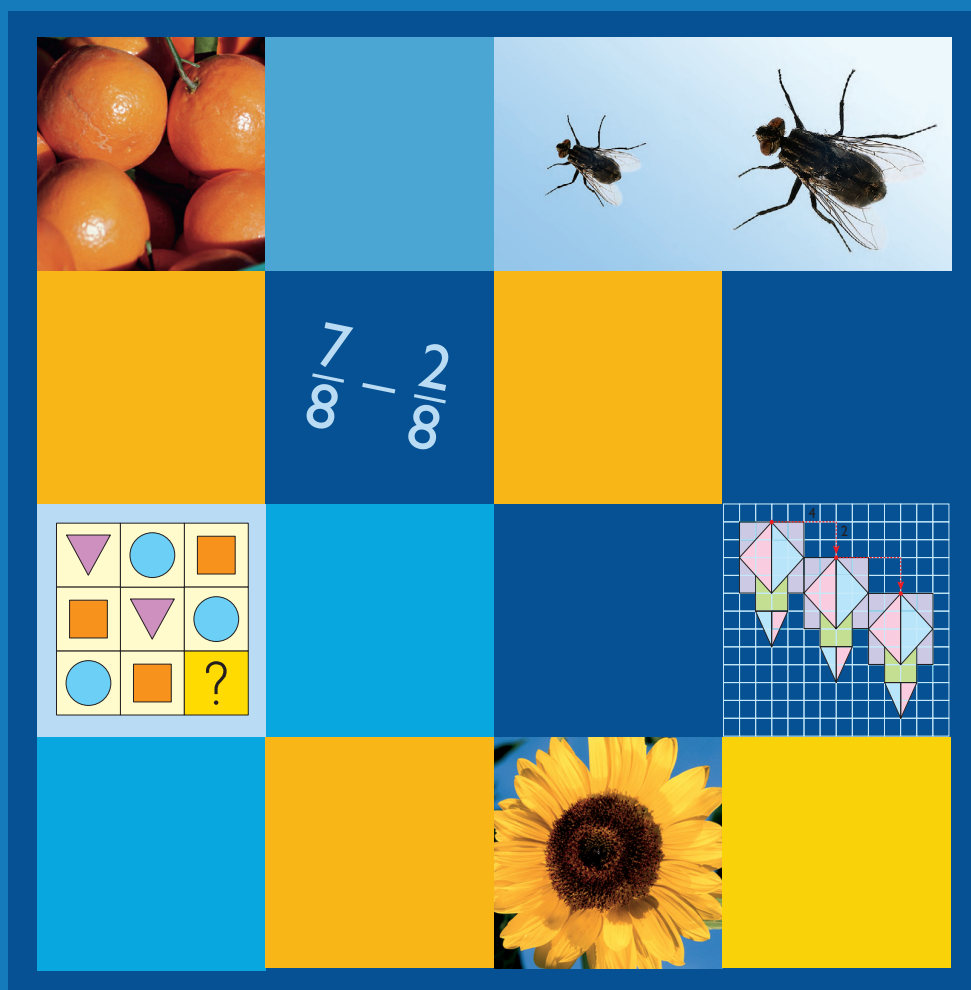




EFNISYFIRLIT

Formáli	III
-------------------	-----

Kennsluleiðbeiningar með Stiku Ib

Nemendabók

5	Mælingar	4–33
6	Almenn brot	34–65
7	Margföldun og deiling	66–97
8	Mynstur	98–128

Ljósritunarblöð

- 1 Punktablað
- 2 Flatarmál
- 3 Hve margir reitir?
- 4 Ljósrit af bls. 117 í Stiku Ib
- 5 Þríhyrningur Pascals
- 6 Leikur með x og y

Björnar Alseth • Gunnar Nordberg • Mona Røsseland



1b

KENNARABÓK

Formáli

Velkomin í *STIKU*!

Stærðfræðikennsla er ögrandi viðfangsefni á okkar tímum. Mikilvægt er að nemendur hafi gaman af námsgreininni og langi til að takast á við stærðfræðileg viðfangsefni. Ekki er síður mikilvægt að þeir átti sig á að færni í stærðfræði skiptir máli fyrir þá, bæði nú og í framtíðinni. Í náminu þurfa nemendur að öðlast fjölbreytilega reynslu af stærðfræði og upplifa þannig að stærðfræði kemur þeim við, einnig eftir að skóladegi lýkur. Þeir þurfa að þróa með sér grundvallarfærni í stærðfræði sem þeir geta byggt á áframhaldandi skólagöngu og frekara stærðfræðináám. Ennfremur þurfa nemendur að þróa með sér áhuga á stærðfræði og jákvætt viðhorf sem vekur hjá þeim löngun til að halda áfram að fást við stærðfræðileg viðfangsefni.

Með *Stiku* viljum við fá kennurum í hendur námsefni sem þeir þurfa á að halda til að uppfylla þessar kröfur. Í *Stiku* er áhersla lögð á fjölbreytilegar kennsluaðferðir þar sem fagleg sjónarmið eru ævinlega höfð að leiðarljósi. Námsefnið er sveigjanlegt þannig að hinir ólíku kennarar hafa hér í höndunum efni sem gerir þeim kleift að kenna eins og þeim hentar best. Ætíð er tekið mið af þörfum nemenda og faglegum þroska þeirra.

Undirritaðir höfundar hafa mjög ólíkan bakgrunn og oft þurfti að takast á við það ögrandi verkefni að komast að sameiginlegri niðurstöðu um námsefnið. Við drögum enga dul á að samning námsefnisins *Stiku* var krefjandi, umfangsmikil og kostaði mikla vinnu. En í okkar huga var þessi vinna afar uppbyggileg og eru ástæður þess einkum tvær. Í fyrsta lagi vorum við einhuga um að beina sjónum okkar að þörfum nemenda og námi þeirra auk þess sem við áttum það sammerkt að hafa áhuga á stærðfræðikennslu í grunnskólum. Í öðru lagi höfum við samið námsefni sem er sveigjanlegt og endurspeglar hinn margbreytilega skóladag. *Stiku* má nota á margvíslegan hátt; kennarar geta bæði aðlagð námsefnið að mismunandi nemendahópum og að sínum eigin kennsluaðferðum.

Gangi ykkur vel í kennslunni!

Bjarnar Alseth
Gunnar Nordberg
Mona Røsseland

5 Mælingar

Í þessum kafla læra nemendur um mælingar í tengslum við lengd, ummál og flatarmál. Þeir velja mælieiningar, sem hæfa hverju sinni, og breyta einni mælieiningu í aðra. Mælieiningarnar, sem koma við sögu nú, eru mm, cm, dm, m og km. Fjallað er um almenn atriði varðandi mælingar, t.d. ónákvæmni í mælingum og staðlaðar og óstaðlaðar mælieiningar.

Nemendur mæla ennfreður ummál marghyrninga, áhersla er lögð á að þeir skilji flatarmáls-mælingar, geri sér grein fyrir tengslum lengdar, breiddar og flatarmáls rétthyrninga og geti reiknað út flatarmál þríhyrninga.

Auk þessa er í kaflanum kynnt notkun mælikvarða til að reikna raunverulegar stærðir og til að stækka og minnka myndir.

Viðfangsefni

- Lengdarmælingar og flatarmáls-mælingar
- Mælingar í daglegu lífi
- Notkun mælieininga

Búnaður

- E.t.v. ljósrit af teikningu á bls. 5 (verkefnablað 5.133 (Uppdráttur af húsi og garði))

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 4

Samræðumynd

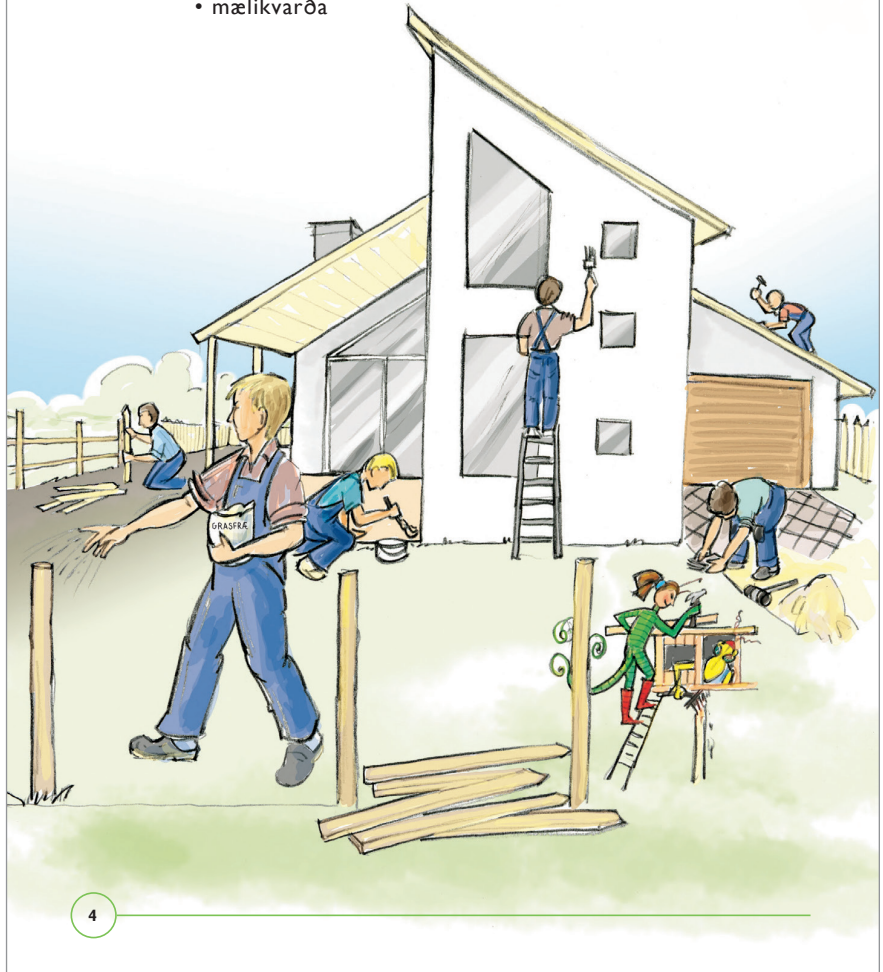
Kennari og nemendur ræða saman um mælingar. Við mælum hluti til að bera málin saman: Einn lítri af málningu á ef til vill að duga á 7–8 m². Þegar flatarmál veggjarins er mælt berum við niðurstöðuna saman við stærðina 8 m² sem málningin á að þekja. Sé veggurinn stærri þarf að kaupa meiri málningu.

Mikilvægt atriði í tengslum við mælingar er stöðlun mælieininganna. Kennari gerir þetta að umræðuefni meðal nemenda:

5 Mælingar

Í þessum kafla muntu læra um

- mælingar á lengd, ummáli og flatarmáli
- mælikvarða



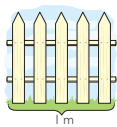
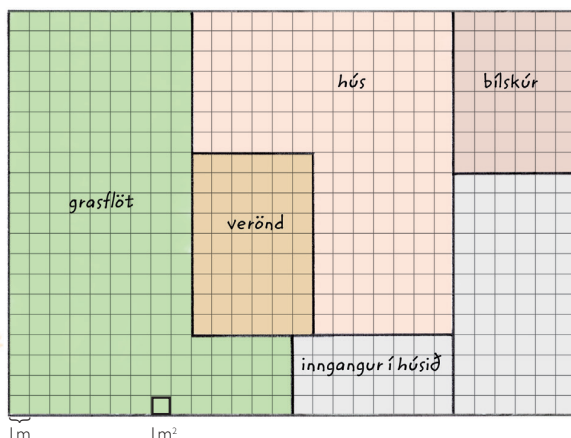
4

- Hugsum okkur að þú ætlir að kaupa grasfræ til að búa til grasflöt. Hvernig getur þú sagt afgreiðslufólkinu í búðinni hve stór flötin er? (Ég mæli flötina í fermetrum.)
- En hvernig gætum við gert það ef ekki væri hægt að mæla í fermetrum? (Hægt væri að þekja flötina með t.d. dagblöðum og talið hve margar opnur þarf. Síðan segðum við frá því í búðinni að flötin væri t.d. 75 dagblaðsopnur á stærð.)
- Hvaða vandamál hefði þetta í för með sér? (Starfsfólk verslunarinnar hefur ekki mælt fræ eftir þessum dagblaðsmælikvarða, annar viðskiptavinur hefur ef til vill mælt með einhverju öðru, t.d. með ruslapoka! Þess vegna er afar heppilegt að allir noti sömu mælieininguna.

Annað mjög mikilvægt atriði er nákvæmni og ónákvæmni í mælieiningum. Hversu nákvæm er mælingin, hversu nákvæm þarf hún að vera? Það er háð aðstæðum hverju sinni. Ef byggja á bílskúr er afar heppilegt að taka nákvæmt mál. Þegar málning er keypt skiptir ef til vill ekki miklu máli að mælingin sé nákvæm svo fremi næg málning sé keypt. Ef keypt er of mikið kann vel að vera að not verði fyrir afganginn síðar!

Kennari notar myndina og leggur fleiri spurningar fyrir nemendur um mælingar. Biðjið nemendur að skoða grunnmyndina efst á bls. 5. Lengd eins reits samsvarar einum metra í raunveruleikanum.

- Hve langar eru hliðar bílskúrsins? (6 og 8 metrar.)



- 5.1** Hans þarf að setja girðingu kringum lóðina sína. Hann notar fimm fjalir á einn metra. Hve margar fjalir þarf hann að kaupa?



- 5.2** Þóra ætlar að mála girðinguna. Hún notar 1 lítra af málningu á 90 fjalir.
- a** Hvað þarf Þóra mikla málningu?
- Þóra ætlar að sá grasfræi á flötina fyrir framan húsið. Hún notar 1 poka af fræjum fyrir 20 m².
- b** Hvað þarf hún marga poka?



- 5.3** Pétur ætlar að leggja hellur á innkeyrsluna við bílskúrinn. Hver hella er 50 cm · 50 cm að stærð.
- a** Hve margar hellur þarf Pétur fyrir 1 m²?
- b** Hve margar hellur þarf í innkeyrsluna?

5

- Hvað er gólfhlötur bílskúrsins stór? (48 m².)
- Hvernig fannstu það? (Til dæmis eru 6 m² í hverri röð og síðan lagði ég saman $6 + 6 + 6 + \dots + 8$ sinnum, $6 \cdot 8 = 48$.)

► Bls. 5

Ætlunin er að nemendur vinni þessi tiltölulega erfiðu verkefni sam-eiginlega eða í 3–4 manna hópum. Um er að ræða eins konar þrautlausnir og nemendur mega gjarnan nota vasareikni við útreikningana. Aðalatriðið er að nemendur geti sjálfir fundið leiðir til að leysa verkefnin.

Nr. 5.1

Nemendur finna ummál lóðarinnar með því að telja reiti og margfalda fjölda þeirra með 5 til að finna hve margar fjalir fara í girðinguna. Þetta er háð því að fjalir séu einnig notaðar í hliðið. Finnist nemendum það ekki góð hugmynd geta þeir dregið frá fjalirnar sem þarf í lengd hliðsins.

Nr. 5.2a

Nemendur reikna hve mikla málningu þarf í girðinguna þegar hver lítri dugar á 90 fjalir. Þetta má gera með því að deila í heildarfjölda fjala með 90 eða með því að reikna með því að hver lítri dugi á $90 : 5 = 18$ metra.

Nr. 5.2b

Nemendur reikna út hve mikið grasfræ þarf þegar hver pakki dugar á 20 m².

Nr. 5.3

Nemendur finna hve margar hellur þarf til að helluleggja innkeyrsluna að bílskúrnum. Best er að finna fyrst hve margar hellur þarf á einn fermetra og síðan hve margar hellur á alla innkeyrsluna. Kennari getur teiknað fermetra í réttri stærð á töfluna og útbúið blöð í stærðinni 50 cm · 50 cm sem nemendur líma inn í fermetrann. Þá sést vel að fjórar slíkar hellur þarf á einn fermetra. Ef þetta er ekki gert sýnilegt fyrir nemendum á þennan hátt munu margir þeirra vera í þeirri trú að ein hella þeki hálfan fermetra. Síðar í kaflanum er gerð tillaga um að nemendur búi sér til fermetra úr pappír.

Auðveldari verkefni

Þessi verkefni eru tiltölulega erfið og því er rétt að leyfa nemendum að nota vasareikni við útreikningana. Einnig má gera verkefnin áþreifanlegri með því að nota rúðunet í stærðinni 28 · 20 reitir (einnig má nota verkefnablað 5.133 (*Uppdráttur af húsi og garði*)). Á myndinni geta nemendur t.d. litað 20 reiti í senn á grasflötinni og síðan talið hve slík svæði eru mörg. Þannig finna þeir hve marga fræpakka þarf á alla flötina.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Búa til grunnmyndir

Látið nemendur búa til á rúðustrikuð blöð kort svipuð því sem er á bls. 5. Nemendur geta einnig búið til svipuð verkefni hver fyrir annan.

Kennari getur sett fram nokkur skilyrði fyrir þessum verkefnum, t.d.:

1. Lóðin á að vera milli 600 m² og 900 m².
2. Húsið á að ná yfir frá 100 m² til 120 m².
3. Nokkur blómabeð eiga að vera á lóðinni sem samtals þekja 10 m².

Viðfangsefni

- Lengdarmælingar
- Að giska á, mæla, bera saman og skrá lengdir og fjarlægðir í km, m, cm og mm
- Mælieiningar fyrir lengdir og breyting úr einni mælieiningu í aðra

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 6

Samræðumynd og fróðleiksreitur

Kennari útskýrir fyrir nemendum að venjulega eru lengdir mældar í ákveðnum mælieiningum. Stundum er hægt að bera saman lengdir á áþreifanlegan hátt án mælieininga, t.d. þegar athugað er hvort tveggja barna er herra með því að láta þau snúa bókum saman. Stundum er mælt með óstöðluðum mælieiningum, t.d. með fótarlengd. Í þeim tilvikum kemur upp vandamál við að fá nákvæma niðurstöðu því að menn eru með misstóra fætur. Þegar við mælum hins vegar með t.d. metra þá nota allir sömu lengdina, sömu mælieininguna.

Þegar mælt er skiptir miklu að mælitækin skarist ekki eða bil verði ekki á milli þeirra.

Ræðið við nemendur um ólíkar aðstæður þar sem lengdir eru mældar.

- Þegar smíða skal eitthvað eða byggja er afar mikilvægt að mælingar séu nákvæmar þar sem að öðrum kosti kunna hlutirnir eða byggingarnar að verða skakkar og hinir ýmsu hlutar passa þá ef til vill ekki saman. Oft þarf að mæla nákvæmlega upp á millimetra.
- Þegar ætlunin er að sauma þarf einnig að mæla nákvæmlega þar eð ella mun flíkin ef til vill ekki passa á þann sem á að nota hana eða gardínurnar, hvor sínum megin við gluggann, verða missiðar.
- Í mörgum íþróttagreinum eru notaðar lengdarmælingar (í langstökki, þristökki, hástökki o.s.frv.)
- Einnig þarf að mæla af nákvæmni í íþróttagreinum eins og langhlaupi og spretthlaupi, skíðaíþróttum og fleiri slíkum greinum. Sem dæmi

Lengdarmælingar

Mælieiningar

Þegar við mælum lengdir notum við mælieiningar eins og:

- millimetra, mm
- sentimetra, cm
- desimetra, dm
- metra, m
- kílómetra, km



5.4 Hvaða mælieining hentar best til að mæla

- | | | | |
|---|---|---|--|
| a |  dyr | d |  farsíma |
| b |  skrúfu | e |  vegalengd |
| c |  fullorðinn mann | f |  flutningabíl |

Sýnidæmi

Settu rétta mælieiningu við tölurnar þannig að þær tákni rétta lengd.

- a Hæð kirkjunnar er 20.
b Lengd skjaldbókunnar er 17.
-
- a 20 m
b 17 cm

5.5 Skrifaðu mm, cm, m eða km fyrir aftan tölurnar þannig að þær tákni rétta lengd.

- a Hæð húss er 8 ...
b Fjarlægðin milli Reykjavíkur og Egilsstaða er 696.
c Lengd humars er 15 ...
d Lengd pennaveskis er 24 ...
e Lengd bíls er 4 ...
f Þykkt bókar er 25 ...

6

5 • Mælingar

má nefna að maraþonhlaup á að vera nákvæmlega 42.195 metrar.

- Þegar við öikum bíl segja vegaskiltin til um fjarlægðir í km og erlendis eru þær oft gefnar upp í mílum (1 ensk míla er 1609 m).
- Þegar við öikum milli staða áætluðum við vegalengdir í kílómetrum. Þá er ekki nauðsynlegt að gefa vegalengdirnar upp á nákvæmari hátt, t.d. í metrum.

Mælt er með að kennari rifji upp mælieiningar til að mæla lengdir og hvernig þær eru skammstafaðar.

Nr. 5.4

Nemendur velja mælieiningar til að mæla hinar mismunandi lengdir. Á Íslandi má flutningabíll ekki vera

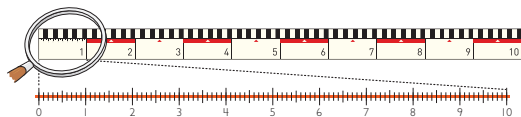
lengri en 18,5 m og þar af má eftirvagninn ekki vera meira en 12 m. Gott er að láta nemendur mæla einhverja þá hluti, sem fjallað er um í verkefninu, og að þeir upplifi lengdirnar í raun og veru.

- Hvaða mælitæki henta til að mæla lengd á skrúfu? (T.d. reglustika.)
- Hversu nákvæmlega þarf að mæla lengdina á flutningabílum? (Ef til vill í sentimetrum eða desimetrum.)
- Með hverju getum við þá mælt? (Tommustokk eða málbandi.)

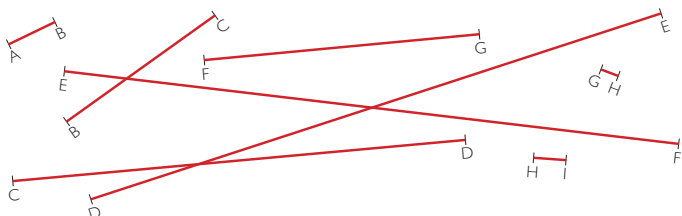
Nr. 5.5

Nemendur skrifa hvaða mælieining er notuð til að málin séu rétt. Kennari biður nemendur að breyta um mælieiningu:

- Hvað er hús hátt? (8 m.)



$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm}$
 $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$
 $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$



5.6 Mældu lengd strikanna.
 Gefðu málin upp bæði í millimetrum og sentimetrum.
 $AB = 11 \text{ mm} = 1,1 \text{ cm}$

$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

5.7 Skrifaðu í millimetrum:
 a 1,4 cm b 2,6 cm c 10 cm d 7,9 cm e 14 cm

5.8 Skrifaðu í sentimetrum:
 a 12 mm b 18 mm c 86 mm d 1 dm e 4,5 dm

7

■ Hve hátt er það í sentimetrum? (800 cm.)

► Bls. 7

Kennari notar töflureglustiku til að gera tengsl hinna ýmsu mælieininga, m, dm, cm og mm, sýnileg. Hann rifjar upp að skipta má metra í 10 desimetra, desimetra má skipta í 10 sentimetra og sentimetra má skipta í 10 millimetra.

Kennari dregur lítið strik á töfluna, t.d. 12,5 cm á lengd. Hann mælir strikið og í ljós kemur að það er milli 12 cm og 13 cm á lengd.

■ Ef skrifa á hvað þetta strik er langt og gefa málið upp í sentimetrum, hvernig skrifa ég það? (12,5 cm. Strikið er 12 cm og 5 mm.)

Nr. 5.6

Nemendur mæla lengd strikanna með reglustiku og gefa málið upp bæði í mm og í cm (sem tugabrot).

Nr. 5.7

Nemendur breyta málinu í liðum a–e í millimetra.

Nr. 5.8

Nemendur breyta málinu í liðum a–e í sentimetra.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur framkvæma lengdarmælingar með reglustiku. Þeir mæla upp á millimetra og gefa niðurstöðurnar upp bæði í millimetrum og í sentimetrum með tugabroti.

Fara má í ýmis spil til að æfa nákvæma mælingu. Til dæmis má skipuleggja keppni um að gefa pappírskúlu úr samankrumpuðu A5-blaði selbita til að reyna að komast eins nærri marki og mögulegt er, sjá kaflann Raunverkefni hér á eftir.

Erfiðari verkefni

Lengdir á slöngum

Felið nemendum það verkefni að leita á netinu og finna lengd slangnanna:

- kóbraslanga – snákur
- höggormur – mambaslanga
- anakonda – bóaslanga
- pýtonslanga

Tillögur um fleiri spurningar:

- Hvaða slanga er lengst?
- Hve mikill munur er á lengstu og stystu slöngunni?
- Hvað heitir lengsta slangan í Afríku? Í Asíu? Í Suður-Ameríku? Í Evrópu? Í Ástralíu?

Raunverkefni

Hver kemst næst markinu?

Látið nemendur fara í keppni um hver kastar næst ákveðnu marki.

Þeir geta

- kastað skutlu
- rúllað kúlu
- gefið samkvæmdu A5-blaði selbita

Nemendur mæla hve langt þeir eru frá markinu og velja sigurvegara hverrar umferðar. Gott er að skrá málin í töflu. Mikilvægt er að allir nemendur geri sínar mælingar í stað eins frá hverjum hópi.

Til að gera þetta erfiðara má fá nemendum það verkefni að leggja saman sín þrjú bestu köst. Þá vinnur sá sem er með lægstu summuna.

Ágiskun og röðun eftir lengd

Nemendur vinna í hópum. Hver hópur finnur 10 mismunandi hluti, annaðhvort utanhúss eða í kennslustofunni. Síðan leggja nemendur alla hlutina í röð frá þeim stysta til þess lengsta.

Biðjið nemendur að giska á hve langur hver hlutur er. Hóparnir ræða saman og skrifa ágiskunina niður á blöð sem þeir leggja við hvern hlut. Því næst mæla þeir með reglustiku og athuga hvort þeir hafi giskað á rétta lengd.

7

Viðfangsefni

- Lengdarmælingar
- Ummál
- Staðlaðar mælieiningar til að mæla lengd og breyting úr einni mælieiningu í aðra
- Tugabrot

Búnaður

- Málband, tommustokkur eða reglustika
- Snúra

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 8

Fróðleiksreiturinn

Kennari útskýrir fyrir nemendum skilgreiningarnar á striki, línu og ferli. Leggið áherslu á muninn milli þeirra. Ástæðan fyrir því að í skilgreiningunni stendur að ferill geti verið boginn er sú að ferill getur einnig verið beinn. Slíkur ferill getur t.d. komið fyrir í línuritum.

Nr. 5.9

Nemendur teikna strik í uppgefinni lengd. Strik afmarkast greinilega af punktum í báðum endum. Í stærðfræði er þetta sýnt með því að draga stutt þverstrik við hvorn enda.

Nemendur skrá málin bæði í mm og cm (sem tugabrot).

Nr. 5.10

Nemendur mæla lengd penna-stokks, strokleðurs, blýants og nemendabókarinnar. Síðan velja þeir sjálfir ýmsa hluti og skrá lengdina með mismunandi mælieiningum. Mikilvægt er að nemendur skilji hvers vegna breyting milli mælieininga verður eins og hún er; ekki er eftirsóknarvert að þeir læri einungis reglu um „að flytja kommuna“.

- Hve margir millimetrar var strokleðrið þitt? (Til dæmis 65 mm.)
- Hvað eru það margir sentimetrar? (6,5 cm.)
- Hvers vegna er það sama lengdin og 65 mm? (Vegna þess að 6 cm er 60 mm (eða öfugt) og síðan eru 5 mm í viðbót en það eru 5 tíundu-hlutar úr cm.)

5.9 Teiknaðu strikin. Skráðu lengdirnar bæði í cm og mm.

AB = 21 mm

EF = 95 mm

BC = 6,5 cm

FG = 21 cm

CD = 89 mm

GH = 8,3 cm

DE = 16 cm

HI = 117 mm

Strik: Strik er hluti beinnar línu milli tveggja punkta: A B

Lína: Bein lína er óendanleg í báðar áttir. _____

Ferill: Strik sem getur verið bogið. ~~~~~

5.10 a Mældu ýmsa hluti.

Gefðu málin upp í mm, cm og dm.

b Veldu þrjá hluti, mældu og skráðu málin í töfluna.



	mm	cm	dm
	220 mm	22 cm	2,2 dm
			
			
			

► Bls. 9

Nr. 5.11

Nemendur eiga að finna lengd ferlanna. Látið nemendur sjálfa finna út úr því hvernig þeir fara að. Hægt er að láta reglustiku hlykjust eftir ferlunum eða leggja band eða þráð eftir ferlinum og mæla síðan bandið. Biðjið 5–10 nemendur að segja hvaða mál þeir fengu. Kennari skrifar öll málin á töfluna og ræðir við nemendur:

- Athugum nú nákvæmni í mælingum. Er í lagi að þið fenguð mismunandi niðurstöður? (Já, eiginlega, það er erfðara að mæla feril nákvæmlega en beint strik.)
- Hvað haldið þið að sé hið rétta mál? (Kannski miðgildið: Kennari og nemendur raða niðurstöðunum eftir stærð og nota töluna í miðjunni.)

Nr. 5.12

Nemendur mæla kringum höfuð sér, kringum stól og borð. Síðan velja þeir ýmsa hluti til að mæla í kringum, annaðhvort með málbandi eða snúru sem þeir mæla síðan á eftir. Loks skrá þeir niðurstöðurnar í töflu.

Auðveldari verkefni

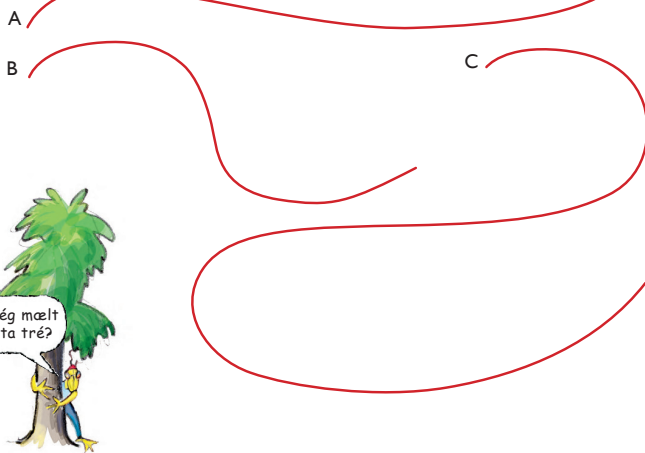
Kennari leggur aðaláhersluna á að mæla lengdir, annaðhvort með málbandi eða með snúru sem síðan er mæld á eftir. Nokkrir nemendur munu örugglega þurfa á upprifjun að halda, svo og meiri þjálfun í að breyta úr einni mælieiningu í aðra.

Mælingadómínó – lengd

Sjá tilbúin dómínóspjöld á verkefna-

5.11 Hvað eru ferlarnir langir?

Hvernig geturðu mælt lengd á svona ferlum?



- 5.12 a Mældu ýmsa hluti.
Gefðu málin upp í cm, dm og m.
b Veldu þrjá hluti, mældu og skráðu málin í töfluna.

	cm	dm	m

9

A–B: 8 cm C–D: 24 cm
E–F: 11 cm G–H: 19 cm
I–J: 13 cm K–L: 29 cm

Þegar nemendur hafa áætlað allar fjarlægðirnar með 12 krossum mæla þeir hve langt er á milli krossanna. Síðan reikna þeir út mismuninn frá hinni réttu fjarlægð.

Einnig má nota millimetra í stað sentimetra. Þá má láta nemendur giska á eftirfarandi fjarlægðir:

A–B: 27 mm C–D: 203 mm
E–F: 112 mm G–H: 188 mm
I–J: 55 mm K–L: 269 mm

Giska á vegalengdir á skólalóðinni

Hér er um sams konar verkefni að ræða og lýst er hér fyrir framan nema að því leyti að nú giska nemendur á fjarlægðir í metrum úti á skólalóðinni. Tveir nemendur eru beðnir að stilla sér upp, t.d. 7 m hvor frá öðrum. Sá þriðji mælir fjarlægðina.

Ágiskunarkeppni

Enn ein aðferð er sú að kennari finnur til 10 spýtur eða greinar í mismunandi lengdum. Nemendur eiga, helst í litlum hópum, að koma upp að töflu og áætla lengd hverrar spýtu. Kennari merkir spýturnar með bókstaf eða tölu. Þetta geta einhverjir nemendur gert meðan aðrir vinna verkefnið í bókinni. Málin, sem þeir giska á, færa þeir inn í töflu, t.d.

Áætluð lengd	Mæld lengd	Mismunur

Þegar allir hóparnir hafa giskað á lengdirnar dreifir kennari spýturnum á hópana sem mæla þær af nákvæmni. Málin eru skrifuð á töflu jafnóðum. Síðan reiknar hver hópmeðlimur út mismuninn frá ágiskun sinni og hinni réttu lengd. Loks reikna hóparnir út hve mikill mismunurinn varð samtals. Sá hópur vinnur sem er með minnstan samanlagðan mismun.

blöðum 5.134a–c (*Mælingadómínó – lengd 1–3*). Best er að plasta spjöldin áður en þau eru klippt út. Öðrum megin á dómínóspjöldunum eru desimetrar en hinum megin sentimetrar. Nemendur raða saman spjöldunum sem sýna sömu lengdir.

Þetta spil gefur viðbótarþjálfun í að breyta einni mælieiningu í aðra, þ.e. metrum, desimetrum, sentimetrum og millimetrum.

Mælingalottó (spil)

Þetta spil gefur viðbótarþjálfun í að breyta einni mælieiningu í aðra, sjá verkefnablöð 5.135a–c (*Mælingalottó*). Spjöldunum er dreift á hvolf á borð. Nemendur draga tvö spjöld hver í senn. Ef spjöldin passa saman, t.d. passar spjalðið 15 cm

við spjalðið 150 mm, þá heldur leikmaðurinn slagnum. Ef þau passa ekki saman leggur leikmaður þau aftur á sama stað á borðinu. Sá vinnur sem hefur flesta slagi í lokin.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Giska á fjarlægðina

Nemendur byrja með autt A4-blað. Þeir setja á það tvo krossa sem þeir telja að séu í þeirri fjarlægð frá hvor öðrum sem gefin er upp. Þeir skrifa bókstaf við hvorn kross. Síðan setja þeir tvo nýja krossa og reyna aftur að áætla þá fjarlægð sem gefin er upp næst. Hér á eftir eru fjarlægðirnar, sem þeir eiga að giska á, og bókstafirnir sem á að skrá við krossana:

Viðfangsefni

- Ummál rúmfræðilegra forma og mynda og ummál á pinnabretti

Búnaður

- Punktablað (ljósritunarblað 1 (Punktablað) aftast í þessari bók)
- Ef til vill pinnabretti
- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 10

Nr. 5.13

Nemendur finna ummál girðingar með því að mæla með reglustiku. Leggið áherslu á það sem mælt er: ummálið, lengd girðingarinnar, þ.e.a.s. vegalengdin kringum svæðið, sem kanínurnar eru á. Ummálið er því allt annað en flatarmálið sem er stærð svæðisins eða flatarins fyrir innan girðinguna.

Spyrjið nemendur hvort þeir viti hvað það þýðir þegar skrifað er 1:100. Þetta kallast mælikvarði og sýnir hversu mikið kortið er „minnkað“ miðað við raunveruleikann. Mælikvarðinn segir að 1 cm á teikningunni jafngildi 100 sentimetrum, þ.e. 1 metra í raunveruleikanum.

Nr. 5.14

Nemendur mæla kringum svæðin, þ.e.a.s. myndirnar, með reglustiku. Gott er að skrá málið við hverja hlið allra myndanna; ummálið er summa hliðanna. Gætið þess að nemendur noti mælikvarðann 1:100, þ.e. 1 cm á myndinni samsvarar 1 m í raunveruleikanum.

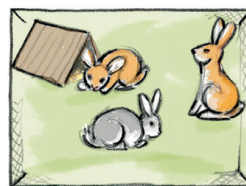
► Bls. 11

Samræðumynd

Ræðið við nemendur um hvernig þeir geti teiknað myndir á punktablaði (eða búið þær til á pinnabretti með teygjum). Leggið áherslu á að bilin milli punktanna eru notuð sem mælieiningar. Í nemendabók er 1 cm milli punktana þannig að hentugt er að nota bilin sem mælieiningu. Hins vegar er oft lengra milli naglanna á pinnabretti.

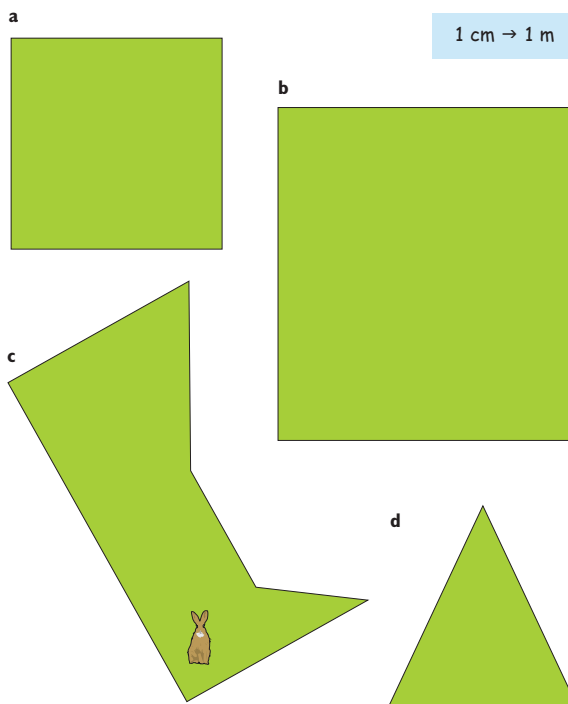
Ummál

- 5.13 Lárus ætlar að girða kringum kanínurnar sínar. Hvað þarf hann langa girðingu?



1 cm → 1 m

- 5.14 Hve langt er kringum svæðin í raunveruleikanum?



1 cm → 1 m

10

5 • Mælingar

- Krúsi segir að ummálið sé 8. Hvernig getum við gengið úr skugga um að það sé rétt? (Það eru 8 bil milli punktanna.)

Nr. 5.15

Nemendur finna ummál myndanna. Fjarlægðin milli tveggja punkta er 1 mælieining þótt bilið sé ekki endilega 1 cm.

Nr. 5.16

Nemendur búa til alls kyns myndir á pinnabretti eða punktablaði. Nota má ljósritunarblað 1 (Punktablað) aftast í þessari bók. Noti nemendur pinnabretti þurfa þeir að teikna myndirnar jafnóðum á punktablaði.

Nemendur búa fyrst til tvo mismunandi rétthyrninga með ummálið

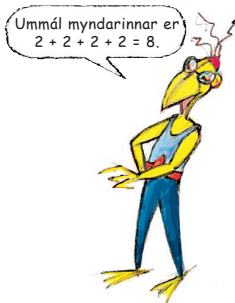
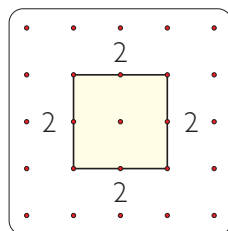
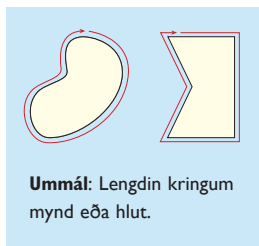
8, síðan þrjár mismunandi myndir með ummálið 12. Í síðasta verkefninu velja þeir sjálfir ummálið og teikna myndir með því ummáli.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur námunda málið á bls. 10 að næsta sentimetra.

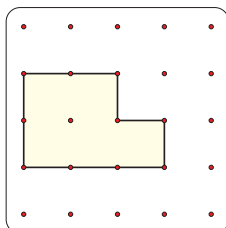
Erfiðari verkefni

- Hve margar mismunandi myndir með ummálið 8 er hægt að teikna? (Tvo rétthyrninga og einn marghyrning í viðbót, eins og L í laginu.)
- Hve margar mismunandi myndir með ummálið 10 er hægt að teikna? (Fimm, allar aðrar eru spegilmyndir af þeim eða þeim hefur verið snúið.)

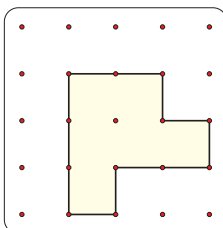


5.15 Hvert er ummál myndanna?

a

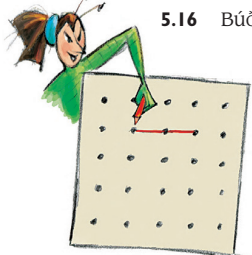


b



Þetta eru tvær lengdareiningar!

5.16 Búðu til mismunandi myndir á punktablað.

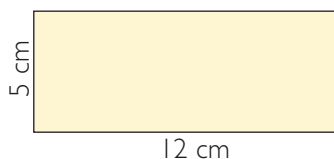


- Búðu til að minnsta kosti tvo mismunandi rétthyrninga sem hafa ummálið 8.
- Búðu til að minnsta kosti þrjár mismunandi myndir sem hafa ummálið 12.
- Veldu annað ummál. Búðu til mismunandi myndir með því ummáli.

Raunverkefni

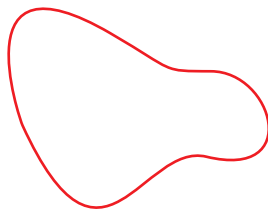
Finna ummál rúmfræðimynda

Biðjið nemendur að teikna nokkra ílanga rétthyrninga og ferninga á blað. Biðjið þá síðan að mæla lengd og breidd (eða lengri og styttri hlið) rétthyrninganna og einungis eina hlið ferninganna. Nemendur skrá málin við hliðarnar. Síðan skiptast þeir á blöðum við bekkjarfélaga sem finna ummál myndanna án þess að mæla.



Nemendur geta einnig teiknað óreglulegar myndir og skiptast síðan

á blöðum. Þá þurfa þeir að mæla myndir hver annars. Ef myndirnar eru teiknaðar með óreglulegum ferlum má ef til vill nota band eða þráð eins og lýst er í kaflanum Auðveldari verkefni á bls. 8.



Búa til myndir á pinnabretti og finna ummálið

Nemendur nota teygjur og búa til ýmsar myndir á pinnabretti. Síðan finna þeir út hvert ummál þeirra er.

Nemendur eiga að teikna myndirnar, sem þeir búa til á pinnabrettið,

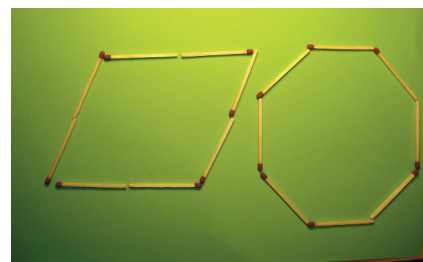
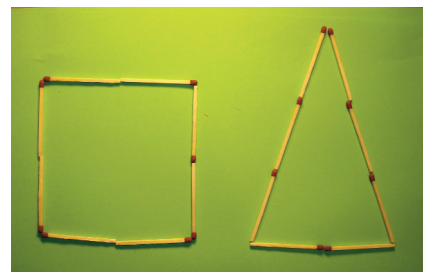
jafnóðum á punktablað þar sem þær að öðrum kosti hverfa þegar teygjurarnar eru fjarlægðar. Þeir nota bilið milli naglanna sem mælieiningu til að mæla hliðarnar.

Nemendum má fá það verkefni að búa til myndir sem eru t.d. 12, 16 eða 20 að ummáli. Þeir bera síðan myndirnar sínar saman við myndir bekkjarfélaga. Urðu allar myndirnar eins í laginu? Þetta mun færa þeim heim sanninn um að afar ólíkar myndir geta haft sama ummál. Einnig má biðja nemendur að búa til rétthyrninga með ummálið 20. Hve marga mismunandi rétthyrninga geta þeir búið til?

Ummál rúmfræðilegra mynda með eldspýtum

Búnaður: 8 eldspýtur handa hverju nemendapari.

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Hvert par fær 8 eldspýtur. Með þeim búa nemendur til eins margar mismunandi myndir og þeir geta. Biðjið þá að teikna myndirnar í reikningsheftin sín.



Viðfangsefni

- Lengdarmælingar
- Ummál
- Að reikna með tugabrotum
- Að giska á ummál

Búnaður

- Reglustika, málband
- Ef til vill snúra

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 12

Nr. 5.17

Nemendur mæla allar hliðar marghyrninganna með reglustiku, skrá málin og leggja þau að lokum saman til að finna ummálið. Biðjið þá að gefa ummálið upp bæði í mm og cm.

► Bls. 13

Nr. 5.18

Taflan sýnir hliðarlengdir og ummál mismunandi þríhyrninga en nokkrar tölur vantar. Nemendur reikna út hvaða tölur það eru. Gott er ef þeir sýna á greinargóðan hátt hvernig þeir finna tölurnar sem vantar í töfluna. Gæta þarf þess að nemendur skrifi mælieininguna sem á við hverja tölu, t.d. í a-lið: 19 cm.

Nr. 5.19

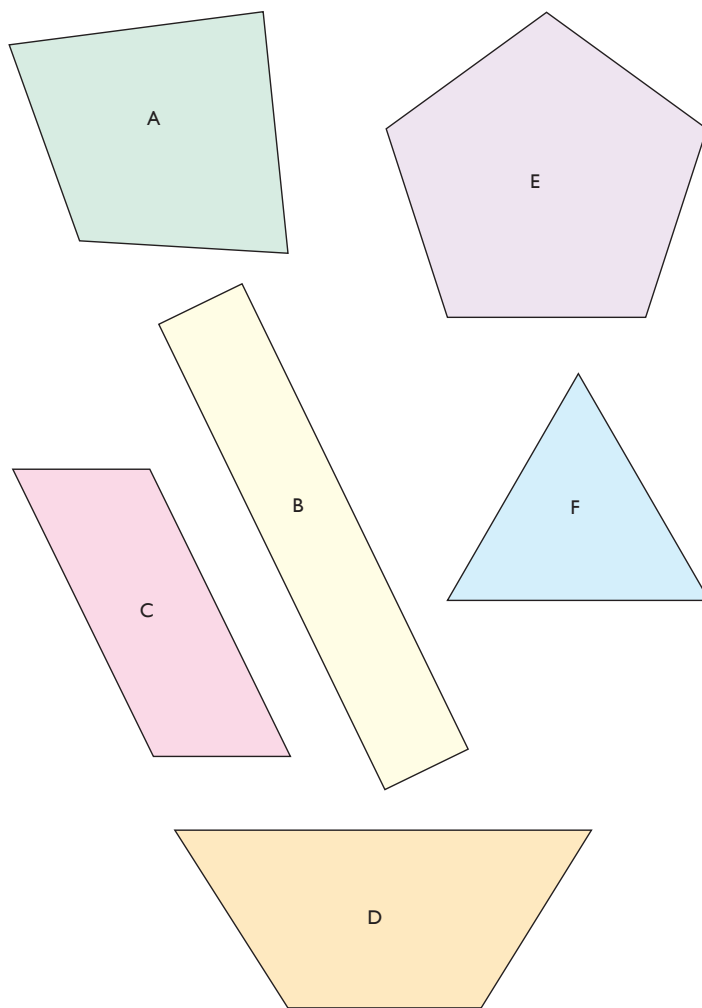
Taflan sýnir hliðarlengdir og ummál mismunandi ferhyrninga en nokkrar tölur vantar. Nemendur reikna út hvaða tölur það eru. Gæta þarf þess að þeir skrifi mælieininguna sem á við hverja tölu.

Nr. 5.20

Nemendur geta unnið þetta verkefni saman tveir og tveir en báðir verða samt sem áður að skrifa lausnirnar í reikningsheftin sín.

Nemendur finna fyrst fimm hluti sem þeir halda að hafi ummálið um það bil 10 cm. Þeir skrá niður ummálið sem þeir halda að hver hlutur hafi. Síðan finna þeir nákvæmt ummál með mælingu og reikna hve langt þeir voru frá réttu máli í ágiskun sinni. Nota má snúru

5.17 Finndu ummál myndanna. Mældu með reglustiku.



12

5 • Mælingar

sem mælitæki og síðan mæla þeir snúruna eftir á með reglustiku.

Þar næst endurtaka þeir verkefnið með hlutum sem þeir telja að hafi meira en 50 cm ummál. Ástæða þess að nemendur eru látnir finna hluti með meira en 50 cm ummál en ekki um það bil 50 cm er sú að þeir munu finna fleiri ólíka hluti með því móti.

Auðveldari verkefni

Á bls. 12 geta nemendur námundað að næsta sentimetra og notað það við útreikninga. Þannig verða tölurnar auðveldari í samlagningu og þeir geta einbeitt sér að því að skilja hvað ummál er. Þetta á einkum við nemendur sem eiga erfitt með reikning með tugabrotum.

Erfiðari verkefni

Heilabrot

- Ummál rétthyrnings er 50 cm. Lengd rétthyrningsins er fjórum sinnum stærri en breiddin. Hve langar eru hliðarnar?
- En ef ummálið hefði verið 70 cm?
- En ef ummálið hefði verið minna en 50? Finnið allar mögulegar lausnir þar sem ummálið er minna en 50 cm og lengd allra hliðanna í heilum sentimetrum.
- Hvert haldið þið að ummálið verði ef breiddin er 6 cm, 8 cm, 9 cm og 10 cm?
- Getið þið fundið út hvers vegna ummálið í rétthyrningi, þar sem lengri hliðin er fjórum sinnum lengri en sú styttri, er 10 sinnum stærra en styttri hliðin?

5.18 Hvaða tölur vantar í töfluna?



	Hlið 1	Hlið 2	Hlið 3	Ummál
a	6 cm	5 cm	8 cm	
b	13 cm	9 cm	17 cm	
c	8 cm		18 cm	43 cm
d		46 cm	55 cm	187 cm
e	69 cm	102 cm		227 cm
f	98 m		120 m	323 m
g		347 m	183 m	744 m

5.19 Hvaða tölur vantar í töfluna?



	Hlið 1	Hlið 2	Hlið 3	Hlið 4	Ummál
a	5 cm	5 cm	9 cm	6,5 cm	
b	95 mm	65 mm	95 mm	65 mm	
c	75 cm		99 cm	50 cm	308 cm
d	4,5 cm	5,5 cm		7,5 cm	22,5 cm
e		106 m	73 m	92 m	321 m
f	3,5 cm	8,1 cm	6,7 cm		23,8 cm
g	4,4 m	5,5 m	3,1 m	6,3 m	

- 5.20 a Finndu fimm hluti sem þú heldur að hafi ummál sem er um það bil 10 cm. Mældu ummálið af nákvæmni. Finndu mismuninn á ágiskuninni og nákvæmri mælingu.
- b Finndu fimm hluti sem þú heldur að hafi ummál sem er stærra en 50 cm. Mældu ummálið af nákvæmni. Finndu mismuninn á ágiskuninni og nákvæmri mælingu.

Hluti	Ummál ágiskun	Ummál mæling	Mismunur

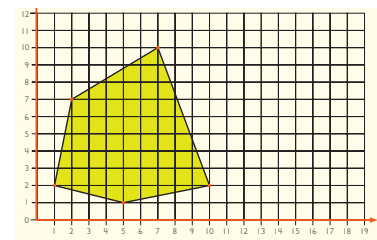
Búðu til töflu og skráðu niðurstöðurnar.



13

Ás táknar 1 en ekki 14 og kóngur táknar 0. Dragi leikmaður t.d. 2 og 7 getur hann annaðhvort merkt punktinn (2,7) eða (7,2). Þetta verður punktur nr. 1.

Næst þegar sami leikmaður dregur spil fær hann nýjan punkt sem verður punktur nr. 2. Leikmenn draga alls 10 spil og fá þannig fimm punkta. Þeir draga strik milli punktanna og búa þannig til fimmhyrning. Að lokum mæla þeir lengd allra hliða fimmhyrningsins og leggja þær saman til að finna ummálið. Sá vinnur sem hefur stærra ummál.



Kasta teningi og teikna mynd (spil)

Búnaður: Tveir teningar, tímaglas, rúðustrikað blað með reitum í stærðinni 1 cm x 1 cm.

Spilið er fyrir fjóra nemendur þar sem tveir spila á móti hinum tveimur.

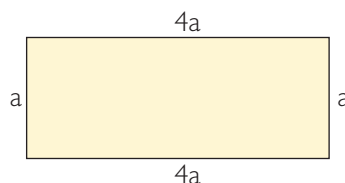
Fyrri parið kastar tveimur teningum og margfaldar saman tölurnar sem upp koma. Svárið táknar ummál mynda sem hitt parið á að teikna. Síðara parið fær eina mínútu eða þann tíma, sem það tekur sandinn í tímaglasinu að renna niður, til þess teikna eins margar myndir og hægt er með ummálinu sem fyrri parið fékk. Þegar tíminn er liðinn mælir fyrri parið hvort réttar myndir hafi verið teiknaðar. Fyrir hverja mynd með réttu ummáli fær síðara parið tvö stig en myndir með röngu ummáli gefa mínus eitt stig. Nú skipta pörin um hlutverk.

Ef ekki er völ á tímaglasi getur kennari eða einhver nemandi tekið tímann; hann segir þá til um hvenær á að byrja að teikna og hvenær skal hætta.

Lausnir:

- a Breiddin er 5 cm og lengdin 20 cm.
- b Breiddin er 7 cm og lengdin 28 cm.
- c Allar mögulegar lausnir með ummál minna en 50 cm eru:
 $b = 1 \text{ cm}; l = 4 \text{ cm}; U = 10 \text{ cm}$
 $b = 2 \text{ cm}; l = 8 \text{ cm}; U = 20 \text{ cm}$
 $b = 3 \text{ cm}; l = 12 \text{ cm}; U = 30 \text{ cm}$
 $b = 4 \text{ cm}; l = 16 \text{ cm}; U = 40 \text{ cm}$
- d Tilgangurinn er sá að nemendur uppgötvi mynstrið sem felst í að ummálið verður 10 sinnum lengra en styttri hliðin (breiddin).
 $b = 6 \text{ cm}; U = 60 \text{ cm}$
 $b = 8 \text{ cm}; U = 80 \text{ cm}$
 $b = 9 \text{ cm}; U = 90 \text{ cm}$
 $b = 10 \text{ cm}; U = 100 \text{ cm}$

e

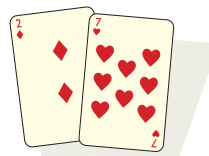


$$U = a + 4a + a + 4a = 10a$$

Raunverkefni Hnitakerfis

Búnaður: Spilastokkur, hnitakerfi (verkefnablað 5.136 (Hnitakerfi)). Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Leikmenn draga tvö spil til skiptis sem tákna hnit punkts. Þeir finna punktinn í hnitakerfinu og merkja hann.



Viðfangsefni

- Mæla stærð flata með óstöðluðum mælieiningum, t.d. reitum

Búnaður

- Reglustika
- Ljósrit af kortinu á bls. 14 (ljósritunarblað 2 (*Flatarmál*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 14

Nr. 5.21

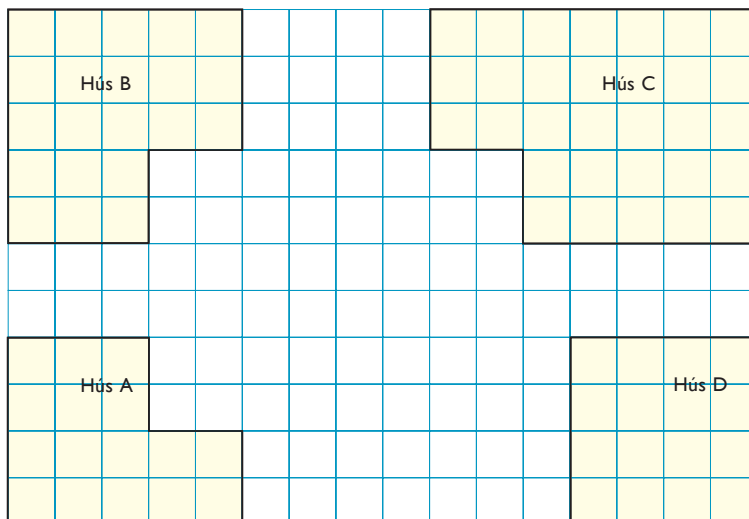
Nemendur bera saman stærð húsanna. Einhverjir þeirra geta gert það með því einungis að skoða húsin; t.d. er auðvelt að sjá að hús D er minna en hús C. Hins vegar er auðveldast að mæla fletina með mælieiningum. Hér er reitur notaður sem mælieining og hann er ekki stöðluð mælieining. Vandinn, sem því fylgir, er að við vitum ekki hve stór húsin eru, einungis hver stærð þeirra er innbyrðis. Þegar mælt er með fermetra nota allir sömu stærðina til að mæla með, sömu mælieininguna. Þá er auðveldara að bera saman stærð húss við önnur hús.

Þegar mælt er með mælieiningu fyrir flatarmál er einnig mikilvægt að mæla af nákvæmni. Sumar mælieiningar henta betur en aðrar þegar mæla skal fleti. Til dæmis er auðvelt að láta ferninga liggja þétt hver upp við annan. Nota má réttthyrninga, samsíðunga, já reyndar má nota alla ferhyrninga. Þríhyrningar nýtast einnig vel en ekki er hægt að nota fimmhyrninga eða hringi því það er ekki hægt að þekja flöt með þeim.

Nr. 5.22

Nemendur teikna myndina efst á síðunni á rúðustrikað blað eða nota ljósritunarblað 2 (*Flatarmál*) aftast í þessari bók. Þeir skipta svæðinu milli húsanna í fjóra hluta þannig að hvert hús fái jafn stóran flöt. Að lokum finna þeir fjölda reita í hverju hinna fjögurra svæða.

Flatarmál



5.21 Myndin sýnir fjögur hús.

a Hve marga reiti þekur

- hús A? • hús B? • hús C? • hús D?

b Skrifaðu húsin í röð eftir því hvað þau þekja stóran flöt.

5.22 Nágrannarnir eiga að skipta útsvæðinu jafnt á milli sín.

a Teiknaðu myndina efst á síðunni í reikningsheftið þitt. Teiknaðu síðan inn lóðamörkin milli húsanna.

b Yfir hve marga reiti nær hvert útsvæði?

5.23 Notaðu reglustiku. Mældu ummál hvers húss ásamt útsvæði þess. Svaraðu í cm.



14

5 • Mælingar

Nr. 5.23

Nemendur mæla ummál hvers hinna fjögurra útsvæða. Þeir geta talið reitina eða mælt með reglustiku. Reglustikan hentar einkar vel ef nemendur hafa notað skálínur til að skipta svæðinu. Látið nemendur sjálfa komast að því að enda þótt flatarmál svæðanna sé hið sama getur ummálið verið mismunandi.

► Bls. 15

Fróðleiksreitur

Í fróðleiksreitnum eru tilgreindar hinar ýmsu mælieiningar fyrir flatarmál og skammstafanir fyrir þær. Það er samt ekki fyrr en á bls. 17 sem nemendum eru kynntar staðlaðar mælieiningar, t.d. cm².

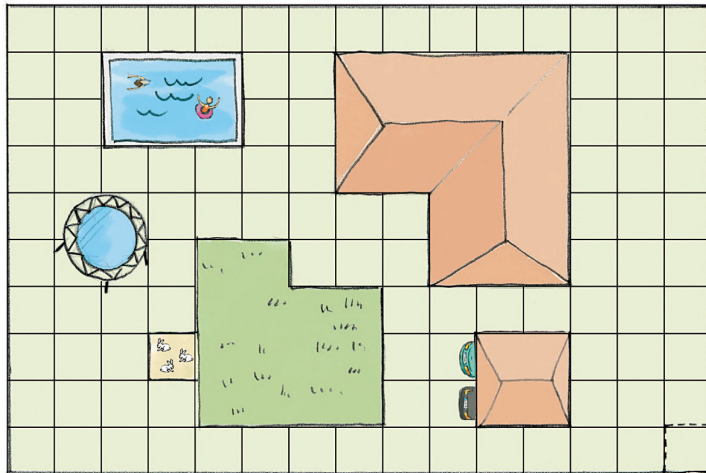
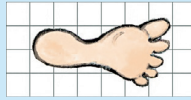
Samræðumynd

Í þessu verkefni nota nemendur mælikvarða fyrir flatarmál. Hver reitur á kortinu er 1 cm x 1 cm á stærð, þ.e.a.s. 1 cm². Hver reitur samsvarar 10 m² í raunveruleikanum. Gætið þess að nemendur álíti ekki þar með að 1 sentimetri á kortinu samsvari 10 metrum í raunveruleikanum mun nefnilega vera um það bil 3,16 metrar á breidd (þ.e.a.s. ferningsrótin af 10 m²). Ekki er nauðsynlegt að taka þetta umræðuefni upp við nemendur nema þeir spyrji um það eða þeir noti mælikvarðann ranglega til að segja til um lengd í staðinn fyrir flatarmál.

Flatarmál:

Segir til um stærð flatar.
Þegar við mælum flatarmál
notum við einingar eins og:

- fersentimetra, cm^2
- fermetra, m^2
- ferkílómetra, km^2



Hver reitur jafngildir
10 m^2 í raunveruleikanum.

10 m^2

- 5.24 Hve margir fermetrar, m^2 , eru
- | | |
|--------------------|----------------|
| a kanínugarðurinn? | d sundlaugin? |
| b húsið? | e grasflötin? |
| c bílskúrin? | f trampólínið? |



15

Nr. 5.24

Nemendur finna stærð mismunandi flata og tilgreina svörin í m^2 .

Látið nemendur brjóta heilann um hver sé besta tillagan í sambandi við trampólínuna. Þar eð reitirnir fjórir eru ekki alveg þaktir hlýtur flöturinn að vera minni en 40 m^2 .

Auðveldari verkefni

Nokkrum nemendum kann að reynast verkefni 5.22 og 5.23 allþung í skauti. Leyfið þeim að vinna með öðrum sem ráða vel við þessi verkefni. Einnig má gefa þeim visbendingar um að það geti verið heppilegt að finna út hve margir reitirnir eru samtals og að láta nágrannana fjóra skipta þeim jafnt á milli sín. Leyfið nemendum að nota vasareikni. Enn

fremur getur kennari sagt þeim að hver nágranni eigi að fá 44 reiti á sína lóð og nemendur finna lausnina út frá því.

Til að vinna verkefnin á bls. 15 má láta nemendur fá rúðunet á glæru (í stærðinni 1 cm x 1 cm). Þeir leggja þá hið gagnsæja rúðunet ofan á kortið og telja reitina. Á verkefnaðlaði 5.96 (Rúðunet) í verkefnahefti 5a er rúðunet með 1 cm x 1 cm.

Þar sem vísað er í verkefnaðlaði 5b, er númer verkefnaheftis tilgreint.

Erfiðari verkefni

Nemendur teikna kortið efst á bls. 14 einu sinni enn eða nota ljósritunarblað 2 (Flatarmál) aftast í

þessari bók. Þeir skipta nú svæðinu milli húsanna jafnt milli þeirra að nýju þannig að ummál svæðanna verði eins stórt og hægt er. Svæðin verða að tengjast á hliðunum (ekki einungis á hornunum). Að lokum leggja þeir saman ummál svæðanna fjögurra. Hverjum tókst að skipta svæðinu þannig að summa ummálanna verði sem mest?

Raunverkefni

Nemendur teikna sínar eigin lóðir
Búnaður: Rúðunet með 1 cm x 1 cm stórum reitum (verkefnaðlaði 5.96 (Rúðunet)) í verkefnahefti 5a.

Látið nemendur teikna og skipuleggja eigin lóðir. Þeir geta fengið fyrirmæli um að eftirfarandi hlutir og fyrirbæri eigi að vera í garðinum og hve stór þau eigi að vera:

- leiksvæði, 60 reitir
- sandkassi, 8 reitir
- rósabeði, 15 reitir
- mataraðstaða, 12 reitir
- grasblettur, 30 reitir

Teikna íbúð 1

Nemendur teikna „draumaíbúðina“ sína á rúðustrikað blað með reitum í stærðinni 1 cm x 1 cm (ljósritunarblað 2 (Flatarmál) aftast í þessari bók), sbr. myndin efst á bls. 14. Þeir nota mælikvarðann: einn reitur samsvarar 1 m^2 í raunveruleikanum. Nemendur ræða fyrir fram um hvaða herbergi þeir myndu hafa í íbúðinni ef þeir gætu ákveðið nákvæmlega hvernig íbúðin þeirra væri. Hún má ná yfir tæplega hálft A4-blað. Bæta má við verkefnið með því að teikna aðra hæð í íbúðina.

Nemendur skrifa heiti og stærð allra herbergjanna og bera saman herbergin: Hvaða herbergi er stærst eða lengst o.s.frv.

Teikna íbúð 2

Nemendur geta einnig teiknað íbúðir sem eru öðruvísi í laginu. Utanhúss má teikna íbúðir í snjóinn, ef um hann er að ræða, eða nota snjó til að hlaða vegg. Innanhúss má búa til módel af íbúð í stórum kassa. Þá geta nemendur mælt flatarmál hvers herbergis með óstöðluðum mælieiningum.

Viðfangsefni

- Flatarmál, óstaðlaðar mælieiningar á punktablaði
- Staðlaðar mælieiningar, cm^2

Búnaður

- Punktablað (ljósritunarblað I (Punktablað) aftast í þessari bók

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 16

Samræðumynd

Ræðið við nemendur um hvernig teikna má myndir á punktablaði (eða búa þær til á pinnabretti með teygjum). Vekið athygli þeirra á að bilið milli fjögurra punkta er notað sem mælieining. Í nemendabók er í fersentimetri milli punktanna þannig að hagkvæmt er að velja hann sem mælieiningu. Hins vegar er oft lengra á milli nagla á pinnabretti.

- Kráka segir að flatarmálið sé 3.

Hvernig getum við séð hvort það er rétt? (Það eru þrír ferningslaga fletir milli hornpunktanna.)

Nr. 5.25

Nemendur finna flatarmál myndanna með mælieiningunni „reitur“. Einn reitur er litli ferningurinn milli fjögurra punkta.

Hálfan reit má annaðhvort skrifa sem tugabrot eða sem almennt brot ($\frac{1}{2}$).

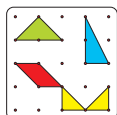
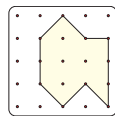
Nr. 5.26

Nemendur teikna myndir á punktablaði og skrá flatarmál hverrar myndar.

Síðan teikna þeir nokkrar mismunandi myndir sem allar hafa flatarmálið 9. Beinið athygli nemenda að því að myndirnar geta haft sama flatarmál þótt form þeirra séu mjög ólík.

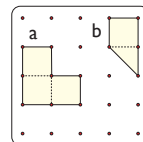
Látið nokkra nemendur prófa það sem Krúsi spyr um, að búa til ólíkar myndir með flatarmálið 1.

Hér má sjá ýmsar tillögur um lausnir:



Sýnidæmi

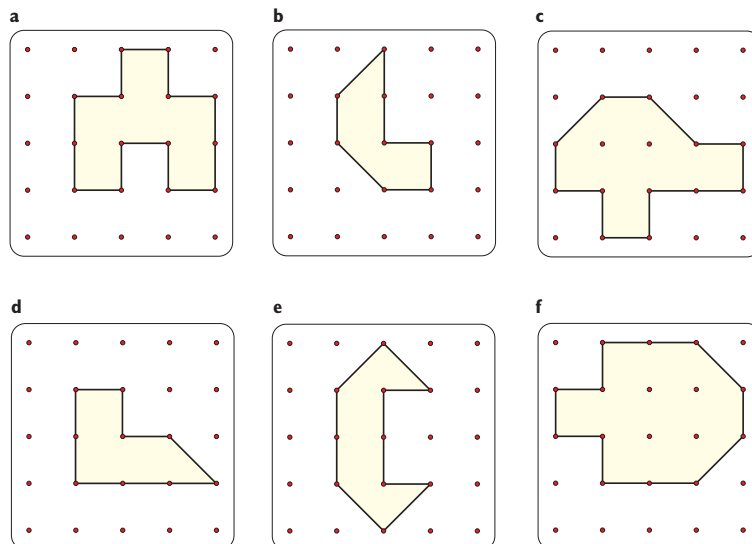
Hvert er flatarmál myndanna?



a Flatarmálið er 3.

b Flatarmálið er 1,5.

