5.21b

Ef nemendur geta ekki unnið þetta verkefni af sjálfsdáðum getur kennari spurt hvernig þeir geti skráð töluna, sem er næst á undan m ($m - 1$), og töluna sem er næst á eftir m ($m + 1$).

5.22

Hér er gert ráð fyrir að talnareikningurinn í a-lið hjálpi nemendum að skrá algebrustæðuna í b-lið.

5.24d

Ef nemendur sjá ekki að þessi stæða sýnir hve mörg prósent af full-orðinsmiðum voru seld getur kennari spurt hvað

$$\frac{y}{x + y}$$

þýði (hve stór hluti af öllum miðunum eru fullorðinsmiðar).

Grundvallarfærni

Verkefni, þar sem skrá á texta og tölur sem reikningsdæmi og texta og breytur (bókstafi) sem algebrustæður, eru góð æfing í lestri, skrift og reikningi, auk þess sem þau þróa hæfni nemenda í að skilja og nota táknmál stærðfræðinnar.

Auðveldari verkefni

Kennari velur tölur í staðinn fyrir bókstafi. Hér er dæmi 5.21a:

Ef Kári er 14 ára – hversu gamall er Pétur þá? (Þá er Pétur 16 ára.)

Hver er aldur þeirra samtals?

($14 + 16 = 30$. Þeir eru 30 ára samtals.)

Kennari velur önnur dæmi áður en nemendur reyna að vinna verkefni bókarnnar. Þessa aðferð má nota við fleiri verkefni á þessari opnu.

5.22

Hægt er að gera þetta verkefni sýnilegt með teikningu. Nota má sömu mynd í a- og b-lið en skipta skal tölunni 10 út fyrir bókstafinn b :

$$\begin{array}{l} \text{Lísa: } \boxed{10} \quad \boxed{b} \\ \text{Ottó: } \boxed{10} \quad \boxed{10} \quad \boxed{b} \quad \boxed{b} \\ \text{Berta: } \boxed{10} \quad \boxed{10} \quad \boxed{10} \quad \boxed{4} \quad \boxed{b} \quad \boxed{b} \quad \boxed{4} = 2b + 4 \end{array}$$

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hverju er lýst?

Nemendur nota verkefnablað 1.5.2 og klippa reitina út. Tveir nemendur vinna saman að því að flokka saman setningar og algebrustæður sem eiga saman; jafnframt eiga þeir að finna skýringu á hvað breytur tákna í hverju tilviki.

Dæmi:

$(x - y)$ getur táknað hæðarmismuninn á Pétri og Páli ef hæð annars er táknuð með x og hæð hins með y .

Tríóbingó – 20

Kennari skrifar eftirfarandi níu stæður á töfluna. Hver nemandi skráir þær af handahófi í rúðunet sem er 3×3 reitir að stærð.

$$\begin{array}{lll} 3a - 10 & 4a + 4 & 20a \\ a + 8 & 5a - 5 & 7a - 1 \\ 44 - 4a & 2a + 16 & 4a - 12 \end{array}$$

Kennari skrifar tölurnar 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 og 12 á miða sem hann ruglar röðinni á og setur í bunka. Hann dregur miða, einn í einu, án þess að leggja þá aftur í bunkann. Nemendur krossa yfir stæðuna sem hefur gildið 20 þegar a tekur gildið sem er á miðanum. Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá í röð.

Einnig má nota þetta spil sem hópverkefni (4–5 nemendur í hópi) og þeir draga miða til skiptis.

Nemendur geta sjálfir búið til sams konar spil þar sem stæðurnar hafa annað gildi (til dæmis 24 eða 50). Þeir þurfa að búa til níu mismunandi algebrustæður sem fá allar mismunandi gildi eftir því hvaða gildi breytan tekur. Þess þarf að gæta að allar stæðurnar geti fengið hið fyrir fram ákveðna gildi miðað við ákveðið gildi á breytunni.

Faglegt innihald

- Að reikna út gildi algebrustæðu miðað við mismunandi gildi á breytunni eða breytunum

Blaðsíða 84–85

Æfingahefti

5.45, 5.46

5.54, 5.55

5.61, 5.62, 5.63

Ábendingar

Nemendur munu þurfa á þessari færni að halda þegar þeir eiga að setja tölur inn í formúlur og þegar þeir síðar eiga að búa til gildistöflur fyrir föll.

5.26

Kennari þarf að minna nemendur á rétta röð reikniaðgerða. Margföldun á að framkvæma á undan samlagningu.

5.27

Hér er aftur komið að talnarunum. Kennari þarf að útskýra fyrir nemendum að fyrsta talan í talnarunu byggist á því að maður hefur sett $n = 1$ inn í formúluna. Önnur talan fæst með því að setja inn $n = 2$ og þannig áfram. Gott er að nemendur búi til töflu fyrir hverja talnarunu, til dæmis:

	$100 - n$	$2n - 1$	$\frac{n(n-1)}{2}$	$2n$	$\frac{1}{n}$
1	$100 - 1 = 99$	$2 \cdot 1 - 1 = 1$	$\frac{1(1-1)}{2} = 0$	$2 \cdot 1 = 2$	$\frac{1}{1} = 1$
2					
3					
4					

o.s.frv.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni nemenda þjálfast með því að þeir reikna út gildi algebrustæðna.

Lestrar- og skriftarfærni nemenda þjálfast með því að þeir túlka og lýsa hversdagslegum aðstæðum með algebrustæðum.

Auðveldari verkefni

Láta má nemendur setja inn fleiri lágar tölur fyrir k í verkefni 5.25. Nemendur setja inn $k = 2$ ($a = 7$, $b = 0$, $c = 6$, $d = 23$, $e = 30$, $f = 0$). Nemendur setja inn $k = 5$ ($a = 10$, $b = 3$, $c = 15$, $d = 20$, $e = 12$, $f = 15$).

Erfiðari verkefni

Nemendur setja neikvæð gildi inn fyrir k í verkefnum 5.25 og 5.28.

Ýmis verkefni

Sýnidæmi 6

Nota má *sýnidæmi 6* sem æfingu í að lesa, túlka og segja frá. Nemendur geta unnið saman tveir og tveir. Þeir lesa textann og útskýra hvor fyrir öðrum með eigin orðum um hvað textinn fjallar.

Formúlur

Allar formúlur eru algebrustæður. Nemendur fá það verkefni að skrifa upp formúlur, sem þeir hafa lært áður, fyrst með orðum, síðan með táknum. Síðan nota þeir formúlurnar með því að setja inn mismunandi gildi á breytur/bókstafina.

Dæmi:

Flatarmál rétthyrnings er grunnlína sinnum hæð. Formúlan er þá $F = g \cdot h$. Ef grunnlínan er 4 og hæðin er 3 er flatarmálið $F = 4 \cdot 3 = 12$. Ef hæðin stækkar um 1 þá stækkar flatarmálið um 4.

Þannig geta nemendur unnið með eins margar formúlur og þeir geta rifjað upp. Um getur verið að ræða formúlur í stærðfræði eða öðrum námsgreinum.

Nemendur geta leitað að formúlum í bókum eða á netinu. Þeir reyna að finna út hvað táknin þýða, setja tölur inn fyrir breytur og reikna út úr formúlunum.

Faglegt innihald

- Að setja tölur inn fyrir breytur í algebrustæðum

Æfingahefti

5.47, 5.48

5.56, 5.57, 5.58

5.64, 5.65

Blaðsíða 86–87

Ábendingar

5.30

Hér er um að ræða verkefni, sem er nokkuð frábrugðið hinum fyrri, þar sem gildi algebrustæðnanna segir til um hvar á talnalínunni bókstafirnir eiga að vera.

5.31

Hér eiga nemendur til dæmis að svara spurningunum:

- Hve mikið er í báðum peningaveskjunum samtals?
- Hve miklu meira er í peningaveski Önnu en peningaveski Barði?

Kennari varpar fram spurningu um c-lið:

Getið þið þýtt $a + b = 40$ og $a - b = 12$ yfir í setningu?

(Það eru 40 krónur í báðum peningaveskjunum samtals og Anna á 12 krónum meira en Barði.)

Algebruspil

Það liggur ekki í augum uppi hvaða stæðu borgar sig að velja þegar til lengri tíma er litið. Ef r og s hafa sama gildi verða svörin $8r$ (eða s) – sama hvaða stæðu maður velur. Nemendur spila nokkrum sinnum og kennari hvetur þá til að reyna að meta hvaða stæðu er hagkvæmast að velja.

Grundvallarfærni

Grundvallarreikningsfærni þjálfast í algebruspilinu með því að nemendur reikna út gildi stæðnanna miðað við mismunandi gildi á breytunum.

Auðveldari verkefni

Báðir leikmennirnir nota aðeins algebrustæðuna $r + s$.

Erfiðari verkefni

Útvíkkun á algebruspilinu: Nemendur nota tening til viðbótar við spilin. Þeir kasta teningnum. Ef upp kemur slétt

tala skal gefa spilunum neikvæð gildi og ef upp kemur oddatala eiga spilin að fá jákvæð gildi.

Ýmis verkefni

Nemendur búa til algebrustæðu með bókstöfunum r , s og t . Þeir draga tvö spil og kasta teningi. Þeir spila algebruspilið samkvæmt reglunum en setja inn bæði gildi spilanna (r og s) og gildi teningsins (t).

