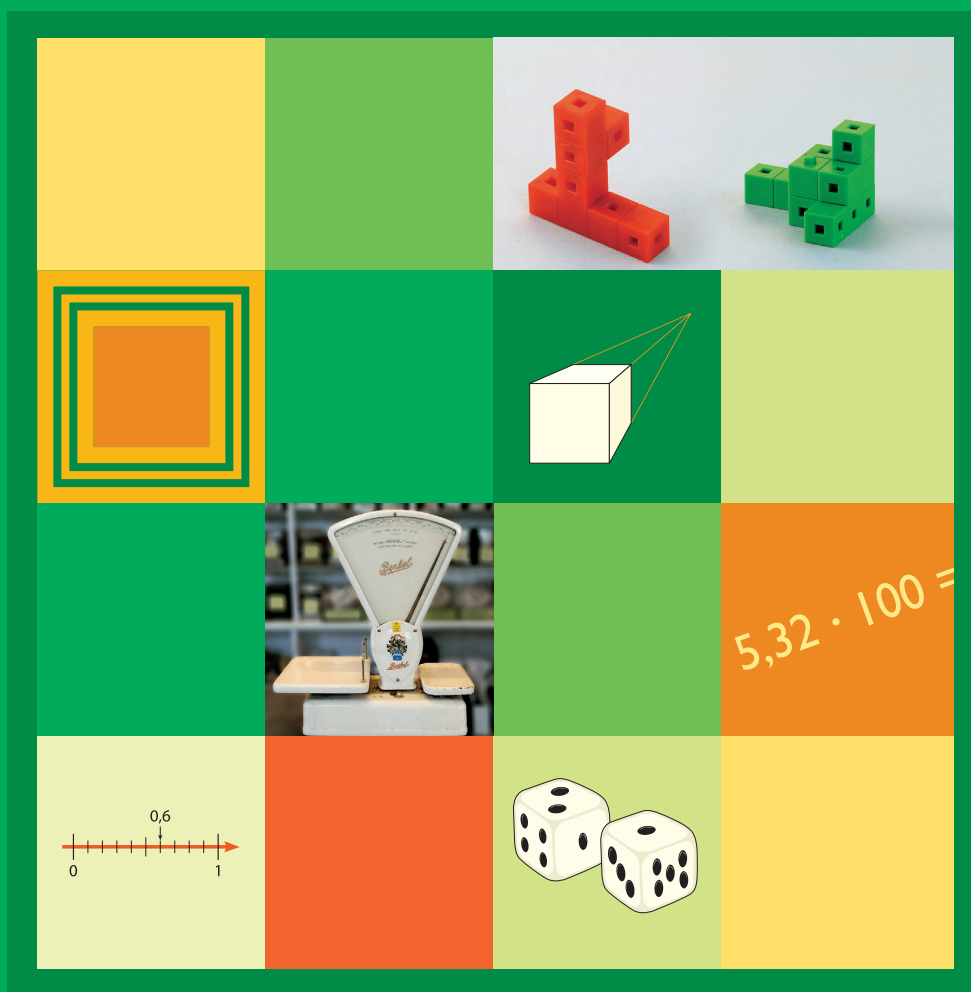


Stika

2a

KENNARABÓK



EFNISYFIRLIT

Formáli	II
Inngangur	III
Uppbygging Stiku	IV
Nemendabækur	IV
Æfingahefti	V
Kennarabók	V
Verkefnahefti til ljósritunar	VI
Námsefni á vef	VI
Grunnurinn.	VI
Markmið með Stiku 2	VIII
Grundvallarfærni	IX
Tillaga að ársáætlun	X

Kennsluleiðbeiningar með Stiku 2a Nemendabók

1	Tölur og reikningur	4
2	Líkur	42
3	Tugabrot	60
4	Rúmfræði	94

Ljósritunarblöð

1	Spilaborð með spilinu á bls. 34
2	Talnalínur
3	Tafla með verkefni 4.46
4	Form með verkefni 4.47
5	Hornalínur

Björnar Alseth • Gunnar Nordberg • Mona Røsseland

Stika

2a

KENNARABÓK

Formáli

Velkomin í *STIKU*!

Námsefnið *Stika*, sem ætlað er 5.–7. bekk, er framhald af námsefninu *Sprota* sem er fyrir 1.–4. bekk. Við, höfundar *Stiku*, teljum að nauðsynlegt sé að vekja áhuga nemenda á greininni. Þeir þurfa að upplifa að leikni í stærðfræði sé mikilvæg fyrir þá, bæði nú og í framtíðinni. Í náminu þurfa nemendur að öðlast fjölbreytilega reynslu af stærðfræði og upplifa á þann hátt hvernig stærðfræði kemur þeim við, einnig eftir að skóladegi lýkur. Þeir þurfa að þróa með sér grundvallarfærni í stærðfræði þannig að þeir geti byggt á henni frekari skólagöngu og stærðfræðinám. Ennfremur þurfa nemendur að þróa með sér áhuga á stærðfræði og jákvætt viðhorf sem vekur hjá þeim löngun til að halda áfram að læra stærðfræði.

Með *Stiku* viljum við fá kennurum í hendur námsefni sem þeir þurfa á að halda til að uppfylla þessar kröfur. Í *Stiku* er áhersla lögð á fjölbreytilegar kennsluaðferðir þar sem fagleg sjónarmið eru ævinlega höfð að leiðarljósi. Námsefnið er sveigjanlegt þannig að það gerir hinum mismunandi kennurum kleift að kenna eins og þeim hentar best. Ætíð er tekið mið af þörfum nemenda og faglegum þroska þeirra.

Við, undirritaðir höfundar *Stiku*, höfum ólíkan bakgrunn og oft þurfti að takast á við ögrandi verkefni til að komast að sameiginlegri niðurstöðu um námsefnið. Við drögum enga dul á að samning *Stiku* var krefjandi, umfangsmikil og kostaði mikla vinnu. En í okkar huga var þessi vinna uppbyggileg og eru ástæður þess einkum tvær. Í fyrsta lagi vorum við einhuga um það meginatriði að beina sjónum okkar að að þörfum nemenda og námi þeirra auk þess sem við áttum það sammerkt að hafa áhuga á stærðfræðikennslu í grunnskólum. Í öðru lagi höfum við samið námsefni sem er sveigjanlegt og endurspeglar hinn margbreytilega skóladag. *Stiku* má nota á margvíslegan hátt; kennarar geta bæði aðlagð námsefnið að mismunandi nemendahópum og að sínum eigin kennsluaðferðum.

Gangi ykkur vel í kennslunni!

Bjornar Alseth
Gunnar Nordberg
Mona Røsseland

Inngangur

Í námsefninu *Stiku* höfum við reynt að safna saman reynslu okkar þannig að kennarar og nemendur hafi sem mest gagn af. Námsefnið felur í sér tillögur að mismunandi kennsluaðferðum og kennarar hafa mikið svigrúm til að nota efnið eins og hentar best kennsluaðferðum þeirra: Margir kennarar kjósa að láta nemendur vinna alls kyns verkefni sem eru ekki í nemendabókinni en aðrir leggja áherslu á að þjálfra grundvallarfærni út frá þeim verkefnum sem í henni eru. Margir kennarar vilja nota drjúgan tíma til að fjalla sameiginlega með allri bekkjardeildinni eða hópum um ákveðinn námsþátt en aðrir vilja að nemendur vinni meira sjálfstætt. Sumir láta nemendur vinna að mestu hvern fyrir sig en aðrir kjósa frekar að skipa þeim í hóp.

Flestir kennarar munu líklega nota alla þessa möguleika til skiptis. Stika hjálpar kennurum til að nota mismunandi kennsluaðferðir þar sem sjónum er einkum beint að nemendunum og möguleikum þeirra til að þróa færni sína í stærðfræði.

Í námsefninu er sérstök áhersla lögð á þrjú atriði:

- Að nemendur fáið við fjölbreytileg, hagnýt, rannsakandi og skapandi verkefni.
- Að nemendur öðlist sameiginlega námsreynslu sem feli jafnframt í sér einstaklingsmiðað nám.
- Að skýr fagleg markmið og framvinda námsins séu höfð að leiðarljósi í samræmi við námskrá.

Fjölbreytileg verkefni

Í *Stiku* er megináherslan lögð á að verkefni séu af fjölbreytilegum toga. Hver kafli í nemendabókinni hefst á svokallaðri samræðumynd sem auðvelt er að tengja við alls kyns verkleg viðfangsefni. Samræðumyndir eru einnig víðar í köflunum, einkum í tengslum við kynningu nýrra námsþátta. Út frá þeim þróast námsefnið oft yfir í bókleg og óhlutbundin verkefni á næstu blaðsíðum. Þannig þróast hin hagnýta, rannsakandi og skapandi vinna yfir í æ sérhæfðari námsþætti. Námsefnið er því alla jafna nokkuð hlutbundið og áþreifanlegt í upphafi en smám saman verður umfjöllunin óhlutbundnari og formlegri.

Í kennarabókinni eru tillögur að svokölluðum raunverkefnum í tengslum við flestar blaðsíður nemendabókarinnar. Þetta eru krefjandi og hvetjandi verkefni sem virkja nemendur til skapandi vinnu. Með því að skipta þannig á milli raunverkefna og verkefna í nemendabókinni fá nemendur fjölbreytilega kennslu og margþætta reynslu sem stuðlar að auknum skilningi í stærðfræði.

Einstaklingsmiðað nám

Námsefnið í nemendabókinni er sett fram með það í huga að hægt sé að aðlaga kennsluna að nemendum með mismikla getu í faginu. Kaflarnir hefjast á hlutbundinni umfjöllun sem þróast síðan smám saman yfir í óhlutbundnari texta og verkefni. Þannig byggjum við eins konar brú frá hinu hlutbundna til hins óhlutbundna. Einhverjir nemendur munu fljótlega byrja á að nota almenn og táknræn orð og hugtök en aðrir þurfa að fá tækifæri til að fást meira við verkefni, sem tengjast aðstæðum sem þeir þekkja, og tjáningarform sem þeir hafa á valdi sínu.

Í kennarabókinni eru notadrjúgar hugmyndir um einstaklingsmiðaða kennslu. Við hverja opnu nemendabókar eru tillögur um hvernig hægt er að einfalda verkefnin annars vegar (Auðveldari verkefni) og hins vegar hvernig má leggja meira krefjandi verkefni fyrir nemendur sem þurfa á slíkum verkefnum að halda (Erfiðari verkefni). Með því að leyfa nemendum, sem ráða við það, að kafa dýpra í námsefnið eru gæði námsins höfð að leiðarljósi. Við teljum að það sé vænlegra til árangurs en að láta nemendur reikna fleiri dæmi í nemendabókinni og aðlaga þannig *magn* viðfangsefna að nemendum.

Prófsíður og æfingasíður

Í lok hvers kafla er próf. Prófið mun hjálpa kennara að greina hvaða nemendur þurfa á frekari þjálfun að halda. Eftir prófið eru þrjár blaðsíður með æfingaverkefnum fyrir nemendur með mismunandi getu. Æfingasíður 1 og 2 eru ætlaðar nemendum sem eiga í erfiðleikum með námsefnið og hafa gert margar villur á prófinu. Æfingasíðurnar sýna hvers konar verkefni þessir nemendur þurfa að vinna meira með. Að æfingasíðum loknum geta þeir unnið verkefni í æfingaheftinu. Kaflar æfingaheftanna eru byggðir upp á sama hátt og kaflar nemendabókanna. Fyrstu blaðsíður hvers kafla í æfingaheftunum henta nemendum sem þurfa að þjálfra grunnþættina sérstaklega. Nemendur, sem hafa sýnt það á prófinu að þeir hafa náð tökum á námsefni kaflans, geta hins vegar eftir prófið snúið sér að æfingasíðu 3 áður en þeir byrja á þeim blaðsíðum í æfingaheftinu sem vísað er til.

Geturðu þetta?—blaðsíðan

Síðasta blaðsíða hvers kafla krefst aðeins meiri færni af nemendum. Nemendur nota hér á skapandi hátt þá þekkingu sem þeir hafa aflað sér í kaflanum. Samt sem áður er það ekki svo að einungis duglegustu nemendurnir ráði við þessa blaðsíðu. Kennari ætti að leyfa öllum nemendum, sem þess óska, að spreyta sig á henni.

Gjarnan mætti nota hana sem „heilabrot vikunnar“. Einnig getur hún haft hlutverk eins konar „stopp-síðu“. Það merkir að á síðunni eru verkefni og raunverkefni sem nemendur, sem lengst eru komnir, geta sökkst sér niður í þar til aðrir hafa náð valdi á námsefninu. Síðan getur nemendahópurinn snúið sér sameiginlega að næsta kafla.

Skýr fagleg markmið, umræður og íhugun

Í inngangi kennarabóka Stiku eru sett fram almenn markmið með námsefninu fyrir hvert námsár. Þar að auki eru fagleg meginmarkmið hvers kafla tilgreind, svo og í umfjöllun kennarabókarinnar um hverja blaðsíðu nemendabókar. Við vonumst til að þetta auðveldi kennurum að gera þessi markmið sýnilegri nemendum áður en vinnan við námsþættina hefst, á meðan hún fer fram og eftir að vinnu með viðkomandi kafla lýkur.

Það ætti að auðvelda samræðuna milli kennara og nemenda um eftirtalin grunnatriði:

- Hvað munum við læra núna?
- Hvað höfum við lært af þessum kafla og verkefnum sem við höfum unnið?

Prófið í lok hvers kafla mun hjálpa kennara að greina færni nemenda í stærðfræði. Prófið gagnast kennaranum til að beina athyglinni að þeirri færni sem er sérstaklega mikilvæg að nemendur öðlist í kaflanum. Miklu skiptir að prófin séu lögð fyrir af gætni í tryggu og traustvekjandi andrúmslofti. Tilgangurinn með þeim er ekki að raða nemendum á nokkurn hátt. Prófunum er einungis ætlað að gefa kennara upplýsingar um nemendur sem ef til vill þurfa á frekari hjálp að halda.

Uppbygging námsefnisins, þar sem skipt er milli verklegra viðfangsefna og þjálfunar í þekkingaratriðum og færni, stuðlar að því að draga fram hina faglegu þætti í báðum kennsluáðferðum. Hin verklegu viðfangsefni (raunverkefni) nýtast bæði sem grunnur undir aukinn skilning á meginefni kaflanna um leið og nemendur upplifa að þeir geti nýtt stærðfræðipekkingu sína og færni við aðstæður úr daglegu lífi.

Reikningshefti

Verið getur að nemendur séu óvanir því að nota reikningshefti. Það er afar mikilvægt að auðvelt sé að sjá

hvaða verkefni eða dæmi þeir hafa skráð í reikningshefti sín. Slíkt má tryggja með því að biðja nemendur að skrifa númer eða ef til vill bókstaf í vinstri spássíu reikningsheftisins. Einnig skiptir miklu máli að auðvelt sé að sjá svarið. Láta má nemendur skrá það fyrir neðan alla útreikninga, til dæmis með því að strika einu sinni eða tvisvar undir það. Ef um orðadæmi er að ræða má gjarnan láta nemendur skrá svarið sem texta, t.d:

Hve margir km eru milli Reykjavíkur og Seyðisfjarðar?

Milli Reykjavíkur og Seyðisfjarðar eru 732 km.

Tvenns konar tilgangur er með skráningu. Í fyrsta lagi eiga nemendur að skrifa til að leysa verkefni. Miklu skiptir að þeir fái tækifæri til að skrifa og reikna með þeim aðferðum sem þeir telja sjálfir skynsamlegar. Í öðru lagi þurfa nemendur að skrifa til að geta kynnt lausnir sínar fyrir öðrum. Tilgangurinn getur verið að útskýra fyrir öðrum, sannfæra aðra um að niðurstaðan sé rétt o.fl. Þetta gerir aðrar kröfur til skráningar en þegar hún er einungis framkvæmd til að leysa verkefni eða þraut. Frá og með 5. bekk þurfa nemendur smám saman að læra að skrá niður útreikninga á greinargóðan og skiljanlegan hátt. Þetta kemur sér einkar vel ef kynna á útreikninga fyrir öðrum auk þess sem það getur stuðlað að því að lausn finnist. Það tekur tíma að læra að skrá minnisatriði og útreikninga skýrt og skilmerkilega niður; því er mikilvægt að kennari kynni þetta atriði smám saman fyrir nemendum með lagni. Í mörgum tilvikum á skráning sem þessi fyrst og fremst að vera til hjálpar við að finna svar.

Uppbygging Stiku

Námsefnið *Stika 2* samanstendur af eftirtöldum einingum: nemendabókum 2a og 2b, æfingaheftum 2a og 2b, kennarabókum 2a og 2b og verkefnaheftum til ljósritunar 2a og 2b (sem eru á vef Menntamála-stofnunar).

Nemendabækur

Nemendabækurnar tvær á að vinna í rétttri röð. Á bls. X–XI í þessari kennarabók er tillaga að tímaáætlun um námsframvinduna á námsárinu. Nemendabókunum

er skipt í kafla sem bera stærðfræðileg heiti. Það er gert til þess að ljóst sé að námið hafi faglegan tilgang, þ.e. að auka þekkingu og færni nemenda í stærðfræði.

Þekking og færni í stærðfræði

Traust þekking og færni í stærðfræði veltur á því að fengist sé við mismunandi hliðar námsgreinarinnar og að kennslan sé fjölbreytileg. Þess vegna hefjast allir kaflar nemendabókanna á efni úr hversdagslífinu. Þeir byrja á samræðumynd úr daglegu lífi nemenda sem notuð er til að draga fram hina stærðfræðilegu þætti þess og til að sýna eitt eða fleiri raunverkefni sem nemendur geta unnið. Eftir því sem á kaflana líður hopar hið áþreifanlega og hversdagslega í bakgrunninn en æ meiri áhersla er lögð á hin sérhæfðari viðfangsefni stærðfræðinnar.



Þetta eru aðstoðarmenn okkar og leiðsögumenn frá 5. til 7. bekk, Kráka og Krúsi. Þessar hjálparhellur munu birtast á mörgum blaðsíðum í tengslum við verkefni nemenda. Helsta hlutverk þeirra er að vera til aðstoðar og útskýra hvað gera skal hverju sinni – auk þess sem þær lífga upp á bæurnar. Þær munu einnig birtast við og við og leggja skrítnar spurningar fyrir nemendur. Við vonumst til að kennarar grípi tækifærið, þegar þessar hjálparhellur birtast með athugasemdir sínar, og ræði málin við nemendur sína.

Æfingahefti

Efninu í æfingaheftunum er skipt eftir efnispáttum í kafla eins og nemendabókunum. Til hvers kafla í nemendabókunum svarar því einn kafli í æfingaheftunum

með samsvarandi námsefni. Þessum köflum er í grófum dráttum skipt í þrjú þyngdarstig. Léttustu verkefni eru á fyrstu 2–3 blaðsíðunum. Þar næst koma tvær blaðsíður með verkefnum af meðalþyngd. Síðustu 3–4 blaðsíðurnar hafa að geyma erfiðari verkefni. Ekki er ætlast til að allir nemendur geti leyst öll verkefni í æfingaheftunum. Nokkrir nemendur geta strax reiknað fyrstu blaðsíðurnar og þannig rifjað upp grunnatriðin. Næst koma verkefni sem reyna hæfilega á þessa nemendur. Nemendur, sem hafa námsefnið á valdi sínu, geta auðveldlega snúið sér strax að blaðsíðunum með erfiðari verkefnum. Gott er að nota tilvísanirnar í blaðsíður æfingaheftisins sem eru neðst á æfingasíðum nemendabókanna.

Kennarabók

Kennarabókin er *aðalhandbók* kennarans. Innganginn, sem þú ert nú að lesa, má m.a. nota til að gera ársáætlun. Í honum er lýsing á hvaða þekkingu og færni nemendur yfirleitt hafa til að bera í stærðfræði þegar þeir hefja nám á þessu námsári. Þetta er gert til að kennari geti fljótar áttað sig á hvaða nemendur standa illa að vígi með hliðsjón af grunninum.

Í innganginum eru einnig tilgreind *fagleg markmið* fyrir námsárið, þ.e.a.s. hvaða þekkingu og færni í stærðfræði nemendur þurfa að ná valdi á. Einnig er lýst hvernig kennari getur í kennslunni á þessu námsári lagt aðaláherslu á grundvallarfærni í stærðfræði.

Loks er í þessum inngangskafli sett fram tillaga að ársáætlun. Afar margir þættir hafa áhrif á slíka áætlun. Þess vegna er mikilvægt að kennarar líti á ársáætlun kennarabókarinnar sem leiðbeinandi tillögu. Ástæða getur verið til að breyta þeim áherslum, sem lagðar eru á hina ýmsu kafla, og endurraða viðfangsefnum.

Fylgir nemendabókinni frá blaðsíðu til blaðsíðu

Kennarabókin fylgir nemendabókinni frá blaðsíðu til blaðsíðu. Í kennarabókinni finnur kennarinn það sem hann þarf til daglegs undirbúnings og skipulagningar kennslustundanna. Faglegum markmiðum er lýst og skýringar gefnar við hvert verkefni í nemendabókinni. Við höfum lagt áherslu á að kennurum, sem telja sig vanta nægan stærðfræðilegan bakgrunn, finnist að þeir geti

kennt stærðfræði á öruggan, faglegan og áhugavekjandi hátt.

Samræður nemenda og kennara

Í kennarabókinni eru m.a. dæmi um spurningar til nemenda. Slíkar spurningar eru auðkenndar með lituðum punkti og skáletri. Einhverjum kennurum kann að finnast dæmin um þessar spurningar óþörf en tilgangurinn með þeim er að setja fram ólíkar spurningar og vekja hugmyndir um aðrar. Því fer fjarri að ætlast sé til að farið sé nákvæmlega eftir þeim.

Auðveldari verkefni – Erfiðari verkefni

Eins og áður hefur komið fram eru settar fram í þessum leiðbeiningum hugmyndir með hverri blaðsíðu nemendabókar um það hvernig gera má námsefnið auðveldara með einföldum ráðum. Auk þessa eru ábendingar með hverri síðu um hvernig aðlaga má námsefnið að þeim nemendum sem þurfa að fá tækifæri til að glíma við ögrandi verkefni.

Verkleg viðfangsefni – Raunverkefni

Á hverri opnu eru dæmi um verkleg viðfangsefni, sem í kennarabókinni kallast *raunverkefni*. Um er að ræða verkefni utan nemendabókar sem geta bæði verið framhald af verkefnum hennar og gegnt því hlutverki að leyfa nemendum að sökkva sér dýpra niður í námsefnið sem er á dagskrá hverju sinni. Einn og sami nemandinn nær því varla að vinna öll raunverkefni enda er ekki ætlast til þess. Umfangi þessara verkefna er einkum ætlað að fjölga möguleikum kennara á að velja verkefni fyrir nemendur og ákveða fjölda slíkra viðfangsefna. Þannig getur kennari valið raunverkefni og aðlagð þau námsefni dagsins. Raunverkefni tengjast alltaf námsefni nemendabókarinnar og þannig er aftur auðvelt að tengja hið faglega nám við raunverkefni.

Ljósritunarblöð

Aftast í kennarabókinni eru nokkur blöð ætluð til ljósritunar. Kennari mun þurfa á þessum ljósritunarblöðum að halda í tengslum við ákveðna námsþætti nemendabókar.

Verkefnahefti til ljósritunar

Hverri grunnbók í *Stiku* fylgir verkefnahefti til ljósritunar og eru þau einkum ætluð 5.–7. bekk. Verkefnin tengjast hinum ýmsu námsþáttum, eru af ólíkum toga og misþung. Í kennarabókunum er reglulega vísað í þessi verkefnaðlöð sem eru tölusett. Þau eru aðgengileg á vef Menntamálastofnunar.

Verkefnaðlöðin með *Stiku* 1–3 eru tölusett með númerum sem byrja á 5, 6 eða 7, allt eftir því hvert námsárið er. Númerin eru þannig framhald af númerum verkefnaðlaða sem fylgja *Sprota* 1–4 en þau bera númer sem byrja á 1, 2, 3 eða 4, einnig eftir því hvert námsárið er.

Í þessum kennsluleiðbeiningum er einkum vísað í verkefnaðlöð með *Stiku* 2a og númers verkefnaheftisins því ekki getið sérstaklega. Hins vegar er alloft vísað í verkefnaðlað sem fylgir öðrum bókum en leiðbeiningarnar fjalla um og er þá númer verkefnaheftisins tilgreint sérstaklega.

Námsefni á vef

Á vef Menntamálastofnunar, mms.is, er að finna – auk verkefnahefta til ljósritunar – ýmiss konar ítarefni og gagnvirk stærðfræðiverkefni sem hægt er að nota með *Stiku*. Á læstu svæði kennara á netinu eru m.a. miðsvetar- og vorpróf með efninu.

Grunnurinn

Grunnurinn lýsir því sem æskilegt er að nemendur kunni frá 5. bekk. Þetta merkir að í upphafi 6. námsárs þarf að fylgjast sérstaklega vel með þeim nemendum sem standa illa að vígi miðað við grunninn.

Þegar nemendur hefja nám í 6. bekk eiga þeir að

Tölur og algebra

- kunna sætiskerfið, að geta skipt tölum í einingar, tugir, hundruð o.s.frv. og skilja hvernig sætiskerfið er víkkað út til að rúma tíundu hluta og hundraðshluta
- geta borið saman tölur og staðsett þær á talnalínu
- þekkja negatífar tölur á talnalínu og geta framkvæmt

einfaldan reikning með negatífum tölum

- þekkja almenn brot sem hluta af heild þar sem heildin er ýmist safn, lengd eða mynd; geta fundið hlutann (þ.e. teljarann) þegar heildin er þekkt og vitað er í hve marga hluta henni er skipt (þ.e. nefnarinn er þekktur); geta fundið heildina þegar hlutinn er þekktur og vitað er í hve marga hluta heildinni er skipt
- þekkja hugtökin teljari og nefnari, geta borið saman almenn brot og fundið jafn stór brot
- geta lagt saman og dregið frá með samnefndum brotum
- geta leyst samlagningar- og frádráttardæmi með þriggja stafa og fjögurra stafa heilum tölum og með tugabrotum, ýmist á talnalínu, í huganum eða með skriflegum útreikningum, t.d. hinni hefðbundnu reikningsaðferð
- geta námundað tölur að næsta tug og hundraði og notað það í slumpreikningi
- geta notað þekkingaratriði, sem þeir hafa á valdi sínu í reikningsaðgerðunum fjórum, t.d. litlu margföldunar-töfluna
- geta reiknað dæmi úr daglegu lífi með reikningsaðgerðunum fjórum, m.a. dæmi sem tengjast kaupum og sölu
- þekkja tengsl margföldunar og deilingar og vita hvernig þessar reikningsaðgerðir eiga sér stoð í endurtekinni samlagningu og endurteknum frádrætti
- geta leyst dæmi með því að hoppa á talnalínunni og með því að nota rúðunet
- kunna margföldun sem endurtekna samlagningu og margföldun í rúðuneti, svo og frádrátt bæði sem jafna skiptingu og sem endurtekinn frádrátt
- geta þróað með sér og notað einfaldar aðferðir í margföldun og deilingu með tveggja og þriggja stafa heilum tölum
- geta búið til einfaldar formúlur í töflureikni
- geta rannsakað og lýst einföldum talnamynstrum og alhæft út frá þeim, m.a. talnarunum þar sem hver tala hækkar eða lækkar jafn mikið í senn, ferningstölum, þríhyrningstölum og öðrum myndtölum

Rúmfræði

- geta borið kennsl á algengustu þríhyrninga og ferhyrninga, geta kannað eiginleika og einkenni þessara forma, m.a. horn og lengdir, svo og hornasummu mismunandi marghyrninga
- geta gefið dæmi um hvernig rúmfræðiform birtast í daglegu lífi og listum
- þekkja hugtök eins og lína, strík og ferill
- geta hliðrað, speglað og snúið myndum
- geta notað gráðuboga til að mæla horn
- þekkja algengustu horn, t.d. 45° , 90° og 180° , og geta notað hugtök eins og hvöss, rétt og gleið horn
- geta búið til og lýst samhverfum mynstrum með því að hliðra formi í rúðuneti eða snúa formi

Mælingar

- geta mælt og reiknað ummál marghyrninga
- geta valið hentugar mælieiningar og breytt einni mælieiningu í aðra, t.d. mælieiningunum mm, cm, dm, m og km, svo og dl og l
- geta skilið á hverju flatarmál byggist, skilið tengslin milli lengdar, breiddar og flatarmáls rétthyrninga og geta einnig reiknað flatarmál þríhyrninga
- geta notað mælikvarða til að reikna stærðir og stækkað og minnkað myndir

Tölfræði og líkur

- geta framkvæmt einfaldar kannanir sem byggjast á spurningakönnunum, ýmsum tegundum upplýsinga og talningu og úrvinnslu þeirra
- geta raðað og flokkað gögn, sem safnað hefur verið, og kynnt niðurtöður með myndritum
- geta notað stafræn hjálpartæki í tölfræðilegum könnunum
- geta lýst meginniðurstöðum úr könnunum með miðgildi og tíðasta gildi

Markmið með Stiku 2

Eftir námið í 6. bekk eiga nemendur að hafa eftirtalin atriði á valdi sínu:

Tölur og algebra

- skilja sätiskerfið hvað varðar heilar tölur og tugabrot, allt frá þúsundustu hlutum til milljóna; svo og skilja hvernig talnasviðið er víkkað út til að ná yfir negatífar tölur
- geta raðað tölum eftir stærð og staðsett þær á talnalínu
- þekkja skilgreiningu á frumtölum og geta sagt til um hvort ákveðin tala undir 100 sé frumtala eður ei
- geta lagt saman og dregið frá með negatífum tölum og tugabrotum; geta leyst dæmi í huganum og ráða við að reikna með skriflegum aðferðum eins og hinum hefðbundnum reikningsaðferðum
- skilja almenn brot sem hluta af heild og af safni, sem hlutföll og sem tölur á talnalínu
- geta lengt og stytt brot, fundið jafn stór jafngild brot og raðað brotum eftir stærð
- geta lagt saman og dregið frá með ósamnefndum brotum og margfaldað saman heila tölu og brot
- geta þróað með sér og notað aðferðir til að margfalda og deila; skilja hina hefðbundnu reikningsaðferð í margföldun og geta margfaldað saman heilar tölur og tugabrot
- geta leyst verkefni úr daglegu lífi til að finna allar mögulegar útkomur í tengslum við líkur
- geta táknað afgang í deilingu með almennu broti eða með tugabroti
- skilja hlutföll/hlutfallareikning í daglegu lífi, t.d. í tengslum við gjaldeyri og kílóverð
- geta reiknað 10%, 25% og 50%, m.a. í tengslum við verkefni úr daglegu lífi af stærðum í eðlilegu samhengi
- geta notað reikningsaðgerðirnar fjórar til að leysa verkefni úr daglegu lífi með því að velja rétta reikningsaðgerð, bæði með hefðbundnum skriflegum aðferðum, með hugareikningi og með vasareikni
- geta sett upp dæmi og útskýrt útreikninga og aðferðir og rökstutt lausnaleiðir
- geta áætlað svar við dæmi, námundað og notað slumprereikning, einnig með tugabrotum

- geta búið til einfaldar formúlur í töflureikni og notað hann til að framkvæma og kynna einfalda útreikninga
- geta kannað og lýst talnamynstrum, meðal annars í tengslum við myndtölur og tugabrot

Rúmfræði

- geta greint eiginleika og einkenni tví- og þríviðra forma, t.d. með því að athuga hornalínur ýmissa tvíviðra forma og kanna hvað er líkt og hvað ólíkt með mismunandi formum eins og strendingum og píramídum
- geta lýst áþreifanlegum hlutum sem tengjast tækni, hönnun og hinu daglega lífi með því að nota rúmfræðileg hugtök
- geta búið til þríviða hluti og teiknað þá frá mismunandi sjónarhornum
- geta teiknað í fjarvidd út frá hvarfpunkti
- geta notað gráðuboga til að mæla horn
- geta notað hnit til að lýsa staðsetningu og hreyfingu í hnitakerfi, bæði á blaði og með stafrænum tækjum
- geta notað hnit til að reikna út fjarlægðir sem eru samsíða ásunum í hnitakerfinu
- geta notað mælikvarða til að reikna út fjarlægðir og búa til einföld kort og vinnuteikningar og til að stækka og minnka rúmfræðileg form og myndir

Mælingar

- geta áætlað mál, valið viðeigandi mælingatæki og framkvæmt mælingar, sem tengjast daglegu lífi og tækni, og geta metið niðurstöður með hliðsjón af ónákvæmni mælinga og kröfum um nákvæmni
- geta valið viðeigandi mælieiningu og breytt einni mælieiningu í aðra, t.d. þessum:
 - mm, cm, dm, m og km
 - ml, cl, dl og l
 - g, hg, kg og tonn
- geta skilið á hverju flatarmál byggist, geta reiknað flatarmál rétthyrninga og þríhyrninga og finna þannig yfirborðsflatarmál strendinga
- geta skilið á hverju rúmmál byggist og reiknað rúmmál strendinga
- geta reiknað tíma, t.d. fundið tímann milli tveggja ártala og milli tveggja tímasetninga

- geta notað mælikvarða til að reikna út stærðir og til að stækka og minnka myndir

Tölfræði og líkindareikningur

- geta metið líkur við mismunandi aðstæður, hvort miklar eða litlar líkur eru á að ákveðinn atburður verði, t.d. hvort hann komi fyrir í meira eða minna en helmingi tilvika
- geta reiknað út líkur út frá einföldum tilraunum, t.d. geta sagt til um að líkurnar á að fá sexu með teningi séu einn sjötti
- geta notað reynslu sína og gert tilraunir til að segja til um – með tölu – hversu líklegt sé að ákveðinn atburður verði
- geta notað úrtak úr safni til að segja til um samsetningu þess, t.d. um fjölda kúlna í mismunandi litum í poka með því að skoða nokkrar kúlanna

Grundvallarfærni

Að geta tjáð sig munnlega

Nemendur þurfa að geta sett fram tilgátur, sem hægt er að rannsaka, og spurningar, sem hægt er að svara, með því að nota stærðfræðipekkingu úr 6. bekk. Einnig þurfa þeir að geta notað tölur og einfalda útreikninga til að rökstyðja mál sitt. Þetta á bæði við í hagnýtum verkefnum og viðfangsefnum þar sem útskýra þarf röksemdafærslu, aðferð eða hugsanagang með hjálp stærðfræðinnar. Nemendur þurfa einnig að geta lýst mynstrum og útskýrt hvernig þau breytast. Þá eiga þeir að læra að segja til um líkur, bæði óformlega eins og að eitthvað sé „fremur líklegt“ og einnig formlega með því að tilgreina líkurnar með tölu.