5.25 Hvert er flatarmál myndanna?



5.26 a Teiknaðu mismunandi myndir og skráðu flatarmál þeirra.

b Teiknaðu mismunandi myndir með flatarmálið 9.



16

5 • Mælingar

► Bls. 17

Fróðleiksreitur

Þörfin fyrir staðlaðar mælieiningar er jafn mikil við flatarmálmælingar eins og lengdarmælingar. Ef við teiknum t.d. mynd á punktablaði með flatarmálið 9 mun stærð myndarinnar vera háð fjarlægðinni milli punktanna: Ef lítil fjarlægð er milli punktanna verður myndin lítil; og öfugt ef fjarlægðin er mikil.

Lengdarmálið er grunnurinn að stöðluðum flatarmálseiningum: búinn er til ferningur með ákveðnu lengdarmáli, t.d. 1 cm, 1 dm, 1 m o.s.frv. Á þann hátt verða til staðlaðar flatarmálmælieiningar, „fersentimetri“, „fermetri“, „ferkílómetri“ o.s.frv.

Þessu til viðbótar er oft notað

orðið hektari en orðið hektó merkir 100; einn hektari er þá 100×100 metrar = $10\,000 \text{ m}^2$ að stærð.

Nr. 5.27

Nemendur geta talið hvað hver mynd nær yfir marga fersentimetra.

Auðveldari verkefni

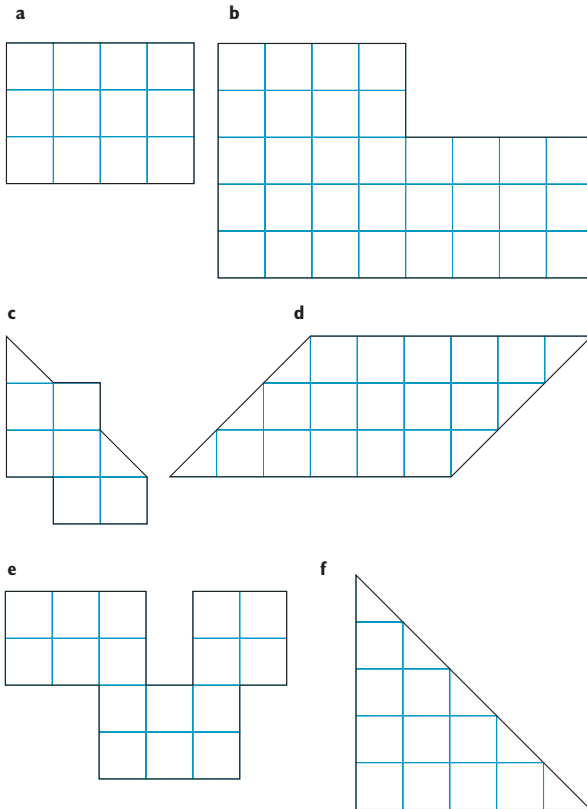
Biðjið nemendur að teikna rúðunet inn í myndirnar á punktblöðunum. Þannig verður greinilegra hvað flatarmál hverrar myndar er margir reitir.

Við verkefnin á bls. 17 getur nemendum verið hjálp í að leggja gagnsætt rúðunet ofan á myndirnar þannig að þeir geti búið til hjálparstrik. Síðan merkja nemendur reitina jafnóðum og þeir telja þá.

Einn fersentimetri, cm^2 ,
er feringur þar sem
hver hlið er 1 cm á lengd.



5.27 Hvað eru myndirnar margir cm^2 ?



17

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að mæla lengd skástrikanna og finna síðan ummál myndanna á bls. 16. Þetta getur verið athyglisvert í þeim tilvikum sem myndirnar hafa sama flatarmál.

Hér á eftir eru lengdir nokkurra hornalína í rétthyrningum af ýmsum stærðum – skv. Pýþagórasarreglu:

- 1 x 1 reitur: Lengd hornalínunnar er ferningsrótin af 2 $\approx$ 1,4
- 1 x 2 reitir: Lengd hornalínunnar er ferningsrótin af 5 $\approx$ 2,2
- 1 x 3 reitir: Lengd hornalínunnar er ferningsrótin af 10 $\approx$ 3,2
- 2 x 2 reitir: Lengd hornalínunnar er ferningsrótin af 8 $\approx$ 2,8
- 2 x 3 reitir: Lengd hornalínunnar er ferningsrótin af 13 $\approx$ 3,6

Raunverkefni

Nemendur geta búið til eigin myndir á pinnabretti með teygjum áður en þeir leysa verkefnið á opnunni. Þá nota þeir feringinn milli naglanna sem mælieiningu. Biðjið nemendur að teikna myndirnar jafn-óðum á punktablað og skrá flatarmálið við hverja mynd.

Búa til fermetra

Nemendur nota t.d. dagblaðapappír eða stóra pappírsrúllu og búa til fermetra. Þeir eiga einnig að teikna inn í fermetrann svæði sem er einn fersentimetri að stærð þannig að þeir sjái stærðarmuninn á m^2 og cm^2 .

Látið nemendur gera ýmsar tilraunir með fermetra:

- Hvað komast margir nemendur fyrir á 1 m^2 ?
- Hve marga fermetra haldið þið að þurfi til að þekja gólfíð í kennslustofunni?
- Hvernig getum við fundið flatarmál kennslustofunnar án þess að mæla hana með fermetrablaðinu?

Búa til mismunandi rétthyrninga með sama flatarmál

Látið nemendur teikna mismunandi rétthyrninga með sama flatarmál á rúðustrikað blað, punktablað eða búa þá til á pinnabretti. Um getur verið að ræða rétthyrninga sem eru t.d. 24 cm^2 , 36 cm^2 eða 48 cm^2 að flatarmáli. Nemendur geta unnið saman í hópum og reyna að búa til sem flesta mismunandi rétthyrninga með sama flatarmáli.

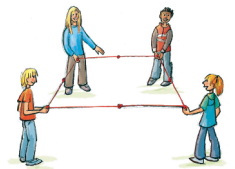
Útiverkefni með snæri

Búnaður: Snæri, um það bil 8,5 m á lengd handa hverjum hópi. Leikurinn er fyrir 4 leikmenn.

Fyrst mæla leikmenn snærið og setja hnút við hvern metra. Snærið er hnýtt saman þannig að ummálið verði um það bil 8 metrar.

Hóparnir búa nú til mismunandi rétthyrninga með snærinu með því að nemendur halda hver í sitt horn rétthyrninganna.

Þeir eiga að reikna flatarmál allra rétthyrninga sem þeir búa til.



- Geta nemendur fundið rétthyrninginn með minnsta flatarmálið?
- Eða rétthyrninginn með stærsta flatarmálið?
- Geta nemendur reynt að búa til „reglu“ um hvernig flatarmál rétthyrninga, sem allir hafa sama ummál, breytist.

Lausn:

Því minni sem mismunurinn er milli hliðarlengda (þ.e. milli breiddar og lengdar) því stærra verður flatarmál rétthyrningsins. Feringur er því rétthyrningurinn sem hefur stærsta flatarmálið.

Viðfangsefni

- Flatarmál með stöðluðum mælieiningum
- Að skilja á hverju flatarmál byggist, þ.e.a.s. að skilja tengsl milli lengdar, breiddar og flatarmáls rétthyrninga

Búnaður

- Ef til vill rúðustrikuð blöð með reitum í stærðinni 1 cm x 1 cm (verkefnablað 5.96 (Rúðunet) í verkefnahefti 5a).

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 18

Sýnidæmi

Mikilvægt er að nemendur beini sjónum áfram að því að telja mælieiningar. Markmiðið er ekki að nemendur læri utan að regluna um flatarmál rétthyrninga, þ.e. að flatarmálið sé „lengd sinnum breidd“ en það er hins vegar hið besta mál ef þeir líta á margföldun sem einfalda leið til að finna fjölda reitanna: Að í rétthyrningnum séu 2 raðir með 5 reitum í hvorri og þess vegna verður fjöldi reitanna $2 \cdot 5 = 10$. Og þar eð hver reitur er 1 fersentimetri verður flatarmálið 10 cm².

Nr. 5.28

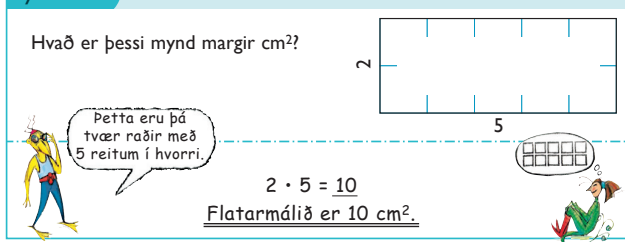
Nemendur finna flatarmál rétthyrninganna. Nemendur geta gert skissur af rétthyrningunum í reikningsheftin sín ef þeim finnst það auðveldara.

► Bls. 19

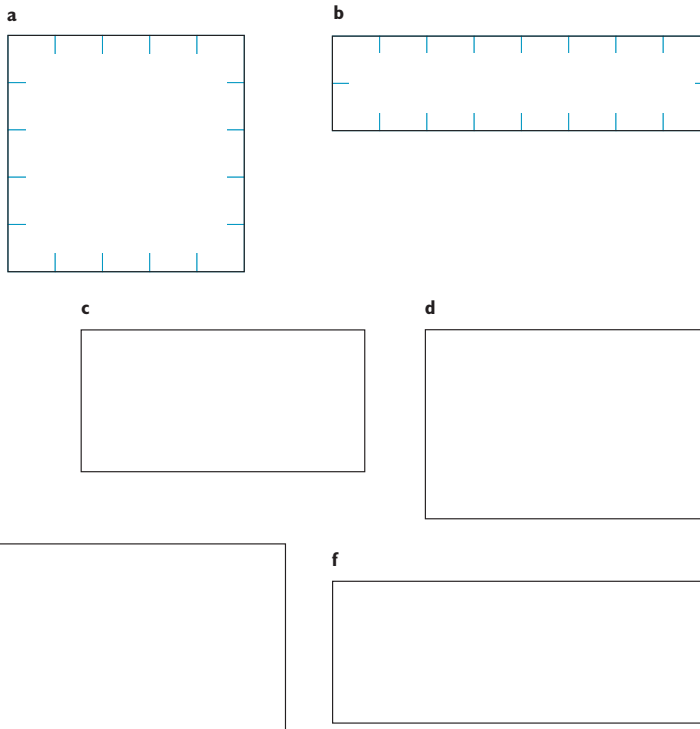
Sýnidæmi

Í þessum verkefnum eiga nemendur að finna lengd hliða í rétthyrningi þegar ein hlið og flatarmálið eru þekkt. Enn og aftur er tilgangurinn sá að nemendur uppgötvu tengslin milli flatarmáls annars vegar og margföldunar og deilingar hins vegar. Hér er margfeldið og annar þátturinn þekktur; hver er þá hinn þátturinn? Einnig má orða þetta svo: „Við vitum að svarið er 12 og önnur talan, sem margfalda skal, er 4; hver er þá hin talan?“

Sýnidæmi



5.28 Hvað eru myndirnar margir cm²?



18

5 • Mælingar

Nr. 5.29

Í verkefninu eru flatarmálið og lengd einnar hliðar þekkt. Nemendur eiga að finna lengd hinna hliðanna og teikna rétthyrningana.

- Flatarmálið er 15 cm² og ein hliðin er 5 cm. Hve langar eru hinar hliðarnar? (5 cm, 3 cm og 3 cm.)
- Hvers vegna? (Til dæmis vegna þess að $15 : 5$ er 3, það verða 3 raðir með 5 reitum sem eru 1 cm² hver.)

Nr. 5.30

Nemendur teikna rétthyrninga í þeim stærðum sem gefnar eru upp. Fleiri en eitt svar eru möguleg. Gætið þess að ferningur er einnig rétthyrningur.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur teikna rétthyrninga á rúðustrikuð blað því að þannig er auðveldara að sjá hve marga reiti flöturinn nær yfir. Eigi þeir samt sem áður erfitt með þetta er best að láta þá fá kubba eða teninga í stærðinni 1 cm x 1 cm sem þeir nota til að mynda rétthyrningana.

Erfiðari verkefni

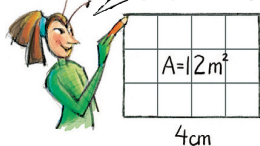
Biðjið nemendur að búa til þríhyrninga í þeim stærðum sem gefnar eru upp neðst á bls. 19. Látið þá sjálfa komast að því hvernig þetta skal gert, t.d. með því að tvöfalda eitt strikið. Látið þá einnig komast að raun um að auðveldasta leiðin er að búa til rétthyrnda þríhyrninga.

Sýnidæmi

Teiknaðu rétthyrning sem er 12 cm^2 að flatarmáli.
Ein hliðin á að vera 4 cm löng.

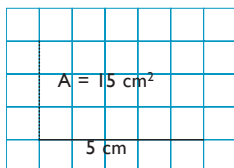


Þessi hlið hlýtur að vera 3 cm
vegna þess að $4 \cdot 3 = 12$.

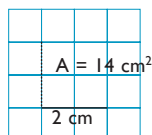


5.29 Ljúktu við að teikna rétthyrningana.

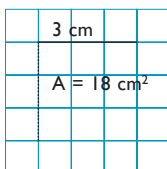
a



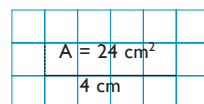
b



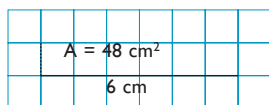
c



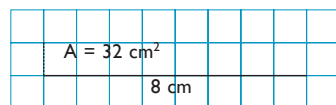
d



e



f



5.30 Teiknaðu rétthyrninga með flatarmálið

a 25 cm^2
 28 cm^2

b 54 cm^2
 42 cm^2

c 36 cm^2
 49 cm^2

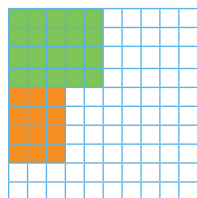
19

Raunverkefni

Stærsta flatarmálið (spil)

Búnaður: Teningar og rúðustrikað blað.

Spilið er fyrir 2–3 leikmenn. Allir leikmenn nota sama rúðustrikaða blaðið. Þeir kasta tveimur teningum til skiptis. Það sem upp kemur segir til um hliðarnar í rétthyrningi. Sá sem kastar segir til um hvar rétthyrningurinn á að vera á blaðinu en ekki má nota reiti sem þegar hafa verið teiknaðir. Leikmaðurinn litar rétthyrninginn í sínum lit.



Þegar búið er að lita alla reitina telja leikmenn reitina sína. Sá vinnur sem hefur litað flesta reiti.

Á myndinni hefur annar leikmaðurinn fengið tölurnar 4 og 5 upp á teningunum og litað $4 \cdot 5$ reiti græna; hinn hefur fengið 3 og 4 á teningunum.

Rétthyrningsspilið

Búnaður: Auð eða rúðustrikað blað, reglustika, spilastokkur án mannspila eða tveir teningar.

Spilið er fyrir 2 leikmenn. Fyrri leikmaður dregur spil og teiknar lárétt strik á pappír eins langt og spilið segir til um. Hinn dregur einnig spil og teiknar strik á sitt blað. Sá fyrrnefndi dregur sitt annað spil og dregur lóðrétt strik eins langt

og spilið segir til um. Síðan teiknar hann rétthyrning út frá strikunum tveimur þannig að hliðar rétthyrningsins eru jafn langar og spilin tvö, sem hann dró, segja til um.

Aðlaga má spilið að nemendum sem eiga í basli með margföldunar-töflurnar. Til dæmis verður spilið auðveldara ef teningur er notaður í stað spilastokks þar sem erfiðasta margföldunardæmið verður þá 6×6 .

Einnig má velja þá leið að teikna rétthyrningana á rúðustrikað blað í staðinn fyrir auð blað.

Heilabrot 1

Biðjið nemendur að finna fering þar sem ummál og flatarmál er sama tala.

Lausn: Feringur með 4 cm langar hliðar.

Heilabrot 2

Á verkefnablaði 5.137 (*Frú Hanna skiptir jarðarpartinum sínum*) eru eftirfarandi heilabrot:

Frú Hanna átti jarðarpart úti á landi. Hann var ferningslaga og hver hlið 100 metrar á lengd. Hún gaf syni sínum stóran hluta af jarðarpartinum. Sá hluti er einnig feringur og er flatarmáls hans 3600 m^2 .

Hanna hélt fyrir sjálfa sig ferningslaga skika þar sem hliðarnar voru 40 m á lengd.

Það sem eftir var af upphaflega jarðarpartinum gaf hún barnabörnum sínum tveimur. Þau fengu hvort um sig jafn stóra skika.

Hve stórir verða jarðarskikarnir hver um sig?

Lausn:

Hluti Hansínu $40 \cdot 40 =$ 1600 m^2	Hluti barnabarns $40 \cdot 60 =$ 2400 m^2
Hluti barnabarns $40 \cdot 60 =$ 2400 m^2	Hluti sonarins $60 \cdot 60 =$ 3600 m^2

Viðfangsefni

- Flatarmál með stöðluðum mælieiningum
- Að skilja á hverju flatarmál byggist, þ.e.a.s. að skilja tengsl milli lengdar, breiddar og flatarmáls rétthyrninga og þríhyrninga

Búnaður

- Ef til vill rúðustrikuð blöð með reitum í stærðinni 1 cm x 1 cm (verkefnablað 5.96 (Rúðunet) í verkefnahefti 5a)

Kennsluleiðbeiningar

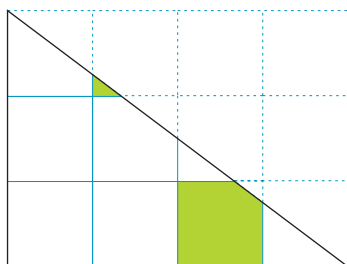
► Bls. 20

Nr. 5.31

Nemendur teikna mismunandi rétthyrninga sem allir hafa flatarmálið 24 cm² og því næst nokkra sem hafa flatarmálið 40 cm². Nemendur reyna að finna sem flesta. Þeir byrja á að leita að rétthyrningum með hliðarlengdir í heilum tölum en ef einhverjir finna rétthyrninga með hliðarlengdum í tugabrotum, t.d. $2,5 \cdot 16 = 40$, er það auðvitað hið besta mál.

Nr. 5.32

Nemendur finna flatarmál rétthyrningsins og þríhyrningsins. Kennari getur teiknað rétthyrning í stærðinni $4 \cdot 3$ reiti á töfluna og notar til þess rúðunet. Hann spyr nemendur hvert flatarmálið sé. Síðan skiptir hann rétthyrningnum í tvo hluta með annarri hornalínunni og þurrkar burtu annan helminginn.



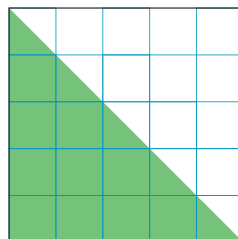
- Hvað kallast þetta form? (Rétthyrndur þríhyrningur.)
- Hvert er flatarmál þríhyrningsins? (6 reitir.)
- Hvernig fannstu svarið? (Það sem er eftir af rétthyrningnum er helmingurinn af honum.)

5.31 Teiknaðu mismunandi rétthyrninga þar sem flatarmálið er

- a 24 cm² b 40 cm²

5.32 Hvert er flatarmál

- a alls ferningsins? b græna þríhyrningsins?



Hvað geturðu búið til marga mismunandi rétthyrninga?

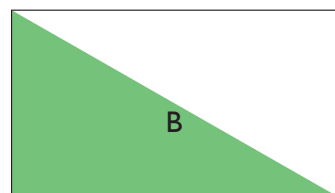
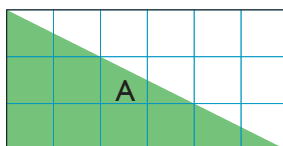


Við skiptum í tvo jafna hluta.

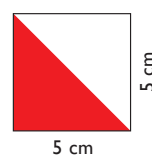
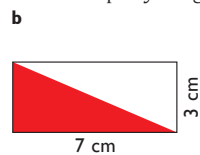
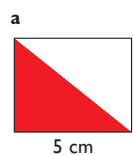


5.33 Hvert er flatarmál

- a rétthyrninganna? b grænu þríhyrninganna?



5.34 Reiknaðu flatarmál rauðu þríhyrninganna.



20

5 • Mælingar

Ef bútnum, sem myndast þegar hornalínan klippir reitina í sundur, er raðað saman, myndast úr þeim þrír heilir reitir. Tveir bútnanna eru litaðir grænir og þegar þeir eru lagðir saman myndast heill reitur. Hið sama á við um neðsta bútin til hægri og efsta bútin til vinstri, svo og bútna tvo í miðjunni. Þannig fást þrír heilir reitir til viðbótar við þá þrjá heilu sem fyrir eru. Þetta er önnur aðferð við að sýna að flatarmál þríhyrningsins er 6 reitir.

Nr. 5.33

Nemendur finna flatarmál beggja rétthyrninganna og síðan flatarmál þríhyrninganna. Í a-lið geta nemendur talið reiti en í b-lið þarf að mæla með reglustiku.

Nr. 5.34

Nemendur finna flatarmál þríhyrninganna. Ekki er gert ráð fyrir að þeir læri utan að formúluna „lengd sinnum breidd deilt með tveimur“. Mestu máli skiptir að þeir skilji að flatarmál þríhyrnings er helmingurinn af rétthyrningnum; minna máli skiptir hvernig nemendur á þessu námsári reikna það út.

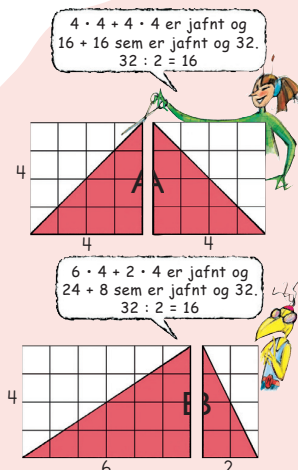
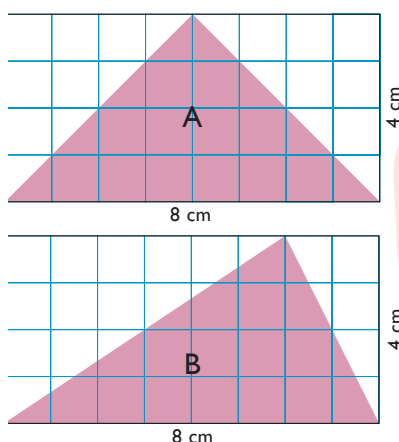
► Bls. 21

Nr. 5.35 og samræðumynd

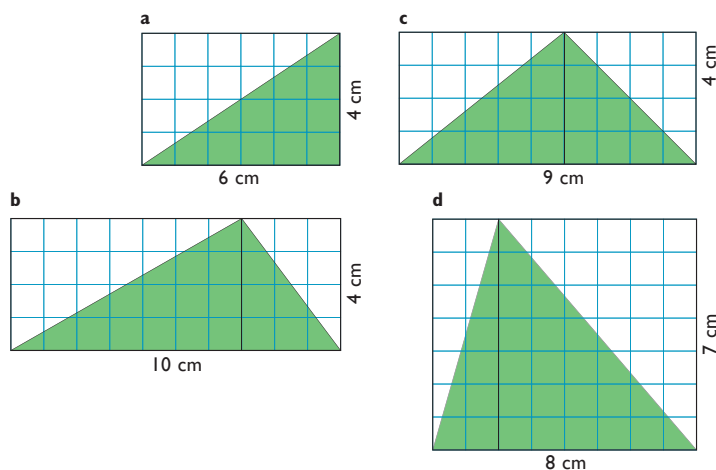
Nemendur bera saman flatarmál þríhyrninganna tveggja. Mælt er með að kennari vinni þetta verkefni sameiginlega með nemendahópnum.

- Hvor þríhyrningurinn haldið þið að sé stærri að flatarmáli?
- Er jafn auðvelt að finna flatarmál

5.35 Hvor þríhyrningurinn hefur stærra flatarmál, A eða B?



5.36 Reiknaðu flatarmál grænu þríhyrninganna.



21

Þessara þríhyrninga eins og þeirra sem eru á bls. 20?

Kraka og Krúsi sýna hvernig hér er einnig hægt að finna flatarmál þríhyrninganna með því að miða við rétthyrninga. Þau skipta þríhyrningunum í tvo hluta með striki frá grunnlínunni upp í hornið á þríhyrningnum, striki sem kallast hæð þríhyrningsins. Þar eð þríhyrningurinn er teiknaður í rúðuneti innan í rétthyrndum ramma er auðvelt fyrir nemendur að sjá að hvor þríhyrninganna er helmingurinn af hinum „nýju“ rétthyrningum sem koma fram.

Nr. 5.36

Nemendur eiga að reikna út flatarmál

mál þríhyrninganna. Þeir geta skipt þríhyrningunum í tvo hluta þannig að þeir finni flatarmál hvors rétthyrnda þríhyrningsins fyrir sig og leggi síðan saman. Gott er að láta nemendur teikna þríhyrningana í rúðunet með reitum í stærðinni 1 cm · 1 cm og klippa þá út eins og Krúsi og Kraka sýna.

Auðveldari verkefni

Leyfið nemendum að teikna þríhyrningana á rúðustrikað blað með reitum í stærðinni 1 cm². Þannig geta þeir talið reitina í rétthyrningunum og síðan deilt með 2.

Erfiðari verkefni

Ef nemendur finna í fljótu bragði alla mögulega þríhyrninga með flatarmál

málið 24 cm² eða 40 m², sjá verkefni 5.31 á bls. 20, geta þeir reynt að finna rétthyrninga af sömu stærð þar sem önnur lengdin er tugabrot, t.d.

- 0,5 · 48 = 24
- 1,5 · 16 = 24
- 0,5 · 80 = 40
- 2,5 · 16 = 40

Teikna þríhyrninga

Biðjið nemendur að teikna þríhyrninga með eftirfarandi flatarmál:

- 21 cm²
- 32 cm²
- 40,5 cm²

Ein lausnleiðin er að ganga út frá rétthyrningi og helminga hann síðan. Nemendur geta í þessu verkefni notað rétthyrninga í stærðinni 6 · 7 cm, 8 · 8 cm og 9 · 9 cm.

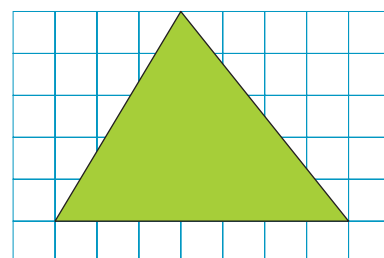
Raunverkefni

Búa til þríhyrninga og klippa og líma

Búnaður: Litaður pappír, rúðustrikað blað með reitum í stærðinni 1 cm · 1 cm og skæri.

Nemendur teikna mismunandi þríhyrninga á litaðan pappír og teikna hæðina í þá. Síðan klippa þeir þríhyrningana út og líma þá á rúðustrikað blað. Gæta þarf þess að grunnlína þeirra liggi á línu í rúðunetinu.

Nemendur reikna síðan flatarmál þríhyrninganna.



Hve marga heila reiti þekur myndin?

Á verkefnablöðum 5.138 (*Hve marga heila reiti þekja myndirnar?*) og 5.139 (*Flatarmál*) eru heilabrot þar sem nemendur eiga að finna hve marga heila reiti á rúðustrikuðu blaði myndirnar þekja.

Viðfangsefni

- Nota mælikvarða til að reikna út stærðir, stækka myndir og minnka

Búnaður

- Rúðunet með $0,5 \cdot 0,5$ cm reitum, sbr. reiti nemendabókarinnar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 22

Samræðumynd

Kennari og nemendur ræða saman um að oft eru búnar til myndir eða teikningar af alls kyns fyrirbærum. Þá er hinna raunverulegu stærð oft breytt: Annaðhvort er myndin stærri en fyrirmyndin í raunveruleikanum eða hún er minni:

- Getið þið nefnt dæmi um myndir af einhverju sem er minna á myndinni en í raunveruleikanum? (Flestar ljósmyndir, t.d. af húsum eða fólki, og einnig teikningar af þessu sama, þar að auki landakort, hnattlíkan o.fl.)
- Getið þið nefnt dæmi um myndir af einhverju sem er stærra á myndinni en í raunveruleikanum? (Myndir af skordýrum.)

Í þessum tilvikum verður teikningin venjulega mjög lík fyrirmyndinni nema að því leyti að stærðin er önnur. Í nemendabókinni er fyrsta myndin af drekaflugu í fullri stærð, þ.e.a.s. í mælikvarðanum 1 : 1. Í næstu mynd er hún minnkuð þannig að allar lengdir á myndinni eru helmingurinn af því sem þær eru í raunveruleikanum, þ.e.a.s. mælikvarðinn er 1 : 2. Á næstu myndinni hefur drekaflugan verið stækkuð og teiknuð tvöfalt lengri en hún er í raunveruleikanum, þ.e. í mælikvarðanum 2 : 1.

Þar sem mælikvarðinn er gefinn upp er hægt að reikna hve stórt skordýrið er í raun og veru. Það er eiginlega fagnaðarefni að það er ekki eins stórt í raunveruleikanum og á stærstu myndinni! Þeir sem vita hvað mælikvarðinn 2 : 1 þýðir vita að lengd flugunnar er í raunveruleikanum helmingi styttri og breiddin helmingi minni.

Mælikvarði



Á myndinni er drekafluga í rétttri stærð. Það þýðir að 1 cm á myndinni samsvarar 1 cm í raunveruleikanum. Mælikvarðinn er 1 : 1



Hér hefur myndin verið minnkuð þannig að 1 cm á myndinni samsvarar 2 cm í raunveruleikanum. Mælikvarðinn er 1 : 2

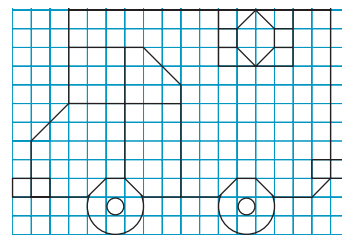


Hér hefur myndin verið stækkuð þannig að 2 cm á myndinni samsvara 1 cm í raunveruleikanum. Mælikvarðinn er 2 : 1

Mælikvarði

Þegar tveir eða fleiri hlutir hafa sama form en eru af mismunandi stærð er mismunurinn milli þeirra tilgreindur með mælikvarða.

Hann segir til um hve oft lengd og breidd myndar hefur verið stækkuð eða minnkuð í samanburði við raunveruleikann.



5.37 Stækkaðu myndina. Notaðu mælikvarðann 2 : 1. Það þýðir að allar hliðarnar eiga að verða tvöfalt lengri en myndin hér fyrir ofan.

22

5 • Mælingar

Nr. 5.37

Nemendur stækka teikninguna af bílnum í mælikvarðanum 2 : 1. Þeir teikna eins bíl en allar hliðarnar eiga að vera tvöfalt lengri. Að teikna hjólin getur verið nokkuð strembið þar sem ekki eru beinar línur milli reitanna. Ein lausnin er að telja hvað hæð hjólsins er margir reitir og hve margir reitir það er á breidd.

Mælt er með að nemendur telji fjölda reita frekar en að mæla raunverulegar lengdir með reglustiku. Vegna plássleysis á blaðsíðunni varð að minnka rúðunetið, sem bíllinn er teiknaður inn í, allmikið þannig að lengd tveggja reita samsvarar hér 1 cm.

► Bls. 23

Nr. 5.38

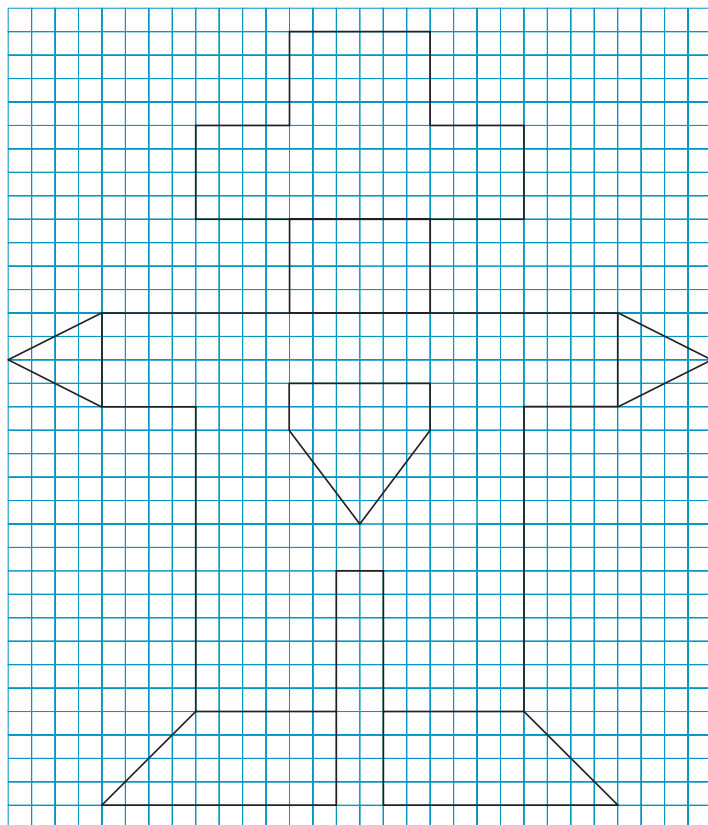
Nemendur eiga að minnka myndina í mælikvarðanum 1 : 2. Nemendur teikna þessa sömu mynd en allar hliðarnar eiga að vera helmingi styttri.

Auðveldari verkefni

Kennari teiknar einfaldari myndir sem nemendur eiga að stækka. Nota má verkefnablað 5.140 (*Mælikvarði 1*) þar sem eru einfaldari myndir.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að rannsaka hvernig flatarmál breytist þegar hliðar flatar eru tvöfaldaðar, t.d. eins og þegar bíllinn er teiknaður



5.38 Minnkaðu myndina. Notaðu mælikvarðann 1 : 2. Það merkir að allar hliðarnar eiga að vera helmingi styttri en þessi mynd.

23

í mælikvarðanum 2 : 1. Þeir geta einnig athugað hvernig flatarmál breytist þegar hliðarnar eru styttrar um helming, t.d. eins og þegar myndin á bls. 23 er teiknuð í mælikvarðanum 1 : 2.

Flatarmálið verður fjórum sinnum stærra þegar hliðarnar eru tvöfaldaðar. Þetta er auðveldast að sjá með því að skoða fering:



Raunverkefni

Teikna í ákveðnum mælikvarða
Látið nemendur fá nokkrar myndir sem þeir teikna í ákveðnum mælikvörðum, annað hvort til að stækka

þær (t.d. mælikvarðinn 2 : 1 eða 3 : 1) eða minnka þær (t.d. mælikvarðinn 1 : 2 eða 1 : 3). Nota má verkefnablað 5.141 (*Mælikvarði 2*).

Stór, stærri ...

Búnaður: Rúðustrikuð blöð, skæri, pappír og litir.

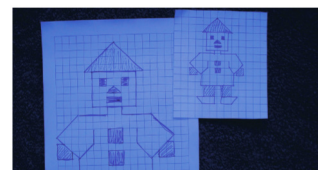
Nemendur teikna mynd á rúðustrikað blað (helst millimetrappír því þá er auðveldara að skipta reitunum í hálfa reiti); bendið þeim á að nota allt blaðið. Síðan teikna þeir sömu mynd á nýtt rúðustrikað blað en þá eiga allar hliðar myndarinnar að vera helmingi styttri.

Áður en nemendur byrja á því að minnka myndina má ræða við þá um hve stór þeir haldi að nýja minnkaða myndin verði í saman-

Hugmyndir og athugasemdir

burði við þá stóru. Margir munu áreiðanlega segja að myndin verði helmingi minni. Svo er ekki því að hún verður fjórðungur af upphaflegu myndinni. Ástæðan er sú að línurnar eru helmingaðar í tvær áttir, bæði breidd og lengd.

Nemendur klippa báðar myndirnar út, líma þær hlið við hlið á stærra blað og skrá stærðirnar við þær.

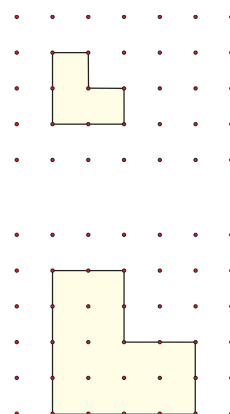


Mælikvarði á pinnabretti.

Búnaður: Pinnabretti, teygjur og punktablað.

Nemendur búa til einfalda mynd á pinnabretti eða teikna hana á punktablað. Þeir eiga að stækka myndina á pinnabrettinu eða punktablaðinu.

Hvetjið nemendur til að stækka myndina meira en í mælikvarðanum 2 : 1. Þegar þeir hafa búið myndirnar til á pinnabretti geta þeir teiknað lausnirnar á punktablað.



Viðfangsefni

- Landakort
- Einfaldur mælikvarði í tengslum við lengd
- Að nota mælikvarða til að reikna fjarlægðir á einföldum kortum
- Að breyta einni mælieiningu í aðra

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 24

Sýnidæmi

Nemendur mæla með reglustiku lengdina milli tækjanna í skemmtigarðinum. Þeir mæla milli svörtu punktanna á veginum við hlið tækjanna og meðfram rauðu strikunum. Síðan breyta þeir málinu í raunverulegar vegalengdir. Kennari fær nemendur til að breyta 1000 cm í kunnuglegri lengdareiningu.

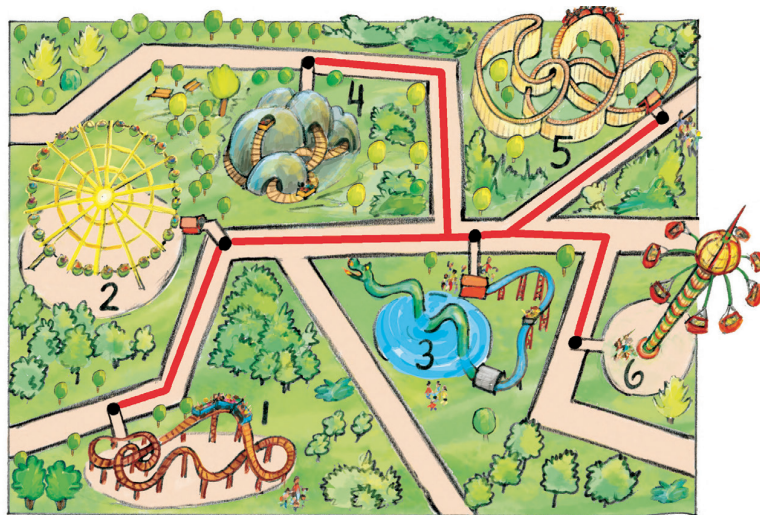
- Hve margir sentimetrar eru í einum metra? (100 cm.)
- Hve margir eru þá í 2 metrum? (200 cm.)
- Hve margir eru í 5 metrum? (500 cm.)
- 500 cm er jafnt og 5 metrar. Hvað eru 1000 cm þá margir metrar? (10 m.)

Nr. 5.39

Nemendur mæla með reglustiku lengdina milli hinna ýmsu tækja og breyta málinu í raunverulegar vegalengdir með því að margfalda sentimetrana með 10.

Nr. 5.40

Nemendur finna leið milli allra tækjanna. Þeir mega ekki nota leiðina sem er í rétttri númeraröð. Þeir mæla fjarlægðirnar og breyta í raunverulegar vegalengdir.



Mælikvarði
1 : 1000
1 cm á kortinu táknar 1000 cm eða 10 m
í raunveruleikanum.
1 cm → 10 m

Sýnidæmi

Hve langt er milli tækja 1 og 2 í skemmtigarðinum?
Mældu með reglustiku.

Milli tækja 1 og 2 eru 4 cm á kortinu.
4 cm samsvara $4 \cdot 10 \text{ m} = 40 \text{ m}$ í raunveruleikanum.
Það eru 40 m milli tækjanna 1 og 2.

5.39 Mældu með reglustiku. Hve langt er í raunveruleikanum milli

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a tækja 2 og 4?
tækja 1 og 3? | b tækja 6 og 4?
tækja 1 og 4? | c tækja 5 og 2?
tækja 1 og 6? |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|

5.40 Hve langt þarft þú að ganga ef þú ætlar í öll tækin?

24

5 • Mælingar

► Bls. 25

Myndin er gerð með hliðsjón af gervihnattarmynd frá Ástralíu (<http://earth.google.com/>). Hún sýnir allstórar bújarðir, þ.e. ræktað land, um það bil 1000 hektarar að stærð (1 hektari er $100 \cdot 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2$). Til samanburðar má áætla að meðalstór jörð á Íslandi sé um 50–80 hektarar ræktaðs lands (engjar ekki meðtaldar né heldur afréttur sem bændur hafa afnotarétt af).

Nr. 5.41

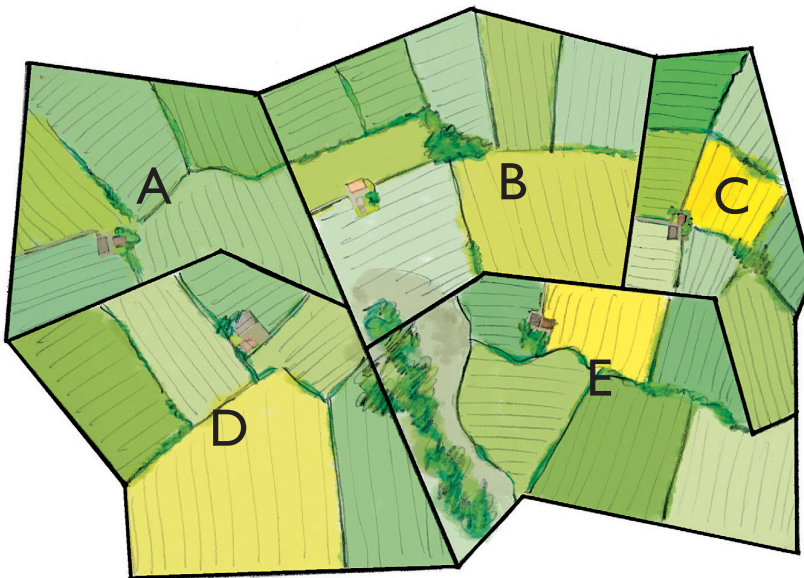
Nemendur mæla ummál jarðanna. Svörtu strikin sýna mörkin milli þeirra en ekki skil jarðarpartanna í hinum mismunandi litum.

Nemendur eiga að reikna út hve

margir kílómetrar eru kringum jarðirnar í raunveruleikanum.

Látið nemendur finna út hvað 1 cm á kortinu táknar í raunveruleikanum, að þeir geta deilt í 50 000 með 100 til að breyta sentimetrum í metra. Þeir geta einnig valið þá leið að margfalda fjölda sentimetranna, sem þeir fá út úr mælingunni, með 500. Einhverjir nemendur vilja ef til vill nota endurtekna samlagningu þannig að þeir leggi 500 við eins oft og fjöldi sentimetranna segir til um.

Verkefni b felur í sér þrautlausnaverkefni sem gjarnan má láta nemendur leysa saman, t.d. í pörum.



Mælikvarði
1 : 50 000
1 cm á kortinu samsvarar 50 000 cm
eða 500 m, í raunveruleikanum.
1 cm → 500 m

5.41 Bændurnir setja girðingu í kringum túnin við hvern bæ.

- Mældu með reglustiku og reiknaðu ummál hvers túns. Bændur, sem hafa sameiginlega girðingu, borga hvor sinn helminginn af henni.
- Hvað þarf hver bóndi að kaupa marga kílómetra af girðingu?

1 km = 1000 m

Auðveldari verkefni

Kennari getur hjálpað nemendum að telja sentimetra á kortinu með því að hann telji í raunverulegri lengd. Á bls. 24 þýðir þetta að hann telur 10 m, 20 m, 30 m o.s.frv. á meðan fingurinn er fluttur um einn og einn sentimetra meðfram strikinu sem mælt er. Á bls. 24 þýðir þetta að hann telur 500 m, 1000 m, 1500 m eða $\frac{1}{2}$ km, 1 km, $1\frac{1}{2}$ km, 2 km o.s.frv. Annar möguleiki er að telja tvo og tvo sentimetra í einu og telja þá: 1 km, 2 km, 3 km o.s.frv.

Verkefni b á bls. 25 er nokkuð erfitt og einhverjum nemendum mun ef til vill finnast það of flókið. Látið þá vinna saman, gjarnan þannig að duglegur nemandi vinni með þeim sem finnst verkefnið erfitt.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nota kort yfir skólalóðina

Ef kort yfir skólalóðina er tiltækt getur verið góð hugmynd að búa til fleiri verkefni sem tengjast korti og mælikvarða. Ef skólalóðarkortið er ekki fyrir hendi má nota verkefna-bláð 5.142a–b og verkefni við það (Kort yfir Gerðaskóla og umhverfi hans).

Dæmi um verkefni út frá kortinu:

- Hve mörgum metrum samsvarar 1 cm á kortinu? (Mælikvarðinn á kortinu er 1 : 500, þ.e.a.s. 1 cm á kortinu samsvarar 5 m í raunveruleikanum.)
- Hve langur er fótboltavöllurinn? (Um það bil 8 cm, það er 40 m.)

- Hve langt er kringum leikfímissalinn? (14 cm, þ.e. 70 m, sviðið talið með.)
- Hve löng er kennslustofubyggingin? (Um það bil 12 cm, það er 60 m.)
- Getið þið fundið út hvert flatarmál skólabyggingarinnar er?

Viðfangsefni

- Að nota mælikvarða til að stækka og minnka rúmfræðiform
- Lengdarmælingar

Búnaður

- Reglustika, tommustokkur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 26

Nr. 5.42

Nemendur mæla hliðarnar í marghyrningunum með reglustiku og teikna þá í réttri stærð en myndirnar í nemendabók hafa verið minnkaðar í mælikvarðanum 1 : 5. Nemendur geta teiknað myndirnar hverja ofan á aðra þar sem þær verða allstórar. Ef þeir teikna hliðar hvers forms með sínum lit er auðvelt að aðgreina formin.

- Hve langar eru hliðar þríhyrningsins á myndinni í bókinni? (3, 4 og 5 cm.)
- Munið þið hvað þessi þríhyrningur kallast? (Rétthyrndur þríhyrningur.)
- Hvað eru hliðarnar langar í raunveruleikanum? (15, 20 og 25 cm vegna þess að margfalda þarf allar hliðarnar með 5.)
- Hvað gerist með hornin í þríhyrningnum þegar þið teiknið stækkaða mynd? (Þau eru alveg eins og í minna forminu, aðeins lengdir hliðanna breytast.)

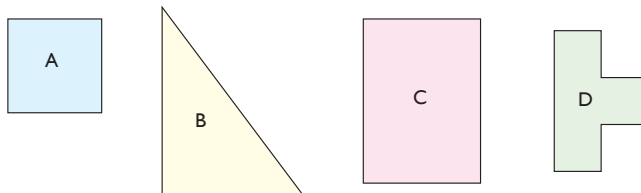
Nr. 5.43

Nemendur mæla lengdir í kennslustofunni eða í einhverju herbergi heima og teikna stofuna eða herbergið í mælikvarðanum 1 : 100. Síðan mæla þeir ýmsa hluti í stofunni eða herberginu eins og t.d. skáp, glugga, dyr, borð o.s.frv. og teikna þá í réttum mælikvarða.

► Bls. 27

Upprifjun

Kennari og nemendur ræða sameiginlega um vinnuna í þessum kafla og rifja upp hvaða nýja námsþætti nemendur hafa lært. Það er mjög gott ef nemendur geta útskýrt og



5.42 Myndirnar hér fyrir ofan eru teiknaðar í mælikvarðanum 1 : 5. Teiknaðu myndirnar í réttri stærð.

5.43 Búðu til kort yfir kennslustofuna eða herbergið þitt í mælikvarðanum 1 : 100. Það þýðir að 1 cm á teikningunni samsvari 100 cm í raunveruleikanum.



26

5 • Mælingar

ekki síður notað hugtökin ummál, flatarmál, fersentimetra, mælikvarða, að stækka og minnka mynd. Kennari teiknar mynd, t.d. fering, á töfluna, skrifar 1 : 3 undir myndina og spyr nemendur hvað það tákni. Einmitt, það sýnir að allar hliðar myndarinnar eru þrisvar sinnum stærri í „raunveruleikanum“ en á myndinni. Ef undir myndinni hefði staðið 3 : 1 hefðu allar hliðar myndarinnar verið þrisvar sinnum minni í raunveruleikanum en á töflunni.

Auðveldari verkefni

Í verkefni 5.42 geta nemendur stækkað myndirnar í mælikvarðanum 1 : 2 í staðinn fyrir 1 : 5. Auk þess má láta einhverja nemendur sleppa síðustu myndinni.

Verkefni 5.43 má takmarka við hluti eins og skólaborð, skáp og glugga í staðinn fyrir að búa til kort yfir alla kennslustofuna.

Erfiðari verkefni

Teikna myndirnar í ákveðnum mælikvarða

Biðjið nemendur að teikna ýmsar myndir, t.d. samsettar rúmfræðimyndir, helst á rúðustrikað blað. Síðan segja þeir til um í hvaða mælikvarða myndirnar eru teiknaðar. Nemendur skiptast nú á myndum og hver og einn á að teikna myndina, sem hann fékk í hendur, í réttri stærð. Þetta má orða svo að myndina eigi að teikna í þessum ákveðna mælikvarða (annaðhvort skal stækka hana eða minnka).

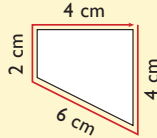
Mælieiningar fyrir lengd



- Þegar við mælum lengdir notum við einingar eins og
- millimetra, mm
 - desimetra, dm
 - kílómetra, km
 - sentimetra, cm
 - metra, m

Ummál

Lengdin kringum mynd eða hlut kallast ummál.

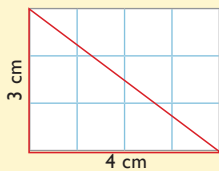


Ummálið er $4 + 6 + 2 + 4 = 16 \text{ cm}$

Flatarmál

Stærð flatar kallast flatarmál. Þegar við mælum flatarmál notum við einingar eins og

- fersentimetra, cm^2
- ferkílómetra, km^2
- fermetra, m^2



Flatarmál
réthyrningsins
er $4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$

Reiknaðu dæmin.

Flatarmál
þríhyrningsins er
 $4 \cdot 3$ deilt með 2,
 $12 : 2 = 6 \text{ cm}^2$

Mælikvarði

Mælikvarði segir til um hve oft lengd og breidd myndar hefur verið stækkuð eða minnkuð miðað við raunveruleikann.



Mælikvarði 1 : 1



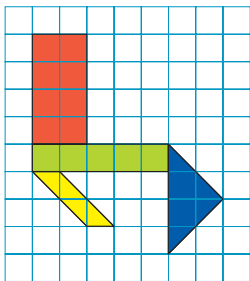
Mælikvarði 1 : 2



Mælikvarði 2 : 1

27

Dæmi: Myndin er teiknuð í mælikvarðanum 1 : 3. Teiknaðu hana í rétttri stærð.



Raunverkefni

Vinnuteikning

Mælikvarðar eru tengdir við tækni og hönnun, t.d. vinnuteikningar í ákveðnum mælikvarða. Mál teikningarinnar þarf að vera í samræmi við mál hins raunverulega hlutar.

Nemendur geta einnig búið til líkan í hentugum mælikvarða. Enn og aftur skiptir miklu máli að öll mál passi saman, þ.e. að allan tímann sé notaður sami mælikvarðinn.

Hver fær stærsta flatarmálið? (spil)

Nemendur kasta fjórum teningum. Þeir leggja saman tölurnar á tveimur og tveimur teningum og teikna rétt-hyrning þar sem summurnar tvær ákvarða lengd og breidd.

Dæmi: Teningarnir sýna 3, 4, 4 og 6. Leikmaður velur hvaða tvo teninga hann leggur saman. Hann getur t.d. lagt saman 3 + 4 og 4 + 6. Því næst teiknar hann rétt-hyrning með hliðarnar 7 cm og 10 cm. Að lokum reiknar hann út ummál og flatarmál rétt-hyrningsins.

Hugmyndir og athugasemdir

Umferð	Mynd	Lengd	Breidd	Ummál	Flatarmál
1	Rétt-hyrningur	12 cm	10 cm	44 cm	120 cm^2
2					
3					
4					
5					

Flatarmálið segir til um stigin í hverri umferð. Sá vinnur sem hefur flest stig eftir fimm umferðir.

Tilgangurinn með því að láta nemendur velja tvo og tvo teninga til að leggja saman er sá að þeir uppgötvi hvað er hagkvæmt að gera til að fá sem stærstan rétt-hyrning. Reglan er nefnilega sú að því minni sem mismunurinn milli hliðanna er því stærra verður flatarmál rétt-hyrningsins. Ferningur er því sá rétt-hyrningur sem hefur stærsta flatarmálið.

Viðfangsefni

- Lengdarmælingar
- Mælieiningar fyrir lengd og breyting úr einni mælieiningu í aðra
- Ummál og flatarmál
- Mælikvarði

Búnaður

- Reglustika
- Rúðustrikað blað með reitum í stærðinni 1 cm • 1 cm

► Bls. 28 Próf

Nr. 1

Nemendur mæla lengd naglanna með reglustiku og gefa málið upp bæði í sentimetrum og millimetrum.

Nr. 2

Nemendur draga strik í þeim lengdum, sem gefnar eru upp, og skrá niðurstöðurnar bæði í cm og mm.

Nr. 3

Nemendur breyta málinu í sentimetra.

Nr. 4

Nemendur mæla hliðar marghyrninganna með reglustiku og finna ummálið. Þeir ákveða sjálfir hvort þeir gefa svörin upp í cm eða mm.

► Bls. 29 Próf, framhald

Nr. 5

Nemendur finna flatarmál myndanna og gefa niðurstöðurnar upp í cm^2 . Þess þarf að gæta að þeir telji ekki litlu reitina í verkefni a sem cm^2 . Í verkefnum b–d þurfa nemendur að mæla með reglustiku. Ætlast er til að þeir noti heila sentimetra án tugabrota.

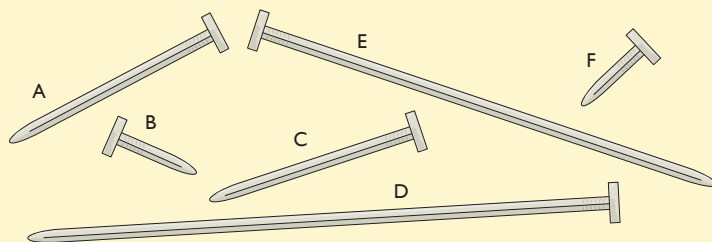
Nr. 6

Nemendur mæla lengd blýantsins, minnka hann og teikna í réttri stærð.

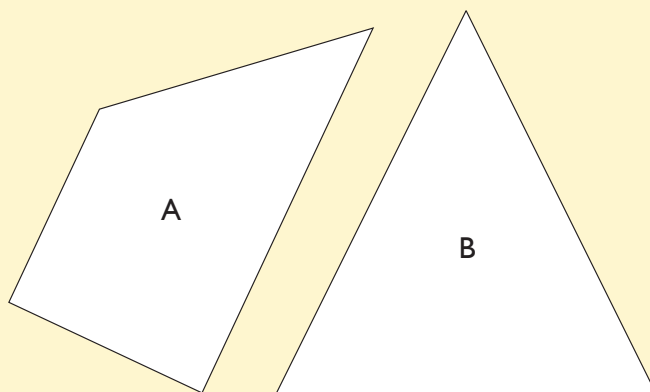
Nr. 7

Nemendur mæla lengd rammans, stækka hann og teikna í réttri stærð.

Próf



- 1 Mældu lengd naglanna. Gefðu málin upp bæði í millimetrum og í sentimetrum.
- 2 Teiknaðu strikin. Skrifaðu málin bæði í cm og mm.
 $AB = 24 \text{ cm}$ $CD = 15 \text{ cm}$ $EF = 11,5 \text{ cm}$ $GH = 7,8 \text{ cm}$
- 3 Hve margir cm eru
a 7 dm b 3,5 dm c 5,3 dm d 10 dm
- 4 Hvert er ummál myndanna?



28

5 • Mælingar

Auðveldari verkefni

Í verkefnum 2 og 3 geta nokkrir nemendur ef til vill haft gagn af töflureglustiku.

Í verkefni 5 getur einhverjum nemendum verið hjálp í því að teikna myndirnar á rúðustrikað blað með reitum í stærðinni 1 cm • 1 cm.

Í verkefnum 6 og 7 geta nemendur talið reiti og fært myndirnar yfir á sams konar rúðunet, tvöfalda síðan – og helminga – fjölda reita á nýju teikningunum.

Nemendur, sem réðu illa við prófið, geta snúið sér að æfingasíðu 1 og síðan að þeim blaðsíðum í æfingaheftinu sem vísað er til.

Erfiðari verkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta strax tekið fyrir æfingasíður 2 og 3 og síðan blaðsíðurnar í æfingaheftinu sem vísað er til neðst á bls. 31 og 32.

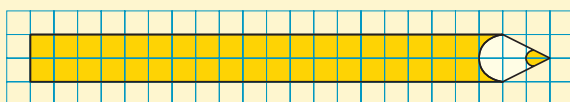
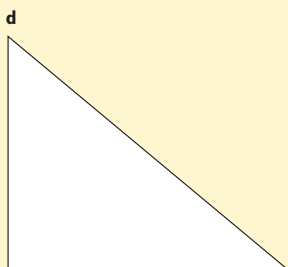
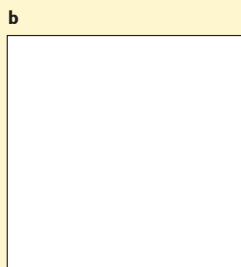
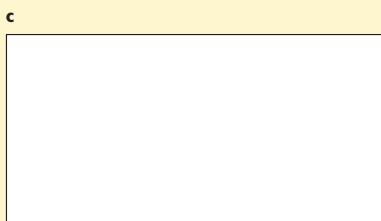
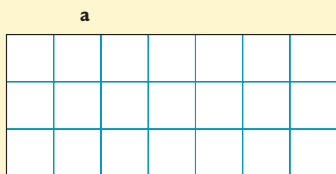
Raunverkefni

Flatarmál með tangram

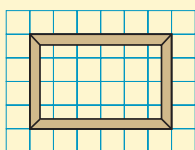
Búnaður: Tangram (verkefnablað 5.97 (*Tangram*) í verkefnahefti 5a).

Á ofanefndu verkefnablaði er snið af tangram-púsluspili. Hér er mælt með því að ljósrita það yfir á þykkan pappír og plasta hann áður en búturnir eru klipptir í sundur.

5 Hvert er flatarmál myndanna?

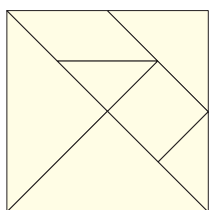


6 Þessi trélitur hefur verið stækkaður í mælikvarðanum 2 : 1. Teiknaðu blýantinn eins og hann er í raunveruleikanum.

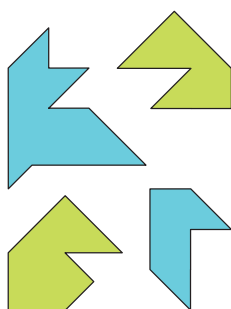


7 Þessi myndarammi hefur verið minnkaður í mælikvarðanum 1 : 5. Teiknaðu rammann eins og hann er í raun og veru.

29



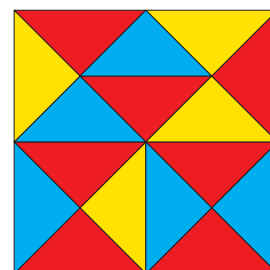
Á verkefnablaði 5.143 (Hvert er flatarmál myndanna?) eiga nemendur að finna flatarmál hinna mismunandi mynda sem búnar eru til með nokkrum tangrambútum. Í þetta sinn skal sem sagt ekki nota alla sjö búta í hverja mynd. Markmiðið er að finna hve stór hver mynd er miðað við að minnsti þríhyrningurinn sé skilgreindur sem flatarmál 1. Spurningin verður þá sú hve marga slíka þríhyrninga þarf til að þekja alla myndina.



Einnig má velja einhvern hinna búta í þúsluspilinu og búa til svipaðar myndir eins og þær sem eru á verkefnablaðinu. Nemendur búa síðan til flatarmálsverkefni hver fyrir annan.

- Við segjum að minnsti þríhyrningurinn hafi flatarmálið 1. Hve stórt flatarmál hafa þá allir tangrambútarnir til samans?

Hugmyndir og athugasemdir



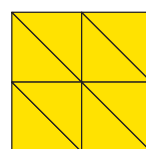
Lausn:

Ef minnsti þríhyrningurinn hefur flatarmálið 1 mun flatarmál allra búta sjö verða 16.

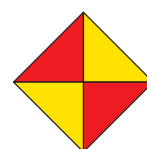
Önnur flatarmálsverkefni í tengslum við tangram:

- Búið til mismunandi myndir með flatarmálið 12.
- Búið til fering með flatarmálið 8.
- Búið til fering með flatarmálið 4.
- Búið til þríhyrning með flatarmálið 8.

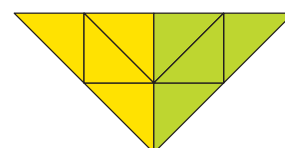
Lausnir þessara verkefna eru margar, t.d.:



Flatarmálið er 8



Flatarmálið er 4



Flatarmálið er 8

Viðfangsefni

- Lengdarmælingar
- Að breyta úr einni mæli-einingu í aðra
- Ummál og flatarmál marghyrninga

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 30 Æfingasíða 1

Nr. 5.44

Nemendur mæla hve langt sniglarnir hafa skriðið. Þeir mæla frá byrjun slóðarinnar og að aftasta punktinum á sniglinum. Þeir skrifa svarið bæði í mm og cm með tugabroti með einum aukastaf.

Nr. 5.45

Nemendur breyta hæð fólksins í dm og cm.

Nr. 5.46–5.48

Nemendur draga strikin í þeim lengdum sem gefnar eru upp.

► Bls. 31 Æfingasíða 2

Nr. 5.49

Nemendur mæla hliðar marghyrninganna og leggja þær saman til að finna ummálið. Þeir eiga líka að finna flatarmálið. Niðurstöðurnar skrá þeir í töflu.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur leggja kubba eða teninga í stærðinni 1 cm • 1 cm ofan á myndirnar til að finna flatarmálið. Einnig getur þeim verið hjálp í þessu til að finna ummálið.

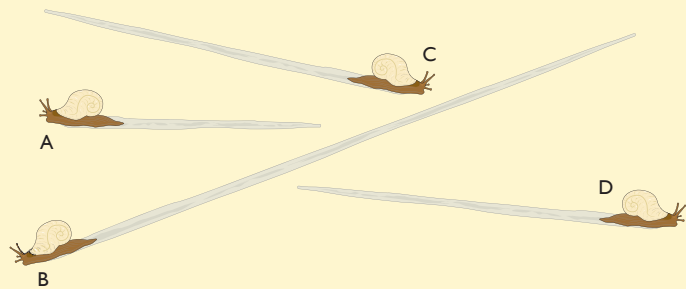
Nemendur geta skipt L-laga marghyrningnum í tvo rétthyrninga til að auðvelda sér að finna flatarmálið.

Erfiðari verkefni

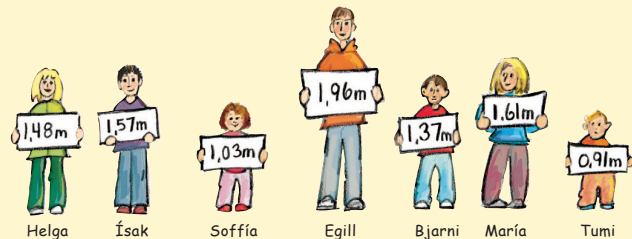
Heilabrot

Jafnhliða þríhyrningur og ferningur eru með sama ummál. Hlið þríhyrningsins er 5 cm lengri en hlið ferningsins. Hvað eru hliðar ferningsins og þríhyrningsins langar?

Æfingasíða 1



5.44 Hve langt hafa sniglarnir skriðið? Mældu lengdirnar og svaraðu bæði í millimetrum og sentimetrum.



5.45 Skráðu hæð fólksins í
a sentimetrum b desimetrum

5.46 Teiknaðu strikin.

a AB = 20 mm b CD = 45 mm c EF = 97 mm

5.47 Teiknaðu strikin.

a AB = 17 cm b CD = 13,5 cm c EF = 9,2 cm

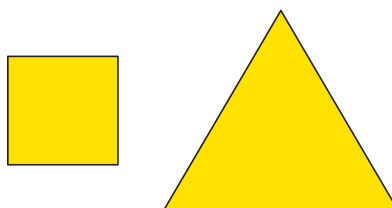
5.48 Teiknaðu strikin.

a AB = 2 dm b CD = 1,5 dm c EF = 2,3 dm

30

5 • Mælingar

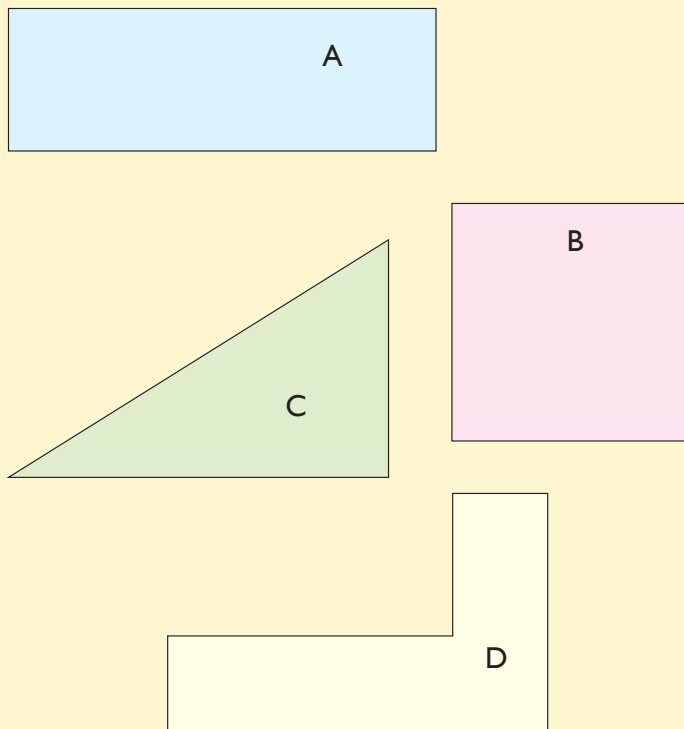
ÆFINGAHEFTI 1b BLS. 4–8



Lausn:

Hér getur verið hagkvæmt að setja upp töflu:

Hliðar-lengd í ferningnum	Hliðarlengd í þríhyrningnum (+5 cm)	Ummál
1 cm	6 cm	□ = 4 cm △ = 18 cm
2 cm	7 cm	□ = 8 cm △ = 21 cm
3 cm	8 cm	□ = 12 cm △ = 24 cm
4 cm	9 cm	□ = 16 cm △ = 27 cm
...		
14 cm	19 cm	□ = 56 cm △ = 57 cm
15 cm	20 cm	□ = 60 cm △ = 60 cm



5.49 Mældu hliðarnar í myndunum hér fyrir ofan. Fylltu töfluna út.

Mynd	Lengd	Breidd	Ummál	Flatarmál
A				
B				
C				
D				

Nemendum getur verið hjálp í því ef kennari bendir þeim á að finna út hvernig mismunur á ummáli marghyrninga breytist eftir því sem hlið ferningsins lengist um 1 cm. Eftir nokkurn tíma getur verið að einhver sjái að mismunurinn minnkar um 1 cm í hvert skipti sem hliðarlengd ferningsins eykst um 1 cm. Þegar hliðar ferningsins eru 4 cm sjáum við að mismunur á ummálinu er 11 cm. Þá þarf að breyta hliðarlengdinni ellefu sinnum áður en ummál marghyrninganna verður hið sama, þ.e. $4 + 11 = 15$.