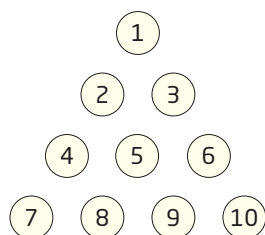
Keiluspil

Búnaður: Tíu jafn stórar gosflöskur (með smávegis af vatni til að þær verði stöðugri), bolti og rauður og svartur teningur. Skrá skal númer á flöskutappana eða líma miða með algebrustæðum á allar tíu flöskurnar.

Hengja skal upp veggspjald við keilubrautina með sömu númerum og algebrustæðum og er á flöskunum.

Flaska nr.	Algebrustæða
1	r
2	s
3	$r + s$
4	$2r$
5	$3s$
6	$r + 2s$
7	$3r + 2s$
8	$2r + 4s$
9	$2r + 2s + 4$
10	$4r + 3s + 5$

Flöskunum er raðað upp eins og í keiluspili þar sem einfaldasta algebrustæðan er fremst. Nemendur kasta nú bolta að flöskunum.



Hver nemandi má kasta tvisvar. Þeir skrá hvaða númer eru á flöskunum, sem velja, og raða þeim upp aftur. Dæmi: Flöskur nr. 1, 3, 6 og 9 velja.

Nú kastar næsti nemandi. Sá fyrsti notar veggspjaldið og finnur summu algebrustæðnanna á flöskunum sem ultu. Dæmi þar sem flöskur nr. 1, 3, 6 og 9 ultu:

$$(r) + (r + s) + (r + 2s) + (2r + 2s + 4) = 5r + 5s + 4.$$

Þegar allir hafa kastað og fundið sína endanlegu algebrustæðu er teningunum kastað til að vita hvaða gildi er á r (rauðum teningi) og s (svörtum teningi). Dæmi: Á rauða teningnum kemur upp 5 og á þeim svarta 3. Þá verður $r = 5$ og $s = 3$. Þar næst þarf að reikna út úr algebrustæðu hvers nemanda en það samsvarar stigafjölda hans. Dæmi þegar $r = 5$ og $s = 3$:

$$5r + 5s + 4 = 5 \cdot 5 + 5 \cdot 3 + 4 = 44.$$

Sá vinnur sem hefur flest stig.

Faglegt innihald

- Að einfalda algebrustæður
- Draga saman líka liði

Bókstafareikningur

Blaðsíða 88–89

Æfingahefti

5.66

Ábendingar

Mjög mikilvægt er að nemendur nái góðu valdi á bókstafareikningi allt frá byrjun. Kennari þarf að undirstrika sí og æ að bókstafareikningur er reikningur með tölum sem við vitum ekki hverjar eru. Þess vegna gilda nákvæmlega sömu reiknireglur fyrir bókstafi eins og fyrir tölur.

Ef nemendur eru óruggir um „hvað má“ má benda þeim á að setja tölur inn fyrir bókstaf og athuga hvort reglurnar, sem þeir ætla að nota, eigi við í raun.

Leggja þarf áherslu á að ekki er nauðsynlegt að leysa upp $3a + 2a$ eins og gert er í skýringartextanum á bls. 88. Það er gert til að sýna að hægt er að draga saman líka liði. Kennari þarf að útskýra fyrir nemendum að $1a$ er sama og a .

Þægilegt getur verið að nota orðin *breytuliður* og *fastaliður* til aðgreiningar. Í stæðunni $2a + 3b + 6$ eru til dæmis tveir breytuliðir og einn fastaliður.

5.32 og 5.33

Ætlast er til að nemendur reikni beint út svörin í verkefni 5.32 og 5.33, þ.e. án milliútreikninga. Nemendur geta unnið þessi verkefni munnlega eða í huganum.

5.34

Í verkefni c og d munu einhverjir nemendur að líkindum setja inn í svörin í a-lið $k = 150$ og $p = 100$ en aðrir munu reikna svörin út að nýju þegar þeir hafa fengið uppgefin gildin á k og p. Í d-lið eru nemendur

beðnir að athuga þetta. Ræða þarf við nemendur um kosti þess að setja gildi breytanna inn í algebrustæðurnar í svörunum í a-lið. Þá er hægt að finna svörin í fljótu bragði og einnig þótt verðið á ístegundunum sé annað.

Grundvallarfærni

Að reikna með bókstöfum og að lesa og túlka orðadæmi til að búa til stærri bókstafastæður.

Auðveldari verkefni

Hér er um að ræða einfaldasta form bókstafareiknings og allir nemendur þurfa að hafa hann á valdi sínu. Ef hann reynist samt sem áður erfiður fyrir einhverja nemendur geta þeir æft sig í hugareikningi og skriflegum hugareikningi (sjá kafla 1 í Skala 1a).

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa til dæmi með bókstöfum hver handa öðrum. Allir verða að gera tillögu að lausn á eigin dæmi. Þegar nemandi hefur leyst dæmi, sem annar hefur búið til, þurfa þeir að bera saman svörin.

Rétt er að kennari hvetji duglegustu nemendurna til að nota sviga og almenn brot.

Minnisspil – einfalt form

Þetta spil er fyrir tvo leikmenn. Kennari útbýr 16 miða. Hann skrifar átta eftirfarandi stæður á helminginn af miðunum og einfaldaðar stæðurnar á hinn helming miðanna. Síðan á að spila minnisspil á hefðbundinn hátt.

Stæður:

$2a + 5a$	$a - 4a + 3a$
$12a - 9a$	$7a - 6a$
$a - 3a$	$6a - 5a + 4a$
$3a + 6a - a$	$9a - 7a$

Einfaldaðar stæður:

$7a$	0
$3a$	a
$-2a$	$5a$
$8a$	$2a$

Nemendur geta einnig notað miðana til að finna pör, þ.e. miðana sem passa saman.

Afbrigði – Eins konar svartipétur
Stæðurnar eru 13 talsins en einungis 12 einfaldaðar. Gott er að skrifa stæðurnar á stífan pappír eða spjöld sem nota má sem spil. Spilin eru stokkuð og skipt milli leikmanna. Einn þeirra hefur þá einu spili fleira en hinir. Sá byrjar og dregur spil frá leikmanni sem situr til hægri. Sá fyrrnefndi athugar hvort hann getur lagt niður slag (par) áður en næsti leikmaður dregur kort frá honum og endurtekur leikinn. Sá sem í lokin situr uppi með staka spilið tapar og fær bókstafinn „g“. Næst þegar hann tapar fær hann bókstafinn „r“. Spilið er endurtekið þannig þar til einn leikmaðurinn hefur fengið bókstafina „grís“. Ef þetta tekur of langan tíma má spila upp á orðin „lús“ eða jafnvel „ær“.

Fleiri stæður:

$4a + 6a + 2a$
$25a - 17a - 9a$
$-5a + 8a + 7a$
$14a - 3a$

Og fleiri einfaldaðar stæður:

$12a$
$-a$
$10a$
$11a$

Faglegt innihald

- Bókstafareikningur með fleiri en einum bókstaf í sömu stæðu

Æfingahefti

5.67, 5.68, 5.69, 5.25

5.76, 5.77

Blaðsíða 90–91

Ábendingar

Talnareikningsdæmið tengir aðferðir í hugareikningi við bókstafareikning. Hér eru dreifireglan, tengireglan og víxlreglan notaðar en þær koma að góðum notum í bókstafareikningi. Þetta er nefnt hér til að undirstrika að bókstafareikningur er einnig talnareikningur nema að því leyti að við vitum ekki hvaða tölum er reiknað með. Allar reiknireglur fyrir tölur gilda einnig í bókstafareikningi. Og þetta gildir einnig öfugt: ekki er hægt að nota í bókstafareikningi neinar reiknireglur sem gilda ekki fyrir tölur. Kennari þarf að gæta þess að nemendur finni ekki upp sínar eigin meiningarlausu reglur.

5.39

Í verkefni a á að skrá allar tölurnar í punktaliðunum sem eina algebru-stæðu. Hér verður hún því

$$x + 2y - \frac{1}{2}x + 4 + 3y - 3$$

Ekki detta í hlutgervingargildru!

Auðvelt er að falla í þá gildru að gera bókstafina áþreifanlega eins og hluti, til dæmis með því að láta a tákna appelsínur og b banana þegar útskýra þarf hvað sé hægt að draga saman og hvers vegna ekki er hægt að draga sama ólíka liði. Með þessu fjarlægjumst við samt sem áður breytuhugtakið og byrjum að nota bókstafina sem einingar. Slík aðferð getur leitt til þess að nemendur misskilji breytuhugtakið. Kennari þarf að benda á sem oftast að bókstafirnir eru tölur en við vitum ekki hvaða tölur hinir ýmsu bókstafir tákna.

Grundvallarfærni

Kennari velur einhver dæmanna til að láta nemendur lesa upphátt, fyrst með táknunum og síðan með orðum (sbr. verkefni 5.39). Þetta mun þjálfa nemendur í að lesa stærðfræði á mismunandi vegu.

Auðveldari verkefni

Kennari sér til þess að nemendur skrifi dæmin alltaf upp áður en þeir reikna. Þeir geta notað merkipenna eða litblýanta til að draga hring með sama lit utan um líka liði þannig að betur sjáist hvaða liðir eiga saman og megi því draga þá saman. Það er algeng villa að nota aðgerðartáknin við ranga liði. Kennari þarf að fylgjast vel með slíkum atriðum á þessu byrjunarstigi bókstafareiknings.