Að geta tjáð sig skriflega

Í vinnu með stærðfræði þurfa nemendur að geta notað ýmsar aðferðir til að tjá sig. Hér er t.d. átt við teikningar og skissur, myndir, töflur og myndrit. Í 6. bekk munu nemendur læra meira um að tákna og nota negatífar tölur, almenn brot og tugabrot. Þeir munu og læra að nota viðeigandi tákn til að setja fram hugmyndir sínar í stærðfræði. Það er afar mikilvægt að nemendur læri að setja útreikninga fram á þann hátt að þeir gefi góða

yfirsýn yfir verkefnið og séu öðrum skiljanlegir. Í 6. bekk kynnast nemendur bókstafnum $\times$ sem táknar óþekkta stærð en á þessu stigi læra þeir ekki að reikna með þessari breytu.

Að geta lesið

Nemendur þurfa að geta lesið og skilið stærðfræðiverkefni eins og þau koma fyrir í orðadæmum og einföldum textaverkefnum. Þeir þurfa að geta lesið stærðfræðileg tákn; hér er átt við tölustafina og hvernig þeim er raðað saman til að tákna pósítífar og negatífar tölur og tugabrot, svo og tákn fyrir almenn brot og aðgerðartáknin $+$, $-$, $\cdot$, $:$ og $=$. Nemendur þurfa þar að auki að geta aflað sér upplýsinga úr töflum og súluritum.

Að geta reiknað

Nemendur þurfa að geta leyst verkefni og kannað stærðfræðileg viðfangsefni sem eiga rætur að rekja til raunverulegra hversdagslegra aðstæðna og eru stærðfræðilegs eðlis. Það krefst þess að þeir hafi t.d. náð valdi á og tileinkað sér reikningsaðgerðirnar fjórar. Nemendur þurfa einnig að þróa með sér skilvirkar reikningsaðferðir, bæði í hugareikningi og blaðreikningi. Í 6. bekk er lögð sérstök áhersla á hefðbundnar reikningsaðferðir í margföldun og deilingu. Miklu skiptir að nemendur geti notað staðreyndapekkingu sína og færni til að leysa raunhæf verkefni og að í kennslunni sé sjónum ýmist beint að færniþjálfun eða könnunarverkefnum/þrautalausnum. Þeir þurfa einnig að átta sig á hvernig ýmislegt tengist í stærðfræðinni, t.d. má nefna tengsl milli reikningsaðgerðanna fjögurra og milli rúmfræði og reiknings. Þá eiga nemendur að geta sannreynt nákvæmni svara og annarra fullyrðinga.

Að geta notað stafræn tæki

Í tengslum við reikningsaðgerðirnar fjórar eiga nemendur að læra að nota vasareikni af öryggi. Einnig eiga þeir að læra að nota töflureikni til að framkvæma og hafa yfirsýn yfir útreikninga, til að geta gert kannanir og sett fram og kynnt tölfræðilegar upplýsingar. Nemendur þurfa að upplifa að nota má vasareikni og tölvu með góðum árangri við þrautalausnir, spil, kannanir og til að gera niðurstöður sýnilegar.

Tillaga að ársáætlun

Tillaga þessi er aðeins til leiðbeiningar.

Haust

Vikur	Kaflar	Titlar
34–35	1	Tölur og reikningur, Tugakerfið, Námundun
36		Hugareikningur, Samlagning og frádráttur
37		Negatífar tölur, Talnarunur
38		Frumtölur, Margföldun
39–40		Hve margir möguleikar? Deiling
41	2	Líkur, Tilraunir og mögulegar útkomur
42		Líkur frá 0 til 1, Líkur í spilum
43		Líkur í daglegu lífi
44	3	Tugabrot, Tugabrot á talnalínu – tíunduhlutar og hundraðshlutar
45		Þúsundustu hlutar
46		Talnamynstur og tugabrot, Tölur og tölustafir
47		Námundun og slumpreikningur, Samlagning og frádráttur
48–49		Margföldun tugabrota, Slumpreikningur, Vasareiknir, Margföldun með 10, 100 og 1000
50	4	Rúmfræði, Búa til þrívíða hluti
51		Yfirborðsflatarmál, Teikna þrívíð form
1		Fjarvíddarteikningar, Að teikna myndir í fjarvídd, Eiginleikar þrívíðra forma
2–3		Strendingar og píramídar, Eiginleikar tvívíðra mynda – ferhyrningar með sérstök heiti, Trapisa – samsíðungur – tígull, Hornalínur, Þríhyrningar með sérstök heiti, Teikna ferhyrninga og þríhyrninga

Vor

Vikur	Kaflar	Titlar
4–5	5	Mælingar, Þyngd
6		Rúmmál
7		Vetrarfrí
8		Yfirborðsflatarmál og rúmmál ferstrendinga, Töflureiknir, Tími
9	6	Almenn brot, Hluti af heild og hluti af safni
10–11		Samlagning og frádráttur með almennum brotum
12		Jafn stór brot, Ósamnefnt brot
13		Almenn brot og talnarunur, Margföldun almennra brota, Reikningur með almennum brotum, Prósent
14		Páskafri
15	7	Margföldun og deiling
16		Margföldun með blaðreikningi – Deiling með blaðreikningi
17		Tengsl margföldunar og deilingar
18		Margföldun og deiling tugabrota
19		Ýmis dæmi, Vasareiknir
20	8	Hnitakerfi og hlutföll, Hnitakerfið, Fjarlægðir í hnitakerfinu, Speglnun í hnitakerfinu, Staðsetning punkta í töflureikni
21		Hreyfing í hnitakerfinu
22–23		Hlutfallareikningur
24		Mælikvarði
25		

I Tölur og reikningur

Í þessum kafla eru reikningsaðgerðirnar fjórar teknar fyrir í tengslum við heilar tölur.

Athyglinni er beint að gildi tölu-stafanna eftir sætum og bæði að hugareikningi og blaðreikningi. Talnasviðið er stækkað upp í milljón. Það hefur í för með sér að samlagning og frádráttur verða óhlutbundnari þar sem gildi hvers tölustafs hopar meira í bakgrunninn meðan nemandinn reiknar.

Í kaflanum er fengist meira við negatífar tölur og reikning með þeim.

Kaflanum er m.a. ætlað að rifja upp atriði sem nemendur hafa fengist við áður. Það auðveldar kennaranum að fá yfirlit yfir stöðu nemenda hvað varðar talnaskilning og reikningsaðgerðir.

Viðfangsefni

- Hagnýtur reikningur
- Persónulegur fjárhagur
- Talnaskilningur, röðun talna

Búnaður

- Teningar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 4

Samræðumynd

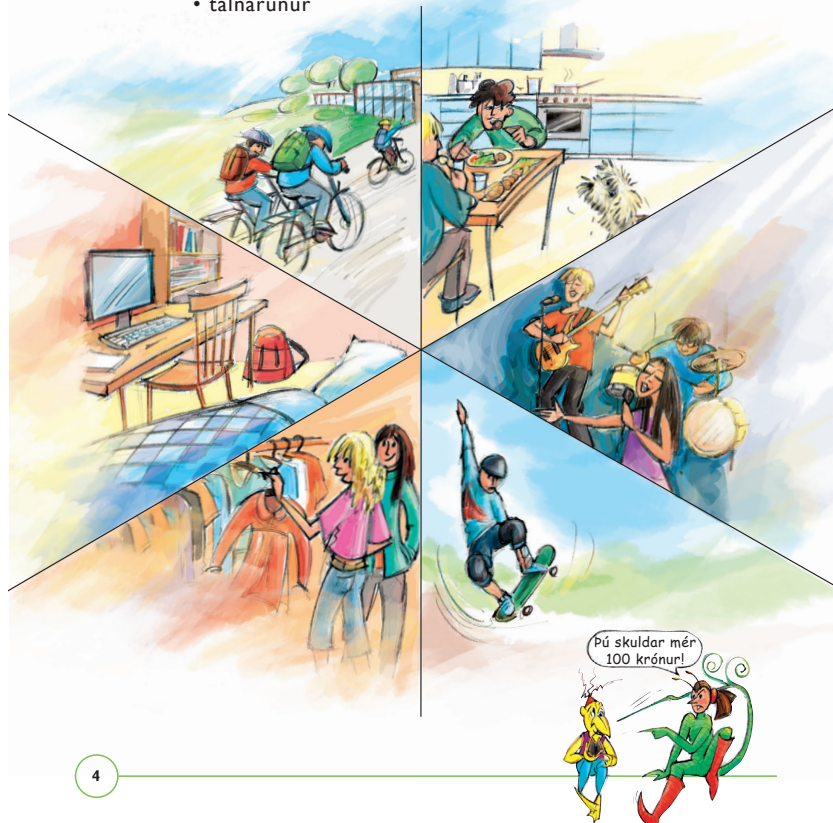
Kennari og nemendur ræða saman um kostnað vegna ýmissa hversdagslegra athafna. Gott er að ræða þessi mál út frá tómstundum og öðru sem nemendur stinga upp á og gera yfirlit yfir kostnað því samfara.

- Hvað kosta hljóðfærin sem krakkarnir nota í hljómsveitinni? (Trommur kosta milli 5000 kr. og 20 000 en gítar milli 3000 kr. og 10 000 kr. Bassagítar kostar svipaða upphæð.)
- Hvað kostar að taka þátt í hinum ýmsu tómstundum? (Búnaður, gjald til íþróttafélags, aksturskostnaður fyrir foreldra o.fl.)
- Hvað kostar maturinn sem nemandi neytir á einni viku? (Ef nemandinn borðar fyrir um það bil 1000 kr. á dag nemur það 7000 kr. á viku.)

I Tölur og reikningur

Í þessum kafla muntu læra um

- tugakerfið
- námundun og slumpreikning
- samlagningu og frádrátt, margföldun og deilingu
- negatífar tölur
- talnarunur



4

- Hver er kostnaðurinn þá á mánuði? ($30 \cdot 1000 = 30\,000$ kr.)
- Hvernig getum við reiknað hve mikill kostnaðurinn er á einu ári? (Látið nemendur koma með tillögu, t.d.: $365 \cdot 1000 = 365\,000$ kr.)

► Bls. 5

Nr. 1.1

Kennari vekur athygli á að taflan sýnir kostnað við börn í Noregi, þ.e. kostnað í norskum krónum. Nemendur styðjast við töfluna og raða kostnaði vegna 5 ára barnsins frá þeim lægsta til þess hæsta. Í b-lið á að raða heildarkostnaði vegna aldurshópanna þriggja á talnalínu.

Kennari getur – ef vill – upplýst nemendur um gengi norsku krónunnar og látið þá breyta einhverjum kostnaðarliðunum í íslenskar krónur.

- Hvers vegna er kostnaður vegna 5 ára barns hærri en 10 ára barns? (Kostnaður vegna leikskóla telst með

hjá 5 ára barninu en ekki þarf að borga sérstaklega fyrir grunnskóla 10 ára barnsins.)

- Hver haldið þið að kostnaður sé fyrir 12 ára barn? (Frá 10 til 15 ára hækkar kostnaðurinn um 2000 krónur á ári. Þess vegna má álykta að kostnaður vegna 12 ára barns sé um það bil 44 000 kr. á ári.)

Nr. 1.2

Nemendur eiga að skrifa tölurnar í hækkandi röð.

Spil

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Hver hópur þarf tvo teninga og hver leikmaður þarf að búa sér til renning með átta reitum.

Nemendur kasta tveimur teningum til skiptis og nota tölurnar, sem upp koma, til að búa til tveggja stafa tölu. Hver nemandi skrifar töluna í renninginn sinn en þess þarf að gæta

Kostnaður á ári	5 ára	10 ára	15 ára
Matur	15 807	17 395	20 085
Föt og skór	5533	6255	8233
Heilsu- og hreinlætisvörur	1354	1927	4101
Tómstundir	6162	7643	11 522
Ferðalög	3794	4108	4470
Húsgögn o.fl.	1680	1680	1680
Sími	291	420	659
Barnaheimili	27 000		
Heildarkostnaður í norskum krónum	61 621	39 428	50 750

I.1 Taflan sýnir kostnað vegna 5 ára, 10 ára og 15 ára barna í Noregi.

- Skráðu kostnaðinn vegna 5 ára barns þannig að upphæðirnar fari hækkandi.
- Búðu til talnalínu og merktu heildarkostnaðinn vegna 5 ára, 10 ára og 15 ára barnanna um það bil á rétta staði á talnalínunni.



I.2 Skrifðu tölurnar í réttri röð, minnstu töluna fyrst.

- 138, 115, 129, 132, 119, 120
- 895, 989, 1058, 899, 985, 1085
- 1505, 1521, 1615, 1561, 1265, 1612
- 10 409, 14 908, 10 098, 10 184, 11 049, 10 418

SPIL

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Þeir kasta til skiptis tveimur teningum og nota tölurnar sem upp koma til að búa til tveggja stafa tölu. Leikmenn ákveða sjálfir hvor teningurinn táknar tugi og hvor táknar einingar. Ef leikmaður fær 2 og 5 á teningunum getur hann búið til töluna 25 eða 52. Hann skráir töluna í reit á spilaborðinu.

Skrá þarf tölurnar í hækkandi röð, minnsta talan á að vera lengst til vinstri og stærsta til hægri. Ef fyrir kemur að ekki er hægt að koma tölu fyrir þannig að töluröðin fari hækkandi getur leikmaðurinn ekki skráð neina tölu í þeirri umferð.

Sá vinnur sem er fyrstur að skrifa átta tölur í röð.

--	--	--	--	--	--	--	--

5

að tölurnar verði skráðar í hækkandi röð, minnsta talan til vinstri og sú stærsta til hægri.

Fái nemandi upp t.d. 1 og 4 getur hann annaðhvort búið til töluna 14 eða 41. Renningur þessa nemanda úr fyrri umferðum lítur svona út:

	13	21	25	36	44		
--	----	----	----	----	----	--	--

Þar sem hvorki er hægt að skrifa töluna 14 eða 41 á renninginn þannig að talnaröðin verði áfram í hækkandi röð verður viðkomandi nemanda að sitja hjá í þessari umferð.

Auðveldari verkefni

Miklu skiptir að kennari geti eins fljótt og unnt er myndað sér skoðun á getu hvers nemanda í stærðfræði. Í inngangi þessarar kennarabókar er yfirlit, „Grunnurinn“, yfir hvaða færni

er gert ráð fyrir að nemendur hafi á valdi sínu þegar þeir byrja í 6. bekk. Alltaf munu vera einhverjir nemendur sem hafa ekki þennan grunn á valdi sínu. Þess vegna þarf kennari að gæta vel að stöðu þessara nemenda. Þegar fengist er við heilar tölur er gott að nota peninga eða talnalínu.

Peningar

Peningar henta afar vel til að sýna sætiskerfið. Nota má krónupeninga, tíkalla, hundraðkalla og þúsundkalla – bæði til að raða tölum og til að reikna með. Seðla og myntir má fá á verkefnablöðum 5.182–5.183 (*Myntir og Myntir og seðlar*) í verkefnahefti Stiku 1b.

Athugið:

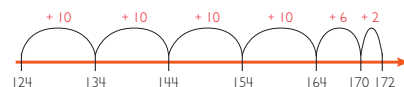
Þar sem í þessum kennsluleiðbeiningum er vísað í verkefnablöð í verkefnahefti Stiku 2a er verkefnaheftisins ekki getið. Hins vegar er verkefnahefti tilgreint ef verkefna-

blað, sem vísað er til, fylgir öðrum bókum en Stiku 2a.

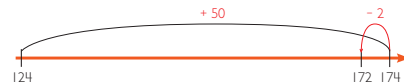
Auðvelt er að sýna skiptingu úr einni mynt í aðra með peningum. Enn óhlutbundnari aðferð er að nemendur teikni peninga eða hugsi um tölurnar sem peninga.

Tóm talnalína

Ein leið til að leysa samlagningar- og frádráttardæmi með tveggja stafa og þriggja stafa tölum er að nota „tóma“ talnalínu. Þá er farið þannig að: Nemendur draga talnalínu á blað og merkja á hana töluna sem byrja skal með. Síðan hoppa þeir áfram á talnalínunni þar til svarið er fundið. Dæmið $124 + 48$ má leysa svona:



Nemendur byrja í 124 og hoppa áfram 10 skref í einu og síðan 8 einingar í lokin. Einnig geta þeir hoppað 50 skref áfram í einu hoppi (því að 48 er næstum því 50) og síðan 2 skref til baka, þannig:



Erfiðari verkefni

Nemendur geta notað þrjá teninga í spilu og búið til þriggja stafa tölu, þ.e. tugi, einingar og tíunduhluta eða hundruð, tugi og einingar. Þar eð möguleikunum til að búa til tölur fjölgar allmikið við þriðja teninginn þarf að lengja renninginn, til dæmis upp í 20 reiti.

Raunverkefni

Hvað kosta ég?

Biðjið nemendur að búa til kostnaðaráætlun yfir útgjöld sem þeir vita að fjölskyldan þurfi að standa straum af vegna þeirra.

Hvað kostar að hringja með farsíma?

Nemendur búa til yfirlit yfir hvað kostar að tala í farsíma. Verkefnið getur falist í að finna út verð símafyrtækjanna og nota til þess netið. Síðan búa nemendur til töflu með upplýsingum frá hverju fyrirtæki um sig.

Viðfangsefni

- Sætiskerfið, skipting talna eftir sætum í einingar, tugi, hundruð o.s.frv.
- Gildi tölustafa og gildi þeirra eftir sætum.
- Að skrá gildi tölustafanna eftir sætum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 6

Nr. 1.3

Nemendur teikna peninga sem samsvara verði hverrar hjólaluktar. Þetta má gera á ýmsa vegu. Hvetja má nemendur til búa til réttar upphæðir með eins fáum myntum og seðlum og hægt er.

- Ég kaupi luktina í miðjunni og borga með fimmþúsundkalli. Hvað fæ ég til baka? (210 kr.)
- Hvernig reiknaðir þú dæmið? (Til dæmis með því að telja áfram: 10 kr. upp í 4800 og síðan 200 upp í 5000, samtals 210 kr.)

Nr. 1.4

Nemendur skrá fjölda tuga í hverri tölu. Svárið í fyrsta dæminu er 5 en ekki 50. Reyndar er ekki beinlínis rangt ef nemandi svarar með 50 en þá gengur hann út frá gildi tölustafsins í tugasetinu.

Hér er greint á milli tölu og tölustafs. Tala getur því verið sett saman úr mörgum tölustöfum.

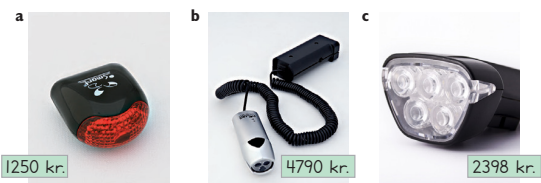
Nr. 1.5 og 1.6

Í verkefni 1.5 eiga nemendur að skrifa gildi undirstrikaða tölustafsins. Í verkefni 1.6 eiga þeir að skrá gildi fyrsta tölustafsins. Gott er að kennari spyrji frekari spurninga um þetta atriði:

- Hvert er gildi síðasta tölustafsins í fyrstu tölunni? (9 er í einingasetinu, gildið er því 9.)

Tugakerfið

1.3 Teiknaðu peninga sem sýna verðið á hverri hjólalukt.



1.4 Hve margir tugir eru í þessum tölum?

- a 258 b 180 c 1032 d 1301 e 5432

Í tölunni 2416 hefur tölustafurinn 4 gildið 400 vegna þess að hann er í hundraðasetinu.

1.5 Hvert er gildi undirstrikuðu tölustafanna?

- a 639 c 561 e 4537 g 25 244 i 41 973
b 418 d 2075 f 9263 h 13 804 j 87 552

1.6 Hvert er gildi fyrsta tölustafsins í hverri tölu?

- a 2618 c 488 e 7246 g 10 359 i 85 225
b 85 d 35 405 f 1872 h 505 j 63 199

1.7 Hvert er gildi stærsta tölustafsins í hverri tölu?

- a 76 c 325 e 5642 g 8725 i 78 451
b 5685 d 6447 f 45 420 h 82 607 j 56 435

1.8 Hvert er gildi minnsta tölustafsins í hverri tölu?

- a 76 c 325 e 5642 g 8725 i 78 451
b 5685 d 6447 f 45 420 h 82 607 j 56 435

6

I • Tölur og reikningar

- Hvert er gildi fyrsta tölustafsins í annarri tölunni? (5 er í hundraðasetinu, gildið er því 500.)

Nr. 1.7–1.8

Nemendur finna gildi stærsta tölustafsins (verkefni 1.7) eða minnsta tölustafsins (verkefni 1.8) í hverri tölu. Þeir þurfa því fyrst að finna stærsta eða minnsta tölustafinn í hverri tölu og athuga síðan hvert gildi hans er.

Gott er að kennari noti orðalag úr öðrum verkefnum á þessari blaðsíðu í upprifjuninni:

- Hvaða myntir og seðlar samsvara tölunni 5642?
- Hve margir tugir eru í 1.7b? (8 tugir.)
- Hvert er gildi fyrsta tölustafsins í 1.8 i? (70 000.)
- Hvaða gildi hefur minnsti tölustafurinn í 1.8 g? (20.)

► Bls. 7

Nr. 1.9–1.11

Nemendur skipta tölunum upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs og búa þannig til samlagningardæmi. Þeir þurfa að geta gert greinarmun á tölustaf og sætisgildi hans.

Nr. 1.12–1.13

Nemendur nota tölustafina 1–9 til að búa til tölurnar sem tilgreindar eru.

Nr. 1.14

Nemendur nota tölustafina 1–9 að tölunni 5 undanskilinni til að búa til tölurnar sem tilgreindar eru.

Auðveldari verkefni

Kennari getur gert verkefni 1.3–1.11 áþreifanleg með því að láta nemendur nota peninga. Mikilvægt er að þeir skrái svörin eftir á með tölu-

$3241 = 3000 + 200 + 1$
Hér hefur talan verið leyst upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs.



Leystu tölurnar upp eftir sætum.

I.9 a 415 b 1562 c 23 481 d 7310

I.10 a 209 b 2075 c 91 124 d 695

I.11 a 780 b 4206 c 50 017 d 32 063

I.12 Notaðu tölustafina til hægri til að vinna verkefni.
Aðeins má nota hvern tölustaf einu sinni í hverju verkefni.

- a Búðu til stærstu fjögurra stafa töluna.
- b Búðu til minnstu fimm stafa töluna.
- c Búðu til stærstu fimm stafa sléttu töluna sem hefur 3 í þúsundasetinu.

I.13 a Búðu til stærstu sex stafa töluna þar sem 1 er í þúsundasetinu og 5 í tíuþúsundasetinu.
b Búðu til minnstu sex stafa sléttu töluna þar sem 6 er í hundradasetinu.

I.14 Notaðu tölustafina til hægri til að vinna verkefni.
Aðeins má nota hvern tölustaf einu sinni í hverju verkefni.

- a Skrifðu töluna sem er 100 stærri en 12 689.
- b Skrifðu töluna sem er 50 minni en stærsta talan sem hægt er að búa til með fimm af tölustöfunum hér til hægri.
- c Skrifðu stærstu töluna sem er stærri en 8745 en minni en 8750.
- d Skrifðu minnstu töluna sem er stærri en 617 500.
- e Skrifðu stærstu töluna sem er minni en 618 400 en stærri en 618 300.



7

- C en í B (100 sinnum stærra)
- Biðjið nemendur að lýsa hve mörgum sinnum minna gildi tölustafsins 6 er í
- A en í D (100 sinnum minna)
- D en í C (10 sinnum minna)

Raunverkefni

Krossgáta með tölum

Á verkefnablaði 5.14 (*Skrá tölur með tölustöfum*) í verkefnahefti Stiku 1a eru nokkrar tölur gefnar upp með orðum og nemendur eiga að skrá þær með tölustöfum og koma þeim fyrir í réttum reitum.

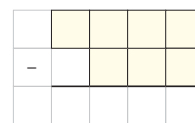
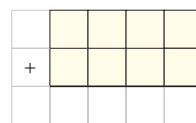
Búa til fjögurra eða fimm stafa tölur

Nemendur búa til tölur með því að kasta teningum eða draga spil. Þeir teikna fjögurra eða fimm reita renning:



Síðan kasta þeir einum teningi til skiptis og ákveða í hvaða sæti setja á tölustafinn sem teningurinn segir til um. Tilgangurinn er að búa til eins stóra fjögurra eða fimm stafa tölu og þeir geta. Verkefnið getur einnig falist í að búa til eins litla tölu og hægt er. Þetta verkefni hentar vel sem spil og þá má hafa þá reglu að leikmaður fái stig í hvert sinn sem hann hreppir stærstu eða minnstu töluna í hópnum eða bekkjardeildinni. Spila þarf nokkrar umferðir og sá vinnur sem hefur flest stig í lokin.

Verkefni þetta má einnig nota til að búa til samlagningar- eða frádráttardæmi:



Hér reyna nemendur að fá eins stórt eða lítið svar og unnt er.

Skjóta burtu tölustafi (spil)

Búnaður: Vasareiknir og verkefnablaði 6.1 (*Skjóta burtu tölustafi*).

stöfum. Einnig geta þeir notað töluspjöld, sjá verkefnablöð 5.10–5.12c (*Töluspjöld 1–5*) í verkefnahefti Stiku 1a.

$$\begin{array}{r} 2000 \ 500 \ 30 \ 2 \\ + 4000 \ 200 \ 10 \ 5 \\ \hline 6000 \ 700 \ 40 \ 7 \end{array}$$

Fáið nemendum töluspjöld til að auðvelda þeim verkefni I.12–I.14. Þeir geta annaðhvort notað venjulegt spil, þar sem ásinntákarnar 1, eða búið sjálfir til einföld töluspjöld úr pappabútum með tölustöfum sem koma fyrir í verkefnunum. Vinnan verður miklu auðveldari með töluspjöldum.

Erfiðari verkefni

Nemendur búa sjálfir til svipuð verk-

efni hver fyrir annan. Þá búa allir til fimm verkefni og síðan skiptast tveir og tveir á verkefnum. Verkefni, þar sem þeir eiga að finna stærstu eða minnstu töluna út frá ákveðnum skilyrðum, henta vel þar sem svarið er nær alltaf ótvírætt:

- Finndu stærstu töluna þar sem 8 er í tugasetinu.
- Finndu stærstu töluna sem er minni en 759.

Fleiri verkefni:

Hve mörgum sinnum stærra er gildi tiltekna tölustafs? Kennari skrifar upp fjórar tölur:
A 456 – B 4569 – C 6078 – D 54609.

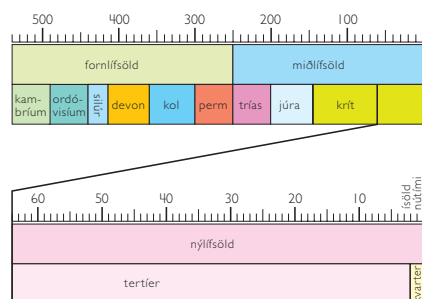
Nemendur eiga nú að lýsa hve mörgum sinnum stærra gildi tölustafsins 6 er í

- B en í A (10 sinnum stærra)
- C en í A (1000 sinnum stærra)

- Stærðfræði í daglegu lífi
- Stórar tölur: milljón
- Tölur skráðar með bókstöfum

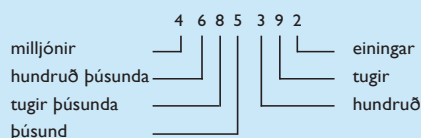
► B|s. 8

Kennari setur fram nokkur dæmi um stórar tölur og tengir þær gjarnan öðrum námsgreinum. Nota má jarðfræðilegan tímaás í þessu skyni:



Vegalengdin kringum jörðina er 40 milljón metrar. Fyrir rúmlega 200 árum var ákveðið að einingin metri samsvaraði ummáli jarðar deilt með 40 milljónum.

Nemendur nota vasareikni til að finna svörin við spurningunum. Ef þeir hafa ekki myntir til að vinna b-lið verkefnisins getur kennari upplýst þá um að „turn“ með 10 krónupeningum er um það bil 18 mm á hæð. Athugið! Þetta á að vera rannsóknarverkefni; kennari þarf því að varast að hjálpa nemendum um of. Biðjið þá frekar að vinna saman í tveggja eða þriggja manna hópum.



Pessi tala er lesin þannig: fjórar milljónir sex hundruð áttatíu og fimm þúsund þrjú hundruð níutíu og tveir.

Með tölustöfunum 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9 er hægt að skrifa allar tölur.

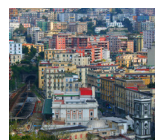
Risaeðlurnar dóu út fyrir 65 milljónum ára.



Ummálið um jörðina
við miðbaug er
40 milljón metrar.



Um 1 milljón manna
býr í Napolí.



Árið 2008 voru losuð
tæplega 5 milljónir
tonna (CO₂) út í
andrúmsloftið á
Íslandi.



- I.15** Svaraðu eftirfarandi spurningum með því að nota vasareikni.
- a** Hefur þú lifað í milljón mínútur?
 - b** Hve hár verður turn sem búinn er til úr milljón krónupeningum?
 - c** Ýttu á takkana á vasareikninum.

1 + + = = = = = ...

Um það bil hve langan tíma mun það taka þig að komast upp í milljón?

- I.16** Raðaðu borgunum eftir íbúafjölda, stærstu borgina fyrst.

Shanghai	10 840 516	São Paulo	10 136 978	Istanbul	9 621 565
Seoul	9 747 972	Mumbai	12 778 721	Deli	11 055 365
Karachi	11 507 254	Mexikóborg	8 548 639	Moskva	10 375 688

- ### 1.17 Hvaða tölur vantar?

a $700\,000 + \square = 1\,000\,000$

$$\text{c } 750\,000 + \boxed{} = 1\,000\,000$$

b $340\,000 + \square = 1\,000\,000$

$$\text{d } 820\,000 + \boxed{} = 1\,000\,000$$

Nemendur raða borgunum í röð eftir íbúafjölda. Kennari þarf að leggja áherslu á hinn munnlega þátt verkefnisins, til dæmis með því að láta nemendur lesa allar tölurnar upphátt í kór.

Nemendur skrá samlagningardæmin
þar sem summan er ein milljón.

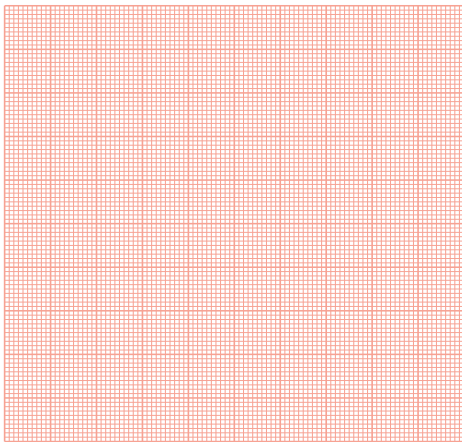
Nemendur byrja á að finna hvaða ár og dagur var fyrir milljón sekúndum og sömuleiðis hvaða ár og dagur var fyrir milljón klukkustundum. Best er að láta tvo og tvo nemendur vinna saman.

Nemundur skoðað þessi verkefni vel og prófa sig áfram. Til að finna út hve langan tíma tekur að telja upp í milljón geta þeir til dæmis talið tíu tölur og margfaldað síðan tímenn sem það tók með 100 000. Einnig geta þeir talið lengra, t.d. upp í 50 og margfaldað síðan með 20 000. Kennari getur gefið þeim vísbendingu um að það tekur lítinn tíma að telja fyrstu tölurnar, sem aðeins fela í sér einn eða tvo tölustafi, en það tekur miklu lengri tíma að telja til dæmis sex stafa tölur. Til að geta metið þetta rétt þurfa nemendur þess vegna að telja til dæmis 20 tölur áfram frá einhverri sex stafa tölu, sem valin er af handahófi, t.d. 321 452. Miklu skiptir að þeir fái tilefni til að rannsaka þetta og að kennari gefi þeim ekki of snemma upp leiðir til lausna.

Leystu eftirfarandi verkefni með vasareikni.

I.18 Skráðu einhvern atburð sem gerðist

- a fyrir milljón sekúndum
- b fyrir milljón klukkustundum



- I.19**
- a Hve langan tíma þarftu til að telja upp í milljón?
 - b Hve langan tíma þarftu til að skrifa allar tölurnar frá einum upp í milljón?
 - c Hve margir fer-millimetrar eru í rúðunetinu til vinstri?
 - d Hve mörg slík rúðunet þarftu til að fá milljón fer-millimetra?

Sýnidæmi

Skrifaðu töluna 3749 með bókstöfum.

3749 – Þrjú þúsund sjö hundruð fjörutíu og níu.

I.20 Skrifðu tölurnar með bókstöfum.

- a 5328
- b 803
- c 12 045
- d 2 459 612

I.21 Skrifðu tölurnar með tölustöfum.

- a Tuttugu og fimm þúsund þrjú hundruð og fjörutíu
- b Sex hundruð fimmtíu og tvö þúsund
- c Fjögur hundruð og átta þúsund tvö hundruð og níu

9

Nr. I.20

Nemendur skrifa tölurnar með bókstöfum.

Nr. I.21

Nemendur skrifa tölurnar með tölustöfum.

Auðveldari verkefni

Kennari leggur mesta áherslu á að nemendur staðsetji tölur á talnalínu, t.d. íbúafjölda í stórborgum (verkefni I.16). Þetta skiptir meira máli en að láta þá sem eiga í basli með þessi verkefni leysa öll rannsóknarverkefni á þessari opnu þar sem nota skal margföldun og deilingu.

Búa til tölur

Alltaf er það svo að einhverjir nemendur þurfa meiri þjálfun í að skrá tölur eins og ætlast er til í verkefnum I.20 og I.21. Kennari lætur

þessa nemendur fá 4–7 teninga; þeir kasta öllum teningunum í einu og mynda tölu úr tölustöfunum sem upp koma. Þar næst skrifa þeir tölurnar með bókstöfum eða vinna saman í pörum og nefna tölurnar upphátt hvor fyrir annan.