Einnig má sjá að í hvert skipti sem hliðarlengd þríhyrningsins er oddatala verður ummál þríhyrningsins oddatala.

- Getum við þá fengið sama ummál hjá ferningnum?

Raunverkefni

Hver fær lengsta A4-blaðið?

Búnaður: A4-blað og skæri handa hverjum nemanda.

Kennari teiknar töflu eins og þessa á skólatöfluna:

Nafn	Lengd rennings
Kata	1 m og 34 cm = 134 cm = 13,4 dm = 1340 mm

Nemendur klippa eins langan samhangandi renning og þeir geta af A4-blaðinu. Síðan mæla þeir lengd renningsins og skrá niðurstöðuna í töfluna.

Viðfangsefni

- Flatarmál og ummál samsettra marghyrninga

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 32 Æfingasíða 3

Nr. 5.50

Nemendur reikna flatarmál myndanna. Það má gera með því að skipta þeim í þekkt form eins og rétthyrninga og rétthyrnda þríhyrninga.

► Bls. 33 Geturðu þetta?

Nr. 5.51

Hér er um að ræða þrautalausna-verkefni þar sem nemendur eiga að nota málið á hinum ýmsu skikum til að reikna hliðarlengdir. Með því að notfæra sér ýmsar upplýsingar, sem gefnar eru, eiga nemendur að geta fundið svörin. Teikningin er gerð þannig að ekki er hægt að finna hliðarlengdir út frá hinum hliðarlengdunum. Sjá má m.a. með útreikningum að hlið, sem er 10 m á lengd, er styttri á teikningunni en hlið sem er 6 m. Þetta er gert til að nemendur geti ekki fundið lengdirnar út frá teikningunni.

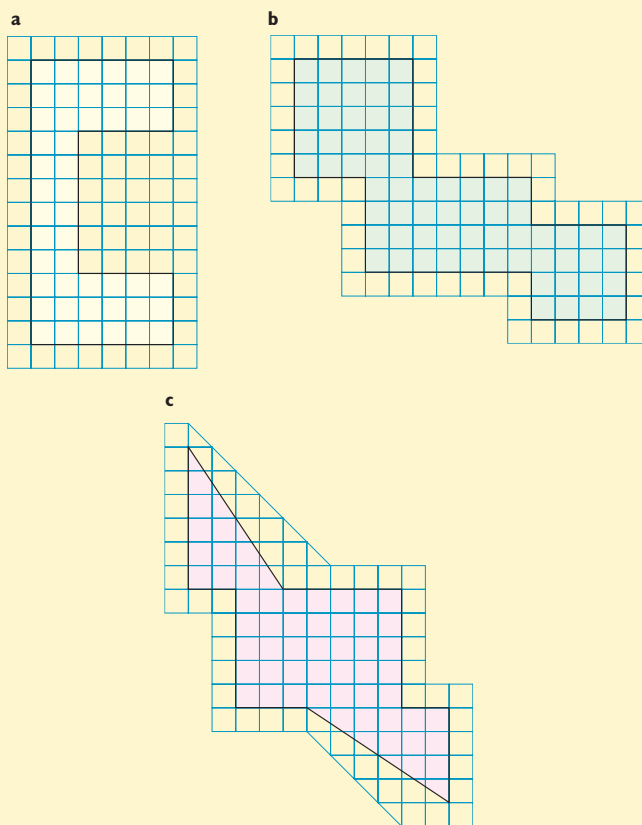
Kennari gætir þess að hjálpa nemendum ekki of mikið! Þetta verkefni á að reyna á þá. Leyfið þeim að vinna saman og leggið þannig grunn að góðum stærðfræðilegum umræðum milli nemenda. Þeir þurfa að brjóta heilann og nota stærðfræðileg hugtök til að finna svörin.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur teikna myndirnar í rúðunet með reitum í stærðinni 1 cm • 1 cm. Þá er auðveldara að finna flatarmálið sem fjölda reita í stærðinni 1 cm².

Æfingasíða 3

5.50 Hvert er flatarmál þessara samsettu mynda?



32

5 • Mælingar

ÆFINGAHEFTI 1b BLS. 13–17

Erfiðari verkefni

Láta má nokkra nemendur búa til þrautalausnaverkefni í stíl við þau sem eru á bls. 33 og leggja fyrir bekkjarfélagana. Ein aðferð til að búa til slík verkefni er að teikna mynd og skrá öll málín á hana fyrst. Síðan eru öll mál, sem ekki eru nauðsynleg, fjarlægð en nógu mörg skilin eftir til að hægt sé að finna þau, sem fjarlægð voru, með reikningi.

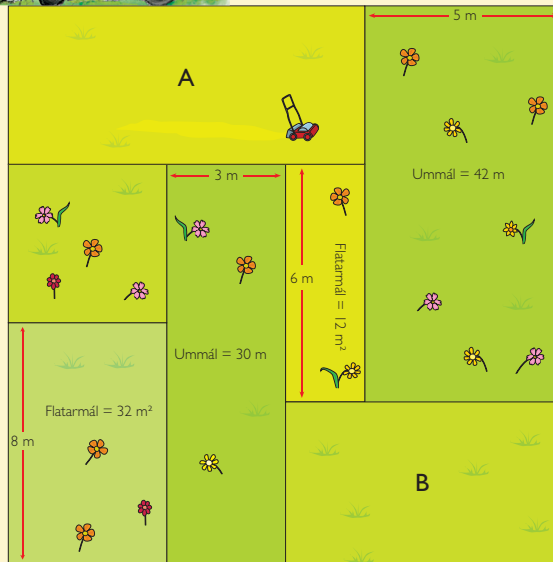
Raunverkefni

Hvert er flatarmálið?

Á verkefnablaði 5.138 (*Hve marga heila reiti þekja myndirnar?*) og 5.139 (*Flatarmál*) eiga nemendur að finna um það bil hvert flatarmál hinna óreglulegu mynda er.

Ýmis heilabrot með mælingum

Á verkefnablöðum 5.137 (*Frú Hanna skiptir jarðarpartinum sínum*) og 5.144–5.146 (*Heilabrot um lengd*, *Heilabrot um mælingar* og *Heilabrot um flatarmál*) eru ýmsar þrautir sem varða mælingar og námsefni þessa kafla.



5.51 Pétur ætlar að slá grasflöt A.
Hvert er flatarmál hennar?

5.52 Katla ætlar að slá
grasflöt B.
Hvert er flatarmál hennar?



6 Almenn brot

Í þessum kafla læra nemendur um almenn brot sem hluta af einum heilum/heild þar sem heildin getur verið safn, lengd eða mynd.

Nemendur læra að finna hlutann (teljarann) þegar heildin er þekkt og vitað er í hve marga hluta henni er skipt (nefnarinn). Þeir læra einnig að finna heildina þegar hlutinn er þekktur og vitað er í hve marga hluta heildinni er skipt.

Nemendur læra að teikna almenn brot á ýmsa vegu, að bera saman almenn brot og finna jafn gild/stór almenn brot. Enn fremur læra þeir hugtökin teljari og nefnari, svo og um samlagningu og frádrátt samnefndra brota.

Nemendur læra einnig að lýsa tengslum tíunduhluta í tuga-brotum og í almennum brotum.

Í lok kaflans er stutt kynning á 100% sem einum heilum og 50% sem $\frac{1}{2}$; einnig eru 1% og 10% kynnt sem almennum brotin $\frac{1}{100}$ og $\frac{10}{100}$ með hundraðreitatóflu.

Viðfangsefni

- Almenn brot í daglegu lífi
- Almenn brot sem hluti af safni

Búnaður

- Ef til vill ýmis áþreifanleg hjálpar sögn eins og kubbar og tölur (hnappar)

► Bls. 34

Samræðumynd

Kennari leggur fyrir nemendur spurningar um almenn brot. Til að gera verkefnin enn áþreifanlegri getur kennari notað ýmis áþreifanleg hjálpargögn, t.d. plastkubba í ýmsum litum, helst gagnsæja. Gott er að leggja slíka kubba á myndvarpann og þeir henta afar vel til að gera verkefni um almenn brot áþreifanleg.

Verkefnin geta verið: Að finna fjöldann sem brotið felur í sér þegar brotið og heildin eru þekkt:

6 Almenn brot

Í þessum kafla muntu læra

- um almenn brot sem hluta af heild
- að teikna brot á ýmsa vegu
- að leggja saman og draga frá með almennum brotum
- að bera saman mismunandi brot



- Í nemendahópi eru 12 nemendur. Einn þriðji hluti þeirra kom í skólann með strætó. Hve margir komu með strætó? (4 nemendur.)
- Hvernig funduð þið það? (Til að finna þriðja hluta af heild er hópnum skipt í þrjá jafnstóra hópa.)

Að finna heildina þegar brotið og fjöldinn, sem brotið felur í sér, eru þekkt:

- Þrír fjórðu hlutar af nemendahópi fóru á bókasafnið. Það voru 6 nemendur. Hve margir eru þá í nemendahópnum? (8)
- Hvernig funduð þið það? (Með því að skipta nemendunum sex í þrjá hópa sjáum við hve margir eru í einum fjórða hluta, nefnilega 2. Ef tveir eru í hverjum fjórða hluta hljóta

8 nemendur að vera í fjórum fjórðu hlutum.)

Það mun ýta undir skilning margra nemenda ef þessi verkefni eru gerð sýnileg með hlutbundinni vinnu á einhvern hátt.

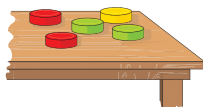
Að finna brotið þegar heildin og fjöldinn, sem brotið felur í sér, eru þekkt.

- Á teikningunni eru 12 nemendur. Tveir þeirra eru í rauðum þeysum. Hve stór hluti allra nemendanna er það? ($\frac{2}{12}$ eða $\frac{1}{6}$)
- Hve stór hluti nemendanna er ekki í rauðri þeysu? ($\frac{10}{12}$ eða $\frac{5}{6}$)
- Hvað eru brotin tvö, $\frac{2}{12}$ og $\frac{10}{12}$, samtals? (1, vegna þess að það er heildin, allir nemendurnir í hópnum.)

Hve stór hluti?

Sýnidæmi

- a Hve stór hluti af spilapeningunum er rauður?
b Hve stór hluti af spilapeningunum er gulur?



a $\frac{2}{5}$ eru rauðir.

b $\frac{1}{5}$ er gulur.



6.1 a Hve stór hluti spilapeninganna er grænn?

b Hve stór hluti spilapeninganna er rauður?

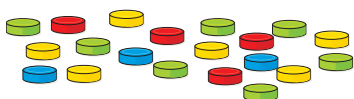


6.2 a Hve stór hluti spilapeninganna er gulur?



b Hve stór hluti spilapeninganna er blár?

6.3 a Hver stór hluti spilapeninganna er rauður?



b Hvað eru grænu og bláu spilapeningarnir stór hluti af öllum spilapeningunum?

35

Kennari leggur áherslu á að almenn brot sýna tengslin milli ákveðins fjölda af heild og heildar. Það þýðir t.d. að brotið er annað ef heildin er önnur þótt fjöldinn, sem tilgreindur er, sé sá sami.

- Hve margar stelpur eru standandi og hve margir strákar eru standandi? (2 stelpur og 2 strákar.)
- Hve stór hluti stelpnanna er standandi? ($\frac{2}{5}$)
- Er það jafn stór hluti af strákunum sem stendur? (Nei, $\frac{2}{7}$ af strákunum er standandi, það er minna vegna þess að strákarnir eru í heild fleiri en stelpurnar.)

► Bls. 35

Nr. 6.1–6.3

Nemendur nota myndirnar, til að

ákvarða hve stór hluti spilapeninganna er í hinum mismunandi litum.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur nota plastkubba eða eitthvað því um líkt í sömu litum og notaðir eru í verkefnunum.

Sýnið nemendum almennt brot sem hluta af heild: „Tveir af fjórum kubbum eru rauðir; það má skrifa sem tveir fjórðu hlutar ($\frac{2}{4}$).“

Kennari getur notað hlutbundnari viðfangsefni fyrir nemendur sem finnst þetta erfitt. Kennari teiknar köku á heilt A4-blað, klippir blaðið í tvo hluta, leggur bútana hvorn upp við annan og biður nemanda að segja til um hvernig eigi að tákna helming blaðsins með almennu broti. Kennari skiptir bútonum

tveimur aftur í tvennt þannig að nú hefur kökunni verið skipt í fjóra hluta. Hann leggur bútana hvern upp við annan og biður nemendur að segja til um hvernig nú megi tákna „kökusneiðarnar“ sem almennt brot. Gerið mikið úr því hvaða tölur eru skrifaðar fyrir neðan brotastríkið og hverjar eru skrifaðar fyrir ofan strík, þannig að nemendur sjái alltaf tengslin milli „kökunnar“ og tölustafanna í brotinu.

Erfiðari verkefni

Flestir nemendur munu hafa gagn af að taka þátt í innlöggninni á almennum brotum sem lýst er í kaflanum Auðveldari verkefni jafnvel þótt hún reynist einhverjum létt. Þeir geta þá skrifað niður jafn stór brot við hlið myndanna í bókinni. Til dæmis má skrifa $\frac{1}{4}$ einnig sem $\frac{2}{8}$ og $\frac{3}{12}$.

Raunverkefni

Almenn brot með hnöppum og tölum

Látið nemendahópa hafa box með mismunandi hnöppum og tölum og biðjið þá að búa til verkefni um almenn brot út frá þeim. Til dæmis má spyrja um hve stór hluti hnappanna og talnanna hafi engin göt, tvö göt, þrjú göt, hve stór hluti sé í ákveðnum litum, hafi ákveðna lögun og stærð. Síðan skiptast hóparnir á verkefnum og lausnum.

Dæmi um spurningar:

- Hve stór hluti af tölunum er grænn?
- Hve stór hluti af tölunum er bleikur?
- Hve stór hluti af bleiku tölunum hefur fjögur göt?

Almenn brot og 24 kubbar

Búnaður: 24 kubbar handa hverjum hópi.

Verkefnið felst í að nemendur draga 24 kubba í 4 eða 6 mismunandi litum upp úr kassa eða poka. Því næst skrá þeir með almennum brotum hve stór hluti kubbanna er í hverjum lit.

Viðfangsefni

- Almenn brot sem hluti af safni
- Almenn brot sem hluti af einum heilum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 36

Nr. 6.4

Nemendur skrifa hve stór hluti af börnunum er með húfu.

Nr. 6.5

Nemendur búa til töflu sem sýnir hve stór hluti af kúlunum í hverju verkefni er í hverjum lit.

- Hve margar eru rauðu kúlurnar í a-lið? (3)
- Hve margar kúlur eru svartar í b-lið? (Einnig 3.)
- Eru rauðu kúlurnar jafn stór hluti af kúlunum í a-lið og svörtu kúlurnar eru af kúlunum í b-lið? (Nei, vegna þess að heildin er stærri í b-lið. Þess vegna verður hluti svartra kúlna minni í b-lið.)

► Bls. 37

Nr. 6.6

Nemendur búa til töflu sem sýnir hve stóran hluta af kökunum í hverju verkefni er búið að borða og hve stór hluti er eftir.

- Hve stór hluti er eftir í c-lið? ($\frac{6}{8}$)
- Hve stór hluti var borðaður? ($\frac{2}{8}$)
- Hvað eru bæði brotin samtals? ($\frac{8}{8}$ eða 1, einn heill eða heildin.)

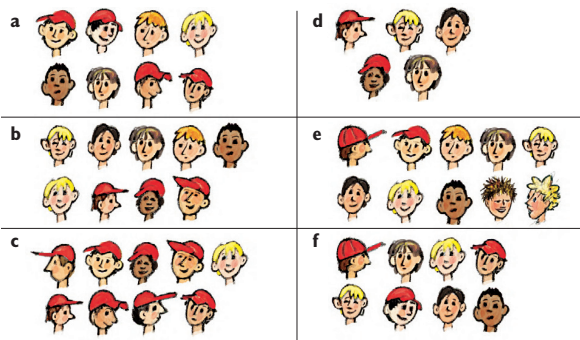
Nr. 6.7

Þetta verkefni eiga nemendur helst að vinna saman í hópum. Látið þá einnig rökræða um vinningslíkurnar á hinum mismunandi lukkuhjólum. Nemendur þurfa þá að finna út hvað svæðin, sem gefa vinning, eru stór hluti af hverju hjóli og þar næst að bera saman brotin. Vinningslíkurnar á hjóli A eru $\frac{2}{8}$ eða $\frac{1}{4}$ (í hlutfallinu einn á móti fjórum).

Auðveldari verkefni

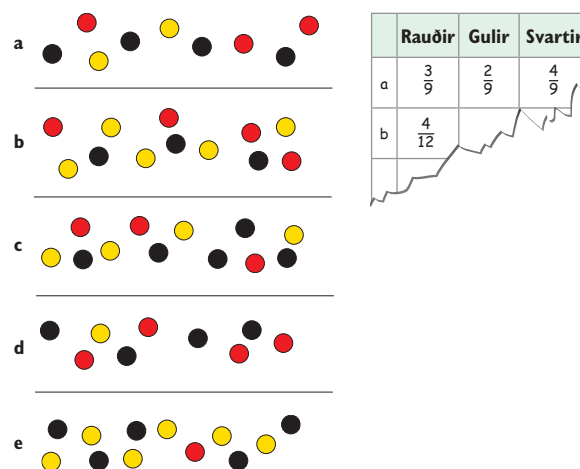
Kennari telur með nemendum heildarfjöldann og hve margir eru í hlutanum sem spurt er um. Sýnið nemendum að þetta tvennt þarf

6.4 Hve stór hluti barnanna er með húfu?



Í hvaða dæmi er meira en helmingur barnanna með rauða húfu?

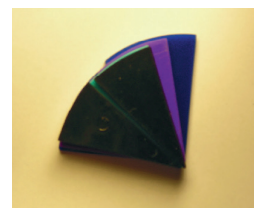
6.5 Hve stór hluti af kúlunum er rauður, gulur og svartur? Búðu til töflu og skráðu svörin í hana.



að skoða í samhengi: Að „3 af 9“ kúlum eru rauðar o.s.frv.

Mikilvægt er að vinna við almenn brot hafi stuðning af áþreifanlegum hlutum, ekki síst myndum. Mælt er með að nota ljósrit af verkefnablaði 5.147 a–c (Brotahringir 1–3) eða nota brotabúta en þá er hægt að nálgast í Stærðfræðisarpinum á vef Menntamálastofnunar.

Við verkefni 6.7 geta nemendur tekið fram mismunandi brotabúta og borið þá saman með því að leggja þá hvern ofan á annan.

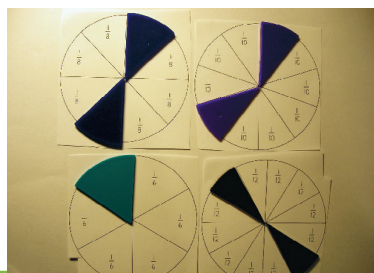


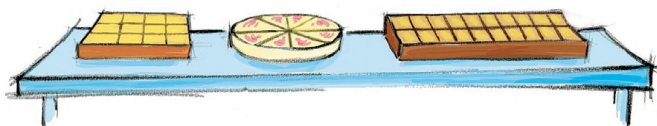
Erfiðari verkefni

Kennari teiknar köku sem skipt er í 15 jafn stóra hluta. Hve margar kökusneiðar eru í $\frac{1}{3}$ kökunnar? Hve margar kökusneiðar eru í $\frac{1}{5}$ kökunnar?

Biðjið nemendur að styttu brotin í verkefninu eins mikið og hægt er þannig að þeir skrifi brotið $\frac{1}{3}$ í staðinn fyrir $\frac{3}{9}$ o.s.frv.

Almenn brot í íslenskum orðum
Á verkefnablaði 5.148 (Orðaleit) eiga



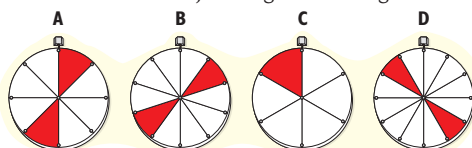


- 6.6 a Hve stór hluti af kökunum hér á eftir er afgangur í hverju dæmi?
- b Hvað er búið að borða stóran hluta af kökunum? Búðu til töflu og skrifaðu svörin í hana.

	Er afgangur	Búið að borða
A	$\frac{2}{8}$	$\frac{6}{8}$
B		

A		F	
B		G	
C		H	
D		I	
E		J	

- 6.7 Rauða svæðið gefur vinning.
- a Hve stór hluti lukkuhjólsins gefur vinning?



- b Á hvaða lukkuhjól borgar sig best að spila?

37

nemendur að finna brot af bókstöfum í orði og mynda með þeim ný orð. Ef nýju orðnum tólf er raðað saman mynda þau málsgrein.

Raunverkefni

Almenn brot út frá nemendum

Tólf nemendur setjast á gólfid en hinir nemendurnir eru áhorfendur. Kennari biður nú fjóra nemendur um að standa á fætur.

- Hve stór hluti nemendanna stóð á fætur? ($\frac{1}{3}$.)

Nemendurnir fjórir setjast aftur og kennarinn biður tiltekinn fjölda, t.d. sex, að rísa á fætur. Sömu spurningu er varpað fram.

Þetta má endurtaka en að þessu sinni án þess að þeir sem stóðu

á fætur setjast aftur. Þá má breyta spurningunni í þessa veru: Hve stór hluti nemendanna 12 stóð fyrst á fætur, hve stór hluti reis þar næst á fætur, hve stór hluti stendur núna og hve stór hluti situr enn á gólfinu?

Einnig má snúa spurningunni við:

- Geta $\frac{5}{12}$ ykkar risið á fætur?
- Hve stór hluti ykkar stendur?
- Hve stór hluti ykkar er nú sitjandi?
- Getur helmingur ykkar risið upp?
- Hve stór hluti ykkar stendur nú?
- Hve stór hluti ykkar situr nú?
- Hvernig er hægt að tákna þessi brot á tvo mismunandi vegu?

Meðan á þessu stendur geta hinir nemendurnir skrifað brotin niður til að æfa rithátt almennra brota.

Veiða kubba (spil)

Búnaður: Teningur, kubbar.

Leikmenn spila saman tveir og tveir. Hvert par þarf einn tening og 30 kubba. Í byrjun eru allir kubbar settir í eina hrúgu á milli leikmannanna tveggja.

Leikmenn kasta teningi til skiptis. Það sem upp kemur táknar nefnara í broti þar sem teljarinn er 1. Ef upp koma t.d. 5 verður brotið $\frac{1}{5}$, ef upp koma 3 verður brotið $\frac{1}{3}$. Ef upp kemur 1 verður leikmaður að sitja hjá í þeirri umferð. Leikmenn taka eins marga kubba úr hrúgunni eins og brotið segir til um. Ef annar leikmaðurinn fær 5 tekur hann $\frac{1}{5}$ af kubbum 30 í hrúgunni, þ.e. 6 kubba. Þá eru 24 kubbar eftir. Ef hinn leikmaðurinn fær 3 tekur hann sér $\frac{1}{3}$ af kubbum sem eftir eru, þ.e. 8 kubba. Þá eru 16 kubbar eftir. Ef upp koma næst 3 er ekki hægt að taka nákvæmlega $\frac{1}{3}$ af 16 þannig að leikmaður námundar töluna að næstu heilu tölu fyrir neðan og tekur 5 kubba af kubbum 16 sem eftir voru.

Þegar líður á spilið munu leikmenn ekki alltaf geta tekið kubba úr kubba hrúgunni. Ef eftir eru t.d. 4 kubbar og leikmaður fær 5 á hann að taka $\frac{1}{5}$ af kubbum. Það er ekki hægt og þar með missir hann úr leik. Ef hinn getur heldur ekki tekið neinn kubba er spilið lokið. Sá vinnur sem á fleiri kubba í lokin.

Erfiðara afbrigði af þessu spili er að byrja með 60 kubba.

Almenn brot með sentikubbum

Vinna má út frá sentikubbum til að auðvelda nemendum að sjá tengslin milli almennra brota sem hluta af heild og sem hluta af safni.



Á myndinni má sjá að í heildinni eru 12 kubbar, 2 gulir, 4 bláir, 3 grænir, 2 bleikir og 1 svartur.

Kennari spyr nemendur hve stór hluti heildarkubba fjöldans sé í hinum mismunandi litum. Síðan tekur kennari 12 aðra kubba í ólíkum litum. Að þessu sinni skal ekki tengja kubba saman.

Viðfangsefni

- Að finna hlutann (teljarann) þegar heildin er þekkt og vitað er í hve marga hluta henni er skipt (þ.e. nefnarinn).
- Brot sem hluti af heild þar sem hlutarnir eru jafn stórir

Búnaður

- A4-blað, skæri, litblýantar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 38

Nr. 6.8

Nemendur skrifa hve stór hluti myndanna er í hvorum lit.

Nr. 6.9

Nemendur eiga að finna í hvaða mynd $\frac{2}{3}$ er litaður. Í daglegu tali er stundum sagt „tveir af þremur“ þótt hlutarnir séu ekki jafn stórir. Til dæmis má segja um köku, eins og í mynd B, að tvær af þremur kökusneiðum séu skreyttar með súkkulaði. Hér er talað um fjölda sneiða án tillits til þess hvort þær séu jafn stórar eður ei.

Bendið nemendum á þennan mun á milli daglegrar orðanotkun og tungutaks stærðfræðinnar: Þegar rætt er um brot í stærðfræði verða hlutarnir að vera jafn stórir.

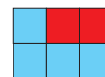
- Eru tveir þriðju hlutar litaðir í mynd B? (Nei, vegna þess að hlutarnir eru misstórir.)
- Hve stór hluti af mynd B er litaður? (Helmingurinn, vegna þess að skástrikin skipta myndinni í tvo jafn stóra hluta. Kennari getur teiknað sömu mynd á töfluna því auðveldara er að sjá þetta ef lóðrétt strik er dregið á miðri myndinni.)

Nr. 6.10

Nemendur eiga að finna myndirnar þar sem $\frac{3}{4}$ hlutar eru litaðir. Í mynd C eru misstórir hlutar þannig að það á ekki við að $\frac{3}{4}$ af myndinni séu litaðir þótt þrír bútar af fjórum séu litaðir.

Sýnidæmi

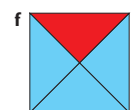
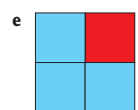
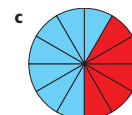
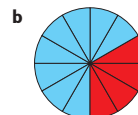
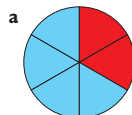
Hve stór hluti myndarinnar er
a rauður? b blár?



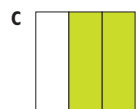
a $\frac{2}{6}$ eru rauðir.

b $\frac{4}{6}$ eru bláir.

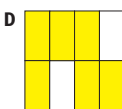
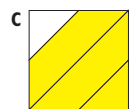
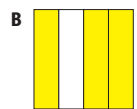
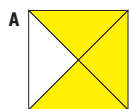
- 6.8 a Hve stór hluti hversrar myndar er rauður?
b Hve stór hluti er blár?



- 6.9 Í hvaða myndum eru $\frac{2}{3}$ hlutar litaðir?



- 6.10 Í hvaða myndum eru $\frac{3}{4}$ litaðir?



38

6 • Almenn brot

► Bls. 39

Nr. 6.11

Nemendur teikna myndirnar og lita $\frac{1}{4}$ af hverri mynd.

Nr. 6.12

Nemendur teikna þrjá jafn stóra ferninga og lita $\frac{1}{4}$ af hverjum þeirra á ólíka vegu.

Nr. 6.13

Nemendur skipta A4-blaði jafnt til helminga. Þeir brjóta annan ferhyrninginn þrisvar þannig að hann skiptist í 8 hluta. Hinn ferhyrninginn á fyrst að brjóta einu sinni í tvennt og síðan í þrjá jafn stóra hluta þannig að hlutarnir verði 6. Þetta má gera með því að prófa sig áfram til að brotin verði jafn stór eða með

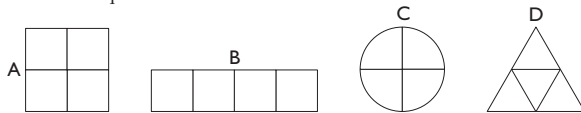
því að mæla blaðið nákvæmlega með reglustiku og skipta því síðan í þrjá jafna hluta áður en síðara brotið er framkvæmt.

Nú lita nemendur hlutana eins og segir í verkefninu.

- Hve oft þurftir þú að brjóta blaðið til að fá 8 hluta? (Þrisvar.)
- Hve margir fleiri verða hlutarnir ef þú hefur brotið blaðið einu sinni enn? (8 í viðbót eða tvöfalt fleiri.)
- Hve stór hluti af blaðinu er hver bútur þegar búið er að brjóta blaðið 4 sinnum? (Einn sextándi hluti.)
- En ef þú hefur brotið blaðið einu sinni? (Einn þrítugasti og annar hluti.)
- Og ef þú hefur nú brotið blaðið enn og aftur? (Einn sextugasti og fjórði hluti.)



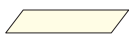
- 6.11 Teiknaðu myndirnar í reikningsheftið þitt.
Litaðu $\frac{1}{4}$ af hverri mynd.



- 6.12 a Teiknaðu þrjá ferninga í reikningsheftið þitt.
b Litaðu $\frac{1}{4}$ af hverjum ferningi á mismunandi vegu.



- 6.13 Notaðu A4-blað.
Brjóttu blaðið þannig að þú fáið tvo jafn stóra hluta.
Klipptu þá út.
a Brjóttu annan ferhyrninginn í átta jafn stóra hluta.
Litaðu $\frac{3}{8}$ af ferhyrningnum gula og $\frac{5}{8}$ rauða.
b Brjóttu hinn ferhyrninginn í sex jafn stóra hluta.
Litaðu $\frac{1}{6}$ af ferhyrningnum rauðan, $\frac{3}{6}$ bláa og $\frac{2}{6}$ gula.



- 6.14 Teiknaðu samsíðung.
a Skiptu samsíðungnum í tvo jafn stóra hluta.
Geturðu gert það á mismunandi vegu?
b Getur þú skipt samsíðungnum í fjóra jafn stóra hluta?

Nr. 6.14

Í þessu verkefni eiga nemendur að teikna samsíðung og skipta honum í tvennt. Auðveldast er að gera þetta með því að teikna aðra hornalínuna. Erfiðara er að skipta samsíðungnum í fjóra jafn stóra hluta. Það er auðveldast ef samsíðungurinn er tígull, þ.e.a.s. ef allar hliðar samsíðungsins eru jafn langar.

Auðveldari verkefni

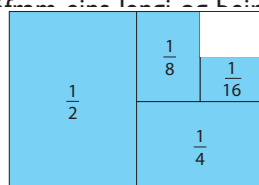
Látið nemendur nota teikningarnar af brotunum í miklum mæli. Leggjið áherslu á hvernig hverri mynd er skipt í jafn stóra hluta hvort sem um er að ræða hring eða rétt-hyrning.

Mynd er önnur táknmynd fyrir almenn brot en þegar notaðir eru

kubbar og gengið út frá fjöldanum. Mikilvægt er að nemendur nái tökum á hvoru tveggja.

Erfiðari verkefni

Látið nemendur fá litað A4-blað. Þeir skipta því í miðjunni til helminga, líma helminginn öðrum megin á annað A4-blað og skrifa $\frac{1}{2}$ á búiðinn. Nú skipta þeir hinum helmingnum í tvennt, líma annan helminginn á auða plássið á A4-blaðinu og skrifa $\frac{1}{4}$ á búiðinn. Þannig halda nemendur áfram eins lengi og þeir geta.



Raunverkefni

Almenn brot á pinnabretti

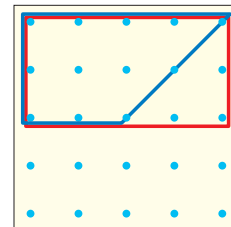
Búnaður: Pinnabretti og/eða punktablað, sjá ljósritunarblað 1 (Punktablað) aftast í þessari bók.

Biðjið nemendur að sýna mismunandi brot á pinnabrettinu. Jafnframt eiga þeir að teikna myndirnar á punktablað jafnóðum og þeir búa þær til á pinnabrettið.

Verkefnið getur t.d. verið fólgið í því að búa til 2–3 myndir af hverju þessara brota:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{8}$$

Látið nemendur nota tvær teygjur þannig að önnur teygjan sýni heildina en hin brotið. Hér má sjá mynd sem táknar brotið $\frac{3}{4}$:



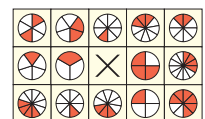
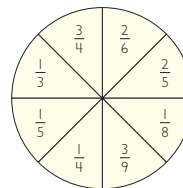
Þegar nemendur teikna myndirnar á punktablað geta þeir litað hlutann og skráð brotið við hliðina.

Hrósið nemendum fyrir hugvitsamlegar tillögur!

Brotabíngó

Búnaður: Bingóspjald með myndum sem táknar ýmis brot (verkefna-blað 5.149 (Brotabíngó)), spilaskífa með brotum (verkefnablað 5.150 (Spilaskífa fyrir brotabíngó)), litir eða spilapeningar.

Leikmenn fá hver sitt bingóspjald. Þeir setja spilapening á X-reitinn og snúa bréfaklemmunni á spilaskífunni til skiptis. Síðan leggja þeir spilapening í reitinn – eða lita hann – sem sýnir brotið sem spilaskífan bendir á. Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá spilapeninga/reiti í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.



Viðfangsefni

- Að finna hlutann (teljarann) þegar heildin er þekkt og vitað er í hve marga hluta henni er skipt (þ.e. nefnarinn).
- Almennt brot sem hluti af einum heilum og sem hluti af safni

Búnaður

- Ef til vill punktablað (ljósritunarblað I (Punktablað) aftast í þessari bók) og/eða rúðu-strikað blað

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 40

Sýnidæmi

Hér er einungis sýndur einn hluti myndar. Gefið er upp hve stór hluti af allri myndinni (heildinni) það er. Á myndinni sést að Krúsi hefur teiknað hlutann fjórum sinnum og raðað hlutunum saman í heila mynd.

Þessi verkefni má vinna á marga vegu; því er rétt að hvetja nemendur til að finna sínar eigin leiðir. Gott er að þeir sýni hver öðrum eigin lausnir þannig að þeir geti séð þessi brot fyrir sér á fleiri en einn veg. Jafnframt mun þetta hvetja alla nemendur til að leita að skapandi lausnum í verkefnum sem eftir eru á þessari opnu.

Nr. 6.15–6.17

Nemendur teikna alla myndina (heildina) út frá þeim hluta myndarinnar sem gefinn er upp í hverju verkefni.

Nr. 6.18

Hér er um litla þraut að ræða. Einhverjir munu ef til vill skipta hlutum, sem gefinn er upp, í þrjá hluta og bæta síðan einum slíkum þriðjung við. Hið rétta er að skipta myndinni í tvo hluta og bæta öðrum helmingnum við myndina sem fyrir er. Þannig koma í ljós í heildinni þrír jafn stórir hlutar.

Sem framhald af þessu verkefni geta nemendur spreytt sig á heila-brotinu í kaflanum Erfiðari verkefni hér á eftir.

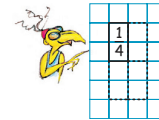
Sýnidæmi

Þessi mynd er $\frac{1}{4}$ af stærri mynd.

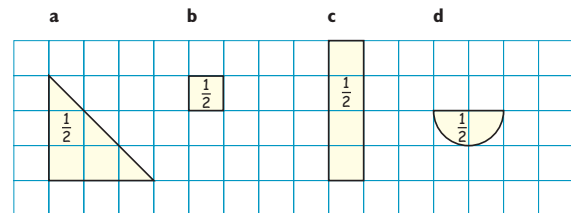
Teiknaðu alla myndina.



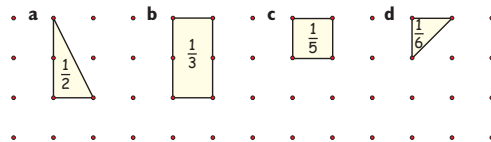
Við getum gert þetta svona.



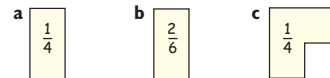
6.15 Teiknaðu alla myndina.



6.16 Teiknaðu alla myndina.



6.17 Teiknaðu alla myndina.



6.18 Teiknaðu alla myndina.



Geturðu þetta?



40

6 • Almenn brot

► Bls. 41

Nr. 6.19–6.20

Nemendur teikna alla myndina (heildina) út frá þeim hluta myndarinnar sem gefinn er upp í hverju tilviki.

Nr. 6.21

Í þessu verkefni eru sýnd brot af safni kúlna. Nemendur eiga að finna út og teikna allar kúlurnar með hliðsjón af hlutanum sem gefinn er upp í hverju tilviki.

- Í a-lið kemur fram að kúlurnar, sem myndin er af, eru helmingurinn af heildarkúlnaþjöldanum. Hve margar eru þá allar kúlurnar? (8, því að 4 er $\frac{1}{2}$ af 8.)

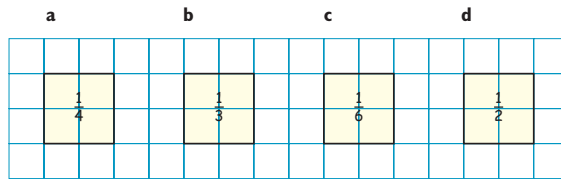
Auðveldari verkefni

Beinið athygli nemenda að því að ganga skal út frá t.d. einum þriðja hluta. Þegar þeir bæta við einum slíkum fá þeir tvo þriðju hluta. Með enn einum slíkum hlut í viðbót sýnir myndin þrjá þriðju hluta sem er jafnt og einn heill, þ.e. öll myndin.

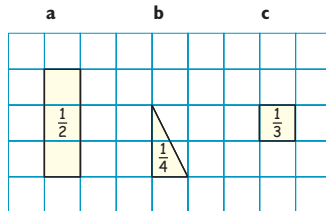
Einhverjir nemendur munu ef til vill eiga í basli með dæmin þar sem uppgefn hlutinn er stærri en einn hluti af heildinni. Dæmi: Hve miklu þarf að bæta við $\frac{2}{6}$ til að fá einn heilan? Það er nemendum að meinalausu ef þessum dæmum er sleppt en í öllu falli er rétt að láta þá nota brotabúta eða vinna þau með einhverjum sem ræður við þau.

Þessi verkefni má vinna á pinna-bretti, sjá kaflann Raunverkefni hér

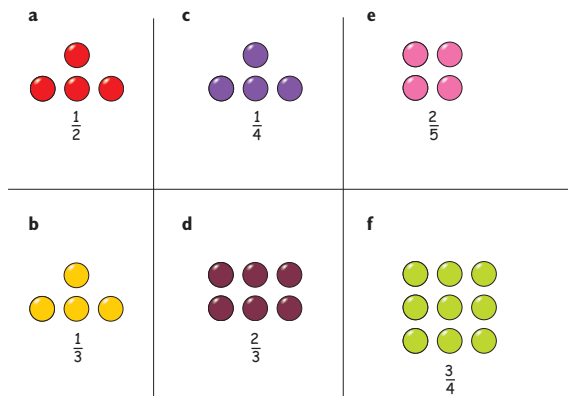
6.19 Teiknaðu alla myndina.



6.20 Teiknaðu alla myndina.



6.21 Teiknaðu allar kúlurnar.



41

á eftir. Sú aðferð hentar vel til að gera þau áþreifanleg; sérstaklega á þetta við nemendur sem eru vanir að nota pinnabretti.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að tákna þessi brot á punktablaði þannig að hægt sé að sýna alla myndina (heildina). Önnur aðferð er að láta þá teikna beint á rúðustrikað blað. Þyngja má verkefnið með því að segja nemendum að þeir meggi ekki búa heildina til úr jafn mörgum reitum og talan í nefnaranum segir til um. Ef verkefnið felst í brotinu $\frac{3}{5}$ mega þeir sem sagt ekki búa til mynd úr 5 reitum þar sem uppgefni hlutinn er 3 reitir. Þeir verða þá annaðhvort að fækka reitunum, þannig að

heildin sé t.d. 2,5 reitir og hlutinn þá 1,5 reitir, eða fjölga reitunum þannig að heildin verði 10 eða 15 reitir og hlutinn þá 6 eða 9 reitir.

Látið nemendur vinna á þennan hátt með eftirfarandi brot:

$$\frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{2}{7}, \frac{6}{11}, \frac{13}{16}, \frac{8}{9}, \frac{7}{12}, \frac{14}{20}, \frac{8}{30}$$

Heilabrot

Pétur og Kata ætla að skipta 100 kr. á milli sín. Helmingurinn ($\frac{1}{2}$) af því sem Pétur fær er jafn mikið og $\frac{1}{3}$ af því sem Kata fær. Með öðrum orðum: Helmingur Péturs er jafn stór og þriðjungur Kötú.

Pétur	Kata
20 kr.	20 kr.
20 kr.	20 kr.

Lausn:

Pétur fær 40 kr.
og Kata 60 kr.

Hugmyndir og athugasemdir

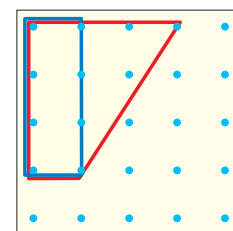
Raunverkefni

Brot á pinnabretti

Búnaður: Pinnabretti og/eða punktablað, sjá ljósritunarblað 1 (Punktablað) aftast í þessari bók.

Eftirfarandi verkefni má framkvæma á pinnabretti með nöglum í stað reita. kosturinn við pinnabrettið er að auðveldara er að prófa sig áfram á rannsakandi hátt.

Nemendur geta notað tvær teygjur þannig að önnur sýni hlutann, sem gefinn er upp, en hin heildina. Hér á eftir er mynd sem sýnir heila mynd (heildina) miðað við að brotið $\frac{1}{2}$ sé gefið. Við sjáum að bláa teygjan, sem táknar $\frac{1}{2}$, nær yfir þrjá reiti og viðbótarsvæðið, sem afmarkast af rauðu teygjunni nær einnig yfir þrjá reiti. Báðir hlutarnir eru því jafn stórir og allt svæði rauðu teygjunnar táknar þá heildina.



Biðjið nemendur að teikna svör sín jafnóðum og þeir leysa verkefnið.

Hrósið nemendum fyrir hugvitsamlegar tillögur!

Brot á punktablaði

Á verkefnablöðum 5.151 og 5.152 (Brot á punktablaði 1 og 2) eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga að teikna heildina út frá uppgefnu broti.

Viðfangsefni

- Hugtökin teljari og nefnari
- Brot sem hluti af heild
- Að bera saman brot og finna jafn gild (jafn stór) brot

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 42

Samræðumynd

Kennari og nemendur ræða saman um hvað tölurnar í almennu broti tákna. Nefnarinn segir til um í hve marga hluta tiltekinni heild er skipt; teljarinn segir til um hve marga slíka hluta er um að ræða hverju sinni. Eins og áður hefur komið fram lýsir almennt brot hlutfalli, þ.e. lýsir í hvaða hlutfalli hlutinn (eða hlutarnir), sem um ræðir hverju sinni, er af heildinni.

Skilningur nemenda á hugtökunum er það sem skiptir mestu máli, þ.e. að þeir skilji að brotið táknar hluta af heild. Fyrir ofan strik er því skráð hve marga hluta er um að ræða í hverju broti en fyrir neðan strik er tilgreint hve margir slíkir hlutar eru í heildinni. Ekki þarf að hafa miklar áhyggjur af því ef nemendur rugla saman orðunum teljari og nefnari en samt sem áður þurfa þessi hugtök smám saman að eignast sinn rétta sess í huga nemenda.

Einnig má benda nemendum á aðferð til að muna þessi hugtök betur, t.d. að *teljarinn* er á *toppnum* og *nefnarinn* fyrir *neðan* strik. Gamla vísubrotið er alltaf gott og gilt:

Settu það á þitt sálarþrik
að nefnarinn er fyrir neðan strik.
Kennari metur hvort hann kennir
nemendum þessar „húsreglur“ en
hvorug þeirra felur í sér stærð-
fræðilega hugsun.

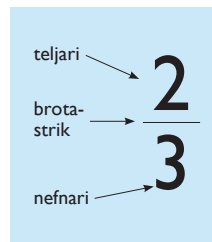
Nr. 6.22

Nemendur skrifa brot út frá upp-
lýsingunum um teljara og nefnara.

Nr. 6.23

Nemendur taka mið af brotinu $\frac{2}{4}$ í
þessu verkefni. Fyrst á að tvöfalda
teljara og nefnara, þar næst á að
helminga þá.

Teljari og nefnari



6.22 Skrifaðu almennt brot þar sem

- a teljarinn er 2 og nefnarinn er 5
- b teljarinn er 4 og nefnarinn er 6
- c nefnarinn er 10 og teljarinn er 7

6.23 Skrifaðu almennt brot þar sem bæði teljari
og nefnari eru

- a tvöfalt stærri en í brotinu til vinstri
- b helmingi minni en í brotinu til vinstri

6.24 Skráðu þrjú almenn brot þar sem nefnarinn er tvöfalt
stærri en teljarinn.

6.25 Skráðu þrjú almenn brot þar sem teljarinn er
tveimur minni en nefnarinn.

6.26 Skrifaðu þrjú almenn brot sem eru jafn stór og $\frac{1}{2}$.

42

6 • Almenn brot

- Verður brotið stærra eða minna þegar teljari og nefnari eru tvöfaldaðir? (Stærð brotsins er óbreytt. Það má sýna með kökuriti þar sem strikum er bætt við.)
- Verður brotið stærra eða minna þegar bæði teljari og nefnari eru helmingaðir? (Stærð brotsins er líka óbreytt hér.)

Nr. 6.24–6.25

Nemendur skrifa mismunandi brot
út frá því hlutfalli milli teljara og
nefnara sem gefið er upp í hverju
verkefni.

Nr. 6.26

Nemendur eiga að skrifa mismun-
andi brot sem eru jöfn $\frac{1}{2}$.

► Bls. 43

Nr. 6.27

Nemendur teikna kökurit og skipta
því þannig að það sýni fjórðu hluta.
Síðan finna þeir út hve margir
fjórðu hlutar eru litaðir og skrá það
sem almennt brot.

Nr. 6.28–6.31

Nemendur eiga að finna almenn
brot sem eru jafn gild uppgefnu
broti. Þeir teikna rétthyrningana,
sem sýndir eru, skipta þeim í fleiri
hluta, finna út hve margir lituðu
hlutarnir eru og skrá brotin.

Auðveldari verkefni

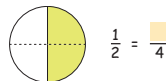
Gagnlegt er að nota áþreifanleg
hjálparkæki við þessi verkefni,
t.d. 6.26. Verkefnablöð 5.147a–c



6.27 a Teiknaðu myndina í reikningsheftið þitt.

b Skiptu henni í fjórðu hluta.

c Hve margir fjórðungar eru litaðir?



6.28 a Teiknaðu myndina í reikningsheftið þitt.

b Skiptu henni í sjöttu hluta.

c Hve margir sjöttu hlutar eru litaðir?



6.29 a Teiknaðu myndina í reikningsheftið þitt.

b Skiptu henni í tíundu hluta.

c Hve margir tíunduhlutar eru litaðir?



6.30 a Teiknaðu myndina í reikningsheftið þitt.

b Skiptu henni í tólfu hluta.

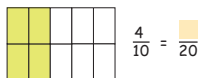
c Hve margir tólfu hlutar eru litaðir?



6.31 a Teiknaðu myndina í reikningsheftið þitt.

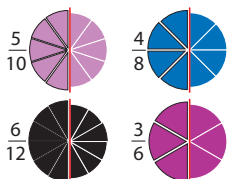
b Skiptu henni í tuttugustu hluta.

c Hve margir tuttugustu hlutar eru litaðir?



43

(Brotahringir 1–3) henta vel. Þeir gera jafn stór brot vel sýnileg:



Byrjið á að teikna pitsu (hring) á töfluna. Látið nemendur taka þátt í að skipta henni í tvo jafna hluta. – Er auðvelt að borða svona stórar pitsusneiðar?

Kennari skiptir pitsunni í fjóra jafn stóra hluta.

– Nú höfum við fjórðu hluta í staðinn fyrir helminga en magnið af pitsunni er hið sama og áður handa hvorum nemanda. Við getum einnig skipt pitsunni í áttundu hluta.

Einnig má sýna jafn stór brot með því að brjóta blað. Kennari tekur hvítt blað og brýtur það einu sinni (til að sýna $\frac{1}{2}$). Hann opnar blaðið og skyggir eða litar í snöggu bragði annan helminginn. Nemendur ganga úr skugga um að skyggði hlutinn sé helmingurinn. Kennari lokar blaðinu aftur um brotið og brýtur það aftur í miðjunni þvert á fyrra brotið. Þegar blaðið er opnað sést að því hefur verið skipt í fjóra jafn stóra hluta. Kennari spyr nemendur hve stór hluti sé nú litaður, þ.e. tveir fjórðu hlutar, skrifað $\frac{2}{4}$. Ef blaðið væri brotið einu sinni enn mundi litaða svæðið sýna $\frac{4}{8}$. Í öllum tilvikunum sýnir litaði hlutinn sama hluta af blaðinu, þ.e. helminginn.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að raða brotunum í verkefnum á bls. 42 eftir stærð. Það er sérstaklega áhugavert í verkefnum nr. 6.24 og 6.25. Nemendur geta teiknað brotin í rétthyrninga, sem allir eru eins, til að auðveldara sé að bera þau saman. Þá munu þeir sjá að þegar hlutfallið milli teljara og nefnara er hið sama (t.d. þegar nefnarinn er tvöfalt stærri en teljarinn) eru brotin jafn gild. Þegar fastur mismunur er hins vegar milli teljara og nefnara verða brotin því stærri sem tölurnar eru stærri.

Önnur jafn stór brot

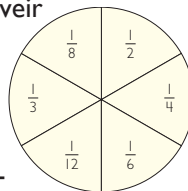
Nemendur geta búið til reiknings-sögur eða teikningar úr hversdagslífinu, t.d. um skiptingu pitsu eða köku, þar sem jafn stór brot koma við sögu. Vinna má út frá yfirlitinu sem sýnir samanburð mismunandi brota af sömu heild (verkefnablað 5.153 (*Samanburður á almennum brotum 1*)).

Raunverkefni

Brotasparibaukur (spil)

Búnaður: Brotarenningar á verkefnablaði 5.155 (*Brotarenningar*).

Leikmenn spila saman tveir og tveir. Hver leikmaður býr til „sparibauk“ með því að teikna ferhyrning á blað. Inn í ferhyrninginn leggja leikmenn alla brotarenningana frá áður nefndu verkefnablaði. Hvert par þarf spilaskífu eins og þá sem er á myndinni (verkefnablað 5.154).



Leikmenn snúa til skiptis bréfa-klemmu sem blýantsoddi er stungið í á miðri spilaskífunni. Sá sem á leik á að afhenda andstæðingnum renninginn með brotinu sem bréfa-klemman lendir á. Sá síðarnefndi á ekki að taka renninginn heldur afhendir sá sem á leik hið rétta brot.

Smá saman munu leikmenn þurfa að skipta. Ef þeir eiga að láta frá sér brotið $\frac{1}{6}$ og hafa ekkert slíkt brot geta þeir afhent brotið $\frac{1}{3}$ og fá $\frac{1}{6}$ til baka.

Sá vinnur sem á meira í spari-baukunum í lokin.

Viðfangsefni

- Að bera saman almenn brot og finna jafn stór brot

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 44

Sýnidæmi

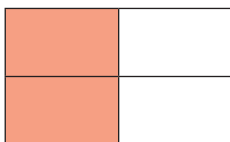
Enn og aftur er mælt með því að almenn brot séu gerð áþreifanleg í kennslunni. Kennari getur t.d. teiknað rétthyrning á töfluna. Skiptið honum í fimmtu hluta og litið tvo fimmtu.

- Hve stór hluti er litaður? ($\frac{2}{5}$)

Kennari skiptir nú rétthyrningnum í tíu hluta með því að draga lárétt strik eftir honum miðjum.

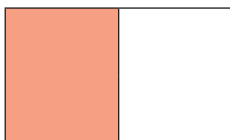
- Hve stór hluti er núna litaður? ($\frac{4}{10}$)
- Þýðir það þá að ég hafi litað stærri hluta af myndinni en áður? (Nei, jafn mikið.)

Kennari teiknar nýjan rétthyrning, skiptir honum í fjóra jafn stóra hluta og litar $\frac{2}{4}$.



- Hve stór hluti er litaður? ($\frac{1}{2}$)

Nú þurrkar kennari út aðra miðlínuna þannig að myndinni sé aðeins skipt til helminga.



Sýnidæmi

Skrifaðu almenn brot þar sem teljari og nefnari eru tvöfalt stærri en í brotinu $\frac{2}{5}$.

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

6.32 Skrifðu almenn brot þar sem teljari og nefnari eru tvöfalt stærri en í brotinum hér á eftir

a $\frac{1}{3}$

b $\frac{2}{5}$

c $\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{7}$

$\frac{2}{6}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{5}{6}$

$\frac{4}{10}$

Sýnidæmi

Skrifaðu almenn brot þar sem teljari og nefnari eru helmingi minni en í brotinu $\frac{2}{4}$.

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

6.33 Skrifðu almenn brot þar sem teljari og nefnari eru helmingi minni en í brotinum hér á eftir.

a $\frac{4}{6}$

b $\frac{8}{12}$

c $\frac{10}{14}$

$\frac{4}{12}$

$\frac{2}{14}$

$\frac{14}{16}$

$\frac{6}{10}$

$\frac{18}{20}$

$\frac{12}{20}$

- Hve stór hluti er núna litaður?
- Þýðir það að sá hluti, sem nú er litaður, sé minni eða stærri en áður? (Nei, hlutarnir eru jafn stórir.)

Nr. 6.32

Nemendur skrifa brot þar sem teljari og nefnari eru tvöfalt stærri en í brotinum sem gefin eru upp.

- Getið þið nefnt önnur brot sem eru jafn stór og $\frac{1}{3}$? ($\frac{2}{6}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \dots$)
- Getið þið nefnt brot sem er jafn gilt $\frac{1}{5}$ og hefur nefnarinn 20? ($\frac{4}{20}$)
- Getið þið nefnt brot sem er jafn gilt $\frac{5}{6}$ og hefur teljarann 25? ($\frac{25}{30}$)

Nr. 6.33

Nemendur skrifa brot þar sem teljari og nefnari eru helmingi minni en í brotinum sem gefin eru upp.

► Bls. 45

Nr. 6.34

Nemendur finna brot sem uppfylla eftirfarandi skilyrði:

- Brotin eru jafn stór.
- Brotin eru hvort um sig jafnt og einn heill.
- Teljarinn er einum minni en nefnarinn.
- Tvö og tvö brot eru samtals einn heill.

Nr. 6.35

Nemendur finna brotin úr litasvæðinu sem hvert um sig er jafnt og $\frac{1}{4}$.

Nr. 6.36

Nemendur velja tvö brot, hvort úr sínu litasvæði, sem eru jafn stór.

Á brotaveiðum

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{7}{7} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{5}$$

- 6.34 Hver almennu brotanna hér fyrir ofan
- eru jafn stór?
 - eru jöfn einum heilum?
 - hafa teljara sem er einum minni en nefnarinn?
 - verða einn heill ef þú leggur þau saman?

Geturðu þetta?



- 6.35 Hver almennu brotanna hér á eftir eru jafn stór og $\frac{1}{4}$?



$$\frac{2}{8} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{7}{20} \quad \frac{10}{40}$$

$$\frac{4}{16}$$

- 6.36 Hvaða almenn brot í A og í B eru jafn stór?

A $\frac{2}{8} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{5}$

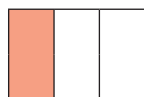
B $\frac{3}{9} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{2}{10}$
 $\frac{2}{12} \quad \frac{4}{6}$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

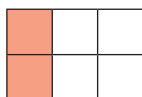
45

Auðveldari verkefni

Auðveldast er að sýna jafn stór brot með réttthyrningum því auðvelt er að skipta honum í fleiri hluta. Þannig má sýna að $\frac{1}{3}$ er jafnt og $\frac{2}{6}$:



breytist í



Gott er að nota yfirlit yfir brotin á verkefnablaði 5.153 (*Samanburður á almennum brotum*). Þar geta nemendur beinlínis borið saman brot og séð hver þeirra eru jafn gild.

Erfiðari verkefni

Heilabrot um almenn brot

Á verkefnablöðum 5.156 og 5.157 (*Heilabrot um almenn brot 1 og 2*)

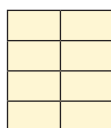
eru margar þrautalausnir sem varða reikning með almennum brotum.

Raunverkefni

Stríðsspilið

Búnaður: Spjöld úr þykkum pappír, helst plöstuð.

Nemendur klippa út spjöld úr A4-blaði. Ef þeir brjóta blaðið þrisvar og opna það svo aftur hefur því verið skipt í 8 jafn stóra hluta sem klippa má út.



Hver leikmaður þarf (að minnsta kosti) 16 slík spjöld en skemmtilegra er ef leikmenn fá fleiri spjöld

hver. Leikmenn skrifa eitt almennt brot (milli 0 og 1) á hvert spjald.

Einnig má nota spjöldin á verkefnablaði 5.158a–b (*Brotaspjöld 1–2*) eða á 5.159a–b (*Brotaspjöld 3–4*) en spjöldin á síðastnefndu verkefnablöðunum eru erfiðari.



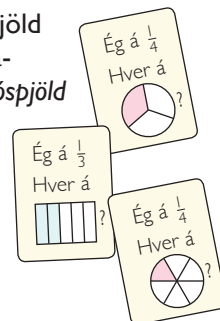
Leikmenn spila saman tveir og tveir. Spjöldin eru stokkuð og skipt milli leikmanna. Þeir leggja spjöldin á hvolf í bunka fyrir framan sig. Nú snúa þeir efsta spjaldinu við. Sá sem er með stærra brotið fær bæði spjöldin og setur þau neðst í sinn bunka. Þannig reyna leikmenn að safna sem flestum spjöldum. Spilið heldur áfram í ákveðinn tíma eða þar til annar leikmaðurinn hefur sölsað undir sig öll spjöldin.

Dómínóspjöld með almennum brotum

Í þessu verkefni felst þjálfun í að nefna brotin upphátt og ekki síður í að tengja brotið, sem nefnt er, við táknmynd af brotinu.

Búnaður: Dómínóspjöld með brotum (verkefnablöð 5.160a–b (*Dómínóspjöld 1–2*)).

Á verkefnablaði 5.161 (*Snið fyrir dómínóspjöld*) er form fyrir spjöldin þar sem skrifa má brot að vild.



Spjöldin þurfa að vera jafn mörg og nemendurnir. Á hverju spjaldi þarf að vera „svar“ og ein spurning. Leikurinn fer þannig fram:

Einn nemandi byrjar og spyr spurningarinnar á spjaldinu sínu, t.d.: „Hver á $\frac{1}{3}$?“

Sá sem á spjaldið sem á stendur „Ég á $\frac{1}{3}$ “, svarar og síðan spyr hann spurningarinnar á spjaldinu sínu: „Hver á $\frac{1}{4}$?“.

Þannig er haldið áfram þar til allir hafa svarað og spurt sinna spurninga. Ef allir hafa svarað rétt á sá, sem byrjaði, að hafa síðasta svarið.

Viðfangsefni

- Að leggja saman almenn brot með sama nefnara (samnefnd brot) og fá einn heilan
- Almenn brot sem tákna lengd, t.d. á talnalínu
- Að lýsa tengslum tíunduhluta í tugabrotum og almennum brotum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 46

Sýnidæmi

Á þessari blaðsíðu eiga nemendur að leggja saman almenn brot sem samtals verða einn heill. Látið þá fara í leikinn Búa til einn heilan, sem lýst er í kaflanum Raunverkefni hér á eftir, áður en þeir hefja vinnu við þessa opnu. Það er góður undirbúningur undir verkefni þar sem nemendur eiga að nota almenn brot sem hluta af lengd.

Nr. 6.37–6.38

Nemendur skrifa brotið sem vantar til að summan verði 1.

Nr. 6.39

Nemendur finna tvö brot, hvort úr sínu svæði, A og B, sem samtals eru 1.

Nr. 6.40

Nemendur skrifa teljara eða nefnara, sem vantar í brotin, þannig að summan verði 1.

► Bls. 47

Samræðumynd

Kennari rifjar upp með nemendum hvernig skipta má heilum lítra í minni hluta, desílítra. Í einum lítra eru 10 desílítrar. Ef fyrsta lítramálið er skoðað má sjá að þrír af tíu hlutum ($\frac{3}{10}$) af vökva eru í málinu. Þetta má orða svo að í málinu séu 3 dl eða 0,3 lítrar.

- Munið þið hvað við köllum tölurnar sem eru í næsta sæti á eftir kommunni og hvert gildi þeirra er? (Tíunduhlutar; 0,1–0,9.)

Sýnidæmi

Hvaða almenna brot vantar? $\frac{2}{6} + \square = 1$

Við getum teiknað mynd:



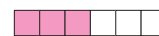
$$\frac{2}{6} + \frac{4}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

6.37 Búðu til dæmi þar sem svarið verður 1.

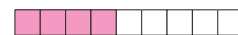
a $\frac{1}{4} + \square = \frac{4}{4} = 1$



b $\square + \square = \frac{6}{6} = 1$



c $\square + \square = \frac{9}{9} = 1$



6.38 Hvaða brot vantar?

a $\frac{2}{6} + \square = 1$

b $\square + \frac{1}{5} = 1$

$\frac{3}{7} + \square = 1$

$\square + \frac{4}{9} = 1$

6.39 Skrifaðu eitt almennt brot úr A og annað úr B sem eru þannig að summa þeirra verði 1.

A $\frac{3}{7} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{5}{8}$ B $\frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{4}{7}$

6.40 Hvaða tölur vantar?

a $\square + \frac{4}{6} = 1$

b $\frac{3}{7} + \square + \frac{2}{7} = 1$

$\frac{7}{10} + \frac{3}{\square} = 1$

$\frac{6}{10} + \frac{7}{10} - \frac{\square}{10} = 1$

- Hvers vegna köllum við þær tíunduhluta? (Einum heilum er skipt í tíu jafn stóra hluta.)
- Hvað eru tíunduhlutarnir margir í A-málinu? (8 tíunduhlutar.)
- Hvernig er það skrifað? ($\frac{8}{10}$ eða 0,8.)

Nr. 6.41

Nemendur skrá hve mikill safi er í lítramálunum fjórum. Þeir nota myndina til að svara hinum spurningunum. Skrifa á svörin fyrst sem almenn brot, þ.e. sem tíunduhluta, og þar næst sem tugabrot. Mælikvarðinn á lítramálunum minnir á lóðréttu talnalínu.

Nr. 6.42

Nemendur finna hve mikill safi er

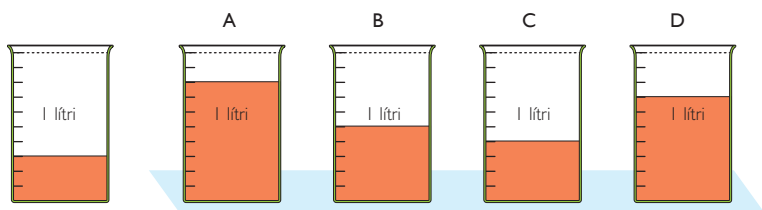
samtals í lítrakönnunum þremur. Mjög gott er ef þeir geta táknað það bæði með almennu broti og tugabroti.

Síðan reikna nemendur út hve mikið vantar upp á 1 lítra í hverri lítrakönnu. Þeir skrifa svörin bæði sem almenn brot og tugabrot. Bendið nemendum á að fyrsta sæti hægra megin við kommuna táknar einmitt tíunduhluta en það er tekið rækilega fyrir á næstu blaðsíðu.

Auðveldari verkefni

Fáið nemendur til að fara í leikinn Búa til einn heilan nokkrum sinnum. Honum er lýst í kaflanum Raunverkefni hér á eftir. Í honum felst góður undirbúningur undir að líta á almenn brot sem hluta af lengd.

Tíundu hlutar



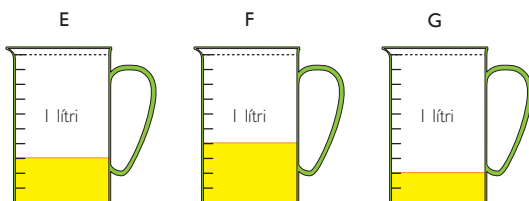
$\frac{3}{10}$ l

Getum við líka notað tugabrot?

- 6.41 a Hve mikill safi er í lítramálunum A, B, C og D? Skráðu það sem almenn brot.
 b Hve mikill safi er samtals í B og C?
 c Hve miklu meiri safi er í D en í C?
 d Skráðu með tugabroti hve mikill safi er í lítramálunum fjórum, A–D.

Já, af því að $\frac{3}{10} = 0,3$

- 6.42 a Hve mikill safi er samtals í lítrakönnunum E, F og G?



Kristinn bætir safi í könnurnar þannig að í hverri könnu verði 1 lítri.

- b Hve miklu þarf hann að bæta við
- í könnu E? • í könnu F? • í könnu G?

47

Samlagning almennra brota með hjálp mynda

Á verkefnablaði 5.162 (*Samlagning með almennum brotum*) eru fleiri verkefni í stíl við verkefni 6.37.

Erfiðari verkefni

Látið nemendur búa til dæmi með almennum brotum þar sem svarið er 1. Hvetjið þá til að búa til erfið verkefni, gjarnan með samlagningu og frádrætti. Slík dæmi eru enn erfiðari ef brotin eru ekki samnefnd.

$$\frac{\square}{3} + \frac{4}{6} = 1$$

$$\frac{6}{10} + \frac{\square}{5} = 1$$

$$\frac{3}{12} + \frac{3}{\square} = 1$$

Raunverkefni

Búa til einn heilan (leikur)

Búnaður: Brotarenningar á verkefnablaði 5.155 (*Brotarenningar*). Hver nemandi þarf að fá eitt sett af renningum.

Nemendur spila saman í litlum hópum. Hver leikmaður tekur fram renninginn sem táknar einn heilan (1-renninginn). Hinir renningarnir eru settir í hrúgu á miðju borðsins. Leikmenn draga til skiptis einn renning í einu þar til þeim hefur öllum verið skipt milli leikmanna. Þegar merki er gefið byrja allir að raða renningum í röð og reyna að búa til jafn langa lengju og 1-renningurinn. Sá vinnur sem er fyrstur að búa til þrjár lengjur þar sem hver og ein er jafn löng og 1-renningurinn.

Brotaspil

Búnaður: Tilbúin brotabútar eða úr plöstuðum pappír (verkefnablað 5.147a–c (*Brotahringir 1–3*) eða 5.153 (*Samanburður á almennum brotum 1*), Spilaskífa (verkefnablað 5.154) (*Tóm spilaskífa með sex svæðum*). Hver leikmaður þarf eitt sett af brotahringjum eða brotarenningum.

Kennari getur valið hvaða brot eru skrifuð á spilaskífuna. Gott er að skrifa brotin með mismunandi litum því þá er auðveldara fyrir nemendur að aðgreina þau.