Dæmi:

5.36c

$$10p + 4s + 5 - 10p + 4s$$

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari útbýr tíu spjöld sem á eru fastaliðir og liðir með bókstöfum:

$$\begin{array}{ccc} 3a + 2 & 7a + 12 & -3a + 6 \\ 2a - 4 & 3 + 2a & 2a + 7 \\ -5a + 1 & 6a - 5 & 4a - 2 \\ & & -3 - 2a \end{array}$$

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir geta búið til eigin spjöld.

Spjöldin eru stokkuð, annar nemandinn dregur tvö eða fleiri spjöld og reiknar þau saman í huganum.

Hinn nemandinn fylgist með að rétt sé reiknað.

Hvor nemandi reiknar tíu slík dæmi.

Hve mörg mismunandi dæmi getur þú búið til með þessum tíu spjöldum?

Ábendingar

Á þessari opnu og þeirri næstu eru algebrustæður kynntar með algebrupírámíðum. Hér eru dæmi búin til á skemmtilegan hátt. Fyrst er kynntur til sögunnar talnapírámíði en leggja þarf áherslu á að algebrupírámíði er nákvæmlega sama fyrirbærið nema að því leyti að við vitum ekki um hvaða tölur er að ræða. Kennari þarf að útskýra fyrir nemendum að þegar þeir leysa algebrupírámíða þarf hann að verða réttur, sama hvaða tölu þeir setja í staðinn fyrir bókstafina. Þegar nemendur eru beðnir að ganga úr skugga um að píramíðinn sé réttur, með því að setja tölu í stað bókstafsins í píramíðanum, má gjarnan biðja þá að velja annað gildi á bókstafinn; þá sjá þeir að talnapírámíðinn verður annar en hann verður samt réttur.

Grundvallarfærni

Að reikna út og ganga úr skugga um að algebrupírámíði sé réttur með því að setja tölur í stað bókstafanna.

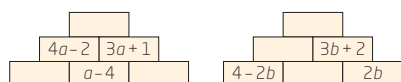
Auðveldari verkefni

Kennari getur notað sömu píramíðana en velur tölu fyrir n og m þannig að píramíðarnir verða talnapírámíðar í stað algebrupírámíða. Einhverjum nemendum mun finnast talnapírámíðar miklu auðveldari. Gott er að nemendur byrji á algebrupírámíðum með færri þrepum:

Tvö þrep:



Þrjú þrep:



Erfiðari verkefni

Kennari býr til talnapírámíða með fleiri en einni lausn. Það má gera með því fylla út fyrir fram það fáa reiti að lausnirnar verði fleiri en ein.

Ýmis verkefni

Talna- og algebrupírámíðar nemenda

Nemendur búa til algebrupírámíða og talnapírámíða hver handa öðrum. Þá getur verið hagkvæmt að búa fyrst til útfylltan píramíða og því næst þurrka út stæður (eða tölur) úr einhverjum reitunum.

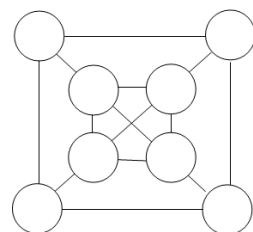
Nemendur búa til stærri píramíða með fimm reitum í neðstu röð. Í neðstu röðinni geta til dæmis verið stæðurnar a , $a+1$, $a-1$, $a+1$, a .

Kennari og nemendur ræða saman um hver sé minnsti fjöldi reita sem fylla þarf út til að píramíðinn hafi einungis eina lausn.

Töfraferningur

Kennari (eða nemendur) útbýr spjöld með eftirfarandi algebrustæðum: $2a+2$, $2a+4$, $a-6$, $a-4$, $a-3$, $a-1$, $a+1$ og $a+3$.

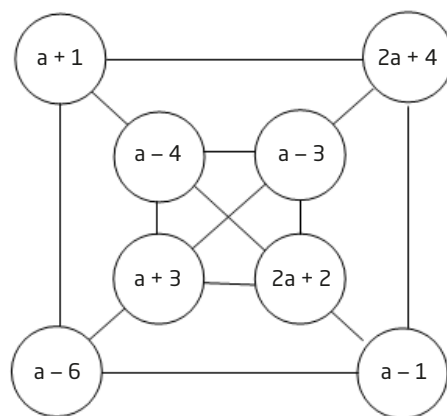
Spjöldunum á að raða þannig að summa ytri ferningsins = summa innri ferningsins = summa annarrar hornalínunnar = summa hinnar hornalínunnar.



Eru til fleiri en ein lausn ef snúningur og speglun eru ekki talin með? Nemendur setja af handahófi inn einhver gildi á a og ganga úr skugga um að píramíðinn sé réttur fyrir nokkur gildi. Geta nemendur sett

einhverja tölu fyrir a sem veldur því að summan verður 18?

Tillaga að lausn:



Stæðan $5a-2$, þegar $a=4$, gefur summuna 18.

Faglegt innihald

- Reikningur með algebrustæðum
- Margföldun og deiling algebrustæðna

Æfingahefti

5.71, 5.72, 5.73

5.83

Blaðsíða 94–95

Ábendingar

Kennari rifjar upp reglur um styttingu og reikning almennra brota áður en nemendur lesa *sýnidæmi 9* og reikna verkefni 5.45 og 5.46. Kennari bendir á að x er hið sama og x^1 og rifjar upp veldareglurnar.

Auðveldari verkefni

Kennari setur eftirfarandi fjóra liði í neðstu röð algebrupíramídans:

$$k, k + 2, k + 1, k + 3$$

Nemendur finna summuna efst í píramídanum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

5.42

Nemendur flytja stæðurnar í neðstu röð til þannig að summan efst verði eins stór og hægt er ef $a = 1$ og $b = 1$. Hve margar mismunandi summur getur þú fengið?

Nemendur búa til algebrupíramída hver handa öðrum. Tóma píramída má fá á verkefnablaði 1.5.3.

Sýna afstöðu í verki – Fullyrðingar

Nemendur eiga að taka afstöðu til fullyrðinga um algebru. Fullyrðingarnar geta gilt alltaf, stundum eða aldrei. Þetta verkefni má skipuleggja á mismunandi vegu:

- 1 Kennari les fullyrðingarnar upp (eða sýnir þær á skjá) og nemandinn flytur sig á svæði sem er skilgreint fyrir ákveðið svar.
- 2 Kennari notar fullyrðingarnar á spjöldum á verkefnablaði 1.5.4 og nemendur vinna saman að því að flokka þær í þrjá flokka.

Nemendur rökstyðja svör sín. Þeir geta rökstutt svörin á marga vegu og öll svörin eru ef til vill ótvíræð.

Fullyrðing	Tillaga að lausn
$x + y$ er jafnt og xy	Aldrei Við getum ekki dregið saman ólíkar breytur og breytt samlagningu í margföldun. Stundum Við getum ekki dregið saman x og y en ef um jöfnu er að ræða er þetta rétt fyrir $x = y = 0$ og $x = y = 2$.
$3a + 2a = 5a$	Alltaf Við getum dregið saman breytuliði sem hafa sömu breytu.
$2t + 3d$ getur þýtt 2 telpur og 3 drengir	Aldrei Aldrei er hægt að skipta bókstöfunum út fyrir hluti eða önnur fyrirbæri vegna þess að hver bókstafur getur táknad mismunandi stærðir.
x er sama og y	Stundum Bókstafirnir tákna mismunandi breytur en stundum geta þær haft sama gildi.
$a^2 \cdot a = a^3$	Alltaf Veldi með sama veldisstofni eru margfölduð saman með því að leggja saman veldisvísana.
$a + b = b + a$	Alltaf Víxla má liðunum þegar reiknað er svo fremi aðgerðarmerkin fylgi með.
$x^2 + x^2$ er sama og x^4	Aldrei $x^2 + x^2 = 2x^2$. Ekki má leggja saman veldisvísana í samlagningardæmi. Stundum Ef um jöfnu er að ræða hefur $x^2 + x^2 = x^4$ þrjár lausnir: $x = 0$, $x = \sqrt{2}$, $x = -\sqrt{2}$.
$2a \cdot b$ er sama og $a2b$	Alltaf $2a \cdot b = 2ab$ og röð þáttanna skiptir ekki máli.

Faglegt innihald

- Margföldun bókstafastæðna, einnig með bókstöfum í báðum þáttum
- Dreifireglan (sem segir að $a(b + c) = ab + ac$), tengireglan (sem segir að $a(bc) = (ab)c$) og víxlreglan (sem segir að $ab = ba$) eru sýndar með því að skoða margföldun sem flatarmál rétthyrninga

Blaðsíða 98–99

Æfingahefti

5.74, 5.75

Ábendingar

Til að hjálpa nemendum að skilja hvernig þeir eiga að teikna getur kennari sagt að til dæmis megi sýna $5 + b$ eftir striki sem er skipt í tvo hluta, annan í lengdinni 5 og hinn í lengdinni b (sem nemendur ákveða sjálfir lengdina á). Þegar nemendur eiga að teikna $a - 4$ þurfa þeir að ákveða að a sé lengra en 4 og líta á $a - 4$ sem strik sem er 4 einingum styttra en a .