Erfiðari verkefni

Kanna milljón

Kennari leggur önnur verkefni um milljón fyrir nemendur sem þeir leysa með vasareikni. Dæmi: Hér er um rannsóknarverkefni að ræða og þeir þurfa að fá að spreyta sig á þessum þrautum með aðferðum sem þeir kjósa sjálfir:

- Bill ekur 60 kílómetra á 1 klukkustund. Hve lengi er hann að fara 1 milljón kílómetra? ($1 \text{ milljón} : 60 = 16\,666 \text{ klukkustundir} = 694 \text{ sólarhringar}$, þ.e.a.s. næstum því 2 ár.)

- Er ein milljón feta (fætunir eru settir hvor í framhaldi af öðrum án þess að bil verði á milli þeirra) nóg til að komast hringveginn sem er um það bil 1500 km? (Ef fætur nemenda eru að meðaltali 15 cm eru milljón fet = $1\,500\,000 \text{ cm} = 150\,000 \text{ m} = 150 \text{ km}$. Þess vegna þarf 10 milljón fet til að fara hringveginn.)
- Flutningabíll getur flutt 15 tonn í einu. Hve margar ferðir þarf bíllinn að fara til að flytja 1 milljón kílógrömm af vörum? ($1 \text{ milljón kg} = 1000 \text{ tonn}$; $1000 : 15 \approx 67$ ferðir.)

Raunverkefni

Íbúafjöldi á Norðurlöndum eða í Evrópu

Nemendur raða löndum eftir íbúafjölda. Biðjið þá að gíska á fjöldann áður en þeir finna hann á netinu. Á heimasíðu Hagstofu Íslands má finna íbúafjölda í löndum heims (Alþjóðlegar hagtölur, tafla 23.2). Á verkefnablaði 6.4 (*Íbúafjöldi í nokkrum Evrópulöndum*) er yfirlit yfir íbúafjölda í nokkrum evrópskum löndum og höfuðborgum þeirra.

Túlka tölfræðilegar upplýsingar

Á heimasíðu Hagstofu Íslands eru tölfræðilegar upplýsingar sem nemendur geta unnið úr.

Til dæmis má nefna yfirlit yfir ferðavenjur, sjá undir hlekkjunum Skólamál og Ferðamál, samgöngur og upplýsingatækni (lágur tölur) eða Laun, tekjur og vinnumarkaður (háar tölur). Á verkefnablöðum 6.2 og 6.3 (*Ferðalög – könnun 1 og 2*) er tölfræðilegt yfirlit yfir ferðir Íslendinga flokkaðar eftir áfangastöðum og aldri sem nemendur nota til að vinna ýmis verkefni. Heimaverkefni getur falist í að búa til samsvarandi verkefni um önnur hliðstæð atriði.

Skrifa tölur eftir upplestri

Nemendur þurfa að hafa það á valdi sínu að skrifa stórar tölur bæði með tölustöfum og bókstöfum.

- Kennari skrifar nokkrar tölur með tölustöfum á töfluna. Nemendur skrifa þessar tölur með bókstöfum í reikningsheftin sín.
- Kennari les upp tölur sem nemendur skrifa með tölustöfum.

Viðfangsefni

- Sætisgildi
- Námundun
- Að lesa úr töflum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 10

Nr. 1.22

Nemendur lesa úr töflunni og námunda þyngd, lengd, eyðslu og verð eins og verkefnin segja til um. Við námundun á aðeins að ganga út frá tölustafnum sem er á eftir þeim sem námunda skal að. Ef námunda skal til dæmis að næsta hundraði þarf að miða við tölustafinn í tugasetinu.

Nr. 1.23

Nemendur námunda tölurnar að næsta hundraði.

Nr. 1.24

Nemendur námunda tölurnar að næsta þúsundi.

► Bls. 11

Nr. 1.25

Nemendur finna minnstu heilu töluna sem námunduð er upp á við að tölunni sem gefin er upp. Þeir eiga einnig að finna stærstu heilu töluna sem námunduð er niður á við að viðkomandi tölu.

Nr. 1.26

Nemendur nota fullyrðingarnar þrjár í hverju verkefni til að finna ákveðna tölu. Um er að ræða eins konar rannsóknarverkefni þannig að kennari þarf að halda sig til hlés og forðast að gefa vísbendingar í byrjun. Gott er að láta tvo og tvo nemendur vinna saman að þessu verkefni.

Námundun

Notaðir bílar					
	A	B	C	D	E
Þyngd (kg)	1744	1145	1259	2111	1107
Lengd (mm)	4768	3986	4204	4807	4080
Vélarafi	125	100	115	315	86
Orkugjafi	Diesel	Bensín	Bensín	Bensín	Diesel
Eyðsla (l/km)	0,62	0,66	0,67	1,33	0,51
Losun CO ₂ (g/km)	165	158	159	317	136
Verð (kr.)	333 700	204 000	258 620	1 226 800	248 600

Sýnidæmi

Námundaðu þyngd á bíl A að næsta hundraði.

Bíll A: 1744 kg $\approx$ 1700 kg
(Við förum eftir tölustafnum í tugasetinu og námundum að næsta hundraði.)

Námundaðu eyðslu bíls C að næsta tíunda hluta.

Bíll C: 0,67 l/km $\approx$ 0,7 l/km
(Við förum eftir tölustafnum í hundraðshlutasætinu og námundum að næsta tíunda hluta.)

Þegar við námundum tölustafina 1, 2, 3 og 4 er talan lækkuð en tölustafirnir 5, 6, 7, 8 og 9 eru námundaðir upp á við og talan er hækkuð.

1.22 Námundaðu

- | | |
|--|--|
| a þyngd bílanna í kg að næsta hundraði | c eyðslu bílanna í litrum á km að næsta tíunda hluta |
| b lengd bílanna í mm að næsta tug | d verð bílanna í krónum að næsta þúsundi |

1.23 Námundaðu að næsta hundraði.

- | | | | |
|-------|--------|----------|-----------|
| a 168 | c 2415 | e 12 754 | g 462 669 |
| b 345 | d 3084 | f 25 967 | h 210 849 |

1.24 Námundaðu að næsta þúsundi.

- | | | | |
|--------|--------|----------|-----------|
| a 3227 | c 1609 | e 31 483 | g 959 513 |
| b 5653 | d 6547 | f 42 716 | h 807 489 |

10

I • Tölur og reikningur

Auðveldari verkefni

Verkefnin á bls. 11 eru af erfiðara taginu. Nemendur, sem eiga í erfiðleikum með þau, geta sleppt verkefni 1.26. Hins vegar má einfalda verkefni 1.25 með því að láta þá giska á mismunandi tölur og athuga síðan hvernig á að námunda þær.

- Hvaða tölur eru námundaðar að 70? (Auðvitað 69, einnig 68, 67, 66 og 65 en talan 64 er námunduð niður í 60. Minnstá talan, sem námunduð er að 70, er því talan 65.)

Önnur aðferð felst í því að nota einungis tölur undir 100. Þá eiga nemendur að finna hvaða tölur skal námunda að 50 í staðinn fyrir að 5000 o.s.frv. Látið þá fá talnalínu sér til hjálpar (verkefnablað 5.15 (Talnalína 0–100) í verkefnahefti Stiku 1a.

Erfiðari verkefni

- Venjulegum bíl er ekið um það bil 15 000 km á ári. Hvað mikið af CO₂ losar bíllinn, sem mengar mest, út í andrúmsloftið á ári; hve mikið af CO₂ losar bíllinn sem mengar minnst á ári?
- Hversu miklu af CO₂ losa bílarnir tveir samtals á ári? (Ef reiknað er með að losunin sé að meðaltali 227 g/km ((317+136) : 2) og meðalkílómetrafjöldi sé 15000 km á ári verður losun hvors bíls 3 405 000 g = 3 495 kg $\approx$ 3,5 tonn; frá báðum bílunum samtals er losunin því 2 • 3,5 tonn = 7 tonn.
- Í lok árs 2011 voru 206 112 fólksbifreiðar á Íslandi. Hversu mikil er árleg heildarlosun fólksbíla á CO₂ á Íslandi ef við reiknum með að bílarnir séu um 200 000 talsins. (200 000 • 3,5 tonn = 700 000 tonn.)

Sýnidæmi

Finndu minnstu og stærstu heilu tölurnar sem námundaðar eru að 30 þegar námundað er að næsta heila tug.

Tölurnar eru 25 og 34.

25 er minnsta talan af því að 24 er námunduð að 20.

34 er stærsta talan vegna þess að talan 35 er námunduð að 40.

- 1.25 Finndu minnstu og stærstu heilu tölurnar sem námundaðar eru
- a að 70 þegar námundað er að næsta tug.
 - b að 600 þegar námundað er að næsta hundraði.
 - c að 5000 þegar námundað er að næsta þúsundi.
 - d að 90 000 þegar námundað er að næsta tugþúsundi.
 - e að 80 000 þegar námundað er að næsta þúsundi.
 - f að 130 000 þegar námundað er að næsta tugþúsundi.

- 1.26 Finndu tölurnar.
- a • Summa tölustafanna er 11.
 - Ef talan er námunduð að næsta hundraði kemur út 500.
 - Ef talan er námunduð að næsta tug kemur út 530.
 - b • Ef talan er námunduð að næsta þúsundi kemur út 3000.
 - Ef talan er námunduð að næsta hundraði kemur út 2700.
 - Sami tölustafur kemur þrisvar fyrir í tölunni.
 - c • Ef talan er námunduð að næsta tugþúsundi kemur út 80 000.
 - Ef talan er námunduð að næsta tug kemur út 81 220.
 - Talan er eins hvort sem hún er lesin aftur á bak eða áfram.
 - d • Sama tala kemur út hvort sem námundað er að næsta tug, hundraði, þúsundi eða tugþúsundi.
 - Fjórir tölustafir í tölunni eru eins.
 - Summa allra fimm tölustafanna er 39.

11

Hugmyndir og athugasemdir

Dæmi:

Leikmaður dregur spilin 3, 5, 7, 2 og 1. Hann býr til töluna 75 321, námundar hana að 80 000 og leggur síðarnefndu töluna við stigasummuna sem hann á frá fyrri umferðum.

Námunda verð

Nemendur nota auglýsingabæklinga og vörulista. Þeir skrifa upplýsingarnar upp eða teikna eða klippa vörurnar út og líma þær á blað. Þeir skrifa nákvæmt verð við hlið myndanna og námunda það síðan að næsta hundraði eða þúsundi. Gott er að nota auglýsingar frá raf-tækjaverslunum og heimilistækjaverslunum því í þeim er oftast mikið vöruúrval og verðið nær yfir stórt talnasvið.

Raunverkefni

Upp og niður (spil)

Búnaður: Spilaborð (slanga með tölum á bilinu 0–10 000 (verkefna-blað 6.5 (Upp og niður), teningur, spilapeningar í mismunandi litum.

Fjöldi leikmanna: 2–4.

Leikmenn setja spilapening á 0. Síðan kasta þeir teningi til skiptis og flytja spilapeninginn um eins marga reiti og teningurinn segir til um. Töluna, sem leikmaður lendir á, skal hann námunda að næsta þúsundi. Hann verður þá annaðhvort að flytja spilapening sinn aftur á bak eða áfram að næsta heila þúsundi.

Lendi leikmaður t.d. á 345 flytur hann spilapeninginn niður í 0; lendi hann hins vegar á 845 fer hann áfram upp í 1000. Sá vinnur sem kemst fyrstur upp í 10 000.

Fyrstur upp í milljón (spil)

Búnaður: Fjögur sett af töluspjöldum með tölustöfunum 0–9 (verkefna-blað 5.10 (Töluspjöld 1) í verkefna-hefti Stiku 1a eða venjulegur spila-stokkur með spilunum 1(ás)–9.

Fjöldi leikmanna: 2–4.

Leikmenn draga til skiptis fimm spjöld/spil og búa til fimm stafa tölu. Síðan námunda þeir töluna að næsta tugþúsundi. Nauðsynlegt er að leikmenn skrifi niður þá tölu því hún samsvarar stigunum sem þeir fá í þeirri umferð. Stigin í næstu umferð eru lögð við stigasummuna frá fyrri umferðum. Sá vinnur sem er fyrstur að komast upp í milljón. Leikmenn geta einnig ákveðið að spila 10 umferðir og þá er sá sigurvegari sem á flest stig.

Viðfangsefni

- Stærðfræði úr daglegu lífi
- Hugareikningur
- Námundun og slumpreikningur
- Samlagning og frádráttur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 12

Námundun er aðgerð sem beinist að einni tölu. Slumpreikningur er hins vegar notaður þegar búið er að námunda hverja tölu í einu dæmi. Í slumpreikningi er tilgangurinn með námunduninni að geta reiknað með einfaldari tölum. Venjulega er námundað þannig að slumpreikningurinn geti farið fram í huganum – án þess að skrifa nokkuð niður. Kosturinn við slumpreikninginn er því sá að reikningurinn er auðveldari en gallinn er að svörin verða ekki nákvæm. Því meir sem námundað er þeim mun auðveldari verða útreikningarnir en svarið verður þá að sama skapi ónákvæmara. Engar reglur eru um hve mikið megi námunda; það er háð aðstæðunum hverju sinni.

Nr. 1.27 og 1.28

Nemendur reikna með slumpreikningi til að ganga úr skugga um hvort þeir hafi nóg peninga. Þeir eiga að skrifa hvernig þeir námunda hverja tölu.

Við hversdagslegar aðstæður kemur oft fyrir að maður þarf að vita hvort maður hafi nóg peninga til að kaupa ákveðnar vörur. Þá getur verið heppilegt að námunda verðið á hverri vöru upp á við, án tillits til þess hver síðasti tölu-stafurinn í verðinu er, og brjóta þannig hina stærðfræðilegu reglu um námundun. Þessi verkefni eru öðruvísi en þegar finna þarf hvað nokkrar vörur kosta um það bil án þess að leiða þurfi hugann að því hvort nógir peningar séu tiltækir.

Hugareikningur

Það kallast slumpreikningur þegar tölur í dæmi eru námundaðar áður en dæmið er reiknað. Þá fæst svar sem er ekki alveg nákvæmt.

$$127,50 \cdot 359 \approx 130 + 360 = 490$$

Ég ætla að námunda að 130 og 360.

Ég ætla að námunda enn meira, að 100 og 400.

127,5 kr.

359 kr.

- 1.27 Þú ferð í verslunarferð og átt 4000 kr. Athugaðu hvort þú átt nóg peninga. Notaðu slumpreikning og skráðu hvernig þú reiknar.

a



1495 kr.

990 kr.

b



1495 kr.

2850 kr.

c



2900 kr.

1250 kr.

- 1.28 Þú ferð á flóamarkað og átt 10 000 kr. Athugaðu hvort þú átt nóg peninga. Notaðu slumpreikning og skráðu hvernig þú reiknar.

a



6495 kr.

3995 kr.

b



5950 kr.

3850 kr.

c



2810 kr.

7250 kr.

- 1.29 Taflan sýnir hve margir komu á vinsælt safn. Er heildarfjöldi gesta meira en hundrað þúsund? Notaðu slumpreikning og skrifaðu hvernig þú reiknar.

janúar	47 312
febrúar	13 561
mars	26 897
apríl	27 348

- 1.30 Í töflunni hér til hægri sést íbúafjöldi í fjórum stærstu borgum Noregs. Hve margir eru íbúarnir um það bil í öllum borgunum samtals?

Ósló	535 599
Bergen	218 032
Þrándheimur	150 049
Stavanger	113 113

12

I • Tölur og reikningur

Nr. 1.29–1.30

Nemendur nota slumpreikning með því að námunda fyrst tölurnar í töflunni og leggja þær síðan saman. Þeir þurfa að skrá niður hvernig þeir námunda hverja tölu.

► Bls. 13

Nr. 1.31

Nemendur finna talnapör í „skýinu“ sem þeim finnst auðvelt að leggja saman, svo og talnapör sem þeim finnst auðvelt að nota í frádrætti.

Kennari og nemendur ræða sameiginlega um hvaða tölum þeim finnst auðveldast að reikna með. Margir munu áreiðanlega vilja nota tíuvinina. Kennari þarf að ganga úr skugga um að allir nemendur kunni talnapörin tíuvinu og tuttuguvíni utan að. Ef einhverjir hafa enn þá ekki náð valdi á þessum talnapörum má láta þá fara í leikina tíuvinabíngó og tutt-

uguvínabíngó í kaflanum Auðveldari verkefni hér á eftir.

Nr. 1.32

Nemendur finna talnapör í „skýinu“ til hægri sem fullnægja kröfunum í verkefninu. Í a-lið eiga þeir fyrst að finna tölur sem samtals enda á 0 (t.d. 55 og 25, 29 og 91 o.s.frv.). Síðan finna þeir talnapör sem samtals enda á 2, því næst á 3 o.s.frv. – allt upp í talnapör sem samtals enda á 9.

Nr. 1.33

Nemendur finna þær tvær tölur í „skýinu“ sem minnsti mismunur er á. Síðan finna þeir þær tvær tölur sem mesti mismunur er á.

Nr. 1.34–1.36

Nemendur ljúka við töflurnar. Þeir draga töluna, sem skráð er efst í

Notaðu tölurnar hér til hægri.

- I.31** a Finndu talnapör sem er auðvelt að leggja saman. Rökstyddu svörin.
b Finndu talnapör þar sem auðvelt er að draga aðra töluna frá hinni. Rökstyddu svörin.

- I.32** Finndu tvær tölur sem eru þannig að summan
- endar á 0, endar á 1, endar á 2 o.s.frv.
 - er stærri en 150
 - er minni en 50

- I.33** Veldu tvær tölur og finndu
- minnsta mismuninn
 - stærsta mismuninn

Ljúktu við tölurnar.

I.34 a

- 20		+ 20
133	153	173
	191	
	316	
	785	

b

- 50		+ 50
	426	
	839	
	1267	
	8035	

I.35 a

- 110		+ 110
	345	
	505	
	3562	
	8294	

b

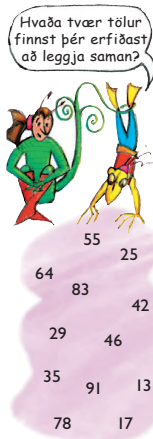
- 250		+ 250
	600	
	940	
	2211	
	3683	

I.36 a

- 610		+ 610
	800	
	1685	
	3500	
	4797	

b

- 1200		+ 1200
	2560	
	3485	
	4912	
	3100	



tölurnar sem koma upp. Þeir eiga að finna tuttuguvin summunnar og krossa yfir hana ef hún er á bingóspjaldinu þeirra. Aðeins má krossa yfir einn reit í hverju kasti. Sá vinnur sem er fyrstur að krossa yfir alla reitina á bingóspjaldinu sínu.

Dæmi: Upp koma á teningunum tölurnar 4 og 5, þ.e. samtals 9; þá krossa leikmenn yfir töluna á bingóspjaldinu sínu sem lögð við 9 er jafnt og 20, þ.e.a.s. töluna 11.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að velja tvær tölur úr „skýinu“ á bls. 13 og búa til auðveld margföldunardæmi:

- $42 \cdot 25$ er nokkuð auðvelt dæmi vegna þess að það er jafnt og $21 \cdot 50$.
- $91 \cdot 13$ er nokkuð auðvelt dæmi vegna þess að það er jafnt og $90 \cdot 13$ plús 13.
- $13 \cdot 17$ er nokkuð auðvelt dæmi vegna þess að þessar tvær tölur eru minnstu tölurnar í skýinu.

Raunverkefni

Fyrstur upp! (spil)

Búnaður: 3 teningar, spilapeningar, spilaborð.

Spilaborðið er stigi með heilum þúsundum frá 1000 (neðsta þrep) upp í 12 000 (efsta þrep). Nemendur teikna sjálfir spilaborðið eða nota verkefnablað 6.6 (*Fyrstur upp!*).

Leikreglur:

Leikmenn kasta þremur teningum til skiptis. Tölurnar á teningunum tákna fjölda þúsunda. Leikmenn eiga að búa til samlagningardæmi og reyna að fá svar sem er að finna í stig-anum. Sömu teninga má nota til að búa til fleiri en eitt dæmi.

Dæmi: Í fyrsta kasti fær leikmaður 1, 2 og 6 sem tákna tölurnar 1000, 2000 og 6000. Hann getur þá klifrað upp stigann á eftirfarandi hátt:

Með 1000 fer hann í fyrsta þrep, með 2000 í annað þrep. Með $1000 + 2000$ fer hann í þriðja þrep. Hann kemst nú ekki lengra í þessu kasti og verður að biða eftir næstu umferð.

Frekari þjálfun í hugareikningi
Á verkefnablaði 6.7 (*Hugareikningur*) eru mörg verkefni til að þjálfá hugareikning.

vinstri dálki, frá tölunum í miðdálki og skrá svörin í vinstri dálkinn. Síðan leggja þeir töluna, sem skráð er efst í hægri dálki, við tölurnar í miðdálki og skrá svörin í hægri dálkinn.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur æfa námundun töluvert þannig að tölur, sem þeir nota í útreikningunum, verði einfaldari. Gott er að leyfa þeim að nota peninga sem hjálpartæki við fyrstu verkefni á bls. 12: 149 kr. eru um það bil 150 kr. Búðu til upphæðina með peningum. Kr. 99 eru um það bil 100 kr. Búðu þá upphæð einnig til með peningum. Hvað er þetta mikið samtals? Er upphæðin minni en 400 kr.?

Tíuvinabingó (spil)

Búnaður: Teningur, bingóspjald (rúðunet með $4 \cdot 4$ reitum).

Leikmenn þurfa að byrja á að fylla út í tóma bingóspjaldið með tölunum 4–9. Síðan kasta þeir teningi til skiptis en ekki skiptir máli hver kastar því talan, sem kemur upp, gildir fyrir alla. Þeir eiga að finna tíuvin tölunnar, sem teningurinn sýnir, og krossa yfir hana ef hún er á bingóspjaldinu þeirra. Aðeins má krossa yfir einn reit í hverju kasti. Sá vinnur sem er fyrstur að krossa yfir alla reitina á bingóspjaldinu sínu.

Dæmi: Teningurinn sýnir 6; þá krossa leikmenn yfir töluna 4 á bingóspjaldinu sínu.

Tuttuguvinabingó (spil)

Búnaður: Tveir teningar, bingóspjald (rúðunet með $5 \cdot 5$ reitum).

Leikmenn þurfa að byrja á að fylla út í tóma bingóspjaldið með tölunum 8–18. Síðan kasta þeir tveimur teningum til skiptis og leggja saman

Viðfangsefni

- Hefðbundnar reikningsaðferðir í samlagningu og frádrætti

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 14

Sýnidæmi

Kennari skrifar dæmið á töfluna og setur tölurnar hvora undir aðra. Hann spyr nemendur hvort þeir muni hvernig megi finna svarið. Leggið áherslu á sætisgildið, að leggja einingarnar saman sérstaklega o.s.frv. Þetta veldur því að nákvæmni er nauðsynleg þegar tölurnar eru skrifaðar upp hvor undir annarri, þ.e. að tölustafirnir séu í réttum sætum þannig að einingarnar séu undir einingunum fyrir ofan, tugir undir tugunum o.s.frv.

Þar sem einingarnar í sýnidæminu eru $6 + 8 = 14$ breytum við 10 af einingunum í einn tug. Gott er að skrifa töluna 1, sem geymd er, til minnis með smáu letri í tugasætið. Nemendum getur verið hjálp í því að hugsa um tölurnar sem peninga og ef til vill teikna þá til að gera tölurnar áþreifanlegri.

- Hvað eru einingarnar margar samtals? (14.)
- Getum við skrifað 14 í einingasætið í svarinu? (Nei, við verðum að skipta 10 einingum í einn tug og geyma hann.)
- Hvað eru þá margar einingar eftir? (4 einingar.)
- Hvað eru tugirnir þá margir samtals? ($1 + 3 + 1 = 5$.)

Nr. 1.37–1.41

Nemendur setja dæmin upp og reikna summurnar.

► Bls. 15

Sýnidæmi

Kennari skrifar dæmið á töfluna og setur tölurnar hvora undir aðra. Hann spyr nemendur hvort þeir muni hvernig megi finna svarið.

Samlagning og frádráttur

Sýnidæmi

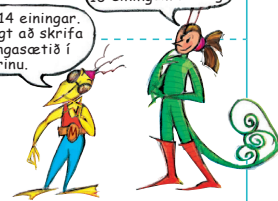
Reiknaðu dæmið $1436 + 3218$.

Við getum reiknað dæmið með því að setja það upp þannig að tölurnar séu hvor undir annarri. Þá reiknum við út úr hverju sæti fyrir sig, einingar sérstaklega, tugina sömuleiðis o.s.frv.

$$\begin{array}{r} 1436 \\ + 3218 \\ \hline 4654 \end{array}$$

Hér verða 14 einingar. Ekki er hægt að skrifa það í einingasætið í svarinu.

Við skiptum 10 einingum í 1 tug.



Reiknaðu dæmin.

1.37	a	$\begin{array}{r} 285 \\ + 443 \\ \hline \end{array}$	c	$\begin{array}{r} 667 \\ + 259 \\ \hline \end{array}$	e	$\begin{array}{r} 5461 \\ + 2836 \\ \hline \end{array}$
-------------	----------	---	----------	---	----------	---

b	$\begin{array}{r} 459 \\ + 138 \\ \hline \end{array}$	d	$\begin{array}{r} 2382 \\ + 1445 \\ \hline \end{array}$	f	$\begin{array}{r} 3866 \\ + 3515 \\ \hline \end{array}$
----------	---	----------	---	----------	---

1.38	a	$\begin{array}{r} 559 \\ + 346 \\ + 673 \\ \hline \end{array}$	b	$\begin{array}{r} 5248 \\ + 954 \\ + 3025 \\ \hline \end{array}$	c	$\begin{array}{r} 7675 \\ + 3829 \\ + 828 \\ \hline \end{array}$
-------------	----------	--	----------	--	----------	--

1.39 Settu dæmin upp og reiknaðu síðan.

a	$2518 + 654$	c	$3489 + 95$	e	$837 + 6693$
b	$89 + 965$	d	$6850 + 3764$	f	$8093 + 5949$

1.40 Reiknaðu dæmin.

a	$\begin{array}{r} 23\ 589 \\ + 35\ 680 \\ \hline \end{array}$	b	$\begin{array}{r} 49\ 057 \\ + 32\ 444 \\ \hline \end{array}$	c	$\begin{array}{r} 125\ 868 \\ + 458\ 325 \\ \hline \end{array}$
----------	---	----------	---	----------	---

1.41 Reiknaðu dæmin.

a	$20\ 000 + 40\ 000$	c	$35\ 000 + 52\ 000$	e	$140\ 000 + 90\ 000$
b	$30\ 000 + 70\ 000$	d	$68\ 000 + 70\ 000$	f	$250\ 000 + 250\ 000$

14

1 • Tölur og reikningur

Leggið áherslu á sætisgildið, að draga einingar frá einingum, tugi frá tugum o.s.frv. Þetta veldur því að nákvæmni er nauðsynleg þegar tölurnar eru skrifaðar upp hvor undir annarri, þ.e. að tölustafirnir séu í réttum sætum þannig að einingarnar séu undir einingunum fyrir ofan, tugir undir tugunum o.s.frv.

Í tugasætinu er ekki hægt að draga 4 tugi frá þar sem aðeins er einn tugur í fyrri tölunni. Þess vegna skiptum við einu hundraði í tíu tugi og tökum eitt hundrað, þ.e. 10 tugi, til láns. Til minnis er gott að strika í tölustafinn 6 og sýna þannig að í staðinn höfum við fengið 10 tugi til láns. Einhverjir nemendur munu hugsa þannig: $10 + 1 = 11$ og frádráttardæmið sé því $11 - 4$. Aðrir munu reikna: $10 - 4 = 6$ og bæta síðan við einum tug sem var fyrir. Báðar aðferðirnar eru að sjálfsgöðu

í lagi. Í frádrættinum getur nemendum einnig verið hjálp í því að hugsa um tölurnar sem peninga og ef til vill teikna þá til að gera tölurnar áþreifanlegri. Þá verður auðveldara að skilja hvernig tekið er til láns.

- Hvað eru margar einingar eftir þegar búið er að draga frá? (3.)
- Er hægt að draga frá í tugasætinu? (Nei, ekki er hægt að draga 4 frá 1. Við verðum að skipta einu hundraði í tíu tugi.)
- Hvað eru þá margir tugir eftir þegar búið er að draga 4 tugi frá? (7 tugir.)
- En hvað eru þá mörg hundruð eftir í fyrri tölunni? (5.)

Nr. 1.42–1.47

Nemendur setja frádráttardæmin upp og reikna út mismuninn.

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $5618 - 2345$.

Við getum sett dæmið upp. Þá reiknum við út úr hverju sæti fyrir sig, einingar sérstaklega, tugina sömuleiðis o.s.frv.

Það er ekki hægt að draga 4 tugi frá þegar við höfum bara 1 tug.

Við skiptum 1 hundraði í 10 tugi.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5618 \\ - 2345 \\ \hline 3273 \end{array}$$



Reiknaðu dæmin.

1.42 a $\begin{array}{r} 753 \\ - 218 \\ \hline \end{array}$ b $\begin{array}{r} 529 \\ - 148 \\ \hline \end{array}$ c $\begin{array}{r} 556 \\ - 358 \\ \hline \end{array}$ d $\begin{array}{r} 638 \\ - 574 \\ \hline \end{array}$

1.43 a $\begin{array}{r} 4628 \\ - 1343 \\ \hline \end{array}$ b $\begin{array}{r} 6721 \\ - 1536 \\ \hline \end{array}$ c $\begin{array}{r} 3247 \\ - 1669 \\ \hline \end{array}$ d $\begin{array}{r} 5025 \\ - 4865 \\ \hline \end{array}$

Settu dæmin upp og reiknaðu síðan.

1.44 a $4548 - 365$ c $1289 - 95$ e $5000 - 3362$
b $818 - 59$ d $7000 - 1649$ f $8093 - 5949$

1.45 a $3050 - 869$ c $2300 - 67$ e $10\,000 - 6430$
b $6500 - 1750$ d $8431 - 1675$ f $10\,000 - 4445$

1.46 Reiknaðu dæmin.

a $\begin{array}{r} 45\,315 \\ - 23\,885 \\ \hline \end{array}$ c $\begin{array}{r} 76\,649 \\ - 38\,972 \\ \hline \end{array}$ e $\begin{array}{r} 186\,500 \\ - 179\,611 \\ \hline \end{array}$
b $\begin{array}{r} 38\,472 \\ - 19\,229 \\ \hline \end{array}$ d $\begin{array}{r} 516\,460 \\ - 254\,783 \\ \hline \end{array}$ f $\begin{array}{r} 3\,548\,341 \\ - 1\,662\,728 \\ \hline \end{array}$

1.47 Reiknaðu dæmin.

a $50\,000 - 20\,000$ c $85\,000 - 43\,000$ e $130\,000 - 80\,000$
b $100\,000 - 40\,000$ d $56\,000 - 22\,000$ f $300\,000 - 150\,000$

15

Auðveldari verkefni

Nemendur nota peninga til að gera reikningsdæmin á þessari opnu áþreifanlegri. Mikilvægt er að þeir beini athygli sinni að gildi tölustafanna og hvernig geymt er eða tekið til láns. Kennari notar krónupeninga, tíkalla, hundraðkalla og þúsundkalla til að sýna hvernig tölunum er skipt og hvernig lagt er saman eða dregið frá í hverju sæti fyrir sig. Varðandi skiptinguna skiptir mestu að nemendur skilji að einn tugur er jafnt mikið og 10 einingar og að eitt hundrað er jafnt mikið og 10 tugir o.s.frv. Með peningum er auðvelt að sýna þetta með kunnuglegum aðferðum.

Nemendur, sem hafa vanist því að nota skiptiplötu, geta notfært sér hana (verkefnablað 6.8 (Skiptiplötu)). Hún gerir skiptingu tugar í einingar áþreifanlega. Nemendur geta notað

fingurna, hulið eins marga hringi og draga á frá og talið síðan hve margir eru eftir.

$$\begin{array}{r} 374 \\ - 258 \\ \hline 116 \end{array}$$

Erfiðari verkefni

Heilabrot

Á verkefnablöðum 6.9–6.10 (*Bilferð og vegalengd* og *Mauraflutningarnir miklu*) eru nokkur heilabrot sem fela í sér reikning með stórum tölum.

Raunverkefni

Fjárfestingarspilið (spil)

Sjá verkefnablað 6.11a–h (*Fjárfestingarspilið – leikreglur*, *Fjárfestingarspilið – spilaborð*, *Fjárfestingarspilið – fyrirtæki*, *Spjöld 1–4 með fjárfestingarspilinu* og *Peningar með fjárfestingarspilinu*). Í þessu spili þjálfast nemendur í að reikna með stórum tölum. Þeir geta notað kennslupeninga sér til hjálpar

eða kennari ákveður að þeir eigi að hafa yfirlit yfir peningaeignina með því að skrifa upphæðirnar niður og reikna. Þeir geta einnig gert hvort tveggja í senn. Best er að nota spila- borð í stærðinni A3. Mælt er með að kennari ljósriti spjöldin í mis- munandi litum og plasti þau. Einnig er kostur ef peningarnir eru í mis- munandi litum eftir því hvert gildi þeirra er.

Nemendur geta sjálfir búið til spil af svipuðum toga og notað til þess A3-blöð. Þannig má aðlaga þyngdar- stigðið að því talnasviði sem hinir ólíku nemendur ráða við.

Samlagningar- og frádráttarspil

Hver nemandi býr til spilaborð fyrir samlagninguna eins og þetta rúðunet:

+				

Og þetta spilaborð fyrir frádrátt:

-				

Leikmenn kasta teningi til skiptis og skrá töluna, sem upp kemur, í einn reitinn. Þannig halda þeir áfram þar til búið er að fylla út í alla reitina. Þá reikna þeir dæmið. Sá vinnur sem er með stærsta svarið.

Í stað þess að kasta teningi geta nemendur dregið spil eða notað spilaskífu (með tölunum 1–9) til að búa tölurnar til.

Einnig geta þeir notað stærri tölur. Í samlagningu má einnig hafa fleiri tölur en tvær og þá þarf að bæta einni röð við á spilaborðið.

Í frádrættinum verða tölustafirnar í fyrri tölunni að vera einum fleiri en í síðari tölunni til að tryggja að svarið geti ekki orðið negatíft.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur
- Hinar hefðbundnu reikningsaðferðir
- Að lesa orðadæmi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 16

Nr. 1.48–1.49

Nemendur setja dæmin upp og reikna síðan.