Spilið gengur út á að fylla upp í einn heilan. Fyrst snúa leikmenn til skiptis bréfastemmu á spilaskífunni og finna brotið sem bréfastemman lendir á. Leikmaður leggur brotið á heila hringinn sinn (eða á heilan brotarenning). Sá vinnur sem er fyrstur að fylla upp í einn heilan.

Hafa má þá reglu að leikmenn megi skipta stærri brotum í minni til að geta nákvæmlega fyllt upp í hringinn. Dæmi: Bréfastemman bendir á $\frac{1}{4}$. Þá getur leikmaður skipt $\frac{1}{4}$ í tvo áttundu hluta ef þeir vilja en skiptingin þarf að fara fram um leið og þeir fá fyrirnefnda brotið. Það má því ekki skipta eftir á. Einnig þarf sú regla að gilda að leikmaður megi því aðeins skipta ef hann segir nákvæmlega til um hvaða brot hann eigi að fá í staðinn: „Ég ætla að skipta einum þriðja í tvo sjöttu hluta.“

Einhverjir nemendur þurfa að líkindum yfirlit þar sem stærð brota er borin saman, sjá verkefnablað 5.153 (*Samanburður á almennum brotum 1*).



Viðfangsefni

- Almenn brot sem hluti af lengd og sem tölur á talnalinu
- Tengsl tugabrota og almennra brota

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 48

Nr. 6.43

Nemendur skrifa töluna, sem örv-
arnar benda á, bæði sem almenn
brot og tugabrot.

Nr. 6.44

Nemendur raða almennu brotunum
í stærðarröð og skrifa minnsta
brotið fyrst. Síðan breyta þeir öllum
almennu brotunum í tugabrot.

Nr. 6.45

Nemendur nota talnalinuna til að
finna svör við spurningunum.

- Á hvaða brot bendir B-örin? ($\frac{8}{10}$)
- Hvaða tugabroti samsvarar $\frac{8}{10}$? (0,8)
- Veist þú um eitthvert annað
almennt brot sem er jafn gildi $\frac{8}{10}$?
(T.d. $\frac{4}{5}$.)
- Hvernig geturðu séð að B bendir á
 $\frac{4}{5}$? (Ef bilinu milli 0 og 1 er skipt í
5 hluta verður hver hluti $\frac{1}{5}$ á lengd.
Ög frá 0 til B eru 4 slíkir hlutar.

Nr. 6.46

Nemendur teikna talnalinu sem
skipt er í tíunduhluta milli heilu
talnanna og merkja á hana tölurnar
sem gefnar eru upp. Á verkefnablaði
5.65 (Talnalínur 0–2,7) í verkefna-
hefti 5a eru talnalínur sem skipt er í
tíunduhluta.

► Bls. 49

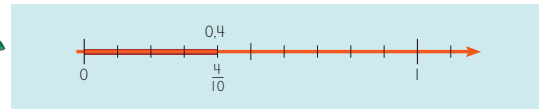
Nr. 6.47

Nemendur skrifa tölurnar, sem örv-
arnar benda á, bæði sem almenn
brot og tugabrot.

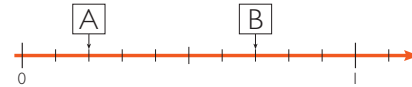
Nr. 6.48

Nemendur nota almennu brotin
í verkefninu fyrir ofan til að svara
spurningunum.

Þar næst finna nemendur talnapör
úr sama verkefni þar sem mismun-
urinn er 2, 3, 4 eða 5 tíunduhlutar.



6.43 a Á hvaða almenna brot benda örvarnar A og B?



b Skráðu tölurnar, sem A og B benda á, sem
tugabrot.

6.44 a Skrifaðu almennu brotin hér á eftir í réttri röð.
Byrjaðu á minnsta brotinu.

$\frac{5}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{1}{10}$

b Skráðu öll brotin sem tugabrot.

6.45 a Á hvaða almennt brot bendir B?



b Hve margir tíundu hlutar eru milli A og B?

c Hve margir tíundu hlutar eru frá A upp í 1?

6.46 Teiknaðu svona talnalinu.



a Merktu almenna brotið $D = \frac{2}{10}$ á talnalinuna.

b Merktu töluna E á talnalinuna en E er tvöfalt stærri
en D.

c Merktu á talnalinuna töluna $1\frac{2}{10}$.



48

6 • Almenn brot

Nr. 6.49

Nemendur velja saman eitt tugabrot
og eitt almennt brot úr hvoru lita-
svæði þannig að summan verði 1.
Öll talnapörin skal skrá sem sam-
lagningardæmi.

Auðveldari verkefni

Kennari útbýr talnalinu með tíundu-
hlutum bæði sem almenn brot og
tugabrot. Einnig má nota verkefna-
blað 5.163 (Talnalínur – almenn brot
og tugabrot). Athygli nemenda skal
beint að tengslum tugabrota og
almennra brota: Sætið hægra megin
við kommuna er tíunduhlutasætið.
Það táknar fjölda tíunduhluta. Leyfið
nemendum að hafa talnalinuna á
borðinu fyrir framan sig meðan þeir
leysa þessi verkefni.

Erfiðari verkefni

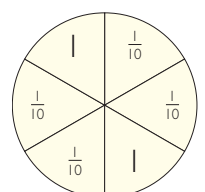
Heilabrot um brot

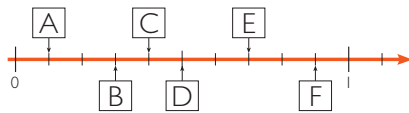
Á verkefnablöðum 5.156, 5.157 og
5.164 (Heilabrot um almenn brot 1, 2
og 3) eru fleiri heilabrot um almenn
brot sem nemendur geta spreytt
sig á.

Raunverkefni

Fyrstur upp í 10 (spil)

Búnaður: Talnalína frá 0–10, skipt
í tíunduhluta (verkefnablað 5.165
(Talnalínur)) eða cuisenaire-kubbar,
teningur, spilaskífa
(verkefnablað 5.68
(Spilaskífa með
heilum tölum og
tíunduhlutum) í
verkefnahefti 5a).





- 6.47** Á hvaða tölur benda örvarnar?
Skrifaðu það bæði sem almenn brot og tugabrot.
- 6.48** Notaðu tölurnar í verkefninu fyrir ofan.
- a** Finndu hve langt er
- frá A til C
 - frá B til E
 - frá D til 1
- b** Finndu tvær tölur á talnalínunni sem eru þannig að fjarlægðin milli þeirra er
- $\frac{2}{10}$
 - 0,4
 - 0,3
 - $\frac{5}{10}$
- 6.49** Skrifðu eitt tugabrot úr A og eitt almennt brot úr B sem eru þannig að summa þeir er 1.

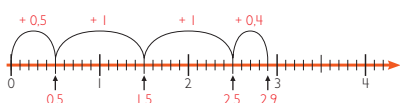
A	0,3
0,8	0,5
0,1	0,9

$\frac{7}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	B
$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{2}{10}$	

$$0,3 + \frac{7}{10} = 1$$

49

Leikmenn kasta teningi og snúa bréfaklemmunni á spilaskífunni. Hvort tveggja segir til um hvort leikmenn eigi að flytja sig um heilar tölur eða tíunduhluta. Dæmi: Teningurinn sýnir 4. Bréfaklemman stoppar á $\frac{1}{10}$. Þá á leikmaðurinn að hoppa 4 tíunduhluta áfram á talnalínunni. Ef bréfaklemman hefði stoppað á 1 hefði leikmaðurinn átt að hoppa fjögur heil skref áfram á talnalínunni.



Á myndinni sést að leikmaður hefur fyrst fengið 5 á teningnum og tíunduhluta á spilaskífunni; síðan hefur hann fengið 2 á teningnum

og 1 á spilaskífunni; loks hefur hann fengið 4 á teningnum og tíunduhluta á spilaskífunni.

Afbrigði af spílinu:

Einungis eru notaðir tíunduhlutar og tveir teningar, tölurnar lagðar saman og hoppað áfram á talnalínunni eins og summan segir til um. Dæmi: Upp koma á teningunum tölurnar 3 og 6. Leikmaður á þá að flytja sig um $\frac{9}{10}$ áfram á talnalínunni.

Almenn brot með cuisenaire-kubbum

Búnaður: Cuisenaire-kubbar.

Þessir kubbar henta afar vel við innlögn almennra brota.

Hugmyndir og athugasemdir



Dæmi um verkefni handa nemendum:

- Hve stór hluti er guli kubburinn af appelsínugula kubbum? ($\frac{1}{2}$)
- Hve stór hluti er rauði kubburinn af appelsínugula kubbum? ($\frac{1}{5}$)
- Hve stór hluti er hvíti kubburinn af appelsínugula kubbum? ($\frac{1}{10}$)
- Ef appelsínuguli kubburinn hefur gildið 10 – hvert er þá gildi gula kubbsins? (5)
- O.s.frv.

Dæmi um aðrar tegundir verkefna:

- Sýnið með kubbum almennu brotin $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$ og $\frac{1}{3}$
- Búið til a.m.k. þrjú önnur brot sem eru jafn stór og hvert brotanna hér á undan.

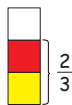
Nemendur geta notað cuisenaire-kubbana til að búa til verkefni hver fyrir annan.

Samlagning með almennum brotum

Sýnidæmi

Hvað er $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$?

Við getum teiknað mynd:



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

6.52 Reiknaðu dæmin.



6.53 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{6} + \frac{1}{6}$ b $\frac{2}{8} + \frac{5}{8}$ c $\frac{4}{10} + \frac{3}{10}$

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ $\frac{1}{7} + \frac{2}{7}$ $\frac{2}{9} + \frac{4}{9}$

6.54 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10}$ b $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$

$\frac{4}{20} + \frac{3}{20} + \frac{7}{20}$ $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

6.55 Notaðu myndirnar og búðu til dæmi með almennum brotum.



51

Hlutarnir tveir, sem lagðir eru saman, verða að vera af sömu heild.

- Hve stór hluti af myndinni er rauður? ($\frac{1}{3}$)
- En gulur? ($\frac{1}{3}$)
- Hvað eru þessir hlutar þá samtals stór hluti af myndinni? ($\frac{2}{3}$)
- Geturðu nefnt annað brot sem er jafnt stórt? ($\frac{4}{6}$)
- Hve stór hluti myndarinnar er ekki litaður? ($\frac{1}{3}$)

Nr. 6.52–6.54

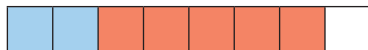
Nemendur leggja saman brotin.

Nr. 6.55

Nemendur nota hlaupkallana til að búa til dæmi, t.d. samlagningardæmi, með almennum brotum.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur teikna brot til að sýna samlagningu. Auðveldast er að nota rétthyrning til að tákna einn heilan. Til dæmis má teikna dæmið $\frac{2}{8} + \frac{5}{8}$ þannig:



Erfiðari verkefni

Látið nemendur búa til reiknings-sögur og teikningar úr hversdags-legum aðstæðum. Nemendur eiga að nota almenn brot með mis-munandi nefnum. Þeir geta stuðst við yfirlitið sem sýnir samanburð hinna ýmsu brota af sömu heild (verkefnablað 5.153 (Samanburður á almennum brotum I)).

Dæmi um verkefni:

Mamma, pabbi, Þóra og Pétur skipta með sér súkkulaðiköku. Allir fá nákvæmlega jafn mikið, þ.e.a.s. hvert þeirra fær $\frac{1}{4}$. Mamma skiptir sínum hluta í þrjá jafn stóra hluta, pabbi skiptir sínum hluta í tvo jafn stóra hluta. Þóra borðar sína sneið í einum bita og Pétur skiptir sínum í fjóra jafn stóra hluta. Búið til mynd sem sýnir hlutana og skrifið stærð brotanna.



$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} = \frac{4}{24}$

Hver hluti af því sem mamma fær er $\frac{1}{12}$ af allri súkkulaðikökunni. Hver hluti pabba er $\frac{1}{8}$ af allri kökunni og Þóru hluti er $\frac{1}{4}$. Hver hluti af því sem Pétur fær er $\frac{1}{24}$ af allri kökunni.

Raunverkefni

Talnastigi (spil)

Búnaður: Tveir teningar.

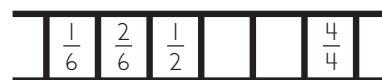
Spilið er fyrir tvo leikmenn eða litla hópa. Hvor leikmaður býr sér til „stiga“ með 6 reitum:



Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis. Minni talan segir til um teljarann en sú stærri um nefnarann. Fáir leikmaður t.d. upp tölurnar 3 og 5 fær hann brotið $\frac{3}{5}$. Hann á að skrifa brotið í lausan reit í stiganum. Brotunum þarf að raða þannig að þau verði í réttri stærðarröð.

Fáir leikmaður brot, sem þegar hefur verið skráð, verður hann að sitja hjá í þeirri umferð. Það á einnig við um jafn gild brot. Fáir leikmaður t.d. $\frac{3}{6}$ og brotið $\frac{1}{2}$ hefur þegar verið skráð situr hann hjá.

Leikmaður verður einnig að sitja hjá ef brotið, sem hann fær, lendir milli tveggja brota í stiganum þar sem ekki er laus reitur. Til dæmis er ekki hægt að skrá $\frac{1}{4}$ ef spila-borðið lítur svona út:



Sá vinnur sem er fyrstur að fylla út alla reitina í stiganum sínum.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur með almennum brotum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 52

Sýnidæmi

Talnalínan er hér notuð sem hjálpartæki í samlagningu almennra brota.

- Hvers vegna er talnalínunni ekki skipt í tíundhluta eins og áður? (Hægt er að skipta fjarlægðinni milli hvaða heilu talna sem er í eins marga hluta og maður vill; aðeins þarf að gæta þess að hlutarnir séu jafn stórir. Hér eru fjarlægðinni milli 0 og 1 skipt í fimmtu hluta.)
- Hve langt er fyrsta hoppið? ($\frac{2}{5}$)
- Hve langt er annað hoppið? ($\frac{1}{5}$)
- Hvað eru þessir fimmtu hlutar mikið samtals? (Þrír fimmtu hlutar.)
- Hve marga fimmtu hluta vantar þá upp á 1? ($\frac{2}{5}$)
- Ef ég hef þrjá fimmtu hluta og bæti þremur fimmtu hlutum við – hve mikið á ég þá? Þá fæ ég meira en 1, þ.e. einn heilan og einn fimmta hluta.)
- Hvað gerist með nefnarann þegar lagt er saman? (Hann er óbreyttur, það er bara teljarinn sem breytist.)

Nr. 6.56

Nemendur skrifa samlagningardæmi og finna summu brotanna með því að styðjast við talnalínuna.

Nr. 6.57–6.58

Nemendur leggja saman brotin.

► Bls. 53

Sýnidæmi

Nú er komið að frádrætti með almennum brotum.

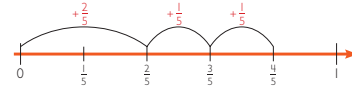
- Hve mikið hefur Krúsi borðað af pitsunni? ($\frac{1}{4}$)
- Hve mikið á hann eftir? ($\frac{3}{4}$)
- Nú tekur hann $\frac{1}{4}$ í viðbót. Hve mikið er þá eftir? ($\frac{2}{4}$ eða $\frac{1}{2}$.)

Sýnidæmi

Notaðu talnalínu og finndu svarið.

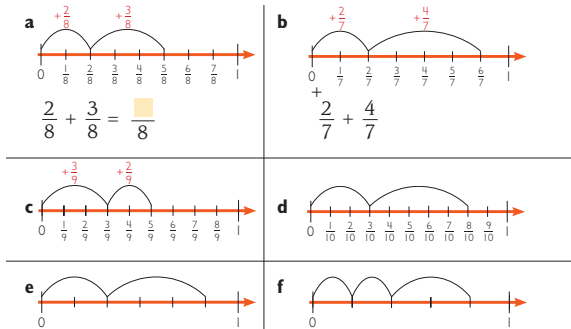
Hvað er $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$?

Til að finna svarið notum við talnalínu sem við skiptum í fimmtu hluta.



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

6.56 Notaðu talnalínu, skrifaðu dæmið og finndu svarið.



6.57 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{3}{7} + \frac{3}{7}$ b $\frac{4}{8} + \frac{1}{8}$ c $\frac{4}{8} + \frac{3}{8}$

$\frac{3}{10} + \frac{6}{10}$ $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$ $\frac{2}{9} + \frac{1}{9}$

6.58 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10}$ b $\frac{4}{15} + \frac{2}{15} + \frac{3}{15}$

$\frac{2}{12} + \frac{1}{12} + \frac{7}{12}$ $\frac{7}{20} + \frac{2}{20} + \frac{5}{20}$

52

6 • Almenn brot

Nr. 6.59–6.61

Nemendur reikna frádráttardæmin. Erfitt er að búa til góðar myndir sem sýna frádrátt almennra brota þegar ekki er gengið út frá einum heilum. Þess vegna er rétt að ganga úr skugga um að nemendur skilji hvað myndirnar sýna.

- Hve margir eru hlutarnir í a-lið? ($\frac{4}{5}$, hvíti hlutinn táknar að hlutarnir séu ekki fleiri þótt þeir séu hluti af heild.)
- Hve stór hluti er tekinn burt? ($\frac{1}{5}$)
- Hve stór hluti er eftir? ($\frac{3}{5}$)

Auðveldari verkefni

Kennari sýnir hvernig nemendur geta notað myndirnar til að leysa verkefni. Í staðinn fyrir að nota köku/rétthyrninga má nota talna-

línuna. Kosturinn við hana er að hún sýnir tengsl almennra brota við tugabrot og leiðir auk þess í ljós á einfaldari hátt svör sem eru stærri en 1.

Í frádrætti geta nemendur haldið fingri yfir hlutunum sem eru teknir burt. Þeir geta teiknað eigin myndir í dæmunum þar sem engar myndir eru. Loks skal þess getið að ef til vill er auðveldast að nota rétthyrninga. Til dæmis má sýna frádráttardæmið $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ þannig:



Frádráttur með almennum brotum

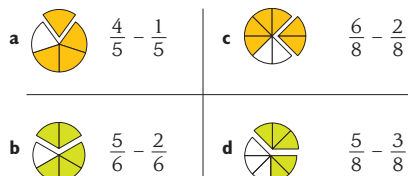
Sýnidæmi

Hvað er $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$?

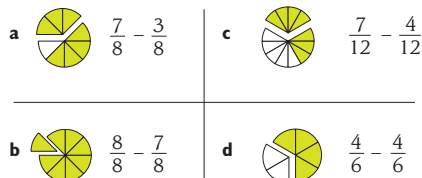
Við getum teiknað mynd.



6.59 Reiknaðu dæmin.



6.60 Reiknaðu dæmin.



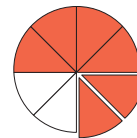
6.61 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$	b $\frac{8}{10} - \frac{5}{10}$	c $\frac{12}{15} - \frac{7}{15}$
$\frac{4}{7} - \frac{3}{7}$	$\frac{11}{15} - \frac{10}{15}$	$\frac{15}{20} - \frac{5}{20}$

53

Áþreifanleg verkefni með brotahringjum

Búnaður: Brotahringir (verkefnablað 5.147 a–c (Brotahringir 1–3)).



$$\frac{6}{8} - \frac{2}{8} = \frac{4}{8}$$

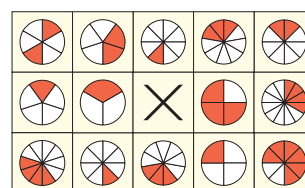
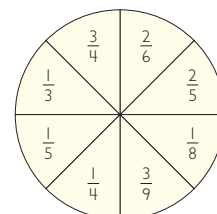
Hér á eftir eru dæmi um verkefni sem nemendur geta unnið í tengslum við frádrátt með almennum brotum:

- Hvað sýnir myndin stóran hluta af heild? ($\frac{6}{8}$)
- Hve mikið er tekið burt ef tveir hlutar eru fjarlægðir? ($\frac{2}{8}$)
- Hve mikið er þá eftir? ($\frac{6}{8} - \frac{2}{8} = \frac{4}{8}$.)

Brotabíngó

Búnaður: Bingóspjald með myndum sem tákna ýmis brot (verkefnablað 5.149 (Brotabíngó)), spilaskífa með brotum (verkefnablað 5.150 (Spilaskífa fyrir brotabíngó)), litir eða spilapeningar.

Leikmenn fá hver sitt bingóspjald. Þeir setja spilapening á X-reitinn og snúa bréfastekklumunni á spilaskífunni til skiptis. Síðan leggja þeir spilapening í reitinn – eða lita hann – sem sýnir brotið sem spilaskífan bendir á. Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá spilapeninga/reiti í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.



Erfiðari verkefni

Heilabrot

Búið til samlagningar- eða frádráttardæmi.

- Svarið er $\frac{5}{8}$.
Notið tölustafina 1, 1, 2 og 8 og búið til dæmi.
- Svarið er $\frac{1}{8}$.
Notið tölustafina 5, 4, 3 og 8 og búið til dæmi.
- Svarið er $\frac{1}{3}$.
Notið tölustafina 1, 3, 4 og 6 og búið til dæmi.

Lausnir:

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} =$
- $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} =$
- $\frac{4}{6} - \frac{1}{3} =$

Raunverkefni

Finna einn heilan

Búnaður: Verkefnablað 5.167 (Finna einn heilan). Nemendur finna brot í rúðunetinu sem eru samtals 1.

$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$
$\frac{6}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$

Viðfangsefni

- Samanburður almennra brota
- Frádráttur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 54

Sýnidæmi

Nemendur eiga að bera saman brot; með öðrum orðum eiga þeir að finna mismun brotanna. Þá þarf að draga minna brotið frá því stærra.

- Hve stór hluti eru bleiku reitirnir af öllum reitunum hennar Kráku? ($\frac{4}{6}$)
- En hvað eru bláu reitirnir stór hluti af öllum reitunum hans Krúsa? ($\frac{3}{6}$ eða $\frac{1}{2}$.)
- Hve miklu stærra er $\frac{4}{6}$ en $\frac{3}{6}$? ($\frac{1}{6}$)

Nr. 6.62

Nemendur finna mismun brotanna og skrá frádráttardæmin.

Nr. 6.63

Nemendur nota upplýsingarnar, sem gefnar eru, til að reikna út mismun brotanna og þar næst hve mikið súkkulaði Ída fær.

► Bls. 55

Sýnidæmi

Hér er talnalínan notuð sem hjálpartæki við frádrátt almennra brota.

- Hvar á að byrja á talnalínunni? ($\frac{5}{8}$.)
- Hve langt á að hoppa aftur á bak þegar draga á frá $\frac{2}{8}$? (Tvö skref, $\frac{1}{8}$ í hvoru skrefi.)
- Hvað gerist með nefnarann þegar við drögum frá? (Hann er óbreyttur, aðeins teljarinn breytist.)

Nr. 6.64

Nemendur leysa frádráttardæmin með því að hoppa á talnalínu.

Að bera saman brot

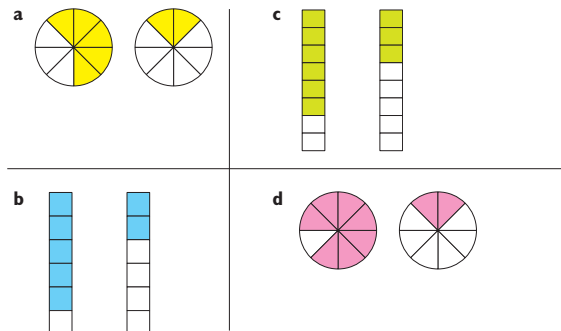
Sýnidæmi

Finndu mismuninn á lituðu svæðunum. Skrifðu dæmið og reiknaðu það.

$$\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$



6.62 Finndu mismuninn á lituðu svæðunum. Skrifðu dæmin og reiknaðu þau.



Geturðu þetta?



6.63 Geir og Rúnar keyptu hvort um sig sams konar súkkulaði.

Geir borðar $\frac{7}{8}$ af súkkulaðinu sínu.

Rúnar borðar $\frac{4}{8}$ af sínu súkkulaði.

- Hvor þeirra borðaði meira?
- Ída fær afganginn frá báðum strákunum.
- Hve mikið súkkulaði fær Ída?

54

6 • Almenn brot

Nr. 6.65

Leyfið nemendum að reikna með aðferðum sem þeir kjósa sjálfir. Ef einhver eða einhverjir nota ekki talnalínu þá er það í finu lagi. Leysi nemendur dæmin á mismunandi vegu er það gott tilefni til að sýna nemendum fram á að leysa má þessi verkefni á margvíslegan hátt.

Nr. 6.66

Nemendur nota talnalínuna til að leysa hið samsetta dæmi, þ.e. sem bæði felur í sér samlagningu og frádrátt.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur nota áfram myndir til að leysa dæmin. Það er mjög gott ef þeir vilja nota talnalínu. Að

öðrum kosti geta þeir búið til rétt-hyrninga með einni röð reita. Geri þeir það er rétt að benda þeim á hversu mjög þetta líkist því að nota talnalínu. Vilji nemendur nota talnalínu og teikna hoppin á hana er rétt að láta þá fá talnalínu frá 0–2,7 sem finna má á verkefnablaði 5.65 (Talnalínur 0–2,7) í verkefnahefti 5a.

Erfiðari verkefni

Látið nemendur búa til verkefni af þyngra tagi þannig að svörin verði þau sömu og í verkefnum 6.65 og 6.66 á bls. 55.

Dæmi $\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ má breyta í:

$$\frac{13}{8} + \frac{21}{8} - \frac{29}{8} = \frac{5}{8}$$

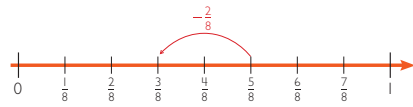
Látið nemendur búa til dæmi með mismunandi nefnum:

Nemandi byrjar með $\frac{1}{2}$. Hann á

Sýnidæmi

Hvað er $\frac{5}{8} - \frac{2}{8}$?

Við teiknum talnalínu sem skipt er í 8 hluta.



$$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

6.64 Notaðu talnalínu, skrifaðu dæmið og finndu svarið.

a $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$



b $\frac{7}{9} - \frac{3}{9}$



6.65 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{7}{8} - \frac{2}{8}$

b $\frac{10}{12} - \frac{3}{12}$

c $\frac{9}{13} - \frac{4}{13}$

$\frac{4}{9} - \frac{1}{9}$

$\frac{7}{10} - \frac{4}{10}$

$\frac{12}{18} - \frac{11}{18}$



6.66 Reiknaðu dæmin.

$$\frac{6}{10} + \frac{3}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10} - \frac{3}{10}$$


að búa til dæmi til að fá svarið $\frac{5}{8}$?

Ein leið til þess er að búa til heilan og halda síðan áfram þaðan:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

Önnur leið er að byrja á því að lengja brotið: $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ og leggja síðan

$$\frac{1}{8} \text{ við. Þá fást } \frac{5}{8}.$$

$$\frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}.$$

Heilabrot: Jafn stór brot

- Notið tölurnar 3, 12 og 6 til að búa til tvö brot sem eru jafn stór og $\frac{1}{2}$.
- Notið tölurnar 3 og 12 ásamt einhverri annarri tölu og búið til tvö brot sem eru jafn stór og $\frac{1}{4}$.
- Notið töluna 8 og tvær aðrar tölur til að búa til tvö brot sem eru jafn stór og $\frac{2}{3}$.

Lausnir:

a $\frac{3}{6}$ og $\frac{6}{12}$

b $\frac{3}{12}$ og $\frac{12}{48}$

c $\frac{8}{12}$ og $\frac{12}{18}$

Raunverkefni

Brotaspilaskífa (spil)

Búnaður: Spilaskífa með tölunum 1–8 (verkefnablað 5.168 (*Spilaskífa fyrir brotaspil*)), eyðublað til að skrá brot, rúðunet með reitum í stærðinni $6 \cdot 6$ reitir (verkefnablað 5.169 (*Brotaspil*) með leikreglum).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir snúa til skiptis bréfa klemmunni á spilaskífunni tvisvar í senn til að búa til almennt brot. Minni talan, sem kemur upp, táknar teljara en stærri talan nefnara. Leikmaður skráir

brotið á eyðublaðið sitt. Þegar báðir leikmenn hafa búið til brot dregur sá sem er með stærra brotið, hring um það. Sá vinnur sem er með fleiri slíka hringi þegar eyðublaðin hafa verið fyllt út að fullu eða þegar tíminn, sem ákveðinn var í upphafi, er liðinn.

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{7}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{4}$	

Dæmi: Leikmaður 1 snýr bréfa klemmunni á spilaskífunni tvisvar og fær upp tölurnar 3 og 7. Hann skráir þá brotið $\frac{3}{7}$ á eyðublaðið sitt. Leikmaður 2 fær tölurnar 2 og 8 og hann skráir þá brotið $\frac{2}{8}$ á sitt eyðublað. Leikmaður 1 dregur þá hring um sitt brot þar eð $\frac{3}{7}$ er stærra en $\frac{2}{8}$.

Ábending til að fylgjast með hvort brotið er stærra: Nemendur nota vasareikni og deila með nefnaranum í teljarann. Stærra svarið sýnir stærra brotið!

Viðfangsefni

- Samlagning með almennum brotum
- Almenn brot stærri en 1

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 56

Sýnidæmi

Nemendur fást hér við almenn brot sem eru stærri en 1. Þeir munu hugsa á ýmsa vegu um þennan námsþátt. Einhverjir munu í byrjun tengja viðfangsefnin við áþreifanleg hjálpartæki, sbr. sýnidæmið og fyrstu tvö verkefni á blaðsíðunni: Þeir leggja saman $\frac{5}{8}$ og $\frac{6}{8}$ með því að flytja $\frac{2}{8}$ frá $\frac{5}{8}$ til að fylla upp í stærra brotið og fá einn heilan. Aðrir munu fara að á svipaðan hátt að því frátöldu að aðferðin er óhlutbundari. Enn aðrir munu leggja saman alla hlutana og fá $1\frac{1}{8}$; síðan hugsa þeir sér að 8 hlutar af 11 mynda einn heilan þannig að 3 hlutar eru eftir. Mikilvægt er að tengja hlutana, sem eftir eru, við þann fjölda sem heildinni er skipt í. Svárið verður því einn heill og þrír áttundu hlutar.

Þótt leggja eigi saman sneiðar frá tveimur pitsum í sýnidæminu er rétt að vekja athygli nemenda á að ætíð er miðað við heildina eina pitsu, hér 8 hluta. Eins og áður hefur verið bent á er það útbreiddur misskilningur hjá nemendum að leggja eigi nefnarana saman á sama hátt og teljarana. Svárið við $\frac{5}{8} + \frac{6}{8}$ yrði þá ranglega $\frac{11}{16}$. Villan liggur í því að heildinni er breytt úr einni pitsu í tvær.

Nr. 6.67–6.68

Nemendur leggja saman almennu brotin.

Nr. 6.69

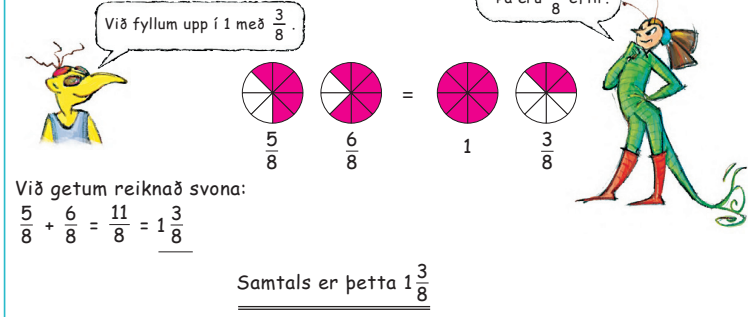
Nemendur leggja saman brotin með þeim aðferðum sem þeir kjósa sjálfir. Þeir geta teiknað skífurit eins og gert er í sýnidæminu en vilji einhverjir nemendur ekki gera það er það í fínu lagi.

Meira en einn heill

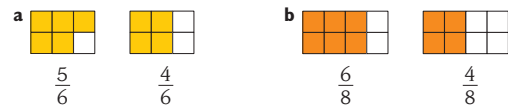
Sýnidæmi

Hvað er $\frac{5}{8} + \frac{6}{8}$?

Við getum teiknað mynd.



6.67 Hve mikið samtals? Reiknaðu dæmin.



6.68 Hve mikið samtals? Reiknaðu dæmin.



6.69 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{3}{5} + \frac{3}{5}$ b $\frac{7}{8} + \frac{4}{8}$ c $\frac{7}{12} + \frac{10}{12}$

d $\frac{7}{10} + \frac{5}{10}$ e $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ f $\frac{12}{15} + \frac{6}{15}$

56

6 • Almenn brot

► Bls. 57

Sýnidæmi

Kosturinn við að nota talnalínu er að hún sýnir tengsl almennra brota og tugabrota auk þess sem hún sýnir á einfaldari hátt niðurstöður sem eru stærri en 1. Í sýnidæminu sést að að bilinu milli tveggja heilla talna á talnalínunni er skipt í fjóra jafn stóra hluta. Bilið milli tveggja þverstrika á talnalínunni táknar því $\frac{1}{4}$. Engu breytir þó hoppað sé yfir heila tölu í útreikningunum.

Nr. 6.70

Nemendur lesa af talnalínunni og leysa dæmin með því að hoppa á henni eins og brotin segja til um. Þeir skrifa dæmin og skrá svörin.

Nr. 6.71

Nemendur leggja brotin saman með aðferðum sem þeir velja sjálfir.

Auðveldari verkefni

Kennari kannar hjá nemendum hvort þeim finnst auðveldara að teikna skífurit eða hoppa á talnalínu. Leyfið þeim að velja þá aðferð sem þeir skilja betur. Reynið að fá nemendur til að reikna einhver verkefnanna með hugareikningi.

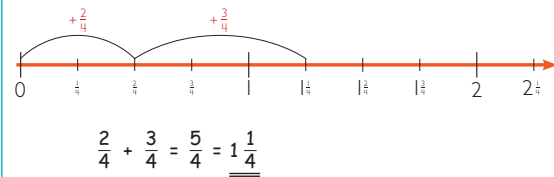
Erfiðari verkefni

Látið nemendur búa til erfiðari verkefni með sömu svörum og eru við einhver dæmanna á þessari opnu.

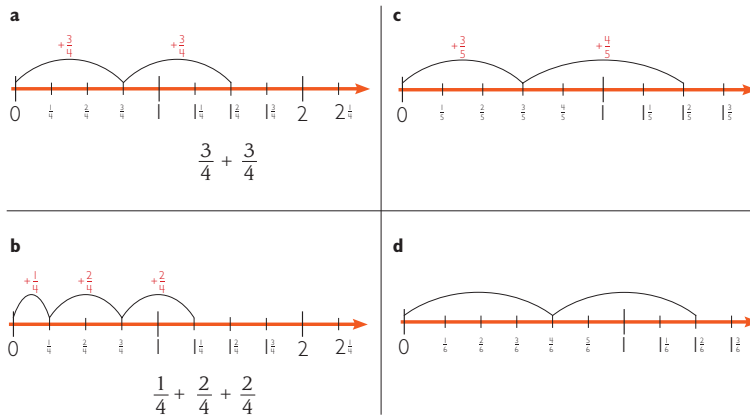
Sýnidæmi

Hvað er $\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$?

Til að finna svarið notum við talnalínuna og skiptum henni í fjórðu hluta.



6.70 Notaðu talnalínuna, skrifaðu dæmið og finndu svarið.



6.71 Reiknaðu dæmin.

- a $\frac{2}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ b $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}$ c $1\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$
- d $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ e $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$ f $1\frac{1}{6} + \frac{2}{6}$

Raunverkefni

Fyrstur upp í 10 (spil)

Búnaður: Teningar, áþreifanleg hjálpargögn, t.d. cuisenaire-kubbar (appelsínugulir og hvítir) eða papp-írsbútar (einn heill og tíunduhlutar).

Spilið er fyrir tvo leikmenn eða litla hópa. Hvert par þarf tvo teninga og áþreifanleg hjálpargögn, t.d. tug-kubba cuisenaire-kubbanna, sem tákna hér einingar, og eininga-kubba sem tákna tíunduhluta. Einnig má gera vinnuna áþreifanlega með A4-blaði. Þá er blaðið brotið í þrennt; þannig fást 8 jafn stórir hlutar sem eru klipptir út. Hver hluti táknar þá einn heilan. Leikmenn skipta tveimur þessara hluta í tíu jafn stóra hluta og klippa þá út. Þá hafa þeir í höndunum tuttugu tíundu hluta.

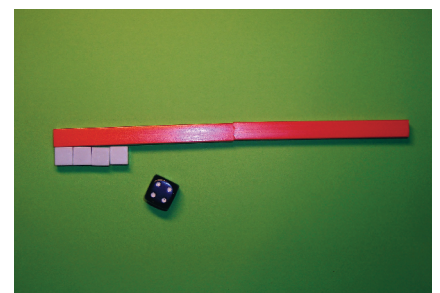
	I heill

$\frac{1}{10}$				

Hver leikmaður þarf 10 einingar og 15–20 tíunduhluta. Í upphafi spilsins eru allar einingarnar og tíunduhlutarnir lagðir í hrúgu á borðið milli leikmanna.

Þeir kasta tveimur teningum til skiptis og leggja saman tölurnar sem upp koma. Síðan taka þeir sér úr hrúgunni þann fjölda tíundu hluta, sem teningarnir segja til um, og leggja á borðið fyrir framan sig. Í hvert sinn sem þeir hafa safnað tíu tíundu hlutum skipta þeir þeim í eina einingu/einn heilan, þ.e. skila tíu

tíundu hlutum aftur í hrúguna en fá eina einingu í staðinn. Sá vinnur sem er fyrstur að fá tíu heila.



Afbrigði af leiknum:

Í staðinn fyrir tíunduhluta má nota önnur brot. Til dæmis má brjóta einn heilan (A4-blað) tvisvar og fá þannig fjóra jafn stóra hluta. Hver hluti táknar þá $\frac{1}{4}$. Þar eð nú þarf færri hluta til að búa til einn heilan er nóg að nota einn tening.

Viðfangsefni

- Brot stærri en 1
- Samlagning og frádráttur með almennum brotum
- Að þekkja 50%, 10% og 100% af mynd, t.d. hundrað-reitatöflu

Búnaður

- Punktablað (ljósritunarblað I (Punktablað) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 58

Sýnidæmi

Kosturinn við talnalínu er að hún sýnir á einfaldari hátt niðurstöður sem eru stærri en 1. Í sýnidæminu sést að bilinu milli tveggja heilla talna á talnalínunni er skipt í fimm jafn stóra hluta. Bilið milli tveggja þverstrika á talnalínunni táknar því $\frac{1}{5}$.

Nr. 6.72

Nemendur teikna sams konar talnalínu og leysa frádráttardæmin með því að hoppa á henni eins og brotin segja til um.

Nr. 6.73–6.74

Nemendur reikna dæmin með aðferðum sem þeir velja sjálfir. Það er í góðu lagi þótt einhverjir þeirra vilji ekki nota talnalínu.

► Bls. 59

Samræðumynd

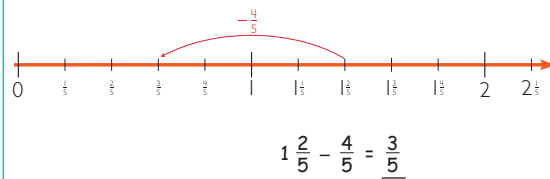
Ræðið við nemendur um hvaða reynslu þeir hafa af prósentum. Spyrið þá hvort þeir viti hvað orðið „prósent“ þýðir og hvort þeir viti t.d. hvað átt er við með 50% og 100%. Margir nemendur hafa nokkra þekkingu á hugtakinu þótt þeir hafi ekki skilið prósent sem hundraðshluta.

- Hvað merkir það að vera 100 prósent viss í sinni sök? (Að maður sé alveg viss um eitthvað.)
- En ef sagt er að 50 prósent líkur séu á að eitthvað gerist? (Að lík-

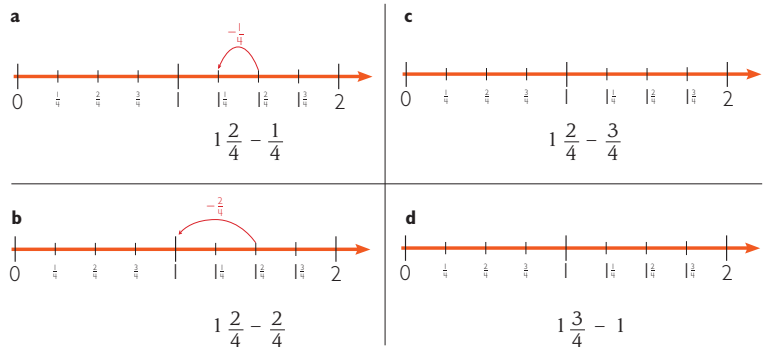
Sýnidæmi

Hvað er $1\frac{2}{5} - \frac{4}{5}$?

Til að finna svarið notum við talnalínu og skiptum henni í fimmtu hluta.



6.72 Notaðu talnalínuna, skrifaðu dæmið og finndu svarið.



6.73 Reiknaðu dæmin.

a $1\frac{3}{5} - \frac{2}{5}$

b $1 - \frac{1}{4}$

c $2 - \frac{3}{4}$

$1\frac{3}{5} - \frac{3}{5}$

$1\frac{3}{5} - \frac{4}{5}$

$2 - \frac{5}{4}$



6.74 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5}$

b $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} + 1\frac{1}{4}$

58

6 • Almenn brot

urnar á að eitthvað gerist og að það gerist ekki séu jafn miklar, þ.e. helmingslíkur á að eitthvað gerist.)

- Hvar má sjá orðið prósent eða táknið %? (Til dæmis við útsölur. Þá er það notað til að segja til um hve mikið verð vöru hefur verið lækkað.)
- Ef maður notar 50% af laununum sínum á mánuði í að borga húsnæðið – hvað er það stór hluti af öllum laununum? (Helmingur.)
- Ef maður notar 100% af vasaþeningunum sínum á mánuði í fótboltamyndir – hvað er það stór hluti af vasaþeningunum? (Allir vasaþeningarnir, heildin.)

Nr. 6.75

Nemendur segja til um hve mörg prósent af myndunum eru lituð.

Þetta tengir 50% og 100% við tölurnar $\frac{1}{2}$, og 1. Hér er einungis um heilar myndir að ræða, ekki söfn.

Nr. 6.76

Nemendur lita 50%, þ.e. helming, myndanna. Vekið athygli nemenda á að nú er einungis um söfn að ræða en í verkefni 6.75 var fengist við heilar myndir.

Nr. 6.77–6.78

Í verkefnunum er sjónum beint að því að finna 50% og 100% af safni.

Nr. 6.79

Nemendur þurfa að átta sig á að 40 blaðsíður eru helmingur af bókinni og finna út frá því heildarfjölda blaðsíðna.

Prósent



Prósent er táknað með:
% 100% er heildin.
50% er helmingur.

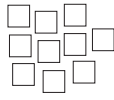
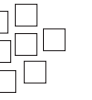
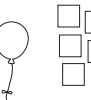
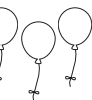
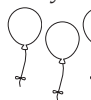
6.75 Hve mörg prósent eru lituð?



100% er þá jafnt og einn heill!



6.76 Teiknaðu myndirnar í reikningsheftið og litaðu 50% af myndunum.



6.77 Emma á 200 krónur. Hve mikið er
a 50% af peningunum? b 100% af peningunum?

6.78 Í 5.A eru stelpurnar 50% og strákarirnir 50%.
Í bekkjardeildinni eru 24 nemendur.
Hvað eru strákarirnir margir?



6.79 Andrés las 40 blaðsíður í bók. Þá var hann búinn með
50% af bókinni.
Hvað er bókin margar blaðsíður?

59

Hugmyndir og athugasemdir

- Hve margir eru $\frac{1}{4}$ af 20 nemendum?
- Hve margir eru $\frac{1}{4}$ af 12 nemendum?
- Hve margir eru $\frac{1}{4}$ af 8?

Vinna má verkefni sem þessi á
áþreifanlegan hátt í kennslustofunni.
Útskýrið fyrir nemendum að til að
finna fjórðung af heild þarf að deila
með 4 í 20.

Tengja saman almenn brot og deilingu

Kennari leggur 24 kubba á mynd-
varpann og segir nemendum að þeir
tákni bekkjardeild með 24 nem-
endum.

Nemendurnir eiga að fara í leik-
fimi og þeim á að skipta í 4 lið.

- Hve margir verða í hverju liði? (6)
- Hvað er hvert lið stór hluti af bekkjardeildinni? ($\frac{1}{4}$)
- Hvers vegna er svarið $\frac{1}{4}$? (Vegna þess að heildinni er skipt í fjóra jafn stóra hópa.)
- Hve margir nemendur eru þá í $\frac{1}{4}$? (6 nemendur.)
- Er hægt að skrifa $\frac{1}{4}$ öðruvísi? ($\frac{6}{24}$)

Í næsta verkefni er bekkjardeildinni
skipt þannig að 3 nemendur verði í
hverju liði.

- Hvað verða liðin þá mörg? (8)
- Hvernig fannstu svarið? (Deildi með 3 í 24.)
- Hvað er hvert lið stór hluti af bekkjardeildinni? ($\frac{1}{8}$)
- Hve margir nemendur eru þá í $\frac{1}{8}$? (3)
- Er hægt að skrifa $\frac{1}{8}$ öðruvísi? ($\frac{3}{24}$)

Auðveldari verkefni

Kennari kannar hvort nemendum
finnst auðveldara að teikna skífurit
eða hoppa á talnalínu og leyfir þeim
að nota þá aðferð, sem þeir skilja
best, við lausn verkefna. Hann reyn-
ir jafnframt að fá þá til að reikna
einhver dæmanna í huganum.
Leyfið nemendum að nota áþreifan-
leg hjálpargögn til að vinna verkefni
6.78, t.d. peninga eða kubba til að
tákna nemendur.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Skipta striki – kynning með snúru
Notuð er snúra, um það bil 2 metr-
ar á lengd. Kennari skiptir henni
í tvo jafn langa hluta og merkir
miðjuna, t.d. með því að binda hnút.

Aftur skiptir hann tvöfaldri snúrunni
í tvo jafn stóra hluta og merkir
miðjuna aftur á tveimur stöðum.
Þetta endurtekur kennari einu sinni
enn þannig að snúrunni hefur eftir
það verið skipt í átta nákvæmlega
jafn langa hluta.

Snúran er nú hengd upp með
merkjunum fyrir hvern áttunda
hluta. Þetta má sýna á vegg í
kennslustofunni eða láta brota-
snúruna hanga þannig að vel megi sjá
merkin $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$ ($\frac{1}{4}$), $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$ ($\frac{1}{2}$) o.s.frv.

Ef notaðar eru tvær snúrir mis-
munandi að lengd sést greinilega að
 $\frac{1}{4}$ af ákveðinni stærð er annað en $\frac{1}{4}$
af annarri stærð.

Halda má áfram og finna fjöldann
sem ákveðið brot táknar ef stærð
safns er þekkt:

Viðfangsefni

- Að þekkja 1%, 10%, 50% og 100% af mynd, t.d. hundraðreitistöflu

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 60

Nr. 6.80

Þetta verkefni er undirbúningur undir að tengja saman hundraðshluta og prósent. Nemendur skrá í hundraðshlutum hve stór hluti myndanna er litaður.

Samræðumynd

Á miðri blaðsíðunni eru sýnd tengsl hundraðshluta og hugtaksins prósent. Kennari getur sagt nemendum að „pró“ þýði „af“ og að „cent“ merki hundrað. Þess vegna þýðir hugtakið prósent „af hundraði“ eða hundraðshlutar. Hér er sjónum einungis beint að 1%, 10%, 50% og 100%.

Nr. 6.81

Leggja þarf áherslu á að prósent merki hundraðshlutar og því komi prósentumerkið, %, í staðinn fyrir að skrifa brot t.d., $\frac{1}{100}$. Nemendur skrá hundraðshlutana í verkefni 6.80 sem prósent.

Nr. 6.82

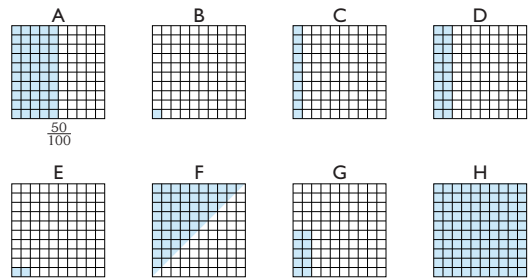
Nemendur segja til um hve mörg prósent af myndunum eru lituð og skrá það líka með hundraðshlutum. Bendið nemendum á að í staðinn fyrir prósentumerkið komi því, $\frac{1}{100}$. Verkefnið sýnir einnig að brotið $\frac{1}{2}$ er jafnt og 50% og brotið $\frac{1}{10}$ er jafnt og 10%.

► Bls. 61

Upprifjun

Kennari rifjar sameiginlega upp með nemendahópnum hvað fengist hefur verið við í þessum kafla og hvaða nýja námsþætti nemendur hafa lært. Gott er að nemendur geti útskýrt og ekki síður notað hugtök eins og

6.80 Þessum myndum er skipt í 100 hluta. Hve margir hundraðshlutar eru litaðir?



$$\frac{1}{100} = 1\%$$

$$\frac{10}{100} = 10\%$$

$$\frac{50}{100} = 50\%$$

Prósent þýðir:
af hundraði eða
hundraðshlutar



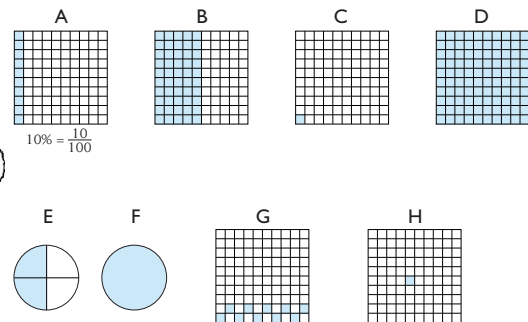
6.81 Skráðu hundraðshlutana í verkefni 6.80 sem prósentur.

A: 50% C: E: G:
B: D: F: H:

6.82 Hve mörg prósent eru lituð? Skráðu það líka sem hundraðshluta.



10% er
þá jafn og $\frac{1}{10}$



hluta af heild, teljara, nefnara og brotastrik, jafn stór brot, að þeir átti sig á tengslum milli tíunduhluta í tugabrotum og almennum brotum, geti lagt saman og dregið frá með almennum brotum, borið saman stærð brota og að þeir geti táknað brot sem eru stærri en einn heill. Loks gengur kennari úr skugga um að nemendur þekki í hundraðreitistöflu 50% og 100%, svo og 10% og 1%, og geti tengt þær stærðir við $\frac{1}{2}$ og einn heilan, svo og $\frac{10}{100}$ og $\frac{1}{100}$.

Auðveldari verkefni

Leyfið nemendum að nota ápreifanleg hjálpargögn til að vinna verkefnið á blaðsíðunni t.d. hundraðreitistöflu og kubba.

Erfiðari verkefni

Látið nemendur búa til prósentu-verkefni þar sem finna á fjölda af safni. Þessum verkefnum má safna saman og búa til dæmasafn handa öllum nemendum. Tillögur að slíkum dæmum:

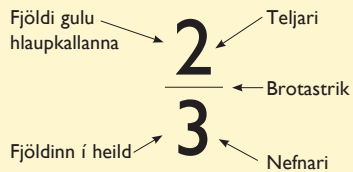
- 50% af 250 nemenda skóla eru strákar. Hve margir eru þeir?
- 1% af 100 manna afmælisveislu eru börn. Hve mörg eru þau?
- 100% af 1000 manna fundi tók þátt í fjöldasöng. Hve margir tóku þátt í söngnum?
- 10% af 50 blöðrum eru rauðar. Hve margar eru rauðar?

O.s.frv.

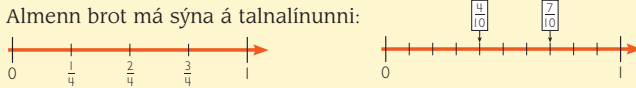
Almenn brot

Almennt brot táknar ákveðinn hluta af heild.

Hér eru tveir þriðju hlutar af hlaupköllunum gulir.



Almenn brot má sýna á talnalínunni:



Jafn stór brot

Þegar tvö eða fleiri mismunandi brot sýna jafn stóran hluta af heild eru brotin jafn stór.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

Samlagning með almennum brotum

Við leggjum saman brot með því að telja hve marga hluta af heildinni við erum með hverju sinni.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Frádráttur með almennum brotum

Við drögum brot frá öðru broti með því að taka burt tiltekna hluta af upphaflega brotinu.

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6}$$

Prósent



$$\frac{100}{100} = 1 = 100\%$$



$$\frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 50\%$$



$$\frac{1}{100} = 1\%$$

Raunverkefni

Fylla upp í 100% (spil)

Búnaður: Rúðustrikað blað handa hverjum leikmanni þar sem hann afmarkar svæði með 100 reitum, spilaskífa með 6 reitum (verkefnablað 5.154 (Tóm spilaskífa með sex svæðum)), blýantur fyrir hvern leikmann.

Á svæði spilaskífunnar á að skrifa 1%, 1%, 1%, 10%, 20% og 50%.

Leikmenn snúa til skiptis bréfa-klemmunni á spilaskífunni og lita þá hundraðshluta á rúðustrikaða blaðinu sem bréfa-klemman bendir á. Sá fær 1 stig sem er fyrstur að lita nákvæmlega 100%. Sá sem fær meira en 100% er úr leik. Sigurvegarinn er sá sem á flest stig eftir að spilið hefur verið endurtekið 5 eða 10 sinnum.

Viðfangsefni

- Almennt brot sem hlutfallið milli hluta og heildar þar sem heildin er safn eða mynd
- Almenn brot á talnalínu
- Tengsl almennra brota og tugabrota
- Jafn gild/jafn stór brot
- Samlagning og frádráttur
- Prósent

Búnaður

- Punktablað (ljósritunarblað í *Punktablað*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 62 Próf

Nr. 1

Nemendur skrifa með almennu broti hve stór hluti kúlanna er í hverjum lit.

Nr. 2

Nemendur skrifa almennu brotin sem tákna hve stór hluti myndanna er litaður.

Nr. 3

Nemendur ljúka við að teikna myndirnar út frá þeim hluta sem tilgreindur er. Þetta má gera á ýmsa vegu. Nemendur nota punktablað við þetta verkefni.

Nr. 4

Nemendur skrifa rétta tölustafi í reitina þannig að brotin báðum megin við jöfnumerkið verði jafn stór.

Nr. 5

Nemendur skrifa brotin úr hvíta svæðinu sem jafngilda $\frac{1}{3}$.

► Bls. 63 Próf, framhald

Nr. 6

Nemendur skrifa almennu brotin sem örvarnar benda á.

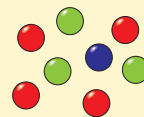
Nr. 7

Nemendur skrifa almennu brotin sem tugabrot.

Próf

1 Hve stór hluti kúlanna er

- grænn?
- rauður?
- blár?



2 Hve stór hluti hvernar myndar er litaður?

a



b



c

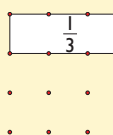


3 Teiknaðu alla myndina.

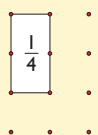
a



b



c



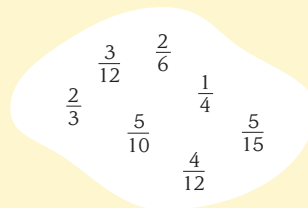
4 Hvaða tala á að standa í lituðu reitunum?

a $\frac{1}{2} = \frac{\text{litur}}{6}$

b $\frac{3}{4} = \frac{\text{litur}}{8}$

c $\frac{2}{5} = \frac{4}{\text{litur}}$

5 Hver þessara almennu brota eru jafn stór og $\frac{1}{3}$?



Nr. 8

Nemendur skrifa tugabrotin sem almenn brot.

Nr. 9

Nemendur reikna dæmin.

Nr. 10

Nemendur skrifa almenn brot í auðu reitina þannig að svörin við dæmunum verði rétt.

Nr. 11–12

Nemendur reikna dæmin.

Nr. 13

Nemendur segja til um hve mörg prósent af hverri mynd eru lituð.

Auðveldari verkefni

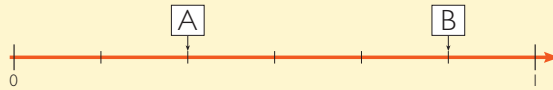
Látið nemendur teikna sér til hjálpar, annaðhvort rétthyrninga eða talnalínur. Einnig má leyfa þeim að nota áþreifanleg hjálpargögn, t.d. cuisenaire-kubba eða brotahringi.

Nemendur, sem eiga erfitt með að leysa prófverkefni, geta snúið sér að æfingasíðunni og síðan að bls. 19–23 í æfingaheftinu.

Erfiðari verkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta unnið neðri hluta æfingasíðunnar og snúið sér síðan að bls. 24–38 í æfingaheftinu.

- 6 Á hvaða almennu brot benda örvarnar?



- 7 Skráðu sem tugabrot.

a $\frac{3}{10}$ b $\frac{1}{10}$ c $\frac{8}{10}$ d $\frac{5}{10}$

- 8 Skráðu sem almenn brot.

a 0,9 b 0,2 c 0,4 d 0,6

- 9 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{5} + \frac{2}{5}$ b $\frac{4}{9} + \frac{2}{9}$ c $\frac{7}{10} - \frac{3}{10}$

- 10 Hvaða almennu brot vantar?

a $\frac{3}{6} + \square = 1$ b $\square + \frac{5}{9} = 1$ c $\frac{1}{6} + \square = \frac{4}{6}$

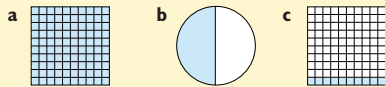
- 11 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{14} + \frac{3}{14} + \frac{7}{14}$ b $\frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{2}{9}$

- 12 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$ b $1\frac{3}{5} - \frac{4}{5}$

- 13 Hve mörg prósent af hverri mynd eru lituð?



Raunverkefni

Listaverk með almennum brotum

Búnaður: Litapappír, skæri, límband, snið af skál og ískúlur (verkefna-blað 5.170 (Listaverk með almennum brotum)).



Nemendur búa til listaverk með því að ganga út frá almennum brotum. Með því að styðjast við hve stór hluti af hverri ístegund er í boði „fylla“ nemendur skál með ískúlum af ýmsum stærðum. Fyrst þurfa þeir að klippa ískúlurnar út í mismunandi litum og ákveða hvaða bragðtegund þeir vilja hafa. Nemendur í hverjum hópi þurfa að verða sammála um hvaða bragðtegund hver litur táknar. Síðan klippa þeir út skál og líma ískúlurnar á skálina.

Dæmi um fyrirmæli fyrir þetta verkefni:

- $\frac{1}{8}$ á að vera súkkulaðiis
- $\frac{1}{4}$ á að vera jarðarberjaís
- $\frac{3}{8}$ eiga að vera vanilluís
- $\frac{2}{8}$ eiga að vera sítrónuís

Nemendur geta einnig valið innihaldið í ísskálina að eigin vild og útskýrt síðan með almennum brotum hvað hver ístegund er stór hluti af öllum ísnum í skálinni. Einnig geta nemendur ákveðið hve margar ískúlur eiga að vera í skálinni, þ.e.a.s. hver heildin á að vera.

Meiri þjálfun í almennum brotum

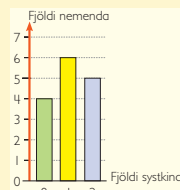
Á verkefnablöðum 5.171 og 5.172 (Almenn brot 1 og 2) eru fleiri einföld verkefni þar sem nemendur eiga að segja til um hluta af mynd. Þessi verkefni eru ætluð nemendum sem þurfa enn á áþreifanlegum hjálpargögnum eða sjónrænum stuðningi að halda og finnst erfitt að fást við almenn brot á huglægan hátt.

- 6.90 Ari, Björn, Sýlvía, Davíð og Eva borðuðu pitsu. Hverri pitsu var skipt í sex jafn stórar sneiðar.



Krakkarnir höfðu keypt fjórar heilar pitsur. Hve stór hluti af síðustu pitsunni var afgangur?

- 6.91 Súluritið sýnir hve mörg systkini einn nemendahópur átti. Fjórir nemendur áttu engin systkini. Notaðu súluritið og svaraðu spurningunum hér á eftir.



Hve stór hluti nemenda átti

- a 0 systkini?
- b 1 systkini?
- c fleiri en 1 systkini?
- d færri en 3 systkini?

hinn spilapeninginn á reitinn sem bréfaklemman lendir á eða á jafn gilt (jafn stórt) brot. Aðeins má setja spilapeninginn í reit sem er við hlið reits sem spilapeningur var á áður en síðasta kast fór fram. Með öðrum orðum: Eftir fyrsta kast má aðeins velja reit sem liggur að fyrsta reitnum. Það lið vinnur sem er á undan að komast með báða spilapeningana yfir á hina hliðina á spila-borðinu.

Hver er fyrstur að fylla hringinn? (spil)

Búnaður: Brotahringir (verkefnablað 5.147a–c (Brotahringir 1–3)), spilaskífa með brotunum $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$ (verkefnablað 5.154 (Tóm spilaskífa með sex svæðum)).

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Markmiðið í spilu er að vera fyrstur að fylla upp í heilan hring. Leikmenn snúa bréfaklemmu á spilaskífunni til skiptis og finna brotið sem bréfaklemman lendir á. Þannig halda þeir áfram þar til leikmaður hefur fyllt upp í heilan hring.



Skipta má broti í annað sem skipt er í fleiri hluta, þ.e. þar sem nefnarinn er stærri, en leikmenn verða þá

að segja nákvæmlega til um hið jafngilda brot. Til dæmis: „Ég ætla að skipta þessum þriðjungi í tvo sjöttu hluta.“

Heilabrot um almenn brot

Nemendur, sem ráða vel við almenn brot, þurfa að fá tækifæri til að glíma við erfiðari verkefni og prófa þekkingu sína við nýjar aðstæður.

Bent er á að leyfa þessum nemendum að spreyta sig á þrautalausnum, sjá verkefnablað 5.175 (Heilabrot um almenn brot 4).

Brotaspil

Búnaður: Spilaborð (verkefnahefti 5.176 (Brotaspil 2), teningur.

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn. Þeir setja spilapening á byrjunarreitinn og kasta teningi til skiptis. Þeir þurfa að ákveða hvaða leið þeir ætla að fara. Leggja á brotin, sem leikmenn fá, við brotin sem þeir eiga fyrir. Ef þeir lenda á stoppskilti mega þeir ekki leggja neitt við í þeirri umferð.

Velja má um nokkur afbrigði af spilu:

Spil 1: Sá vinnur sem er fyrstur að fá summu sem er heil tala.

Spil 2: Bæði má nota samlagningu og frádrátt. Sá vinnur sem er fyrstur að fá nákvæmlega 2.

Spil 3: Sá vinnur sem er næstur tölunni 3 eftir 12 umferðir. Sá tapar sem fær meira en 3.

Fleiri spil og leikir, t.d.:

Stríðsspilið

Sjá bls. 45. Þjálfun í að bera saman stærð almennra brota.

Fyrstur upp í 10

Sjá bls. 48–49. Áhersla á tengsl tíunduhluta (tugabrota), talnalínu og almennra brota.

Heilabrot

Sjá verkefnablað 5.148 (Orðaleit), 5.156 og 5.157 (Heilabrot um almenn brot 1 og 2), 5.164 og 5.175 (Heilabrot um almenn brot 3 og 4).

Talnastigi

Sjá bls. 51. Samanburður á stærð almennra brota.

7 Margföldun og deiling

Í þessum kafla eru margföldunar- töflurnar rifjaðar upp og nemendur fá tækifæri til að nota staðreyndaþekkingu sína við margföldun. Þeir læra að margfalda tveggja stafa tölur og deila í þær með eins stafs tölum, aðallega með því að þróa með sér sínar eigin aðferðir, jafnframt því sem þeir ná smám saman tökum á hinn skilvirku hefðbundnu reikningsaðferð í margföldun.

Nemendur læra um margföldun sem endurtekna samlagningu og margföldun í rúðuneti og um deilingu bæði sem jafna skiptingu og sem endurtekinn frádrátt. Þeir læra einnig að skipta margföldunardæmum upp í auðveldari dæmi, t.d.: $8 \cdot 4$ er jafnt og $5 \cdot 4 + 3 \cdot 4$ eða $4 \cdot 4 + 4 \cdot 4$. Nemendur þurfa að skilja að víxlreglan gildir í margföldun, þ.e.a.s. að röð þáttanna skiptir ekki máli fyrir svarið.

Enn fremur læra nemendur um tengsl margföldunar og deilingar, að reikna orðadæmi og nota margföldun í töflureikni.

Viðfangsefni

- Margföldun og deiling í daglegu lífi og í spilum og leikjum: Margföldun í rúðuneti.

Búnaður

- Bréfaklemmur, spilapeningar í tveimur litum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 66

Samræðumynd

Kennari og nemendur ræða saman um hvenær við rekumst á margföldun og deilingu í daglegu lífi.

Jafn stór söfn

Fundinn er heildarfjöldinn þegar jafn margir eru í hverju safni eða hverjum hópi. Fjöldi depla á teningi er t.d. einn hópur. Ef við fáum fimm

7 Margföldun og deiling



Í þessum kafla muntu

- rifja upp margföldunartöflurnar
- margfalda tveggja stafa tölur og deila í slíkar tölur
- sjá tengsl margföldunar og deilingar
- nota margföldun í töflureikni

fjarka í jatsí er því um að ræða fimm jafn stóra hópa, samtals $5 \cdot 4 = 20$.

- Á myndinni eru fjórir hópar með 5 nemendum í hverjum. Hve margir eru nemendurnir alls? (20 því að $4 \cdot 5 = 20$.)
- Hver hópur er með þrenn skæri. Hve mörg eru skærin samtals? (12 skæri því að $4 \cdot 3 = 12$.)
- Fjórar reglustikur eru í hverjum hópi. Hve margar eru reglustikurnar alls? (16 reglustikur því að $4 \cdot 4 = 16$.)

Sé annar þátturinn óþekktur er um deilingardæmi að ræða. Það kallast jöfn skipting þegar fjöldinn í hverjum hópi er óþekktur:

- Skipta á 12 límistiftum milli hópanna fjögurra. Hve mörg fær hver hópur? (3 límistifti því að $12 : 4 = 3$.)

Það kallast endurtekinn frádráttur þegar fjöldi hópa er óþekktur.

- Nemendur eiga að vinna saman tveir og tveir. Skipta á 30 blöðum þannig að hvert par fái 5 blöð. Hvað duga blöðin fyrir mörg pör? (6 pör því að $30 : 5 = 6$.)

Rúðunet

Þegar söfn eru jafn stór fylgja tölunum tveimur, sem margfaldaðar eru saman, mismunandi heiti, t.d. 4 pokar með 3 eplum í hverjum. Þess vegna verða deilingardæmin tvenns konar eftir því hvort fjöldi pokanna eða eplanna er óþekktur. Í rúðuneti hafa báðar tölurnar sama heiti:

- Í glugganum eru 4 rúður á annan veginn og 4 rúður á hinn veginn.

SPIL Fjórir í röð

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81



1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

LEIKREGLUR

- Tveir og tveir leikmenn spila saman.
- Leikmaður 1 leggur bréfastemmu á einn bláan reit með tölum 1–9
- Leikmaður 2 leggur aðra bréfastemmu á einn reitinn og margfaldar saman tölurnar tvær.
Sé svarið rétt og reitur með svarinu í stóra ferningnum er laus leggur leikmaður spilapening í sínum lit í reitinn eða litar hann.
- Leikmaður 1 flytur aðra bréfastemmuna og margfaldar tölurnar tvær.
- Þannig er haldið áfram þar til annar leikmaðurinn hefur fengið 4 spilapeninga í röð.