Í fróðleiksreitnum á bls. 99 er sýnt að $a(b + c)$ gefi sömu niðurstöðu og $(b + c)a$. Kennari ræðir við nemendur um þetta. Hér er um að ræða sömu grundvallarreglu og að $12 \cdot 4 = 4 \cdot 12$ eða skrifað þannig: $(10 + 2) \cdot 4 = 4 \cdot (10 + 2)$.

Nemendur, sem eru vanir að sjá uppsett dæmi þar sem þátturinn með einum lið er alltaf settur á undan þættinum með fleiri liðum, geta ruglast þegar þáttunum er víxlað. Þess vegna er þetta haft á mismunandi vegu í verkefnunum sem á eftir koma.

Í nokkrum verkefnanna birtast veldi. Nemendur eiga að þekkja þau frá kafla 1 í Skala 1a. Einnig getur verið skynsamlegt að rifja stuttlega upp rithátt velda þar sem $a \cdot a$ er skrifað sem a^2 .

Auðveldari verkefni

Nemendur fást við fleiri dæmi með tölum áður en þeir snúa sér að bókstöfum. Þeir geta teiknað rétthyrninga og búið sjálfir til verkefni.

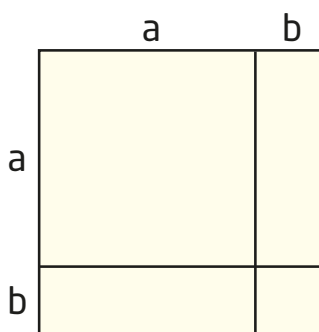
Gott er að styðjast við skýringarmyndirnar á bls. 99 og velja tölur í staðinn fyrir a , b og c .

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Skýringarmyndir við ferningsreglurnar

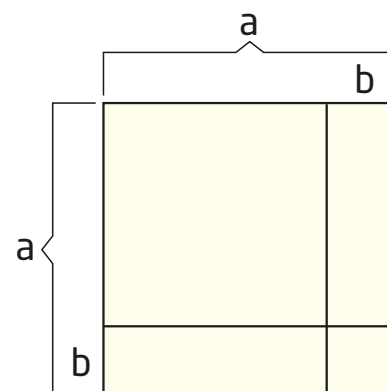
Kennari hvetur nemendur, sem standa vel í stærðfræði, til að sýna ferningsreglurnar $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ og samokaregluna $(a + b)(a - b)$ með rétthyrningum.

Í 10. bekk verður fjallað um ferningsreglurnar.



Nemendur fá pappabútana fjóra: einn stóran ferning, einn lítinn ferning og tvo jafn stóra rétthyrninga. Bútnum fjórum eiga þeir að púsla saman og mynda stóran ferning. Þar næst má biðja nemendur að gefa jafn stórum hliðum heiti (á myndinni hér á undan heita þær a og b). Nemendur eiga nú að finna flatarmál stóra ferningsins, sem þeir púsluðu saman, út frá hverjum einstökum hluta fyrir sig. Þá verður 1. ferningsreglan skýr, þ.e.: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Fleiri verkefni sem reyna á getu nemenda: Nemendur eiga að reyna að leggja bútna þannig að þeir sýni 2. ferningsreglu, sem er: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. (Vísbending: Gefa þarf hliðarlengdinni í stóra ferningnum heitið a , sjá myndina hér á eftir.)



Búa til skýringarmyndir við reiknireglurnar

Nemendur klippa rétthyrninga út úr lituðum pappa. Gott er að nota mismunandi liti til að sýna hina mismunandi hluta (sjá skýringarmynd á bls. 99). Nemendur skrifa heiti hliðanna og gott er að þeir plasti bútna. Þeir æfa sig síðan í að raða saman rétthyrningum og finna flatarmál samsettu hlutanna. Auðveldara er að skilja og vinna með tvö fyrstu sýnidæmin á bls. 99 en tvö þau síðari með mínustáknið í sviganum.

Faglegt innihald

- Að reikna út úr algebrustæðu
- Að breyta texta í algebrustæðu og tákn

Æfingahefti



5.80, 5.81, 5.82

5.84, 5.85, 5.86

Blaðsíða 100–101

Ábendingar

5.52

Hér er gert ráð fyrir að nemendur reikni út svörin. Kennari hvetur nemendur til að reikna svörin út á tvo vegu, annars vegar að reikna út úr stæðunni vinstra megin við jöfnumerkið og hins vegar út úr stæðunni hægra megin við jöfnumerkið. Nemendur geta búið til töflu eins og þessa:

a	$5 \cdot (20 + 3) = 5 \cdot 23 = 115$	$5 \cdot 20 + 5 \cdot 3 = 100 + 15 = 115$
b	$7 \cdot 52 = 364$	$7 \cdot 50 + 7 \cdot 2 = 350 + 14 = 364$
...		

5.53

Nemendur vinna þessi dæmi á sama hátt og í 5.52. Að þessu sinni verða svörin í formi algebrustæðna.

Sýnidæmi 11

Það er gert með ráðnum hug að nota ekki x fyrir óþekktu töluna heldur eru hér notaðir bókstafir sem vísa til þess sem þeir standa fyrir. Í sýnidæmi 11 getur bókstafurinn b t.d. merkt bíómiði.

5.56

Bókstafurinn v merkir vegalengd.

Grundvallarfærni

Hér fá nemendur lestrarþjálfun á tveimur stigum. Þeir eiga að lesa texta og þýða hann yfir í algebrustæðu með bókstöfum, tölum og táknum. Þeir eiga einnig að lesa algebrustæðurnar og skilja hvað þær þýða. Gott er að nemendur lesi hvort tveggja, textann og stæðurnar, upphátt.

Auðveldari verkefni

Nemendur geta látið nægja að vinna bara a-, b- og c-lið í verkefni 5.53. Tveir og tveir nemendur geta setið saman og rætt um hvaða reglur gilda. Þeir teikna rétthyrninga við dæmin og skoða flatarmál þeirra til að fá skýra mynd af reiknireglunum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Algebruboðhlaup

Búnaður: Reikningshefti og algebruspjöld og spilaborð frá verkefnablaði 1.5.5.

Spilið er fyrir sex (eða fjögurra) manna hópa. Þeir stilla sér upp tveir og tveir þannig að í hvoru liði séu þrjú (tvö) pör. Á hinum enda rýmisins kemur kennari fyrir tveimur reikningsheftum, algebruspjöldunum í tveimur bunkum á hvolfi og tveimur spilaborðum (spjöldum með einfölduðum stæðum, bls. 2 af verkefnablaði 1.5.5). Nú eru spjöldin stokkuð þannig að röð spjaldanna í hvorum bunka fyrir sig er mismunandi. Leikmannapörin hlaupa að spjöldunum. Þeir snúa efsta spjaldinu og finna einfalt svar við stæðunni. Þeir geta notað reikningsheftið til að reikna ef þeir þurfa. Leikmenn merkja á spilaborðið hvaða stæða er jafngild þeirra stæðu á spjaldinu og leggja notaða algebruspjaldið í eigin sérstakan bunka áður en þeir hlaupa til baka og koma sér fyrir aftast í liðinu en næsta þar hleypur af stað. Það lið vinnur umferðina sem er á undan að fá fjóra í röð.

Hver kemst lengst?

Gott er að vinna þetta verkefni á löngum gangi. Forvinna: Útvega þarf snæri eða snúru í tveimur litum. Snúrurnar í hvorum lit fyrir sig eru klipptar niður í þremur mismunandi lengdum (milli 20 cm og 1 m), t.d. þrír grænir snúrúbútar sem eru 30 cm, 50 cm og 80 cm, svo og þrír rauðir snúrúbútar sem eru 20 cm, 40 cm og 1 m. Snúrúbúturnum í hvorum lit fyrir sig á nú að halda saman þannig að annar endi þeirra standi upp en þeir sjáist ekki að öðru leyti. Hver nemandi dregur einn rauðan og einn grænan bút án þess að sjá fyrir fram hve langir búturnir, sem þeir draga, eru.

Búturnir eru nú eins konar mælitæki. Nemendur ákvarða byrjunarlínu á miðju ganggólfinu og koma sér saman um hvaða átt sé jákvæð (vinningsáttin). Allgott pláss þarf að vera í báðar áttir. Síðan nota þeir algebrustæðurnar hér á eftir þar sem g = grænn bútur og r = rauður bútur. Hver nemandi mælir sína lengd út frá stæðunni. Sá nemandi vinnur sem kemst lengst í jákvæða átt. Gott er að kennari útbúi spjöld með algebrustæðunum sem nemendur geta dregið.

$$3g + 2r, 4g + 5r, g + 6r, 5r - 2g, 4r - 3g, -2g + 5r, -2g - 4r$$

Nemendur munu komast að raun um að sama stæða hefur mismunandi gildi (lengd) eftir því hvaða stærð breytturnar (lengd búтана) hafa.