Nr. 1.50–1.52

Nemendur finna út hvaða tölustafir leynast bak við litareitina til að dæmin verði rétt.

Nemendur útskýra hvernig þeir hugsuðu til að finna svörin.

- Hvernig fannstu leynitölurnar í fyrsta dæminu? (Til dæmis: Ég skoðaði fyrst einingarnar. Til að 3 einingar verði eftir þegar 9 eru dregnar frá verð ég að byrja með 12 einingar. Þess vegna hlýtur tölustafurinn 2 að leynast undir litasvæðinu í eininga-sætinu. Þá hefur þurft að taka til láns frá tugunum o.s.frv.).

Nr. 1.53–1.55

Nemendur leysa orðadæmi. Þeir eiga bæði að skrifa útreikninga og svör. Þeir þjálfast því í að lesa orðadæmi til viðbótar því að reikna þau.

► Bls. 17

Nr. 1.56

Nemendur teikna talnapíramídana upp og fylla þá út. Reglan er sú að tala í hverjum reit er summa þeirra tveggja talna sem eru undir reitnum. Til að fylla út í píramíðann í b-lið þarf bæði að reikna niður á við og upp á við til að finna öll svörin.

Í c-lið þarf að byrja í toppnum og reikna niður á við til að finna tölurnar sem eiga að vera í neðstu röð þannig að summan á toppnum verði hundrað þúsund. Margar lausnir eru á þessu verkefni.

Settu dæmin upp og reiknaðu síðan.

- 1.48 a $1725 + 193$ c $8750 - 925$ e $4509 - 76$
b $5225 - 4045$ d $5990 + 68$ f $2438 + 786$

- 1.49 a $245\,386 + 96\,472$ c $492\,150 - 85\,337$ e $609\,553 + 19\,889$
b $873\,247 + 6843$ d $116\,038 - 7500$ f $328\,000 - 53\,125$

Hvaða tölur leynast bak við litasvæðin?

1.50 a
$$\begin{array}{r} 78 \\ - 29 \\ \hline \end{array}$$
 b
$$\begin{array}{r} 9 \\ + 345 \\ \hline \end{array}$$
 c
$$\begin{array}{r} 653 \\ - 444 \\ \hline \end{array}$$

1.51 a
$$\begin{array}{r} 6286 \\ + 352 \\ \hline \end{array}$$
 b
$$\begin{array}{r} 4575 \\ + 3985 \\ \hline \end{array}$$

1.52 a
$$\begin{array}{r} 3624 \\ - 158 \\ \hline \end{array}$$
 b
$$\begin{array}{r} 2500 \\ - 2062 \\ \hline \end{array}$$

- 1.53 Emil á 12 587 kr. í banka. Þar að auki á hann 759 kr. í veskinu sínu.
a Hve mikla peninga á hann alls?
b Emil tekur 3800 kr. út úr bankanum. Hve mikið á hann þá eftir í bankanum?



- 1.54 Júlía setur 2500 kr. inn á bankabókina sína. Þá á hún 6387 kr. í bankanum. Hve mikið átti hún í bankanum áður en hún setti peningana inn á bankabókina?

- 1.55 María fer með 1000 kr. í Kólaportið. Hún kaupir peysu fyrir 249 kr. og buxur fyrir 485 kr. Hve mikið á hún þá eftir af þúsundkallinum?

16

I • Tölur og reikningur

Auðveldari verkefni

Mikilvægt er að benda nemendum, sem eiga erfitt með að leysa verkefni á þessari opnu, á mikilvægi sætisgildisins: Þegar við leggjum saman eða drögum frá með stórum tölum, er oftast auðveldast að fikra sig áfram úr einu sætinu í annað. Annað atriði, sem benda þarf nemendum á, er að stundum þarf annaðhvort að safna upp í heilan tug eða skipta tug. Þetta má gera áþreifanlegt með peningum: við leggjum saman peninga með því að telja sérstaklega krónupeninga, tókalla sömuleiðis, hundraðkallana o.s.frv. Þetta sýnir greinilega hvernig stundum þarf að skipta t.d. 10 krónupeningum í tókall og geyma hann í tókallasætinu eða taka tókall til láns og skipta honum í krónupeninga.

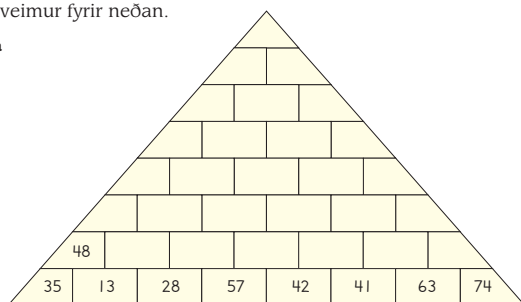
Það flækir málið í augum einhverra nemenda að þegar hin hefð-

bundna reikningsaðferð er notuð er einblínt á einstaka tölustafi án þess að hugsa um hvert gildi þeirra er. Þegar útreikningunum er lokið er nauðsynlegt að vita hvert gildi tölustafanna er. Kennari þarf að útskýra fyrir nemendum að þessi reikningsaðferð hentar vel til að einfalda útreikningana.

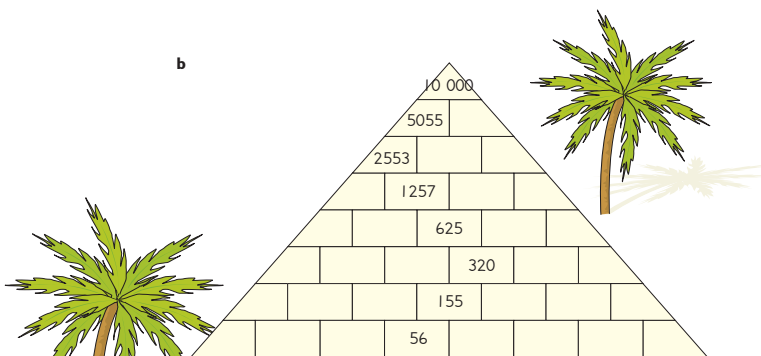
Gott er að láta nemendur, sem finnst verkefni með litareitunum erfið, vinna með bekkjarfélögum sem ráða vel við efnið. Þeir þurfa þá að útskýra hver fyrir öðrum hvers vegna ákveðnar tölur eiga að vera í tilteknum litareitum. Duglegri nemendur hafa einnig mjög gott af að þjálfra samskipti sem þessi.

- 1.56 Teiknaðu talnapíramíðana og fylltu þá út.
Hver tala á að vera summan af tölunum í reitunum tveimur fyrir neðan.

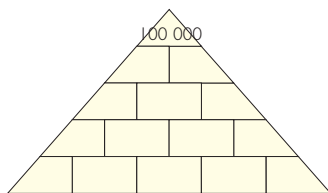
a



b



c



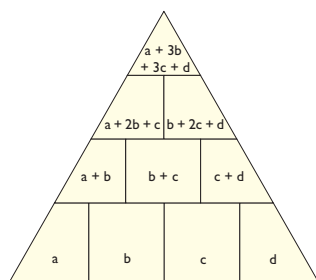
17

Erfiðari verkefni

Fá hæstu eða lægstu mögulegu summuna

Biðjið nemendur að endurraða tölunum í neðstu röð píramíðans sem er efst á bls. 17 þannig að þeir fái eins háa summu efst og mögulegt er. Síðan má biðja þá að raða tölunum í neðstu röðinni þannig að summan efst verði eins lág og mögulegt er. (Með minnstu tölunum yst og stærstu í miðjunni má fá summuna 7447 sem er hæsta mögulega summan.)

Hvetja þarf nemendur til að finna út og íhuga hvers vegna þeir röðuðu tölunum eins og raunin varð til að finna stærstu eða minnstu summuna á toppi píramíðans. Til að fá stærstu summuna þurfa hæstu tölurnar að vera í miðjunni í neðstu röð og öfugt til að fá minnstu summuna. Sjá myndina hér fyrir neðan sem sýnir hvers vegna þetta er svo:



Raunverkefni

Töfraferningar

Töfraferningur er feringur sem skipt er í marga minni feringa eða reiti. Í hverjum reit á að vera tala. Þeim skal raðað þannig að summa þeirra í hverri röð, hverjum dálki og hvorri hornalínu sé hin sama.

Á verkefnablaði 6.12 (*Töfraferningar*) eru verkefni með töfraferningum og stórum tölum. Á verkefnablaði 5.20 (*Töfraferningar*) í verkefnahefti Stiku 1a eru töfraferningar með minni tölum.

Biðja um tölustaf og fá tölu (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvor þeirra skrifar sex stafa tölu efst á blað (einnig má nota lægri tölur). Ekki má nota tölustafinn 0 og hver tölustafur má aðeins koma fyrir einu sinni í tölunni. Leikmenn hylja tölur sínar meðan á spilu stendur.

Leikmenn biðja til skiptis um tölustaf og fá tölu frá hinum. Þetta fer þannig fram:

Leikmaður 1 segir til dæmis: „Láttu mig fá sjöuna þína!“ Ef leikmaður 2 er með tölustafinn 7 í tölunni sinni verður hann að gefa upp gildi hans: „Þú færð 70 000“ (sjá dæmið hér fyrir neðan). Leikmaður 1 má þá leggja 70 000 við summuna, sem hann á fyrir, en leikmaður 2 missir sömu tölu og dregur hana frá sinni summu.

Leikmaður 1	Leikmaður 2
286 317	374 259
+ 70 000	– 70 000
356 317	304 259
– 300	+ 300
356 017	356 017

Ef leikmaður 2 er ekki með tölustafinn 7 í tölunni sinni fær leikmaður 1 ekkert. „Þú færð 0,“ svarar leikmaður 2.

Leynitölur leikmanna munu breytast smám saman eftir því sem lagt er við þær eða dregið frá þeim.

Þegar leikmenn hafa spurt þrisvar sýna þeir hvor öðrum tölurnar. Sá vinnur sem hefur stærri tölu. Leikmenn sýna einnig hvor öðrum útreikninga sína.

Fyrir getur komið að tölur leikmanna breytist þannig að sama talan komi fyrir oft en einu sinni, t.d. talan 354 732. Biðji andstæðingurinn um tölustafinn 3 getur sá sem á töluna ákveðið hvorn tölustafinn hann afhendir, þ.e. þann sem táknar 30 eða þann sem táknar 300 000. Auðvitað afhendir hann hinn fyrrenfnda því markmiðið er að eiga sem stærsta tölu.

Byrji leikmenn með fjögurra eða fimm stafa tölu er best að þeir noti aðeins tölustafina 1–6 þar sem að öðrum kosti eru möguleikarnir of miklir á að leikmenn biðji um tölustaf sem er ekki í tölu andstæðingsins.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur á ýmsa vegu: skriflega, í huganum og með vasareikni

Búnaður

- Vasareiknir

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 18

Nr. 1.57

Nemendur skrifa töflurnar upp. Þeir leggja saman efstu töluna í vinstri dálki og fyrstu töluna í efstu röðinni og skrá svarið í efsta auða reitinn lengst til vinstri og þannig koll af kolli. Þeir mega nota vasareikni til að fylla út í eina röðina og velja hvaða röð þeim finnst erfiðust. Líklega er það röðin með tölunni 6883.

Hin samlagningardæmin mega nemendur gjarnan reyna að reikna í huganum. Kennari þarf að byrja á því að fara vandlega yfir verkefnið munnlega og biðja nemendur að útskýra hvernig þeir reikna. Þannig er hægt að stuðla að skilningi nemenda svo að þeir geti í kjölfarið fundið svörin hjálparlaust.

- Hvaða svör fékkstu í síðustu röðinni? (Í fyrsta dálki fékk ég 10 185.)
- Hvernig fannstu svarið? (Til dæmis: Fyrst skrifaði ég 85 aftast í reitinn úr því að hvorki átti að leggja við tugi né einingar. Síðan lagði ég saman hundruðin og fékk út 11 hundruð, skrifaði 1 í hundraðasætið og geymdi 1 þúsund. Loks lagði ég saman þúsundin.)

Nr. 1.58

Nemendur finna mismun fyrstu tölunnar í efstu röð og efstu tölunnar í vinstri dálki og skrá svarið í efsta auða reitinn lengst til vinstri og þannig koll af kolli. Þeir mega nota vasareikni til að fylla út í tvær raðir og velja hvaða raðir þeim finnst erfiðast að reikna. Flestir munu líklega velja röð 3 og síðan annaðhvort röð 2 eða 4.

- 1.57 Leggðu saman og fylltu út í tömu reitina. Þú mátt nota vasareikni en aðeins til að reikna eina röð.

+	6885	8539	12056	565210	4801523
2000					
1060					
6883					
3300					

- 1.58 Dragðu frá og fylltu út í tömu reitina. Þú mátt nota vasareikni til að reikna tvær raðir í tölunni.

–	6885	8539	12056	565210	4801523
2000					
1060					
6883					
3300					

- 1.59 a Notaðu tölurnar hér til hliðar til að búa til tvær þriggja stafa tölur.
b Finndu mismun talnanna sem þú bjóst til.
c Hver er minnsti mismunur sem þú getur fundið?

8 3
4 7
9 6

- 1.60 a Notaðu tölustafina frá 0 til 9 til að búa til tvær fimm stafa tölur.
b Finndu mismun milli talnanna sem þú bjóst til.
c Hver er minnsti mismunur sem þú getur fundið?

9 9 9
+ 9 9 9
9 9 9

- 1.61 Notaðu tölustafina 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9 og búðu til
a tvær þriggja stafa tölur þannig að summan verði 999,
b fleiri en tvær tölur þannig að summa þeirra verði 999.

18

I • Tölur og reikningur

Hér á hið sama við og sagt var um verkefni 1.57, þ.e. að nemendur þurfa að fá tækifæri til að lýsa reikningsaðferðum sínum fyrir bekkjarfélögum.

Nr. 1.59

Nemendur búa til tvær þriggja stafa tölur með tölunum í „skýinu“ til hægri. Aðeins má nota hvern tölustaf einu sinni. Síðan draga þeir minni töluna frá þeirri stærri. Í c-lið eiga þeir að búa til tvær tölur þannig að mismunur þeirra verði eins lítill og mögulegt er ($738 - 649 = 89$). Þeir þurfa að skrá niður allar tillögur og halda þeim þannig til haga.

Nr. 1.60

Þetta verkefni skal unnið á sama hátt og verkefni 1.59 nema að því leyti að hér á að nota alla tölustafina frá 0 til 9 til að búa til tvær fimm stafa tölur. Í c-lið eiga nemendur eins

og áður að reyna að fá eins lítinn mismun og mögulegt er. Þeir skrifa niður jafnóðum allar tillögur sínar ($50\,123 - 49\,876 = 247$).

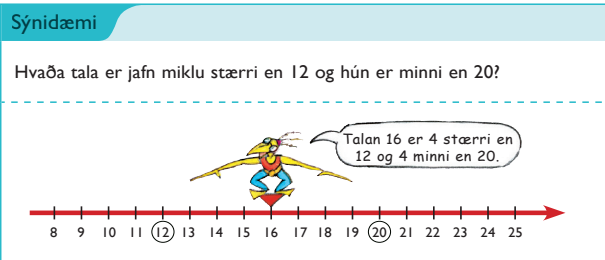
Nr. 1.61

Nemendur nota tölustafina 1–9 til að búa til tölur sem samtals verða 999. Aðeins má nota hvern tölustaf einu sinni í hverju dæmi. Í a-lið eiga þeir að nota 6 af tölustöfunum til að búa til tvær þriggja stafa tölur sem hafa summuna 999. (Hér eru margar lausnir, t.d. $321 + 678$.) Í b-lið eiga nemendur að búa til fleiri en tvær tölur sem hafa summuna 999.

► Bls. 19

Nr. 1.62

Nemendur eiga að finna tölu sem er mitt á milli talnanna tveggja sem gefnar eru upp. Þeir geta talið hvaðan eru jafn mörg skref upp frá minni tölunni eins og niður frá



- 1.62** Hvaða tala er
- a jafn miklu stærri en 6 og hún er minni en 10?
 - b jafn miklu stærri en 28 og hún er minni en 70?
 - c jafn miklu stærri en 143 og hún er minni en 191?
 - d jafn miklu stærri en 216 og hún er minni en 485?

Leystu dæmin þrjú í hverju verkefni í þeirri röð sem þú vilt. Skriðu hvernig þú leysir dæmin.

- 1.63**
- | | | | | | |
|---|------------|---|------------|---|-----------|
| a | 1000 – 300 | b | 510 – 395 | c | 128 + 262 |
| | 1000 – 350 | | 515 – 400 | | 128 + 267 |
| | 1000 – 650 | | 1510 – 395 | | 130 + 260 |
- 1.64**
- | | | | | | |
|---|------------|---|-----------|---|-----------|
| a | 1000 – 458 | b | 387 + 425 | c | 456 – 118 |
| | 1000 – 450 | | 390 + 422 | | 458 – 120 |
| | 1000 – 400 | | 400 + 412 | | 460 – 122 |

Reiknaðu dæmin.

- 1.65**
- | | | | | | |
|---|-----------------|---|-----------------|---|-------------------|
| a | 32 000 + 60 000 | c | 84 000 + 70 000 | e | 350 000 + 190 000 |
| b | 35 000 + 70 000 | d | 72 326 + 70 000 | f | 249 000 + 551 000 |
- 1.66**
- | | | | | | |
|---|---------------|---|-----------------|---|------------------|
| a | 10 000 – 8000 | c | 20 000 + 12 000 | e | 100 000 – 85 000 |
| b | 10 000 – 8200 | d | 20 000 + 12 500 | f | 100 000 – 84 900 |

19

stærri tölunni. Önnur aðferð er sú að leggja saman tölurnar og deila síðan með 2. Loks geta þeir fundið mismun talnanna og deilt í hann með tveimur. Þannig geta þeir fundið hve mörg skref þarf að fara upp eða niður. Leyfið þeim að finna eigin lausnaleyðir. Ef nemendur eiga erfitt með að byrja má láta þá fá auðveldara verkefni, t.d. að finna töluna sem er jafn miklu stærri en 9 og hún er minni en 25 (talan er 17).

Nr. 1.63–1.64

Þessi verkefni á helst að leysa í huganum. Nemendur skoða öll dæmin í hverjum dálki gaumgæfilega áður en þeir reikna þau því það getur borgað sig að reikna þau í annarri röð en er í bókinni. Tilgangurinn með þeirri röð er að nemendur finni sjálfir út heppilegustu röðina. Biðjið þá að segja frá uppgötvunum sínum:

- *Hvaða dæmi reiknaðir þú fyrst í miðdálkinum? (Til dæmis $515 - 400 = 115$ vegna þess að auðvelt er að draga 4 hundruð frá.)*
- *Hvaða dæmi reiknaðir þú næst? (Til dæmis $510 - 395$ vegna þess að mismunurinn hlýtur að vera sá sama og í fyrirnefnda dæminu, þ.e.a.s. 115.)*

Nr. 1.65–1.66

Það er afar gott ef nemendur geta reiknað þessi dæmi í huganum. Þá þurfa þeir einungis að skrifa svörin.

Auðveldari verkefni

Mikilvægustu verkefni á þessari opnu eru töflurnar á bls. 18 og neðstu dæmin á bls. 19. Best er að nemendur, sem eiga í erfiðleikum með þessa opnu, byrji á þessum verkefnum fyrst og sleppi ef til vill öðrum. Látið þá nota vasareikni til að fylla út í dálkana tvo til hægri í töflunum í viðbót við það sem nefnt

er í umfjölluninni um þær. Sýnið nemendum hvernig þeir geta sett þessi dæmi upp og leyst þau með hinni hefðbundnu reikningsaðferð.

Erfiðari verkefni

Heilabrot

- Ég hugsa mér tölu, tvöfalda hana og dreg síðan 120 frá. Þá fæ ég út töluna 300. Hver er talan sem ég hugsaði mér?
- Ég hugsa mér tölu, tvöfalda hana og dreg 150 frá. Þá fæ ég út töluna 900. Hver er talan sem ég hugsaði mér?

Á verkefnablöðum 5.57 (*Peningagátur*) í verkefnahefti Stiku 1a og verkefnablöðum 6.13–6.15 (*Hvaða tölu hugsa ég mér? Hverjar eru tölurnar tvær? og Hve margar býflugur?*) eru mörg svipuð heilabrot með stærri tölum.

Raunverkefni

Hver kemst næst 100 000? (spil)

Búnaður: Teningur.

Nemendur búa til töflu.

Tugþúsund	Þúsund	Hundruð	Tugir	Einingar
1				
		5		
			3	
				6
3				
	6			
			2	
				6
2				
	5			
Summa: 7	1	5	6	2

Leikmenn kasta teningi til skiptis, alls tíu sinnum hver. Eftir hvert kast ákveður leikmaður hvort talan, sem upp kom á teningnum, á að tákna einingar, tugi, hundruð, þúsund eða tugþúsund.

Begar leikmenn hafa kastað teningnum tíu sinnum leggja þeir saman tölurnar í töflunni. Sá vinnur sem kemst næst 100 000.

Athugið! Það má ekki fara yfir 100 000. Sá sem það gerir hefur þar með tapað spilu.

Afbrigði af þessu spili: Þá er reynt að komast sem næst 10 000. Þá kasta leikmenn teningnum átta sinnum og láta töluna, sem upp kemur, annaðhvort tákna þúsund, hundruð, tugi eða einingar.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur með negatífum tölum

Búnaður

- Teningar
- Ef til vill talnalína frá -20 til $+20$ (verkefnablað 6.16 (Talnalínur))

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 20

Samræður um negatífar tölur

Dæmi um spurningar:

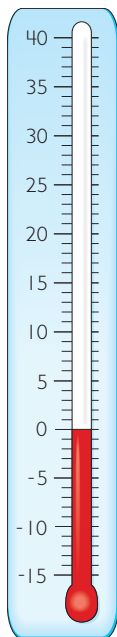
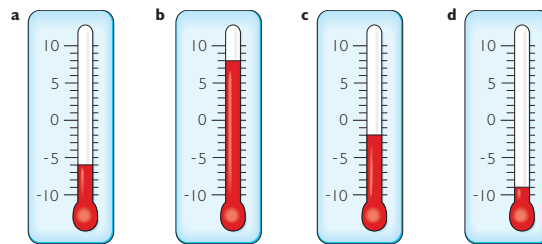
- Hve kalt getur orðið að vetrarlagi? Hver er mesti kuldi sem þið hafið upplifað?
- Veit einhver hvernig við skrifum tölur sem tákna kulda? (Með mínus-tákninu fyrir framan, þ.e.a.s. með negatífum tölum.)
- Hvað er átt við með að tölur séu negatífar?
- Getur það gengið að eitthvað sé minna en 0?

Kennari ræðir við nemendur um hvernig talnalínan heldur áfram til hægri eins langt og við viljum og tölurnar fara stöðugt stækkandi. Reyndar er hægt að lengja talnalínuna óendalega langt til hægri. Þess vegna endar talnalína, sem við teiknum, á ör hægra megin. En talnalínan heldur einnig áfram til vinstri og tölurnar verða æ minni eftir því sem þær eru lengra til vinstri á talnalínunni. Talnalínan heldur því áfram til vinstri eftir að komið er niður í 0. Nemendur hafa að líkindum séð það á hitamæli en þar sést að það getur orðið kaldara í veðri en 0 gráður. Þá er sagt að frost sé úti – og það er gefið upp með pósítífri tölu, t.d. 4 gráða/stiga frost; einnig má lýsa frosti með negatífri tölu, þ.e. með mínusmerkinu fyrir framan: -4 gráður eða -4° .

Erfitt getur verið að sýna negatífar tölur með dæmum úr daglegu lífi nema að sjálfsgöðu með kulda á hitamæli. Margir nemendur hafa þá hugmynd að 0 tákni ekkert og þeim finnst því erfitt er að hugsa sér að eitthvað sé minna en það.

Negatífar tölur

1.67 Lestu af hitamælunum.



1.68 a Í hvaða borg er kaldast?

b Hve miklu kaldara er í Ósló en í Kaupmannahöfn?

c Hve miklu heitara er í Ósló en í Stokkhólmi?

d Hve miklu kaldara er í Helsinki en í Reykjavík?

e Búðu til töflu og skráðu borgirnar í röð eftir hitastigi. Byrjaðu á borginni þar sem er kaldast.

Borg	Hitastig
Helsinki	-12°C
Kaupmannahöfn	8°C
Ósló	3°C
Reykjavík	-2°C
Stokkhólmur	-7°C

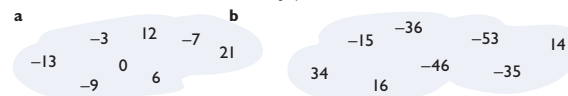
1.69 Finndu hverju munar á

- a 10° og 6° c 5° og -5° e -5° og -8° g 31° og -2°
b 12° og -1° d 6° og -3° f -11° og -18° h 15° og -17°

1.70 Reiknaðu dæmin.

- a $31 - 12$ c $-5 + 9$ e $-5 - 7$ g $-13 + 8$
b $15 - 16$ d $6 - 13$ f $-2 - 6$ h $-11 + 17$

1.71 Skrifðu tölurnar í réttri röð. Byrjaðu á minnstu tölunni.



20

I • Tölur og reikningur

Rétt er að kennari rifji upp með nemendum að tölurnar hægra megin við 0 á talnalínu kallast pósítífar tölur en þær sem eru vinstra megin negatífar tölur; kennari sýnir þetta á talnalínu á töflunni.

Auðveldara er að skilja negatífar tölur ef þær eru tengdar peningum. Ef við skuldum vini okkar 100 krónur má segja að við eigum -100 krónur þótt við eigum ekki -100 krónur í vasanum.

Nr. 1.67

Nemendur lesa af hitamælunum.

Nr. 1.68

Nemendur nota tölurnar í töflunni til að leysa verkefnin.

Kennari teiknar á töfluna talnalínu frá -20 til 20 og notar hana til að staðsetja tölur og fyrir útreikninga í þessu verkefni og þeim næstu.

Nr. 1.69

Nemendur reikna mismuninn á hitastiginu.

Nr. 1.70

Reiknaðu dæmin. Ef búið er að teikna talnalínu frá -20 til $+20$ á töfluna getur kennari og/eða nemendur sýnt hvernig hoppa má á talnalínu til að finna svörin.

Kennari býr til svipuð verkefni og biður nemendur að reikna þau í huganum. Hann getur sett þau fram þannig:

- Hvaða tala er 20 stærri en -7 ? (13.)
- Hvaða tala er 8 minni en mínus 6? (Mínus 14.)

Nr. 1.71

Nemendur raða tölunum í hvoru „skýi“ eftir stærð og skrá minnstu töluna fyrst.

1.72 Reiknaðu dæmin.

- a $13 - 26$ c $-15 + 30$ e $45 - 70$ g $-17 + 80$
b $18 - 36$ d $-16 - 16$ f $-23 - 60$ h $-74 + 60$

1.73 Reiknaðu dæmin.

- a $45 - 62$ c $-24 + 19$ e $-24 - 27$ g $-25 + 48$
b $37 - 77$ d $-19 + 33$ f $34 - 46$ h $-41 + 56$

1.74 Elín skuldar bróður sínum 350 kr. Hann lánar henni 400 kr. í viðbót. Hve mikið skuldar hún honum þá?

1.75 Elías skuldar Andrésí 500 kr. Einn daginn borgar hann Andrésí 150 kr. Hve mikið skuldar hann þá?

SPIL Þrista-jatsí

Notið eyðublað eins og þetta:

Nöfn			
ásar			
tvistar			
þristar			
fjarkar			
fimmur			
sexur			
Summa			



- Leikmenn kasta til skiptis öllum fimm teningunum þrisvar.
- Eftir hvert kast má leggja teninga til hliðar.
- Leikmenn reyna að fá eins marga teninga og þeir geta með tölunni sem þeir safna.
- Stig eru reiknuð eftir að kastað hefur verið þrisvar:
Þrír eins gefa 0 stig.
Fleiri en þrír eins gefa plússtig, færri en þrír eins gefa mínusstig.
Til dæmis fær leikmaður með kastinu til vinstri á myndinni +3 stig fyrir þristana en í kastinu til hægri á myndinni fær leikmaður -5 fyrir fimmurnar eða -2 fyrir ásana.
- Sá vinnur sem á flest stig eftir sex umferðir.

21

► Bls. 21

Nr. 1.72–1.73

Nemendur reikna dæmin. Gott er að nota talnalínu við þessi verkefni.

Nr. 1.74–1.75

Nemendur leysa orðadæmin og skrá bæði útreikninga og svör.

Gott er að láta nemendur búa til eigin orðadæmi, t.d. þrjú dæmi hver, þar sem koma fyrir negatífar tölur. Kennari safnar orðadæmunum saman og velur nokkur sem allir nemendur eiga að leysa. Líma má orðadæmin á blað sem síðan er ljós-ritað; einnig getur kennari lesið þau upphátt, eitt og eitt í senn.

Þristajatsí (spil)

Leikmenn nota spilaborð eins og er í nemendabókinni. Þeir skrá niður-stöður úr hverri umferð í einn dálk. Til að allir leikmenn geti skráð niður-

stöðurnar kann að vera hentugra að hver nemandi hafi sitt spilaborð.

Leikmenn kasta til skiptis upp fimm teningum þrívegis. Eftir hvort kastið af fyrstu tveimur má taka ákveðna teninga til hliðar og kasta aðeins upp teningunum sem eftir eru. Tilgangurinn er að fá eins marga teninga og hægt er með sömu tölunni. Fái leikmaður t.d. upp 1, 2, 4, 4 og 6 getur hann ákveðið að safna fjórkunum svo fremi hann hafi ekki verið búinn að því áður.

Stig eru reiknuð eftir þrjú köst:

- Þrír eins gefa 0 stig.
- Fleiri en þrír eins gefa plússtig, færri en þrír eins gefa mínusstig.
- Til dæmis gefa tveir fjarkar -4 stig en kastið til hægri á myndinni í bókinni getur gefið -5 stig fyrir fimmurnar eða -2 stig fyrir ásana.

Eftir sex umferðir er búið að fylla upp í alla reitina í einum dálki. Sá vinnur sem hefur flest stig í lokin.

Auðveldari verkefni

Kennari teiknar talnalínu, frá -20 til +20, á töflu eða á blað sem nemendur geta notað (verkefnablað 6.16 (*Talnalínur*)). Sýnið þeim hvernig þeir geta reiknað með því að hoppa fram og aftur á talnalínunni.

Staðsetja tölur á talnalínu

Á verkefnablaði 5.5 (*Staðsetja tölur á talnalínu*) í verkefnahefti Stiku 1a er verkefni þar sem nemendur eiga að staðsetja negatífar tölur á talnalínu.

Erfiðari verkefni

Heilabrot

Nemendur leysa verkefni með negatífum tölum, sjá verkefnablöð 5.6 og 5.7 (*Heilabrot 1* og *Orðadæmi með negatífum tölum*) í verkefnahefti Stiku 1a.

Ýmis spil

Á verkefnablöðum 5.8 og 5.9 (*Fjórir í röð* og *Fyrstur upp!*) í verkefnahefti Stiku 1a eru tvö spil sem þjálfa reikning með negatífum tölum.

Raunverkefni

Tíu umferðir (spil)

Búnaður: Tveir teningar og tafla eins og þessi fyrir hvern leikmann.

Umferð	Teningur 1	Teningur 2	Margfeldi
1	3	5	15
2	3	4	-12
...			
10			
Summa			

Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis og skrá tölurnar sem upp koma í fyrstu tvo dálkana. Síðan margfalda þeir saman tölurnar og skrá margfeldið í þriðja dálkin. Komi upp oddatala á öðrum teningnum og slétt tala á hinum á að skrifa mínustákn fyrir framan margfeldið. Sýni báðir teningarnir hins vegar annaðhvort oddatölur eða sléttar tölur verður margfeldið póstíft tala.

Eftir 10 umferðir er fundin summa margfalda í þriðja dálki. Sá vinnur sem hefur hæstu töluna í lokin.

Viðfangsefni

- Talnamynstur, jafnmunarunur (tölurnar hækka um jafn mikið með hverri nýrri tölu)
- Myndtölur; rannsaka og lýsa gerð einfaldra rúmfræðilegra mynstra og talnamynstra og breytingum í þeim
- Samlagning og frádráttur
- Tugabrot

Búnaður

- Vasareiknir

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 22

Nr. 1.76

Nemendur hoppa áfram á talnalínunni jafn mörg skref í hverju hoppi og byrja alltaf í 0. Tölurnar sem þeir lenda á mynda talnarunurnar í margföldunar-töflunum. Þeir ákveða sjálfir hvort þeir teikna talnalínurnar eður ei.

Nr. 1.77–1.78

Nemendur skrá fimm næstu tölur í hverri talnarunu. Biðjið þá að lýsa talnarununum, til dæmis:

- a) Tölurnar stækka um 3 í hverju hoppi; þetta eru tölur sem eru einum stærri en tölurnar í 3-töflunni. (13 – 16 – 19 ...)
- b) Tölurnar stækka um 21 í hverju hoppi.

Nr. 1.79

Nemendur nota vasareikni til að framkalla talnarunurnar.

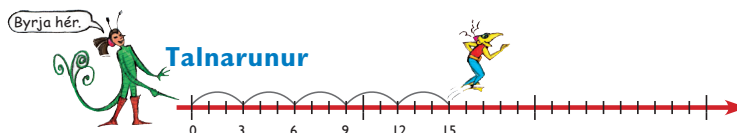
Nr. 1.80

Nemendur nota vasareikni til að búa til eigin talnarunur og nota sömu aðferð og í verkefninu á undan. Rétt er að hvetja þá til að búa til talnarunur sem ná niður fyrir 0.

► Bls. 23

Nr. 1.81–1.82

Nemendur finna út um hve mikið tölurnar minnka með hverri tölu og skrifa næstu fimm tölurnar. Allar talnarunur fara niður fyrir 0.



1.76 Byrjaðu í 0 og hoppaðu áfram á talnalínunni jafn mörg skref í hverju hoppi. Skráðu tölurnar sem þú lendir á.

- a Þrjú hopp með 6 skref í hverju. b Fjögur hopp með 8 skref í hverju.
Fimm hopp með 7 skref í hverju. Sex hopp með 12 skref í hverju.
Sex hopp með 11 skref í hverju. Sex hopp með 25 skref í hverju.

1.77 Skrifaðu fimm næstu tölur í talnarununum.

- a 13, 16, 19, ... c 348, 498, 648, ...
b 121, 142, 163, ... d 4342, 4463, 4584, ...