67

Erfiðari verkefni

Í spilu á bls. 67 eru tölurnar 1–9 margfaldaðar saman. Á spilaborðinu eru tölurnar 1–81 en allar tölurnar eru ekki teknar með. Hvaða tölum er sleppt? Biðjið nemendur um að búa til spilaborð sem má nota þegar einungis á að margfalda saman tölurnar 1–6.

Raunverkefni

Hver fær flesta mola? (spil)

Búnaður: Teningur með tölunum 1–6 eða 1–10 eða spilaskífa með tölunum 7–12 (snið að spilaskífu er á verkefnablaði 5.154 (Tóm spilaskífa með sex svæðum)).

Leikmenn kasta teningnum til skiptis tvisvar í senn. Fyrri kastið segir til um fjölda poka og hið síðara um fjölda mola í hverjum poka.

Hver fær flesta mola eftir t.d. tíu umferðir? Dæmi: Leikmaður fær fyrst upp 3 og teiknar 3 poka. Síðan fær hann upp 5 og teiknar 5 mola í hvern poka. Fjöldi mola leikmannsins í þessari umferð verður $3 \cdot 5 = 15$.

Nemendur þurfa ekki að teikna poka og mola. Það nægir að þeir skrifi dæmin og svörin. Gott er að nota töflu:

Dæmi	Fjöldi mola
$3 \cdot 5 =$	15
Summa	

- Hve margar rúður alls eru í glugganum? (16 rúður því að $4 \cdot 4 = 16$.)

► Bls. 67

Fjórir í röð (spil)

Leikmenn spila saman tveir og tveir.

Spilið hefst á því að leikmaður 1 leggur bréfastemmu eða kubb á einhverja töluna 1–9 í bláu reitunum fyrir neðan spilaborðið.

Síðan gerir leikmaður 2 hið sama. Hann má leggja bréfastemmuna sína á reit þar sem bréfastemma er fyrir. Hann margfaldar nú saman tölurnar tvær og segir svarið. Ef það er rétt og reitur með svarinu á spilaborðinu er laus leggur hann bréfastemmu eða kubb í sínum lit á reitinn.

Leikmaður 1 flytur aðra bréfastemmuna, sama hvor þeirra það er,

margfaldar og segir svarið. Ef reitur með svarinu er laus setur hann bréfastemmu eða kubb í sínum lit á reitinn.

Þannig er haldið áfram þar til annar leikmannanna hefur fengið þrjá í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Auðveldari verkefni

Í upphafi vinnu með þennan kafla kynnir kennari fleiri spil, sjá kaflana Raunverkefni á þessari blaðsíðu og þeim næstu. Spilin henta afar vel fyrir nemendur sem eiga erfitt með að læra margföldunartöflurnar. Það getur verið vel til fundið að nota spilin við og við meðan á vinnu við þennan kafla stendur.

Viðfangsefni

- Margföldunartaflan
- Margföldun sem endurtekin samlagning
- Margföldun á talnalínu

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 68

Nr. 7.1

Nemendur finna hve margar kindur eru í lestunum, þegar 4 kindur eru í hverjum vagni, og skrá það sem margföldunardæmi.

Fróðleiksreitur

Í öllum reikningsaðgerðunum bera allar tölurnar ákveðin heiti. Í margföldun kallast tölurnar, sem margfaldaðar eru saman, þættir og svarið kallast margfeldi. Ef til vill þurfa nemendur ekki oft á þessum heitum að halda. Mikilvægast er að þeir skilji hugtökin og geti notað þau.

Nr. 7.2

Nemendur finna út á hvaða tölu froskurinn lendir eftir að hafa hoppað ákveðinn fjölda hoppa. Hvert hopp felur í sér 6 skref áfram á talnalínunni.

► Bls. 69

Sýnidæmi

Finna þarf út hve hár hver kubbur er þegar gefið er upp hve margir kubbar eru, svo og hæð turnsins í heild. Allir kubbar í verkefni 7.3 eru jafn háir og nemendur eiga að skrifa margföldunardæmi við hverja mynd þótt eiginlega sé um deilingu að ræða.

Á myndinni í sýnidæminu má sjá 30 cm háan turn sem búinn er til úr 5 kubbum. Þá hlýtur hver kubbur að vera 6 cm á hæð.

- Ef turninn væri 40 cm hár – hve hár væri þá hver turn? (8 cm)
- Hvernig hugsaðir þú til að finna svarið? (Til dæmis: Til að fá 40 þarf ég að margfalda 5 með 8.)
- Er hægt að skrifa þetta sem deilingardæmi? Ef svo er – hvernig? ($40 : 5 = 8$.)

Sýnidæmi

Hve margar kindur eru í öllum vögnum? Skrifaðu þetta sem margföldunardæmi.



$$5 \cdot 4 = 20$$

7.1 Fjórar kindur eru í hverjum vagni. Hve margar kindur eru í eftirfarandi vögnum? Skrifaðu það sem margföldunardæmi.



- | | | |
|------------|------------|------------|
| a 3 vagnar | b 4 vagnar | c 9 vagnar |
| 2 vagnar | 6 vagnar | 11 vagnar |
| 5 vagnar | 8 vagnar | 15 vagnar |

$$4 \cdot 5 = 20$$

þáttur þáttur margfeldi

Sýnidæmi

Froskur hoppar 6 skref í einu hoppi á talnalínunni. Hve langt hoppar hann í 3 hoppum?



$$3 \cdot 6 = 18$$

7.2 Froskurinn hoppar 6 skref í einu á talnalínunni. Hve langt hoppar hann í eftirfarandi hoppum? Skrifaðu það sem margföldunardæmi.

- | | | |
|----------|----------|----------|
| a 2 hopp | b 5 hopp | c 7 hopp |
| 4 hopp | 6 hopp | 11 hopp |
| 8 hopp | 9 hopp | 12 hopp |

68

7 • Margföldun og deiling

Nr. 7.3

Nemendur finna hæð hvers kubbs miðað við að allir turnarnir samanstandi af 5 kubbum og skrifa það annaðhvort sem margföldunardæmi eða deilingardæmi.

Nr. 7.4

Nemendur skrifa töflurnar upp í reikningsheftin sín og ljúka við þær. Tölurnar í hvítu reitunum eiga að vera margfeldi talnanna á lituðu jöðrunum.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota spil til að æfa margföldunartöflur. Ef nemendur þurfa á áþreifanlegum hjálpartækjum að halda má nota kubba eða rúðunet.

Erfiðari verkefni

Hvetja þarf nemendur, sem hafa þegar lært margföldunartöflurnar, til að nota erfiðari tölur. Látið þá t.d. leysa verkefni þessarar opnu með öðrum tölum, t.d.:

- Nr. 7.1: 14 kindur í hverjum vagni
- Nr. 7.2: Í a-lið: hoppa 16 skref í einu; í b-lið: hoppa 26 skref í einu; í c-lið: hoppa 36 skref í einu
- Nr. 7.3: Bæta við einum tölustaf fyrir framan svörin þannig að 15 breytist í 115, 20 í 220 o.s.frv.

Raunverkefni

Safna spilum I (spil)

Búnaður: Spilastokkur án mannspila þar sem ásin hefur gildið 1.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvert þar þarf hálfan spilastokk. Spilunum

Sýnidæmi

Þessi turn er gerður úr 5 kubbum.
Hann er 30 cm hár.
Hve hár er hver kubbur?



Þá hlýtur hver kubbur að vera 6 cm hár vegna þess að 5 sinnum 6 er 30.

$5 \cdot 6 = 30$

Hver kubbur er 6 cm á hæð.

- 7.3** Hver turn er búinn til úr 5 kubbum.
Hvað eru kubbarir hár? Skrifaðu það sem margföldunardæmi.

a  $5 \cdot \square = 15$	f  $5 \cdot \square = 25$
b  $5 \cdot \square = 20$	g  $5 \cdot \square = 35$
c  $5 \cdot \square = 40$	h  $5 \cdot \square = 45$
d  $5 \cdot \square = 10$	i  $5 \cdot \square = 60$
e  $5 \cdot \square = 55$	

- 7.4** Teiknaðu rúðunetið í reikningsheftið þitt og fylltu út í tómu reitina.

a	·	2	4	6	8
	3	6			
			28		
		16			

b	·	3	5	7	9
	4		20		
				42	
			45		

(Rúðunet). Þeir skrifa í reitina tölur úr margföldunartöflunni frá 1 • 1 til 6 • 6 (eða jafnvel alveg upp í titöfluna). Sömu tölu má skrifa oftar en einu sinni en leikmenn mega aðeins krossa yfir eina tölu í einu.

Afbrigði 1: Tveimur teningum er kastað, tölurnar eru sagðar upphátt eða skrifaðar á töfluna. Nemendur margfalda þær saman og krossa yfir svarið á spilabrettinu ef það er þar að finna. Notið fyrst regluna um að fá þurfi fjóra eða fimm reiti í röð til að vinna en síðar allt spilaborðið.

Afbrigði 2: Ákveða má að á öðrum teningnum séu tölurnar 2–7 (þ.e. talan 1 táknað þá 7) og á hinum er tölunum 1, 2 og 3 skipt út fyrir tölurnar 7, 8 og 9. Í staðinn fyrir að teningum sé kastað geta nemendur spilað bingo í minni hópum og kasta þá teningunum til skiptis. Þá þarf að skrá niðurstöðurnar eins og í afbrigði 1 til að hægt sé að ganga úr skugga um að sigurvegarinn hafi krossað yfir réttar tölur.

Afbrigði 3: Ef nemendur spila í minni hópum er hægt að aðlaga þyngdarstigið að mismunandi nemendum. Einhverjir þeirra þurfa ef til vil að æfa þrí- og fjórtöfluna. Þeir kasta upp einum teningi og þar að auki mynt (eða öðru því um líku) sem á stendur talan 3 öðrum megin og talan 4 hinum megin. Þeir margfalda síðan saman töluna á teningnum og töluna sem upp kemur á myntinni.

Afbrigði 4: Einnig má nota spil án mannsþila – Spilunum er skipt í tvo bunka. Leikmenn draga eitt spil úr hvorum bunka, margfalda tölurnar saman og krossa yfir svarið.

Margföldunartöflur

Látið nemendur fylla út í allar margföldunartöflurnar, ekki bara hluta af þeim eins og í verkefni 7.4. Nota má verkefnablað 5.39 (Margföldunartöflurnar) og á verkefnablaði 5.33 (Margföldunarþrautir) eru fleiri svipuð verkefni. Bæði verkefnablöðin eru í verkefnahefti 5a.

er skipt jafnt milli leikmanna sem leggja þau í bunka á hvolf fyrir framan sig. Þyngdarstig er ákveðið með því að velja spilin sem notuð eru. Einhverjir nemendur geta að líkindum haft mannspilin með.

Leikmenn draga efsta spilið, hvor í sínum bunka, og snúa því við. Þeir eiga helst að draga spilið frá sér þannig að andstæðingurinn sjái spilið á undan. Um leið og þeir sjá bæði spilin eiga þeir að flyta sér að margfalda tölurnar á spilunum saman og segja svarið. Sá sem er á undan fær bæði spilin, svo fremi sem svarið sé rétt, og setur þau á hvolf neðst í bunkann sinn. Sé svarið rangt fær hinn leikmaðurinn slaginn.

Sá vinnur sem á fleiri spil í lokin eða hefur náð öllum spilunum.

Safna spilum 2 (spil)

Leikmenn spila saman tveir og tveir og skipta spilunum milli sín eins og greint er frá hér á undan. Í stað þess að snúa við einu spili í einu snúa leikmenn tveimur spilum við. Annar leikmaðurinn snýr fyrst við tveimur spilum, margfaldar þau saman og segir svarið. Síðan snýr hinn leikmaðurinn einnig við tveimur spilum, margfaldar saman tölurnar og segir svarið. Sá sem fær herra margfeldi hreppir öll spilin fjögur og leggur þau á hvolf neðst í bunkann sinn.

Margföldunarbingó

Nemendur búa til spilabretti úr rúðuneti í stærðinni 4 • 4 eða 5 • 5 reitir eða nota verkefnablað 5.177

Viðfangsefni

- Margföldunartöflurnar
- Þættir
- Talnarunur

Búnaður

- Spilapeningar í tveimur litum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 70

Nr. 7.5

Nemendur skrifa töflurnar upp í reikningsheftin sín og ljúka við þær. Í dálkinn til vinstri skrifa þeir helmingi minni tölu en þá sem er í mið-dálknum en í dálkinn til hægri skrifa þeir tvöfalt stærri tölu.

Nr. 7.6–7.7

Nemendur skrifa næstu fjórar tölur í talnarunurnar. Látið þá kynna munnlega hvernig talnarunurnar myndast.

Nr. 7.8

Nemendur búa til eigin talnarunur með því að skrifa fyrstu þrjár eða fjórar tölurnar. Síðan skiptast þeir á talnarunum og skrifa næstu fjórar tölur í runurnar.

► Bls. 71

Þættir á fullri ferð

Búnaður: Spilapeningar

Leikmenn spila saman tveir og tveir og nota eitt spilaborð. Hvor þeirra þarf spilapeninga í sínum lit. (Einnig má nota verkefnablað 5.178 (*Þættir á fullri ferð*)) þannig að leikmenn geta krossað yfir tölurnar hvor með sínum lit í stað þess að leggja spilapeninga á þær.

Leikmaður 1 leggur spilapening á einhverja tölu á spilaborðinu eða krossar yfir hana. Leikmaður 2 leggur spilapeninga á alla þætti í tölunni ef þeir eru lausir. Hann leggur einnig spilapeninga á tölurnar sem eru margfeldi tölunnar sem leikmaður 1 valdi.

7.5 Skrifaðu töflurnar upp og ljúktu við þær.

a

Helmingi minni		Tvöfalt stærri
6	12	24
	4	
	10	
	20	
	14	
	16	
	22	
	34	
	48	

b

Helmingi minni		Tvöfalt stærri
	6	
	8	
	18	
	28	
	24	
	52	
	63	
	88	
	115	

Tölurnar hækka um 4 í hvert skipti.



7.6 Hvaða fjórar tölur koma næst í talnarununum?

- a 4, 8, 12, 16, ...
- b 24, 30, 36, ...
- c 28, 35, 42, ...

7.7 Hvaða fjórar tölur koma næst í talnarununum?

- a 42, 47, 52, 57, ...
- b 30, 38, 46, 54, ...
- c 110, 119, 128, ...

7.8 Búðu til þín eigin talnamynstur. Fáðu bekkjarfélaga til að skiptast á talnamynstrum við þig.

Ef leikmaður 1 leggur spilapening á 9 getur leikmaður 2 lagt spilapeninga á 1 og 3 (þættir í tölunni 9 því að $1 \cdot 9 = 9$ og $3 \cdot 3 = 9$), svo og á tölurnar 18 og 27 (sem eru tölur í 9-töflunni) ef þær eru lausar.

Nú er komið að leikmanni 2 að velja tölu en leikmaður 1 finnur þætti tölunnar og margfeldi af henni.

Þannig skiptast leikmenn á þar til búið er að velja allar tölur af spilaborðinu. Sá vinnur sem á fleiri reiti í sínum lit. Vonandi munu leikmenn átta sig smám saman á hvaða tölur er sniðugt að velja, t.d. framtölur (prímtölur) og hvaða tölur þeir eiga að forðast, t.d. töluna 24 sem hefur marga þætti.

Einnig má nota spilaborð með stærri tölum, t.d. allt upp í 100, sjá

hundraðtöflu á verkefnablaði 5.179 (*Hundraðtafla*).

Auðveldari verkefni

Punktamyndir

Í verkefnaheftum 3a–4b eru mörg verkefni fyrir nemendur sem hafa ekki enn náð tökum á margföldunartöflunum. Á verkefnablöðum 4.60–4.63 (*Punktamyndir 1–4*) í verkefnahefti 4a eru til dæmis margar punktamyndir sem byggjast á að nemendur þekki svörin úr margföldunartöflunum.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að búa til erfiðar talnarunur í verkefni 7.8.

SPIL þættir á fullri ferð

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

LEIKREGLUR

- Spilið er fyrir tvo leikmenn.
- Leikmaður 1 leggur spilapening í sínum lit á eina tölu á spilaborðinu.
- Leikmaður 2 finnur alla þætti í tölunni og leggur spilapeninga í sínum lit á þættina ef þeir eru lausir.
- Þar að auki eignar leikmaður 2 sér allar tölur sem eru margfeldi af upphaflegu tölunni.

Dæmi:

Ef leikmaður 1 leggur spilapening sinn á 14 getur leikmaður 2 eignað sér þættina 1, 2 og 7 og að auki töluna 28 sem er margfeldi af 14 ($2 \cdot 14 = 28$).

- Því næst velur leikmaður 2 sér tölu og leikmaður 1 tekur alla þættina í henni (nema 1 sem búið er að taka) og að auki tölurnar sem eru margfeldi tölunnar sem valin var.
- Leikmenn halda áfram þar til búið er að taka allar tölurnar á spilaborðinu.
- Sá vinnur sem á fleiri reiti í sínum lit í lokin.

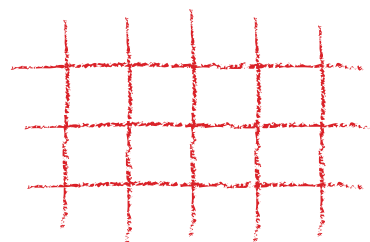
1	2
3	8
13	14

Leikmenn, 2–3, draga strik milli tveggja punkta á blaðinu til skiptis. Sá sem dregur síðasta strikið kringum margföldunardæmi (býr til ferningnum). Ef svarið verður rétt má leikmaðurinn lita reitinn í sínum lit. Sá vinnur sem á flesta reiti í lokin.

Vegamót

Búnaður: Teningar

Leikmenn kasta teningi til skiptis, tvisvar hvor. Hvort kast segir til um hve marga vegi á að teikna, lárétt eða lóðrétt. Fá leikmaður 3 á teningnum í fyrra kastinu sínu dregur hann þrjú lárétt strik. Síðan kastar hinn leikmaðurinn og fer eins að. Þá er komið að síðara kasti fyrri leikmanns og fá hann t.d. fimm teiknar hann fimm lóðrétt „vegi“ sem skera láréttu vegina hans.



Nú telur leikmaðurinn vegamótin, þ.e. skurðpunkta strikana. Ef vegirnir voru 3 og 5 talsins verða vegamótin 15 sem leikmaður skráir við myndina sína.

Nota má þá reglu að sá vinni sem er með flest vegamót eftir fimm umferðir.

Í staðinn fyrir vegi og vegamót má nota rúðustrikað blað. Þá má búa til rétthyrninga þannig að tölurnar 3 og 5 á teningnum tákni rétthyrning sem er $3 \cdot 5$ reitir að stærð. Leikmenn finna þá fjölda reitanna í rétthyrningnum.

Raunverkefni

Frekari færniþjálfun

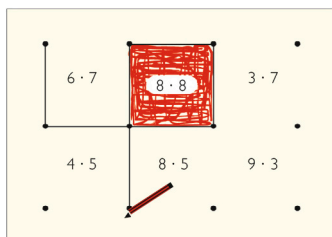
Á verkefnablöðum 5.34

(Margföldunardæmi) í verkefnahefti 5a og 5.180 (Dæmi úr margföldunartölum) eru æfingadæmi til að þjálfra margföldun. Nemendur geta einnig notað þessi dæmi til að taka tímann sem þeir þurfa til að reikna allt blaðið. Mælt er með að það verði gert þannig að nemendur keppi ætíð við sjálfa sig, þ.e. að bæta tímann sem þarf til að reikna dæmin, í stað þess að keppa við bekkjarfélagana. Ein leið til þess arna er að láta nemendur taka „prófið“ á mismunandi tímum.

Búa til ferninga (leikur)

Búnaður: Punktablað með

punktum með 3ja cm millibili. Margföldunardæmi eru skráð milli fjögurra punkta. Nota má verkefnablað 5.181 (Búa til ferninga – Margföldun) þar sem búið er að skrifa margföldunardæmin í bilin eða verkefnablað 5.49 (Punktablað) í verkefnahefti 5a þar sem bilin milli punktanna eru tóm.



Viðfangsefni

- Orðadæmi
- Margföldunartöflurnar
- Margföldun með 10 og 100

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 72

Sýnidæmi

Myndin sýnir hvernig nemendur geta reiknað orðadæmin á blað-síðunni. Fyrst skrifa þeir dæmið ásamt svarinu og síðan svara þeir með rituðum orðum. Ákveðið hefur verið að draga tvö strík undir svarsetninguna en hver kennari velur hvernig hann vill að nemendur geri þetta.

Gott er að láta nemendur leysa samsvarandi orðadæmi munnlega:

- Knútur kaupir 7 banana á 5 krónur hvern. Hvað á hann að borga? (35 krónur.)
- Deiling sem endurtekinn frádráttur: Birta kaupir epli á 4 kr. stykkið. Hún borgaði 36 krónur. Hvað keypti hún mörg epli? (9 epli.)
- Deiling sem jöfn skipting: Eiríkur borgar 30 krónur fyrir 5 appelsínur. Hvað kostar hver appelsína? (6 krónur.)

Nr. 7.9–7.14

Nemendur leysa orðadæmin.

► Bls. 73

Nr. 7.15–7.17

Nemendur margfalda og finna svör við dæmunum. Gagnlegt getur verið að hugsa um peninga í þessum dæmum. Kennari forðast að kynna regluna um „að bæta núlli við“ eða „bæta núllum við“ en það er mjög gott ef nemendur uppgötva það sjálfir.

- Hvað verða tugirnir (tikallarnir) margir í fyrsta dæminu í a-lið? (7)
- Hvað samsvarar það mörgum einingum (krónum)? (70)
- Hve margir verða hundraðkallarnir í fyrsta dæminu í c-lið? (8)
- Hvað samsvarar það mörgum

Sýnidæmi

Andrés kaupir þrjár bollur.
Hvað þarf hann að borga?



$$3 \cdot 5 = 15$$

Hann borgar 15 krónur.

- 7.9 Birna kaupir sex epli.
Hvert epli kostar 4 krónur.
Hvað þarf Birna að borga?



- 7.10 Kristinn kaupir þrjár perur.
Hvað þarf hann að borga?



- 7.11 Í eggjabakka eru sex egg.
Hve mörg egg eru í sex eggjabökkum?



- 7.12 Ragna á fimm poka af karamellum.
Það eru 10 karamellur í hverjum poka.
Hve margar karamellur á hún?



- 7.13 Fjórir krakkar slá saman
í poka af hnetum.
Hver þeirra borgar 9 krónur.
Hve mikið kostar hnetupokinn?



- 7.14 Köngulær hafa 8 fætur.
Hve margir fætur eru þá á
sex köngulóm?



72

7 • Margföldun og deiling

krónum? (800)

- Hvað kemur út ef þú margfaldar 100 með 14? (1400, ýmist sagt fjórtán hundruð eða eitt þúsund og 400 hundruð.)
- Hvað kemur út ef 7 er margfaldað með 300? (2100)
- Hvernig hugsaðir þú til að finna svarið? (Til dæmis að dæmið sé $7 \cdot 3$ hundruð, þ.e. 21 og tvö núll í viðbót.)

Nr. 7.18

Nemendur búa til að minnsta kosti fjögur margföldunardæmi við hverja tölu þar sem tölurnar þrjár eru svörin. Það er mjög gott ef nemendur sjá regluna sem tengist margföldun með 10 (eða 100 í c-lið). Vísbending til þeirra getur þess vegna verið fólgin í að spyrja

nemendur hvort þeir viti um margföldunardæmi þar sem svarið er tólf ($3 \cdot 4$ og $2 \cdot 6$) og hvort það geti hjálpað þeim til að finna margföldunardæmi þar sem svarið er 120 – sem einmitt jafngildir 12 tugum. Úr því að $3 \cdot 4$ er 12 hlýtur $3 \cdot 40$ (eða $30 \cdot 4$) að vera 120.

Nr. 7.19

Nemendur finna hvaða tölu vantar í hvert dæmi til þess að jafnt verði báðum megin við jöfnúmerkið.

Auðveldari verkefni

Biðjið nemendur að teikna peninga til að leysa dæmin á bls. 73. Þá teikna þeir dæmið $5 \cdot 30$ sem 5 söfn með 3 tiköllum í hverju safni. Ef þeim reynist þetta einnig snúið

Reiknaðu dæmin.

7.15 a $7 \cdot 10$ b $3 \cdot 20$ c $100 \cdot 8$
 $10 \cdot 3$ $20 \cdot 6$ $13 \cdot 100$
 $4 \cdot 10$ $9 \cdot 20$ $7 \cdot 200$

7.16 a $9 \cdot 10$ b $5 \cdot 30$ c $4 \cdot 300$
 $12 \cdot 10$ $3 \cdot 50$ $400 \cdot 4$
 $10 \cdot 18$ $50 \cdot 6$ $5 \cdot 500$

7.17 a $6 \cdot 40$ b $5 \cdot 200$ c $1000 \cdot 8$
 $20 \cdot 7$ $300 \cdot 8$ $2000 \cdot 4$
 $8 \cdot 50$ $500 \cdot 4$ $4000 \cdot 7$

$12 \cdot 10 = 120$



7.18 Búðu til að minnsta kosti fjögur margföldunardæmi þar sem svarið er

- a 120
b 360
c 1000

$5 \cdot 24$ er líka 120.



7.19 Ljúktu við að skrifa margföldunardæmin.

a $6 \cdot \square = 60$	b $\square \cdot 100 = 400$	c $\square \cdot 3 = 600$
$\square \cdot 5 = 500$	$\square \cdot 100 = 1000$	$5 \cdot \square = 1000$
$\square \cdot 4 = 80$	$5 \cdot \square = 250$	$3 \cdot \square = 1200$
$7 \cdot \square = 140$	$4 \cdot \square = 240$	$14 \cdot \square = 1400$

Hugmyndir og athugasemdir

Nemendur geta einnig skipst á orðadæmum.

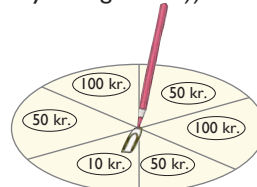
Hver er fyrstur upp í 10 000? (spil)

Búnaður: Tveir teningar.

Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis. Þeir leggja saman tölurnar, sem upp koma, margfalda summuna með 100 og skrá niðurstöðuna eftir hvert kast. Sá vinnur sem fyrstur fær samtals 10 000 eða meira.

Hver er ríkastur? (spil)

Búnaður: Teningur, spilaskífa (verkefnablað 5.154 (Tóm spilaskífa með 6 svæðum)) og kennslupeningar (verkefnablað 5.182–5.183 (Myntir og Myntir og seðlar)).



Leikmenn nota töluna, sem upp kemur á teningnum, og töluna, sem bréfaflakinn lendar á, til að búa til margföldunardæmi, annaðhvort með tölum, teikningum eða kennslupeningum; þannig hafa þeir yfirlit yfir hve mikið af peningum þeir eiga eftir hverja umferð. Sá vinnur sem er ríkastur til dæmis eftir 10 umferðir.

geta þeir notað kennslupeninga (verkefnablað 5.182 (Myntir) og 5.83 (Myntir og seðlar)).

Erfiðari verkefni

Heilabrot

Finna má mörg góð og krefjandi heilabrot á verkefnablaðum 5.40a og b (Hve mikið af ávöxtum og Er pitsa afgangs?) í verkefnahefti 5a, svo og á verkefnablaðum 5.184–5.187 (Heilabrot 1–2 og Orðadæmi 1–2).

Að notfæra sér margföldun með 10 eða 100

Leggið tiltölulega erfið verkefni fyrir nemendur, t.d.:

$2 \cdot 9 \cdot 5$

Tillaga að lausn:

$(2 \cdot 5) \cdot 9 =$
 $10 \cdot 9 = 90$

Önnur verkefni:

$10 \cdot 3 \cdot 10 = (300)$
 $5 \cdot 13 \cdot 2 = (130)$
 $2 \cdot 5 \cdot 37 = (370)$
 $50 \cdot 7 \cdot 2 = (700)$
 $4 \cdot 8 \cdot 25 = (800)$
 $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = (250)$
 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 = (600)$

Raunverkefni

Reikningssögur

Látið nemendur búa til orðadæmi í stíl við þau sem eru á bls. 72. Kennari getur safnað þeim saman, búið til dæmasafn sem hann ljósritar og leggur síðan fyrir nemendur.

Viðfangsefni

- Að skrifa texta og tölur í töflureikni
- Að búa til einfaldar formúlur í töflureikni

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 74

Nr. 7.20

Nemendur búa til töflureikni á tölvu. Séu nemendur óvanir vinnu sem þessari bendir kennari á að töflureiknir samanstandi af dálkum og röðum, þ.e.a.s. rúðuneti. Hver reitur fær ákveðið heiti eftir því hvaða dálk eða röð er rætt um hverju sinni. Ganga þarf úr skugga um að nemendur skilji þessar útskýringar.

Í reiti töflureiknisins má skrifa alls kyns upplýsingar:

- Texta
- Tölur
- Formúlur

Dæmi um texta eru í A-dálki og 2. röð en tölur eru skráðar í B og C-dálka fyrir neðan 2. röð. Í D-dálki eru formúlurnar skrifaðar. Fyrsta formúlan er $B3 \cdot C3$. Það merkir að töluna, sem skráð er í reit B3, á að margfalda með tölunni í reit C3. Þegar formúlan er skráð er byrjað á jöfnumerkinu og síðan smellt á reitinn B3, þá aðgerðina sem í þessu tilviki er $\cdot$ og loks á C3 en þar er talan sem á að margfalda með. Þegar búið er að setja tölur í B og C-dálkana þá birtast niðurstöður útreikninganna í D-dálki en formúlan, sem notuð er, birtist fyrir ofan töfluna. Þegar nemendur breyta tölunum í B- og C-dálkunum; þá breytast tölurnar í D-dálki sjálfkrafa.

Í d-lið er þessi aðferð notuð til að skoða kostnaðinn með því að nemendur prófa mismunandi verð á ís þar til þeir fá heildarsummu sem næst 400 kr.

Margföldun í töflureikni

7.20 Bekkjarskemmtun fyrir 12 nemendur.

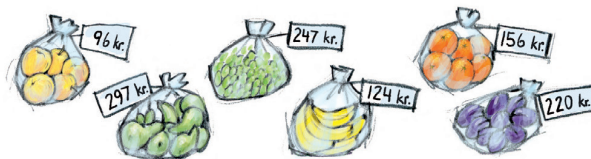
a Búðu til í tölvu eftirfarandi töflureikni.

	A	B	C	D
1	BEKKJARSKEMMTUN			
2	VÖRUR	VERÐ	FJÖLDI	VERÐ ALLS
3	GOS	85	12	$= B3 \cdot C3$
4	PYLSUR	240	2	$= B4 \cdot C4$
5	BRAUÐ	145	2	$= B5 \cdot C5$
6	ÍS	160	12	$= B6 \cdot C6$
7	SUMMA			$= \text{SUM} (D3:D6)$



- b Hver verður kostnaðurinn alls ef krakkarnir kaupa 3 pakka af pylsum og 3 pakka af brauði?
- c Hver verður kostnaðurinn alls ef krakkarnir kaupa ís sem kostar 100 kr. í stað hins íssins?
- d Krakkarnir kaupa 3 pakka af pylsum og 3 pakka af brauði. Hversu dýran ís geta þeir keypt ef heildarkostnaðurinn má ekki fara yfir 4500 krónur?

7.21 Búðu til töflureikni og notaðu þessar vörur.



74

7 • Margföldun og deiling

Nr. 7.21

Nemendur búa til töflureikni í stíl við þann sem er í verkefni 7.20, t.d. yfir ávextina á myndinni. Gaman er að tengja þetta verkefni öðrum námsgreinum.

► Bls. 75

Töflureiknir – upp í 1000 (spil)

Nemendur búa til töflureikni með tölum í A- og B-dálki og formúlur í C-dálki. Niðurstöðurnar eiga að líkjast því sem er á myndinni hægra megin á síðu nemendabókarinnar.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir breyta til skiptis tölu í B-dálki. Þá breytist summan í reit C6. Markmiðið er að summan verði 1000. Sá leikmaður vinnur sem nær því markmiði.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur sleppa því að búa til formúlurnar í töflureikninum. Ef til vill er heppilegt að nota einfaldari tölur (einkum í vöruverði) í kostnaðaráætlunum á bls. 74 þannig að auðveldara sé að sjá hvað töflureiknirinn reiknar út og hvað hann í raun framkvæmir.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

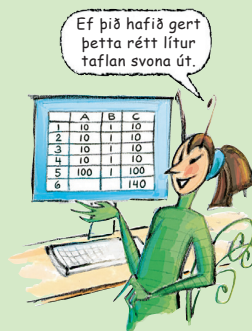
Kostnaðaráætlun í tækni- og verkgreinum

Nemendur nota töflureikni og gera kostnaðaráætlun eða halda bókhald yfir verkefni í tækni- eða verkgreinum.

SPIL Þúsund með töflureikni

Búið til þennan töflureikni.

	A	B	C
1	10	1	= A1 * B1
2	10	1	= A2 * B2
3	10	1	= A3 * B3
4	10	1	= A4 * B4
5	100	1	= A5 * B5
6			= SUM (C1 : C5)



LEIKREGLUR

Spilið er fyrir tvo leikmenn eða tvö lið.

Markmiðið er að fá töluna 1000 í reit C6.

Leikmenn eða liðin breyta tölunum í dálki B til skiptis.

Leikmaðurinn eða liðið vinnur sem er á undan að fá 1000.

Búa má til nýjar leikreglur:

- Spilið fyrst upp í 500 eða upp í 10 000.
- Byrjið með aðrar tölur í dálki A, t.d. 20 í reit A4 og 200 í reit A5.

75

Kostnaðaráætlun er gerð áður en keypt er inn með áætluðum upphæðum til að hægt sé að fá yfirlit yfir kostnað og að hægt sé að taka ákvarðanir um framkvæmd verkefnisins.

Bókhald er haldið eftir að innkaup hafa farið fram, út frá raunverulegum kostnaði. Skráningin og formúlurnar kunna að vera mjög líkar því sem var í kostnaðaráætluninni en tilgangurinn og notagildið eru ólík.

Nemendur geta annaðhvort notað kostnaðaráætlun/bókhald sem sýnir raunverulegan kostnað eða þeir geta hugsað sér hver kostnaðurinn er. Einnig getur kennari ákveðið að nemendur þurfi að halda sig innan ákveðinnar heildarsummu.

Töflureiknir – upp í 2000 (spil)
Nemendur búa til töflureikni eins og þennan:

	A	B	C	D	E
1	Sem næst 2000				
2					
3		Leikmaður A	Summa A	Leikmaður B	Summa B
4	10		=a4*b4		=a4*d4
5	20		=a5*b5		=a5*d5
6	30		=a6*b6		=a6*d6
7	40		=a7*b7		=a7*d7
8	50		=a8*b8		=a8*d8
9	60		=a9*b9		=a9*d9
10	70		=a10*b10		=a10*d10
11	80		=a11*b11		=a11*d11
12	90		=a12*b12		=a12*d12
13			= Summan er (c4..c12)		= Summan er (e4..e12)

Ekki má gleyma að vista spilaborðið eða töflureikninn!

Leikmenn eiga að skrifa tölurnar 1–9 í dálk B (leikmaður A) og dálk D (leikmaður B). Þeir byrja á að skrifa í 4. röð, síðan í 5. röð o.s.frv. Þeir mega aðeins nota tölurnar 1–9, einu sinni hverja. Eftir þrjár umferðir getur spilaborðið lítið svona út:

	A	B	C	D	E
1	Sem næst 2000				
2					
3		Leikmaður A	Summa A	Leikmaður B	Summa B
4	10	4	40	9	90
5	20	3	60	1	20
6	30	5	150	8	240
7	40		0		0
8	50		0		0
9	60		0		0
10	70		0		0
11	80		0		0
12	90		0		0

Þegar leikmenn hafa skrifað tölurnar 1–9 vinnur sá sem hefur búið til summu í 13. röð sem er nær 2000.

Hafa má þá spilareglu að leyfa hvorum leikmanni um sig að breyta tveimur tölum einu sinni í lokin.

Viðfangsefni

- Margföldunartöflurnar
- Margföldun í rúðuneti
- Að þróa og nota einfaldar aðferðir til að margfalda heilar tveggja stafa tölur

Búnaður

- Rúðunet

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 76

Nr. 7.22

Nemendur eiga að finna fjölda reita í hverju rúðuneti. Sýnið þeim tengslin við samlagningu: Hægt er að telja reitina í sýnidæminu þannig: $3 + 3 + 3 + 3 + 3$, þ.e. 5 sinnum talan 3: $5 \cdot 3$. Einnig er hægt að telja þá þannig: $5 + 5 + 5$, þ.e. þrisvar sinnum talan 5: $3 \cdot 5$.

Sumum rúðunetunum má skipta upp í auðveldari margföldunardæmi. Í staðinn fyrir $6 \cdot 8$ má til dæmis reikna fyrst $5 \cdot 8 = 40$ og leggja svo síðustu 8 reitina við. Einnig má skipta rúðunetinu lóðrétt í miðju þannig að reikningsdæmið verður þá $6 \cdot 4 = 24$ og því næst $24 + 24 = 48$. Einhverjir nemendur munu geta reiknað þetta í huganum. Kennari spyr nemendur, á meðan á vinnu þeirra stendur, hvernig þeir hugsi til að leysa verkefnið. Noti þeir ólíkar aðferðir er rétt að biðja þá að útskýra þær hver fyrir öðrum í upprifjuninni.

► Bls. 77

Nr. 7.23

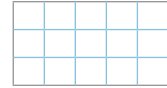
Nemendur eiga að finna fjölda reita í hverju rúðuneti. Þeir ákveða sjálfir hvaða aðferðir þeir nota. Einfaldast er ef til vill að skipta 12 í $10 + 2$ þannig að dæmið verður $10 \cdot 5 = 50$ og $2 \cdot 5 = 10$; síðan eru margfeldin 50 og 10 lögð saman: $50 + 10 = 60$. Einnig má skipta rúðunetinu í miðjunni og reikna þannig: $5 \cdot 6 = 30$ og $30 + 30 = 60$.

Sem fyrr er gagnlegt ef nemendur sýna hver öðrum hinar ólíku reikningsaðferðir sínar.

Margföldun í rúðuneti

Sýnidæmi

Hve margir reitir eru í rúðunetinu?
Skrifaðu það sem margföldunardæmi.



$$5 \cdot 3 = 15$$

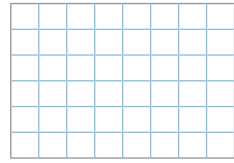
Það eru 15 reitir í rúðunetinu.

7.22 Hvað eru reitirnir margir? Skráðu það sem margföldunardæmi.

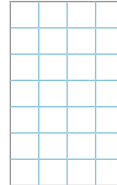
a



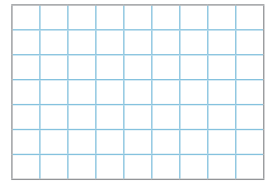
d



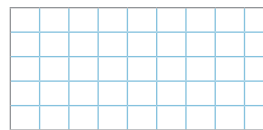
b



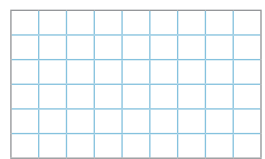
e



c



f



76

7 • Margföldun og deiling

Auðveldari verkefni

Nemendur finna fjölda reita í rúðunetunum með aðferðum sem þeir kjósa sjálfir. Auðveldast er að telja hvern og einn reit. Slík aðferð verður fljótlega mjög seinleg og því þurfa nemendur smám saman að fíkra sig yfir í samlagningu og margföldun sem ýtir undir staðreyndabekkingu þeirra. Ef hana vantar þurfa þeir mikla þjálfun í slíkum verkefnum. Þetta á einkum við talnavini upp í 10 og margföldunartöflurnar upp í 5-töfluna ásamt 10-töflunni.

Það mun örugglega hjálpa nemendum ef þeir draga strik á rúðunetið sjálft. Því er rétt að láta þá teikna rétthyrningana upp í rúðunet.

Fái nemendur tækifæri til að kynna fyrir bekkjarfélögunum

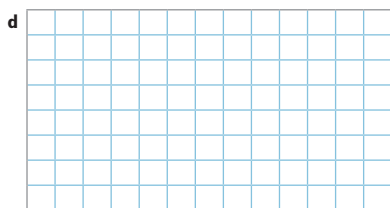
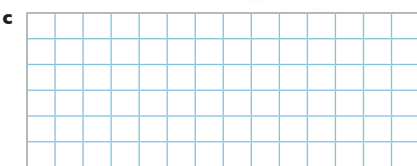
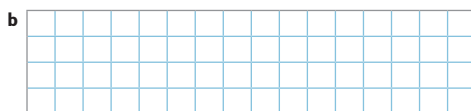
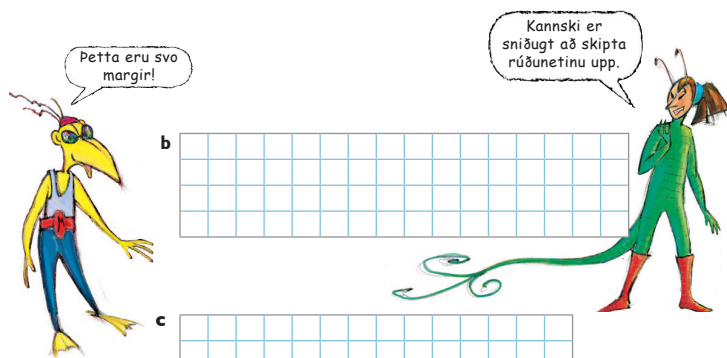
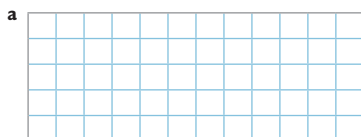
hvernig þeir skiptu rétthyrningunum og um leið að sjá skiptingu bekkjarfélaganna verður það þeim hvatning til að þróa eigin reikningsaðferðir.

Erfiðari verkefni

Kennari breytir tölunum til að þyngja dæmin. Leggja má 10 (eða 20, 30, 40 o.s.frv.) við aðra töluna í verkefnunum á bls. 76 þannig að dæmið $3 \cdot 6$ verði t.d. $13 \cdot 6$ og dæmið $4 \cdot 7$ verði t.d. $24 \cdot 7$. Einnig má bæta 10 (eða 20, 30, 40) við eins stafs tölurnar á bls. 77 þannig að dæmin verði $12 \cdot 15$ (a-liður), $16 \cdot 24$ (b-liður) og $13 \cdot 38$ (d-liður).

Látið nemendur fá stærra rúðunet. Mikilvægt er að leggja verkefnin þannig fyrir að þeir eigi að finna

7.23 Hvernig viltu finna fjölda reitanna í þessu dæmi?



77

Sá vinnur sem á fleiri stig eftir ákveðinn fjölda umferða.

Hve margir reitir?

Á verkefnablöðum 5.36–5.38

(Margföldun í rúðuneti 1–3) í verkefnahefti 5a eru fleiri verkefni eins og á bls. 77 þar sem nemendur eiga að finna reitafjölda í rétthyrningum.

Skurðpunktar í litum

Búnaður: Pappír og litblýantar eða silkipappír og rammi.

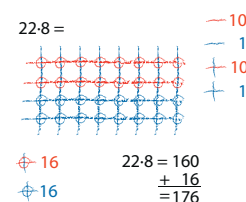
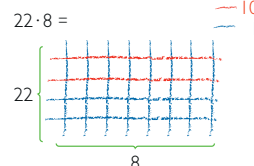
Hér er á ferðinni skemmtileg og auðveld aðferð til að margfalda með tveggja stafa tölu. Tugirnir fá einn lit og einingarnar annan. Á myndinni hér á eftir eru tugirnir rauðir og einingarnar bláar.

Myndin sýnir dæmið $22 \cdot 8$. Þá eru dregin lárétt tvö rauð strík til að tákna tvo tugi og tvö blá strík þar undir til að tákna einingarnar tvær. Lóðrétt eru dregin átta blá strík til að tákna einingarnar 8. Þar næst skal telja skurðpunktana.

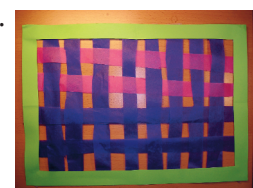
Skurðpunktur úr bláum og rauðum stríkum táknar tug.

Skurðpunktur úr tveimur bláum stríkum táknar einingu.

Ef margfalda hefði átt saman tvær tveggja stafa tölur hefðu myndast skurðpunktar úr tveimur rauðum stríkum sem hefðu þá táknað hundrað.



Sama verkefni má leysa með silkipappír í mismunandi litum eftir því hvort um tug eða einingar er að ræða. Þá er silkipappírinn klipptur í renninga og þeir ofnir hver inn í annan. Að lokum er rammi settur utan um myndina. Þannig fæst falleg myndskreyting af margföldunar-dæmi!



fjölda reita, ekki að leysa margföldunardæmi. Rúðunetin geta verið í þessari stærð:

$17 \cdot 9$ $15 \cdot 13$
 $23 \cdot 7$ $24 \cdot 16$
 $56 \cdot 8$

Rúðunet sem þessi má búa til í ritvinnsluforritinu Word með því að velja „Insert“, síðan „Table“ og svo „Insert table“. Síðan er notandinn beðinn um að gefa upp fjölda dálka („Number of columns“) og raða („Number of rows“).

Raunverkefni

Veiða reiti (spil)

Búnaður: Teningur, ef til vill rúðunet.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir

kasta tveimur teningum til skiptis. Bæta á tölunni 10 við tölur annars teningsins. Það sem upp kemur ákvarðar hliðar í rétthyrndu rúðuneti. Leikmenn margfalda til að finna fjölda reita í rúðunetinu. Sá vinnur sem hreppir fleiri reiti í einni umferð og fær 1 stig.

Leikmenn geta teiknað rétthyrningana í rúðunet ef þeir þurfa og styðjast við þá til að finna reitafjöldann. Ef þeir hafa ekki þörf fyrir þetta er rétt að hvetja þá til að teikna „tómt rúðunet“ og skrá rétthyrningana þannig:

5	5 · 10	5 · 2
	10	2

Viðfangsefni

- Margföldun tveggja stafa tölu
- Margföldunartöflurnar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 78

Sýnidæmi

Þegar rúðunetinu verða stærri getur verið hagkvæmt að skipta þeim upp í minni hluta. Á þann hátt verður auðveldara að finna reitafjöldann. Á myndinni í sýnidæminu má sjá að Krúsi velur að skipta röðinni með 16 reitum í 10 og 6 en Kráka skiptir þeim í 8 og 8. Í báðum tilvikum verða margföldunardæmin léttari heldur en að reikna upprunalega dæmið, $16 \cdot 6$, í einni aðferð.

Tilgangurinn með því að leggja fyrir nemendur mörg verkefni af þessum toga, þ.e. margföldun tveggja stafa tölu með eins stafs tölu, er sú að ýta undir að nemendur þrói með sér æ skilvirkari reikningsaðferðir.

Nr. 7.24

Nemendur reikna margföldunardæmin með eigin aðferðum:

- 1 Nemendur geta teiknað dæmin sem rétthyrninga í rúðuneti ef þeir þurfa. Þá geta þeir leyst margföldunardæmin með því að finna reitafjöldann í rúðunetinu.
- 2 Hagkvæmari aðferð er að teikna „tóm rúðunet“ eins og í sýnidæminu neðst á bls. 78.
- 3 Einhverjir nemendur geta hugsað um tölurnar sem peninga. Dæmið $12 \cdot 7$ má leysa með því að hugsa að tókall sé margfaldaður með 7 og 2 krónupeningar einnig með 7, þ.e. $10 \cdot 7 + 2 \cdot 7$.
- 4 Aðrir nemendur geta reiknað með tölustöfum eins og lýst er hér fyrir ofan án þess að nota peninga eða rúðunet sér til hjálpar.

Þetta felur í sér að nemendur fíkra sig frá aðferð 1 hér fyrir ofan til aðferðar 2 og þaðan yfir í aðferð 3 og loks tekur aðferð 4 við. Þessi lýsing á ekki nema að litlu leyti við ákveðna nemendur og má láta þá

Sýnidæmi

Hvað eru reitirnir margir í þessu rúðuneti? Skiptu því upp og reiknaðu út.

Ég skipti $16 \cdot 6$ upp svona.

Og ég skipti þessu svona!

$60 + 36 = 96$

$48 + 48 = 96$

Í rúðunetinu eru 96 reitir.

7.24 Reiknaðu dæmin.

- a $12 \cdot 7$ b $15 \cdot 7$ c $16 \cdot 8$ d $13 \cdot 6$

Sýnidæmi

Hvað er $14 \cdot 7$?

Við teiknum mynd.

$4 \cdot 7 = 28$

$+ 10 \cdot 7 = 70$

$14 \cdot 7 = 98$

Ég þarf ekki að teikna alla litlu reitina!

78

7 • Margföldun og deiling

vinna verkefni sem lýst er í kaflanum Raunverkefni hér á eftir. Einnig getur verið gagnlegt að biðja þá að útskýra aðferðir sínar fyrir bekkjarfélögum þannig að þeir fái innsýn í skilvirkari reikningsaðferðir.

► Bls. 79

Nr. 7.25

Nemendur reikna margföldunardæmin. Tölurnar eru í stærra lagi þannig að þörf er á fljótlegri reikningsaðferðum. Það er einkar áriðandi að reikningsaðferðir nemenda þróist hægt og bitandi og að þróunin verði á forsendum þeirra. Þeir nota rúðunet og/eða peninga til að gera dæmin áþreifanleg og fíkra sig síðan smám saman yfir í aðferðir þar sem eingöngu eru notaðir tölustafir.

Nr. 7.26

Nemendur reikna margföldunardæmin og skrá svörin. Leyfið þeim að nota hjálpargögn til að gera dæmin áþreifanleg og látið þá síðan fíkra sig smám saman yfir í aðferðir þar sem eingöngu eru notaðir tölustafir.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota dagóðan tíma í að skoða hvernig einfalda má þessi margföldunardæmi með rúðuneti.

Einnig má nota peninga. Þá er tveggja stafa upphæðinni skipt upp í tókall og krónupeninga; síðan margfalda nemendur tókalla sérstaklega, svo og einingarnar.

Kennari sýnir hvernig þessar tvær leiðir tengjast saman. Ef nemendur

7.25 Reiknaðu dæmin.

- a $13 \cdot 7$ b $12 \cdot 7$ c $18 \cdot 8$ d $15 \cdot 9$
 $12 \cdot 9$ $17 \cdot 4$ $19 \cdot 6$ $13 \cdot 8$
 $14 \cdot 5$ $15 \cdot 9$ $17 \cdot 9$ $16 \cdot 7$

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $26 \cdot 5$.

Ég skipti dæminu upp svona.

5	$10 \cdot 5$	$10 \cdot 5$	$6 \cdot 5$
	10	10	6

$6 \cdot 5 = 30$
 $10 \cdot 5 = 50$
 $10 \cdot 5 = 50$
 $26 \cdot 5 = \underline{130}$

Og ég skipti dæminu upp þannig.

5	$20 \cdot 5$	$6 \cdot 5$
	20	6

$6 \cdot 5 = 30$
 $20 \cdot 5 = 100$
 $26 \cdot 5 = \underline{130}$

7.26 Reiknaðu dæmin.

- a $22 \cdot 5$ b $25 \cdot 7$ c $31 \cdot 8$ d $31 \cdot 6$
 $26 \cdot 4$ $32 \cdot 6$ $36 \cdot 5$ $33 \cdot 4$
 $31 \cdot 5$ $27 \cdot 3$ $37 \cdot 4$ $28 \cdot 7$

79

hins vegar ruglast á þessu er betra að þeir haldi sér við aðra aðferðina. Miklu skiptir að þeir fái tækifæri til að vinna mörg slík verkefni þannig að þeir geti smám saman losað sig við áþreifanleg hjálpartæki og byrjað á fljótlegri og táknrænni aðferðum.

Ef til vill er heppilegt að bíða með dæmi með tölum yfir 20.

Erfiðari verkefni

Kennari bætir 10 eða 20 við allar eins stafs tölurnar í dæmunum.

Raunverkefni

Hvað kosta vörurnar?

Búnaður: Innkaupalisti

Kennari útbýr innkaupalista með 6–10 vörum sem kosta milli 10 og 20 krónur. Ef til vill má láta nem-

endur fá erfiðari lista með vörum sem kosta upp í 50 krónur. Gefa má fyrirmæli um hvað kaupa á mörg stykki af hverri tegund. Fjöldinn á að vera milli 2 og 10.

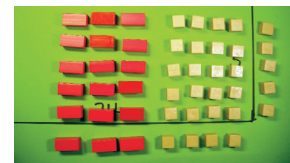
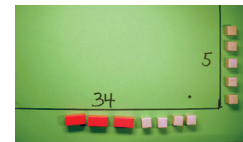
Nemendur margfalda til að finna hve mikið hver vörutegund kostar. Að lokum leggja þeir saman til að finna heildarverðið. Gott er að gera þetta í töflu:

Vara	Verð á stykki	Fjöldi	Til greiðslu
Karamella	25	6	90
Bláðra	13	4	52

Margföldun með áþreifanlegum hjálpartækjum

Búnaður: Cuisenaire-kubbar eða aðrir kubbar í mismunandi litum.

Þetta verkefni gengur út á að gera áþreifanlegt hvað gerist við margföldun. Rauðu kubbararnir tákna tugir og hvítu kubbararnir einingar. Dæmið er $34 \cdot 5$ (sjá fyrri myndina hér á eftir). Síðari myndin sýnir hvernig tugirnir þrír hafa verið margfaldaðir með 5 og út kemur 15 tugir; einingarnar fjórar hafa einnig verið margfaldaðar með 5 og út kemur 20 einingar.



Út kemur:

$$34 \cdot 5 =$$

$$150 + 20 = 170$$

Hver fær flest stig? (spil)

Búnaður: Eyðublað til að skrá stig, teningur og spilastokkur (með spilunum 9 til 14 (ás)).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvor þeirra byrjar með 10 000 stig. Þeir kasta teningnum til skiptis og draga eitt spil úr bunkanum. Töluna, sem upp kemur á teningnum, margfalda þeir með 10. Þar næst margfalda þeir þá tölu með tölunni á spilinu.

Dæmi:

Upp kemur talan 3 á teningnum. Ef hún er margfölduð með 10 kemur út 30. Síðan dregur leikmaðurinn drottningu, sem hefur gildið 12. Hann margfaldar því 30 með 12, fær út margfeldið 360 og leggur það við stigin sem hann á fyrir. Ef þetta er fyrsta umferð á leikmaðurinn 10 000 + 360 = 10360 stig. Leikmaður 2 á hins vegar að draga margfeldið, sem leikmaður 1 fékk, frá sínum stikum, þannig: 10 000 – 360 = 9 640 stig. Nú er komið að leikmanni 2 að kasta teningnum. Hann á að leggja margfeldið við stigin sín en leikmaður 1 verður að draga þau frá. Sá vinnur sem á fleiri stig eftir 10 umferðir.

Viðfangsefni

- Margföldun tveggja stafa talna
- Margföldunartöflurnar

Búnaður

- Ef til vill ljósrit af rúðunetunum á bls. 80 (ljósritunarblað 3 (Hve margir reitir?) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 80

Nr. 7.27

Nemendur reikna dæmin og skrá svörin. Látið þá nota tóm rúðunet og/eða ýmis áþreifanleg hjálpargögn en færa sig smám saman yfir í aðferðir þar sem einungis eru notaðir tölustafir.

Nr. 7.28

Nemendur finna hve margir reitir eru í rúðunetunum. Þau má fá á ljósritunarblaði 3 (Hve margir reitir?) aftast í þessari bók.

Nemendur geta notað þá aðferð að skipta rúðunetunum upp á ýmsa vegu. Notadrýgsta aðferðin er að skipta hvorri hlið rúðunetsins eða rétthyrningsins í tugi og einingar. Hér á eftir er þetta gert í tómu rúðuneti.

2	$2 \cdot 10$	$2 \cdot 8$
10	$10 \cdot 10$	$10 \cdot 8$
	10	8

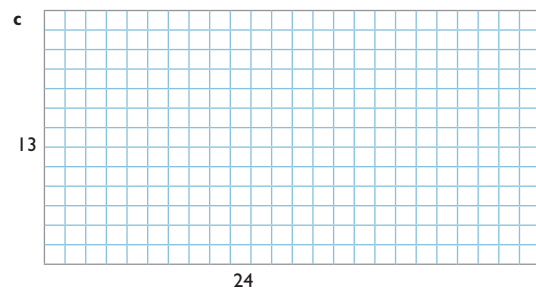
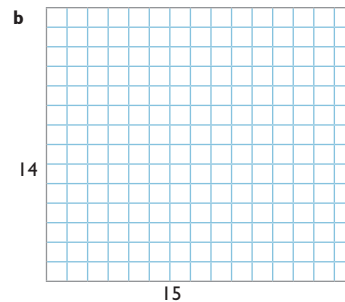
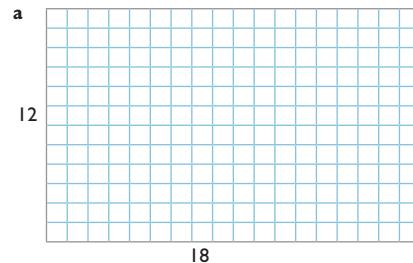
Kosturinn við þessa uppsetningu er að hún sýnir greinilega öll margföldunardæmin fjögur sem reikna þarf. Það eru sömu margföldunardæmin og reikna þarf í hinni hefðbundnu reikningsaðferð þannig að þessi uppsetning er góður undirbúningur undir þá vinnu að þróa með nemendum hagkvæma reikningsaðferð.

Ef nemendur skipta rúðunetinu upp öðruvísi er það auðvitað í góðu lagi. Kennari notar þá tækifærið til að láta nemendur útskýra aðferðir sínar hver fyrir öðrum.

7.27 Reiknaðu dæmin.

a $21 \cdot 8$ b $23 \cdot 6$ c $25 \cdot 9$
24 · 7 31 · 8 46 · 6

7.28 Hvað eru reitirnir margir? Skiptu rúðunetunum upp og reiknaðu.



80

7 • Margföldun og deiling

► Bls. 81

Sýnidæmi

Sýnidæmið sýnir hvernig leysa má margföldunardæmi með tveimur tveggja stafa tölum. Vinnan með rúðunetið er notuð sem hjálp þar eð það gefur yfirlit yfir hvaða margföldunardæmi þarf að reikna til að finna heildarmargfeldið. Með því að skera litlu búta frá (þ.e. búta þar sem einingar eru margfaldaðar) skapast brú yfir í að vinna einungis með tölur og tölustafi, þ.e. óhlutbundnari aðferðir.

Sjálfá útreikningana má gera eins og sýnt er hægra megin í sýnidæminu. Það veitir yfirlit yfir öll margföldunardæmin og ef þeim er raðað þannig hverju undir annað auðveldar það samlagninguna í lokin. Takið

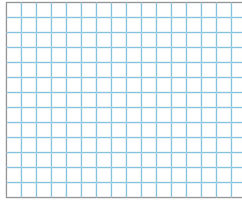
eftir að uppsetningin er nákvæm útgáfa af hinni hefðbundnu reikningsaðferð: Þar eru sömu margföldunardæmin en í hefðbundnu reikningsaðferðinni eru línur 1 og 2 sameinaðar, svo og línur 3 og 4. Hér eru útreikningarnir sýndir að fullu sem auðveldar nemendum að skilja aðferðina. Þar að auki styttr þetta leiðina yfir í hina hefðbundnu reikningsaðferð þegar nemendur kynnast henni í 6. bekk.

Nr. 7.29

Nemendur teikna tóm rúðunet og leysa margföldunardæmin. Það er auðvitað í góðu lagi ef einhverjir nemendur ráða við margföldunardæmin án þess að teikna rúðunet. Mestu máli skiptir að þeir skilji

Sýnidæmi

Hvað eru margir reitir í rúðunetinu?
Skiptu því upp og reiknaðu.



Ég skipti rúðunetinu upp svona.

10	10 · 10	10 · 6
3	3 · 10	3 · 6

10 6

Þú þarft ekki að teikna alla litlu reitina!

$$\begin{array}{r}
 3 \cdot 6 = 18 \\
 3 \cdot 10 = 30 \\
 10 \cdot 6 = 60 \\
 + 10 \cdot 10 = 100 \\
 \hline
 13 \cdot 16 = 208
 \end{array}$$

7.29 Teiknaðu rúðunet og reiknaðu dæmin.

- a $12 \cdot 14$ b $16 \cdot 15$ c $13 \cdot 11$ d $24 \cdot 12$

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $32 \cdot 11$.

Ég hugsa svona:
32 tugir og
32 einingar

$$\begin{array}{r}
 32 \\
 + 320 \\
 \hline
 352
 \end{array}$$

7.30 Þú ræður hvernig þú reiknar þessi dæmi.

- a $24 \cdot 11$ b $38 \cdot 11$ c $17 \cdot 12$ d $26 \cdot 15$

aðferðir sínar – ekki aðeins að þeir muni hvernig eigi að beita þeim.

Nr. 7.30

Nemendur leysa margföldunardæmin og nota þá aðferð eða aðferðir sem þeir kjósa sjálfir.

Auðveldari verkefni

Kennari þarf að fara vel yfir það hvernig sýna má margföldun tveggja stafa talna í rúðuneti. Betra er að nota dágóðan tíma fyrir hvert dæmi heldur en að fara í óðagoti yfir öll dæmin.

Erfiðari verkefni

Nemendur, sem ráða auðveldlega við þennan námsþátt, þurfa einnig á því að halda að vinna þessi verkefni.

Um er að ræða allflóknar reikningsaðferðir sem fela í sér kröfu um margs konar stærðfræðipækkingu. Þess vegna er mikið gagn í því að læra aðferðir og tileinka sér þær með endurtekningu.

Fá má nemendum í hendur stærra rúðunet. Áríðandi er að kynna verkefnið þannig að finna skuli fjölda reita, ekki að leysa margföldunardæmi. Rúðunetinu geta verið í eftirfarandi stærðum:

- $26 \cdot 7 =$
 $83 \cdot 8 =$
 $25 \cdot 14 =$
 $48 \cdot 16 =$

Rúðunet sem þessi má búa til í ritvinnsluforritinu Word með því að velja „Insert“, síðan „Table“ og svo

„Insert table“. Síðan er notandinn beðinn um að gefa upp fjölda dálka (Number of columns“) og raða („Number of rows“).

Raunverkefni

Fjórir í röð (spil)

Búnaður: Vasareiknir, spilapeningar í tveimur litum, spilaborð (verkefna-blad 5.51 (SPIL Fjórir í röð 2) í verkefnahefti 5a).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir velja til skiptis tvær tölur úr litla feringnum og margfalda þær saman. Þeir mega nota vasareikni ef þeir vilja en aðeins eftir að þeir hafa valið tölurnar tvær. Sé svarið á spilaborðinu og reiturinn laus leggur leikmaður spilapening í sínum lit á reitinn. Sá vinnur sem er fyrstur að fá fjóra spilapeninga í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Smám saman munu margir nemendur átta sig á að það borgar sig að hugsa fyrir fram hvaða tölur best er að velja til að hreppa töluna sem þeir vilja fá á spilaborðinu. Ef leikmaður hefur þegar fengið þrjá í röð vill hann að sjálfsögðu ná fjórða reitnum. Gerum ráð fyrir að í honum standi talan 72; leikmaður verður því að velja tvær tölur sem uppfylla það skilyrði að margfeldi þeirra er 72. Sá sem getur leyst úr þessu áður en hann velur tvær tölur hefur allmikið forskot.

Viðfangsefni

- Deiling
- Tengsl margföldunar og deilingar
- Margföldunartöflurnar

Búnaður

- Margföldunarþríhyrningar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 82

Margfalda eða deila? (spil)

Nemendur búa til margföldunar-þríhyrninga ef þeir eru ekki fyrir hendi. Búinn er til feringur á A4-blaði. Feringurinn er brotinn tvisvar þar til myndaður hefur verið feringur sem er $\frac{1}{4}$ af upphaflega blaðinu. Síðan er þessi litli feringur brotinn um hornalínuna. Þegar blaðið er opnað aftur hafa myndast litlir þríhyrningar í þeirri stærð sem hentar vel fyrir margföldunarspjöld. Nemendur skrifa tölur í hornin og plasta blaðið áður en þeir klippa þríhyrningana út.

Spjöldin eru lögð á hvolf í hrúgu á borðið á milli nemenda. Leikmenn draga til skiptis einn þríhyrning. Sá sem á leik heldur fingri yfir eina töluna og sýnir hinar tvær næsta leikmanni. Ef sá getur reiknað út hvaða tala er falin undir fingrinum fær hann spjaldið; ef hann getur ekki svarað er þríhyrningurinn settur aftur á borðið og ruglað saman við spjöldin sem fyrir eru.

Spilið heldur áfram þar til þríhyrningarnir á borðinu eru uppurnir. Sá vinnur sem hefur náð í sinn hlut flestum þríhyrningum.

Nr. 7.31

Nemendur reikna út hvaða tala er falin undir litnum og skrá viðeigandi margföldunardæmi ásamt svörum.

► Bls. 83

Sýnidæmi

Áriðandi er að sýna nemendum hvernig hugsa má á mismunandi vegu í tengslum við þessi dæmi. Einhverjir munu nota staðreynda-

Deiling

SPIL Margfalda eða deila?

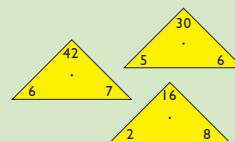
LEIKREGLUR

Búnaður: Margir margföldunarþríhyrningar.

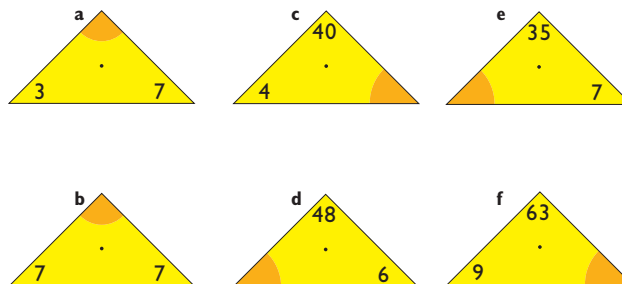
Spilið er fyrir 2–4 leikmenn.

Leikmenn setja alla margföldunarþríhyrningana á hvolf á borðið.

- Leikmenn draga til skiptis einn þríhyrning.
- Sá sem á leik heldur þumalfingrinum yfir einni tölunni og sýnir næsta leikmanni hinar tölurnar tvær.
- Geti leikmaðurinn reiknað hvaða tala er falin fellur þríhyrningurinn í hans hlut.
- Þannig heldur spilið áfram þar til allir þríhyrningarnir hafa verið teknir.
- Sá vinnur sem á flesta þríhyrninga í lokin.



7.31 Hvaða tala er falin? Skrifaðu margföldunardæmi.



82

7 • Margföldun og deiling

þekkingu í deilingu en aðrir munu breyta dæmunum í margföldunardæmi. Sumir geta notað endurtekna samlagningu og enn aðrir endurtekinn frádrátt. Látið nemendur útskýra hver fyrir öðrum hvernig þeir hugsa. Þetta á við öll verkefni á þessari blaðsíðu.

Nr. 7.32–7.34

Nemendur reikna deilingardæmin.

Nr. 7.35

Nemendur skrifa töflurnar upp og ljúka við þær. Deila á í tölurnar í miðdálkinum með 5 (eða 10) og skrá svörin í vinstri dálkin. Síðan eru tölurnar í miðdálkinum margfaldaðar með 5 (eða 10) og svörin skráð í hægri dálkin.

Nr. 7.36

Nemendur búa til að minnsta kosti þrjú deilingardæmi við hvert svar sem gefið er upp.