Faglegt innihald

- Texta eða hversdagslegum aðstæðum breytt í algebrustæðu

Búnaður

- Reiknivél/vasareiknir ef þess gerist þörf



Blaðsíða 102–103

Ábendingar

Kennari notar *sýnidæmi 12* sem inngang að kennslustundinni. Hann byrjar tímann með því að biðja nemendur að hugsa sér tölu, bæta 3 við hana, margfalda svarið með 2 o.s.frv. Kennari þarf að tala hægt og ganga úr skugga um að allir nemendurnir fái tíma til að reikna út öll millisvörin. Geti þeir ekki gert þetta í huganum getur kennari sagt þeim að nota blað og blýant. Þegar kennari hefur sagt síðustu „skipunina“ biður hann nemendur að segja svarið upphátt.

Það er skemmtileg endurgjöf þegar allir nemendur segja „10“ í kór!

Kennari spyr einhverja nemendur hvaða tölu þeir hafi hugsað sér og hann verður „forviðað“ yfir að þeir skuli ekki hafa hugsað sér sömu tölu úr því að þeir fengu allir sama svarið. Kennari spyr enn fremur:

Hugaði einhver sér tölu sem er stærri en 100? Eða almennt brot? Hvað með neikvæða tölu? Eða tugabrot? (Svarið verður í öllum tilvikum 10.)

Kennari biður nemendur að endurtaka leikinn þar sem einhverjir velja stóra tölu, einhverjir almennt brot, enn aðrir neikvæða tölu og loks einhverjir sem velja tugabrot. Allir fá aftur svarið 10.

Nú þurfa nemendur að rannsaka málið nánar!

Hvers vegna verður svarið alltaf 10? Að hvaða leyti greindi nemendur á og hvað gerðu allir nemendur eins? (Tölurnar, sem nemendur hugsa sér, eru mismunandi. Sú tala er breytan. Allt annað sem nemendur gerðu er eins.)

Kennari dreifir pinnum og kubbum og biður nemendur að endurtaka þennan talnagaldur á áþreifanlegan hátt þar sem kubbarirnir tákna töluna sem þeir hugsa sér og pinnarnir tákna einingar. Sjá *sýnidæmi 13* á bls. 104.

Þegar nemendur hafa unnið við þetta nokkra stund biður kennari nemendur að segja frá uppgötvunum sínum.

Grundvallarfærni

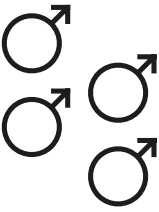
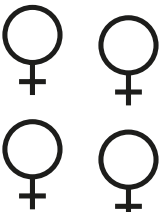
Í þessum talnagaldi þjálfast nemendur í grundvallaratriðum hugareiknings og notkun hugtaka sem tengjast reikniaðgerðunum fjórum.

Auðveldari verkefni

Ef útreikningar eru of erfiðir fyrir einhverja nemendur geta þeir notað reiknivél/vasareikni.

5.57

Nemendur búa til teikningu sem hjálpar þeim að setja algebrustæðuna upp, til dæmis þannig:

STRÁKAR	STELPUR
	

Nemendur skrifa x og y á táknin fyrir hvern hlut sem strákarinn annars vegar og stelpurnar hins vegar kaupa.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur kalla töluna, sem þeir hugsa sér, n og endurtaka talnagaldurinn (eins og í *sýnidæmi 13*, bls. 104).

Spurning til nemenda:

Hvað gerist ef þið biðjið bekkjarfélaga að gera þennan galdur en taka ekki með atriði nr. 6? Hvernig getið þið með því að spyrja hvert svarið er, fundið út hvaða tölu bekkjarfélaginn hugsaði sér?

(Þá geta nemendur dregið 10 frá svarinu.)

Faglegt innihald

- Reikningur með tölum og algebrustæðum
- Almennar reiknireglur um tölur

Búnaður

- Talningarkubbar, pinnar

Æfingahefti

5.78

5.88, 5.89, 5.90

Blaðsíða 104–105

Ábendingar

Á þessari opnu má sjá sönnun fyrir því hvers vegna talnagaldrar virka og nemendur munu geta sýnt fram á sönnun þess. Þeir geta notað hjálpartæki eða teiknað og búið til talnagaldrana með algebrustæðum.

Nemendur vinna verkefni 5.61–5.63 með kubbum og pinnum eins og gert er í sýnidæmi 13. Það mun gera talnagaldrana sýnilega og jafnframt gefa fleiri nemendum möguleika á að skilja almennar stæður/formúlur með bókstöfum.

Grundvallarfærni

Ef nemendur leita á netinu að talnagöldrum (t.d. á Google má leita að „talltricks“ (norskar síður), svo og „Magic number tricks“) munu þeir öðlast þjálfun í lestrarfærni.

Með því að prófa galdrana og útskýra fyrir öðrum fá þeir æfingu í munnlegri færni.

Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman og gera galdurinn með tölum nokkrum sinnum. Kennari hvetur þá til að leita að mynstrum og útskýra það sem gerist hver fyrir öðrum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Súperheili kennarans

Kennari kemur nemendum á óvart með að því er virðist yfirnáttúrulegum hæfileikum áður en hann biður þá að leysa þá gátu hvernig kennarinn getur séð hin huldu spil.

Búnaður: Spilastokkur.

Nemendur setjast saman í 3–4 manna hópum. Hver hópur dregur spil af handahófi úr venjulegum spilastokki.

Nemendur eiga að ganga út frá gildi spilsins (ásinn er 1, gosinn 11, drottning 12 og kóngur 13) og reikna á eftirfarandi hátt.

- *Margfaldið töluna með 5.*
- *Bætið 2 við.*
- *Tvöfaldið svarið.*
- *Leggið 6 við ef spilið er spaði, 7 við ef spilið er hjarta, 8 ef um tígul er að ræða og 9 ef spilið er lauf.*

Að lokum gefa nemendur kennara upp lokagildið og hann getur sagt til um upphaflega spilið. Í huganum dregur kennari 4 frá töluna sem nemendur gefa upp. Seinni tölustafurinn segir til um sortina. Þar næst dregur kennari viðkomandi tölu frá og deilir í afganginn með 10. (Dæmi: 81 er gildi hjarta sjöu. $81 - 4 = 77$; 7 segir til um hjarta og $70 : 10 = 7$).

Talnagaldrar 1089

Nemendur skrifa þriggja stafa tölu með mismunandi tölustöfum (til dæmis 326). Þeir breyta röð tölustafanna þannig að þeir verði í minnkandi röð (632). Nú búa þeir til aðra tölu með sömu tölustöfum en að þessu sinni í stækkandi röð (236). Nemendur finna mismun þessara tveggja talna ($632 - 236 = 396$). Ef einhverjir fá svarið 99 verða þeir að bæta 0 fyrir framan 99 þannig að allir verði með þriggja stafa tölu í svari. Nú breyta nemendur röð tölustafanna í svarinu þannig að þeir skrifa tölustafina í svarinu í öfugri röð, þ.e. 693. Loks leggja nemendur saman þessar tvær tölur ($396 + 693 = 1089$).

Hvers vegna fá allir sömu tölu?

Kennari lætur nemendur velta vöngum yfir þessu. Þeir prófa margar mismunandi tölur og athuga hvað er líkt í öll skiptin og hvað breytist. *Er um eitthvert mynstur að ræða? Er einhver skýring til á þessu?*

Hægt er að víkka verkefnið út með fjögurra stafa tölu.

Faglegt innihald

- Jöfnur og að leysa jöfnur með því að „sjá“ lausnina
- Tengsl milli jöfnu, sem skráð er með orðum, og jöfnu sem skráð er með tölum og táknum

Jöfnur

Blaðsíða 106–107

Æfingahefti

5.91, 5.92, 5.93

5.101

Ábendingar

Nemendur reyna að lýsa jöfnunum með orðum og bera saman vinstri og hægri hlið þeirra. Á bls. 107 er ekki gert ráð fyrir að nemendur leysi jöfnurnar en ekkert mælir á móti því að nemendur prófi að finna gildið á x .

Pegar ætlast er til þess af nemendum að þeir greini frá hvað jöfnurnar segja um x munu þeir skilja betur hvað jafna er. Að leysa jöfnu þýðir að finna út hvaða tala passar við lýsinguna. Á næstu blaðsíðum eiga nemendur að læra algengar aðferðir við að leysa jöfnu en miklu skiptir að skilja fyrst hvað jafna er.

Grundvallarfærni

Með því að lesa textana og túlka jöfnurnar munu nemendur fá góða þjálfun í stærðfræðilegum lestri. Gott er að tveir og tveir nemendur lesi sýnidæmin saman og rökræði um textann. Þeir leysa einnig dæmin saman.

Að lesa jöfnur sem heilar setningar getur opnað augu margra nemenda (sjá kaflann *Auðveldari verkefni* hér á eftir).

Auðveldari verkefni

5.65

Kennari hjálpar nemendum við að setja verkefnin fram á öðru formi, til dæmis þannig:

a *Talan er x . Hvað er 3 meira en x ?
Skrifið jöfnu sem sýnir að 3 meira en x sé 15.*

Nemendur lesa jöfnurnar í verkefni 5.64 sem fullyrðingar. Jafnan $x + 1 = 3 + 1$ má lesa þannig: x plús einn er jafnt og þrír plús einn. Jafnan $2x + 1 = 8 + 1$ er lesin þannig: Tvisvar sinnum x plús einn er jafnt og átta plús einn.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hvert er gildi tákanna?

Nota skal verkefnablað 1.5.10. Á blaðinu eru fimm mismunandi tákn. Hvert þeirra hefur ákveðið gildi. Nemendur nota summurnar, sem fyrir eru, til að finna gildi tákanna og summurnar sem vantar.