1.78 Skrifaðu fimm næstu tölur í talnarununum.

- a 97, 91, 85, ... c 1737, 1532, 1327, ...
b 249, 236, 223, ... d 9999, 8969, 7939, ...

Sýnidæmi

Notaðu vasareikni. Skrifaðu sex fyrstu tölurnar í talnaruninni sem þú færð með því að ýta á **5 + + = = = = =**

Ég fæ þessa talnarunu: 5, 10, 15, 20, 25, 30

1.79 Notaðu vasareikni. Skrifaðu næstu sex tölurnar í talnarununum sem þú færð með því að ýta á

- a **7 + + = ...** c **20 - - 8 = ...** e **800 - - 95 = ...**
b **99 + + = ...** d **10 - - 3 = ...** f **-10 + + 3 = ...**

1.80 Notaðu vasareikni og búðu til þínar eigin talnarunur. Hver talnaruna á að hafa bæði pósítífar og negatífar tölur eins og í verkefni 1.79 c, d og f.

Nr. 1.83

Nemendur finna út um hvað hver tala stækkar – eða minnkar – í talnarununum og skrifa næstu fimm tölurnar. Hér á það við að einhverjar talnarunur fara niður fyrir 0.

Nr. 1.84

Nemendur teikna næstu myndir í myndaröðunum og finna hve margir reitir eru í hverri mynd. Þeir þurfa því að finna út hvað margir reitir bætast við í hverri mynd.

- Getið þið fundið út hve margir reitir verða í mynd 10 í a-liðnum? (35.)
- Hvernig fannstu það? (Annaðhvort með því að telja áfram og bæta 3 við í hvert sinn eða með því að nota regluna um að fjöldi reita er myndnúmerið margfaldað með 3 plús 5.)

Reglur sem þessa má setja fram á ýmsa vegu. Í þessu verkefni væri einnig hægt að segja að maður leggi alltaf 3 við þannig að í mynd 4 hefðu 3 bæst við fjórum sinnum en síðan bætast reitirnir fimm við sem eru lengst til vinstri í fyrstu myndinni. Því má segja að margfalda eigi myndnúmerið með 3 og leggja síðan 5 við; þá verður fjöldi reita í mynd 5 þessi: $5 \cdot 3 + 5 = 20$.

Sé reglan sett fram þannig að hún eigi við allar myndir í þessu mynstri er notaður bókstafur til að tákna breytuna. Reglan verður þá svona: $n \cdot 3 + 5$ þar sem n táknar myndnúmerið.

Auðveldari verkefni

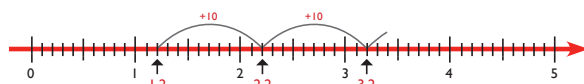
Það getur hjálpað mörgum að nota talnalínu til að hoppa á þegar finna skal hvernig talnarunurnar stækka. Nemendur, sem ráða illa við þennan

Skrifaðu fimm næstu tölur í talnaruninum.

- I.81** a 23, 17, 11, ... c 173, 133, 93, ...
b 49, 34, 19, ... d 345, 245, 145, ...

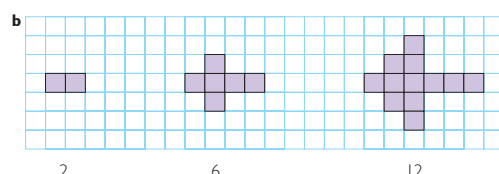
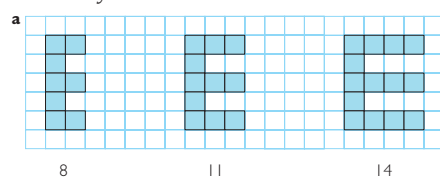
- I.82** a 27, 20, 13, ... c 159, 134, 109, ...
b 40, 28, 16, ... d 495, 385, 275, ...

I.83 Skrifðu næstu fimm tölur í talnaruninum.



- a 1,2 – 2,2 – 3,2 ... c 5,0 – 4,3 – 3,6 ...
b 4,5 – 5,8 – 7,1 ... d 25,9 – 24,5 – 23,1 ...

I.84 Teiknaðu þrjár næstu myndir og skrifaðu hve margir reitir eru í hverri mynd.



23

Hugmyndir og athugasemdir

Raunverkefni

Talnamynstur

Á verkefnablaði 5.193 (*Talnamynstur*) í verkefnahefti Stiku 1b eru fleiri verkefni sem ganga út á að finna kerfi og mynstur í talnarunum.

Búa til talnarunur

Nemendur búa til talnarunur með því að ganga út frá ákveðnum reglum. Þær endurspeglar ekki jafnmunarunur þar eð sama tala er ekki lögð við hverja tölu í rununni:

- Byrjið í 0. Finnið næstu tölu með því að leggja 1 við síðustu tölu og margfalda síðan með 2. ($0 - 2 - 6 - 14 - 30 - 62 - 126 - 254 - 510 - 1022 \dots$)
- Byrjið í 0. Finnið næstu tölu með því að margfalda síðustu tölu með 2 og leggja síðan 1 við. ($0 - 1 - 3 - 7 - 15 - 31 - 63 - 127 - 255 - 511 - 1023 \dots$)
- Byrjið í 5. Finnið næstu tölu með því að margfalda síðustu tölu með 2 og draga 1 frá. ($5 - 9 - 17 - 33 - 65 - 129 - 257 - 513 - 1025 \dots$)
- Byrjið í 5. Finnið næstu tölu með því að margfalda síðustu tölu með 3 og draga síðan 9 frá. ($5 - 6 - 9 - 18 - 45 - 126 - 369 - 1098 \dots$)

Búa til myndtölur

Nemendur búa til eigin myndtölur á rúðustrikað blað eða með litlum ferningslaga kubbum eða pappabútum. Þeir teikna eða raða saman 3–5 myndum sem fara stækkandi. Biðjið þá að lýsa hver fyrir öðrum eða öllum nemendahópnum hvernig myndirnar stækka. Þeir þurfa að finna hve margir reitir eru í hverri mynd. Mynda tölurnar mynstur? Er hægt að reikna út hve marga reiti þarf í næstu mynd án þess að teikna hana? Síðan teikna þeir næstu mynd til að ganga úr skugga um hvort reitaföldinn er réttur.

námsþátt, geta notað vasareikni við erfiðar talnarunur þar sem finna á mismun talnanna. Mestu skiptir að þeir uppgötvu mynstur og sjái eftir hvaða kerfi tölurnar stækka eða minnka.

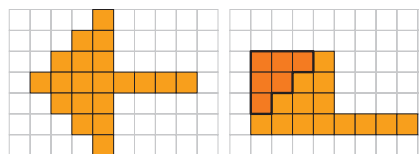
Í verkefni I.84 geta nemendur fyrst búið myndirnar til með kubbum og teiknað þær síðan. Leggja þarf mikla áherslu á að vinna þessi verkefni skipulega, búa til eða teikna eina mynd í einu, telja kubba/reiti og skrá í töflu. Látið nemendur vinna á áþreifanlegan hátt með kubbum eða teikningum og fylgist með hvort þeir átti sig smám saman á talnamynstrum sem koma í ljós í töflunni.

Erfiðari verkefni

Nemendur fá það verkefni að finna tölur þegar lengra er komið í talnaruninum, helst án þess að skrá allar tölurnar; þeir eiga því að reyna að

finna regluna um hvernig myndtölurnar í hverri talnarunu stækka.

Nokkuð snúið er t.d. að finna fjölda reita í mynd 50 í verkefni I.84b. Lausnin getur falist í eftirfarandi: Hver mynd er samsett úr ferningi auk „halans“. Hér á eftir sést mynd 4 og hvernig maður getur myndað ferning með hala með því að flytja nokkra reiti til.



Mynd 4 er samsett úr ferningstölunni $4 \cdot 4$ og hala úr 4 reitum. Mynd 50 mun því samsett úr ferningstölunni $50 \cdot 50 + 50 = 2550$ reitum.

Reglan verður þá svona: $n^2 + n$ þar sem n táknar myndnúmerið.

Viðfangsefni

- Að finna þætti
- Margföldunartölurnar

Búnaður

- Bréfastekkur, spilapeningar í tveimur litum

Kennsluleiðbeiningar

► 24

Fjórir í röð (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Leikmaður 1 leggur bréfastekku eða eitthvað svipað á einhverja af tölunum 1–9 í bláu reitunum. Leikmaður 2 fer eins að og má ef hann vill setja sína bréfastekku á sama reit og sá fyrrnefndi. Sá síðarnefndi margfaldar saman tölurnar tvær. Ef reitur með margfeldinu er laus á spilaborðinu setur hann spilapening eða kubb í sínum lit á reitinn.

Nú á leikmaður 1 leik. Hann flytur aðra bréfastekku (að eigin vali) og býr þannig til nýtt margföldunardæmi. Sé reitur með svarinu laus setur hann spilapening í sínum lit á reitinn. Þannig halda leikmenn áfram til skiptis þar til annar hefur fengið fjóra í röð og vinnur þar með spilið. Ef spilið lýkur og hvorugur leikmanna hefur fengið fjóra í röð hefja þeir leikinn að nýju.

Spil þetta má fá á verkefnablaði 6.17 (Fjórir í röð). Þá geta leikmenn krossað í reitina í stað þess að leggja spilapeninga á þá.

Kennari ræðir við nemendur um hvaða tölur eru á spilaborðinu. Krúsi og Kráka benda einmitt á að ýmsar tölur vanti á spilaborðið.

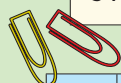
- Hvaða tölur eru ekki á spilaborðinu?

Tölurnar á spilaborðinu eru margfeldi talnanna í bláu renningnum. Það þýðir að einungis tölur úr margföldunartölflum eru á spilaborðinu. Til dæmis vantar framtölur hærri en 7. Einnig vantar tölur úr margföldunartölflum hærri en 9 (t.d. töluna 22 sem er $2 \cdot 11$ og töluna 50 sem er $5 \cdot 10$).

Frumtölur

SPIL Fjórir í röð

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81



1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Spilið er fyrir tvo leikmenn.
- Leikmaður 1 leggur bréfastekku á einhverja af tölunum 1–9 í bláu reitunum.
- Leikmaður 2 leggur hina bréfastekku líka á einhverja af tölunum 1–9 og margfaldar saman tölurnar tvær sem bréfastekkurnar liggja á.
- Sé svarið rétt og reitur með tölunni á stóra spilaborðinu er laus leggur leikmaður kubb í sínum lit á reitinn.
- Leikmaður 1 flytur bréfastekku sína og margfaldar tölurnar saman.
- Þannig er haldið áfram þar til annar leikmaðurinn hefur fengið fjóra í röð.



1.85 Ef tölunni 10 er bætt við talnaröðina í bláu renningnum – hvaða tölum þyrfti þá að bæta við á spilaborðinu?

1.86 Búðu til einfaldara spil þar sem aðeins er hægt að leggja bréfastekku á tölurnar 1–7. Hvaða tölur eiga þá að vera á spilaborðinu?

24

1 • Tölur og reikningur

Nr. 1.85

Spilinu hér á undan er breytt þannig að það feli í sér töluna 10, þ.e. á bláu renningnum verða tölurnar 1–10. Nemendur eiga að finna út hvaða tölum þarf þá að bæta við á spilaborðinu.

Nr. 1.86

Einfalda má spilið með því að fækka tölunum á bláu renningnum niður í 1–7. Nemendur eiga að finna út hvaða margfeldi er þá hægt að fá.

Tilgangurinn með þessum tveimur verkefnum er að beina athygli nemenda að því hvaða tölur eru margfeldi annarra talna. Þetta er tekið betur fyrir á næstu blaðsíðu sem eins konar brú yfir í umfjöllun um framtölur.

► Bls. 25

Nr. 1.87

Nemendur búa til mismunandi rétt-hyrninga úr 24, 36 og 60 reitum. Margar lausnir eru mögulegar. Verkefnið felur í sér að finna þætti þessara talna.

Nr. 1.88

Nemendur búa til margföldunardæmi þar sem tölurnar, sem gefnar eru upp, eru svör. Í einhverjum tilvikum eru margir möguleikar og því er rétt að láta nemendur finna fleiri en eitt svar. Í nokkrum tilvikum er aðeins um eitt svar að ræða, þ.e. talan margfölduð með 1, og ekki hægt að mynda hana með því að margfalda aðrar tölur saman. Slíkar tölur eru framtölur og á næstu blaðsíðu eiga nemendur að vinna með slíkar tölur á skipulegan hátt.

Sýnidæmi

Teiknaðu rétthyrning með 15 reitum.

Hér eru 15 reitir

Hér eru líka 15 reitir.

$5 \cdot 3 = 15$

$15 \cdot 1 = 15$

1.87 Teiknaðu að minnsta kosti þrjá rétthyrninga með

- a 24 reitum b 36 reitum c 60 reitum

1.88 Búðu til margföldunardæmi með þessum svörum.

- a 12 c 13 e 54 g 37
b 20 d 100 f 29 h 41

Við gefum tölunum í margföldunardæmi ákveðin heiti:

$$5 \cdot 3 = 15$$

þáttur þáttur margfeldi

Þættir í tölu eru þær tölur sem margfaldaðar saman verða talan sjálf.

Sýnidæmi

Finndu þætti tölunnar 15

Þættir tölunnar 15 eru 1, 3, 5 og 15.

Það er vegna þess að $3 \cdot 5 = 15$ og $1 \cdot 15 = 15$.

1.89 Finndu þættina í eftirfarandi tölum:

- a 10 c 17 e 49 g 39
b 16 d 30 f 23 h 54

25

Nr. 1.89

Nemendur finna þætti talnanna.

Auðveldari verkefni

Vinna við þessa opnu og næstu verkefni í margföldun og deilingu verður þeim nemendum þung í skauti sem hafa ekki lært margföldunartöflurnar utan að. Látið því nemendur, sem þess þurfa, rifja þær rækilega upp. Gott er að nota ýmis spil í þessu skyni, sjá verkefnablöð 5.32 (*Margföldunarbingó*), 5.47–5.53 (*Búa til ferninga 1–2*, *Punktablað*, *Fjórir í röð 1–2*, *Tóm slanga* og *Veiða tölur*) í verkefnahefti Stiku 1a.

Auk þess má finna lýsingar á margs konar spilum í kennarabókum Stiku 1a og 1b, sjá einkum kafla 1 og 7.

Erfiðari verkefni

Finna þætti í stórum tölum

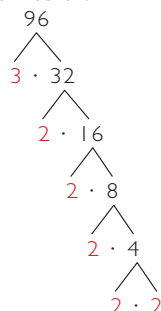
Biðjið nemendur að finna alla þætti í tölunum 88, 96, 105 og 259.

$$\begin{aligned} 1 \cdot 88 &= 88 \\ 2 \cdot 44 &= 88 \\ 4 \cdot 22 &= 88 \\ 11 \cdot 8 &= 88 \end{aligned}$$

Þættir í tölunni 88 eru 1, 2, 4, 8, 11, 22, 44 og 88.

Leyfið nemendum að nota vasa-reikni við þessi verkefni.

Látið einhverja nemendur fá það verkefni að finna í tölunum alla þætti sem eru frumtölur.



$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Raunverkefni

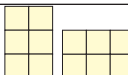
Búa til rétthyrninga

Í eftirfarandi verkefni rannsaka nemendur eiginleika talnanna. Þeir munu finna mynstur, kerfi og tengsl mismunandi talna. Þeir munu öðlast grundvallarskilning á margföldun. Ennfremur munu þeir uppgötva ýmsa eiginleika frumtalna og ferningstalna.

Búnaður: Um það bil 60 ferningslaga (pappa)bútar handa hverju nemendapari, rúðustrikað blað, óstrikað blað og litir.

Taka skal fyrir allar tölurnar frá 1 til 60. Nemendur búa til rétthyrninga til að tákna þessar tölur. Rétthyrningarnir þurfa að vera úr 2, 3 eða fleiri röðum. Það má því ekki búa til rétthyrning bara með einni röð.

Nemendur teikna lausnirnar á rúðustrikað blað og skrá margföldunardæmið sem á við hvern rétthyrning. Loks búa þeir til töflu yfir niðurstöðurnar.

Tölur	Rétthyrningur	Mynd
1	enginn	
2	enginn	
3	enginn	
4	$2 \cdot 2$	
5	enginn	
6	$2 \cdot 3$ $3 \cdot 2$	
7	enginn	
8	$2 \cdot 4$ $4 \cdot 2$	

Í mörgum tilvikum er ekki hægt að búa til rétthyrning.

- Hvaða tölur eru það? Merkið þær með sérstökum lit í töflunni.

Í mörgum tilvikum er hægt að búa til tvo eða fleiri mismunandi rétthyrninga sem tákna sömu töluna. Merkið slíkar tölur með öðrum lit.

Nokkrar tölur má tákna með ferningum.

- Hvað haldið þið að slíkar tölur séu kallaðar? Merkið þær með þriðja litnum.

Viðfangsefni

- Frumtölur
- Að finna þætti
- Margföldun
- Margföldunartölurnar

Búnaður

- Teningur, hundraðtafla

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 26

Nr. 1.90

Biðjið nemendur að búa til heila hundraðtöflu eða notið verkefnablað 5.179 (*Hundraðtafla*) í verkefnahefti Stiku 1b. Þeir lita allar tölurnar í 2-, 3-, 5- og 7-töflunni, helst hverja í sínum lit. Allar margföldunartölurnar halda áfram upp í 100.

Biðjið nemendur að leita að mynstrum; til dæmis mynda bæði 2- og 5-taflan dálka en 3-taflan myndar skálínu niður til vinstri.

Í b- og c-lið skoða nemendur 4-, 6-, 8-, 9- og 10-töfluna. Tölurnar í þessum töflum eru allar litaðar nú þegar vegna þess að tölurnar eru margfeldi af 2, 3 eða 5. Með öðrum orðum: Tölurnar í 6-töflunni eru önnur hver tala í 3-töflunni; tölurnar í 9-töflunni eru þriðja hver tala í 3-töflunni o.s.frv.

Í d-lið eiga nemendur að finna allar tölurnar sem hafa ekki verið litaðar. Það eru þær tölur sem eru ekki svar í neinni margföldunartöflu. Ásamt tölunum 1, 2, 5 og 7 eru þetta frumtölur minni en 100.

Frumtala er pósitoif heil tala sem hefur einungis tvo þætti: töluna 1 og töluna sjálfa. Það merkir að ekki er hægt að búa til aðra rétthyrninga til að tákna frumtölu en þann sem er 1 röð (eða 1 dálkur) á breidd. Talan 1 er ekki frumtala. Orða má þetta á annan hátt: Frumtala er tala sem engin heil tala nema talan 1 og talan sjálf gengur upp í.

Sýnidæmi

Ef ekki er búið að vinna verkefnið, „Búa til rétthyrninga“ sem lýst er í kaflanum Raunverkefni á bls. 25, er gagnlegt að nota dágóðan tíma í að láta nemendur búa til rétthyrninga til að tákna tölur. Gott er að nota

- 1.90** a Búðu til rúðunet með tölunum 1–100. Litaðu tölurnar í 2-töflunni, 3-töflunni, 5-töflunni og 7-töflunni með mismunandi litum.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43							

- b Finndu tölurnar í 4-töflunni. Er þær litaðar? Hvers vegna? / Hvers vegna ekki?
- c Finndu tölurnar í 6-, 8-, 9- og 10-töflunni. Er þær litaðar?
- d Skráðu allar tölurnar sem eru ekki litaðar. Búðu til rétthyrninga sem tákna þessar tölur? Hvernig eru þeir?

Frumtala er heil tala, stærri en 1. Hún er ekki svar í neinni margföldunartöflu nema 1-töflunni því engin tala gengur upp í henni nema talan einn og talan sjálf.

Sýnidæmi

Eru tölurnar 5 og 6 frumtölur?

Við getum bara búið til margföldunardæmin $5 \cdot 1$ eða $1 \cdot 5$.

5 er frumtala.

Við getum búið til margföldunardæmin $3 \cdot 2$ eða $2 \cdot 3$.

6 er ekki frumtala.

- 1.91** Finndu þættina í þessum tölum. Hverjar þeirra eru frumtölur?

- a 14 c 19 e 36 g 31
- b 25 d 27 f 51 h 67

SPIL Einvígi

Notið töflu með tölunum upp í 50. Leikmenn skiptast á þannig: Leikmaður B leggur spilapening á tölu sem er laus og leikmaður A kastar teningnum. Ef talan, sem upp kemur, er þáttur í tölunni, sem spilapeningurinn er á, fær leikmaður B reitinn og krossar yfir hann í sínum lit; annars fær leikmaður A reitinn. Síðan skipta leikmenn um hlutverk. Sá vinnur sem er á undan að fá 20 reiti.

26

I • Tölur og reikningur

myndvarpa og plastkubba til að gera leitina að þáttum í tölum sérlega áþreifanlega.

Nr. 1.91

Nemendur finna þætti í tölunum og segja til um hverjar eru frumtölur.

Einvígi (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir nota tening og einn spilapening. Annaðhvort á að nota hundraðtöflu og brjóta hana um töluna 50 eða þurrka tölurnar stærri en 50 út; einnig má nota rúðunet með $7 \cdot 7$ reitum og tölunum 1–49.

Leikreglur: Leikmaður B leggur spilapeninginn á tölu sem er laus. Leikmaður A kastar teningnum. Ef talan á teningnum er þáttur í tölunni, sem spilapeningurinn er á, fær leikmaður B reitinn og krossar yfir hann með sínum lit. Ef talan, sem kemur upp, er ekki þáttur í tölunni, sem

spilapeningurinn er á, fær leikmaður A reitinn og krossar yfir hann í sínum lit.

Síðan flytur leikmaður A spilapeninginn í annan reit áður en leikmaður B kastar teningnum. Sá vinnur sem er fyrstur að fá 20 reiti í sínum lit. Kænn leikmaður velur tölur með fáum þáttum eins og allar frumtölurnar.

► Bls. 27

Nr. 1.92

Nemendur skrifa töflurnar upp og fylla upp í tómu reitina. Margfalda á saman tölurnar í vinstri dálki og tölurnar í efstu röðinni.

Nr. 1.93–1.94

Nemendur reikna margföldunardæmin og skrá svörin. Þeim getur verið hjálp í því að hugsa um peninga í þessum dæmum.

Margföldun

1.92 Skrifðu tölurnar upp í reikningsheftið þitt og fylltu þær út.

a

·	2	4	6	8
4	8			
		24		
			54	

b

·	3	5	7	9
3	9			
				63
			56	

Reiknaðu dæmin.

- 1.93** a $5 \cdot 10$ c $4 \cdot 20$ e $15 \cdot 20$ g $40 \cdot 6$
b $10 \cdot 8$ d $9 \cdot 20$ f $30 \cdot 7$ h $50 \cdot 12$

- 1.94** a $50 \cdot 24$ c $13 \cdot 100$ e $11 \cdot 500$ g $9 \cdot 800$
b $50 \cdot 48$ d $200 \cdot 8$ f $14 \cdot 200$ h $18 \cdot 400$

1.95 Notaðu tölurnar til hægri til að vinna verkefnin.

- a Finndu tölur sem hægt er að deila í með
• 2 • 3 • 4 • 5
b Finndu tölur sem hægt er að deila í bæði með
2 og 5.
c Veldu tvær og tvær tölur sem eru þannig að
önnur talan er tvöfalt stærri en hin.
d Hvaða tölur eru ekki svör í margföldunartöflunum?

48	35	70
23	30	
	24	36
32	41	15
64	20	81

Geturðu þetta?

- 1.96** Bók opnast á blaðsíðum 4 og 5.
Ef þessi blaðsíðutöl eru margfölduð saman
fæst margfeldið 20.
a Bók opnast á blaðsíðum 10 og 11.
Hvert er margfeldi blaðsíðutalanna?
b Hvaða opna í bókinni gefur margfeldið 72?
c Hér á eftir eru nokkur margfeldi. Finndu blaðsíðutölin:
210, 420, 650, 1056.



27

- Hve margir tugir koma út úr dæmi 1.93a? (5.)
- Hvað samsvarar það mörgum einingum (krónum)? (50.)
- Hve margir hundraðkallar koma út úr dæmi 1.94c? (13.)
- Og hvað samsvarar það mörgum krónum? (1300; stundum segjum við „þrettán hundruð“ í staðinn fyrir „eitt þúsund og þrjú hundruð“.)
- Hvert er svarið ef 50 er margfaldað með 24? (1200.)
- Hvernig hugsaðir þú til að finna svarið? (Til dæmis að svarið er helmingurinn af $100 \cdot 24$, þ.e.a.s. 100 sinnum 12.)

Nr. 1.95

Nemendur leita í „talnaskýinu“ að tölum sem uppfylla skilyrðin sem gerð eru í verkefnunum. Lausnirnar eru fleiri en ein.

Gott að muna

2-taflan: Allar tölur, sem enda á sléttri tölu, eru í 2-töflunni eða með öðrum orðum: tölur sem eru deilanlegar með 2.

3-taflan: Allar tölur, þar sem þversumman er 3, 6 eða 9, eru deilanlegar með 3. Dæmi: Talan 762 ($7 + 6 + 2 = 15$ og $1 + 5 = 6$) er deilanleg með 3.

4-taflan: Allar tölur, sem eru deilanlegar með 4, hljóta að vera sléttar tölur (en þess skal gætt að ekki er hægt að deila í allar sléttar tölur með 4, aðeins aðra hverja).

5-taflan: Allar tölur, sem enda á 0 eða 5, eru deilanlegar með 5.

6- og 9-taflan: Til að hægt sé að deila í tölu með 6 eða 9 verður þversumman að vera 3, 6 eða 9 (en hins vegar er ekki hægt að deila í allar tölur, sem hafa þessar þversum-
ur, með 6 eða 9.

Nr. 1.96

Nemendur margfalda saman tvær tölur í röð til að fá út margfeldið í a-lið. Í b- og c-lið eiga þeir að finna hvaða tvær tölur hlið við hlið í talna-
röðinni mynda uppgefin margfeldi.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur, sem hafa ekki enn náð valdi á margföldunartöflunum, æfa þær til að geta fundið þættina. Gott er að senda heim með nemendum ýmis margföldunarspil sem foreldrar geta hjálpað þeim við.

Verkefni 1.95 og 1.96 eru all-
nokkuð erfið en nemendur geta notað vasaeikni.

Erfiðari verkefni

Finna frumtölur milli 100 og 200

Kennari athugar hvort nemendur geti fundið allar frumtölurnar milli 100 og 200. Látið þá nota hundrað-
töflu þar sem þeir skrifa tölustafinn
1 fyrir framan allar tölurnar. Þeir
geta einnig notað vasaeikni.

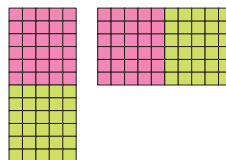
Raunverkefni

Hvaða tölur eru deilanlegar með 2, 3 eða 5?

Á verkefnablaði 6.19 (*Tölur deilanlegar með 2, 3 eða 5*) eru fleiri verkefni þar sem nemendur fá tækifæri til að þjálfra minnisreglurnar um hvaða tölur eru deilanlegar með 2, 3 eða 5.

Tvöfalda og helminga þætti

Góð hjálparregla í margföldun er að tvöfalda og helminga þætti. Ef maður tvöfaldar annan þáttinn og helmingar hinn kemur sama svar út. Þetta má sýna á myndvarpa með kubbum.



Hér sjáum við að
 $12 \cdot 5 = 6 \cdot 10$

Á verkefnablaði 6.18 (*Margföldun með því að tvöfalda og helminga*) eru fleiri verkefni þar sem nemendur geta æft sig í að tvöfalda og helminga þætti.

Viðfangsefni

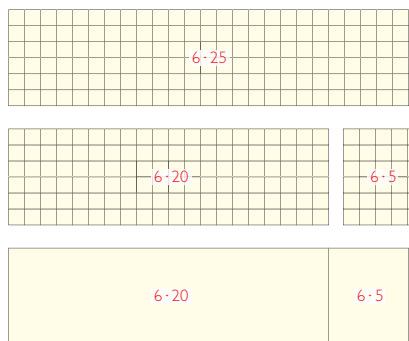
- Margföldun tveggja stafa talna
- Margföldun til að finna fjölda möguleika

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 28

Sýnidæmi

Hjálparhellurnar, Krúsi og Kráka velja tvær mismunandi aðferðir til að reikna út dæmið $25 \cdot 6$ (eða $6 \cdot 25$). Önnur þeirra notar tómt rúðunet sem byggir á aðferðinni sem notuð er í Stiku 1, þ.e. margföldun í rúðuneti.



Hin hjálparhellan þarf ekki rúðunet heldur skiptir hún tveggja stafa tölunni í tugi og einingar og margfaldar hvora tölu fyrir sig.

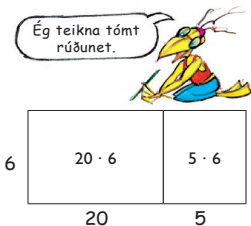
Nr. 1.97–1.98

Nemendur reikna margföldunardæmin. Þeir ákveða sjálfir hvort þeir vilja teikna „tómt“ rúðunet eða nota einungis tölustafina. Mestu máli skiptir að þeir skilji hvers vegna aðferðin, sem þeir nota, gefur rétt svar. Í báðum sýnidæmunum efst á blaðsíðunni er tveggja stafa þættinum skipt í tugi og einingar og síðan er hvor tala fyrir sig margfölduð með hinum þættinum. Að lokum eru margfeldin lögð saman.

Noti einhverjir nemendur aðrar aðferðir, t.d. hina hefðbundnu reikningsaðferð, er það auðvitað í góðu lagi svo fremi þeir geti útskýrt hvers vegna hún gefur rétt svar.

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $25 \cdot 6$.



Ég hugsa rúðunetið svona:
 $20 \cdot 6$ og $5 \cdot 6$.

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 6 = 30 \\ + 20 \cdot 6 = 120 \\ \hline 25 \cdot 6 = 150 \end{array}$$



Reiknaðu dæmin.

- 1.97 a $16 \cdot 8$ c $17 \cdot 6$ e $25 \cdot 8$ g $24 \cdot 5$
b $14 \cdot 9$ d $23 \cdot 9$ f $28 \cdot 4$ h $32 \cdot 7$
- 1.98 a $38 \cdot 3$ c $44 \cdot 6$ e $47 \cdot 7$ g $63 \cdot 6$
b $36 \cdot 4$ d $57 \cdot 5$ f $53 \cdot 6$ h $67 \cdot 5$

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $14 \cdot 17$.

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 4 = 28 \\ 7 \cdot 10 = 70 \\ 10 \cdot 4 = 40 \\ + 10 \cdot 10 = 100 \\ \hline 14 \cdot 17 = 238 \end{array}$$

1.99 Reiknaðu dæmin.

- a $16 \cdot 18$ c $13 \cdot 15$ e $24 \cdot 15$ g $16 \cdot 23$
b $14 \cdot 19$ d $15 \cdot 18$ f $12 \cdot 27$ h $25 \cdot 13$

28

I • Tölur og reikningur

Nr. 1.99

Nemendur reikna margföldunardæmin. Þeir ákveða sjálfir hvort þeir teikna „tómt“ rúðunet eða nota einungis tölustafina. Það gefur minni yfirsýn yfir dæmi ef tvær tveggja stafa tölur eru margfaldaðar saman en ef önnur talan er eins stafs tala. Þess vegna geta margir haft gagn af því að nota tómt rúðunet þar sem það sýnir öll margföldunardæmin sem reikna þarf þegar báðum tölunum er skipt í tugi og einingar.

Ef til vill óska einhverjir nemendur eftir að nota samþjappaðri aðferð, t.d. hina hefðbundnu reikningsaðferð. Rétt er að leyfa þeim það svo fremi þeir geti rökstutt hvers vegna sú aðferð gefur rétt svar.

► Bls. 29

Sýnidæmi

Að finna fjölda mögulegra útkomna

er annað form á margföldun en nemendur hafa fengist við áður sem hefur falist í að margfalda „jafn stór söfn“ eins og kallað er. Dæmi um slíkt verkefni er:

Elín á þrjá poka með fimm eplum í hverjum. Hve mörg epli á hún samtals?

Hér er eplafjöldinn í hverjum poka margfaldaður með einum þætti þannig að svarið táknar fjölda epla. Í sýnidæminu er verkefni um fjölda möguleika. Í margföldunardæminu eru þættirnir fjöldi framhliða og fjöldi bakgrunnsmynda. Svarið táknar hvorugan þáttinn í margföldunardæminu og það gerir verkefnið erfiðara en ella. Þess vegna þarf að leggja mikla áherslu á að nemendur geri yfirlit yfir möguleikana. Þannig geta þeir betur áttað sig á að hægt er að reikna fjölda möguleika með því að margfalda.

Hve margir möguleikar?

Sýnidæmi

Nanna á tvær framhliðar á farsímann sinn og þrjár bakgrunnsmýndir. Á hve marga vegu getur hún valið saman framhlið og bakgrunnsmýnd?

Með hvorri framhlið getur hún valið þrjár myndir.



Möguleikarnir eru sex.

1.100 a Búðu til yfirlit sem sýnir hina mismunandi möguleika að velja saman brauð og álegg.

b Hvað eru möguleikarnir margir?



1.101 Magnús ætlar að skreyta stofuborðið sitt með kertum. Hann getur valið um fjóra kertastjaka og kerti í tveimur mismunandi litum.

a Búðu til yfirlit sem sýnir möguleikana á að raða saman kertastjökum og kertum.

b Hvað eru möguleikarnir margir?

Sýnidæmi

Á pitsustað er hægt að velja um þrjá botna: venjulegan, þykkann og þunnann.

Fjórir möguleikar eru á að velja álegg á pitsuna.

Hve margar mismunandi pitsur getur kokkurinn bakað?



venjuleg



þykk



þunn

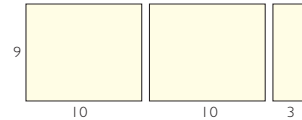
Ég hugsa þetta þannig að mögulegt sé að fá fjögur mismunandi álegg fyrir hvern botn.

$$3 \cdot 4 = 12$$

12 mismunandi pitsur

29

til dæmis með því að skipta rúðunetinu í tugi. Dæmið $23 \cdot 9$ verður þá svona:



Einnig má gera verkefni sem þessi áþreifanleg með peningum. Þá skipta nemendur tveggja stafa tölunni í tókalla og krónupeninga, margfalda tókalla (tugina) sérstaklega og síðan krónupeningana (einingarnar).