Auðveldari verkefni

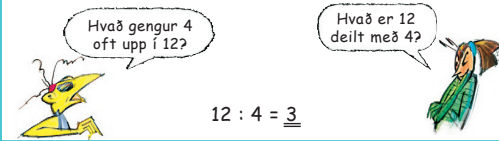
Látið nemendur þjálfa margföldunartöflurnar og leggið áherslu á tengsl margföldunar og deilingar, t.d. að $12 : 4 = 3$ vegna þess að $3 \cdot 4 = 12$.

Við verkefni 7.36 geta nemendur notað vasareikni. Þá fara þeir fyrst „öfuga leið“, þ.e. þeir búa til margföldunardæmi með 2, 3 og 4, t.d. $236 \cdot 2 = 472$; síðan skrifa þeir í reikningsheftin sín dæmið: $472 : 236 = 2$.

Reikna og skrá deilingardæmi

Sýnidæmi

Hvað er $12 : 4$?



Reiknaðu dæmin.

7.32 a $12 : 4$ b $20 : 2$ c $24 : 3$
15 : 3 27 : 3 14 : 2

7.33 a $16 : 4$ b $15 : 5$ c $24 : 6$
32 : 4 25 : 5 45 : 5

7.34 a $36 : 6$ b $40 : 8$ c $42 : 7$
48 : 6 36 : 9 48 : 8

7.35 Skrifaðu töflurnar upp og ljúktu við þær.

a	: 5		· 5	b	: 10		· 10
	2	10	50		2	20	200
		20				40	
		25				70	
		50				100	
		60				160	

7.36 Búðu til að minnsta kosti þrjú deilingardæmi þar sem svarið er

a 2 b 3 c 4 d 5

83

Hugmyndir og athugasemdir

Erfiðari verkefni

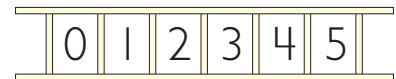
Látið nemendur búa til margföldunarþríhyrninga með stærri tölum. Kennari getur einnig beðið þá að búa til dæmi af erfiðari toga þar sem svörin í verkefninu neðst á bls. 83 eiga að vera 2, 3, 4 og 5.

Raunverkefni

Hvað er afgangur? (spil)

Búnaður: Tveir teningar

Leikmenn spila saman í litlum hópum. Hver leikmaður býr sér til stiga og skrifar á hann tölurnar 0–5.



Því næst kasta þeir til skiptis tveimur teningum og búa til tveggja stafa tölu með tölunum sem upp koma. Ef leikmaður fær 1 og 4 getur hann annaðhvort myndað töluna 14 eða 41. Síðan deilir hann með 6 í töluna, sem varð fyrir valinu, og finnur hvað verður afgangur. Hafi leikmaðurinn t.d. valið 14 verður deilingardæmið $14 : 6 = 2$, afgangur 2. Leikmaðurinn krossar nú yfir töluna 2 í stiganum sínum. Ef leikmaður hefði valið 41 hefði afgangurinn orðið 5 og leikmaður hefði þá krossað yfir töluna 5 í stiganum. Sá vinnur sem er fyrstur að krossa yfir alla reitina í stiganum sínum.

Í spilinu má hafa þá reglu að deila með annarri tölu en 6. Þá þarf ýmist að stytta eða lengja stigann því í honum verða að vera jafn margir reitir og talan, sem deilt er með, segir til um; reitirnir eru þá merktir með tölunum 0 og áfram.

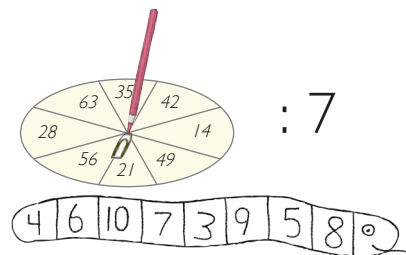
Fylla slönguna (spil)

Búnaður: Spilaskífa og teikning af slöngu (ef til vill verkefnablað 5.52 (*Tóm slanga*) í verkefnahefti 5a handa hverjum leikmanni). Tóm spilaskífa er á verkefnablaði 5.24 (*Tóm spilaskífa með 8 svæðum*) í sama verkefnahefti.

Nemendur skrifa tölur í reiti spilaskífunnar, t.d. svörin í 7-töflunni (7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84).

Skipta þarf slöngunni upp í reiti (ef verkefnablað 5.52 er ekki notað). Leikmenn velja af handahófi tölur milli 1 og 12 og skráð þær í reitina á slöngunni sinni. Leikmaður snýr nú bréfastemmunni á spilaskífunni og deilir í töluna, sem bréfastemman lendir á, með 7. Síðan

finnur hann reit á slöngunni sinni með réttu svari og litar hann. Sá vinnur sem er fyrstur að lita alla reitina á slöngunni sinni.



Afbrigði af þessu spili er að skrifa tölur úr fleiri margföldunartölum á spilaskífunna. Þá velur leikmaður sjálfur með hvaða tölu hann vill deila til að fá út tölurnar á slöngunni.

Viðfangsefni

- Tengsl margföldunar og deilingar
- Deiling sem endurtekinn frádráttur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 84

Nr. 7.37

Nemendur skrifa dæmin upp og ljúka við reikniþríhyrningana. Biðjið þá að búa til reikningssögur sem passa við hin mismunandi dæmi. Það mun draga enn betur fram í dagsljósið tengslin milli margföldunar og deilingar.

- Getið þið búið til orðadæmi sem passa við $3 \cdot 5$? (Til dæmis: 3 börn fá 5 krónur hvert. Hve mikið fá þau samtals?)
- Hvernig hljóðar samsvarandi orðadæmi ef dæmið er $15 : 3$? (15 krónum er skipt milli þriggja barna. Hve mikið fær hvert þeirra?)
- Getur einhver fundið hvernig orðadæmið hljóðar ef dæmið er $15 : 5$? (15 krónum er skipt milli nokkurra barna. Hvert þeirra fékk 5 krónur. Hve mörg voru börnin?)

Nr. 7.38

Nemendur eiga að finna hve marga turna af ákveðinni hæð má búa til úr tilteknum fjölda kubba.

Gott er að kennari sýni nemendum fram á tengslin við endurtekinn frádrátt með því að spyrja þá hve margir kubbar verði eftir þegar 1 turn, 2 turnar o.s.frv. hafa verið byggðir.

Sýnið nemendum einnig fram á tengslin við endurtekna samlagningu og við margföldun: Turnarnir í sýnidæminu verða 10 talsins vegna þess að heildarfjöldi kubba er 70 kubbar ef 7 kubbar eru lagðir saman 10 sinnum, $10 \cdot 7 = 70$.

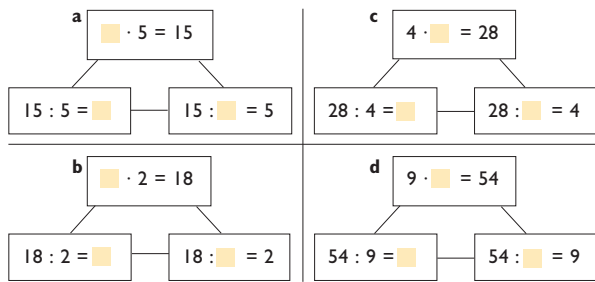
► Bls. 85

Nr. 7.39

Nemendur eiga að leysa orðadæmin. Dæmin ýta undir deilingu

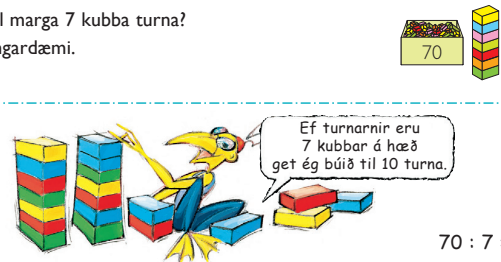
Deilingardæmi

7.37 Hvaða tölur vantar?

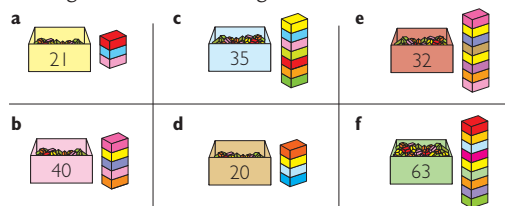


Sýnidæmi

Hvað getur þú búið til marga 7 kubba turna?
Skráðu það sem deilingardæmi.



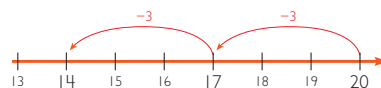
7.38 Hvað geturðu búið til marga turna?



84

7 • Margföldun og deiling

sem endurtekinn frádrátt. Kennari getur teiknað á töfluna snæri (eins konar talnalínu) og sýnir hvernig „klippa má flugdrekaahalana niður“ með því að hoppa aftur á bak eftir talnalínunni.



Svarið við b-lið verður þá fjöldi hoppa. Það er mjög gott ef nemendur geta gert þetta á tómri talnalínu, þ.e. án annarra talna á talnalínunni en þeirra sem þeir lenda á í hverju hoppi. Nemendur geta að sjálfsgöðu einnig losað sig við talnalínuna og skrifað tölurnar sem talnarunu:

20 → 17 → 14 → 11 → 8 → 5 → 2

Nr. 7.40–7.42

Nemendur finna hve marga dreka-hala er hægt að búa til úr snærinu í hverju verkefni. Til að koma endurteknum frádrætti að getur kennari spurt hve mikið snæri er eftir þegar búið er að klippa búta í 1, 2, 3 o.fl. dreka-hala. Gott er að gera þetta við fyrsta eða tvö fyrstu verkefni. Síðan geta nemendur leyst dæmin, sem eftir eru, á eigin spýtur. Biðjið nemendur að skrifa hve mikið snæri er ef til vill eftir í lokin.

Auðveldari verkefni

Kennari sýnir nemendum hvernig endurtekinn frádráttur má sýna á talnalínu, sjá talnalínumyndina hér á undan, og látið þá leysa dæmin á þann hátt.



- 7.39** Markús þarf að klippa snæri í flugdrekahala. Hver hali á að vera 3 m á lengd. Snærið er 20 m.
- Hvað er eftir af snærinu þegar Markús hefur klippt af því í
 - 2 hala?
 - 4 hala?
 - Hve marga drekahala, sem eru 3 m á lengd, getur hann búið til úr snærinu?
 - Hve mikið snæri er þá afgang?

- 7.40** Hve marga þriggja metra drekahala er hægt að búa til úr

- | | |
|--|--|
| a 15 m  | c 27 m  |
| b 22 m  | d 34 m  |

- 7.41** Hve marga 5 m drekahala er hægt að búa til úr

- | | |
|--|--|
| a 20 m  | c 38 m  |
| b 26 m  | d 56 m  |

- 7.42** Hve marga 6 m drekahala er hægt að búa til úr

- | | |
|--|--|
| a 18 m  | c 42 m  |
| b 32 m  | d 58 m  |

85

Hugmyndir og athugasemdir

Þættir (spil)

Búnaður: Spilastokkur.

Hver leikmaður fær sex spil. Fyrsti leikmaður margfaldar saman tvö af sínum spilum og segir svarið. Það er markmiðstalan sem allir reyna að búa til í þessari umferð.

Hver leikmaður velur þau af spilunum sínum, sem eru þáttur í markmiðstölunni, og leggur þau á borðið öllum til sýnis. Ef markmiðstalan er 36 geta allir sem eru með 1 (ás), tvíst, þrist, fjarka, sexur, níur og 12 (drottningu) lagt þau spil á borðið. Hver leikmaður reiknar stigin sín með því að leggja saman öll spilin sem hann lagði niður. Summan er lögð við þá stigasummu sem leikmaðurinn átti fyrir.

Öllum spilunum er nú safnað saman, þau stokkuð og sex spil eru aftur gefin hverjum leikmanni. Sá vinnur sem er fyrstur að fá meira en 100 stig.

Afbrigði af þessu spili er að spila ákveðinn fjölda umferða, t.d. tíu, eða í fyrir fram ákveðinn tíma. Þá vinnur sá sem er með flest stig.

Erfiðari verkefni

Heilabrot

Á verkefnablöðum, 5.40a og b (Hve mikið af ávöxtum og Er pitsa afgang?), 5.41 (Tjaldferð), 5.54–5.60 (Upp á toppinn, Kínamúrinn, Anakondaslangan, Peningagátur, Sparnaður, Sælgætið hennar ömmu og Gátur um sælgæti og bakpoka), öll í verkefnahefti 5a, og 5.188 og 5.189 (Orðadæmi 3 og 4) eru ýmis heilabrot þar sem nota þarf deilingu.

Raunverkefni

Síðastur að fá 1 (spil)

Búnaður: Blýantur og pappír.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Það gengur út á að forðast að fá töluna 1. Hvor leikmaður skrifar niður slétta tölu og síðan eru þær lagðar

saman. Summa þeirra er byrjunartalan. Síðan deila leikmenn til skiptis í töluna þar til annar þeirra fær töluna einn. Sá tapar spilinu.

Dæmi: Leikmaður 1 velur 26 og leikmaður 2 velur 22. Byrjunartalan verður þá 48.

Leikmaður 1 deilir með 2 og fær 24.

Leikmaður 2 deilir með 3 og fær 8.

Leikmaður 1 deilir með 4 og fær 2.

Leikmaður 2 getur aðeins deilt með 2 og fær 1 og hefur þar með tapað spilinu.

Þættir á fullri ferð (spil)

Nemendur geta spilað spilið á bls. 71 í nemendabók nokkrum sinnum.

Viðfangsefni

- Deiling og tengsl við margföldun
- Orðadæmi, stærðfræði úr daglegu lífi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 86

Nr. 7.43

Nemendur búa til tveggja stafa tölur með því að raða saman tölum á rauðu spilunum. Síðan deila þeir í þá tölu með tölu af svörtu spili. Þannig búa þeir til deilingardæmi þar sem svörin í a-lið verða 6, 7, 3 eða 5. Í b-lið búa þeir á samsvarandi hátt til deilingardæmi með svörunum 8, 14, 15 eða 18.

Nr. 7.44

Nemendur skipta spilum í spila-stokk milli tveggja, þriggja, fjögurra og fimm leikmanna. Hve mörg spil fær hver og hve mörg spil verða afgang?

► Bls. 87

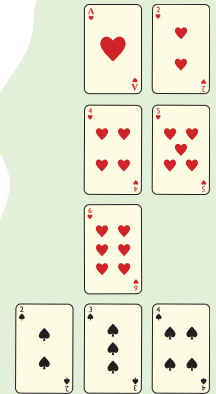
Nr. 7.45

Nemendur leysa orðadæmið. Mælt er með að þeir skrái útreikningana án þess að tilgreint sé hvað tölurnar tákna en í lokin skrifi þeir svarið í einni málsgrein. Tilgangurinn með þessu er að nemendur tengi svarið við hinar hversdagslegu aðstæður sem lýst var í byrjun. Margir nemendur munu reikna þetta í huganum þannig að þeir þurfa ekki að skrá útreikningana til að finna svarið. Bendið nemendum á að ritun í stærðfræði þjónar tvenns konar tilgangi: Sumir skrá útreikningana niður til að gera lausn verkefna og þrauta auðveldari. Aðrir skrifa útreikninga til að annað fólk geti skilið hvernig reiknað var og hvers vegna svarið er rétt. Það er gagnlegt að geta útskýrt útreikningana fyrir bekkjarfélögum bæði munnlega og skriflega.

- 7.43** Veldu tvö af rauðu spilunum og búðu til úr þeim eina tölu. Til dæmis getur þú notað  og  til að búa til töluna 12 eða 21.



Deildu í töluna með einu af svörtu spilunum, t.d. .



- a** Notaðu spilin og búðu til deilingardæmi þar sem svarið er
- 6 • 7 • 3 • 5
- b** Notaðu spilin og búðu til deilingardæmi þar sem svarið verður
- 8 • 14 • 15 • 18

- 7.44** Það eru 52 spil í spilastokki. Hve mörg spil fær hver leikmaður ef spilunum er skipt milli

- a** tveggja leikmanna?
b þriggja leikmanna?
c fjögurra leikmanna?
d fimm leikmanna?



Nr. 7.46

Nemendur leysa orðadæmin. Mælt er með að nemendur skrifi útreikningana án þess að tilgreint sé hvað tölurnar tákna en að þeir skrifi hins vegar svarið í einni málsgrein.

Auðveldari verkefni

Gott er að nota peninga til að sýna deilingu. Kennari reynir einnig að sýna nemendum hvernig margföldun og deiling tengjast þannig að þeir geti notfært sér þekkingu í margföldunartölum til þess að deila.

Í verkefni 7.43b eru svörin nokkuð þung. Gott getur verið að nemendur hjálpist að við að leysa þau.

Verkefni 7.44 má leysa á áþreifanlegan hátt með því að nota spila-stokk.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að finna öll deilingardæmi, sem hægt er að búa til með spilunum efst á blaðsíðunni með svörunum í dæmi 7.43. Látið þá rökstyðja að þeir hafi fundið alla möguleikana. Líklega er best að gera það með því að fara skipulega í gegnum þá alla.

Hægt er að búa til 20 mismunandi tölur með rauðu spilunum og deila má í flestar þeirra með tölunum 2, 3 og 4. Í hverjar er ekki hægt að deila?

Orðadæmi í margföldun og deilingu

Sýnidæmi

Eva er að selja ávaxtasafa. Hún tekur 5 krónur fyrir glasið.
Hún er búin að selja 8 glös.
Hve margar krónur hefur hún unnið sér inn?



$$8 \cdot 5 = 40$$

Hún hefur unnið sér inn 40 krónur.

7.45 Hve mörg glös þarf Eva að selja til að fá 60 krónur?

$$60 : 5 = \square$$

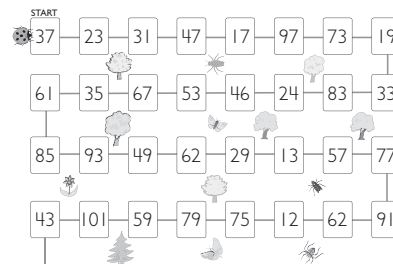
Hún þarf að selja $\square$ glös.



- 7.46 a Níu börn fara í Tívoli í Kaupmannahöfn. Aðgangurinn fyrir þau öll kostar 72 danskar krónur. Hvað þarf hvert barn að borga?
- b Inni í Tívoli kaupa öll börnin níu einn ís hvert. Hver ís kostar 6 danskar krónur. Hvað kostar ísinn alls?
- c Fjögur börn prófa pílukast. Þau borga 15 danskar krónur hvert. Hve mikið borga þau samtals.
- d Átta af börnunum kaupa sér blöðru. Þær kosta 64 danskar krónur samtals. Hvað kostar einn blaðra?

87

5.44 (Spilaskífa fyrir kapphlaup með afgangum), bæði í verkefnahefti 5a.

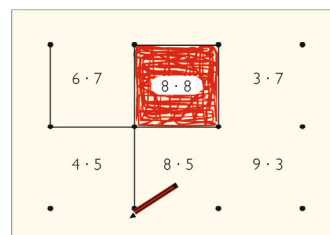


Leikmenn eiga að deila með tölunni, sem þeir fá á spilaskífunni, í töluna sem er á spilaborðinu. Síðan flytja þeir spilapeninginn áfram um eins marga reiti og afgangurinn úr deilingardæminu segir til um.

Búa til ferninga (leikur)

Búnaður: Punktablað með punktum með 3ja cm millibili. Deilingardæmi eru skráð milli fjögurra punkta. Nota má verkefnablað 5.47 og 5.48 (Búa til ferninga 1 og 2) þar sem búið er að skrifa deilingardæmin í bilin eða verkefnablað 5.49 (Punktablað) þar sem bilin milli punktanna eru tóm. Verkefnablöðin, sem eru í verkefnahefti 5a, geyma tvö misþung afbrigði af spilu.

Leikmenn draga strik milli tveggja punkta á blaðinu til skiptis. Sá sem dregur síðasta strikið kringum deilingardæmi (býr til ferning) á að reikna dæmið inni í ferningnum. Ef svarið verður rétt má leikmaðurinn lita reitinn í sínum lit. Sá vinnur sem á flesta reiti í lokin.



Heilabrot

Á kaffihúsi:

Nokkrir vinir eru á kaffihúsi. Allir kaupa það sama. Þeir borga samtals 650 kr. Verð varanna sem þeir geta keypt er:

Gos kostar 70 kr. og kexkaka 30 kr.

Hvað pöntuðu þeir og hvað voru vinirnir margir?

Lausn:

Vinirnir voru 5 talsins og keyptu fyrir 130 kr. hver. Þeir keyptu því eina gosflösku og tvær kexkókur hver.

Ath. Verkefnið má einfalda með því að taka 0 aftan af tölunum.

Raunverkefni

Heilabrot

Á verkefnablöðum 5.40a og b (Hve mikið af ávöxtum? og Er pítsa afgangs?), 5.41 (Tjaldferð), 5.54–5.60 (Upp á toppinn, Kinamúrinn, Anakondaslangan, Peningagátur, Sparnaður, Sælgætið hennar ömmu og Gátur um sælgæti og bakþoka), öll í verkefnahefti 5a, og 5.188 og 5.189 ((Orðadæmi 3 og 4) eru ýmis heilabrot þar sem nota þarf deilingu.

Kapphlaup með afgangum (spil)

Búnaður: Spilaborð, spilapeningur, spilaskífa.

Spilaborðið má fá á verkefnablaði 5.43 (Kapphlaup með afgangum) og spilaskífuna á verkefnablaði

Viðfangsefni

- Deiling í þriggja stafa tölur
- Orðadæmi, stærðfræði úr daglegu lífi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 88

Sýnidæmi

Í dæminu á að skipta peningum jafnt milli þriggja barna. Þetta má gera á marga mismunandi vegu. Því er rétt að leyfa nemendum finna eigin aðferðir til þess.

Einhverjir nemendur geta notað aðferðina „giska og kanna málið“, þ.e. að giska á svarið og kanna síðan hvort það er rétt. Kennari giskar t.d. á 50 kr. Það verða þá $3 \cdot 50 = 150$, þ.e.a.s. of mikið. Þá giskar kennari á 40 kr. Það verða $3 \cdot 40 = 120$, þ.e.a.s. 12 krónum of lítið. $12 : 3 = 4$; ef hann giskar á 44 fær hann út að $3 \cdot 44$ er jafnt og $3 \cdot 40 + 3 \cdot 4$ sem samtals er jafnt og 132.

Einnig má nota önnur form deilingar eins og í sýnidæminu. Ef nemendur gera það skiptir miklu að þeir fái að skipta með tölum sem þeir velja sjálfir og í þeirri röð sem þeir vilja. Einhverjir munu byrja með eins stórar tölur og hægt er, þ.e. 40 kr. eins og hægra megin í sýnidæminu. Þá er búið að skipta 120 kr. og eftir eru 12 kr. til skiptanna. Aðrir munu byrja á lægri upphæðum, t.d. 10 kr. Þá hverfa 30 úr pottinum og 102 kr. eru til skiptanna. Báðar aðferðirnar eru að sjálfsögðu réttar. Þeir sem skipta lægri upphæðum fá léttari margföldunardæmi en fleiri frádráttardæmi og gera þetta í fleiri skrefum. Smám saman er stefnt að því að nemendur finni hvaða tölum er heppilegt að skipta þannig að útreikningarnir verði sem auðveldastir.

Biðjið nemendur að útskýra aðferðir sínar hver fyrir öðrum, annars vegar til þess að þeir öðlist betri skilning á eigin aðferðum og annarra og hins vegar til að fá ábendingar eða vísbendingar um hvernig megi gera eigin aðferðir skilvirkari. Eitt hið gagnlegasta í byrjun er að finna hvernig gera má útreikningana þannig úr garði að

Sýnidæmi

Þrjú börn skipta milli sín 132 krónum. Hve margar krónur fær hvert barn?



Ég hugsa þannig:

132 : 3	
- 30	10
102	
- 30	10
72	
- 30	10
42	
- 30	10
12	
- 12	4
0	44

Ég lét hvern hafa 10 krónur. Þá er búið að skipta 30 kr.

Síðan lét ég hvern hafa 10 krónur nokkrum sinnum.



Ég hugsa svona:

132 : 3	
- 120	40
12	
- 12	4
0	44

Ég byrja með 40 krónur handa hverjum!

Og síðan 4 kr. handa hverjum.

Hvert barn fær 44 krónur.

- 7.47** Þrjú börn vinna fyrir nágrannana. Fyrir það fá þau 465 krónur. Þau skipta peningunum jafnt. Hvað fær hvert þeirra?

- 7.48** Fjögur börn eiga að skipta jafnt 144 krónum. Hvað fær hvert þeirra?



88

7 • Margföldun og deiling

auðvelt sé að hafa yfirsýn yfir hvernig lausn dæmisins fleygir fram. Með því að skipta upphæð eins og gert er í sýnidæminu felst í deilingunni tvenns konar reikningur: Annar til að finna hve miklu er skipt milli einstaklinganna og hinn til að finna hvaða upphæð er eftir í pottinum til skiptanna hverju sinni.

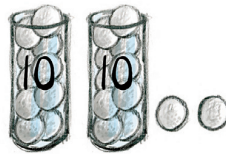
Með þessari aðferð nálgast maður smám saman hina „hefðbundnu“ aðferð í deilingu. Í 6. bekk munu nemendur nota kostina við það að geta skipt eins hárrí upphæð og hægt er í byrjun (til að sleppa við að draga oft frá), skrifa þannig skiptinguna í eins fáum þrepum og hægt er. Hér er því verið að byggja brú milli aðferða nemenda og hinnar hefðbundnu reikningsaðferðar. Þess

vegna er reikningsaðferð nemendabókarinnar þýðingarmikill grunnur fyrir nemendur til að þeir geti lært hefðbundnu reikningsaðferðina með skilningi.

Nr. 7.47

Nemendur skipta peningunum jafnt milli þriggja barna. Þetta má gera á mjög marga mismunandi vegu þannig að rétt er að leyfa nemendum að finna eigin aðferðir til þess, t.d. með því að „giska og kanna málið“ eða með því að láta hvern einstakling hafa minni upphæðir í einu í áföngum. Einhverjir nemendur munu byrja að láta hvern hafa háar upphæðir, t.d. 100 kr. Þá hverfa 300 kr. úr pottinum og eftir eru 165 kr. til skiptanna. Aðrir nemendur

- 7.49** Í Stóraskóla eiga 90 nemendur að byrja í 4. bekk.
Hve margir verða í hverri bekkjardeild ef nemendum verður skipt í
- a 2 bekkjardeildir?
 - b 3 bekkjardeildir?
 - c 5 bekkjardeildir?



- 7.50** Fjórir kylfingar eiga
að skipta 150 golfkúlum.
Hve margar kúlur fær hver?

- 7.51** Fimm systkini fá 600 frímerki að gjöf
frá frænda sínum. Þau eiga að skipta
frímerkjunum jafnt á milli sín.
Hve mörg frímerki fær hvert þeirra?



- 7.52** Nornahópurinn safnaði 216 karamellum
á öskudaginn.
Í hópnum voru 8 krakkar.
Hve margar karamellur fékk hver krakki?

- 7.53** Í skóla nokkrum eru 190 börn. Þau eiga að fara með
rútum í skólaferðalag og skipta sér jafnt á 5 rútur.
Hve mörg börn verða í hverri rútu?

- 7.54** Bók er 255 blaðsíður. Egill ætlar að lesa hana
á þremur dögum.
Hann les jafn margar blaðsíður dag hvern.
Á hvaða blaðsíðu byrjar hann
- a á öðrum degi?
 - b á þriðja degi?

89

munu byrja á litlum upphæðum, t.d. 10 kr. Þá hverfa 30 kr. úr pottinum og eftir eru 435 kr. Áriðandi er að nemendur skrái útreikningana yfir það sem skipt er og það sem eftir er til skiptanna á skipulegan hátt. Það má t.d. gera eins og eftirfarandi útreikningar sýna (en byrjað er á því að láta hvern einstakling hafa 20 kr., því næst 1 kr.)

465 : 3	
60	20
405	
3	1
402	
300	100
102	
90	30
12	
12	4
0	155

Nr. 7.48

Skipta má peningunum jafnt milli fjögurra barna á ýmsa vegu. Til viðbótar þeim aðferðum, sem nefndar eru hér á undan, geta nemendur helmingað töluna tvisvar ($144 : 2 = 72$; $72 : 2 = 36$).

► Bls. 89

Nr. 7.49

Nemendur leysa deilingardæmin. Biðjið þá að útskýra lausnleiðir sínar hver fyrir öðrum og fylgist með hvernig þeir notfæra sér staðreyndabekkingu sína á tölum og reikningi:

- $90 : 2$ er 45 vegna þess að $45 + 45 = 90$
- $90 : 3$ er 30 vegna þess að 90 er 9 tugir og $9 : 3 = 3$

- $90 : 5 = 18$ vegna þess að $100 : 5$ er 20 og 90 er tveimur fimmum minna en 100.

Nr. 7.50–7.54

Nemendur leysa orðadæmin. Biðjið nemendur þá að segja til um hvað þeir vilja gera við afganginn.

Auðveldari verkefni

Kennari tengir deilinguna á bls. 88 við á peninga. Ef nauðsyn krefur má fá nemendum í hendur kennslu-peninga (sjá verkefnablöð 5.182 og 5.183 (*Myntir og Myntir og seðlar*)). Til reiðu þurfa að vera ýmsar myntir og peningaseðlar þannig að þeir geti smám saman skipt hærri upphæðum í lægri sem passa betur við dæmið hverju sinni. Til dæmis geta nemendur byrjað á fyrra dæminu á bls. 88 með því að láta hvern einstakling hafa 100 krónur. Síðan geta þeir skipt hundraðkalli í tvo fimmtiukalla þannig að láta má hvern hafa fimmtiukall. Að lokum geta þeir skipt tíkalli í tvo fimmkalla þannig að einn fimmkall sé til handa hverjum.

Noti nemendur áþreifanleg hjálpartæki er mikilvægt að þeir reyni eftir á að skrifa og teikna hvernig þeir leystu dæmin.

Erfiðari verkefni

Kennari breytir tölunum í dæmunum á bls. 89 í fjögurra stafa tölur.

Raunverkefni

Búa til deilingardæmi

Nemendur búa til deilingardæmi með spilum, sbr. verkefni 7.43 á bls. 86, en að þessu sinni búa þeir til þriggja stafa tölur sem deilt er í með tölunum á svörtu spilunum.

Þættir og margfeldi (spil)

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablöð 5.179 (*Hundraðtafla*)).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Annar velur sér slétta tölu á spila-brettinu og krossar yfir hana með sínum lit. Hinn á að velja tölu sem er annaðhvort þáttur í fyrrnefndu tölunni eða margfeldi af henni.

Þetta spil er afbrigði af spílinu Þættir á fullri ferð á bls. 71.

Viðfangsefni

- Deiling með tveggja stafa tölum í þriggja stafa tölur
- Orðadæmi, stærðfræði úr daglegu lífi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 90

Nr. 7.55

Nemendur leysa orðadæmin. Deilingardæmin fela í sér endurtekinn frádrátt þar sem spurt er t.d. hve oft 5 gengur upp í 400. Dæmin í a-, b- og c-lið beina nemendum að aðferðinni sem notuð var á opnunni á undan.

$$\begin{array}{r} 400 : 5 \\ \underline{50} \quad 10 \\ 350 \\ \underline{80} \quad 16 \\ 270 \end{array}$$

Tíu vatnsfötur samsvara 50 lítrum. Þá vantar 350 lítra upp á að fiskabúrið verði fullt. Með 16 vatnsfötum í viðbót, þ.e. 80 lítrum, vantar 270 lítra til að fylla fiskabúrið. Nemendur halda áfram og fara mismunandi leiðir til að svara d-lið, t.d.:

$$\begin{array}{r} 400 : 5 \\ \underline{50} \quad 10 \\ 350 \\ \underline{80} \quad 16 \\ 270 \\ \underline{70} \quad 14 \\ 200 \\ \underline{100} \quad 20 \\ 100 \\ \underline{100} \quad 20 \\ 0 \quad 80 \end{array}$$

Einhverjir nemendur munu geta reiknað d-lið í huganum með því að hugsa þannig: $5 \cdot 8$ eru 40. Þá þarf $10 \cdot 8$ fötur (þ.e. 80 fötur) til að fylla upp í 400. Þessi aðferð er auðvitað í fínu lagi.

Loks finna nemendur hve margar 7-litra fötur þarf til að fylla fiskabúrið.

Nr. 7.56

Nemendur finna hve margar 12-litra fötur þarf til að fylla fiskabúr sem tekur 750 lítra.

- 7.55** Eva keypti fiskabúr sem tekur 400 lítra af vatni. Hún fyllir það með því að nota 5 lítra fötu. Hún hellir 10 fötum af vatni í fiskabúrið.



- Hve mörgum lítrum af vatni er hún þá búin að hella í búrið?
- Hve marga lítra vantar upp á að búrið sé fullt?
- Eva hellir 16 vatnsfötum í viðbót. Hve marga lítra vantar nú upp á að búrið sé fullt?
- Hve mörgum vatnsfötum þarf hún að bæta við til að fylla búrið?
- Eva er búin að hreinsa fiskabúrið og þarf að fylla það að nýju. Nú notar hún fötu sem tekur 7 lítra. Hve margar slíkar vatnsfötur þarf til að fylla búrið?



- 7.56** Geir á fiskabúr sem tekur 750 lítra af vatni. Hann notar 12 lítra fötu og hellir 20 sinnum úr henni í búrið.



- Hvað er hann þá búinn að hella miklu vatni í búrið?
- Hve marga lítra vantar þá til að fylla búrið?
- Hve margar vatnsfötur þarf þá til að fylla búrið?

► Bls. 91 Upprifjun

Upprifjun

Kennari rifjar sameiginlega upp með nemendum þá námsþætti sem fengist hefur verið við í þessum kafla og hvað þeir hafa lært af nýju efni. Reynið að fá nemendur til að útskýra og koma með dæmi um mismunandi aðferðir í margföldun og deilingu.

Auðveldari verkefni

Farið með nemendum yfir deilingardæmið um að fylla fiskabúr skref fyrir skref. Látið þá velja úr hve mörgum fötum þeir vilja hella í hverju skrefi. Í hvert sinn þurfa þeir að:

- hafa yfirlit yfir úr hve mörgum fötum er hellt,

- reikna út hve mikið vatn það er hverju sinni,
- reikna út hve marga lítra vantar upp á að fylla fiskabúrið.

Í lokin leggja þeir saman fjölda fatna.

Nemendur geta teiknað sér til hjálpar eftir því sem útreikningunum fleygir fram en gott er ef þeir geta smám saman látið nægja að nota einungis tölustafi. Þeir geta valið fáar fötur í einu en þá þarf oftast að draga frá. Kennari reynir að fá nemendur til að notfæra sér staðreyndabekkingu á margföldunar-töflum sem þeir hafa á valdi sínu. Það er til dæmis auðvelt að taka 10 fötur í einu.

Mikilvægt er að nemendur noti nægan tíma fyrir verkefni 7.55 þann-

Margföldun

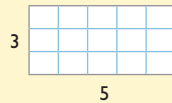
Við margföldum þegar við

- erum með jafn stór söfn



$$3 \cdot 4 = 12$$

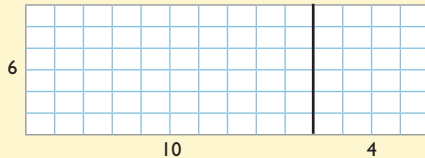
- höfum rúðunet



$$5 \cdot 3 = 15$$

Þegar við margföldum tveggja stafa tölu er hægt að skipta tveggja stafa tölunni upp.

$$14 \cdot 6$$



$$4 \cdot 6 = 24$$

$$10 \cdot 6 = 60$$

$$14 \cdot 6 = 84$$

Deiling

Þegar við deilum safni

- er fyrir fram ákveðið **hve margir** eiga að fá úr safninu og allir fá jafnt.

Hvað fær hver krakki?



$$12 : 3 = 4$$

- er fyrir fram ákveðið **hve marga hluti** hver og einn á að fá úr safni og allir eiga að fá jafnt.

Hve margir verða eggjabakkarnir?



$$18 : 6 = 3$$

ig að tryggt sé að þeir skilji útreikningana. Það er ekkert stórmál þótt þeir nái ekki að reikna dæmið í e-lið eða verkefni 7.56.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Kapphlaup með afgangum (með spilastokki)

Búnaður: Spilastokkur með spilunum 1–9 eða teningar.

Nemendur spila saman tveir og tveir eða í smáhópum. Þeir búa til „braut“ úr um það bil 20–40 reitum frá byrjunarreit í mark.

Byrjunar-reitur			...		Mark
-----------------	--	--	-----	--	------

Leikmenn leggja spilapeninga, hver í sínum lit, á byrjunarreitinn. Þeir ákveða hvaða margföldunartöflu skal nota, t.d. 5-töfluna. Því hærri margföldunartafla sem valin er því lengri þarf brautin að vera.

Hver leikmaður dregur tvö spil, raðar tölunum saman og býr til tveggja stafa tölu. Nú deilir hann í töluna með 5 og finnur afganginn. Ef hann dregur t.d. 2 og 6 getur hann búið til 26; $26 : 5 = 5$ og afgangur er 1. Hinn möguleikinn er að búa til töluna 62; $62 : 5 = 12$ og afgangur er 2. Leikmaður flytur spilapening sinn um eins marga reiti og afgangurinn segir til um. Í þessu tilviki borgar sig því að mynda töluna 62 frekar en 26.

Sá vinnur sem er fyrstur í mark.

Hugmyndir og athugasemdir

Viðfangsefni

- Margföldun og deiling með eins stafs og tveggja stafa tölum
- Margföldunartöflurnar
- Orðadæmi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 92 Próf

Nr. 1

Nemendur leysa margföldunar-dæmin.

Nr. 2

Nemendur leysa deilingardæmin.

Nr. 3

Nemendur leysa orðadæmin. Þeir skrifa þau sem talnadæmi og skrá svarið í einni setningu.

► Bls. 93 Próf, framhald

Nr. 4

Nemendur finna fjölda reita í rúðunetunum.

Nr. 5

Nemendur leysa margföldunar-dæmin.

Nr. 6

Nemendur skipta peningunum jafnt milli þriggja barna. Leyfið nemendum að leysa dæmið og skrá útreikningana á þann hátt sem þeir kjósa.

Nr. 7

Nemendur eiga að skipta peningunum í jafnháa stafla með 8 í hverjum.

Nr. 8

Nemendur leysa deilingardæmin.

Auðveldari verkefni

Leyfið nemendum að nota rúðunet eða reikna með peningum til að leysa dæmin með tveggja og þriggja stafa tölum.

Próf

1 Reiknaðu dæmin.

a $5 \cdot 2$
 $6 \cdot 3$
 $9 \cdot 3$
 $3 \cdot 4$

b $7 \cdot 5$
 $4 \cdot 6$
 $8 \cdot 6$
 $10 \cdot 7$

c $9 \cdot 5$
 $7 \cdot 7$
 $4 \cdot 9$
 $9 \cdot 8$

2 Reiknaðu dæmin.

a $12 : 2$
 $18 : 2$
 $21 : 3$
 $16 : 4$

b $24 : 3$
 $30 : 5$
 $42 : 6$
 $60 : 6$

c $28 : 7$
 $56 : 8$
 $45 : 9$
 $63 : 9$

3 Búðu til dæmi og reiknaðu þau.

a Stelpa keypti fjórar litlar blöðrur. Þær kostuðu 6 krónur stykkið. Hvað þarf stelpa að borga?

b Strákur kaupir sex stórar blöðrur. Þær kosta 9 krónur stykkið. Hvað þarf strákurinn að borga?

c Fin frú kaupir litlar blöðrur. Hún borgar 72 krónur alls. Hvað keypti hún margar blöðrur?

d Flottur karl kaupir sjö litlar og sjö stórar blöðrur. Hvað þarf hann að borga?

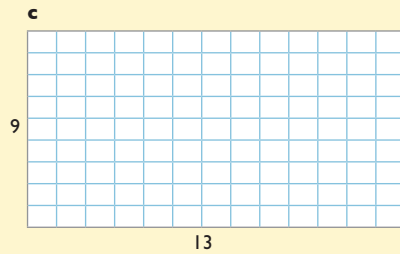
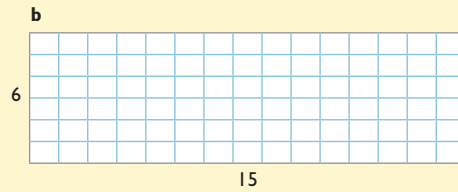
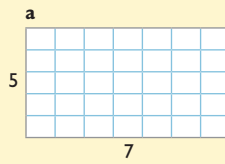


Látið nemendur snúa sér að æfingasíðu 1 á bls. 94 eigi þeir í erfiðleikum með prófið. Síðan geta þeir tekið til við þær blaðsíður í æfingaheftinu, sem vísað er til, eða byrjað á æfingasíðu 2.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta snúið sér beint að æfingasíðu 2 og 3 á bls. 95 og 96 og þar næst tekið fyrir þær blaðsíður í æfingaheftinu sem vísað er til. Ef æfingaheftið er ekki fyrir hendi geta nemendur unnið Geturðu þetta?-síðuna, á bls. 97, eða einhver verkefnanna sem gerð hefur verið tillaga um fyrr í þessum kafla.

- 4 Hvað eru reitirnir margir?
Skráðu það sem margföldunardæmi.



- 5 Reiknaðu dæmin.

a $12 \cdot 7$

b $18 \cdot 5$

c $24 \cdot 8$

- 6 Þrjú börn skipta milli sín 165 krónum.
Hvað fær hvert þeirra?

- 7 Inga á 120 krónupeninga. Hún staflar
þeim upp með 8 krónupeningum í
hverjum stafla.
Hve marga stafla getur hún búið til með
öllum krónupeningunum?



- 8 Reiknaðu dæmin.

a $80 : 5$

b $68 : 4$

c $256 : 4$

$72 : 6$

$132 : 6$

$135 : 9$

Viðfangsefni

- Margföldunartöflurnar
- Margföldun í rúðuneti

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 94 Æfingasíða 1

Nr. 7.57

Nemendur finna fjölda depla á teningunum og skrá það sem margföldunardæmi.

Nr. 7.58

Nemendur finna hvað hjólin eru mörg og skrifa það sem margföldunardæmi.

Nr. 7.59

Nemendur finna á hvaða tölu þeir lenda þegar þeir byrja á 0 og hoppa eins mörg skref í hverju hoppi og gefið er upp í hverju dæmi. Þetta skrá þeir sem margföldunardæmi.

Nr. 7.60

Nemendur finna fjölda depla á teningunum og skrifa það sem margföldunardæmi.

► Bls. 95 Æfingasíða 2

Nr. 7.61–7.62

Nemendur finna hve reitirnir eru margir og skrifa það sem margföldunardæmi. Þeir geta skipt rúðunetunum í minni hluta til að fá auðveldari margföldunardæmi. Hentugt er að skipta í tugi en gott er að láta nemendur sjálfa finna það út.

Nr. 7.63

Nemendur leysa margföldunardæmin. Þeir geta reiknað dæmin í „tómt rúðunet“:

$$13 \cdot 5$$

5	5 · 10	5 · 3
	10	3

Æfingasíða 1

7.57 Hvað eru deplarnir margir? Skráðu það sem margföldunardæmi.

a

c

b

d

7.58 Hve mörg eru hjólin? Skrifaðu það sem margföldunardæmi.

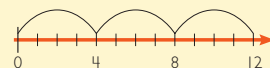
a 7 reiðhjól

c 6 bílar

b 5 þríhjól

d 5 flutningabílar

7.59 Hoppaðu á talnalínunni. Skráðu eftirfarandi hopp sem margföldunardæmi.



a 2 hopp með 6 skrefum

b 6 hopp með 4 skrefum

c 4 hopp með 8 skrefum

3 hopp með 7 skrefum

6 hopp með 7 skrefum

4 hopp með 9 skrefum

4 hopp með 7 skrefum

7 hopp með 6 skrefum

8 hopp með 9 skrefum



7.60 Hvað eru deplarnir margir? Skráðu það sem margföldunardæmi.

a

d

b

e

c

f

Kennari gætir þess að nemendur reikni og skrifi eins og þeir vilja en gott er að leggja áherslu á að þeir skrifi þannig að aðrir geti skilið útreikningana.

Auðveldari verkefni

Fáið nemendur, sem enn þá eiga í basli með margföldunartöflurnar, til að spila teningaspil eða annað spil þar sem áherslan er lögð á að læra þær, sjá kaflann Raunverkefni hér á eftir eða önnur verkefni sem lýst var í upphafi þessa kafla.

Sýnið nemendum hvernig þeir geta skipt rúðuneti upp til að leysa margföldunardæmi. Það getur komið sér vel þegar stærstu tölurnar í margföldunartöflunum og ekki síður tveggja stafa tölur koma fyrir.

Leyfið nemendum að ráða hvernig þeir skipta rúðunetinu.

Á verkefnablöðum 5.36–5.38 (*Margföldun í rúðuneti 1–3*) í verkefnahefti 5a eru mörg dæmi með margföldun og rúðuneti.

Erfiðari verkefni

Heilabrot

Draumafótboltavöllur Ingu er þannig:

Á vellinum eru 8 stúkur. Í hverri stúku eru 40 raðir með 25 sætum í hverri. Engin stæði eru á þessum velli.

Hve mörg sæti verða á nýja fótboltavellinum?

Lausn:

8000 sæti

[illegible]

A rectangular area is shown on a grid. The height is labeled as 4 and the width is labeled as 16.

b

23

7

a 13.5 **b** 19.6 **c** 34.7

Á verkefnablaðum 5.45 og 5.46 (*Dæmahringsbrautir 1 og 2*) í verkefnahefti 5a eru fleiri sams konar dæmahringsbrautir. Á verkefnablaði 5.45 er frekar einföld hringbraut en á verkefnablaði 5.46 er hún erfiðari.

Viðfangsefni

- Tengsl margföldunar og deilingar
- Deiling í tveggja stafa tölur
- Dæmi með svigum

Búnaður

- Teningar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 96 Æfingasiða 3

Nr. 7.64

Nemendur finna tölurnar sem vantar til að jafnt verði báðum megin við jöfnúmerkin.

Nr. 7.65

Nemendur leysa deilingardæmin.

Nr. 7.66

Nemendur skipta peningunum jafnt milli þriggja, fjögurra og fimm barna. Þeir ráða hvernig þeir leysa dæmin og skrá útreikningana.

Margföldunarbingó

Búnaður: Rúðunet í stærðinni $4 \cdot 4$ reitir, tveir teningar.

Áður en bingóið hefst verða leikmenn að fylla rúðunetið sitt með tölum á talnabilinu 1–36. Mælt er með að þeir geti valið tölurnar að vild. Kennari gætir þess að segja þeim ekki hvaða tölur er hagkvæmt að nota og hverjar ekki. Betra er að spila bingóið nokkrum sinnum þannig að nemendur fái reynslu af því að ekki er hægt að krossa yfir einhverjar talnanna sem þeir völdu. Eftir hvert bingó má ræða um tölurnar sem eru eftir á bingóspjöldum leikmanna og hvers vegna er ekki búið að krossa yfir þær.

Tveimur teningum er kastað og sagt upphátt hvað upp kemur. Best er að skrá tölurnar þannig að hægt sé að ganga úr skugga um það eftir á að krossað hafi verið yfir réttar tölur. Leikmennirnir margfalda tölurnar saman og krossa yfir svarið ef það er á bingóspjaldinu þeirra. Sé talan skráð oftari en einu sinni á spjaldið má samt sem áður aðeins krossa yfir eina tölu í senn.

Æfingasiða 3

7.64 Finndu tölurnar sem vantar. Skrifaðu dæmin.

a $2 \cdot \square = 14$	b $\square \cdot 3 = 27$	c $7 \cdot \square = 49$
$\square \cdot 3 = 15$	$\square \cdot 5 = 35$	$8 \cdot \square = 32$
$4 \cdot \square = 28$	$\square \cdot 6 = 36$	$8 \cdot \square = 64$
$\square \cdot 4 = 36$	$\square \cdot 6 = 48$	$9 \cdot \square = 63$

7.65 Reiknaðu dæmin.

a $18 : 3$	b $30 : 5$	c $27 : 9$
$20 : 4$	$18 : 6$	$45 : 9$
$40 : 4$	$42 : 6$	$81 : 9$

7.66 Skiptu peningunum jafnt.

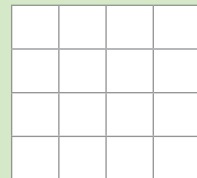
- a 165 kr. milli þriggja barna
- b 324 kr. milli fjögurra barna
- c 650 kr. milli fimm barna

SPIL Margföldunarbingó



LEIKREGLUR

- Spilið er fyrir tvo leikmenn.
- Leikmenn búa til rúðunet eins og þetta og skrifa inn í það tölur á bilinu 2 til 36. Sömu tölu má nota oftari en einu sinni.
- Leikmenn kasta teningunum til skiptis og margfalda saman það sem upp kemur á teningunum. Sá sem er með svarið á spilaborðinu sínu getur krossað yfir þann reit.
- Sá sem er fyrstur að fá 4 krossa í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská eða hefur krossað yfir alla reitina hrópar bingó!



Sá vinnur sem er fyrstur að fá fjóra í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská, eða sá sem hefur krossað yfir allt bingóspjaldið.

Bingóið má spila í litlum hópum eða í heilli bekkjardeild. Ef hið síðarnefnda verður fyrir valinu getur kennarinn (eða nemandi) séð um teningakastið. Sá sem kastar skrifar jafnóðum á töfluna tölurnar sem upp koma. Ef bingóið er spilað í litlum hópum geta nemendur kastað til skiptis.

Vel má nota teninga með stærri tölum til að fram komi erfiðari margföldunardæmi. Einnig má nota venjulega teninga en leggja 10 við minni töluna. Komi t.d. upp tölurnar 3 og 5 verður margföldunardæmið þá: $13 \cdot 5$. Að sjálfsgöðu þarf að

setja reglur sem þessar fyrir fram því þær segja fyrir um hvaða tölur leikmenn skrifa í rúðunetið.

► Bls. 97 Geturðu þetta?

Nr. 7.67

Nemendur fylla inn í reitina með tölunum 0–9 þannig að svörin verði rétt. Aðeins má nota sömu töluna einu sinni í hverju dæmi. Nemendur hafa sennilega ekki fengist áður við sviga í stærðfræði. Ekki er nauðsynlegt að gera mikið úr því atriði á þessu stigi en bendið þeim á að alltaf á að reikna fyrst út úr svigum. Nemendur þurfa því að reikna dæmin í tveimur „atrennum“: Fyrst reikna þeir upp úr svigunum tveimur og því næst reikna þeir dæmið með tölunum sem komu út

7.67 Notaðu tölurnar 0–9. Skrifaðu eina tölu í hvern reit hér á eftir þannig að dæmið verði rétt. Aðeins má nota hverja tölu einu sinni í hverju dæmi.

Sýnidæmi

Hvaða tölur geta verið í reitunum?

$$(\square + \square) + (\square - \square) = 5$$

Við prófum $(1 + 2) + (8 - 6)$

Við reiknum út úr svigunum fyrst: $3 + 2 = 5$

a $(\square + \square) + (\square - \square) = 9$

b $(\square + \square) - (\square + \square) = 9$

c $(\square + \square) \cdot (\square : \square) = 15$

d $(\square + \square) \cdot (\square + \square) = 36$

e $(\square - \square) \cdot (\square : \square) = 12$

f $(\square + \square) \cdot (\square - \square) = 56$

g $(\square : \square) \cdot (\square : \square) = 6$

h $(\square \cdot \square) \cdot (\square - \square) = 60$

úr svigunum.

Gott er að kennari sýni þetta með t.d. tveimur dæmum í stíl við dæmið í a-lið en lætur svörin vera önnur en 9.

- $(5 + 1) + (9 - 2) = 6 + 7 = 13$
- $(3 + 7) - (8 - 2) = 10 - 6 = 4$

Auðveldari verkefni

Hvetjið nemendur til að teikna peningana í verkefni 7.66 eða nota kennslupeninga ef það reynist of erfitt.

Erfiðari verkefni og raunverkefni**Vandfundin svör (spil)**

Búnaður: rúðunet í stærðinni $6 \cdot 8$ reitir með tölunum 1–42 (verkefna-

blað 5.53 (*Veiða tölur*) í verkefnahefti 5a, þrír teningar handa hverjum hópi.

Leikmenn kasta þremur teningum í hverri umferð. Þeir eiga að búa til reikningsdæmi en í þau þarf að nota allar þrjár tölurnar einu sinni hverja. Leikmenn mega velja reikningsaðgerðina. Markmiðið er að búa til dæmi þar sem svarið er í einhverjum reit á spilaborðinu. Þegar leikmanni hefur tekist að búa til slíka tölu má hann krossa yfir þann reit. Aðeins má krossa yfir eina tölu í einu.

Dæmi: Upp koma á teningunum tölurnar 2, 4 og 6. Þá má búa til þessi dæmi: $4 \cdot 6 = 24$; $24 \cdot 2 = 12$. Leikmaður krossar þá yfir töluna 12 á spilaborðinu.

Stig reiknast þannig:

Fyrir hvern reit, sem leikmaður krossar yfir, fær hann 1 stig. Þar að auki fær hann 1 stig í hvert sinn sem hann krossar yfir reit upp við annan reit sem hann á.

Dæmi:

Hér á eftir er bútur af spilaborðinu. Búið er að krossa yfir tölurnar 6 og 17. Ef leikmaður fær svarið 12 krossar hann yfir þann reit og fær fyrir það 3 stig:

4	5	6
10	11	12
16	17	18

1 stig fyrir reitinn 12, eitt stig fyrir að 12 er við hlið reitsins 6, sem hann hefur krossað yfir áður, og 1 stig fyrir að reiturinn 17, sem hann hefur einnig krossað yfir áður, tengist 12-reitnum einnig. Það nægir nefnilega að reitirnir tengist saman á hornunum.

Fleiri spil

Fyrir í þessum kafla hefur verið bent á mörg spil. Gott er að nota þau nokkrum sinnum. Hér á eftir er upprifjun á nokkrum spilanna:

Margföldun með tölunum 1–10

Fjórir í röð, sjá lýsingu á bls. 67

Safna spilum I, sjá bls. 69

Búa til ferninga, sjá bls. 71

Margföldun í rúðuneti

Vegamót, sjá bls. 71

Veiða reiti, sjá bls. 77

Margföldun tveggja stafa tölu

Fjórir í röð, sjá bls. 81

Deiling í tölur minni en 100

Fylla slönguna, sjá bls. 83

Hvað er afgangs, sjá bls. 83

Síðastur að fá 1, sjá bls. 85

Kapphlaup með afgangum, sjá bls. 87

Búa til ferninga, sjá bls. 87

Kapphlaup með afgangum (með spilastokki), sjá bls. 91

Finna þætti

Þættir á fullri ferð, sjá bls. 85

Þættir, sjá bls. 85

Þættir og margfeldi, sjá bls. 89

8 Mynstur

Í þessum kafla læra nemendur um flutninga, þ.e. hliðrun, speglun og snúning, og um hvernig má nota þá til að búa til mynstur.

Þar að auki læra nemendur að búa til annars konar mynstur með myndum og tölum. Þeir kanna, lýsa og þannig alhæfa um einföld talnamynstur, m.a. um talnarunur sem fara hækkandi eða lækkandi með hverri tölu, ferningstölur, þríhyrningstölur og fleiri myndtölur.

Í kaflanum er athyglinni einnig beint að rökhugsun, fyrst og fremst í tengslum við mynstur. Megináherslan í þessum kafla er lögð á rannsóknarvinnu nemenda.

Viðfangsefni

- Mynstur í daglegu lífi
- Flutningar: hliðrun, speglun og snúningur

Búnaður

- Litblýantar

Kennsluleiðbeiningar

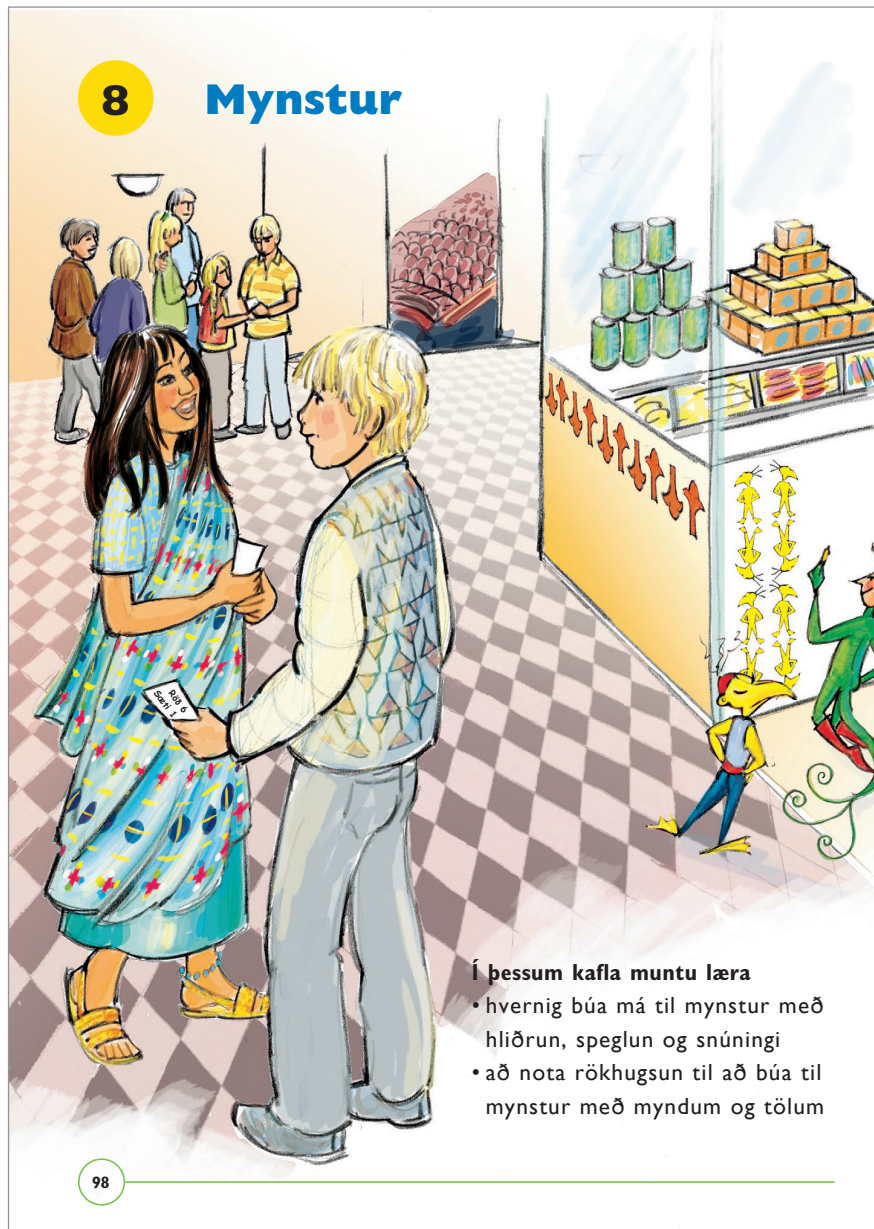
► Bls. 98

Samræðumynd

Biðjið nemendur að lýsa ýmsum mynstrum. Gott er að nota rúmfræðileg mynstur í kennslustofunni (á gluggatjöldum, gólfi o.fl.), á byggingum eða fötum nemenda; einnig hentar myndin í nemendabókinni vel í þessu skyni. Rifjið upp mynsturgerð með rúmfræðiformum og tengið það myndinni efst á bls. 99.

- Munið þið hvað samhverfa er? Getið þið séð eitthvað samhverft á myndinni? (Mynstrið á gólfinu, mynstrið á kjól stúlkunnar fremst á myndinni.)

Sýna má fram á hvort mynd er samhverf eður ei með því að koma spegli fyrir á spegilás hennar. Ef myndin í speglinum er eins og myndin sem spegillinn hylur er upphaflega myndin samhverf. Myndhlutarnir, beggja megin við miðlínuna eiga að vera spegilmynd hvor af öðrum. Þessi lína kallast



8

Mynstur

Í þessum kafla muntu læra

- hvernig búa má til mynstur með hliðrun, speglun og snúningi
- að nota rökhugsun til að búa til mynstur með myndum og tölum

98

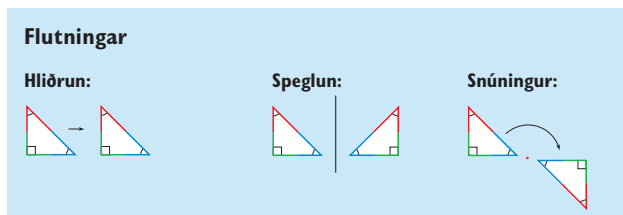
spegilás. Vekið athygli nemenda á að spegilásinn getur verið lóðréttur, láréttur eða á ská.

- Hvað er snúningur? (Snúningur tengist hring. Snúningur verður þegar eitthvað hreyfist í hring og mæla má – með gráðuboga – hve mikið það hefur hreyfst.)
- Hvernig er hægt að lýsa snúningnum ef ég sný mér hálfhring? (Snúningur um 180 gráður.)
- En ef ég sný mér heilan hring? (360 gráður.)

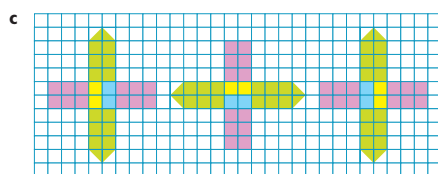
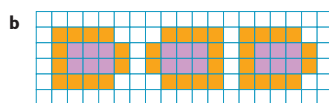
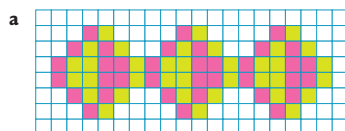
Til að mæla snúning er sagt að hornið sé mælt. Til að geta mælt horn hafa stærðfræðingar ákveðið að snúningur heilan hring nemi 360°. Hvers vegna nákvæmlega 360°?

Þetta var ákveðið endur fyrir löngu. Þá notaði fólk mikið almenn brot í reikningi. Talan 360 hentar afar vel í brotareikningi vegna þess að hægt er að deila í hana með mörgum tölum án þess að afgangur verði.

- Hvernig getið þið lýst mynstrinu á peysu stráksins? (Til dæmis: Hver röð er búin til úr einni grunnmynd sem er gerð úr jafnhliða þríhyrningi með lárétttri grunnlínu og striki upp úr efsta hornpunktinum. Þessari mynd er síðan snúið um 180° og þannig heldur mynstrið áfram um alla peysuna.)
- Sjáið þið á teikningunni önnur mynstur þar sem notaður er snúningur?
- Hvernig lýsið þið mynstrinu á gólfinu? (Því má lýsa með speglun eða hliðrun.)



8.1 Teiknaðu mynstin upp og haldu áfram með þau.



8.2 Í hvaða mynstri hér fyrir ofan geturðu fundið

- spegling
- hliðrun
- snúning

8.3 Teiknaðu mynd í rúðunet. Hliðraðu myndinni og búðu þannig til mynstur.

99

Hér er gott að rifja upp fyrri þekkingu um mynsturgerð með rúmfræðiformum.

Nr. 8.1

Nemendur teikna mynstrin í reikningsheftin sín og halda áfram með þau. Nemendur geta að breytt litunum en þá verða þeir auðvitað að gæta þess að mynstur litanna haldi sér líka.

Nr. 8.2

Í a-lið er um hliðrun að ræða. Grunnmyndinni er hliðrað tvisvar án þess að henni sé breytt. Í b-lið er grunnmyndin spegluð og spegilmyndin teiknuð við hliðina á þeirri fyrri. Það merkir þá um leið að fyrstu tvær myndir í mynstrinu mynda samhverfa mynd. Einnig mætti halda því fram að myndinni hafi verið snúið um 180° . Í c-lið er grunnmyndinni snúið um 90° og hún teiknuð við hlið grunnmyndarinnar.

Biðjið nemendur að segja hvernig flutningurinn átti sér stað:

- Hvernig hefur mynstrinu í a-lið verið hliðrað? (Hverjum reit í grunnmyndinni hefur verið hliðrað um 6 reiti til hægri.)

Nr. 8.3

Látið nemendur búa til grunnmyndir á rúðustrikað blað. Síðan hliðra þeir henni þannig að mynstur komi fram.

Raunverkefni

Mynstur með kartöflustimplum

Nemendur geta búið til mynstur með kartöflustimplum. Þeir skera mynd út úr hálfri kartöflu, dýfa henni í málningu og þrýsta niður á blað eða efnisbút. Gott er að láta tvo og tvo nemendur vinna saman að einu mynstri. Bendið þeim á að stimpla ekki holt og bolt á blaðið eða efnið heldur flytja stimpilinn jafn langt í hvert skipti og í sömu átt. Til að svo megi verða geta nemendur lagt kartöflustimpilinn upp að síðustu myndinni, sem stimpluð var, þannig að mynstrið verði samhangandi. Hvetjið nemendur til að búa til mismunandi mynstur, bæði með hliðrun, spegling og snúningi.

Á myndinni sést að sama mynstrið heldur stöðugt áfram. Því má hugsa sér að sömu myndinni sé ýtt til hliðar aftur og aftur jafn langt í senn. Segja má að flísunum hafi verið „ýtt“ jafn langt í hvert sinn og í sömu átt. Ekki er nauðsynlegt að áttin sé alltaf lárétt til hægri; hún getur einnig verið upp á við eða niður. Þegar mynd eða formi er „ýtt til hliðar“ jafn langt í hvert sinn og í sömu átt er talað um hliðrun.

Gott er að tengja tölur við rúmfræðimynstrin:

- Píramíðinn er búinn til úr súkkulaði-öskjum sem mynda mörg þrep. Getið þið séð hve margar öskjur eru í þrepinu sem eru undir toppnum? ($2 \cdot 2 = 4$.)
- Hve margar öskjur eru næsta þrepi

þar fyrir neðan, þ.e. í þriðja þrepi að ofan? ($3 \cdot 3 = 9$.)

- En í neðsta þrepi, þ.e.a.s. í fjórða þrepi að ofan? ($4 \cdot 4 = 16$.)
- Ef píramíðinn væri hærri – hve margar öskjur væru þá í fimmta þrepi að ofan? ($5 \cdot 5 = 25$.)
- Í bíósalnum eru 10 raðir og 15 sæti í hverri röð. Hvað komast margir í salinn? (150)
- Hvernig hugsaðir þú til að finna svarið?
- Ef salurinn yrði stækkaður þannig að pláss verði fyrir 2 raðir í viðbót – hve mörg sæti bættust þá við? ($15 + 15 = 30$.)

► Bls. 99

Á þessari blaðsíðu og næstu tveimur er upprifjun á kafla 4 í Stiku 1a.

Viðfangsefni

- Rúmfræðimynstur og flutningar: hliðrun, speglun og snúningur

Búnaður

- Litblýantar, pappi, skæri, lím-band

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 100

Sýnidæmi

Í þessu dæmi er sýnd mynstur-gerð með hliðrun. Mynd er hliðrað, þ.e.a.s. hver punktur í myndinni er fluttur í ákveðna átt og um tiltekna vegalengd, nánar tiltekið um fjóra reiti til hægri og tvo reiti niður.

Nr. 8.4

Nemendur eiga að búa til mynstur með því að hliðra myndinni í sýnidæminu. Þeir geta að sjálfsögðu notið aðra liti en þar eru sýndir en þá verða þeir að gæta þess að mynstur litanna haldi sér.

Áður en nemendur byrja að teikna þurfa þeir að geta séð í huganum hvernig mynstrið mun líta út þannig að þeir teikni fyrstu myndina á hentugum stað á blaðinu.

- Hvernig á að hliðra myndinni í a-lið? (Hverja mynd á að teikna tveimur reitum lengra til hægri og fimm reitum ofar.)

Í b-lið ákveða nemendur sjálfir hvernig þeir hliðra myndinni. Þeir þurfa að gæta að því að fyrsta myndin verði á hentugum stað á blaðinu.