Lausn: bangsi = 5; blaðra = 7;
bíll = 12; önd = 9; bolti = 3.

Rétt er að hvetja nemendur til að búa til svipuð verkefni fyrir bekkjarfélagana. Þeir þurfa ekki að teikna myndir en geta notað bókstafi sem hafa hver sitt gildi. Ræða þarf við nemendur um hvað þarf til að aðeins sé um eina – og aðeins eina – lausn að ræða.



5.102, 5.103

5.112



Faglegt innihald

- Jöfnu breytt í setningu og öfugt
- Einföld lausn jöfnu

Búnaður

- Kubbar og pinnar

Blaðsíða 108–109

Ábendingar

Bls. 108

Nemendur halda áfram að vinna saman í pörum eins og nefnt er á opnunni á undan.

Bls. 109

Hér eiga nemendur að nota áþreifanleg hjálpargögn til að skilja meginreglurnar um að leysa jöfnu. Ef kubbar og pinnar eru ekki tiltækir eða ef kennari vill ekki nota þá geta nemendur teiknað sér til hjálpar.

Grundvallarfærni

Nemendur útskýra lausnir sínar munnlega hver fyrir öðrum.

Auðveldari verkefni

Kennari getur búið til enn einfaldari jöfnur eins og til dæmis: $x + 1 = 4$.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hvaða jafna á ekki við?

Sjá verkefnablað 1.5.6. Í hverjum flokki fjögurra jafna eiga nemendur að finna hvaða jafna á ekki við hinar þrjár. Hægt er að rökstyðja fleiri en eina lausn á mismunandi vega.

Kennari getur látið verkefnið vera opið fyrir lausnum og tekur sköpunargáfu nemenda á jákvæðan hátt en hann getur líka takmarkað verkefnið við að finna þá jöfnu sem hefur ekki sömu lausn og hinar jöfnurnar.

Tillaga að lausn:

$5x = 30$ Þessi jafna á ekki við vegna þess að hún er eina jafnan sem aðeins hefur einn lið beggja vegna við jöfnumerkið.	$10x - 10 = 30$ Þessi jafna á ekki við vegna þess að hún er sú eina þar sem $x = 6$ gildir ekki.
$3x + 12 = 30$ Þessi jafna á ekki við vegna þess að hún er sú eina sem inniheldur samlagningu.	$52 - 2x = 40$ Þessi jafna á ekki við vegna þess að hún er sú eina þar sem talan 30 er ekki hægra megin við jöfnumerkið.

Finndu einhvern sem getur!

Allir nemendurnir fá blað með textum sem breyta má í jöfnu, sjá hér á eftir. Þeir ganga um í kennslustofunni og finna einhvern bekkjarféлага sem getur búið jöfnuna til, útskýrt hvernig hann hugsar og kvittar fyrir á blaðið. Allir nemendur þurfa að hjálpa hver öðrum með að fylla blaðið út. Hver nemandi má aðeins skrifa eina jöfnu. (Það þýðir að allir nemendurnir þurfa stöðugt að flytja sig til í kennslustofunni og hjálpa einhverjum nemanda eða að fá hjálp sjálfir.)

Blá verkefni

Búa þarf til töflu eins og þessa:

Finndu einhvern sem getur búið til jöfnu við setninguna:	Jafna	Undirskrift
Ef tala er tvöfölduð er hún 9 stærri en upphaflega talan.		
9 stærri en tala er jafnt og 12.		
Summan af tölu og annarri tölu, sem er 2 stærri en fyrirnefnda talan, er 16.		
3 minna en tala er jafnt og 9.		
Ef tala er fjórfölduð er hún 8 stærri en talan tvöfölduð.		
5 minna en tvöföld tala er jafnt og 5.		

Gul verkefni

Búa þarf til töflu eins og þessa:

Finndu einhvern sem getur búið til jöfnu við setninguna:	Jafna	Undirskrift
Helmíngurinn af tölu er 5 minna en talan.		
1 stærri en tala er 1 minni en tvöföld talan.		
5 stærri en tvöföld tala er 11 stærri en talan.		
4 stærri en tvöföld tala er jafnt og 14.		
3 stærri en tvöföld tala er 9 stærri en helmíngurinn af tölunni.		
3 stærri en helmíngurinn af tölu er jafnt og 5.		

Faglegt innihald

- Að leysa jöfnu á formlegan hátt
- Aðferðir til að leysa jöfnu og skráning á lausnaraðferðinni
- Aðferð til að ganga úr skugga um að lausnin sé rétt

Búnaður

- Eldspýtnastokkar og kubbar (sjá kaflann *Einfaldari verkefni*)

Blaðsíða 110–111

Æfingahefti

5.95

Ábendingar

Sýnidæmi 19

Jafnvægisvog er notuð hér á táknrænan hátt. Gert er ráð fyrir að öskjurnar hafi enga þyngd. Kennari getur rætt það við nemendurna.

Mikilvægt er að fá nemendur til að skilja að þegar við leggjum tölu við eða drögum tölu frá, margföldum með tölu eða deilum með tölu mun gildi vinstri og hægri hliðar jöfnunnar breytast en þær breytast þá jafn mikið ef sama reikningsaðgerð er framkvæmd báðum megin við jöfnumerkið. Það þýðir að ef hliðar jöfnunnar eru upphaflega jafngildar verða þær það áfram ef við breytum vinstri og hægri hlið jöfnunnar nákvæmlega á sama hátt.

Þetta er einmitt sýnt með jafnvægisvoginni. Þegar jafn mikið er tekið úr hvorri skál mun vögin áfram vera í jafnvægi.

Sýnidæmi 20

Athygli skal hér vakin á skráningunni og milliútreikningunum. Tilgangurinn með því að prófa lausnina er að nemendur skilji að lausnin er tala sem passar inn í upprunalegu jöfnuna.

5.72

Nemendur æfa sig í að vinna þessi verkefni eins og sýnt er í *sýnidæmi 20*.

Grundvallarfærni

Til að geta leyst jöfnu með góðum árangri þurfa nemendur að geta skrifað upp, línu fyrir línu, jöfnur sem hafa sömu lausn og sú upprunalega.

Nemendur æfa sig í að fara frá notkun áþreifanlegra hjálpartækja til þess að skrá lausnina skref fyrir skref.

Gott er að láta nemendur lesa jöfnurnar upphátt hver fyrir annan.

Auðveldari verkefni

Kennari notar eldspýtnastokka og kubba. Hann býr til áþreifanleg verkefni þar sem fjöldi kubba í öskjum samsvarar lausn jafnanna. Láta má nemendur „leika“ jafnvægisvog þar sem hendurnar eru vogarskálarnar. Bökkjartfélagi fjarlægir eins hluti úr báðum höndunum þannig að nemendur finni lausnina þar sem aðeins ein askja er í annarri hendinni og kubbar í hinn. Síðan opna nemendur öskjuna og athuga hvort það eru örugglega jafn margir kubbar í öskjunni eins og í hinn hendinni.

Erfiðari verkefni

Nemendur leysa jöfnurnar í huganum.

Ýmis verkefni

Nemendur búa til jöfnur fyrir bökkjartfélagana.

Jöfnukeðja

Nota skal verkefnablað 1.5.7. Fáir nemendur sama gildi á a í fyrsta og síðasta dæminu hafa þeir að öllum líkindum reiknað rétt.

Þrír í röð

Nemendur teikna ferning með 9 reitum. Þeir skrifa eftirfarandi tölur í reitina í tilviljanakenndri röð: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Kennari skrifar nú eina af eftirfarandi jöfnum í senn á töfluna – einnig í tilviljanakenndri röð. Nemendur leysa jöfnuna og krossa yfir rétt svar. Hver fær fyrstur þrjá í röð?

$5 + 2x = x + 5$	$(x = 0)$
$3x + 1 = x + 3$	$(x = 1)$
$x + 5 = 7$	$(x = 2)$
$3x = 9$	$(x = 3)$
$4x + 1 = 17$	$(x = 4)$
$4x - 10 = 5 + x$	$(x = 5)$
$2x + 1 = x + 7$	$(x = 6)$
$12 + 2x = 5 + 3x$	$(x = 7)$
$2x - 4 = x + 4$	$(x = 8)$

Afbrigði af verkefninu: Nemendur velja 9 af fleiri tölum á spilaborðið sitt. Þá líður ef til vill lengri tími áður en einhver fær þrjá í röð.

Fleiri jöfnur sem koma til greina:

$3x + 3 = 30$	$(x = 9)$
$7x - 9 = 5x + 11$	$(x = 10)$
$6x - 70 = 18 - 2x$	$(x = 11)$
$7x - 6 = 6 + 6x$	$(x = 12)$

Faglegt innihald

- Að leysa jöfnu á formlegan hátt
- Að prófa lausnirnar

Æfingahefti

5.96

5.104, 5.105,
5.106

Blaðsíða 112–113

Ábendingar

Beina þarf athyglinni að skráningu jafnanna. Benda þarf nemendum á að þetta er hin besta aðferð til að sýna hvernig þeir finna réttu lausnina. Ef jöfnurnar eru það léttar að nemendur geta séð lausnirnar án þess að reikna þurfa þeir að útskýra hvernig þeir hugsa eða hreinlega að prófa svarið. Nemendur eru beðnir að prófa lausnirnar – sama hvaða lausnaraðferðir þeir nota.