Gott er að sýna nemendum hvernig þessar tvær aðferðir til að gera dæmið áþreifanlegt tengjast. Rugli það hins vegar einhverja í ríminu er rétt að halda sig aðeins við aðra aðferðina. Eftir sem áður er mikilvægt að nemendur fái tækifæri til að vinna mörg slík verkefni þannig að þeir geti smám saman losað sig frá hinu áþreifanlega hjálparkæði yfir í skilvirkari og táknrænni aðferðir.

Varðandi bls. 29

Nemendur nota alls kyns kubba til að telja fjölda möguleika. Til dæmis geta þeir stórir kubbar hver í sínum lit táknað brauðin en fimm minni kubbar, einnig í mismunandi litum, táknað áleggið. Mikilvægt er að nóg sé til af kubbum af öllum tegundum sem nota þarf.

Í staðinn fyrir áþreifanleg hjálpargögn eða jafnvel til viðbótar þeim geta nemendur teiknað möguleikana. Í báðum tilvikum er þýðingarmikið að þeir sjái nauðsyn þess að vinna skipulega til að vera vissir um að allir möguleikarnir séu taldir með.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Frekari þjálfun í að margfalda til að finna fjölda möguleika

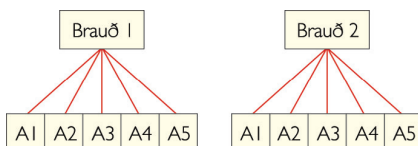
Á verkefnablöðum 6.20 og 6.21

(Hve margir möguleikar 1 og 2) eru fleiri margföldunarverkefni til að finna fjölda möguleika. Á fyrrnefnda verkefnablaðinu eru auðveldari dæmi en erfiðari á því síðarnefnda.

Nr. 1.100

Nemendur búa til yfirlit yfir möguleikana og segja síðan til um fjölda þeirra.

Þetta má setja fram á ólíka vegu, t.d. svona:



Eins skal farið að ef brauðin eru 3 (Brauð 3). Þannig sést að setja má 5 mismunandi álegg á hvert brauð. Svárið verður þá $3 \cdot 5 = 15$ mismunandi möguleikar.

Önnur leið er að búa til rúðunet með þremur reitum (þrjár brauðtegundir) í aðra áttina og fimm reitum (fimm áleggstegundir) í hina, þ.e. $3 \cdot 5 = 15$ reitir sem tákna fjölda möguleikanna.

A1	A2	A3	A4	A5
A1	A2	A3	A4	A5
A1	A2	A3	A4	A5

Kennari getur sýnt á töflunni fleiri leiðir til að búa til yfirlit. Ræðið við nemendur um hvaða leið þeim finnst skýrust, þ.e. sem sýnir best möguleikana fimmtán.

Nr. 1.101

Nemendur búa til yfirlit yfir möguleikana og segja síðan til um fjöldann.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur nota rúðunet til að leysa margföldunardæmin. Þeir byrja þá á að telja reitina í rúðunetið og búa það til. Þar næst finna þeir fjölda reita í hverjum rétthyrningi. Leyfið þeim að telja með aðferðum sem þeir kjósa en reynið að fá þá til að telja sem stærst svæði í einu,

Viðfangsefni

- Fjöldi möguleika
- Tengsl margföldunar og deilingar
- Deiling

Búnaður

- Ef til vill hundraðtafla (verkefnablað 5.179 (Hundraðtafla) í verkefnahefti Stiku 1b)

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 30

Nr. 1.102

Nemendur búa til yfirlit yfir möguleikana og segja síðan til um fjölda þeirra. Látið þá sjálfa velja aðferðina.

Kennari lætur tengslin við margföldun koma fram. Með hvorum buxunum getur Tómas notað fimm peysur. Þar með getur hann klætt sig á $2 \cdot 5$ mismunandi vegu.

Nr. 1.103

Nemendur búa til yfirlit yfir möguleikana og segja síðan til um fjölda þeirra.

Síðara verkefnið felur í sér marga möguleika. Látið nemendur sjálfa brjóta heilann um hvernig finna megi svarið. Ef til vill er auðveldast að hugsa þannig að til viðbótar við hvern möguleika í a-lið (þ.e. 12 möguleika) sé hægt að fá eina af 6 mögulegum ískúlum. Svarið verður þá $12 \cdot 6 = 72$ möguleikar. Ef maður vill ekki tvær eins kúlur er einungis hægt að bæta við 5 tegundum þegar velja skal síðari ískúluna. Þá verða möguleikarnir $12 \cdot 5 = 60$ möguleikar.

Nr. 1.104

Nemendur finna út hvað möguleikarnir eru margir. Hér er erfiðleikum bundið að teikna alla möguleikana þannig að líklega er auðveldara að hugsa þannig: Með hvorri hárkollu má nota þrenns konar gleraugu. Það samsvarar 6 möguleikum. Með hverjum þeirra má nota fjóra mismunandi jakka. Þá eru möguleikarnir orðnir 24 talsins. Með hverjum

1.102 Tómas á fimm peysur og tvennar buxur. Á hve marga ólíka vegu getur hann klætt sig í þessi fót?

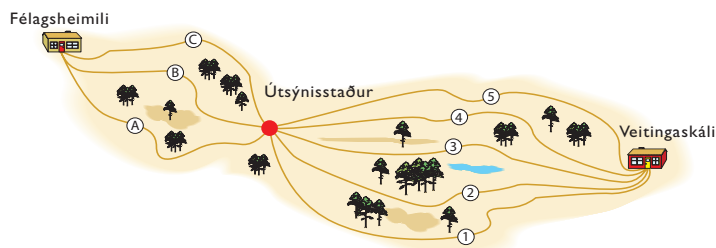
1.103 Í ísbúðinni er hægt að velja milli tveggja tegunda af formi og sex ístegunda.



- a Gerðu yfirlit sem sýnir möguleikana sem þú hefur til að velja eina ískúlu og form.
- b Hve marga möguleika hefur þú ef þú ætlar að kaupa sósu og tvær kúlur? Gerðu yfirlit yfir möguleikana.

1.104 Lalli lögga er frábær leynilögga og getur klætt sig þannig að enginn þekki hann. Hann geymir í kistunni sinni tvær hárkollur, þrenns konar gleraugu, fjóra jakka og tvennar buxur. Á hve marga ólíka vegu getur hann klætt sig í dulargervi?

1.105 Það eru þrjár leiðir frá félagsheimilinu að útsýnisstaðnum og fimm leiðir frá útsýnisstaðnum að veitingaskálanum. Á hve marga mismunandi vegu er hægt að fara frá félagsheimilinu að veitingaskálanum?



30

I • Tölur og reikningur

þessara möguleika er hægt að nota tvennar buxur. Samtals getur Lalli lögga dulbúið sig á 48 mismunandi vegu.

Leysi einhver nemandi verkefnið með því að teikna eða hugsa öðruvísi er gott að hann kynni lausnina fyrir bekkjarfélögum.

Nr. 1.105

Nemendur finna fjölda leiða milli tveggja staða. Fyrir hverja leið til útsýnisstaðar má velja um fimm leiðir áfram. Samtals verða möguleikarnir því $3 \cdot 5 = 15$.

► Bls. 31

Nr. 1.106–1.107

Nemendur finna töluna sem vantar til að margföldunardæmin verði rétt.

Kennari spyr nemendur hvernig þeir hugsa t.d. í fyrsta dæminu: „6 vegna þess að $6 \cdot 4 = 24$ “ eða „6

vegna þess að $24 : 4 = 6$.“ Kennari leggur áherslu á tengsl margföldunar og deilingar. Áður en nemendur leysa verkefnið á þessari blaðsíðu er gott að láta þá vinna verkefnið Hvað er x? sem lýst er í kaflanum Raunverkefni hér á eftir.

Nr. 1.108

Nemendur leysa deilingardæmin. Hér er – eins og í verkefnunum hér á undan – gott að draga tengslin við margföldun fram í dagsljósið: $45 : 5 = 9$ vegna þess að $9 \cdot 5 = 45$.

- Hvað er $36 : 4$? (9.)
- Hvaða margföldunardæmi er tengt þessu deilingardæmi? ($4 \cdot 9$ eða $9 \cdot 4$.)

Gott er að undirbúa deilingu í tugabrot með því að orða deilingardæmi svona: „Hve oft ganga 4 upp í 36?“ Kennari varpar því fram spurningum um tölur sem nemendur þekkja:

Deiling

Hvaða tölur vantar?

1.106 a $\square \cdot 4 = 24$ c $6 \cdot \square = \square$ e $8 \cdot \square = 56$ g $\square \cdot 7 = 49$
b $\square \cdot 3 = 21$ d $6 \cdot \square = \square$ f $7 \cdot \square = 63$ h $\square \cdot 9 = 54$

1.107 a $\square \cdot 12 = 36$ c $6 \cdot \square = 14$ e $4 \cdot \square = 60$ g $\square \cdot 11 = 88$
b $\square \cdot 5 = 75$ d $13 \cdot \square = \square$ f $7 \cdot \square = 84$ h $\square \cdot 6 = 78$

1.108 Reiknaðu dæmin.

a $45 : 5$ c $36 : 4$ e $42 : 7$ g $48 : 8$
b $36 : 6$ d $24 : 3$ f $45 : 9$ h $64 : 8$

1.109 Ljúktu við töflurnar.

a	$: 5$	$\cdot 5$
4	20	100
	40	
	100	
	120	

b	$: 10$	$\cdot 10$
15	150	1500
	430	
	2480	
	245	

1.110 Hver er talan?

- a Talan er tveggja stafa. Summa tölustafanna er 11. Í töluna er hægt að deila bæði með 4 og 7.
b Talan er tveggja stafa sem hægt er að deila í með 4, 6 og 7.
c Talan er tveggja stafa. Hægt er að deila í hana með 19. Þversumman er 14.
d Talan er þriggja stafa. Hægt er að deila í hana með 7 en ekki með 2. Þversumman er 4.
e Talan er þriggja stafa, minni en 300. Hægt er að deila í hana með 2 og 5 en ekki með 4. Þversumman er 7.
f Talan er milli 100 og 200. Hún er stærsta talan sem hægt er að deila í með 9 og hefur þversummuna 9.



31

- Hve oft ganga 3 upp í 24? (8.)
- Hvernig er þetta dæmi skrifað? ($24 : 3 = 8$.)

Nr. 1.109

Nemendur skrifa töflurnar upp og ljúka við þær. Þeir eiga helst að leysa dæmin í huganum og lýsa hver fyrir öðrum hvernig þeir hugsuðu.

Nr. 1.110

Nemendur nota upplýsingarnar, sem gefnar eru, til að finna hvaða tölu er lýst í hverju verkefni. Þeim er áreiðanlega góð hjálp í því að hafa hundraðtöflu fyrir framan sig þegar þeir kanna hvaða tölur koma til greina, sjá verkefnablað 5.179 (Hundraðtafla) í verkefnahefti Stiku Ib. Hér er einnig mælt til þess að nemendur fái að vinna saman að þessu verkefni í pörum.

Auðveldari verkefni

Varðandi bls. 30

Rétt er að láta nemendur, sem eiga erfitt með að sjá tengslin milli fjölda möguleika og margföldunar, nota í meiri mæli áþreifanleg hjálpargögn eða teikningar.

Nokkuð snúið er að gera verkefni 1.104 áþreifanlegt; því er mælt með að nemendur, sem eiga í basli með þennan námsþátt, sleppi því verkefni.

Varðandi bls. 31

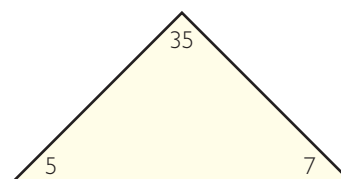
Verkefni 1.110, einkum liðirnir d–f, eru nokkuð erfitt. Því er rétt að láta suma nemendur sleppa því og æfa sig frekar í að sýna tengsl margföldunar og deilingar, sbr. umfjöllun um verkefni 1.108.

Þríhyrningsspjöld

- Kennari eða nemendur útbúa þríhyrningsspjöld eins og sjá má á

Hugmyndir og athugasemdir

myndinni hér á eftir. Talan efst á þríhyrningnum er margfeldi talnanna í hinum tveimur hornunum. Góð æfing felst í að láta nemendur búa spjöldin til. Þá velja þeir sjálfir tölurnar eða kennari skrifar margfeldið og þeir eiga að skrá þættina tvo.



- Nota má spjöldin hreinlega sem leikniþjálfun en einnig sem spil. Ef fyrrnefnda leiðin er farin geta tveir nemendur unnið saman. Annar dregur spjald og heldur í annað hornið þannig að talan sést ekki; hinn á að segja hver talan er.
- Ef spjöldin eru notuð sem spil má fara eins að nema að því leyti að leikmaðurinn fær að halda spjaldinu ef svar hans er rétt. Sá vinnur sem á fleiri spjöld þegar þau eru uppurin.

Erfiðari verkefni

Nemendur búa til verkefni hver fyrir annan í stíl við verkefni nr. 1.110. Látið nemendur skrifa þau á tölvu, prenta þau út og plasta blöðin; síðan má geyma þessi verkefni og grípa til þeirra þegar tilefni gefst til.

Raunverkefni

Hvað er x?

Verkefnin efst á bls. 31 eru á margan hátt undanfari jöfnu og algebru sem nemendur munu fást við síðar í stærðfræðináminu. Því er hér lagt til verkefni, sem byggist á leik og íhugun, þar sem x er kynnt sem tákn fyrir óþekkta tölu. Þetta er gert með því að nota eldspýtur eða kubba til að gera þetta efni áþreifanlegt. Sjá nánar lýsingu á þessu verkefni á bls. 37.

Viðfangsefni

- Deiling í daglegu lífi, orðadæmi
- Hagnýt viðfangsefni – Reikningur með reikningsaðgerðunum fjórum
- Stórar tölur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 32

Sýnidæmi

Skipta á peningunum jafnt milli fjögurra barna.

Nota má ólíkar aðferðir við skiptinguna eins og sýnt er í sýnidæmunum. Mikilvægt er að leyfa nemendum að skipta þeim upphæðum, sem þeir vilja, í þeirri röð sem þeir óska. Einhverjir munu byrja á eins stórum upphæðum og hægt er, þ.e.a.s. 100 kr. (hægra megin í rammanum). Þá hverfa 400 kr. af upphaflegu upphæðinni og eftir eru 253 kr. Aðrir nemendur munu byrja að skipta litlum upphæðum, t.d. 10 krónum. Þá hverfa 40 kr. úr pottinum og eftir standa 613. Báðar aðferðirnar eru leyfilegar. Þeir sem skipta litlum upphæðum í einu fá auðveldari margföldunardæmi en frádráttardæmum fjölga. Stefnt skal að því að nemendur læri að finna tölur sem þægilegt er að skipta þannig að reikningurinn verði auðveldur.

Í fyrstu er rétt að nemendur fái að leysa dæmin eins og þeir vilja. Þeir útskýra aðferðir sínar hver fyrir öðrum, bæði til að öðlast betri skilning á eigin aðferðum og annarra og fá vísbendingar um hvernig betrubæta megi þeirra eigin aðferðir. Í upphafi er mjög gagnlegt að finna aðferðir sem gefa gott yfirlit yfir útreikningana. Með því að skipta upphæðinni eins og sýnt er í sýnidæmunum fær deilingin á sig mynd tvenns konar útreikninga: í fyrsta lagi útreikningur sem sýnir hve mikið hver fær í sinn hlut; í öðru lagi útreikningur sem sýnir hvað eftir er í pottinum.

Sýnidæmi

Fjögur börn eiga að skipta 653 kr. jafnt á milli sín. Hve mikið fær hvert barn?

$$\begin{array}{r} 653 : 4 = \\ - 40 \quad 10 \\ 613 \\ - 200 \quad 50 \\ 413 \\ - 12 \quad 3 \\ 401 \\ - 400 \\ 1 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 653 : 4 = \\ - 400 \quad 100 \\ 253 \\ - 240 \quad 60 \\ 13 \\ - 12 \quad 3 \\ 1 \end{array}$$

Mér finnst best að skipta eins miklu og hægt er strax í byrjun.



I.111 Þrjú börn eiga að skipta milli sín 145 kr. Hvað fær hvert barn?

I.112 Fjögur börn eiga að skipta milli sín 536 kr. Hvað fær hvert barn?

I.113 Þrjú börn fá 2000 kr. fyrir að mála hlið. Þau ætla að skipta peningunum jafnt. Hvað fær hvert barn?

I.114 Fjórir fiskar vega samtals 724 grömm. Fiskarnir eru um það bil jafn þungir. Hve mikið vegur hver fiskur?

I.115 Pakka á 376 flöskum í kassa þannig að 10 flöskur fari í hvern kassa. Hvað þarf marga kassa?

I.116 Í sjálfsala eru fimmkallarnir samtals 835 kr. Hvað eru það margir fimmkallar?

I.117 Reiknaðu dæmin:
a 165 : 5 b 506 : 4 c 371 : 3 d 739 : 6

Geturðu þetta?

I.118 Deilt er í tveggja stafa frumtölu með annarri tveggja stafa frumtölu. Svárið er um það bil 5. Finndu hvaða tvær frumtölur þetta eru.



32

I • Tölur og reikningur

Þessi aðferð við skiptingu felur í sér að nemendur nálgast smám saman hina hefðbundnu reikningsaðferð. Í sýnidæminu til hægri er eins mörgum hundruðum skipt og hægt er. Þannig líkast útreikningarnir mjög hinni hefðbundnu reikningsaðferð. Mismunurinn er sá að hér er svarið skrifað öðruvísi, ekki aðeins tölustafurinn í réttu sæti heldur gildi hans. Með þessari aðferð er meiri sveigjanleiki og auðveldara er að skilja hana. Í nemendabók Stiku 2b munu nemendur nálgast hina hefðbundnu reikningsaðferð enn frekar. Framsetningin í þessari bók myndar eins konar brú frá aðferðum nemenda til hinnar hefðbundnu og skilvirkari aðferðar. Aðferðin, sem hér er notuð, er því mikilvægur grunnur undir skilning þeirra síðar á hefðbundnu reikningsaðferðinni.

Nr. I.111–I.117

Nemendur leysa deilingardæmin og nota aðferðina sem lýst er í sýnidæmunum efst á blaðsíðunni. Þeir skipta litlu í einu og þurfa að hafa yfirlit yfir skiptinguna:

- Hve mikið fær hver? (Hægri dálkar í sýnidæmunum.)
- Hve mikið er afgangs hverju sinni til að skipta? (Vinstri dálkar í sýnidæmunum.)

Nemendur ákveða sjálfir hve miklu þeir skipta hverju sinni og í hvaða röð. Biðjið þá að skrá svörin í lokin með orðum og tvískrika undir svarið. Einnig þurfa þeir að tilgreina afgang ef um hann er að ræða. Dæmi um slíkt svar er:

Börnin fá 163 krónur hvert. Afgangurinn er 1 króna.

				
myndavél 94 567 kr.	vespa 223 459 kr.	vélhjól 358 650 kr.	sími 35 749 kr.	geislaspilari 189 995 kr.

- 1.119** Raðaðu vörunum eftir verðinu. Byrjaðu á dýrustu vörunni.
- 1.120** Hver er verðmunurinn milli dýrustu og ódýrustu vörunnar?
- 1.121** Már kaupir vespu. Hann fær 35 000 kr. í afslátt. Hve mikið þarf hann að borga?
- 1.122** Andrea kaupir myndavél og borgar 85 000 kr. Hvað fékk hún í afslátt?
- 1.123** Súsanna kaupir geislaspilarann fyrir uppsett verð. Hún skiptir upphæðinni í fimm jafnháar afborganir. Hve mikið þarf hún að borga í hvert sinn?
- 1.124** Henrik kaupir vélhjól og fær 10 000 kr. í afslátt. Hann borgar 100 000 kr. í einu lagi. Afganginum skiptir hann í sex jafn háar afborganir. Hve mikið þarf hann að borga í hvert sinn?
- 1.125** Felix kaupir síma fyrir uppsett verð. Því miður kemur í ljós að síminn er bilaður. Hann kaupir því annan sem er 12 800 kr. dýrari. Hvað kostar sá sími?
- 1.126** Árni kaupir vélhjól sem kostar 264 800 kr. hjá Bilaumboði Hönnu sem kaupir af honum gamla vélhjól hans. Hann fær 78 000 kr. fyrir það. Hvað þarf Árni að borga fyrir nýja vélhjól?

33

Þegar þessi námsþáttur er rifjaður upp liggur beint við að láta nemendur, sem geta reiknað deilingardæmi á þennan hátt hratt og örugglega, kynna aðferðir sínar fyrir bekkjarfélögum.

Nr. 1.118

Þetta dæmi gerir nokkrar kröfur til nemenda. Látið þá vinna saman og prófa sig áfram. Þeir mega gjarnan nota vasareikni.

Vísbendingar

- Hve miklu stærri er önnur talan en hin? (Um það bil 5 sinnum stærri.)
- Getur talan, sem þú deilir með, verið stærri en 20? (Nei, því að þá væri talan, sem deilt er í, stærri en 100; $5 \cdot 20 = 100$.)

► Bls. 33

Nr. 1.119–1.126

Nemendur nota upplýsingar efst á blaðsíðunni til að leysa verkefnin. Biðjið þá að útskýra aðferðir sínar hver fyrir öðrum. Fylgist með hvort þeir geta notfært sér staðreyndaþekkingu á tölum og í reikningi.

Auðveldari verkefni

Eigi nemendur erfitt með deilinguna á bls. 32 er rétt að þeir teikni peninga eða noti kennslupeninga sem þeir geta skipt. Þess þarf að gæta að þeir fái nægilega margar myntir til að geta skipt ef þess þarf, sjá verkefnablöð 5.182 og 5.183 (Myntir og Myntir og seðlar) í verkefnahefti Stiku 1b.

Nemendur skrá skiptinguna jafnóðum hvort sem þeir nota teikningar eða áþreifanleg hjálpargögn. Þannig myndast brú yfir í aðferð nemendabókar.

Búa til ferninga (spil)

Á verkefnablöðum 5.47 og 5.48 (*Búa til ferninga 1 og 2*) í verkefnahefti Stiku 1a eru tvö misþung afbrigði af þessu spili. Spilið þjálfar staðreyndaþekkingu og nemendur geta auðveldlega búið það til sjálfir. Þeir teikna punkta í rúðunet eða nota verkefnabláð 5.49 (*Punktablað*) í verkefnahefti Stiku 1a. Milli punktanna skrifar kennari deilingardæmi eða önnur dæmi sem henta nemendum eða tengjast því námsefni sem er á dagskrá hverju sinni.

Erfiðari verkefni

Heilabrot

Margvísleg heilabrot eru á verkefnablöðum 5.40–5.42 (*Hve mikið af ávöxtum? Er pitsa afgang? Tjaldferð og Sléttar tölur – oddatölur*) svo og á verkefnablöðum 5.54–5.60 (*Upp á toppinn, Kínamúrinn, Anakondaslangan, Peningagátur, Sparnaður, Sælgætið hennar ömmu og Gátur um sælgæti og bakpoka*), öll í verkefnahefti Stiku 1a.

Raunverkefni

Veiða tölur (spil)

Búnaður: Hundraðtafla (verkefna-bláð 5.179 (*Hundraðtafla*)) í verkefnahefti Stiku 1b, þrír teningar handa hverjum hópi. Auðveldara afbrigði er að nota rúðunet með tölunum 1–50.

Leikmenn kasta þremur teningum til skiptis. Þeir búa til dæmi þar sem allar tölurnar þrjár koma fyrir. Þeir mega velja hvaða reikningsaðgerð þeir nota. Markmiðið er að búa til dæmi með svari sem er í reit á spilaborðinu. Þegar nemendur hafa fengið slíka tölu geta þeir krossað yfir hana á spilaborðinu. Aðeins má krossa yfir eina tölu í hverri umferð.

Til dæmis koma upp á teningunum tölurnar 2, 4 og 6. Þá má búa til þessi dæmi:

$4 \cdot 6 = 24$; $24 : 2 = 12$. Þá er krossað yfir töluna 12.

Reglur um stigagjöf geta verið þessar: Leikmaður fær 1 stig fyrir hvern reit sem hann krossar yfir. Þar að auki fær hann 1 stig fyrir hvern reit sem er við hlið reits sem hann hefur áður hrept eða tengist honum á hornunum.

Viðfangsefni

- Deiling
- Reikningsaðgerðirnar fjórar

Búnaður

- Teningar
- Spilaborð (ljósritunarblað I (Spilaborð með spilinu á bls. 34) aftast í þessari bók

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 34

Nr. 1.127

Nemendur finna hve marga menn eða dýr af hverri tegund þarf til að þyngdin verði um það bil 1000 kg. Þessi dæmi má leysa á marga vegu þannig að best er að leyfa þeim að finna eigin aðferðir til þess. Finni þeir ekki lausnina strax er rétt að leyfa þeim að velta vöngum yfir þessum verkefnum um stund.

Mörgum mun finnast best að telja áfram: Tveir súmóglímukappar vega 300 kg, þá hljóta fjórir að vega 600 kg og sex 900 kg. Sjó súmóglímukappar komast því næst því að vera 1000 kg því þeir vega um 1050 kg.

Nr. 1.128

Nemendur finna hve marga menn eða dýr af hverri tegund þarf til að þyngdin verði 12 000 kg. Þetta má leysa á ýmsa vegu þannig að rétt er að þeir velji eigin aðferðir. Einnig hér er rétt að leyfa þeim að velta vöngum yfir þessu að vild.

Ef til vill er sniðugasta aðferðin sú að taka svörin frá verkefninu á undan (þar sem fjallað var um 1 tonn) og margfalda þau með 12.

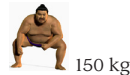
Stærsta summan (spil)

Búnaður: Teningar og spilaborð (ljósritunarblað I (Spilaborð með spilinu á bls. 34) aftast í þessari bók.

Fylla skal út eina röð á spilaborðinu í senn. Þannig skal farið að:

1.127 Hve marga þarf til að vega samtals um það bil eitt tonn?

a Súmó-glímukappi



150 kg

c Barn



40 kg

e Haförn



6 kg

b Ísbjörn, kvendýr



200 kg

d Lamb



30 kg

f Hamstur



150 grömm



1.128 Stærsti fill, sem vitað er um, vó 12 tonn.

- a Hve marga ísbirni (kvendýr) þarf til að vega jafn mikið?
- b Hve mörg börn þarf til að vega jafn mikið?
- c Hve marga hafærnir þarf til að vega jafn mikið?

SPIL

Búnaður: Fimm teningar og spilaborð eins og það sem er hér fyrir neðan.

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn. Hver leikmaður þarf að hafa eigið spilaborð.

Tala	Tala	Tala	Tala	Tala	Tala	Svar
+	-	*	:	:	=	
+	-	*	:	:	=	
+	-	*	:	:	=	
+	-	*	:	:	=	
+	-	*	:	:	=	
					Summa	=

LEIKREGLUR

Fylla skal út í hverja röð fyrir sig á spilaborðinu á eftirfarandi hátt:

- Fyrsti leikmaður kastar öllum teningunum fimm í einu. Hann velur einn þeirra og skrifar töluna, sem upp kom, í einn reitinn í efstu röðinni.
- Hinir leikmennirnir kasta öllum teningunum til skiptis og gera hið sama og sá fyrsti.
- Þegar allir hafa kastað teningunum einu sinni skal fjarlægja einn teninginn.
- Fyrsti leikmaður kastar nú öllum teningunum fjórum upp í einu, velur einn þeirra og skrifar töluna í lausan reit í efstu línunni.
- Þegar allir hafa kastað teningunum fjórum er enn einn teningurinn fjarlægður.
- Eftir fimm köst hafa allir fyllt upp í fyrstu röðina sína.
- Leikmenn reikna nú út svarið úr efstu röðinni og skrifa það í svarreitinn til hægri.
- Spilið er þannig endurtekið fimm sinnum til að fylla út í allar raðirnar. Sá vinnur sem er með stærstu summuna.

34

I • Tölur og reikningur

- Leikmenn kasta til skiptis fimm teningum.
- Þeir benda á einn teninginn og skrifa töluna í einn af reitunum fimm í viðkomandi röð (ekki í síðasta reitinn þar sem svarið á að vera).

Þegar allir hafa kastað fimm teningum og skrifað eina tölu er einn teningurinn fjarlægður. Leikmenn kasta nú aftur til skiptis teningunum, sem eftir eru, og skrá það sem upp kemur á einum teningnum í einn af reitunum fjórum sem nú eru lausir.

Þegar allir hafa kastað teningunum fjórum er enn einn teningur fjarlægður þannig að þrír eru eftir. Eftir fimm umferðir hafa allir leikmenn skrifað tölur í fimm fyrstu reitina í efstu röðinni. Þá reikna þeir svarið. Fyrsta talan er lögð við aðra tölu. Þriðju töluna á að draga frá og svarið er margfaldað með fjórðu

tölunni. Að lokum skal deila í margfeldið með fimmtu tölunni. Gott er að hafa þá reglu að horfa skuli fram hjá afgangi ef deilingin gengur ekki upp; lokasvarið verði því heil tala.

Sá vinnur sem er með stærstu summuna í lokin.

► Bls. 35

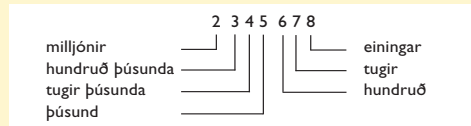
Upprifjun

Mælt er með að upprifjunin fari fram með bekkjardeildinni í heild. Kennari og nemendur ræða saman um hvaða námsþættir hafi verið teknir fyrir í þessum kafla, hvað þeir kunnu áður og hvað þeir hafi lært til viðbótar.

Auðveldari verkefni

Til að leysa verkefni 1.127 og 1.128 geta nemendur teiknað sér til hjálpar. Þar að auki henta þau afar vel sem samvinnuverkefni.

Tugakerfið



Þessi tala er lesin þannig: *tvær milljónir þrjú hundruð fjörutíu og fimm þúsund sex hundruð sjötíu og átta.*

Frumtölur

Frumtala er heil tala, stærri en 1. Hún er ekki svar í neinni margföldunartöflu nema 1-töflunni því engin tala gengur upp í henni nema talan einn og talan sjálf.

15 er ekki frumtala vegna þess að $3 \cdot 5 = 15$ | 17 er frumtala vegna þess að einu margföldunardæmin, þar sem svarið er 17, eru $17 \cdot 1$ eða $1 \cdot 17$.

Samlagning og frádráttur

Auðveldara er að leggja saman og draga frá með stórum tölum þegar dæmin eru sett upp.

11 1	10 10 10
25 719	62 500
+ 36 435	- 24 368
62 154	38 132

Margföldun og deiling

Þegar á að margfalda með tveggja stafa tölu er hægt að skipta tveggja stafa tölunni upp.

Reiknaðu dæmið $15 \cdot 7$.

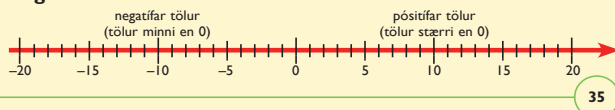
7			
	10	5	

$5 \cdot 7 = 35$
 $10 \cdot 7 = 70$
 $15 \cdot 7 = 105$

Þegar deilt er í stóra tölu þarf að hafa yfirsýn yfir hve miklu er búið að skipta og hve mikið er eftir.

135 : 3	
- 120	40
15	
- 15	5
0	45

Negatífar tölur



Erfiðari verkefni

Hvers virði er nafnið þitt?

Hver bókstafur í stafrófinu fær ákveðið gildi samkvæmt eftirfarandi mynstri:

$A = a; \text{Á} = 2a; B = 3a; C = 4a; D = 5a; \text{Ð} = 6a; E = 7a; \text{É} = 8a; F = 9a; G = 10a \dots \text{Ö} = 36a$. Velja má ýmis gildi fyrir bókstafinn a, til dæmis 5. Þá er gildi nafnsins ELSA þetta:

$7a + 16a + 24a + a = 48a$.

Ef a er jafnt og 5 er útreikningurinn þessi: $48 \cdot 5 = 240$.

Þyngdina má aðlagð nemendum með því að velja lægra gildi á a. Þeir reikna síðan gildi nafna sinna.

Raunverkefni

Hver er síðastur að fá 1? (spil)

Búnaður: Blýantur og blað.

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Það gengur út á að forðast að fá töluna 1.

Hver leikmaður skrifar slétta tölu.

Þær eru lagðar saman og summa þeirra er byrjunartalan. Leikmenn deila í töluna til skiptis með tölu sem gengur upp í henni. Ekki má deila með 1. Þannig er haldið áfram þar til einn leikmaðurinn fær svarið 1 og hefur þá tapað spilu.

Dæmi: Leikmaður 1 velur 26 og leikmaður 2 velur 22. Byrjunartalan verður þá 48.

Leikmaður 1 deilir með 2 og fær 24.

Leikmaður 2 deilir með 3 og fær 8.

Leikmaður 1 deilir með 4 og fær 2.

Leikmaður 2 getur aðeins deilt með 2 og fengið 1. Þar með hefur hann tapað spilu.

Það borgar sig að deila með tölu sem veldur því að svarið verður frumtala. Þá verður næsti leikmaður að deila með frumtölu og tapar þar með spilu því svarið verður 1.

Hugmyndir og athugasemdir

Kennari forðast að benda nemendum á þetta heldur leyfir þeim sjálfum að finna kænskubrögðin!

Þættir og margfeldi (spil)

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 5.179 (*Hundraðtafla*) í verkefnahefti Stiku 1b).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Annar leikmaðurinn velur sér slétta tölu á spilaborðinu og krossar yfir hana með sínum lit eða leggur spilapening sinn á hana. Hinn leikmaðurinn á að velja tölu sem er annaðhvort þáttur í fyrrnefndu tölunni eða margfeldi af henni.

Dæmi:

Leikmaður 1 velur töluna 18. Þá getur leikmaður 2 valið einhverja af eftirfarandi tölum:

Þættir í 18: 1, 2, 3, 6, 9. (Hann getur ekki valið 18 því leikmaður er búinn að velja hana.)

Margfeldi af 18: 36 (þ.e.a.s. $18 \cdot 2$), 54, 72, 90.

Sá tapar sem er á undan að lenda í þeirri stöðu að geta ekki krossað yfir neina tölu á spilaborðinu.

Annað dæmi: Leikmaður velur 49 (sem er þáttur í 98). Ef búið er að krossa yfir 1, 7 og 98 getur hinn leikmaðurinn ekki valið fleiri tölur sem eru annaðhvort þáttur eða margfeldi af 49. Hann tapar því spilu.