Nr. 8.5

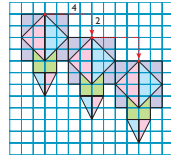
Nemendur teikna myndirnar upp í reikningsheftin sín og spegla þær um spegilásinn, bæði lárétt og lóðrétt. Bendið nemendum á að samsvarandi punktar á grunnmynd og spegilmynd eru jafnlangt frá spegilásnum. Látið nemendur skoða rauðu punktana: Á myndinni í a-lið eru rauðu punktarnir tveimur reitum frá lóðréttu spegilásnum en á myndinni í b-lið eru þeir sjö reitum frá láréttu spegilásnum.

Mynstur með hliðrun, speglun og snúningi

Hliðrun

Sýnidæmi

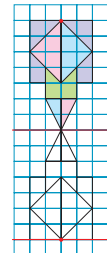
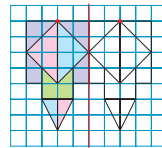
Hliðraðu þessari mynd um fjóra reiti til hægri og tvo reiti niður.



- 8.4 Búðu til mynstur með sams konar mynd og í sýnidæminu.
- Hliðraðu henni 2 reiti til hægri og fimm reiti upp.
 - Búðu til nýtt mynstur með sömu mynd. Þú mátt ákveða hvernig þú hliðrar henni. Skráðu um hve marga reiti þú hliðrar myndinni og í hvaða átt.

Speglun

- 8.5 Teiknaðu myndirnar í reikningsheftið þitt. Speglaðu hvora mynd um rauða spegilásinn.



100

8 • Mynstur

► Bls. 101

Nr. 8.6

Nemendur teikna myndina upp í reikningsheftin sín og snúa henni þrisvar um 90° . Bendið nemendum á að við snúning snúast allir „punktar“ á mynd um einn punkt í miðjunni. Fyrsti snúningurinn í verkefninu er sýndur á myndinni.

Nemendur lita myndirnar í réttum litum. Þeir geta að sjálfsögðu notið aðra liti en þeir verða að gæta þess að mynstur litanna haldi sér líka. Þeir geta því skipt bleikum lit út fyrir gulan en þá verða bæði bleiku svæðin í grunnmyndinni að vera gul.

- Hvað gerist ef myndinni yrði snúið í fjórða skipti? (Þá lendir hún ofan í fyrstu myndinni.)

- Hve mikið hefur henni þá verið snúið? ($4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$, og 360° er heill snúningur.)

Nr. 8.7

Nemendur búa til mynstur. Þeir búa sjálfir til grunnmynd og ákveða hvernig hún skuli flutt. Ef til vill geta þeir notað tangram-púsl sér til hjálpar, sjá lýsingu í kaflanum Auðveldari verkefni hér á eftir.

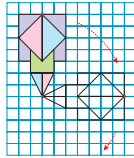
Nr. 8.8

Nemendur eiga að búa til mynstur með hliðrun. Þeir nota hliðrun, bæði þegar þeir búa til sjálfa grunnmyndina og þegar þeir búa til hið endanlega mynstur.

Nemendur byrja á rétthyrningslaga pappabút. Þeir klippa bút út úr

Snúningur

- 8.6 Teiknaðu myndina í reikningsheftið þitt. Snúðu henni þrisvar um 90°.

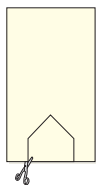


- 8.7 a Búðu til mynstur með hliðrun.
b Búðu til mynstur með speglun.
c Búðu til mynstur með snúningi.



- 8.8 Notaðu eftirfarandi uppskrift og búðu til mynstur.

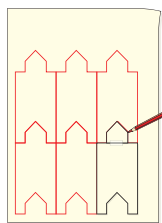
1. Byrjaðu með pappa-spjald, um það bil 5 cm • 10 cm að stærð. Klipptu bít af spjaldinu neðst.



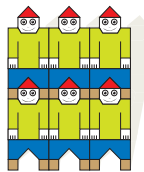
2. Límdu bítinn efst á pappa-spjaldið.



3. Flyttu pappa-spjaldið til á A4-blaði og teiknaðu í kringum það.



4. Skreyttu myndirnar.



101

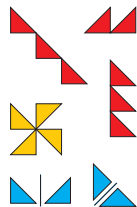
neðstu hlið hans, hliðra honum yfir blaðið og líma á mótlægu hliðina. Útklippti búturinn má vera eins og nemendur kjósa en gæta þarf þess að líma hann á mótlægu hliðina jafn langt frá hornunum og hann var upphaflega frá samsvarandi hornum.

Formið, sem sjá má í tölulið 2 í nemendabók, má nota í mósaík. Það þýðir að þegar formið er flutt til á blaði og teiknað kringum það (sbr. tölulið 3), munu teikningarnar passa algjörlega hver við aðra: Það verða engin bil á milli þeirra og þær skarast ekki.

Auðveldari verkefni

Leyfa má nemendum að búa til mynstur með rúmfræðikubbum, t.d. tangram-púsli (verkefnablað 5.97

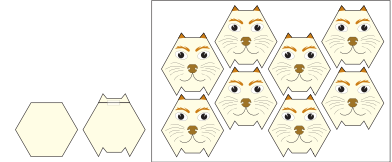
(Tangram) í verkefnahefti 5a). Þeir geta notað einn eða fleiri tangram-búta sem snið, teiknað kringum þá og breytt myndunum að vild. Því næst hliðra þeir búturnum, spegla þá eða snúa þeim.



Á verkefnablöðum 5.108 og 5.109 (Hliðrun 1 og 2) í verkefnahefti 5a eru fleiri hliðrunarverkefni en þau eru léttari en verkefni nemendabókarinnar. Reitirnir eru stærri og nemendur geta teiknað beint á blöðin.

Erfiðari verkefni

Nemendur búa til mynstur úr formum, sem hægt er að nota í mósaíkmynd, og hafa sexhyrning sem grunnmynd.



Hér sést að hverjum „dálki“ þarf að hliðra upp eða niður til að formin passi alveg saman.

Raunverkefni

Meiri mósaík

Í mósaík er notað grunnform, púsl sem endurtekur sig aftur og aftur. Grunnformin skarast ekki og ekkert bil er á milli þeirra. Því má segja að formin fylli út í allan flötinn svo fremi þau séu nógu mörg. Þetta eru eins konar flísalagnir. Búa má til form í lituðum pappír, sjá nánari lýsingu í Stiku 1a, kennarabók, bls. 107.

Mynsturgetð á pinnabretti

Nemendur geta búið til mynstur með speglun, hliðrun eða snúningi á pinnabretti með því að nota teygjur í ýmsum litum.



Ef til vill geta þeir látið punktablað nægja og teiknað mynstrin beint á það.

Látið nemendur draga strik milli punktanna og lita þau.

Útiverkefni

Í útikennslu má láta nemendur búa til samhverf mynstur að eigin vali með efnum úr náttúrunni, t.d. könglum, greinum og steinum. Tveir nemendur vinna saman og býr hvor þeirra til sinn helming af mynd. Kennari getur einnig búið til annan helminginn og nemendur eiga að búa til hinn.

Viðfangsefni

- Að bera kennsl á, skrifa upp og halda áfram með rúmfræðileg mynstur
- Að lýsa mynstri, sem endurtekur sig, með hliðsjón af margvíslegum auðkennum
- Röksemdafærsla

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 102

Nr. 8.9

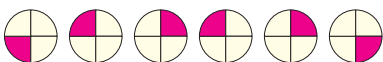
Nemendur eiga að átta sig á í hverju mynstrið er fólgið og teikna þrjár næstu myndir í því. Mynstrin felast í mismunandi litum, rúmfræðiformum og endurtekningum.

Hvetja þarf nemendur til að lýsa mynstrunum, ekki einungis að teikna þau.

- Hvaða mynd verður næst í a-lið? (Bleikur hringur vegna þess að í mynstrinu skiptast á bleikur hringur og blár ferningur.)

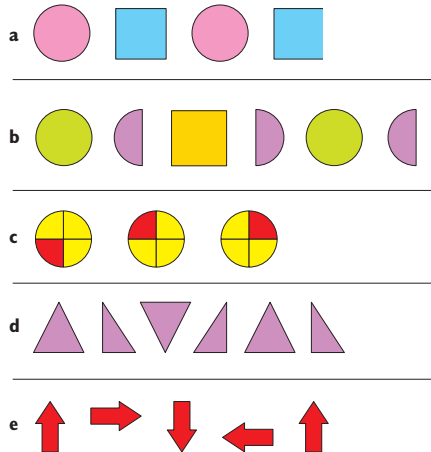
Vegna þess hve hinn munnlegi þáttur er mikilvægur í þessum verkefnum er mælt með að nemendur vinni saman tveir og tveir. Þá ræða þeir saman og færa rök fyrir máli sínu til að komast að niðurstöðu.

Í rauninni er ákveðin lausn á hverju þessara verkefna en ef einhverjir nemendur koma með skapandi tillögu um aðrar lausnir er tilvalið að kynna þær fyrir öllum nemendahópnum. Þá skiptir mestu að nemendur geti rökstutt lausnir sínar svo vel að bekkjardeildin viðurkenni þær sem hinar réttu lausnir. Í c-lið getur t.d. spegilmynd af myndunum þremur verið lausn:

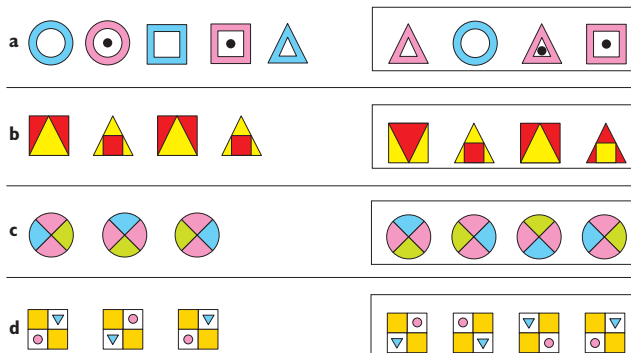


Mestu skiptir að nemendur átti sig á, lýsi og geti haldið áfram með mynstur, ekki endilega að nemendur taki upp lausnir sem kennari stingur upp á.

8.9 Teiknaðu næstu þrjár myndir í mynsturraðirnar.



8.10 Hvaða mynd á að koma næst í hverri röð?



102

8 • Mynstur

Nr. 8.10

Nemendur ákveða hvaða mynd af fjórum mögulegum er næst í röðinni. Enn og aftur er mikilvægt að nemendur segi til um hvers vegna þeim finnst þessi ákveðna mynd vera hin rétta og rökstyðji það.

► Bls. 103

Nr. 8.11

Nemendur ákveða hvaða mynd af fjórum mögulegum er næst í röðinni. Biðjið þá að lýsa mynstrinu og rökstyðja hvers vegna þeim finnst þessi ákveðna mynd vera hin rétta.

Dæmið í d-lið er mjög þungt. Þar eiga nemendur að halda áfram með mynstrið og teikna tvær næstu myndir. Þríhyrningnum og strikinu

er snúið rangsælis um 45° um miðju ferningsins en hringnum réttsælis um 90°.

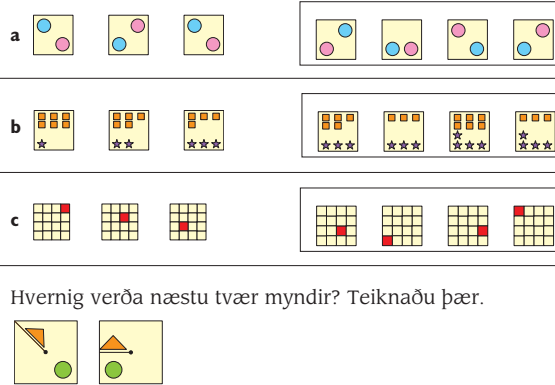
Nr. 8.12

Í þessum verkefnum þurfa nemendur að taka tillit til þess að mynstrið heldur áfram í tvær áttir. Nemendur eiga að ákveða hver af myndunum fjórum á að vera í síðasta reitnum. Röksemdafærslan skiptir hér sem fyrr mestu máli: Biðjið því nemendur að útskýra hvers vegna þeir halda að tillaga þeirra sé hin rétta og rökstyðja það.

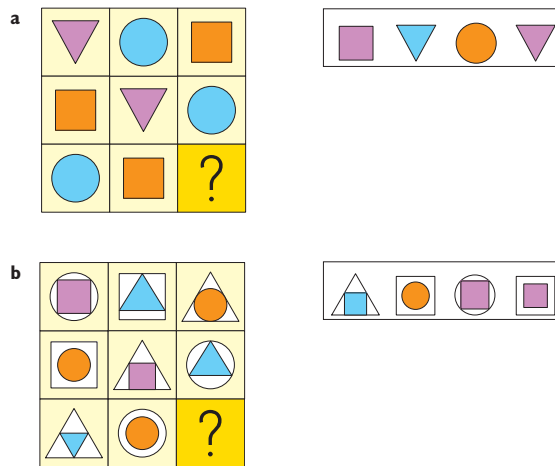
Auðveldari verkefni

Einhver þessara verkefna eru sennilega erfið fyrir einhverja nemendur, einkum verkefni á bls. 103. Því

8.11 Hvaða mynd á að koma næst?

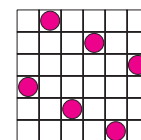


8.12 Hvaða mynd vantar í mynstrið?



Mynd a er röng því að ekki má vera nema einn spilapeningur í sömu röð. Mynd b er einnig röng því að ekki má vera nema einn spilapeningur í hverjum dálki. Mynd c er einnig röng því að það má aðeins vera einn spilapeningur á skálínu.

Tillaga að lausn:



Sudoku

Búnaður: Sudoku-blað (verkefnablað 5.192 (Sudoku)).

Skrifa á tölurnar 1–9 þannig að allar tölurnar séu í öllum röðum og öllum dálkum á hinum afmörkuðu svæðum, ferningunum. Sama tala má ekki vera tvisvar í einni röð, einum dálki eða á einu ferningslaga svæði.

Á vefsíðunni www.matematikk.org eru margar misþungar sudoku-þrautir.

getur verið gott að leyfa þeim, sem eiga í basli með þessi verkefni, að vinna með þeim sem ráða vel við þau. Að lýsa mynstri fyrir bekkjarfélaga er einnig allstrembið verkefni fyrir marga nemendur sem bara sjá hver lausnin er.

Erfiðari verkefni

Á verkefnablöðum 5.190 og 5.191 (Mynstur 1 og 2) eru fleiri verkefni svipuð þeim sem eru á bls. 103 en nokkru erfiðari.

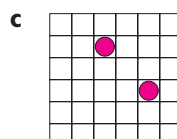
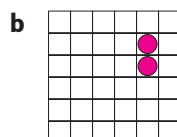
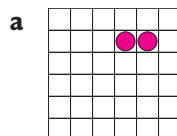
Raunverkefni

Raða spilapeningum

Búnaður: Rúðustrikað blað í stærðinni 6 • 6 reitir og 6 spilapeningar.

Verkefnið felst í að setja spilapen-

inga í rúðunetið þannig að einungis sé einn spilapeningur í hverri röð, hverjum dálki og á skálínum.



Viðfangsefni

- Myndtölur (t.d. þríhyrnings-tölur og ferningstölur), kanna og lýsa gerð og breytingum í einföldum rúmfræðilegum mynstrum og talnamynstrum
- Jafnmunarunur, þ.e. talnarunur sem fara hækkandi þannig að sami mismunur er á milli hverra tveggja talna sem standa hlið við hlið.
- Fyrstu skref í algebru, formúlum lýst munnlega

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 104

Nr. 8.13

Nemendur finna hve margir menn eða stólar komast fyrir kringum borðin í hvert sinn sem einu borði er bætt við, sjá myndina efst á blaðsíðunni.

Eitt hið mikilvægasta, sem nemendur læra af þessu verkefni, er í fyrsta lagi að nota mismunandi form á úrvinnslu og í öðru lagi að vinna skipulega.

Mismunandi form úrvinnslu

Nemendur geta unnið þetta verkefni með því að nota:

1. Áþreifanleg hjálpargögn

Ef nemendur nota ekki borð og stóla geta þeir notað kubba til að tákna stóla og rétthyrninga úr pappa til að tákna borð. Rétthyrningarnir þurfa að passa við kubbana þannig að sex kubbar komist kringum hvern rétthyrning. Þannig geta nemendur búið til áþreifanleg líkön.

2. Teikningar

Nemendur teikna hinar mismunandi borð- og stólaupstillingar, t.d. eins og gert er á miðri blaðsíðunni. Þetta á við hvort sem þeir hafa notað áþreifanleg hjálpargögn eður ei.

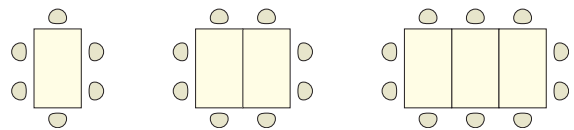
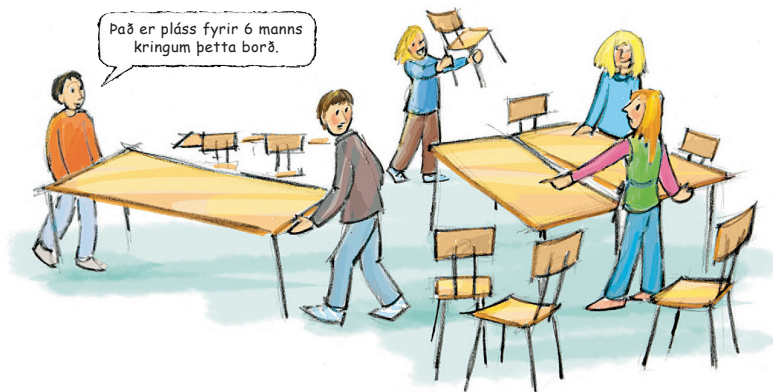
3. Tákn

Við hverja teikningu nota nemendur tölustafi til að tákna fjölda borða og stóla.

Skipuleg vinnubrögð

Hvetjið nemendur til að vinna skipulega með því að skrifa tölurnar

Myndtölur



8.13 a Hvernig verður sætaskipan við 4 borð? Hve margir stólar komast þar fyrir?

b Teiknaðu sætaskipanina við 5, 6 og 7 borð. Búðu til töflu.

c Sérðu eitthvert mynstur? Fylltu töfluna út fyrir 8, 9 og 10 borð án þess að teikna.

d Hve marga stóla þarf fyrir 20 borð?

Fjöldi borða	Fjöldi stóla
1	6
2	8
3	10

104

8 • Mynstur

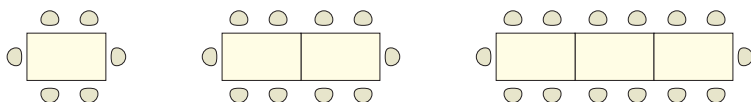
í töflu. Til að geta séð mynstur má ekki skrifa tölurnar af handahófi heldur þarf talan, sem táknar fjölda borða, að stækka um einn í hvert sinn eins og sýnt er neðst á blaðsíðu nemendabókar.

Út frá kerfinu, sem þar er sýnt, finna nemendur hve marga stóla þarf fyrir 8, 9 og 10 borð án þess að teikna eða nota áþreifanleg hjálpargögn. Til þess arna þurfa þeir að setja fram formúlu sem segir til um hvernig hægt er að ákvarða stóla fjöldann út frá fjölda borða. Reglan er sú að fjöldi stóla eykst um tvo þegar eitt borð bætist við. Það kallast rakningarformúla þegar tala í einum dálki er notuð til að segja til um töluna í næsta dálki, þ.e. maður þarf að rekja sig þannig áfram að

rétu svari. Þetta getur orðið seintlegt eins og t.d. í d-lið þar sem finna þarf fjölda stóla við 11–20 borð.

Önnur regla er sú að fjöldi stóla er jafn og fjöldi borða margfaldaður með 2 og síðan er bætt 4 við. Skýringin á þessari reglu er sú að við hvert borð sitja tveir menn, einn á hvorum borðsenda. Til viðbótar koma alltaf fjórir menn, tveir við hvora langhlið. Formúla sem þessi kallast bein formúla því hún gefur svarið án milliútreikninga. Við 20 borð þarf þá $20 \cdot 2 + 4 = 40 + 4 = 44$ stóla. Oft er erfitt að búa til reglur sem þessa en þær spara oft mikla vinnu. Ekki er ætlast til að nemendum á þessu stigi séu kynnt hugtökin jafnmunaruna, rakningarformúla eða bein formúla.

8.14 Borðunum má einnig koma fyrir þannig:



a Hvernig verður sætaskipan við 4 borð?
Hvað komast margir stólar fyrir?

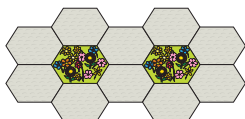
b Teiknaðu sætaskipan við 5 og 6 borð.
Búðu til töflu.

c Geturðu fundið mynstur?
Fylltu töfluna út fyrir 7, 8, 9 og 10 borð án þess að teikna.

d Hve marga stóla þarf fyrir 20 borð?

Fjöldi borða	Fjöldi stóla
1	6
2	10
3	14

8.15 Leggja þarf hellur kringum blómabeð eins og sést hér á myndinni:



Kringum 2 blómabeð þarf því 10 hellur.

a Teiknaðu 3 blómabeð með hellum í kring.

Hvað þarf margar hellur?

b Búðu til töflu eins og þessa og fylltu hana út.

c Hve margar hellur þarf kringum 10 blómabeð?

Blómabeð	1	2	3	4	5
Hellur					

d Hve margar hellur þarf kringum 20 blómabeð?

105

dæmis: Fyrir hvert blómabeð þarf 4 hellur þús tvær fyrstu hellurnar þannig að fyrir 10 beð verður fjöldi hellna þessi: $10 \cdot 4 = 40$ þús tvær fyrstu hellurnar = 42.)

Auðveldari verkefni

Látið nemendur nota teikningar á nákvæman og kerfisbundinn hátt: Þeir búa til skissur yfir hvern atburð og segja til um fjöldann. Síðan skrá þeir niðurstöðurnar í töflu og kanna mynstrið með rakningarformúlunni: Hve miklu fleiri urðu stólarnir þegar eitt borð bættist við. Hve miklu fleiri heldur nemandinn að stólarnir verði þegar einu borði enn er bætt við? Nemandi athugar það með því að bæta nýrri teikningu við.

Finnist nemendum þetta erfitt er rétt að láta þá búa til eins konar líkan af aðstæðunum með áþreifanlegum hjálpartækjum. Síðan þurfa nemendur að teikna niðurstöðurnar eftir á.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Samþætting við tónlist

Búið til mynstur með ásláttarhljóðfærum.

Dæmi:

Búnaður: Kjuðar og þríhorn.

Ráðhúsklukkan í bæ einum slær þannig:

Tíma-setningar	Klukkusláttur
Kl. 2:00	Dong, dong (tvö slög með kjuðum)
Kl. 2:15	Dong, dong, ding (tvö slög með kjuðum og eitt slag á þríhorn)
Kl. 2:30	Dong, dong, ding, ding (tvö slög með kjuðum og tvö slög á þríhorn)
Kl. 2:45	Dong, dong, ding, ding, ding (tvö slög með kjuðum og þrjú slög á þríhorn)
Kl. 3:00	Dong, dong, dong

- Hvernig haldið þið að klukku-slátturinn haldi áfram? (Jafn mörg slög með kjuðum eins og heili tíminn segir til um; eitt slag á þríhorn fyrir hvert korter.)
- Getið þið búið til ykkar eigin mynstur?

► Bls. 105

Nr. 8.14

Nemendur finna hve margir menn eða stólar komast fyrir kringum borðin í hvert sinn sem einu borði er bætt við, sjá myndina efst á blað-síðunni. Látið nemendur vinna hvern fyrir sig. Ef einhver fyllir töfluna ekki út skipulega, þannig að borðunum fjölgi um eitt í hverri röð, þarf að hjálpa þeim til þess. Gefið þeim tækifæri til þess eftir á að skoða mismunandi leiðir til að fylla töflurnar út og látið þá ræða saman um hvaða aðferð þeim finnst gefa besta yfirsýn og hver þeirra hentar best til að sýna talnamynstrið.

- Hve marga stóla þarf ef borðin eru 20? Þurfið þið að fylla út í töfluna með 10 til 20 borðum?

- Hvernig gátuð þið fundið út hve marga stóla þarf kringum 20 borð án þess að reikna út fjöldann frá 11 til 20 borða? (Með því að nota formúluna: $20 \cdot 4 + 2$ fæst: $80 + 2 = 82$.)

Nr. 8.15

Nemendur finna tengslin milli fjölda blómabeða og hellna. Biðjið þá að lýsa þessum tengslum munnlega.

- Hve margar hellur þarf fyrir 10 beð? (42)
- Hvernig fannstu svarið? (Til dæmis: Ég sá í töflunni að hellunum fjölgaði um 4 í hvert skipti; ég hélt því áfram með mynstrið: $26 - 30 - 34 - 38 - 42$.)
- Gerði einhver þetta öðruvísi? (Til

Viðfangsefni

- Myndtölur (t.d. þríhyrnings-tölur og ferningstölur), kanna og lýsa gerð og breytingum í einföldum rúmfræðilegum mynstrum og talnamynstrum
- Talnarunur sem fara hækkandi en sömu tölu er ekki bætt við hverja nýja tölu (þ.e. ekki jafnmunarunur)
- Fyrstu skref í algebru, formúlum lýst munnlega

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 106

Nr. 8.16

Nemendur mynda ferninga með kubbum eða með því að teikna á rúðustrikað blað. Síðan finna þeir fjölda reita í myndum nr. 5–10 og skrá niðurstöðurnar í töflu.

- Hvers vegna haldið þið að þessar myndir tákni tölur sem kallast „ferningstölur“? (Vegna þess að allar myndirnar mynda ferninga.)

Þetta mynstur myndar alltaf ferninga þannig að mynd 20 er búin til úr $20 \cdot 20 = 400$ reitum og þannig áfram. Biðjið nemendur að kanna hve margir reitir bætast við með hverri nýrri mynd: Frá mynd 1 til 2 er aukningin 3 reitir, frá mynd 2 til 3 er hún 5 reitir, frá 3 til 4 er hún 7 reitir. Nemendur geta sett þessar upplýsingar í kerfi með því að bæta við töfluna í nemendabókinni einum dálki til að sýna aukninguna:

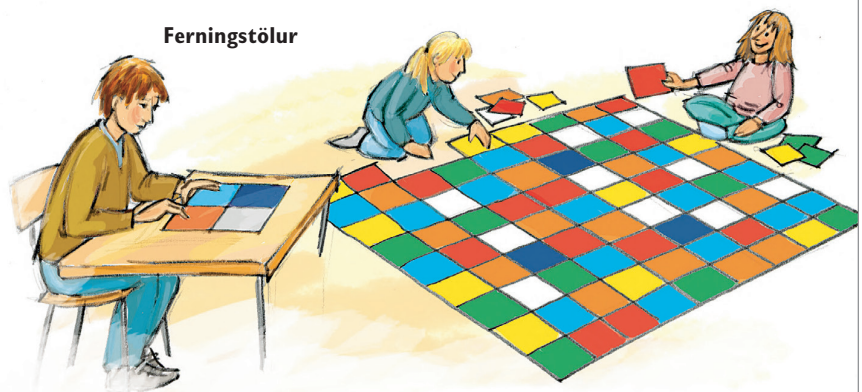
Mynd	Fjöldi reita	Aukning
1	1	
2	4	3

- Þið sjáið að tölurnar, sem sýna aukninguna, verða æ stærri. Kannist þið við þessar tölur? (Þetta eru oddatölur.)
- Hvers vegna er aðeins hægt að tákna aukninguna milli ferningstalna með oddatölum?

Skýring:

Til að fá næstu ferningstölu í talnarununa bætum við jafn mörgum reitum við tvær hliðar fyrri ferningsins. Þegar tvö jafn stór söfn eru lögð saman kemur út slétt tala. En

Ferningstölur



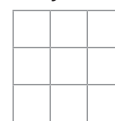
Mynd 1



Mynd 2



Mynd 3



- 8.16 a Hve margir reitir verða í mynd 4?
b Hve margir reitir verða í mynd 5 og 6? Fylltu töfluna út.
c Skráðu í töfluna fjölda reita í myndum 7, 8, 9 og 10.
d Hve margir reitir verða í myndum 20, 50 og 100?

Mynd	Fjöldi reita
1	1
2	4
3	9
4	

106

8 • Mynstur

síðan þarf að bæta við einum reit í hornið þannig að fá fáum slétta tölu plús 1 þannig að út kemur oddatala: $3 + 3 = 6$ og $6 + 1 = 7$.



► Bls. 107

Nr. 8.17

Nemendur búa til þríhyrninga með kubbum eða með því að teikna á rúðustrikað blað. Síðan finna þeir fjölda reita í myndum nr. 4–8 og skrá niðurstöðurnar í töflu. Þeir reyna að finna mynstur.

Þríhyrningstölnurnar mynda talnarunu þar sem sömu tölu er ekki bætt við síðustu töluna í röðinni til að fá næstu tölu. Biðjið nemendur að kanna hve margir reitir bætast við með hverri nýrri mynd.

Nemendur geta sett þessar upplýsingar í kerfi með því að bæta við töfluna í nemendabók einum dálki til að sýna aukninguna:

Mynd	Fjöldi reita	Aukning
1	1	
2	3	2
3	6	3

Þannig má búa til rakningarreglu: Tölunni 1 er bætt við hverja nýja tölu í síðasta dálki; þannig geta nemendur fyllt töfluna út allt upp í 12. mynd.

Ekki er úr vegi að reyna að fá nemendur til að skilja beina formúlu fyrir þríhyrningstölnurnar. Byrjum á þríhyrningstölnumynd nr. 5. Hve margir reitir eru í henni?

Ef við röðum saman tveimur þríhyrningstölnumyndum nr. 5 fæst

Þríhyrningstölur



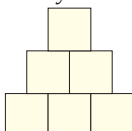
Mynd 1



Mynd 2



Mynd 3



- 8.17 a Teiknaðu mynd 4?
b Hve margir reitir verða í mynd 5, 6, 7 og 8? Búðu til töflu.
c Sérðu mynstur í tölunum í töflunni?
d Haltu áfram að fylla út í töfluna upp í mynd 12.

Mynd	Fjöldi reita
1	1
2	3
3	6
4	

- 8.18 Fyrir langa löngu var fátækur fjósamaður í vinnu hjá mjög nískum manni. Hann vann sér inn 1 krónu fyrsta daginn. Annan daginn fékk hann 2 krónur. Hann fékk einni krónu meira hvern dag þannig að tíunda daginn fékk hann 10 krónur.
- a Hve mikið vann hann sér inn samtals 10 fyrstu dagana?
b Hve mikið vann hann sér inn samtals 20 fyrstu dagana?

107

rétthyrningur í stærðinni $5 \cdot 6$ reitir, þ.e.a.s. 30 reitir. Úr því að notaðar voru tvær þríhyrningstölumyndir hlýtur þríhyrningstölumynd nr. 5 að hafa helmingi færri reiti, þ.e. 15.



Þetta mun alltaf eiga við þegar finna skal fjölda reita í hvaða þríhyrningstölumynd sem er. Númerið á þríhyrningstölumyndinni er margfaldað með tölu, sem er einum hærri, og síðan deilt í margfeldið með 2. Formúlan verður þá þannig:

$$\frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

Bókstafurinn n táknar númer þríhyrningstölumyndarinnar.

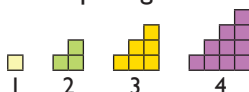
Auðveldari verkefni

Látið nemendur búa til þríhyrningstölumyndir og ferningstölumyndir með kubbum.

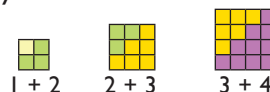
Erfiðari verkefni

Nemendur raða saman tveimur þríhyrningstölumyndum, sem eru hlið við hlið í röðinni, og rannsaka hvaða summur koma út. Í myndum $1 + 2$ eru 4 reitir, myndum $2 + 3$ eru 9 reitir o.s.frv. Summan er alltaf ferningstala. Biðjið nemendur að reyna að rökstyðja hvers vegna þetta er svo.

Líklega er auðveldast að útskýra þetta með því að teikna þríhyrningstölumyndirnar þannig:



Hér má sjá hvernig búa má til ferning með því að taka fyrri myndina af tveimur, snúa henni um 180° og koma henni fyrir í efri vinstri hluta næstu myndar.



Raunverkefni

Jafn langar lengjur

Búnaður: Cuisenaire-kubbar

Þetta er viðamikil rannsóknarverkefni sem nemendur þurfa að minnsta kosti hálf tíma til að vinna. Ef verkefnið gagntekur þá geta þeir vel haldið lengur áfram.

Látið tvo og tvo nemendur vinna saman. Hvert par fær tíu kubba í mismunandi lengdum frá eininga-kubb upp í tugkubb. Nemendur eiga að mynda tvær lengjur með því að leggja kubbana hvern í framhaldi af öðrum. Verkefnið felst í að athuga hvort hægt er að búa til tvær jafn langar lengjur. Athugið: nota þarf alla kubbana.

Þetta er ekki hægt. Nemendur eiga þá að athuga hvort hægt sé að leysa verkefnið ef tugkubburinn er fjarlægður og aðeins kubbarnir sem tákna 1–9 eru notaðir. Það er heldur ekki hægt. Næsta verkefni er að athuga hvort verkefnið gangi upp þegar 9-kubburinn er einnig fjarlægður. Þá loksins gengur verkefnið upp!

Því næst eiga nemendur að rannsaka hvenær hægt sé að búa til jafn langar lengjur þegar notaðir eru kubbar frá 1 og upp í einhverja tiltekna tölu.

Loks eiga nemendur að reyna að rökstyðja hvenær hægt er að búa til jafn langar lengjur og hvenær það er ekki mögulegt. Ein leið til þess að útskýra þetta er að leggja saman lengd allra kubbanna. Í þessa summu þarf að vera hægt að deila með 2 til að hægt sé að búa til tvær jafn langar lengjur. Ef 10 kubbar eru notaðir verður summan þessi:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Þetta þýðir að ómögulegt er að búa til tvær jafn langar lengjur með öllum kubbunum.

Viðfangsefni

- Myndtölur (t.d. þríhyrnings-tölur og ferningstölur), kanna og lýsa gerð og breytingum í einföldum rúmfræðilegum mynstrum og talnamynstrum
- Talnarunur sem fara hækkandi, bæði jafnmunarunur og talnarunur þar sem sömu tölu er ekki bætt við hverja nýja tölu.

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 108

Nr. 8.19

Nemendur teikna næstu mynd í mynstrinu og finna fjölda reita í henni. Þeir finna einnig út hve reitunum fjölgar mikið með hverri mynd sem bætist við. (Hér er um jafnmunarunu að ræða.)

- Getið þið fundið út hve margir reitir verða í mynd 10? (28)
- Hvernig fannstu svarið? (Annaðhvort með því að telja áfram 3 skref í einu eða með því að nota þá formúlu að fjöldi reita sé myndnúmerið margfaldað með 3 og draga svo 2 frá.)

Slíkar formúlur má setja fram á ýmsa vegu. Í þessu verkefni væri einnig hægt að segja að frá og með mynd nr. 2 bætist alltaf 3 við. Í mynd 4 höfum við fengið 3 þrisvar, ekki fjórum sinnum. En í viðbót er reiturinn sem er í mynd nr. 1. Því má segja að við margföldum 3 með tölunni sem er einum minni en myndnúmerið og bætum síðan 1 við. Dæmið út frá mynd nr. 5 er þá svona:

$4 \cdot 3 + 1 = 13$. Bein formúla fyrir þessu er þá svona:

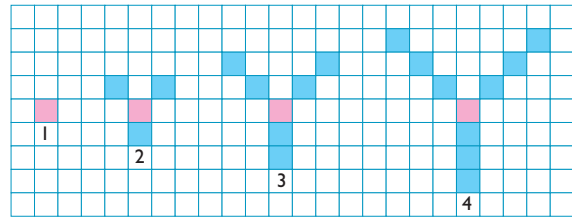
$$(n - 1) \cdot 3 + 1 =$$

Hér merkir n myndnúmerið.

Nr. 8.20

Nemendur teikna næstu þrjár myndir og finna fjölda reita í hverri mynd. Þeir skrifa niðurstöðurnar í töflu og skrá aukningu reita í hverri mynd í einn dálkinn. Biðjið nemendur að reyna að finna hve margir reitir eru í 12. mynd án þess að teikna myndirnar.

Aðrar myndtölur



8.19 a Hvernig verður mynd 5? Hve margir reitir verða í henni?

b Teiknaðu myndir 6, 7 og 8.

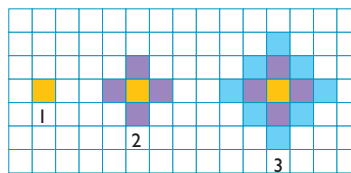
Hve marga reiti þarf í þær myndir?

Búðu til töflu og skráðu svörin.

c Um hve marga reiti stækka myndirnar í hvert sinn?

Myndir	Fjöldi reita
1	1
2	4
3	

8.20



a Teiknaðu myndir 4, 5 og 6.

b Hve margir reitir eru í þessum myndum?

Búðu til töflu og fylltu út í hana upp í mynd 12.

c Um hve marga reiti stækka myndirnar í hvert sinn?

Mynd	Fjöldi reita	Stækkar um
1	1	0
2	5	4
3	13	8
4		

8.21 a Búðu til þína eigin mynd.

Sýndu með teikningu hvernig hún stækkar.

b Búðu til töflu og fylltu hana út.

c Um hve marga reiti stækka myndirnar í hvert sinn?

108

8 • Mynstur

Nr. 8.21

Nemendur búa til eigin myndtölur og teikna fyrstu 1–5 myndirnar. Þeir geta ef til vill byrjað á því að búa myndirnar til með plastkubbum eða ferningslaga pappírsbútum. Rétt er að hvetja nemendur til að teikna lausnirnar og búa síðan til töflu sem sýnir hve margir reitir eru í hverri mynd og hver aukningin er.

Í upprifjun er rétt að benda á að stundum er fengist við myndir sem stækka með því að bætt er við hverja nýja mynd jafn mörgum reitum. Slíkar talnarunur kallast jafnmunarunur. Þetta á við myndina í verkefni 8.19. Í öðrum tilvikum eykst fjöldinn sem bætist við með hverri nýrri mynd eins og sjá má í verkefni 8.20.

► Bls. 109

Nr. 8.22

Nemendur finna hve mörg spil þarf til byggja spilaborg með mismörgum hæðum. Ef þeir „standa fastir“ í þessu verkefni má gefa þeim vísbendingu um að teikna spilaborgina. Ekki er rétt að hjálpa þeim frekar fyrr en þeir hafa spreytt sig á þessu í dagóðan tíma. Þeir eiga að skrá niðurstöður í töflu.

Nr. 8.23

Nemendur finna fjölda manna í lestinni út frá fjölda vagna. Í viðbót við sex menn í hverjum vagni er lestarstjóri fremst í eimreiðinni.

- Hvernig getum við reiknað út hve margir menn geta verið í lestinni ef vagnarnir eru 20 talsins? ($20 \cdot 6 + 1$)

- 8.22 Þessi spilaborg er á þremur hæðum. Hún er búin til úr 15 spilum.

- a Hve mörg spil þarf í svona hús með tveimur hæðum?
b Skrifðu töfluna upp og ljúktu við hana.

Fjöldi hæða	1	2	3	4	5
Fjöldi spila	2		15		

- c Hve mörg spil þarf í spilaborg með 10 hæðum?



- 8.23 Í hvorum vagni, sem eimreiðin dregur, er pláss fyrir 6 manns. Þegar vagnarnir tveir eru fullir eru 13 manns í lestinni.

- a Hve margir geta verið í lestinni þegar vagnarnir eru þrír?
b Skrifðu töfluna upp og ljúktu við hana.

Fjöldi vagna	0	1	2	3	4	5
Fjöldi manna	1		13			

- c Hve margir geta verið í lestinni þegar vagnarnir eru 20?

109

Auðveldari verkefni

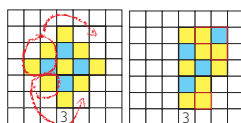
Látið nemendur fyrst búa myndirnar til með kubbum og teikna þær síðan. Leggið mikla áherslu á að þeir vinni skipulega, búi til eina mynd í senn, telji kubba/reiti og fylli inn í töfluna. Þeir vinna því fyrst og fremst með áþreifanlegum hjálpar-tækjum eða með því að teikna. Aðgætið hvort þeir geti ekki smám saman komið auga á mynstrið í talnaruninum í töflunum.

Erfiðari verkefni

Látið nemendur finna fjölda reita í mynd sem er hátt í númeraröðinni, t.d. mynd nr. 100 í verkefni 8.19.

Það getur verið ansi strembið að finna reitafjöldann í mynd nr. 50 í verkefni 8.20. Ein lausnin getur falist í að nemendur sjái út að hver mynd er sett saman úr tveimur fernings-tölum, þ.e. númer tilheyandi myndar og númer næstu myndar á undan eru margfaldaðar með sjálfum sér og síðan lagðar saman.

$$50^2 + 49^2 = 2500 + 2401 = 4901$$



Í verkefni 8.22 geta nemendur fundið fjölda spila í 20 hæða spila-borg. Þeir geta hugsað sér að spil séu notuð til að búa til „gólf“ fyrir spilaborgina. Á myndinni vantar þá 3 spil í viðbót sem gólf. Það sem næst með því er að fjöldi spila í spilaborg er jafn og þríhyrningstölurnar margfaldaðar með 3. Í stað hvers reits á myndinni á miðri bls. 107 koma 3 spil, þ.e. eitt gólf og tveir skáveggir. Til að finna fjölda spila í 20 hæðum má fyrst finna þríhyrningstöluna í mynd nr. 20, margfalda þríhyrnings-töluna með 3 og draga síðan frá þau 20 spil sem notuð voru í gólf.

Auðveldasta leiðin til að finna þríhyrningstölu er líklega sú að leggja saman fjölda reita í tveimur eins þríhyrningum og búa til rétthyrning eins og lýst er á bls. 107. Það merk-ir að tveimur þríhyrningsmyndum nr. 20 má raða saman í rétthyrning sem er þá $20 \cdot 21 = 420$ reitir. Þess vegna hlýtur hvor þríhyrningurinn að vera búinn til úr 210 reitum.

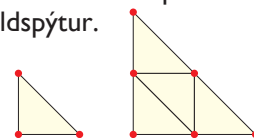
Í spilaborgina þarf þá $210 \cdot 3 - 20 = 610$ spil.

Raunverkefni

Þríhyrningsmynstur með greinum
Búnaður:

Útiverkefni: Greinar eða trépinningar.
Inniverkefni: Eldspýtur.

Nemendur vinna saman.



Hver hópur þarf að búa til runu úr þríhyrningum þannig að allir þríhyrningarnir séu búnir til úr sama mynstri, sjá myndina hér á undan.

Nemendur búa til þriðju myndina úr eins þríhyrningum.

- Hve margir litlir þríhyrningar eru í hverri mynd?
- Hve margir pinnar eru í hverri mynd?
- Fyllið út töfluna og athugið hvort þið sjáið mynstur í tölunum.
- Úr hve mörgum þríhyrningum og pinnum verður 10. myndin?

Númer myndar	1	2	3	4	5
Fjöldi litilla þríhyrnunga					
Fjöldi pinna					

Viðfangsefni

- Talnarunur þar sem sömu tölu er bætt við hverja nýja tölu í rununni, þ.e. jafnmunarunur
- Margföldunartöflurnar
- Endurtekin samlagning og endurtekinn frádráttur
- Fyrstu skref í algebru

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 110

Nr. 8.24

Nemendur reikna hve margra króna nemendur afla með því að selja epli, safu og vöfflur í mismiklu magni. Nemendur geta lagt saman og haldið áfram með talnarunurnar: 2-töfluna í a-lið, 25-töfluna í b-lið og 30-töfluna í c-lið. Í d-lið munu einhverjir nota margföldun. Hér er um beina formúlu að ræða þannig að ekki þarf að reikna út liðina, sem eru á undan í talnarununni til að finna endanlegt svar. Hvetjið nemendur til að útskýra útreikninga sína.

- *Hvernig er hægt að reikna út hve miklum peningum krakkarnir safna þegar vitað er hvað þeir hafa selt margar vöfflur? (Ég margfalda fjölda vafflna með 15.)*

Þessi fullyrðing felur í sér stærðfræðilegt fall sem sett er fram með orðum.

Í síðasta verkefninu eiga nemendur að finna hve margar vöfflur maður nokkur getur fengið fyrir 100 krónur. Þetta má reikna á mismunandi vegu; því er rétt að biðja nemendur að útskýra aðferðir sínar hver fyrir öðrum.

► Bls. 111

Nr. 8.25

Nemendur skrifa næstu tölur í talnarununum. Biðjið þá að lýsa talnarununum, eins og t.d. þannig:

- Þetta eru sléttar tölur (2, 4, 6 ...)
- Þetta eru oddatölur (5, 7, 9, ... og 19, 17, ...)
- Þetta eru tölur í 3-töflunni (6, 9, 12, ... og 39, 42, ...)
- Þetta eru tölur sem eru einum

Talnamynstur



- 8.24 Birna og Þóra selja epli, safu í glösum og vöfflur til að safna fyrir Barnahjálpi. Hve miklu geta þær safnað? Skrifaðu töflurnar upp og fylltu þær út.



Fjöldi epla	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Upphæð í krónum	2	4							



Fjöldi glasa	5	10	15	20	25	30	35	40
Upphæð í krónum	25							



Fjöldi vafflana	2	4	6	8	10	12
Upphæð í krónum	30					

- d Hve mikið fá þær af peningum ef þær selja
- 100 glös af safu?
 - 40 vöfflur?
 - 50 epli?
- e Maður keypti vöfflur og borgaði með 100 krónum. Hvað fékk hann margar vöfflur?

stærri en tölurnar í 3-töflunni (31, 28, ...)

Nr. 8.26–8.28

Nemendur skrifa næstu tölur í talnarununum. Biðjið þá einnig hér að lýsa talnarununum með því að styðjast við fyrri þekkingu og reynslu og jafnframt segja frá hvernig þeir hugsuðu til að finna næstu tölur.

Nr. 8.29

Nemendur eiga að finna tölurnar sem vantar í talnarunurnar. Forsenda þess að finna lausnina í þessum verkefnum er að þeir átti sig á að jafn mikið bætist við hverja nýja tölu í rununni, þ.e.a.s. um jafnmunarunur er að ræða. Ef einhverjir

nemendur láta sér detta í hug hugmyndaríkar lausnir sem eru ekki alveg réttar er samt sem áður rétt að leyfa þeim að vinna úr þeim. Ef þessar lausnir hafa ekki stoð í stærðfræðinni er rétt að hvetja þá fyrst til að finna lausnir þar sem jafn mikið bætist við hverja nýja tölu í talnarununni og snúa sér síðan að því að finna eins hugmyndaríkar lausnir og þeir vilja.

Auðveldari verkefni

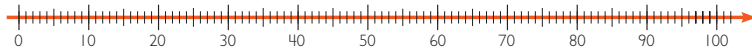
Nemendur geta notað kennslu-peninga sér til hjálpar við verkefnið á bls. 110. Á bls. 111 getur það hjálpað mörgum nemendum að nota talnalínu til að hoppa á. Loks geta þeir sem eiga í vandræðum með að finna mismun talnanna notað vasa-

8.25 Skrifaðu fjórar næstu tölurnar í talnarunum.

- a** 2, 4, 6, 8, ... **b** 19, 17, 15, 13, ...
 5, 7, 9, 11, ... 31, 28, 25, 22, ...
 6, 9, 12, 15, ... 39, 42, 45, 48, ...

8.26 Skrifaðu fjórar næstu tölurnar í talnarunum.

- a** 16, 20, 24, ... **b** 72, 67, 62, ...
 16, 21, 26, ... 60, 54, 48, ...
 26, 32, 38, ... 111, 107, 103, ...



8.27 Skrifaðu fjórar næstu tölurnar í talnarunum.

- a** 110, 210, 310, ... **b** 995, 985, 975, ...
 680, 660, 640, ... 325, 350, 375, ...
 205, 310, 415, ... 555, 540, 525, ...

8.28 Skrifaðu fjórar næstu tölurnar í talnarunum.

- a** 321, 422, 523, ... **b** 6439, 6337, 6235, ...
 160, 179, 198, ... 2650, 2775, 2900, ...
 858, 748, 638, ... 1800, 3050, 4300, ...

8.29 Hvaða tölur vantar í talnarunurnar?

- a** 5, , 13, , 21 **b** , 61, , 71,
, 17, , , 26 20, , , , 44
 14, , , , 38 31, , , 58,

reikni við erfiðustu talnarunurnar. Mestu skiptir að nemendur uppgötvu mynstrin í þessum verkefnum og þar með kerfið sem veldur því að tölurnar fara hækkandi eða lækkandi.

Ef verkefni 8.29 er of strembið má láta einstaka nemendur hreinlega sleppa því.

Erfiðari verkefni

Búa til eigin talnarunur

Auðvelt er að aðlaga þessa tegund verkefna að ólíkum nemendum með því að láta þá búa til talnarunur og leggja fyrir bekkjarfélagana.

Hvað kostar að hringja með farsíma?

Biðjið nemendur að búa til yfirlit yfir hve mikið það kostar að spjalla

í farsíma. Fela má nemendum það verkefni að finna á netinu verð hjá mismunandi símafyrirtækjum. Síðan geta þeir búið til töflu fyrir hvert fyrirtæki sem sýnir verðið fyrir 1, 2 og 3 mínútur, 5 mínútur, 10 mínútur o.s.frv.

Hér er sýnt verð hjá Spjöllum saman sem er tekið sem dæmi um framsetningu á slíkum upplýsingum.

Tegund þjónustu	Verð
Áskrift á mánuði – 3 vinir	1390 kr.
Mínútuverð – hringt í farsíma	16,90 kr.
Mínútuverð – hringt í fastlínusíma	16,90 kr.
Upphafsgjald – ekki í vinarúmer	9,90 kr.

Fjöldi mínútna í hverju samtali	Verð
1 mínúta	$16,90 + 9,90 = 26,80$
2 mínútur	43,7
3 mínútur	60,6

Nemendur geta með hliðsjón af töflunum metið hvaða símafyrirtæki er ódýrast og jafnframt metið hvort ódýrara sé að kaupa svokölluð frelsiskort eða vera í áskrift.

Raunverkefni

Hve mörg kanínupör?

Nemendur geta lagt heilann í bleyti yfir þrautinni „Hve margar kanínur?“ sem lýst er á bls. 123.

Viðfangsefni

- Talnamynstur
- Finna tölur sem vantar í talnarunur
- Margföldunartöflurnar
- Röksemdafærsla

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 112

Nr. 8.30

Helga hoppar fyrst á annan hvern stein og nemendur skrá á hvaða steinum hún lendir. Í fyrstu umferð lendir hún á steinum nr. 0–2–4–6–8 áður en hún kemur aftur á 0. Haldi hún áfram að hoppa verða næstu umferðir eins og sú fyrsta.

Í b-lið hoppar hún á þriðja hvern stein. Þá verður hún að fara þrjár umferðir áður hún lendir aftur á 0. Steinarnir tákna síðari tölustaf í svörunum í viðkomandi margföldunartöflu. Því er það svo að þegar hún hoppar á þriðja hvern stein lendir hún í hverju skrefi á síðari tölustaf í svörunum í 3-töflunni:

3–6–9–12–15–18–21–24–27–30

Þar eð steinarnir eru 10 talsins og 3 er ekki þáttur í 10 verður Helga að hoppa á alla tíu steinana áður en hún lendir aftur á 0. Þetta á ekki við um sléttu tölurnar, þ.e. hopp á 2., 4., 6. eða 8. hvern stein. Þá lenda hoppin alltaf á steinum með sléttu tölunum þannig að hún lendir aðeins á steinum nr. 2, 4, 6 og 8 áður en hún kemur til baka á 0. Þegar Helga hoppar 5 steina í einu mun hún aðeins lenda á steinum 5 og 0. Ástæðan er sú að 5 er þáttur í 10 og að tölurnar í 5-töflunni enda til skiptis á 5 eða 0.

Nr. 8.31

Látið nemendur koma með tillögur um framhald talnarununnar. Þeir þurfa að rökstyðja tillögur sínar. Hér eru nokkrar tillögur:

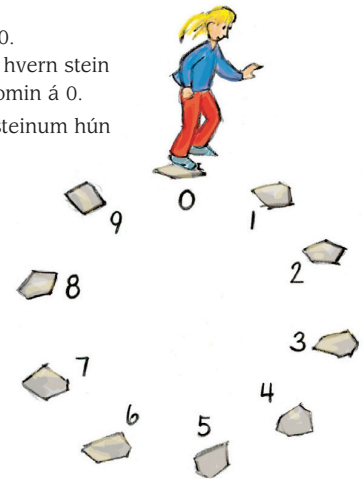
- 1, 4, 9, 16 ... (ferningstölurnar)
- 1, 4, 7, 10 ... (3 bætist við hverja nýja tölu)
- 1, 4, 8, 13 ... (Mismunur talnanna hækkar um 1 við hverja nýja tölu)
- 1, 4, 1, 4, 1 ... (tvær tölur á víxl)

8.30 Helga byrjar á steini 0.

Hún hoppar á annan hvern stein þar til hún er aftur komin á 0.

- a Skrífaðu á hvaða steinum hún lendir.

0 – 2 – 4 – ...



- b Næst byrjar hún á 0 og hoppar á þriðja hvern stein þar til hún er komin aftur á 0. Skrífaðu á hvaða steinum hún lendir.

0 – 3 – ...

- c Kannaðu á hvaða steinum hún lendir þegar hún hoppar á 4., 5., 6., 7., 8. og 9. hvern stein.

8.31 Sýndu þrjár mismunandi leiðir til að halda áfram með þessa talnarunu:

1, 4, ...

8.32 Hvaða tölur vantar í talnarunurnar?

a 2 – 4 – – 16 – 32 – – 128

b 3 – – 9 – – 15 – – 21

c 240 – 120 – – 30 – – 7,5

d 1 – – 9 – – – 36

- 1, 4, 5, 9, 14 ... (tvær síðustu tölur lagðar saman til að fá næstu tölu)
- 1, 4, 10, 22, 46, ... (mismunur tveggja síðustu talna tvöfaldast með hverri nýrri tölu)

Nr. 8.32

Nemendur finna hvaða tölur vantar í talnarunurnar. Jafnmunaruna er aðeins í b-lið en í hinum liðunum er ekki sami mismunur milli talnanna; m.ö.o.: sama tala bætist ekki við hverja nýja tölu í rununni.

► Bls. 113

Nr. 8.33

Nemendur eiga að átta sig á í hverju mynstrin í spilaröðunum felast og nota þau til að finna út hvaða spil er á hvolfi.

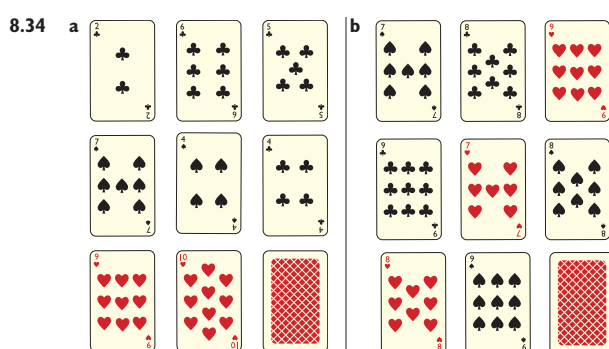
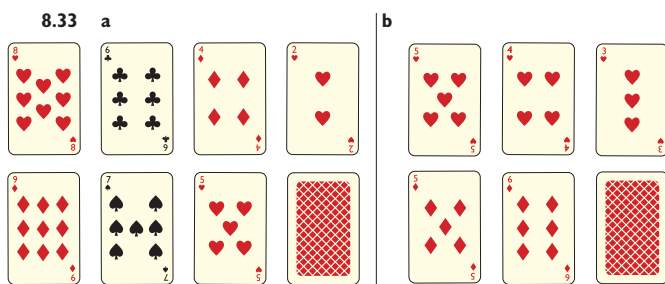
Í a-lið eru sléttar tölur í efri röðinni og oddatölur í þeirri neðri. Í b-lið er summa spilanna í hverjum dálki 10. Ef nemendur hafa aðrar tillögur er gott að þeir setji þær fram. Þá geta þeir ákveðið hvaða tillaga þeim finnst rökréttust.

Nr. 8.34

Nemendur leita að mynstrum í spilunum sem snúa upp og nota þau til að finna út hvaða spil eru á hvolfi.

Í a-lið má leggja saman tvö efstu spilin í hverjum dálki til að fá neðsta spilið, hið rauða. Með því móti verður svarið tígul nía (hjarta nía er þegar upptekin í fyrsta dálkinum). Í b-lið eru tvö svört spil og eitt rautt í hverri röð og hverjum dálki. Þar að auki eru spilin 7, 8 og 9 í

Hvaða spil er á hvolfi? Skoðaðu vel hin spilin.
Sérðu mynstur?
Þú þarft kannski að reikna svolítið.

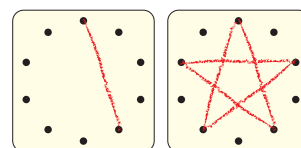


Raunverkefni

Hopp á steinum

Búnaður: Blað með „steina-
hringjum“ (verkefnablað 5.195
(*Steinahringir*)).

Nemendur vinna saman tveir
og tveir. Hvor þeirra fær ljósrit
af blaðinu með steinahringjum. Í
hverjum hinna sex hringja taka nem-
endur fyrir eina margföldunartöflu
frá 1 til 9. Þeir skipta með sér töfl-
unum þannig að samtals komi þær
allar við sögu. Þar sem hringirnir
eru alls 12 en margföldunartöflurnar
9 verða einhverjar þeirra sam-
eiginlegar. Alltaf á að byrja á efsta
steininum. Síðan hoppa nemendur
á öðrum hverjum steini, þriðja
hverjum o.s.frv. Þeir sýna þetta með
því að draga strik frá einum steini
til annars og halda áfram allt þar til
þeir lenda aftur á efsta steininum. Ef
hoppað er á 4. hvern stein myndast
stjarna eins og þessi:



Fyrsta hopp.

Fullgerð
stjarna.

Nemendur munu sjá að margföldun-
artöflurnar, sem eru tíuvinir, mynda
sömu stjörnuna: 4- og 6-töflurnar,
3- og 7-töflurnar, 2- og 8-töflurnar
og 1- og 9-töflurnar. Ástæða þessa
er sú að allar stjörnurnar eru sam-
hverfar um lóðréttan spegilás. Þess
vegna verður hopp á 4. stein, eins
og sést á vinstri myndinni hér fyrir
ofan (þ.e. 4-taflan) spegilmynd af því
að hoppa á 6. stein (þ.e. 6-taflan).

Meiri þjálfun í rökhusun og röksemdafærslu

Á verkefnablöðum 5.196 og 5.197
(*Heilabrot 1* og 2) eru fleiri verkefni
þar sem nemendur fá þjálfun í rök-
hugsun. Í þeim eiga nemendur að
finna lausnir sem krefjast þess að
þeir flokki upplýsingar og beiti sömu
rökhugsun í nokkrum þrepum.

hverri röð og hverjum dálki þann-
ig að svarið gæti verið svört sjöa
(þ.e. laufa sjö þar eð spaða sjöan er
þegar upptekin). Ef nemendur hafa
aðrar tillögur er gott að þær komi
fram. Síðan velja þeir þá tillögu sem
þeim finnst rökréttust.

Auðveldari verkefni

Í staðinn fyrir verkefni 8.32 geta
nemendur búið til eigin talnarunur
sem eru léttari. Síðan geta þeir
annaðhvort skipst á verkefnum
við bekkjarfélaga eða útskýrt með
orðum hvernig talnaruna þeirra fer
hækkandi.

Á bls. 113 þurfa sumir nem-
endur sennilega að fá einhverjar
vísbendingar áður en þeir geta leyst
verkefnin.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að útskýra hvers
vegna Helga (í verkefni 8.30) lendir
á öllum steinum í nokkrum marg-
földunartöflum (3-, 7- og 9-töfl-
unum) en ekki í hinum (2-, 4-, 5-,
6- og 8-töflunum).

Töflurnar, sem Helga lendir á, eru
síðari tölustafir í tölunum í viðkom-
andi margföldunartöflu. Töflurnar
í 5-töflunni enda alltaf á 5 eða 0;
þar með lendir hún ekki á öðrum
steinum. Talan 2 er þáttur í öllum
tölunum í 2-, 4-, 6- og 8-töflunum
þannig að alltaf er um sléttar tölur
að ræða. Þar með endar engin tala í
þessum margföldunartöflum á odda-
tölu þannig að Helga lendir aldrei á
slíkri tölu.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 114

Nr. 8.35

Nemendur teikna talnapíramídana upp í reikningsheftin sín og skrá tölurnar í reitina. Leggja skal saman tvær tölur hlið við hlið og skrifa summuna í reitinn fyrir ofan báðar tölurnar. Í c- og d-lið þurfa nemendur bæði að reikna niður á við og upp á við til að finna svörin. Liður d er nokkuð erfiður en kennari þarf að gæta þess að gefa nemendum ekki vísbendingu of snemma.

Nr. 8.36

Nemendur búa til eigin talnapíramída og skiptast á verkefnum. Kennari getur líka dreift talnapíramíðum til nemenda. Auðveldast er að búa til píramída þar sem allar tölurnar í neðstu röð eru gefnar upp. Þeir píramídar eru flóknari þar sem tölur eru dreifðar í píramíðanum því þá er hugsanlegt að fleiri en ein lausn komi til greina.

► Bls. 115

Töfraferningar

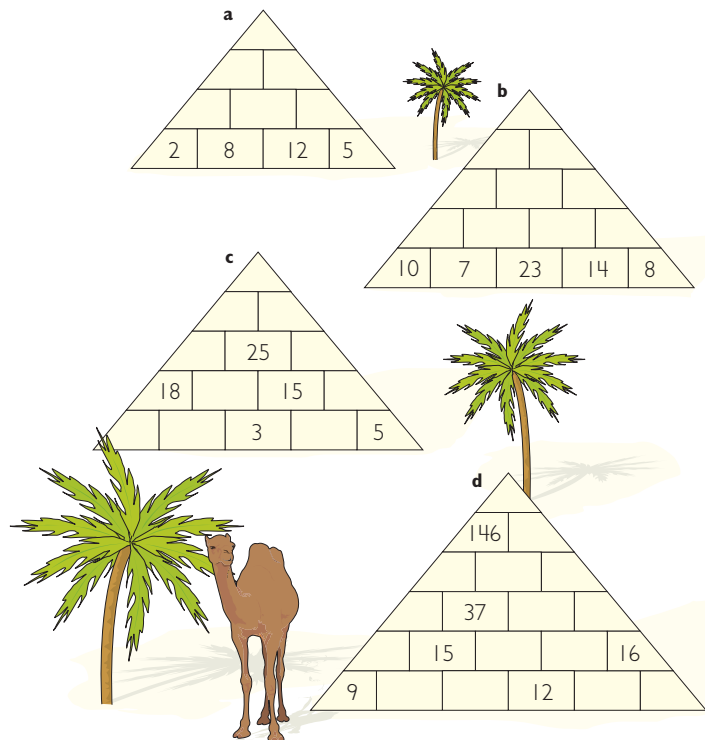
Töfraferningur er ferningur sem skipt er í marga minni ferninga eða reiti. Í hverjum reit er tala. Tölunum þarf að raða þannig að summa þeirra í hverri röð, hverjum dálki og hvorri hornalínu sé hin sama. Í sýnidæminu í bókinni er summan 21.

Lausnir á einfaldasta töfraferningnum (3×3 reitir), þar sem notaðar eru tölurnar 1–9, er að setja sléttar tölur í hornin, töluna 5 í miðjuna og hinar oddatölurnar á hliðarnar. Þá kemur summan 15 fram. Látið þetta verða fyrsta verkefni nemenda. Í kjölfarið má reyna að fá nemendur til að íhuga hvers vegna töfrasumman er 15!

Nr. 8.37

Nemendur fylla inn tölur í auðu reitina þannig að summa talnanna, lárétt, lóðrétt eða á ská, verði hin

8.35 Leggðu saman tölurnar, sem standa hlið við hlið, og skráðu summuna í reitinn sem er fyrir ofan báðar tölurnar.



8.36 Búðu til þinn eigin talnapíramída.

sama. Í a-, c- og d-liðum er summan gefin upp en í b- og d-liðum verða nemendur að finna summuna áður en þeir geta skrifað tölurnar.

Auðveldari verkefni

Á bls. 114 geta einhverjir nemendur byrjað á því að búa til eigin talnapíramída í staðinn fyrir að vinna verkefni 8.35d. Þá geta þeir valið tölur í samræmi við eigin getu.

Erfiðari verkefni

Talnapíramídar með tugabrotum eða almennum brotum

Fáið nemendur til að búa til talnapíramída með tugabrotum eða almennum brotum. Á verkefnablaði 5.198 (*Talnapíramídar 2*) eru slíkir píramídar.

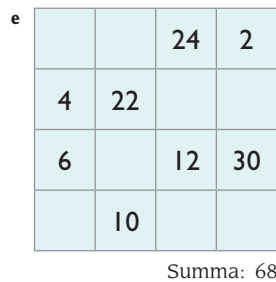
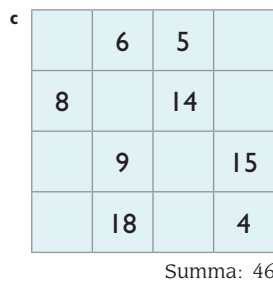
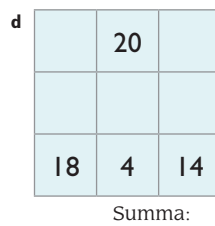
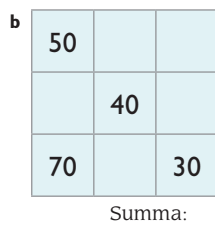
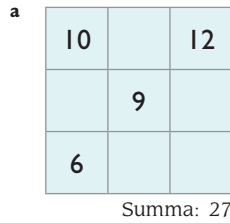
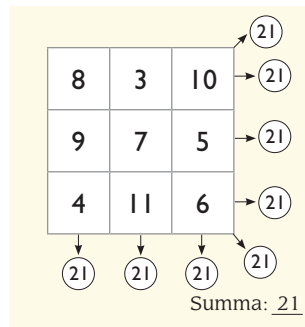
Fá sem hæsta summu

Talnapíramídi nokkur hefur fimm tölur í neðstu röð. Þær eru 17, 19, 27, 37 og 41.

- Raðið tölunum í neðstu röð þannig að summan á toppi píramíðans verði eins há og mögulegt er. (19–27–41–37–17 eða 19–37–41–27–17 og spegilmynd þessara raða; summan er 538.)
- Raðið tölunum í neðstu röð þannig að summan á toppi píramíðans verði eins lág og mögulegt er. (41–19–17–27–37; summan er 364. Aðrar lausnir gefa sömu summu svo lengi sem tölurnar 37 og 41 eru í ystu reitum og 17 í miðjunni.)

Töfraferningar

- 8.37** Skrifðu tölur í alla reitina þannig að summa talnanna verði sú sama hvort sem lagt er saman lárétt, lóðrétt eða á ská.

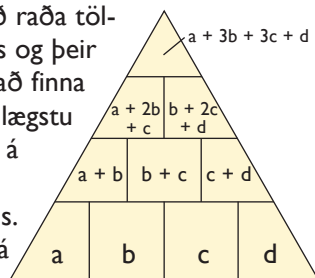


115

- Raðið tölunum þannig að summan efst verði nákvæmlega 500. Eru til fleiri en ein lausn? (19–41–37–17–27 og spegilmynd raðar innar.)