5.77

Ef nemendur endursegja jöfnurnar með orðum er auðvelt að leysa þær:

- Helmingurinn af x er 20.
Þá er $x = 40$.
- Fimmti hluti af x er 20.
Þá er $x = 5 \cdot 20 = 100$.
- Tveir þriðju hlutar af x eru 20.
Þá er einn þriðji hluti af x jafnt og 10 og $x = 3 \cdot 10 = 30$.
- Þrír fjórðu hlutar af x eru 15.
Þá er einn fjórði hluti af x jafnt og 5 og $x = 4 \cdot 5 = 20$.

Önnur aðferð er að margfalda báðar hliðar jöfnunnar með nefnaranum og því næst deila með tölunni sem eftir stendur fyrir framan x .

5.78

Kennari gengur úr skugga um að nemendur muni hvernig margfalda á saman tölu og stæðu í sviga (sbr. bls. 96–99).

Grundvallarfærni

Hér þjálfast nemendur í skriflegri færni með því að leysa jöfnur og skrá útreikningana um leið. Allt sem gert er báðum megin við jöfnumerkið er skráð niður til að útskýra lausna-leiðina. Vísbending um skýra og skilmerkilega skráningu á lausn jöfnu (sjá tillögu að lausn í *sýnidæmi 21*): Sjálft verkefnið er skráð óbreytt í

efstu línu. Skráð er til hliðar við hvert skref hvað er gert báðum megin við jöfnumerkið. Nemendur reikna út og skrá nýja línu eftir hverja útreikninga. Þess skal gætt að jöfnumerkin séu alltaf skrifuð hvert undir öðru í öllum þrepum lausnarinnar.

Til að geta gengið skriflega úr skugga um að lausnirnar séu réttar þurfa nemendur að skrá hvora hlið jöfnunnar fyrir sig. Fyrst reikna þeir út vinstri hlið (VH) og hægri hlið (HH) hvora fyrir sig. Fáir nemendur sama svar í báðum hliðum er jafnan rétt leyst. Gott er að skrifa svarsetningu svona:
VH = HH þegar $x = 2$.

Auðveldari verkefni

Við nemendur, sem eiga í basli með að leysa jöfnurnar í 5.78, getur kennari lagt áherslu á að þeir láti nægja að prófa svörin. Kennari fær nemendum tvær mögulegar lausnir á hverri jöfnu og biður þá að finna hvor lausnin er rétt.

Tillaga:

- $x = 2$ eða $x = -2$ (–2)
- $x = -0,5$ eða $x = -1$ (–0,5)
- $x = -1$ eða $x = 1$ (–1)
- $x = 14$ eða $x = 15$ (15)
- $x = 3$ eða $x = 4$ (4)
- $x = 5$ eða $x = 7$ (5)

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Púsl með jöfnum

Hér skal nota verkefnablöð 1.5.8 (1–12) *Púsl – jöfnur*. Klippa þarf jöfnurnar í hverjum flokki (A–C) hverja frá annarri og rugla röðinni. Síðan raða þeir jöfnunum í þá röð lausnarleiðina, sem endar í lokasvari, þ.e. hvert x er. Nemendur eiga að útskýra hvað gerist í hverju þrepi.

Satt eða ósatt um jöfnur

Kennari setur fram fullyrðingar um jöfnur. Nemendur eiga að segja til um hvort fullyrðingarnar eru alltaf sannar, aldrei sannar eða stundum sannar.

- Ef þú margfaldar báðar hliðar jöfnu með 2 verður gildi x tvöfalt stærra. (Ó)
- Jafna hefur sömu lausn þótt þú margfaldir alla liðina með 3. (S)
- Jafna hefur alltaf eina lausn. (Ó)
- Það er í lagi að víxla á hliðum jöfnu. (S)
- $x + 2$ getur ekki verið jafnt og $2x$. (Ó – því $x = 2$ er lausn á jöfnunni.)
- Jafna heldur gildi sínu þótt þú dragir x frá báðum megin við jöfnumerkið. (S)
- Jafnan $x + 5 = x + 7$ hefur enga lausn. (S)
- Jafna hefur sömu lausn þótt við deilum í báðar hliðar hennar með x . (Stundum; þess þarf að gæta að x sé ekki jafnt og 0.)
- Jafnan $3x + 1 = 1 + 3x$ hefur óendanlega margar lausnir. (S)
- Við köllum óþekkту töluna í jöfnu alltaf x . (Ó)

Faglegt innihald

- Að leysa jöfnur sem innihalda sviga, almenn brot eða hvort tveggja
- Óuppsettar jöfnur

Æfingahefti

5.97

5.107, 5.108,
5.109

5.113, 5.114,
5.115, 5.116

Blaðsíða 114–115

Ábendingar

Kennari minnir nemendur á röð reikniaðgerða. Eyða þarf sviga með því að margfalda inn í svigann áður en liðirnir eru margfaldaðir með samnefnaranum.

5.81

Kennari ræðir við nemendur um þessi verkefni og nemendur nota hugareikning til að leysa þau.

5.82

Nemendurnir tveir lengst til hægri, Hamíð og Svava, hafa rétt fyrir sér.

Almennt er þetta ekki satt þar sem x og y geta haft mismunandi gildi. Svava hefur samt einnig rétt fyrir sér vegna þess að hægri og vinstri hlið jöfnunnar eru jafngildar ef $x = y$.

Sýnidæmi 22

Myndin hægra megin við sýnidæmið styður við hugsunina þannig að auðveldara verður að setja jöfnuna upp. Einnig má skilja textann sem jöfnu með fjórum óþekktum stærðum en vegna þess að allar óþekktu stærðirnar eru tengdar hver annarri er nóg að velja óþekktan fjölda kviðæfinga fyrir eina af stelpunum.

Ef nemandi velur að láta x tákna fjölda kviðæfinga Evu verða óþekktu stærðirnar þessar:

Eva: x

Íða: $x - 35$

Rúna: $5(x - 35)$

Alda: $x - 12$

Summa allra kviðæfinganna er 162. Lausnin verður $x = 48$ og fjöldi kviðæfinga Íðu er þá $48 - 35 = 13$.

Grundvallarfærni

Nemendur rökræða um hinar mismunandi fullyrðingar krakkanna á myndinni í verkefni 5.82. Þeir

rökstyðja niðurstöður sínar gagnvart öðrum nemanda í bekkjardeildinni. Jafnframt hlusta þeir á rökstuðning hinna og finna út hver krakkanna á myndinni hefur rétt fyrir sér.

Tveir og tveir nemendur geta lesið saman og túlkað *sýnidæmi 22*. Þeir tengja saman stelpurnar fjórar og hinar mismunandi algebrustæður sem hægt er að búa til út frá því hvaða fjölda x tákna.

Teikning sem aðferð til að leysa óuppsettar jöfnur getur verið afar árangursrík, sjá litlu skýringarmyndina í *sýnidæmi 22*. Kennari sýnir nemendum tengslin milli skýringarmyndarinnar og textans. Nemendur þurfa að fá tækifæri til að æfa sig í að teikna hjálparmyndir til að auka skilning á dæminu og þar með til að geta leyst jöfnuna með góðum árangri og oft á glæsilegan hátt.

Kennari sér til þess að nemendur noti þessar litlu skýringarmyndir til að sýna lausnina á dæminu um kviðæfingarnar.

Auðveldari verkefni

Kennari leggur fyrir nemendur einfaldari reikningssögur sem fela í sér óuppsettar jöfnur. Nemendur skrá eftirfarandi dæmi sem jöfnur og leysa þær:

Lísa er 5 árum eldri en bróðir hennar.

Samtals eru þau 17 ára.

Á hvaða aldri er hvort þeirra?

($x + 5 + x = 17$. Lísa er 11 ára og bróðir hennar er 6 ára.)

Rúnar og systir hans eru samtals

14 ára. Hann er 4 árum eldri en hún.

($x + x + 4 = 14$. Rúnar er 9 ára og systirin er 5 ára.)

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Óuppsett jafna

Kennari lætur nemendur búa til reikningssögur sem fela í sér óuppsetta jöfnu. Þeir skiptast á verkefnum og leysa þau. Sá sem bjó verkefnið til gengur úr skugga um að lausn bekkjarfélagsins sé rétt.

Faglegt innihald

- Úppsettar jöfnur

Æfingahefti

5.98, 5.99, 5.100

5.110, 5.111

5.117, 5.118,
5.119, 5.120

Blaðsíða 116–117

Ábendingar

Kennari þarf að hvetja nemendur til að teikna skýringarmyndir við jöfnurnar í stíl við þá sem er á hægri spássíu á bls. 115.

5.84

Þetta verkefni má auðvelda án þess að skrá jöfnu. Engin þörf er á að krefjast þess að nemendur skrái verkefnin sem jöfnur en kennari getur spurt:

Ef x frímerki eru á hverri blaðsíðu – hve mörg frímerki eru þá á 16 blaðsíðum?

Og:

Ef allt strikið er x cm á lengd – hversu langur er hver hluti ef hlutarnir eru 11 talsins? Gert er ráð fyrir að allir hlutarnir séu jafn langir.