Afbrigði:

Einfaldara afbrigði af spilu er að nota spilaborð sem nær aðeins upp í 50 í stað þess að ná upp í 100.

Viðfangsefni

- Röðun póstífra og negatífra heilla talna
- Gildi tölustafanna og að skipta tölum upp eftir sætum
- Námundun
- Reikningsaðgerðirnar fjórar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 36 Próf

Nr. 1

Nemendur raða tölunum frá þeirri minnstu til þeirrar stærstu.

Nr. 2

Nemendur skrifa gildi undirstrikuðu tölustafanna.

Nr. 3

Nemendur skrá gildi hvers tölustafs með því að skipta tölunum upp eftir sætum.

Nr. 4

Nemendur námunda tölurnar að næsta hundraði.

Nr. 5

Nemendur námunda tölurnar að næsta þúsundi.

Nr. 6

Nemendur setja dæmin upp með því að setja aðra töluna í hverju dæmi undir hina og reikna þau síðan.

Nr. 7

Nemendur reikna dæmin, annaðhvort með því að setja þau upp eða reikna þau í huganum.

Nr. 8

Nemendur reikna dæmin, annaðhvort með því að setja þau upp eða reikna þau í huganum.

Próf

1 Skrifaðu tölurnar í röð eftir stærð.

a 2041, 2140, 2114, 2401, 2410, 2141

b 16 590, 16 905, 15 960, 15 959, 16 509

c -12, -21, -6, 12, 9, -9

2 Hvert er gildi undirstrikuðu tölustafanna?

a 125 c 5209 e 8321 g 12 450 i 49 782

b 870 d 1099 f 28 059 h 149 500 j 426 515

3 Leystu tölurnar upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs.

a 658 c 2715 e 16 399 g 82 060

b 320 d 5104 f 48 000 h 105 450

4 Námundaðu að næsta hundraði.

a 478 b 545 c 8750 d 12 540

5 Námundaðu að næsta þúsundi.

a 5340 b 2614 c 43 495 d 65 500

6 Settu dæmin upp og reiknaðu síðan.

a $2435 + 352$ c $4529 - 2215$ e $527\,300 - 144\,562$

b $6300 - 1450$ d $67\,458 + 25\,664$ f $408\,469 + 55\,337$

7 Reiknaðu dæmin.

a $100 - 46$ c $1000 - 830$ e $8400 - 2650$

b $300 - 183$ d $1000 - 315$ f $6500 - 4429$

8 Reiknaðu dæmin.

a $52\,000 + 18\,000$ c $100\,000 - 25\,000$ e $93\,000 + 120\,000$

b $67\,000 + 75\,000$ d $84\,000 - 19\,000$ f $135\,000 - 47\,800$

36

I • Tölur og reikningur

► Bls. 37 Próf, framhald

Nr. 9

Nemendur námunda upphæðirnar og leggja síðan sama. Eðlilegast er að námunda að næsta tug (a-liður) og næsta hundraði (b-liður) en auðvitað er í lagi þótt einhverjir námundi að hærri tölum.

Nr. 10

Nemendur finna þætti allra talnanna og segja til um hvaða tölur eru frumtölur.

Nr. 11

Nemendur margfalda saman tölurnar. Þeir nota aðferðir sem þeir kjósa sjálfir.

Nr. 12

Nemendur leysa deilingardæmin og nota aðferðir sem þeir kjósa sjálfir.

Nr. 13

Nemendur búa til yfirlit yfir alla möguleikana og segja síðan til um fjölda þeirra.

Nr. 14–15

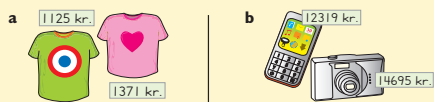
Nemendur leysa orðadæmin.

Auðveldari verkefni

Þessi dæmi verða auðveldari ef nemendur mega tjá sig á annan hátt en með tölustöfum. Séu þeir vanir að nota talnalínu eða áþreifanleg hjálpargögn (kubba eða eitthvað svipað) er það hið besta mál. Hins vegar eru peningar oft bestu hjálpargögnin þar sem þá er auðvelt að sýna hvernig tölum má skipta í einingar (krónu-peninga), tugi (tíkalla), hundruð (hundraðkalla) o.s.frv.

Eigi nemendur í erfiðleikum með prófið er best að þeir snúi sér að æfingasíðu 1 og 2 á bls. 38 og

9 Hvað kosta vörurnar um það bil samtals?



10 Finndu þætti í tölunum. Hverjar þeirra eru frumtölur?

a 11 c 33 e 39

b 20 d 47 f 42

11 Reiknaðu dæmin.

a $13 \cdot 6$ c $23 \cdot 5$ e $32 \cdot 6$ g $15 \cdot 14$

b $14 \cdot 4$ d $25 \cdot 7$ f $34 \cdot 7$ h $18 \cdot 13$

12 Reiknaðu dæmin.

a $42 : 6$ c $64 : 8$ e $150 : 10$ g $120 : 20$

b $45 : 5$ d $72 : 9$ f $250 : 10$ h $150 : 30$

13 Verksmiðja, sem framleiðir konfekt, notar í það þrjár tegundir af súkkulaði og fjórar tegundir af fyllingu.



a Búðu til yfirlit sem sýnir konfekttegundirnar sem verksmiðjan getur framleitt.

b Hve margar mismunandi konfekttegundir getur verksmiðjan framleitt?

14 Fimm vinir kaupa hver sinn konfekt mola á 35 kr. Hve mikið borga þeir samtals?

15 Egill, Björn og Kári skipta jafnt á milli sín 535 kr. Hve mikið fær hver þeirra?

37

39. Síðan vinna þeir blaðsíðurnar í æfingaheftinu sem vísað er til á æfingasíðunum eða leysa einhver raunverkefnanna á bls. 39.

Hafi nemendur hins vegar átt við basli með ákveðin dæmi á prófinu, t.d. að finna þætti, að margfalda eða deila í tveggja eða þriggja stafa tölur, er best að kennari fletti upp á þeim blaðsíðum í kennarabókinni sem fjalla um þessa námsþætti. Þar má finna tillögur að verkefnum utan nemendabókar eða tilvísanir í verkefnablöð þar sem nemendur geta fengið meiri þjálfun í þessum námsþáttum. Þá geta þeir unnið umrædd verkefni í stað þess að vinna æfingasíðu 1 og 2 sem eingöngu hafa að geyma upprifjun um sætiskerfið, samlagningu og frádrátt. Einnig má finna meiri færniæfingar í tengslum við margs konar efni í æfingaheftinu.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

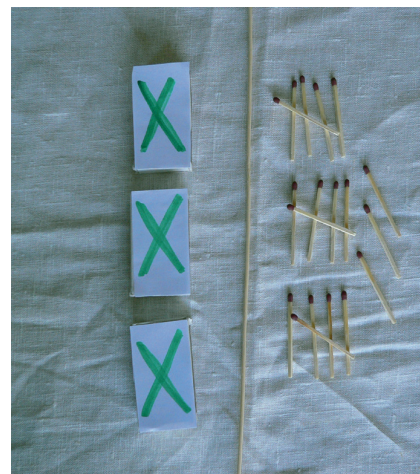
Nemendur, sem ráða vel við prófið, snúa sér strax að æfingasíðu 2 eða 3 á bls. 39 og 40 og eftir það að þeim blaðsíðum í æfingaheftinu sem vísað er til á æfingasíðunum. Sé æfingaheftið ekki tiltækt geta nemendur unnið Geturðu þetta?-síðuna eða einhver raunverkefnanna sem gerð er tillaga um á bls. 41.

Hvað er x?

Kennari setur eldspýtnastokka og eldspýtur á myndvarpann á eftirfarandi hátt:

Strikið milli eldspýtnastokkanna og eldspýtnanna táknar jöfnúmerkið (=); það merkir að alltaf eiga að vera jafn margar eldspýtur hvorum megin við strikið. Nemendur eiga að finna út hve margar eldspýtur leynast í hverjum stokki. Þeir fá að vita að

eldspýturnar í hverjum x-stokki eru alltaf jafn margar. Verkefnið felst einmitt í að finna þennan fjölda.



Kennari býr til fleiri slík verkefni.

Einnig má byrja með auðveldari dæmi með því að setja einn x-stokk öðrum megin við strikið og fimm eldspýtur hinum megin. Hve margar eldspýtur eru í x-stokknum? (Auðvitað fimm ef jafn margar eiga að vera báðum megin.) Síðan má setja tvo stokka og til dæmis 12 eldspýtur. Spyrið síðan nemendur hvernig þeir fundu svörin.

Ef notaðar eru stórar tölur má leggja hrúgu af eldspýtum öðrum megin og segja að þær séu t.d. 56 talsins. Síðan setur kennari sjö x-stokka hinum megin. Hve margar eldspýtur eru í hverjum x-stokki? Það er mjög seinlegt að telja eldspýturnar, eina og eina í senn. Þess vegna er best að notfæra sér staðreyndabekkinguna, nefnilega þá að 7 sinnum 8 er jafnt og 56.

- En ef 2 stokkar og 2 stakar eldspýtur eru öðrum megin og 14 eldspýtur hinum megin. Hve margar eldspýtur eru þá í hvorum stokki? (6, vegna þess að við getum fjarlægt tvær eldspýtur báðum megin við jöfnúmerkið og þá eru tveir x-stokkar eftir öðrum megin og 12 eldspýtur hinum megin.)
- Öðrum megin eru 4 x-stokkar og 1 eldspýta. Hinum megin er 1 x-stokkur og 13 eldspýtur. Hve margar eldspýtur eru þá í hverjum x-stokki? (4; fjarlægja má eina eldspýtu hvorum megin við jöfnúmerkið. Einnig má fjarlægja einn x-stokk beggja vegna. Þá eru eftir 12 eldspýtur öðrum megin og 3 x-stokkar hinum megin.)

Viðfangsefni

- Gildi tölustafanna og að skipta tölum upp eftir sætum
- Samlagning og frádráttur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 38

Nr. 1.129

Nemendur teikna upphæðirnar sem vörurnar kosta. Þeir skrifa verðið með því að skipta tölunum upp eftir sætum og skrá gildi hvers tölustafs. Þeir geta notað myntir eða seðla að vild.

Nr. 1.130

Nemendur leggja saman tölurnar og skrá þær sem eina tölu. Kennari beinir athygli þeirra að þeim dæmum þar sem í einu sætinu er engin tala (t.d. í e-lið er ekkert hundrað og í f-lið enginn tugur).

Nr. 1.131

Nemendur skipta tölunum upp með því að skrá gildi hvers tölustafs, þannig: einingar + tugir + hundruð + þúsund o.s.frv. Í Stiku er venjan að skrifa stærstu töluna fyrst en það er alveg jafn rétt að byrja á einingunum.

Nr. 1.132

Nemendur lesa af talnalínunni og finna á hvaða tölur örvarnar benda.

Nr. 1.133–1.134

Nemendur reikna dæmin, annaðhvort í huganum eða með blaðreikningi.

Nr. 1.135

Nemendur reikna dæmin og nota ef til vill talnalínu sér til hjálpar.

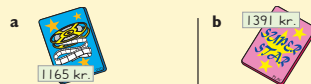
► Bls. 39

Nr. 1.136–1.139

Nemendur setja dæmin upp og reikna þau síðan. Mikilvægt er að

Æfingasiða 1

1.129 Teiknaðu peningana og skiptu tölunum upp eftir sætum.



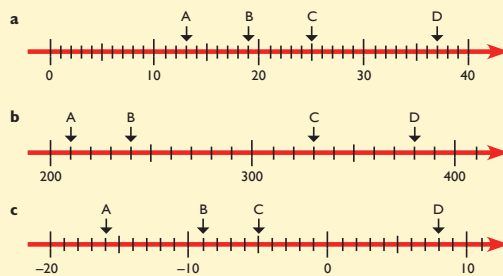
1.130 Skrifaðu sem eina tölu.

- a $300 + 70 + 6$ c $1000 + 500 + 20 + 3$ e $5000 + 40 + 7$
b $800 + 30$ d $3000 + 900 + 80 + 2$ f $7000 + 400 + 9$

1.131 Skiptu tölunum upp eftir sætum.

- a 248 c 2638 e 6400 g 23 585
b 509 d 6235 f 3060 h 70 451

1.132 Á hvaða tölur á talnalínunni benda A, B, C og D?



Reiknaðu dæmin.

- 1.133 a $42 + 20$ c $138 + 60$ e $57 - 30$ g $185 - 50$
b $63 + 50$ d $179 + 40$ f $115 - 20$ h $234 - 60$

- 1.134 a $158 + 400$ c $750 + 500$ e $2246 + 300$ g $3719 + 6000$
b $237 + 700$ d $1302 + 600$ f $3871 + 800$ h $7224 + 4000$

- 1.135 a $5 - 8$ c $-6 + 10$ e $-20 + 8$ g $-7 - 7$
b $14 - 30$ d $-15 + 34$ f $-30 + 21$ h $-16 - 15$

38

I • Tölur og reikningur

ÆFINGAHEFTI 2a BLS. 4–9

- skrifa tölurnar í rétt sæti, einingar undir einingunum, tugir undir tugum o.s.frv.
- að skipta tug í einingar og einingum í tug þegar þörf krefur.

Nr. 1.140

Nemendur búa til minnstu og stærstu töluna sem hægt er með tölustöfum fjórum. Því næst reikna þeir út summu og mismun þessara tveggja talna.

Nr. 1.141–1.142

Nemendur velja rétt merki milli stæðnanna án þess að þeir þurfi að reikna út úr þeim. Til dæmis er $235 + 30$ jafnt og $245 + 20$. Þetta má sjá í fljótu bragði með því að taka 10 frá 30 og flytja yfir í 235 og fá þannig $245 + 20$. Þannig sést að stæðurnar eru jafn stórar.

Auðveldari verkefni

Þessi verkefni verða auðveldari ef nemendur geta tjáð sig með einhverju öðru en tölustöfum. Séu þeir vanir að nota talnalínu, kubba eða eitthvað svipað er það hið besta mál. Annars eru peningar yfirleitt besta hjálpargagnið þar sem auðvelt er að sýna með þeim hvernig skipta má tölum í einingar (krónupeninga), tugir, hundruð o.s.frv. Eftirfarandi er eins konar ítrekun á þeim tveimur atriðum sem talin eru upp í umfjölluninni um verkefni 1.136–1.139 hér að framan:

- Við leggjum saman krónupeningana sérstaklega, tókallana sömu leiðis o.s.frv.
- Við skiptum annaðhvort með því að safna tíu krónupeningum og skipta þeim í einn tókall eða með því að skipta einum tókalli í tíu krónupeninga.

Reiknaðu dæmin.

I.136 a $\begin{array}{r} 42 \\ + 16 \\ \hline \end{array}$ b $\begin{array}{r} 57 \\ + 27 \\ \hline \end{array}$ c $\begin{array}{r} 38 \\ + 45 \\ \hline \end{array}$ d $\begin{array}{r} 2400 \\ + 752 \\ \hline \end{array}$

I.137 a $\begin{array}{r} 86 \\ + 39 \\ \hline \end{array}$ b $\begin{array}{r} 315 \\ + 248 \\ \hline \end{array}$ c $\begin{array}{r} 464 \\ + 357 \\ \hline \end{array}$ d $\begin{array}{r} 5785 \\ + 3349 \\ \hline \end{array}$

I.138 a $\begin{array}{r} 75 \\ - 31 \\ \hline \end{array}$ b $\begin{array}{r} 60 \\ - 14 \\ \hline \end{array}$ c $\begin{array}{r} 81 \\ - 53 \\ \hline \end{array}$ d $\begin{array}{r} 2833 \\ - 1550 \\ \hline \end{array}$

I.139 a $\begin{array}{r} 352 \\ - 125 \\ \hline \end{array}$ b $\begin{array}{r} 663 \\ - 87 \\ \hline \end{array}$ c $\begin{array}{r} 516 \\ - 249 \\ \hline \end{array}$ d $\begin{array}{r} 8000 \\ - 2374 \\ \hline \end{array}$

- I.140** a Hver er minnsta talan sem þú getur skrifað með þessum fjórum tölustöfum?
 b Hver er stærsta talan sem þú getur skrifað með þessum fjórum tölustöfum?
 c Hver er summa talnanna tveggja sem þú bjóst til?
 d Hverju munar á þessum tveimur tölum?

2 6
4 8

Veldu rétt merki: >, < eða =

- I.141** a $235 + 30$ $245 + 20$ d $-8 + 5$ $5 - 8$
 b $584 + 165$ $604 + 144$ e $-38 + 65$ $65 - 38$
 c $462 + 88$ $372 + 188$ f $-149 + 257$ $-257 + 149$

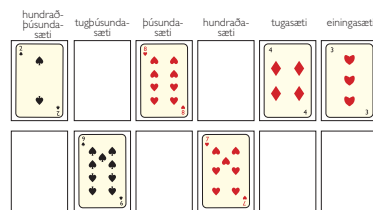
- I.142** a $549 - 76 + 82$ $549 - 82 + 76$
 b $736 + 249 - 558$ $736 - 558 + 249$
 c $12\,569 + 3000$ $15\,692 - 100$
 d $302\,668 + 100$ $302\,686 + 80$
 e $215\,000 + 7000$ $222\,222$
 f $135\,587 + 40\,000$ $171\,578 + 5000$

Erfiðari verkefni

Hver fær stærstu summu tveggja sex stafa talna? (spil)

Búnaður: Spilastokkur með spilunum 1 (ás)–9.

Leikmenn draga til skiptis 10 eða 12 sinnum eitt spil í einu úr spilabunkanum, búa til tvær sex stafa (eða fimm stafa) tölur og leggja þær saman. Í hvert sinn sem þeir draga spil leggja þeir það annaðhvort í hundruðþúsundasætið, tugþúsundasætið, þúsundasætið, hundraðasætið, tugasætið eða einingasætið. Leikmenn keppa að því að búa til eins háa upphæð og þeir geta. Þeir spila nokkrar umferðir og leggja saman í lokin.



Raunverkefni

Þættir á fullri ferð (spil)

Búnaður: Verkefnablað 5.178 (Þættir á fullri ferð) í verkefnahefti Stiku 1b, spilapeningar.

Samlagning með indíánasteinum

Búnaður: Fimm litlir, flatir, sléttir steinar: Teikna skal tákn á hvern stein: sól, stjörnu, tungl, snjókristall og nokkra regndropa.

Hugmyndir og athugasemdir



Þetta er afbrigði af spili frá indíán-um. Á hverjum steini er tákn á annarri hliðinni en hin hliðin er auð.

Spilið fer þannig fram að leikmenn hrista steinana í dós og kasta þeim á borðið. Síðan telja þeir stigin samkvæmt eftirfarandi reglum:

Snjókristall	250 000 stig
Sól	150 150 stig
Stjarna	15 100 stig
Tungl	7 550 stig
Regndropar	25 stig
Auð hlið	0 stig

Leikmenn skrá stigin sín og sá vinnur sem á flest stig eftir þrjár umferðir.

Hægt er að breyta stígunum sem leikmenn fá fyrir hvert tákn. Nota má færri stig fyrir nemendur sem þess þurfa, t.d. með þriggja stafa tölum. Fyrir þá sem þurfa að fá tækifæri til að spreyta sig meira má nota tölur eins og 3 129 578, 236 109 o.s.frv.

Viðfangsefni

- Margföldun
- Deiling, einnig með afgangi

Búnaður

- Teningar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 40 Æfingasiða 3

Nr. 1.143

Nemendur finna fjölda reita. Þeir skipta rúðunetinu að vild. Einhverjir koma upp að töflu til að sýna hvernig þeir fóru að því að telja reitina. Þá er gott að fá fram hve árangursríkt er að skipta rúðunetinu í tíu reiti í senn, t.d. $(10 + 4) \cdot 6$, $(10 + 8) \cdot 4$, $(10 + 10 + 6) \cdot 7$ eða $(20 + 6) \cdot 7$ og $(10 + 7) \cdot (10 + 3)$

Nr. 1.144–1.145

Nemendur margfalda tölurnar saman og nota þá aðferð sem þeir kjósa. Þeir geta teiknað „tómt rúðunet“ sér til hjálpar til að hafa yfirsýn yfir margföldunardæmin.

Nr. 1.146

Nemendur leysa deilingardæmin.

Nr. 1.147

Nemendur leysa deilingardæmin. Hér má gefa þeim vísbendingu um að nota þá aðferð að hugsa um margföldun. Dæmi: $15 \cdot \underline{\quad} = 90$ (h-liður) eða hve oft gengur 15 upp í 90.

► Bls. 41 Geturðu þetta?

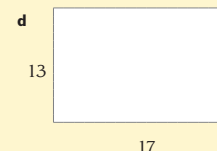
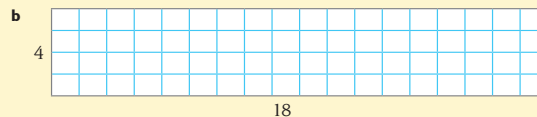
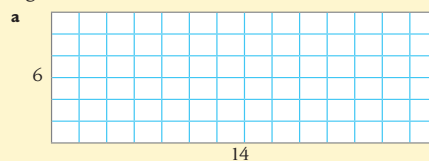
Nr. 1.149

Nemendur finna á hve marga vegu er hægt að komast frá A til hinna bókstafanna. Aðeins á að finna stystu leiðina en ekki fara fram og til baka eftir götu.

Til að komast frá A til C þarf að fara niður með fram einni húshlið.

Æfingasiða 3

1.143 Hvað eru reitirnir margir? Skiptu rétthyrningnum upp og reiknaðu.



Reiknaðu dæmin.

1.144 a $13 \cdot 5$ b $24 \cdot 8$ c $41 \cdot 7$ d $34 \cdot 9$

1.145 a $19 \cdot 14$ b $21 \cdot 13$ c $27 \cdot 12$ d $35 \cdot 18$

1.146 a $24 : 6$ c $35 : 5$ e $48 : 4$ g $90 : 3$

b $72 : 8$ d $56 : 7$ f $60 : 5$ h $78 : 6$

1.147 a $120 : 10$ c $260 : 10$ e $150 : 75$ g $440 : 20$

b $180 : 20$ d $200 : 25$ f $880 : 80$ h $90 : 15$

1.148 Skiptu peningunum jafnt:

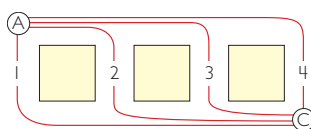
a 486 kr. milli þriggja barna. b 6250 kr. milli fimm barna.

40

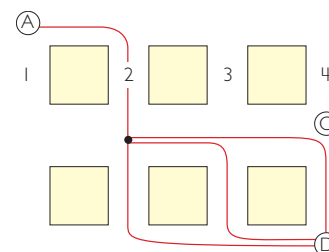
I • Tölur og reikningur

ÆFINGAHEFTI 2a BLS. 16–23

Það má gera á fjórum stöðum þannig að leiðirnar frá A til C eru fjórar:



Til að komast frá A til D þarf að fara niður með fram tveimur húshliðum. Fyrst þarf að fara niður annaðhvort götu 1, 2, 3 eða 4 í myndinni efst á blaðsíðunni. Ef farið er niður götu 4 er einungis einn möguleiki, þ.e. að halda áfram niður til D. Ef farið er niður götu 3 er annaðhvort hægt að halda áfram beint niður og því næst eina húshlið til hægri eða fara til hægri til C og þaðan niður til D. Frá götu 3 eru því tveir möguleikar. Ef farið er niður götu 2 eru möguleikarnir þrír.

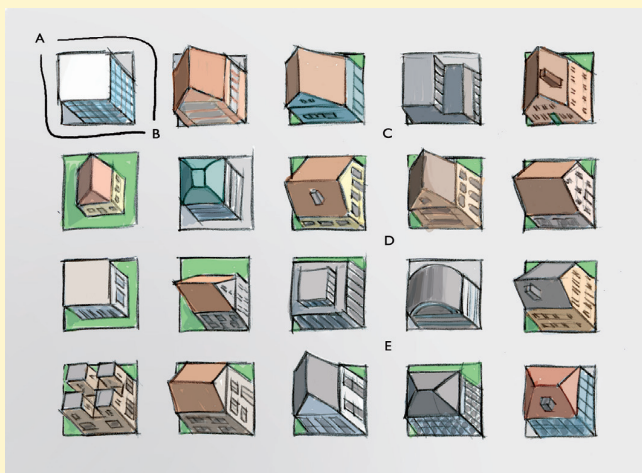


Ef farið er fyrst niður götu 1 verða möguleikarnir fjórir. Þess vegna eru hægt að fara á $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ mismunandi vegu frá A til D.

Til að fara frá A til E má byrja á að fara niður götu 1. Til að komast til E þaðan eru jafn margir möguleikar eins og frá A til D, þ.e. 10 möguleikar.

Einnig má fara niður götu 2 og nemendur þurfa nú að kanna hve margir möguleikarnir eru, þ.e. eins og að fara frá A til D. Möguleikarnir

- 1.149 Í þessum bæ liggja göturnar eins og í rúðuneti. Til að fara frá A til B er hægt að velja um tvær leiðir eins og sést á myndinni.



- Farðu stystu leið frá A til C.
Hvað geturðu gert það á marga vegu?
- Farðu stystu leið frá A til D.
Hvað geturðu gert það á marga vegu?
- Farðu stystu leið frá A til E.
Hvað geturðu gert það á marga vegu?

SPIL Kapphlaup með afgangum

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn. Þeir kasta þremur teningum til skiptis. Sá sem á leik margfaldar saman tvær lægstu tölurnar sem koma upp. Síðan deilir hann í margfeldið með tölunni á þriðja teningnum. Það sem er afgangur eru stigin sem leikmaðurinn fær í þeirri umferð. Sá vinnur sem er fyrstur að fá 20 stig.

41

eru $1 + 2 + 3 = 6$. Sé farið niður götu 3 eru þrjár leiðir til að komast til E. Aðeins er um 1 möguleika að ræða ef farið er niður götu 4. Samtals eru því 20 mögulegar leiðir frá A til E.

Kapphlaup með afgangum (spil)

Leikmenn kasta þremur teningum til skiptis. Úr minni tölunum tveimur, sem upp koma, búa þeir til tveggja stafa tölu sem á að deila í með stærstu tölunni. Þeir finna hver afgangurinn er úr deilingardæminu en hann verður að stigum sem leikmaðurinn fær í þeirri umferð. Ef leikmaður fær t.d. 2, 5 og 6 getur hann annaðhvort búið til töluna 25 eða 52. Þá má sjá að $25 : 6$ er 4 og afgangurinn er 1 en $52 : 6$ er 8 og afgangurinn 4. Þess vegna er hagkvæmast að búa til síðari töluna, þ.e. 52. Leikmaðurinn fær þá 4 stig

í þessari umferð. Ákveða þarf fyrir fram hversu margar umferðir skal spila, t.d. 10. Sá vinnur sem á flest stig eftir 10 umferðir. Áður en spilið hefst má einnig ákveða að sá vinni sem á fæst stig í lokin.

Auðveldari verkefni

Nemendur, sem kunna ekki margföldunartöflurnar, geta spilað teningaspil eða önnur spil sem fela í sér þjálfun í þeim, sjá verkefnablöð 5.32 (*Margföldunarbingó*), 5.47–5.53 (*Búa til ferninga 1–2*, *Punktablað*, *Fjórir í röð 1–2*, *Tóm slanga* og *Veidda tölur*), svo og 5.130 (*Trúðaspil*), öll í verkefnahefti Stiku 1a.

Einnig er mörgum margföldunarspilum lýst í kennarabókum Stiku 1a og 1b, sjá einkum kaflana 1 og 7.

Kennari sýnir nemendum hvernig skipta má rúðuneti til að leysa marg-

Hugmyndir og athugasemdir

földunardæmi. Það getur komið sér vel varðandi stærstu tölurnar í margföldunartöflunum og ekki síður þegar um tveggja stafa tölur er að ræða. Þess þarf samt sem áður að gæta að nemendur ákveði sjálfir hvernig þeir skipta rúðuneti.

Á verkefnablöðum 5.36–5.38 (*Margföldun í rúðuneti 1–3*) í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri verkefni um margföldun í rúðuneti.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Spilið Kapphlaup með afgangum verður erfiðara ef leikmenn mega ákveða úr hvaða tölum þeir búa til tveggja stafa tölu og síðan á að deila í hana með þriðju tölunni. Ef leikmaður fær upp tölurnar 2, 3 og 5 getur hann búið til þessi dæmi: $23 : 5$, $32 : 5$, $25 : 3$, $52 : 3$, $35 : 2$ og $53 : 2$.

Stærsti afgangurinn verður úr dæminu $23 : 5$, þ.e. 3. Búi leikmaður til þetta dæmi fær hann 3 stig úr þeirri umferð.

Ef ætlunin er að gera spilið virkilega erfitt má nota fjóra teninga. Leikmenn eiga að velja tvær talnanna til að búa til tveggja stafa tölu. Síðan á að margfalda hana með þriðju tölunni og deila síðan í margfeldið með þeirri fjórðu.

$$\square \square \cdot \square : \square =$$

Enn og aftur er það afgangurinn sem gefur stigin hverju sinni.

2 Líkur

Í þessum kafla læra nemendur um tilviljanir og óvissu. Þeir læra að meta hvort miklar eða litlar líkur eru á að tiltekinn atburður verði. Þeir læra einnig að skrá líkur með tölum milli 0 og 1.

Fjallað er um líkur í tvenns konar samhengi. Í öðru tilvikinu er átt við fræðilegar líkur þar sem nota má samhverfu og rúmfræðilega eiginleika til að segja til um líkur. Teningur hefur til dæmis ákveðna rúmfræðilega eiginleika vegna þess að allar hliðar hans eru jafn stórar og hann er „samhverfur allan hringinn“. Þess vegna má fullyrða að líkurnar á því að t.d. talan 2 komi upp, þegar teningi er kastað, eru einn sjötti. Í hinu tilvikinu er um að ræða líkur byggðar á tilraunum. Í þeim tilvikum er ekki hægt að styðjast við samhverfur. Þetta kemur í ljós þegar teiknibólu er kastað. Þá er ekki hægt að segja fyrir um líkurnar á að hún lendi með oddinn upp. Þess vegna þarf að kasta henni mörgum sinnum, til dæmis 100 sinnum, og nota niðurstöðurnar til að segja til um hvað líklegast sé að komi upp ef henni er kastað einu sinni enn.

Viðfangsefni

- Hugtakið líkur í daglegu lífi, þ.e. að meta við ýmsar aðstæður hvort líklegt sé/ miklar líkur á eða ólíklegt sé/ litlar líkur á að tiltekinn atburður eigi sér stað, t.d. hvort hann verði í meira eða minna en helmingi mögulegra útkomna.
- Orð og hugtök sem notuð eru í tengslum við líkur.

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 42

Samræðumynd

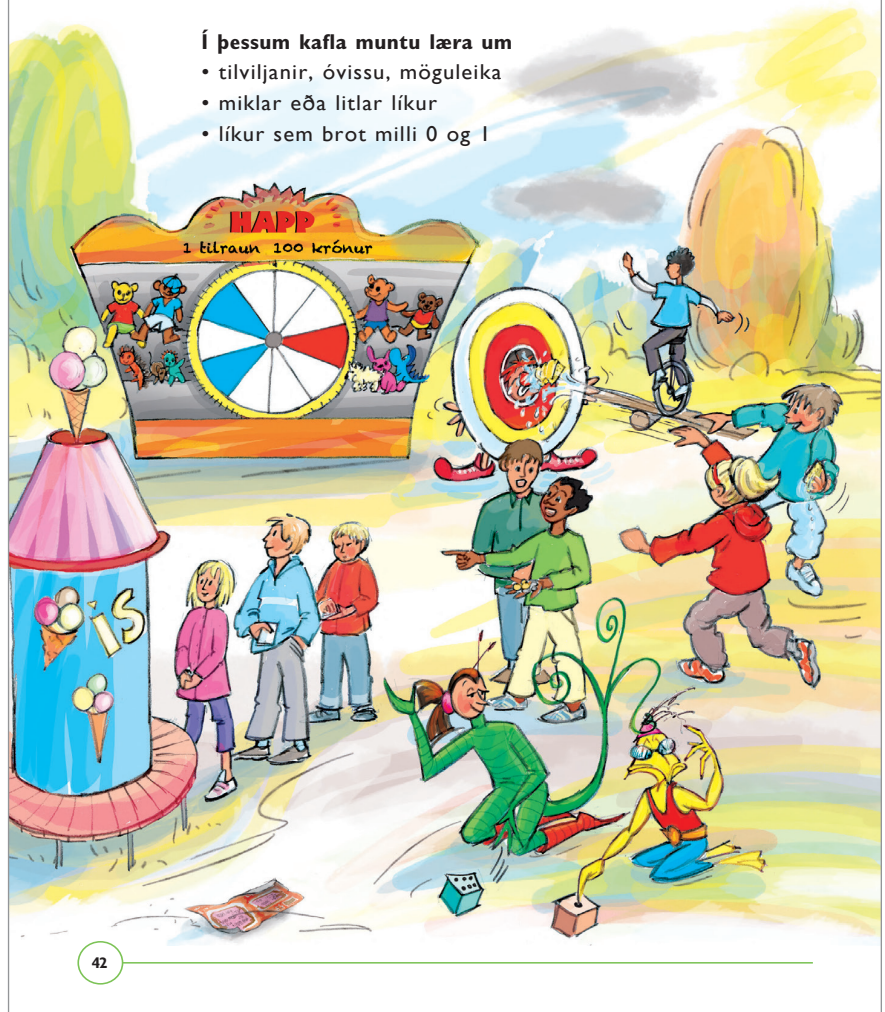
Hugtakið líkur er ólíkt öðrum stærðfræðilegum hugtökum að því leyti að það fjallar um óorðna atburði. Í reikningi almennt er fengist

2

Líkur

Í þessum kafla muntu læra um

- tilviljanir, óvissu, möguleika
- miklar eða litlar líkur
- líkur sem brot milli 0 og 1



42

við atburði þar sem hægt er að finna nákvæm svör. Þetta á ekki við um líkur en það veldur því að hugtakið er nokkuð framandi.

Í líkindareikningi á þessu stigi eru notuð einföld orð og hugtök eins og útkomur og atburður. Hugtakið útkomur táknar mögulegar niðurstöður. Ef krónupeningi er kastað upp eru mögulegar útkomur tvær, þ.e. þorskur eða bergrisi. Með hugtakinu atburður er átt við útkomu með ákveðin sérkenni sem verður að veruleika, eitthvað sem gerist.