Kennari hvetur nemendur til að finna út og hugleiða hvers vegna best er að raða tölunum eins og þeir gerðu til að finna hæstu og lægstu summuna á toppi píramídans.

Til að fá eins háa summu og mögulegt er þurfa stærstu tölurnar að vera í miðjunni í neðstu röð; þessu er öfugt farið ef



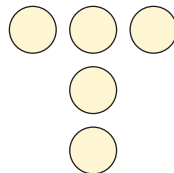
fá á eins lága summu og mögulegt er. Sjá skýringarmynd.

Raunverkefni

Töfra-T

Hér er um einfaldari útgáfu af töfraferningum að ræða.

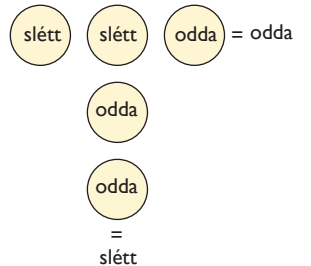
Nota á tölurnar 1–5 og skrá þær í hringina þannig að summan lóðrétt og lárétt verði hin sama. Á þessu verkefni eru þrjár mismunandi lausnir eða summur: 8, 9 og 10. Auðveldara er að vinna verkefnið ef nemendur búa sér til litla pappírshúta og skrá tölurnar á þá. Þannig geta þeir flutt pappírshúta til í stað þess að stroka tölurnar út og skrifa nýjar þegar þeir prófa sig áfram.



Kennari hvetur nemendur til að finna fleiri en eina lausn. Þegar þeir hafa fundið allar lausnirnar þrjár geta þeir spreytt sig á að færa rök fyrir því að lausnirnar séu ekki fleiri. Látið þá einnig reyna að finna svar við eftirfarandi spurningum:

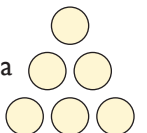
- Hver er minnsta mögulega summan? Hver er ástæðan? (Talan 1, lægsta talan, er í miðjunni.)
- Hver er stærsta mögulega summan? Hver er ástæðan? (Talan 5, stærsta talan, er í miðjunni)

Í lausnunum geta einungis verið oddatölur í miðjunni. Hvers vegna er ekki hægt að nota slétta tölu í miðjunni? Summa talnanna 1–5 er 15. Talan í miðjunni er sameiginleg báðum röðunum þannig að summa þeirra fjögurra talna, sem eftir eru, verður að vera deilanleg með 2. Ef ein slétt tala er fjarlægð og sett í miðjuna verður summa hinna talnanna oddatala en í hana er ekki hægt að deila með 2.



Töfraþríhyrningar

Raða á tölunum 1–6 í hringina þannig að summan á öllum hliðunum verði



hina sama. Á þessu eru til fjórar lausnir með summum 9, 10, 11 og 12. Lausnirnar eru: a) þrjár minnstu tölurnar í hornunum; b) þrjár stærstu tölurnar í hornunum; c) allar sléttu tölurnar í hornunum; d) allar oddatölurnar í hornunum.

Umhugsunarefni:

- Hver er minnsta mögulega summan? Hver er ástæðan?
- Hver er stærsta mögulega summan? Hver er ástæðan?
- Sjáið þið einhver mynstur í summunum fjórum?

Fleiri töfraferningar

Á verkefnablaði 5.20 í Stika 1a – verkefnablöð (Töfraferningar) eru tveir töfraferningar.

Viðfangsefni

- Reikningsaðgerðirnar fjórar
- Margföldunartöflurnar
- Fyrstu skref í algebru, jöfnur

Búnaður

- Ef til vill ljósrit af bls. 117 (ljósritunarblað 4 aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 116

Nr. 8.38

Nemendur finna hvers virði hver mynd er þannig að summa verðgildisins í hverri röð og hverjum dálki nemi tölunum sem tilgreindar eru við jaðrana. Hver mynd hefur því ákveðið verðgildi í rúðunetinu.

Í hverju rúðuneti er ein röð eða einn dálkur þar sem sömu myndir eru í öllum reitum. Í a-lið eru þrír fiskar í miðdálkinum. Þar sem summa þeirra er 15 hlýtur hver fiskur að hafa verðgildið 5. Í miðröðinni eru tveir fiskar og ein slanga sem samtals eiga að hafa summuna 12. Þar eð fiskarnir tveir hafa summuna 10 hlýtur slangan að hafa verðgildið 2. Þannig má fikra sig áfram að verðgildi allra myndanna.

► Bls. 117

Nr. 8.39

Nemendur skrifa upp talnakrossgátunna eða nota ljósritunarblað 4 aftast í þessari bók (*Ljósrit af bls. 117 í Stiku 1b*). Þeir fylla út í krossgátunna með tölum og aðgerðartáknum þannig að dæmin verði rétt. Bendið nemendum á að sum dæmin eru skrifuð upp á við.

Nr. 8.40

Nemendur margfalda saman tölurnar í grænu reitunum til að fá svörin í þeim hvítu. Nemendur fylla út í grænu reitina með því að ganga út frá þeim tölum í hvítu reitunum, sem gefnar eru upp, og fikra sig þannig áfram til að fylla út í alla hvítu reitina.

8.38 Hvers virði er hver mynd?

a

			17
			12
			17
9	15	22	

b

				38
				49
				40
				43
44	65	28	33	

c

					80
					140
					135
					225
					185
120	50	220	195	180	

116

8 • Mynstur

Auðveldari verkefni

Við verkefni 8.38 c má leyfa nemendum, sem ráða ekki við útreikningana, að nota vasareikni.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að búa til verkefni, sem samsvara verkefni nr. 8.38, og talnakrossgátur fyrir bekkjarskólaklassa.

Raunverkefni

Dulmál: Hvers virði eru bókstafirnir?

Leggið eftirfarandi þrautir fyrir nemendum þar sem þeir eiga að finna verðgildi hvers bókstafs:

a:

A	B	C
A	B	C
B	C	C

b:

Z	Y	X
X	X	X
	5	Y

Lausn á þraut a:

2	5	0
2	5	0
5	0	0

Lausn á þraut b:

6	0	5
5	5	5
	5	0

- 8.39 Teiknaðu krossgáturnar í reikningsheftið þitt. Þú átt að bæta við tölum og aðgerðartáknum: +, −, •, : eða =.

a		+	17	=	75
	35	+	2	=	
	=			=	
		+		=	38

b		−	40	=	16
	−		=		
	16	−		=	8
	=		•		=
		:		=	

- 8.40 Teiknaðu rúðunetið í bókina þína. Fylltu út í tómu reitina.

•		5		2		10		4
3		15		21				
2							16	
6					18			
							36	
		25						
			42	14				
	27				9			
			28					
						80		

117

Fleiri talnaþíramíðar, talnagátur og reikningskrossgátur

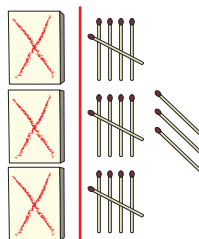
Á eftirfarandi verkefnablöðum eru mörg verkefni sem svipar til þeirra sem eru á þessari opnu: 5.16 (Talnagátur), 5.17 (Pílukast), 5.22 (Talnaþíramíðar I), 5.23 (Talnakrossgátur), 5.26–5.29 (Hve margar kúlur? Hvenær voru gallabuxur fundnar upp? Hve mikla peninga eiga börnin? Hvers virði eru myndirnar?) og 5.85 (Reikningskrossgátur), öll í verkefnahefti 5a.

Hvað er x?

Verkefnin á bls. 116 gefa að mörgu leyti forsmekkin að jöfnum og algebru sem nemendur munu kynnst seinna í stærðfræðináminu. Hér er því stungið upp á verkefni sem

byggist á leik og íhugun og sem kynnir bókstafinn x sem tákn fyrir óþekkta tölu. Hér er þetta gert með áþreifanlegum hjálpartækjum eins og eldspýtum eða kubbum.

Kennari leggur eldspýtnastokka og eldspýtur á myndvarpann eins og myndin sýnir:



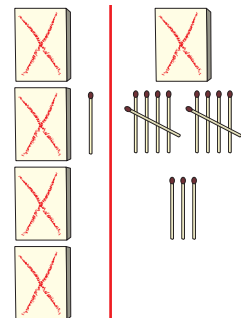
Strikið milli stokka og eldspýtna táknar jöfnumerkið (=), þ.e.a.s. alltaf eiga að vera jafn margar eldspýtur báðum megin við strikið.

Nemendur eiga nú að finna út hve margar eldspýtur eru í hverjum stokki. Upplýsa þarf þá um að í hverjum stokki eru alltaf jafn margar eldspýtur. Verkefnið felst í að finna hve margar þær eru.

Haldið áfram með fleiri verkefni. Byrja má á auðveldu verkefni með því að leggja x-stokk öðrum megin við strikið og 5 eldspýtur hinum megin. Hve margar eldspýtur eru í x-stokknum? (Að sjálfsögðu 5 eldspýtur.) Síðan má bæta við einum stokki og setja 12 eldspýtur hinum megin. Spyrjið síðan nemendur hvernig þeir fundu svarið.

Ef notaðar eru stærri tölur má leggja hrúgu af eldspýtum öðrum megin og segja að þær séu t.d. 56 talsins. Síðan leggur kennari 7 x-stokka hinum megin. Hve margar eldspýtur eru í hverjum stokki? Það verður afar seinlegt að telja allar eldspýturnar og skipta þeim, einni og einni í senn, á stokkana. Þess vegna þurfa nemendur að notfæra sér þá staðreyndabekkingu, sem þeir hafa yfir að ráða, nefnilega þá að 7 sinnum 8 er jafnt og 56.

- Ef 2 eldspýtnastokkarnir og 2 eldspýtur væru öðrum megin og 14 eldspýtur hinum megin – hve margar eldspýtur væru þá í hvorum stokki? (6)



- Hve margar eldspýtur eru nú í hverjum stokki? (4)

Auðveldara er að sjá svarið ef við „tökum til“ fyrst. Fjarlægja má stöku eldspýtuna vinstra megin og þá þarf að fjarlægja líka eina eldspýtu hægra megin. Síðan má fjarlægja x-stokkinn hægra megin en að sjálfsögðu þarf að gera hið sama vinstra megin. Þannig má fjarlægja og bæta við eins miklu og maður vill aðeins ef hið sama er gert báðum megin.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur með fjögurra og þriggja stafa tölum
- Fyrstu skref í algebru, föll

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 118

Nr. 8.41–8.45

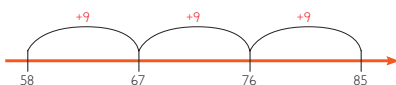
Nemendur finna tölurnar sem leynast bak við litasvæðin. Nemendur skrifa réttu dæmin upp í reikningsheftin sín ásamt svörum.

Biðjið nemendur að lýsa hver fyrir öðrum hvernig þeir fóru að því að finna hvaða tölur voru faldar. Leggið sérstaka áherslu á að fá fram flokkun og skiptingu talnanna í tugi og hundruð.

Nr. 8.46

Nemendur velja tvo mismunandi tölustafi, búa til tvær tölur og draga minni töluna frá þeirri stærri. Með tölustöfunum 5 og 8 má búa til tölurnar 58 og 85 og mismunur þeirra verður $85 - 58 = 27$.

Látið nemendur endurtaka þetta nokkrum sinnum en nota aðrar tölur. Þeir munu alltaf sitja uppi með tölu í 9-tölflunni. Ástæða þessa er nokkuð flókin en það byggist á því að þversumma tölustafanna tveggja í svarinu er alltaf 9. En hvers vegna er svarið alltaf í 9-tölflunni? Ef til vill er auðveldast að sjá þetta á talnalinunni. Finna á t.d. mismun talnanna 85 og 58. Hvernig má hoppa á talnalinunni til að komast frá 58 upp í 85? Sérstök aðferð við það er að hoppa 9 skref í einu. Tölurnar, sem maður lendir á, hækka um 1 í tugasætinu og lækka um 1 í einingasætinu (vegna þess að ef 9 er bætt við tölu samsvarar það því að bæta 10 við og draga síðan 1 frá).



Þegar þetta hefur verið endurtekið þrisvar hafa tugirnir hækkað frá 5 upp í 8 en einingarnar lækkað frá 8 niður í 5 og maður lendir nákvæmlega á 85. Það er því ákveðinn fjöldi

Hvaða tölur fela sig á bak við lituðu svæðin?

$$\begin{array}{r} \text{8.41 a } 42 \\ + 23 \\ \hline 64 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b } 543 \\ + 55 \\ \hline 75 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c } 36 \\ + 53 \\ \hline 137 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{8.42 a } 2493 \\ + 102 \\ \hline 86 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b } 585 \\ + 75 \\ \hline 908 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c } 627 \\ + 372 \\ \hline 86 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{8.43 a } 895 \\ - 3 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b } 76 \\ - 292 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c } 03 \\ - 24 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{8.44 a } 35 \\ - 127 \\ \hline 202 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b } 8450 \\ - 52 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c } 25 \\ - 128 \\ \hline 612 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{8.45 a } 72 \\ - 311 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b } 47 \\ - 835 \\ \hline 106 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c } 843 \\ - 752 \\ \hline 85 \end{array}$$



8.46 Notaðu tvo mismunandi tölustafi til að búa til tveggja stafa tölu. Víxlaðu tölunum þannig að úr verði önnur tveggja stafa tala. Finndu mismun þessara tveggja talna.

Ef þú t.d. notar tölustafina 2 og 4 getur þú búið til tölurnar 24 og 42. Mismunur þeirra er: $42 - 24 = 18$.

Gerðu þetta að minnsta kosti tíu sinnum með mismunandi tölustöfum. Hvaða mismun færðu? Sérðu eitthvert mynstur?

118

8 • Mynstur

9-hoppa sem færir mann frá 58 upp í 85. Það merkir að mismunurinn hlýtur að vera tala í 9-tölflunni. Maður lendir alltaf á hinni tölunni vegna þess að mismunurinn milli tölustafanna í tugasætinu er jafn mismun talnanna í einingasætinu enda er um sömu tölustafi að ræða.

► Bls. 119

Nr. 8.47

Vélmennin þrjú á næstu þremur blaðsíðum tákna föll án þess að rétt sé að upplýsa nemendur um það hugtak. Þau meðhöndla heilar tölur þannig að fyrir fram er ákveðið hvaða tala kemur út.

Nemendur setja tölurnar 2, 7, 10 og 22 í vélmennið og reikna hvaða tölur eigi að koma út. Í öllum til-

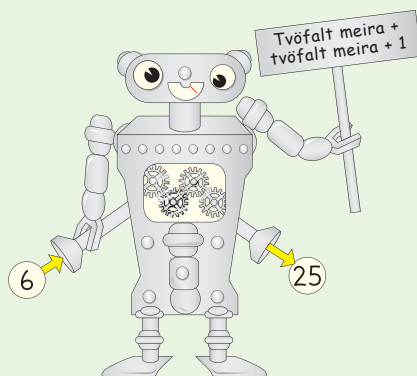
vikum tvöfaldast talan og við hina nýju tölu er lögð tala sem er einum stærri en hún sjálf.

Önnur útskýring gæti verið sú að tvöfalda eigi töluna tvisvar og bæta síðan einum við.

Látið nemendur kanna hvaða tölur vélmennið getur framleitt og hverjar hann getur ekki framleitt. Nemendur eiga að stjórna þessu verki. Kennari gæti þess að hafna ekki tillögum nemenda þótt þær séu fjarri réttu lagi. Reyndu frekar að fá nemendur til að kanna réttmæti fullyrðinga sinna.

Venjulega prófa nemendur ýmsar tölur af handahófi en smám saman byrja einhverjir að vinna skipulega. Þetta verkefni hentar vel til að uppgötva mynstur:

Hvað gerir hinn ógurlegi Talnahnúsari við tölurnar sem eru settar inn í hann?



Svona fer Talnahnúsarinn með tölurnar:
Fyrst tvöfaldar hann töluna ($6 + 6 = 12$),
síðan tvöfaldar hann hina nýju tölu ($12 + 12 = 24$)
leggur að lokum 1 við ($24 + 1 = 25$)
og kastar endanlega svarinu út úr sér.

- 8.47 a Settu tölurnar 2, 7, 10 og 22 í Talnahnúsarann.
Hvaða tölur koma út?
b Getur Talnahnúsarinn kastað út tölunni 13?
c Getur hann kastað út svörumum 21 eða 14?
d Hvaða tölum getur vélmennið kastað út og hverjum getur hann ekki kastað út?
Hver er ástæðan fyrir þessu?

119

- Hvaða tölur fæ ég ef ég set inn 1, 2, 3, 4 o.s.frv. Eða: Get ég fengið út 1, 2, 3, 4 o.s.frv.

Sú aðgerð að tvöfalda tölu tvisvar og leggja síðan 1 við samsvarar því að margfalda töluna með 4 og leggja síðan 1 við. Þar með er ekki hægt að fá slétta tölu út úr vélmenninu heldur aðeins tölur sem eru einum stærri en tölurnar í 4-tölunni, m.ö.o. aðra hverja oddatölu. Þetta gildir aðeins ef heilar tölur eru settar inn í vélmennið. Ef einhverjir nemendur stinga upp á að setja tugabrot, t.d. 1,5, inn munu önnur svör möguleg.

Auðveldari verkefni

Leyfið nemendum, sem eiga erfitt

með verkefni 8.41–8.45 þegar farið er yfir tug, að vinna sams konar dæmi þar sem ekki er farið yfir tug, sjá verkefnablað 5.30 (*Hvaða tölur vantar 1?*). Á verkefnablaði 5.31 (*Hvaða tölur vantar 2?*) eru fleiri dæmi þar sem farið er yfir tug.

Bæði blöðin eru í verkefnahefti 5a. Þurfi einhverjir nemendur að þjálfra sætiskerfið meira má nota spilið hér á eftir.

Skjóta burtu tölustafi (spil)

Búnaður: Vasareiknir og ef til vill yfirlitsblað (verkefnablað 5.13 (*Skjóta burtu tölustafi*)).

Leikmaður 1 skrifar fjögurra stafa tölu (ekki skal nota 0) sem byrjunartölu og stimplar hana á vasa-reikninn.

Leikmaður 2 á að „skjóta burtu“ einhvern tölustafanna í tölunni með því að draga gildi þess tölustafs frá. Dæmi: Byrjunartalan er 6458, leikmaður 2 dregur 50 frá og tölustafurinn 5 hverfur (6408). Skrá skal töluna sem dregin er frá.

Leikmaður 1 heldur nú áfram og skýtur niður nýjan tölustaf með því að draga gildi hans frá.

Þegar vasareiknirinn sýnir 0 og allir hinir tölustafirnar eru horfnir á leikmaður 2 að velja nýja fjögurra stafa tölu.

Fyrir hvert skot, sem heppnast, fær leikmaður eitt stig. Sá vinnur sem hefur fleiri stig í lokin.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Spyrja og gefa (leikur)

Tveir leikmenn skrifa hvor um sig sex stafa leynitölu efst á blað (nota má minni tölur) án tölustafsins 0; hver tölustafur má aðeins koma fyrir einu sinni í tölunni. Leikmenn gæta þess, meðan á spilu stendur, að aðrir sjái ekki tölurnar sínar.

Leikmenn spyrja til skiptis og taka á móti tölum frá hinum. Þetta fer þannig fram:

Leikmaður 1 segir til dæmis:

„Láttu mig fá 7-una þína!“

Ef leikmaður 2 hefur tölustafinn 7 í tölunni sinni verður hann að gefa upp gildi hans: „Þú færð 70 000“. Leikmaður 1 leggur þá 70 000 við töluna sína en leikmaður 2 dregur jafn mikið frá sinni tölu.

Sjá eftirfarandi dæmi:

Leikmaður 1	Leikmaður 2
286 317	374 259
+ 70 000	– 70 000
356 317	304 259
+ 300	+ 300
356 017	304 559

Ef leikmaður 2 er ekki með tölustafinn 7 fær leikmaður 1 ekkert. „Þú færð 0“, svarar leikmaður 2.

Leynitalan mun því breytast smám saman eftir því sem tölur eru lagðar við hana eða dregnar frá henni.

Eftir fjórar umferðir sýna leikmenn tölurnar sínar og útreikningana. Sá vinnur sem þá er með hærri tölu.

Viðfangsefni

- Margföldun og deiling
- Fyrstu skref í algebru, föll

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 120

Nr. 8.48

Nemendur segja inn í vélmennið tölurnar 3, 6, 8 og 13 og reikna út hvaða tölur munu koma út. Í öllum tilvikum á að margfalda tölurnar með 10 áður en þær eru helmingaðar. Það samsvarar því að margfalda tölu með 5 en ekki skal segja nemendum það!

Látið nemendur rannsaka hvaða tölur vélmennið getur framleitt og hverjar hann getur ekki framleitt. Leyfið þeim að stjórna þessari rannsóknarvinnu. Kennari gætir þess að hafna ekki tillögum nemenda þótt þær séu fjarri réttu lagi. Reynið frekar að fá þá til að kanna réttmæti fullyrðinga sinna.

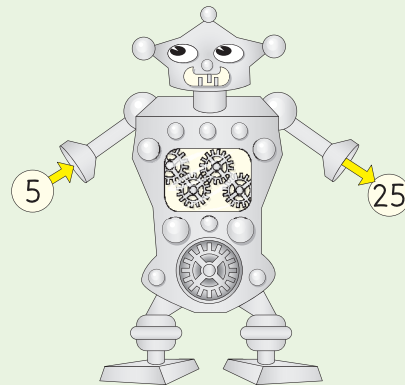
Venjulega prófa nemendur ýmsar tölur af handahófi en smám saman byrja einhverjir að vinna skipulega. Þetta verkefni hentar vel til að uppgötva mynstur þannig að rétt er að benda nemendum á að það getur komið sér vel að vinna skipulega og skrá niðurstöður í töflu. Þá munu nemendur eiga auðveldara með að sjá að þeir geta aðeins fengið tölur í 5-töflunni.

► Bls. 121

Nr. 8.49

Á þessari síðu eiga nemendur að finna regluna sem liggur til grundvallar því sem vélmennið gerir við tölurnar. Það er ekki flóknara en svo að það margfaldar tölurnar með 3.

Hvað gerir Talnaskelfir við tölurnar sem eru settar inn í hann?



Svona fer Talnaskelfir með tölurnar: Fyrst tífoldar hann töluna ($5 \cdot 10 = 50$), síðan deilir hann í svarið með 2 ($50 : 2 = 25$) og kastar svarinu út úr sér.

- 8.48 a Settu tölurnar 3, 6, 8 og 13 í vélmennið. Hvaða tölur koma út?
b Getur Talnaskelfir kastað út tölunni 17?
c Getur hann kastað út svörum 20 eða 34?
d Hvaða tölum getur Talnaskelfir kastað út? Hver er ástæðan fyrir þessu?

120

8 • Mynstur

Nr. 8.50

Nemendur eiga að búa til sín eigin vélmenni eða „fall-vélar“ og láta bekkjarfélaga reyna að finna út hvað vélin gerir við tölurnar. Verið á verði gagnvart því að nemendur búi til of flóknar vélar þannig að það verði hreinlega ómögulegt að komast að því hvað vélin gerir. Því er rétt að hvetja nemendur til að búa ekki til of samsett og erfið dæmi.

Auðveldari verkefni

Í verkefni 8.48 geta nemendur byrjað á því að setja inn töluna 1, síðan 2 og þannig áfram. Með öðrum orðum má hjálpa þeim til að vinna skipulega frá upphafi. Þá munu þeir eiga auðveldara með að sjá mynstrin.

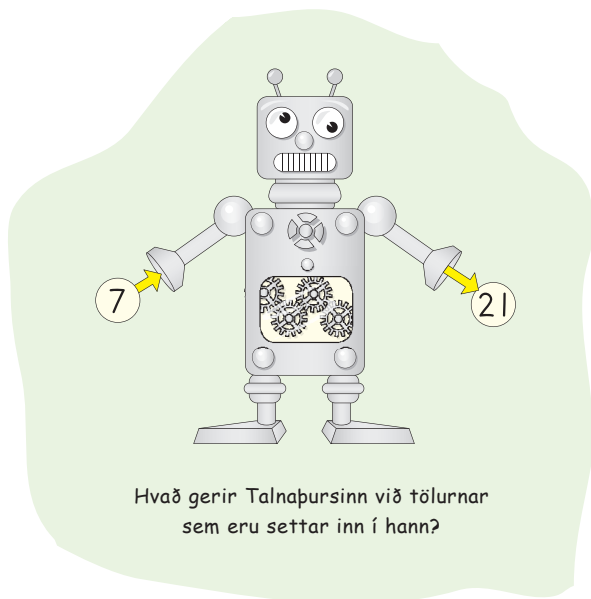
Erfiðari verkefni

Segið nemendum að hið fyrsta, sem vélmennið á bls. 121 geri við tölur, sé að margfalda þær með 6 og leggja síðan 4 við. Hvað gerir vélmennið næst til að tölurnar komi út eins og myndin sýnir? Eitt svarið getur verið þetta: Vélmennið helmingar töluna og dregur að lokum 2 frá. (Að margfalda tölu með 6 og helminga hana síðan er hið sama og að margfalda með 3. Að bæta 4 við, helminga 4 síðan og draga 2 frá samsvarar 0 svo að það hefur engin áhrif.)

Raunverkefni

Talnaleyndardómur

Biðjið nemendur að hugsa sér tölu. Það getur verið hvaða tala sem er en því minni sem hún er því auð-



8.49 Ef talan 5 er sett inn í Talnaþursinn kemur 15 út.
Ef talan 30 er sett inn kemur 90 út.
Hvað gerði Talnaþursinn við tölurnar?

8.50 Búðu til þitt eigið vélmenni. Láttu bekkjarfélagi þinn finna út hvað vélmennið gerir við tölurnar.

121

veldara er að reikna í huganum.

Nemendur

- leggja 3 við töluna sem þeir hugsuðu sér,
- margfalda síðan með 2,
- draga 4 frá,
- deila með 2,
- draga frá töluna sem þeir hugsuðu sér í upphafi,
- koma upp að töflu og skrifa endanlega svarið.

Allir nemendur munu fá sama svar, nefnilega 1.

Hvers vegna er það svo?

Fyrst eru 3 lagðir við og síðan er talan tvöfölduð. Þannig fæst tvöföld upphaflega talan plús 6 ($2 \cdot 3$). Síðan eru 4 dregnir frá; þá er eftir tvöföld upphaflega talan plús 2; í þessa tölu

er deilt með 2. Þá fæst tala sem er einum hærra en upphaflega talan þannig að þegar hún er dregin frá er 1 eftir.

Fleiri „fall-vélar“

Nemendur búa til fleiri vélar og skrá í töflu það sem vélarnar gera.

x	$5 \cdot x + 2$
1	$5 \cdot 1 + 2 = 7$
2	$5 \cdot 2 + 2 = 12$
3	$5 \cdot 3 + 2 = 17$

x	$4 \cdot x - 2$
1	$4 \cdot 1 - 2 = 2$
2	$4 \cdot 2 - 2 = 6$
3	$4 \cdot 3 - 2 = 10$

Hugmyndir og athugasemdir

Slétt eða odda? (spil)

Búnaður: Spilaborð, baunapakki, tveir spilapeningar handa hverjum leikmanni, blað og blýantur.

Slétt	Odda
0	1
2	3

Hver leikmaður þarf spilaborð eins og þetta og tvo spilapeninga. Leikmaður 1 tekur hnefayfylli af baunum og hinir giska á – áður en talið er – hvort fjöldi baunanna er slétt tala eða oddatala. Þeir sýna ágiskun sína með því að setja spilapeninginn á „slétt“ eða „odda“ á spilaborðinu.

Leikmenn verða líka að giska á hve margar baunir verða afgangs ef í fjöldatöluna er deilt með 4 og sýna þá ágiskun með því að setja hinn spilapeninginn á aðra töluna.

Nú skiptir leikmaður 1 baununum í fjórar hrúgur. Ef 0 eða 2 baunir eru afgangs er heildarfjöldi baunanna slétt tala en ef 1 eða 3 er afgangs er fjöldi baunanna oddatala.

Leikmenn fá stig eftir þessum reglum:

- 4 stig fyrir rétta ágiskun um slétta tölu eða oddatölu,
- 2 stig fyrir rétta ágiskun um afgang.

Eftir hverja umferð eru stigin skrá á blað. Sá vinnur sem er fyrstur að fá 50 stig.

Viðfangsefni

- Upprifiun á efni kaflans
- Rúmfræðileg mynstur
- Speglnun, snúningur, hliðrun

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 122 Upprifiun

Kennari fer sameiginlega yfir efnið sem fengist hefur verið við í þessum kafla og bendir á hvaða nýja námsþætti nemendur hafa lært. Gott er ef nemendur geta útskýrt og ekki síður notað hugtök eins og hliðrun, speglun og snúning og lýst því hvernig myndtölur og talnarunur fara hækkandi eftir tilteknu mynstri.

► Bls. 123 Próf

Nr. 1

Nemendur búa til þrjú mismunandi mynstur út frá myndinni í rúðunetinu, eitt með hliðrun, annað með speglun og hið þriðja með snúningi.

Nr. 2

Nemendur teikna þrjár næstu myndir í hverri röð.

Nr. 3

Nemendur velja hver myndanna fjögurra í rammanum á að koma næst í hverri röð.

Auðveldari verkefni

Í verkefni 1 í prófinu geta einhverjir nemendur teiknað einfaldari grunnmynd. Einnig má hjálpa þeim smávegis, t.d. með því að setja snúningspunktinn í rúðunetið þannig að auðveldara sé að snúa myndinni.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Búa til mynstur á tölvu

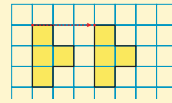
Nemendur geta einnig notað tölvu til að búa til ýmis mynstur.

Upprifiun

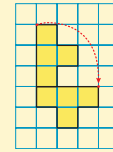
Mynstur

Við búum til mynstur með

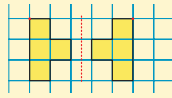
• hliðrun



• snúningi



• speglun



Næsta mynd í mynstrinu verður alltaf í samræmi við ákveðið kerfi.



• Þessar þrjár myndir endurtaka sig til hægri.



• Rauða örin snýst inni í hringnum. Í hverri mynd hefur hún snúist um 90° réttsælis (eins og klukkuvísir).

Kerfi og mynstur í myndtölum

Ferningstölur



Í hverri mynd eru jafn margir reitir í línunum og dálkunum.

Þríhyrningstölur



Í hverri mynd er bætt við einni röð neðst og hún verður einum reit stærri.

Mynstur í talnarunum
1, 2, 4, 8, 16

Tölurnar stækka eða minnka eftir ákveðnu mynstri.

122

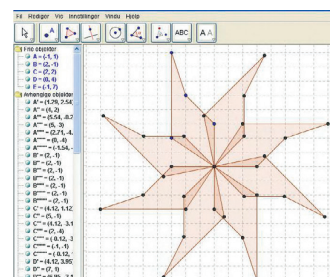
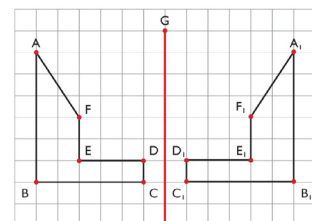
8 • Mynstur

Í ritvinnsluforritinu Word er valmöguleiki sem kallast „Shapes“ sem kemur fram ef „Insert“ er valið. Þar má finna algengustu rúmfræðiform sem hægt er að fylla út í með litum og fallegum mynstrum.



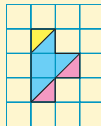
Til eru mörg rúmfræðiforrit, m.a. GeoGebra sem hlaða má niður ókeypis af netinu, sjá www.geogebra.org. Þegar því hefur einu sinni verið hlaðið niður þarf ekki að tengjast netinu aftur til að nota það. Forrit sem þetta eru afar hentug til að búa til mynstur með speglun og snúningi.

Hér á eftir má sjá mynstur sem búið er til með speglun og snúningi í GeoGebra-forritinu.



1. Búðu til mynstur með þessari mynd.

- Búðu mynstrið til með hliðrun.
- Búðu mynstrið til með speglun.
- Búðu mynstrið til með snúningi.



2. Teiknaðu næstu þrjár myndir í þessum mynstrum.



3. Hvaða mynd á að koma næst í hverri röð?



Framhald á næstu síðu

123

Hve mörg kanínupör?

Hér er um afar gamalt þrautalausna-verkefni að ræða. Það er rakið til stærðfræðingsins Leonardo de Pisa, einnig þekktur undir nafninu Fibonacci, sem uppi var frá 1175 til 1225.

Fjölskylda nokkur fær kanínupör frá nágranna sínum í nýjársgjöf. Hún ákveður að hefja kanínurækt.

Kanínuparið verður kynþroska eftir einn mánuð þannig að í febrúar fá þau tvo unga (annan karlkyns og hinn kvenkyns). Í mars fá þau annað par og þannig heldur þetta áfram út árið. Þau fá nýtt ungarar í hverjum mánuði.

Ungarnir, sem fæðast í febrúar, þurfa einn mánuð til að verða kynþroska og eignast því tvo unga í

apríl. Þar á eftir fá þeir tvo kanínunga í hverjum mánuði út árið – alltaf einn af hvoru kyni.

Þannig heldur þetta áfram: öll ný pör eignast tvo unga einum mánuði eftir að kynþroska er náð sem tekur einn mánuð.

Þannig eignast fjölskyldan æ fleiri kanínunga. Hve mörg kanínupör á fjölskyldan eftir eitt ár?

Bendið nemendum á að hér hentar vel að teikna sér til hjálpar, alla vega í upphafi.

Lausn:

Auðveldara er að hugsa í kanínupörum í stað fjölda kanína.

Sjá má að fjöldi kanínupara í hverjum mánuði er summa kanínuparanna í mánuðunum á undan.

Hugmyndir og athugasemdir

Talnarunan, sem þannig fæst, kallast Fibonacci-tölurnar: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ... Næsta tala í talnaruninni er því summa tveggja síðustu talnanna.

Mánuðir	Fjöldi kanínupara í upphafi mánaðar	Fjöldi ungarpara sem fæðast í mánuðinum
janúar	1	0
febrúar	1	1
mars	2	1
apríl	3	2
maí	5	3
júní	8	5
júlí	13	8
ágúst	21	13
september	34	21
október	55	34
nóvember	89	55
desember	144	89

Fjöldi kanínupara sem munu fæðast í upphafi næsta mánaðar verður þá 233.

Talnaheilabrot

Á verkefnablöðum 5.193

(*Talnamynstur*) og 5.194 (*Heilabrot um tölur*) eru fleiri verkefni sem ganga út á að finna mynstur í talnarunum og heilabrotum.

Viðfangsefni

- Myndtölur
- Talnarunur
- Samlagning og frádráttur

Búnaður

- Rúðunet

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 124 Próf, framhald

Nr. 4

Nemendur teikna næstu tvær myndir, finna hve reitirnir eru margir í hverri mynd og skrá niðurstöðurnar í töflu. Loks finna þeir hve margir reitir verða í mynd nr. 15.

Nr. 5

Nemendur teikna tvær næstu myndir, finna hve reitirnir eru margir í hverri mynd og skrá niðurstöðurnar í töflu. Jafnframt eiga þeir að finna hve margir reitir bætast við í hverri nýrri mynd.

Nr. 6

Nemendur halda áfram með talnarunurnar með því að skrifa næstu þrjár tölur í hverri runu.

► Bls. 125 Æfingasíða 1

Nr. 8.51

Nemendur halda áfram með talnarunurnar með því að skrifa næstu þrjár tölur í hverri runu.

Nr. 8.52

Nemendur skrifa tölurnar sem vantar í talnarunurnar.

Nr. 8.53

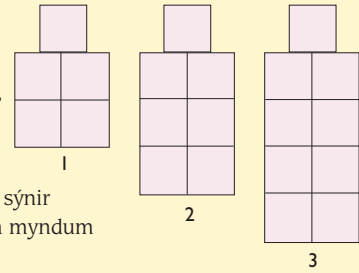
Nemendur ljúka við talnapíramíðana. Summu tveggja talna, sem eru hlið við hlið, skal skrá í reitinn fyrir ofan báðar tölurnar.

Auðveldari verkefni

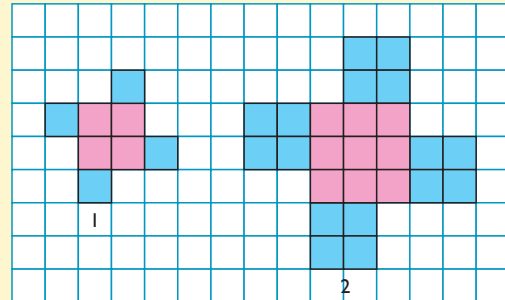
Nemendur, sem eiga í basli með þetta námsefni, geta æft sig á fleiri verkefnum á bls. 54 í Stiku 1b, æfingahefti.

Próf

- 4 a Teiknaðu tvær næstu myndir.
- b Hve margir reitir eru í hverri mynd?
- c Hve margir reitir eru í mynd 4?
- d Búðu til töflu sem sýnir fjölda reita í öllum myndum upp í mynd 6.
- e Hve margir reitir eru í mynd 15?



- 5 a Teiknaðu tvær næstu myndir.



- b Hve margir reitir eru í hverri mynd? Búðu til töflu og skráðu í hana fjölda reita í öllum myndum upp í mynd 6.
- c Um hve marga reiti stækka myndirnar frá einni mynd til annarrar?
- 6 Hvaða þrjár tölur eru næstar í talnarununum?
- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a 27 – 29 – 31 – ... | b 16 – 24 – 32 – ... |
| 45 – 55 – 65 – ... | 209 – 218 – 227 – ... |
| 579 – 478 – 377 – ... | 10 – 30 – 90 – ... |

124

8 • Mynstur

Frekari æfingar í hliðrun og speglun

Á verkefnablöðum 5.108 og 5.109 (*Hliðrun 1* og *2*), 5.114 (*Spegilmyndir í rúðunet*) og 5.115 (*Spegilmyndir á punktablað*), allar í verkefnahefti 5a er að finna fleiri æfingar í hliðrun og speglun.

Erfiðari verkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta snúið sér að æfingasíðu 2 og 3 á bls. 126 og 127 þaðan yfir í blaðsíðurnar í æfingaheftinu sem vísað er til. Ef æfingaheftið er ekki handbært geta nemendur unnið Geturðu þetta?-síðuna eða einhver verkefna sem bent er á í þessari bók.

Fleiri talnapíramíðar, talnagátur

og talnakrossgátur

Á verkefnablöðum 5.16 (*Talnagátur*), 5.17 (*Pílukast*), 5.22 (*Talnapíramíðar I*), 5.23 (*Talnakrossgátur*), 5.26–5.29 (*Hve margar kúlur? Hvenær voru gallabuxur fundnar upp? Hve mikla peninga eiga börnin? Hvers virði eru myndirnar?*) öll í verkefnahefti 5a, eru verkefni svipuð, þeim sem eru á þessari opnu.

Raunverkefni

Eftirfarandi verkefni henta einkum nemendum sem eiga erfitt með þessa námsþætti.

Hundraðtafla

Nemendur fá hér æfingu í að sjá kerfið og mynstrið í hundraðtöflunni. Verkefnið byggist á því að

8.51 Hvaða þrjár tölur eru næstar í talnaruninum?

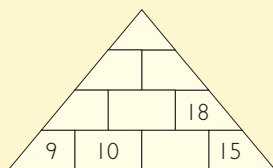
- | | | | |
|---|------------------------|---|---------------------------|
| a | $14 - 16 - 18 - \dots$ | b | $220 - 330 - 440 - \dots$ |
| | $97 - 94 - 91 - \dots$ | | $445 - 435 - 425 - \dots$ |
| | $8 - 11 - 14 - \dots$ | | $923 - 822 - 721 - \dots$ |

8.52 Hvaða tölur vantar í talnarunurnar?

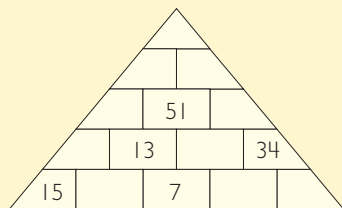
- a 18, 21, , 27, , 33
- b 21, , 35, , 49, 56,
- c 7, 14, , 56, 112, , 448,
- d 16000, 4000, , 250

8.53 Leggðu saman tölurnar sem standa hlið við hlið og skráðu summuna í reitinn sem er fyrir ofan báðar tölurnar.

a

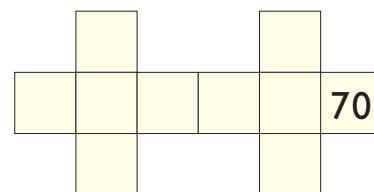


b



Eftir þetta má láta nemendur fá verkefni þar sem þeir eiga að fylla með tölum upp í reiti sem sóttir eru úr hundraðtöflu.

Dæmi:



Á verkefnablaði 5.199 (Tölur úr hundraðtöflu) eru fleiri svipuð verkefni. Nemendur geta einnig búið til sams konar verkefni hver fyrir annan. Þeir geta t.d. tekið rúðunet með $10 \cdot 10$ reitum og skrifað einhverjar tölur úr hundraðtöflunni á það. Síðan klippa þeir rúðunetið í búta og biðja bekkjarfélaga að skrifa tölurnar sem vantar. Þess þarf að gæta að það sé að minnsta kosti ein tala í hverjum búi.

nemendur þekki hundraðtöfluna frá fyrri tíð en ef svo er ekki er hér mælt með að kennari ræði við þá fyrst um töfluna.

Kynnast hundraðtöflunni

Samræður: Kennari ljósritar hundraðtöflu (verkefnablað 5.179 (Hundraðtafla) yfir á glæru og notar myndvarpa. Gott er að leggja gagnsæja kubba eða kúlur í reitina á glærunni.

Biðjið nemanda að velja sér tölu – eða kennari velur hana, t.d. 45. Nú þekur kennari töluna með kubb og biður nemendur að finna töluna sem er 10 stærri. Þegar hún (talan 55) er fundin þekur kennara hana líka. Nemendur eru einnig beðnir að finna töluna sem er 20 minni en

síðasta talan (35).

- Sjáið þið eitthvert mynstur? Hvers vegna haldið þið að kubbarnir liggi svona?
- Finnið töluna sem er 50 stærri. Verðið þið að telja alla reitina eða er fljótlegra að finna þá með annarri aðferð? (Fljótleg aðferð er að sjálf-sögðu að flytja sig um 5 reiti niður eftir töflunni.)
- Finnið töluna sem er 13 minni en 85 sem er síðasta talan sem við fundum (72). Hvernig vilt þú leysa þetta verkefni?
- Nú má eitt ykkar ákveða hvaða tölu við eigum að finna. Við skulum finna hana í sameiningu.

Viðfangsefni

- Rúmfræðimynstur
- Talnamynstur
- Brotalárúmfræði

Búnaður

- Stór Pascal-þríhyrningur (ljósritunarblað 5 (þríhyrningur Pascals) aftast í þessari bók)

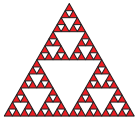
Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 126

Sierpinski-þríhyrningurinn

Sierpinski-þríhyrningurinn dregur nafn sitt af pólska stærðfræðingnum Waclaw Sierpinski sem rannsakaði þetta form kringum 1915.

Þríhyrningurinn er jafnhliða og honum er skipt niður í æ minni jafnhliða þríhyrninga. Hann er því svokallaður brotali en með því hugtaki er átt við form sem myndar mynstur þannig að hlutar þess verða æ minni og myndast áfram óendanlega en hafa sama form og í upphafi.



Skipting myndar aftur og aftur þannig að form upphafsmyndarinnar er alltaf til staðar er kjarninn í brotalarúmfræði.

Nr. 8.54

Nemendur byrja með jafn stóra jafnhliða þríhyrninga og skipta þeim upp eins og sýnt er í nemendabók. Í hvert sinn sem ný skipting á sér stað telja nemendur hve margir gráu og hve margir hvítu reitirnir eru. Þeir geta valið hvort þeir vilja búa þríhyrninginn til úr pappír eða teikna hann.

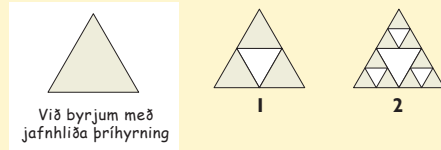
Klippa út þríhyrninga

Ef nemendur velja að klippa þríhyrninginn út í pappír byrja þeir með tvo jafn stóra þríhyrninga í tveimur litum, t.d. rauðum og hvítum. Þeir skipta hvíta þríhyrningnum í fjóra hluta, klippa einn hlutann út og líma

Æfingasiða 2

8.54 Hér er mynd af byrjuninni á Sierpinski-þríhyrningnum.

- a Getur þú haldið áfram með þríhyrninginn? Gott er að nota litaðan pappír.

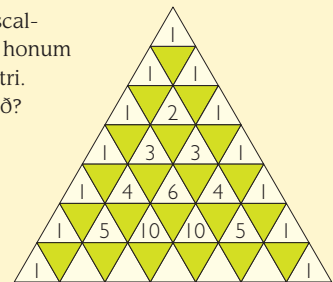


- b Búðu til töflu sem sýnir fjölda litaðra og hvítra þríhyrninga í hverri mynd.

Mynd	Fjöldi litaðra þríhyrninga	Fjöldi hvítra þríhyrninga
1	3	1

- c Sérðu mynstur? Hve margir litaðir þríhyrningar og hve margir hvítir eru í myndum 4 og 5?

8.55 Þetta er svokallaður Pascal-þríhyrningur. Tölurnar í honum fara eftir ákveðnu mynstri. Getur þú fundið mynstrið? Búðu til stærri Pascal-þríhyrning.



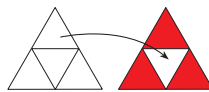
126

8 • Mynstur

ÆFINGAHEFTI 1b BLS. 57-63

hann á miðju rauða þríhyrningsins.

Síðan taka þeir lítinn þríhyrning í viðbót, skipta honum einnig í fjóra hluta og líma þrjá þeirra á miðjuna á rauðu þríhyrningana þrjá sem eftir voru á upphaflega rauða þríhyrningnum.

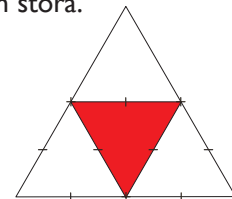


Þannig er haldið áfram að líma æ minni hvíta þríhyrninga á þá rauðu. Hve oft nemendum tekst að framkvæma slíkar skiptingar fer eftir stærð þríhyrninganna sem byrjað er með.



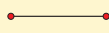
Teikna þríhyrninga

Þá er byrjað á stórum jafnhliða þríhyrningum og fundin miðjan á öllum þremur hliðunum. Því næst er teiknaður nýr minni, jafnhliða þríhyrningur á miðjum stóra þríhyrningnum og þá eru horn nýja þríhyrningsins á miðju hliðanna í þeim stóra.

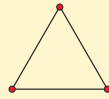


Þannig er haldið áfram að finna miðju allra hliða í æ minni þríhyrningum og þeir punktar eru notaðir sem hornpunktar í nýjum minni þríhyrningum.

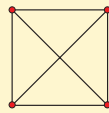
8.56 Hve mörg eru strikin?



Milli tveggja punkta er hægt að draga eitt strik.



Milli þriggja punkta er hægt að draga þrjú strik.



Milli fjögurra punkta er hægt að draga sex strik.

- a Hve mörg strik getur þú dregið milli fimm punkta?
b Búðu til töflu og fylltu hana út.

Fjöldi punkta	Fjöldi strika
2	1
3	3
4	6
5	

- c Skoðaðu töfluna og finndu mynstur. Notaðu mynstrið og finndu hve mörg strik má draga milli sex punkta. Kannaðu hvort svar þitt er rétt.
d Notaðu mynstrið í töflunni og finndu hve mörg strik má draga milli sjö punkta.

Þegar nemendur hafa fyllt þríhyrninginn út má láta þá hafa önnur verkefni, sjá í kaflanum Raunverkefni.

► BLS. 127

Nr. 8.56

Nemendur rannsaka tengsl milli fjölda punkta og beinna strika sem hægt er að teikna milli punktanna. Þeir búa til töflu og reyna að finna mynstur. Mynstrið, sem kemur fram, myndar þríhyrningstölurnar, þ.e. mismunur milli fjölda strika, sem hægt er að draga í hvert sinn sem einum punkti er bætt við, hækkar um 1; fyrst verða strikin tveimur fleiri, næst þremur fleiri, þar næst fjórum fleiri o.s.frv.

Auðveldari verkefni

Leyfið nemendum að vinna saman í pörum að verkefnum á þessari opnu. Þá geta þeir rætt saman um tillögur sínar og ekki síður rökstudd þær með stærðfræðilegum hugtökum og notað þau.

Erfiðari verkefni**Heilabrot: Hve margir leikir?**

Á handboltamóti nokkru eru fimm lið: Lóa, Tjaldur, Kjói, Spói og Ugla. Öll liðin eiga að leika einn leik á móti hverju hinna liðanna.

- Hversu margir verða leikirnir?
- En ef liðin væru sex eða sjö? Hve margir leikir yrðu þá spilaðir?
- Nemendur búa til töflu sem sýnir hve marga leiki þarf að spila miðað við mismunandi fjölda liða.

Raunverkefni**Fleiri verkefni með Pascal-þríhyrningi**

Í þessari vinnu þurfa nemendur útfylltan þríhyrning. Nota má ljósritunarblað 5 (*Þríhyrningur Pascals*) aftast í þessari bók.

- 1 Nemendur lita allar sléttar tölur í þríhyrningnum í einum lit. Hvað kemur í ljós?
- 2 Nemendur lita öll svörin í 3-tölunni í öðrum lit. Hvað kemur í ljós?
- 3 Nemendur lita öll svörin í 4-tölunni í þriðja litnum. Hvað kemur í ljós?
- 4 Nemendur lita öll svörin í 5-tölunni í fjórða litnum. Hvað kemur í ljós?

Þríhyrningur Pascals

Blaise Pascal var franskur stærðfræðingur sem uppi var á árunum 1623–1662. Hann er álitinn upphafsmaður líkindareiknings og einn af þeim fyrstu sem bjó til reiknivélar. Hann bjó einnig til Pascal-þríhyrninginn með tölum sem myndaðar eru eftir ákveðnu mynstri. Um er að ræða talnaraðir sem mynda (óendanlegan) þríhyrning.

Nr. 8.55

Biðjið nemendur að finna út hvernig þessi þríhyrningur er búinn til. Á ljósritunarblaði 5 (*Þríhyrningur Pascals*) er útgáfa af þríhyrningnum sem nemendur geta skráð í.

Pascal-þríhyrningurinn er búinn þannig til að talan 1 er skrifuð

meðfram öllum hliðunum. Þar næst er summa tveggja talna, sem eru hlið við hlið í hvítu reitunum, skráð undir þeim tveimur. Pascal-þríhyrningurinn hefur margs konar stærðfræðilega eiginleika, einkum í tengslum við líkindareikning. Rétt er að skoða

- hvernig náttúrulegu tölurnar liggja á ská í annarri röð: 1, 2, 3, 4, 5 ...
- hvernig þríhyrningstölurnar liggja á ská í þriðju röð: 1, 3, 6, 10 ...

Ef við hefðum stóra útgáfu af Pascal-þríhyrningnum og lituðum allar sléttar tölur hvítar og oddatölur rauðar þá myndi skipting þeirra samsvara skiptingunni í Sierpinski-þríhyrningnum í rauða og hvíta þríhyrninga.

Viðfangsefni

- Fyrstu skref í algebru, jöfnur
- Sætiskerfið

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 128 Geturðu þetta?

Nr. 8.57

Nemendur eiga að finna verð hverrar sölgtæstegundar.

Gefa má nemendum, sem ekki komast af stað með verkefnið, eftirfarandi vísbendingu:

- *Skoðaðu myndirnar þar sem droparnir eru. Hvað veistu um verðið á hlaupköllunum í samanburði við verðið á súkkulaðinu?*

Á myndunum sést að verðið, þar sem droparnir eru önnur tegundin, er 27 kr. með súkkulaðinu en 37 kr. með hlaupköllunum. Það þýðir að hlaupkallarnir hljóta að vera 10 kr. dýrari en súkkulaðið.

- *Skoðaðu efstu myndina til hægri. Hvað veistu þá um verðið á súkkulaðinu í samanburði við verðið á hlaupköllunum? (Hlaupkallarnir eru 10 kr. dýrari).*

Hlaupkallarnir og súkkulaðið á efstu myndinni til hægri kosta samtals 40 kr. Þá þurfa nemendur að finna tvær tölur sem samtals eru 40 en mismunur þeirra 10. Það eru tölurnar 25 og 15. Ef hlaupkallarnir kosta 25 er af neðstu myndinni hægt að sjá að verðið á dropunum er $37 - 25 = 12$.

Lausnin er því: hlaupkallar 25 kr., súkkulaði 15 kr., dropar 12 kr.

Eða ef upphaflega er gengið út frá myndunum með hlaupköllunum þá sést að súkkulaðið er 3 kr. dýrara en droparnir. Það þarf því finna tvær tölur með summuna 27 og hafa mismuninn 3. Það eru tölurnar 15 (verð á súkkulaði) og 12 (verð á dropum).

Geturðu þetta?



8.57 Hér er þrenns konar sölgtæti. Hvað kostar hver tegund fyrir sig?

8.58 Hver er talan?

- a • Í tölunni eru þrír tölustafir.
 - Tölustafurinn í tugasetinu er helmingurinn af tölustafnum í einingasetinu.
 - Tölustafurinn í hundraðasetinu er summa hinna tveggja tölustafanna.
 - Eru fleiri en ein lausn til?
- b • Í tölunni eru fjórir tölustafir.
 - Tölustafurinn í einingasetinu er tvöfalt stærri en tölustafurinn í þúsundasetinu.
 - Tölustafurinn í hundraðasetinu er helmingurinn af tölunni í þúsundasetinu.
 - Þversumma tölustafanna í tugasetinu og einingasetinu er 7.

Nr. 8.58

Nemendur nota upplýsingarnar til að finna tölurnar.

Þversumma tölu finnst með því að leggja saman tölustafina í tölunni. Ef þversumman er tala með fleiri en einum tölustaf er þversumma tekin af þversummunni. Þannig er haldið áfram að finna þversummu þar til hún verður eins stafs tala. Það kallast minnsta þversumma. Þess vegna eru tvær lausnir á verkefni 8.58b:

2134 og 4288

Þversumman af 88 er $8 + 8 = 16$ og minnsta þversumman er $1 + 6 = 7$.

Auðveldari verkefni

Gefið nemendum smávægilegar vísbendingar eins og lýst er í umfjöllun um verkefni 8.57.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Leikur með x og y

Sem framhald af þrautinni í verkefni 8.57 má vinna nokkur verkefni með x og y, sjá ljósritunarblað 6 (*Leikur með x og y*) aftast í þessari bók. Gott er að nota pappaglös og pappadiska við þessi verkefni. Einnig má vinna þau áður en nemendur leysa verkefni 8.57.

Ljósritunarblöð

- 1 Punktablað
- 2 Flatarmál
- 3 Hve margir reitir?
- 4 Ljósrit af bls. 117 í Stiku 1b nemendabók
- 5 Þríhyrningur Pascals
- 6 Leikur með x og y

Punktablað



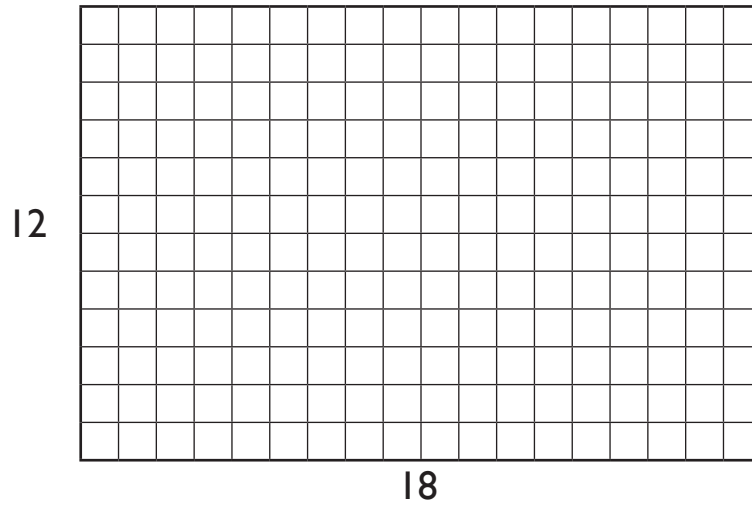
Flatarmál

[illegible][illegible]

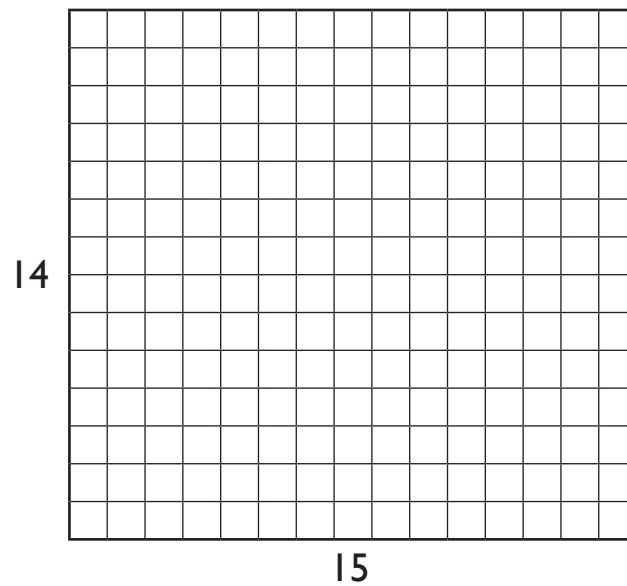
Hve margir reitir?

Skiptu rúðunetinu upp. Reiknaðu hvað reitirnir eru margir.

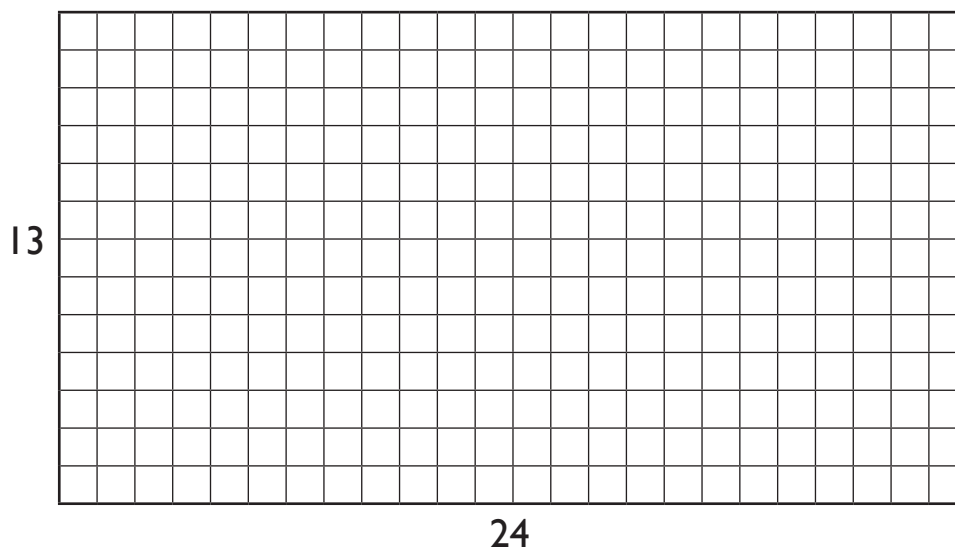
a



b



c



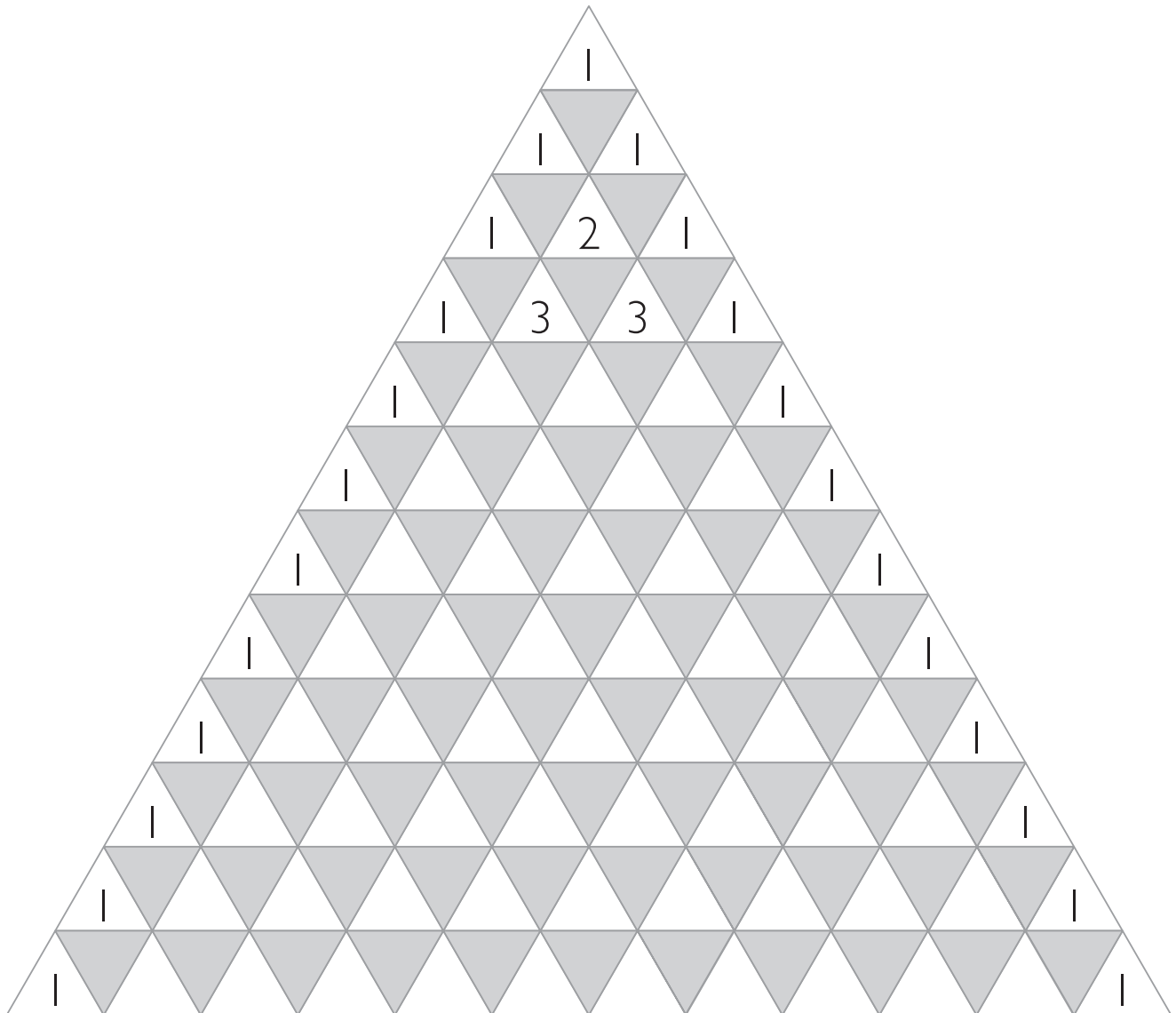
Ljósrit af bls. 117 í Stiku 1b nemendabók

	+	17	=	75
35	+	2	=	
=				=
	+		=	38

	-	40	=	16
-		=		
16	-		=	8
=		·		=
	:		=	

·		5			2		10		4
3		15		21					
2								16	
6						18			
									36
		25							
			42		14				
	27					9			
				28					
							80		

Þríhyrningur Pascals

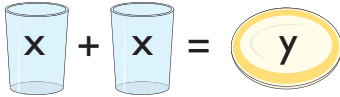


Leikur með x og y

Láttu glas tákna x og disk tákna y . Verkefnið felst í að finna út hvaða gildi x hefur og hvaða gildi y hefur.

Byrjaðu á eftirfarandi verkefni:

– Tvö glös gilda jafn mikið og einn diskur. Þá er $x + x = y$.



Nú koma næstu upplýsingar:

– Eitt glas og einn diskur hafa gildið 15. Þá er $x + y = 15$.

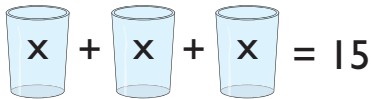


– Hvaða gildi hafa þá x og y ?

Hvað vitum við?

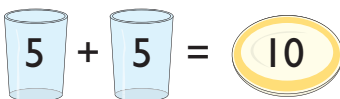
Við vitum að tvö glös gilda jafn mikið og einn diskur ($x + x = y$).

Þá getum við skipt disknum út fyrir tvö glös en haldið summunnari 15.



Þá fáum við dæmið 15 deilt með 3 og vitum að eitt glas gildir 5.

Lausnin verður þá einföld því að tvö x er sama og eitt y . Þá er $y = 10$.



Búið til svipuð verkefni fyrir bekkjarfélagana.

Stika Ib

Kennarabók

ISBN 978-9979-0-1550-5

© Gyldendal Norsk Forlag AS 2006

I, útgáfa

Heiti á frummálinu: Multi 5b Lærereens bok

Ritstjóri norsku útgáfunnar: Thor-Atle Refsdal

Hönnun og útlit: Heidi Larsen

Kápuhönnun: Hanne Dahl

Myndir á forsiðu: Børre Holth

Ljósmyndir: Mona Røsseland

© 2011 Bjørnar Alseth, Gunnar Nordberg, Mona Røsseland

© 2011 teikningar: Anne Tryti

© 2011 stærðfræðiteikningar: Børre Holth

© 2011 bls. 59–60, Hanna Kristín Stefánsdóttir

© 2011 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Ritstjóri þýðingar: Hafdís Finnbogadóttir

Öll réttindi áskilin

1. útgáfa 2011

2. útgáfa 2019

Menntamálastofnun

Kópavogi

Umbrot: Námsgagnastofnun

Prentvinnsla: Ísafoldarprentsmiðja ehf. – Umhverfissvottuð prentsmiðja

Þeim sem lásu yfir handrit og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð eru færðar bestu þakkir.

Bók þessa má eigi afrita með neinum hætti, svo sem með ljósmyndun, prentun, hljóðritun eða á annan sambærilegan hátt, að hluta til eða í heild, án skriflegs leyfis höfunda, þýðanda og útgefanda.

Stika

Stærðfræði fyrir grunnskóla

Stika býður upp á sveigjanleika í stærðfræðikennslunni með því að gefa kennurum möguleika á að nota mismunandi kennsluaðferðir og styðja þá í þeirri viðleitni. STIKA felur í sér örvandi, innihaldsríkan og skemmtilegan leiðarvísi til stærðfræðinnar.

Áhersla er lögð á:

- Hagnýt, fjölbreytileg verkefni þar sem tækifæri gefast til að rannsaka og skapa.
- Einstaklingsmiðað nám sem felur jafnframt í sér sameiginlega námsreynslu nemendahópsins.
- Örugga framvindu námsins og skýr fagleg markmið í samræmi við námskrá.

Megineinkenni **Stiku**:

- Tengir saman fræðilega umfjöllun og hagnýt verkefni.
- Fjallað er markvisst og ítarlega um hvern námsþátt í nokkurn tíma.
- Textar eru stuttir og auðlesnir.
- Kennslan er löguð að nemendum með mismunandi námsgetu.
- Hagnýtar og notendavænar kennarabækur fylgja.
- Markmið hvers kafla eru nákvæmlega tilgreind.

Stika 1 samanstendur af:

- nemendabókum 1a og 1b
- kennarabókum 1a og 1b
- æfingaheftum 1a og 1b
- verkefnaheftum til ljósritunar 5a og 5b

Höfundar:

Björnar Alseth
Gunnar Nordberg
Mona Røsseland

Hanna Kristín Stefánsdóttir þýddi og staðfærði.

ISBN 978-9979-0-1550-5



9 789979 015505



MENNTAMÁLASTOFNUN
07428