5.85

Töluliði a og b má auðveldlega leysa án þess að búa til jöfnu. Samt sem áður er gott ef nemendur geta sett upp jöfnur:

$$a \quad x + 7 = 12$$

og

$$b \quad \frac{x+3}{2} = 7$$

en þá geta þeir líklega leyst jöfnurnar í huganum. Í b-liðnum getur kennari spurt:

Hvað er $x + 3$ þegar helmingurinn af $x + 3$ er 7?

5.86e

Pótt í dæminu séu nefndar tvær tölur þarf bara eina jöfnu. Kennari spyr nemendur:

Ef önnur talan er x – hvaða tala er 4 sinnum stærri.

Grundvallarfærni

Að þjálfast í að túlka texta og skrá hann sem jöfnu veitir nemendum góða lestrarfærni. Kennari hvetur

nemendur til að teikna skýringarmyndir til að leysa úppsettar jöfnur.

Auðveldari verkefni

Oftast er auðveldast að leysa jöfnurnar ef breytan samsvarar lægsta óþekkta gildinu. Kennari hjálpar nemendum – ef þess þarf – að sjá hvert er lægsta gildið. Hann varpar fram spurningum sem þessum:

Dæmi: 5.86a: *Hvort er ódýrara, gatarinn eða strokleðrið?*

Dæmi 5.86b: *Hvor tíndi meira af berjum, Níels eða Marteinn?*

Dæmi 5.87: *Hvor er styttri, lengdin eða breiddin?*

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Samvinnuverkefni – jöfnur

Nota skal verkefnablöð 1.5.9. Hér er um þrjú aðskilin verkefni að ræða merkt A, B og C. Nemendur vinna í 4 manna hópum, hver hópur fær sitt verkefni, A, B eða C. Miðarnir eru klipptir í sundur og fær hver nemandi sinn miða. Einn nemandi í einu les sinn miða upphátt, hinir hlusta. Þannig hjálpast nemendur að því að finna lausnina. Hægt er að finna lausnina út frá fyrstu miðunum fjórum og þá eru tveir síðustu miðarnir notaðir til að sannreyna svarið. Einnig má nota þessa tvo síðustu miða til að auðvelda lausnarleitina.



Bættu þig!

Blaðsíða 122–123

Ábendingar

Margir nemendur munu hafa gaman af að nota kubba í þessum verkefnum.

5.89h

Hér eiga nemendur að finna beina formúlu fyrir L_n .

5.89i

Hér á að setja fram jöfnu. Notaðu má formúluna úr h-lið.

5.90g

Nemendur setja fram tillögu út frá reitunum 20. Svörin verða mismunandi eftir því hvernig nemendur hugsa sér að reitirnir raðist saman.

5.90i

Hér þurfa nemendur að taka nokkrar ákvarðanir. Hvað er hver reitur stór? Hve marga reiti þarf í lengdina í samanburði við breiddina? Gott er að nemendur ræði saman um þessi atriði.



Blaðsíða 124–125

Ábendingar

5.95

Ef nemendur eiga í erfiðleikum með að búa til talnagaldur getur kennari spurt:

Hvað þarf til að allir fái sama svar?

(Töluna, sem við hugsum okkur, þarf að draga frá jafn oft og henni er bætt við. Einnig er hægt að nota deilingu. Til dæmis:

- *Hugsaðu þér tölu,*
- *margfaldaðu hana með 3,*
- *leggðu 4 við,*
- *bættu við tölunni sem þú hugsaðir þér,*
- *deildu með 4,*
- *dragðu frá töluna sem þú hugsaðir þér.*

Pá munu allir fá svarið 1.

$$\frac{3x + 4 + x}{4} - x = \frac{4(x + 1)}{4} - x =$$

$$x + 1 - x = 1$$



Blaðsíða 126–127

Ábendingar**5.96**

Hér er um að ræða verkefni með bókstafsdulkóða. Spurningin, sem dylst á bak við kóðann, er: Var nokkuð erfitt að leysa þessa þraut?

5.98

Kennari þarf að gæta þess að nemendur skrifi fullgildar setningar sem svör við verkefnunum, þ.e. með frumlagi og umsögn, t.d. í a-lið: Breidd körfuboltavallarins er 15 m.

5.99 og 5.100

Gott er ef nemendur sýna prófun lausnanna í töflu, t.d. 5.99a og b:

Lausn	Lausnin sett inn fyrir x	Jafnan einfölduð	Niðurstaða
5.99a: $x = 7$	$4 \cdot 7 + 5 = 3 \cdot 7 + 12$	$28 + 5 = 21 + 12$	$33 = 33$
5.99b: $x = 50$	$2 \cdot 50 - 10 = 50 + 40$	...	

o.s.frv.

Þjálfðu hugann

Blaðsíða 128–129

Ábendingar

5.104

Kennari gefur nemendum vís-bendingu um að þeir geti fundið meðaltal talnanna fimm með deilingu: $40 : 5$. Svarið hlýtur að vera talan í miðjunni.

5.105

Þetta verkefni hefur margar lausnir. Nemendur þurfa að gera sér ljóst að þversumma tölu er einum stærri en þversumma tölunnar á undan ef fyrrnefnda talan fer ekki yfir tug. Hér verður þversumman of stór ef farið er yfir tug í einni af tölunum fimm. Þess vegna hlýtur þversumman að vera $30 : 5 = 6$. Þetta er þversumma tölunnar í miðjunni. Tölurnar geta verið:

13 – 14 – 15 – 16 – 17
með þversummurnar
 $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$

eða

22 – 23 – 24 – 25 – 26
með þversummurnar
 $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$

eða

31 – 32 – 33 – 34 – 35
með þversummurnar
 $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$

eða

40 – 41 – 42 – 43 – 44
með þversummurnar
 $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$

5.106

Talan ab er minnsta talan. Þá eru næstu tölurnar $a(b + 1)$, $a(b + 2)$, $a(b + 3)$, $a(b + 4)$ ef engin talnanna fer yfir tug. Þversumman er $5a + 5b + 10 = 42$ eða $a + b = \frac{32}{5}$. Það kemur hins

vegar ekki til greina vegna þess að $a + b$ hlýtur að vera heil tala. Þá hlýtur einhver talnanna að fara yfir tug.

Ef farið er yfir tug mun fyrri tölustafurinn breytast úr a í $a + 1$. Við getum sett upp töflu til að fá yfirlit yfir möguleikana.

Tölur án þess að farið sé yfir tug	Tölurnar	Þversumman	Lausn?
1	$a9$ $(a + 1)0$ $(a + 1)1$ $(a + 1)2$ $(a + 1)3$	$5a + 8 = 42$	$5a = 34$ Gengur ekki
2	$a8$ $a9$ $(a + 1)0$ $(a + 1)1$ $(a + 1)2$	$5a + 23 = 42$	$5a = 19$ Gengur ekki
3	$a7$ $a8$ $a9$ $(a + 1)0$ $(a + 1)1$	$5a + 27 = 42$	$5a = 15$ $a = 3$ Lausn: 37 38 39 40 41
4	$a6$ $a7$ $a8$ $a9$ $(a + 1)0$ $(a + 1)1$	$5a + 33 = 42$	$5a = 9$ Gengur ekki

5.107b

Tölurnar í reitunum fjórum verða:

x	$x + 1$
$x + 5$	$x + 6$

Þú færð $(x + 1)(x + 5) = x^2 + 6x + 5$

Og $x(x + 6) = x^2 + 6x$

x -in falla brott þegar mismunurinn er fundinn:

$$x^2 + 6x + 5$$

$$(x^2 + 6x)$$

Svarið verður alltaf 5.

Nemendur geta prófað með $3 \cdot 3$ reitum (mismunurinn verður alltaf 20); því næst með $4 \cdot 4$ reitum (mismunurinn verður alltaf 35).

Gaman er ef nemendur prófa með $10 \cdot 10$ reitum þannig að tölurnar séu frá 1 til 100.

SKALI 1B

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Skali býður upp á innihaldsríka og lifandi stærðfræðikennslu.

Nemendur öðlast bæði skilning og færni með því að vera virkir og leitandi þegar þeir vinna við stærðfræði. Nemendur og kennarar nota *Skala* til að *lesa* stærðfræði, *vinna* verkefni, *rökræða* lausnaleyðir og fást við stærðfræðilegar áskoranir á rannsakandi og skapandi hátt. *Skali* vekur áhuga nemenda með því að tengja stærðfræði við daglegt líf og bjóða upp á fjölbreytilega kennslu.

Í *Skala* er lögð áhersla á

- hið faglega innihald, rökrétta uppbyggingu námsefnisins og framvindu námsins
- skýr og nákvæm markmið
- hagnýt dæmi og verkefni
- aðlögun námsefnisins að þörfum allra nemenda í sameiginlegu námssamfélagi þeirra
- nákvæmar leiðbeiningar og stuðning við kennara sem nýtist áður en kennsla hefst, meðan á henni stendur og eftir að henni lýkur

Skali 1 samanstendur af tveimur nemendabókum, tveimur æfingaheftum og tveimur kennarabókum. Kennarabækurnar eru gefnar út á heimasíðu Námsgagnastofnunar og þar er auk þess að finna verkefnahefti, lausnir og annað fylgiefni með flokknum.

Höfundar:

Björnar Alseth

Grete Normann Tofteberg

Ingvill Merete Stedøy-Johansen

Janneke Tangen



NÁMSGAGNASTOFNUN

7408