Nemendur þekkja örugglega aðstæður þar sem meta þarf óvissu í hversdagslífinu. Oft þurfa menn að taka ákvarðanir þar sem ákveðin óvissa ríkir, til dæmis:

- Skyldi mér takast að hjóla yfir þennan planka?
- Skyldi ég geta staðið á skíðunum niður bröttu brekkuna án þess að detta?

Kennari útskýrir fyrir nemendum að líkur tengjast einhverju sem ekki hefur orðið, þ.e. skírskota til framtíðarinnar. Stundum hafa menn áhuga á að vita hversu miklar líkur eru á að eitthvað gerist:

- *Skoðið dökku skýin á myndinni. Ef til vill langar krakkana á myndinni að synda í sjónum en ekki ef það rignir. Haldið þið að það muni rigna? Eruð þið sem réttið upp hönd alveg viss?*

Í innlögn getur kennari flokkað líkurnar í nokkur ónákvæm hugtök: engar líkur, fremur ólíklegt, fremur líklegt og alveg öruggt. Einnig má nota jöfnum höndum kvarðann engar líkur, litlar líkur, nokkrar líkur og alveg öruggt. Einhverjir munu nota orðalagið „50–50“, „50%“ eða „jafnar líkur“. Önnur orð, sem notuð eru í hversdagslífinu eru: trúlegt, öruggt, ef til vill, miklir mögu-

- 2.1 Hverjar af þessum athöfnum er alveg öruggt að þú
- framkvæmir seinna í dag?
 - framkvæmir ekki seinna í dag?



A



B



C



D

- 2.2 Hversu miklar líkur eru á að þú sjáir það sem er á myndunum í dag? Raðaðu myndunum frá þeirri sem minnstar líkur er á að þú sjáir til þeirrar sem mestar líkur eru á að þú sjáir.



A



B



C



D

- 2.3 Hversu miklar líkur eru á að veðrið á morgun verði eins og myndirnar sýna? Raðaðu veðurmyndunum frá þeirri með minnstu líkurnar til þeirrar með mestu líkurnar.



A



B



C



D

- 2.4 Skrifaðu tvær athafnir
- sem engar líkur eru á að þú framkvæmir á morgun
 - sem er fremur ólíklegt að þú framkvæmir á morgun
 - sem er fremur líklegt að þú framkvæmir á morgun
 - sem er alveg öruggt að þú framkvæmir á morgun

43

leikar, litlir möguleikar, örugglega ekki, varla, miklar líkur, litlar líkur.

- Haldið þið að mennirnir tveir, sem eru ekki beinlínis í biðröðinni, ætli að kaupa ís?
- Haldið þið að þriðja persónan í biðröðinni ætli að kaupa ís? (Það er næstum öruggt.)
- Erúð þið alveg viss? (Nei, verið getur að hún ætli að spyrja til vegar.)
- Haldið þið að hjóltreiddamaðurinn komist yfir plankann án þess að detta niður? (Hversu örugg eruð þið um þetta?)
- Þeir rétti upp hönd sem halda að barnið, sem kastar blautu svampinum, hitti trúðinn.
- Á hvaða svæði eða lit á lukkuhjólinu munduð þið veðja, þ.e. rauðan lit, bláan eða hvítan? Hvers vegna?
- Á hvaða lit haldið þið að mestar líkur séu á að hjólið stoppi? (Hvítum, af því að hvítu svæðin eru flest.)

- Hvaða litur haldið þið að gefi bestu verðlaunin? (Rauður, vegna þess að erfiðast er að fá rautt.)

► Bls. 43

Verkefnin á blaðsíðunni henta vel til samræðna um líkur. Kennari reynir að fá nemendur til að nota ýmis hugtök til að segja til um líkur, t.d. engar líkur, fremur ólíklegt, fremur líklegt og alveg öruggt. Reynið einnig að vekja athygli þeirra á mismuninum milli „alveg öruggt“ og „fremur líklegt“ annars vegar og milli „engar líkur“ og fremur ólíklegt“ hins vegar.

Nr. 2.1

Nemendur velja einhverja af athöfnum fjórum sem þeir eru alveg öruggir um að framkvæma seinna um daginn og hverjar þeirra engar líkur eru á að þeir framkvæmi. Biðjið þá um að rökstyðja svörin.

Nr. 2.2

Nemendur raða myndunum eftir því hversu líklegt er að þeir sjái það sem myndirnar sýna seinna um daginn. Biðjið þá að rökstyðja svörin.

Nr. 2.3

Nemendur raða veðurmyndunum eftir því hversu líklegt það er að veðrið verði á morgun eins og myndirnar sýna. Biðjið þá að rökstyðja svörin.

Nr. 2.4

Nemendur skrá tvo atburði sem passa við hvert verkefni.

Auðveldari verkefni

Kennari tengir þessa vinnu við hið daglega líf nemenda og hversdagslega málnotkun. Gott er að vinna verkefnið á bls. 43 munnlega. Líkur eru nýr námsþáttur sem nemendur þurfa að ræða í sameiningu.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Svampa- eða baunapokakast

Búnaður: Svampur, helst þurr.

Þetta verkefni hentar vel sem samvinnuverkefni:

Kennari teiknar hring á töfluna eða trúðshöfuð sem mark. Síðan færir hann sig um það bil 2 metra frá töflunni og spyr hverjir haldi að hann hitti markið með svampinum. Hann spyr hversu öruggir nemendur eru um að hann hitti eða missi marks. Kennari kastar nú svampinum einu sinni. Ef hann er þurr má fá einum nemanda það hlutverk að segja til um hvort kennari hittir eða missir marks.

Kennari tekur svampinn aftur og kemur sér fyrir á sama stað. Hann spyr nemendur aftur hverjir haldi að hann hitti í markið og hversu vissir þeir eru í sinni sök. Þetta er endurtekið um það bil 5 sinnum. Í hvert sinn munu nemendur verða vissari í afstöðu sinni um hvort hann hittir og hverjar líkurnar eru á því.

Þetta verkefni má vinna í leikfimis-tímanum en nota í staðinn baunapoka sem kastað er á húlahringi.

Viðfangsefni

- Hugtakið líkur, að meta möguleikana á að tiltekinn atburður eigi sér stað miðað við ákveðnar aðstæður, hvort á honum séu miklar eða litlar líkur/hvort fremur líklegt eða fremur ólíklegt sé að atburðurinn verði
- Að nota úrtak úr stóru safni til að segja til um samsetningu þess, t.d. segja til um liti kúlna í poka með því að skoða aðeins nokkrar þeirra
- Að segja til um líkur út frá fyrri reynslu/tilraunum

Búnaður

- Kubbar með tveimur mismunandi hliðum eða annað af svipuðum toga

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 44

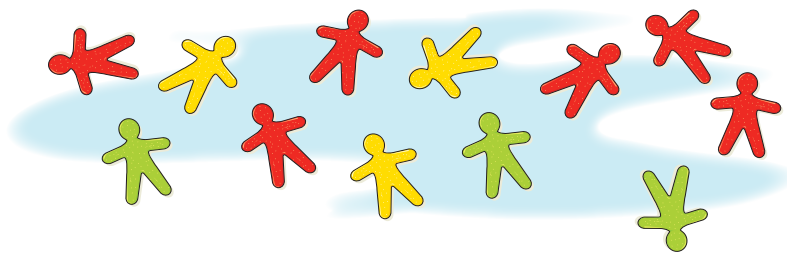
Nr. 2.5

Nemendur finna hve stór hluti hlaupkallanna er rauður. Þar næst segja þeir til um hvaða lit á hlaupkalli er líklegast og ólíklegast að maður dragi. Í þessu dæmi er líklegast að maður dragi þann lit á hlaupkalli sem mest er af. Í c-lið er rauður og gulur hlaupkall fjarlægður þannig að eftir eru fimm rauðir, þrír grænir og tveir gulir. Því eru ólíklegast að þriðji nemandinn dragi gulan hlaupkall.

Nr. 2.6

Nemendur svara spurningunum út frá töflunni. Flestir bílanna, sem keyrðu fram hjá skólanum, voru Toyota-bílar; þess vegna eru mestar líkur á að næsti bill verði einnig Toyota. Gera þarf ráð fyrir að dreifing bíltegundanna verði áfram eins og í töflunni. Fæstir bílanna voru af Audi-gerð þannig að minnstar líkur eru á að næsti bill verði Audi, þ.e.a.s. miðað við tegundirnar sem merktar eru í töflunni.

Tilraunir og mögulegar útkomur



- 2.5 a Hve stór hluti af hlaupköllunum er rauður?
 b Þú tekur upp einn hlaupkall án þess að horfa. Hvaða litur er líklegast að verði á hlaupkallinum?
 c Þrjú börn fá sér hlaupkall án þess að horfa. Fyrsta barnið fær rauðan hlaupkall og annað barnið gulan. Hvaða litur er ólíklegast að verði á hlaupkallinum sem síðasta barnið tekur?

- 2.6 Taflan sýnir hvaða bílar keyrðu fram hjá skólanum á einum klukkutíma. Notaðu töfluna til að svara spurningunum.

Bílategund	Fjöldi
Opel	2
Peugeot	3
Toyota	5
Volvo	3
Audi	1
Ford	2
Volkswagen	4

- a Hve margir bílar óku fram hjá skólanum á þessum klukkutíma?
 b Af hvaða bílategund eru mestar líkur á að næsti bill verði ef gengið er út frá töflunni?
 c Af hvaða bílategund eru minnstar líkur á að næsti bill verði ef gengið er út frá töflunni?

- 2.7 Sölvi kastar teiknibólu 40 sinnum. Hún lendir með oddinn upp 25 sinnum og með oddinn niður 15 sinnum. Hann kastar nú teiknibólunni einu sinni enn.

- a Hvernig er líklegast að teiknibólan lendi?
 b Sölvi kastar teiknibólunni 10 sinnum. Hve oft heldurðu að hún muni lenda með oddinn upp?



44

2 • Líkur

- Hvers vegna eru mestar líkur á að næsti bill, sem ekur fram hjá, verði Toyota? (Vegna þess að á þessari götu virðast flestir bílarnir vera af Toyota-gerð.)
- Hverjar eru líkurnar á að næsti bill verði annaðhvort Toyota eða Volkswagen? (Um það bil 50–50.)

Nr. 2.7

Nemendur nota upplýsingarnar til að segja til um hverjar líkurnar eru um það bil. Með hliðsjón af upplýsingunum er líklegast að teiknibólan lendi með oddinn upp.

Athugið! Ekki er gert ráð fyrir að nemendur reikni líkurnar af nákvæmni. Þeir eiga einungis að segja hvað þeir halda að komi upp.

Leyfið nemendum að gera þessa tilraun, sjá kaflann Raunverkefni hér á eftir.

► Bls. 45

Kasta pinnum (spil)

Búnaður: íspinnar, skreyttir öðrum megin eða kubbar/myntir með mismunandi hliðar, spilapeningur handa hvorum leikmanni.

Spilið er fyrir tvo leikmenn sem nota sama spilaborðið. Þeir setja spilapening á annan byrjunarreitinn, kasta þremur pinnum til skiptis og flytja spilapeninginn í þá átt sem örin bendir, frá einum steini til annars. Sá vinnur sem er fyrri til að flytja spilapeninginn sinn einn hring.

Flytja skal spilapeningana samkvæmt eftirfarandi reglum:

- Þrjár auðar hliðar upp: flytja um 10 steina
- Þrjár skreyttar hliðar upp: flytja um 5 steina
- Ein auð hlið og tvær skreyttar hliðar upp: flytja um 3 steina
- Tvær auðar hliðar og ein skreytt hlið upp: flytja um 1 stein

SPIL Kasta pinnum

Þetta spil kemur frá apache-indjámum. Nota þarf þrjá pinna (ispinna) sem eru skreyttir öðrum megin en eru auðir hinum megin. Í staðinn fyrir pinna má nota þrjár myntir.



LEIKREGLUR:

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir setja spilapening á BYRJA. Síðan kasta þeir pinnunum þremur til skiptis og flytja spilapeninginn eins og örvarnar segja til um. Sá vinnur sem er fyrstur að komast heilan hring. Flytja skal spilapeningana eftir hvert kast eftir þessum reglum:

- Þrjár auðar hliðar upp – flytja um 10 steina
- Þrjár skreyttar hliðar upp – flytja um 5 steina
- Ein auð hlið og tvær skreyttar hliðar upp – flytja um 3 steina
- Tvær auðar hliðar og ein skreytt hlið upp – flytja um 1 stein

2.8 Í spilinum hér fyrir ofan eru fjórir möguleikar: 0, 1, 2 eða 3 auðar hliðar upp.

- Spilaðu einn hring og skráðu í töflu hve oft hver möguleiki kemur upp.
- Hvaða möguleiki af þessum fjórum er líklegastur?
- Berðu töfluna þína saman við töflu bekkjarfélaganna.

45

Leikmenn geta einnig kastað teningum í staðinn. Þá nota þeir sléttar tölur sem „auðar hliðar“ og odda-tölur sem „skreyttar hliðar“.

Nr. 2.8

Nemendur spila Kasta pinnum, sem lýst er hér á undan, einu sinni enn og skrá í töflu hve oft hver hinna fjögurra útkomna kom upp.

Kennari getur dregið saman heildarniðurstöður með því að safna saman niðurstöðum frá fleiri nemendum og skrá þær á töfluna. Eftir því sem fleiri niðurstöður eru skráðar þeim mun meira munu þær nálgast hina fræðilegu niðurstöðu. Ef pinnunum er raðað hlið við hlið má sjá að ein útkoman er þrír auðir pinnar og önnur útkoman er þrír skreyttir pinnar. En þrjár útkomur fela í sér að einn auður pinni snúi upp, þ.e. annaðhvort pinni nr. 1, 2 eða 3. Samsvarandi felast þrjár

útkomur í að einn skreyttur pinni snúi upp.

Þetta þýðir að ef pinnunum er kastað átta sinnum og köstin lenda á „fræðilega réttan hátt“ eru útkomurnar eftirfarandi:

- Þrjár auðar hliðar upp: 1 kast
- Engin auð hlið upp: 1 kast
- Ein auð hlið upp: 3 köst
- Tvær auðar hliðar upp: 3 köst

Þetta gerist reyndar sjaldan í raunveruleikanum en ef kastað er mjög oft, t.d. 800 sinnum, mun niðurstöðum svipa allmjög til þessa. Margir nemendur munu ef til vill halda að jafnar líkur séu á að allar útkomurnar fjórar komi upp en svo er ekki eins og hér hefur verið sýnt fram á.

Hugmyndir og athugasemdir

Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman, t.d. í litlum hópum.

Í verkefni 2.7 getur kennari látið nemendum, sem eiga erfitt með b-liðinn, í té eftirfarandi tölur: Ef Sölvi kastar teiknibólunni 100 sinnum mun hún lenda 60 sinnum með oddinn upp og 40 sinnum með oddinn niður.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Kasta teiknibólu

Búnaður: Teiknibóla.

Látið nemendur vinna saman tvo og tvo. Annar kastar teiknibólunni 50 sinnum en hinn skráir niður hve oft hún lendir með oddinn upp og hve oft með oddinn niður.

Því næst giska nemendur á hve oft teiknibólan muni lenda með oddinn upp ef þeir kasta 5 sinnum í viðbót, 10 sinnum, 20 sinnum og 30 sinnum í viðbót. Niðurstöðurnar skrá þeir í töflu eins og þá sem er hér á eftir. Að lokum kasta þeir teiknibólunni til að ganga úr skugga um hver niðurstaðan verður í raun. Þeir þurfa að kasta og telja upp á nýtt í hverri röð í töflunni. Gætið þess að þeir giski á niðurstöðuna áður en þeir kasta teiknibólunni!

Fjöldi kasta	Ágiskun	Niðurstaða
5		
10		
20		
30		

Viðfangsefni

- „Lögmál stórra talna“
- Að reikna líkur við einfaldar aðstæður, t.d.: Líkurnar á að fá upp sex á teningi er einn sjötti hluti
- Að skrá líkur með tölu milli 0 og 1

Búnaður

- Bréfaklemmur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 46

Nr. 2.9

Nemendur snúa bréfaklemmunni á skífunni fyrst 10 sinnum (b-liður), síðan 50 sinnum (c-liður). Þeir skrá í hvoru verkefninu hve oft bréfaklemman lendir á hverjum lit.

Þegar bréfaklemmu er snúið einu sinni er það tilviljanakennt hvar hún lendir. En þegar snúið er oft, t.d. 50 eða 100 sinnum, mun fjöldi hinna mismunandi atburða verða æ stöðugri. Að meðaltali mun bréfaklemman lenda í helmingi tilvika á rauðu, sem skrá má með tölunni 0,5 sem eru hinar fræðilegu líkur. Þetta er kallað „lögmál stórra talna“. Nemendur munu upplifa þetta með því að bera saman niðurstöðurnar í b- og c-lið.

- Þegar þú snerir bréfaklemmunni tíu sinnum – stoppaði hún jafn oft á rauðu eins og á gulu? (Að líkindum er svarið: Nei.)
- Hvers vegna ekki? (Vegna þess að rauðu svæðin eru tvö en það gula bara eitt.)
- Hvort eru meiri líkur á að bréfaklemman lendi á gulu eða grænu? (Það eru jafnar líkur á því vegna þess að svæðin tvö eru jafn stór.)
- Lenti bréfaklemman jafn oft á gulu og grænu þegar þið sneruð henni 10 sinnum? (Já/Nei.)
- (Kennari spyr einhverja nemendur sem svöruðu með nei-i.) Hvers vegna lenti bréfaklemman ekki jafn oft á gulu og grænu? (Vegna þess að það er tilviljanakennt hvar hún lendir; þess vegna mun hún ekki alltaf lenda jafn oft á gulu og grænu.)
- Lenti bréfaklemman jafn oft á gulu



2.9

- a Hve stór hluti af hringnum er
- rauður? • gulur? • grænn?

Settu bréfaklemmu undir blýantsodd í miðju skífunnar og snúðu bréfaklemmunni.

- b Snúðu bréfaklemmunni 10 sinnum.

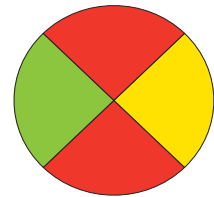
Hve oft stansar hún á

- rauðu svæði? • grænu svæði?
- gulu svæði?

- c Snúðu bréfaklemmunni 50 sinnum.

Hve oft stansar hún á

- rauðu svæði? • grænu svæði?
- gulu svæði?



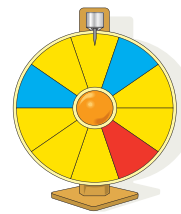
- 2.10 Þeir sem spila á þetta lukkuhjól vinna 1. verðlaun ef rauða svæðið lendir efst. Blátt svæði gefur 2. verðlaun.

- a Hve stór hluti af lukkuhjólinu er rauður?

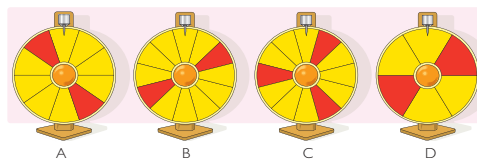
- b Hve stór hluti af lukkuhjólinu er blár?

- c Segjum að þú snúir bréfaklemmu 10 sinnum á lukkuhjólinu. Eru litlar líkur, miklar líkur eða alveg öruggt að hún stoppi að minnsta kosti einu sinni á rauðu svæði? Gerðu tilraun.

- d Segjum að þú snúir bréfaklemmu 50 sinnum. Hve oft heldurðu að hún muni stoppa á rauðu? Giskaðu fyrst og prófaðu síðan.



- 2.11 Berðu saman lukkuhjólin hér fyrir neðan. Þú vinnur ef rautt svæði lendir efst. Hvaða lukkuhjól er líklegast að gefi vinning?



46

2 • Líkur

og grænu þegar þið sneruð henni 50 sinnum? (Nei, en næstum því jafn oft.)

Nr. 2.10

Nemendur segja til um hve stór hluti af lukkuhjólinu er rauður og hve stór hluti er blár.

Í c-lið eiga nemendur að giska á hve miklar líkur eru á að lenda að minnsta kosti einu sinni á rauðu þegar hjólinu er snúið 10 sinnum. Einhverjir munu giska á að það muni örugglega gerast úr því að eitt af tíu svæðum er rautt. Þegar til lengdar lætur munu niðurstöðurnar skiptast þannig að hver tíundi snúningur endi á rauðu. En þegar einungis er snúið 10 sinnum mun það oft gerast að klemman lendi ekki á rauðu. Það er nokkuð snúið að reikna út líkurnar þegar bréfaklemmunni er snúið mörgum sinnum. Líkurnar á að fá ekki rautt þegar snúið er einu sinni

eru 0,9. Líkurnar á að fá ekki rautt þegar snúið er 10 sinnum verða $0,9^{10} = 0,35$. Líkurnar á að fá að minnsta kosti einn rauðan eru þess vegna $1 - 0,35 = 0,65$ eða 65%. Ef margir nemendur snúa bréfaklemmu 10 sinnum mun því um það bil þriðjungur þeirra ekki fá rautt. Á þessu stigi er ekki ætlast til að nemendum sé kennd þessi líkindareikningsaðferð.

Í d-lið eiga nemendur að snúa bréfaklemmu 50 sinnum. Fræðilega séð eiga þeir þá að fá rautt 5 sinnum; flestir þeirra munu líklega fá rautt 3–7 sinnum.

Nr. 2.11

Nemendur bera lukkuhjólin saman. Rauðu svæðin, sem eru stærsti hluti af viðkomandi hjóli eru líklegust að gefa vinning.

Líkur frá 0 til 1

Sýnidæmi

Hverjar eru líkurnar á að lukkuhjólíð stoppi á grænu?



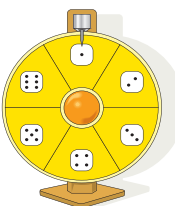
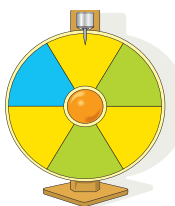
2 af 10 svæðum eru græn!

Líkurnar á grænu eru $\frac{2}{10}$

Líkurnar segja til um möguleikana á að tiltekinn atburður verði. Líkurnar er hægt að tákna með tölu milli 0 og 1.

- Þegar tiltekinn atburður verður örugglega eru líkurnar 1.
- Þegar tiltekinn atburður verður örugglega ekki eru líkurnar 0.
- Þegar tiltekinn atburður verður í helmingi tilvika eru líkurnar $\frac{1}{2}$.

- 2.12 Hverjar eru líkurnar á að lukkuhjólíð í sýnidæminu stoppi á
- rauðu? • bláu?
- 2.13 a Hverjar eru líkurnar á að þetta lukkuhjól stoppi á
- gulu? • bláu? • grænu?
- b Hver er summa talnanna í svörunum þremur í a-lið?
- 2.14 a Hverjar eru líkurnar á að lukkuhjólíð hér til hliðar stoppi á
- •
- b Hverjar eru líkurnar á lukkuhjólíð stoppi á
- eða
- c Hverjar eru líkurnar á að lukkuhjólíð stoppi á sléttri tölu?



47

- Hvaða hjól er ólíklegast að gefi vinn-ing? Hvers vegna heldur þú að það sé þetta hjól?

► Bls. 47

Nr. 2.12

Nemendur nota lukkuhjólíð í sýni-dæminu og finna líkurnar á að það stoppi á rauðu svæði og bláu.

- Hverjar eru líkurnar á að fá rautt? ($\frac{5}{10}$ eða hálfur.)
- Hverjar eru líkurnar á að fá blátt? ($\frac{3}{10}$.)

Kennari skráir litina þrjá í sýni-dæminu á töfluna og líkurnar á að fá hvern þeirra,

- Hvað fáum við ef við leggjum saman líkurnar á þessum þremur atburðum? ($\frac{5}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = 1$.)
- Líkurnar eru 1 heill vegna þess að annaðhvort er hægt að fá rautt, blátt eða grænt!

- Hverjar eru líkurnar á að fá annað-hvort blátt eða grænt? ($\frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10}$, þ.e.a.s. hálfur.)

Nr. 2.13

Nemendur finna líkurnar á að fá hvern lit á lukkuhjólínu og síðan hverjar líkurnar eru á að fá annað-hvort gulan, bláan eða grænan.

Nr. 2.14

Nemendur finna líkurnar á að fá 1 og einnig líkurnar á að fá 6. Síðan finna þeir líkurnar á að fá 1 eða 2. Þessi tvö svæði eru $\frac{1}{3}$ eða $\frac{2}{6}$ af lukku-hjólínu þannig að þessar tölur segja til um líkurnar.

Líkurnar á að fá slétta tölu eru $\frac{1}{2}$ vegna þess að sléttu tölurnar eru helmingurinn af lukkuhjólínu.

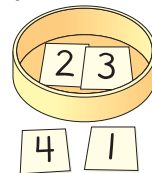
Auðveldari verkefni

Sýnið nemendum fram á tengslin milli líka og brota.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Draga tvær tölur (spil)

Búnaður: Töluspjöld/pappírsbútar með tölunum 1, 2, 3 og 4, eitt sett handa hverjum hópi.



Spilið er fyrir tvö lið, tveir leikmenn eru í hvoru liði. Töluspjöldin eru sett í kassa eða bolla. Lið A dregur eitt spjald og lið B annað. Tölurnar á að skrifa í töflu. Sé summan slétt tala fær lið A eitt stig en lið B eitt stig ef summan er oddatala.

Áður en spilið hefst fær kennari leikmenn til að hugleiða hvaða lið muni vinna. Hvers vegna komast þeir að þessari niðurstöðu?

Síðan endurtaka þeir spilið 20 sinnum. Hvort liðið vann? Hvers vegna? Biðjið leikmenn að finna líkurnar á því að fá slétta tölu annars vegar og oddatölu hins vegar.

Tölf lausnir eru mögulegar:

$$\begin{aligned} 1 + 2 &= 3, & 1 + 3 &= 4, & 1 + 4 &= 5 \\ 2 + 1 &= 3, & 2 + 3 &= 5, & 2 + 4 &= 6 \\ 3 + 1 &= 4, & 3 + 2 &= 5, & 3 + 4 &= 7 \\ 4 + 1 &= 5, & 4 + 2 &= 6, & 4 + 3 &= 7 \end{aligned}$$

Hér má sjá að oddatölur koma út 8 sinnum og sléttar tölur 4 sinnum. Ástæðan er sú að sléttar tölur koma aðeins út ef lagðar eru saman tvær sléttar tölur eða tvær oddatölur.

Ef lið A dregur slétta tölu fyrst eru eftir í kassanum tvær oddatölur og ein slétt tala; það eru því aðeins $\frac{1}{3}$ líkur á að draga aðra slétta tölu. Sama á við ef fyrri liðið dregur oddatölu.

Kapphlaup lukkuhjólanna (spil)

Búnaður: Nota skal verkefnablað 6.22 (Lukkuhjól).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Leikmenn nota spilaborðið á bls. 45. Þeir geta annaðhvort byrjað á sama stað eða hvor sínum megin á spila-borðinu. Þeir snúa bréfaklemmu á einhverju lukkuhjólanna sem þeir velja sjálfir. Síðan flytja þeir spila-pening áfram eða aftur á bak eða sitja hjá eftir því hvað tilgreint er á svæðinu. Sá vinnur sem er á undan að fara tvo hringi.

Viðfangsefni

- Líkur táknaðar með tölu milli 0 og 1
- Brot af safni
- Líkur í tengslum við spil/teningakast

Búnaður

- Teningar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 48

Nr. 2.15

Nemendur segja til um hvaða líkur eru á að nafn ákveðins nemanda verði valið. Líkurnar ákvarðast af því hvaða brot af nemendahópnum uppfyllir skilyrðin um lit á bol.

- Hverjar eru líkurnar á að nemandinn sé ekki í svörtum bol? Hvernig fannstu það? (Ég taldi alla aðra liti en svarta, þ.e.a.s. þeir eru 10 af 15.)

Nr. 2.16

Nemendur segja til um hvaða líkur eru á að draga kubb í tilteknum lit. Kennari bendir þeim á að þegar talað er um að draga í stærðfræðináminu þýðir það öllu jöfnu að maður taki hlut blindandi, þ.e. án þess að sjá hlutina, sbr. myndina af Kráku og Krúsa. Þetta á ekki alltaf við utan skólans.

Í b-lið leggja nemendur saman líkurnar, þ.e. þrjú brot. Þar sem aðrar útkomur en þessar þrjár eru ekki mögulegar verður summan 1. Í c-lið minnka líkurnar á að fá rauðan kubb vegna þess að skipting kubbasafnsins eftir lit breytist við það að fjórir rauðir eru teknir úr kassanum.

Ef Ari setur kubbana aftur í kassann í hvert sinn verða líkurnar á að fá rauðan kubb þær sömu í hvert skipti, þ.e. $\frac{6}{14}$.

Nr. 2.17

Nemendur nota skiptingu hlaupkallanna eftir lit til að ákvarða líkurnar. Bendið þeim á að í c- og d-lið eru hlaupkallar teknir úr skálinni þannig að líkurnar breytast.

2.15



Einn nemandi er valinn af handahófi til að sækja mjólkina.

- a Hverjar eru líkurnar á að nemandinn sé í svörtum bol?
- b Hverjar eru líkurnar á að nemandinn sé ekki í svörtum bol?

2.16

Í kassa eru sex rauðir, fimm bláir og þrír gulir kubbar.

- a Hverjar eru líkurnar á að draga
 - rauðan kubb?
 - bláan kubb?
 - gulan kubb?
- b Hvaða summu færðu ef þú leggur saman allar líkurnar í a-lið? Ari dregur fjóra kubba úr kassanum. Hann dregur eintóma rauða kubba. Hann á að draga einu sinni enn.
- c Hverjar eru líkurnar á að hann dragi rauðan kubb?



2.17

Í skál eru fjórir rauðir hlaupkallar, fimm grænir og einn appelsínugulur.

- a Hverjar eru líkurnar á að draga
 - rauðan hlaupkall?
 - grænan hlaupkall?
 - appelsínugulan hlaupkall?
- b Hvaða summu færðu ef þú leggur saman allar líkurnar í a-lið?
- c Steinn dregur fimm hlaupkalla, fjóra græna og einn appelsínugulan. Nú á Jóna að draga. Hverjar eru líkurnar á að Jóna dragi appelsínugulan hlaupkall?
- d Jóna dregur nú tvo hlaupkalla, síðasta græna hlaupkallinn og einn rauðan, þannig að þrír hlaupkallar eru eftir í skálinni. Hverjar eru líkurnar á að sá sem dregur næst fái rauðan hlaupkall?



48

2 • Líkur

► Bls. 49

Sprengja (spil)

Búnaður: Teningar. Þar að auki þarf hver leikmaður að búa til spilaborð eins og það sem er í nemendabókinni.

Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis eins oft og þeir vilja. Leggja skal saman tölurnar, sem upp koma í hverju kasti, og skrifa summuna í einn dálk á spilaborðinu.

- Sprengja: Fá leikmaður 1 missir hann öll stig sem hann hefur safnað í þeirri umferð.
- Risasprengja: Fá leikmaður 1 á báðum teningunum missir hann öll stig sem hann hefur safnað bæði í þeirri umferð og fyrri umferðum.

Sá vinnur sem hefur flest stig samtals eftir fimm umferðir.

Þegar tveimur teningum er kastað mun talan 1 koma alloft fyrir, í $\frac{11}{36}$ eða næstum því í þriðjungi tilvika.

Það borgar sig því að kasta ekki mjög oft í hverri umferð. Besta aðferðin er að hætta eftir að hafa kastað þrisvar en að hætta eftir tvö eða fjögur köst mun þegar til lengdar lætur gefa svipaðar niðurstöður.

Kennari spyr nemendur hvaða aðferðir þeir nota, hvort þeir haldi að það borgi sig að kasta mörgum sinnum eða í fá skipti í hverri umferð.

Auðveldari verkefni

Kennari tengir líkur hversdagslegri málvenju: „Fimm af fimmtán nemendum eru í svörtum bolum“, „sex af fjórtán kubbum eru rauðir“.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Fyrstur upp í 100 (spil)

Búnaður: Teningur.

Þetta er einfalt afbrigði af spílinu Sprengju hér fyrir ofan. Leikmenn

Líkur í spilum

SPIL Sprengja



1	2	3	4	5	Summa stiga

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Spilaborð, tveir teningar.

Hver leikmaður teiknar þetta spilaborð á blað.

LEIKREGLUR

Leikmaður kastar teningunum eins oft og hann vill.

Hann leggur saman tölurnar, sem upp koma í hverju kasti, og skrifar summuna í dálkana á spilaborðinu, summu úr fyrstu umferð í dálk 1, summu úr annarri umferð í dálk 2 o.s.frv.

Sprengja: Fá leikmaður upp töluna 1 á öðrum teningnum missir hann öll stigin í þeirri umferð.

Risasprengja: Fá leikmaður upp töluna 1 á báðum teningunum missir hann öll stigin bæði í þeirri umferð og í öllum fyrri umferðum.

Sá vinnur sem hefur flest stig samtals eftir fimm umferðir.

49

Hugmyndir og athugasemdir

Öðru lagi munu þeir sjá að þegar búið er að leggja saman tölurnar frá öllum nemendum nálgast þær ákveðna niðurstöðu, þ.e.a.s. samkvæmt „lög máli stórra talna“.

Heilabrot

Látið nemendur brjóta heilann um eftirfarandi verkefni. Þar sem um þraut er að ræða þarf kennari að gæta þess að gefa ekki vísbendingar eða veita hjálp. Hann leyfir þeim hins vegar að nota vasareikni:

„Jens margfaldar saman tvær tölur sem eru hvor á eftir annarri í talnaröðinni, t.d. $2 \cdot 3$, $14 \cdot 15$ eða $326 \cdot 327$. Hverjar eru líkurnar á að svarið endi á 6?“

Nemendur geta fundið svarið með því að vinna skipulega upp eftir talnaröðinni, frá $0 \cdot 1$, $1 \cdot 2$, $2 \cdot 3$ o.s.frv. Það nægir að finna svörin upp í $9 \cdot 10$ þar sem síðasta talan í margfeldinu endurtekur sig eftir það ($10 \cdot 11$ mun enda á sama tölustaf og $0 \cdot 1$; $11 \cdot 12$ mun enda á sama tölustaf og $1 \cdot 2$ o.s.frv.). Látið nemendur reikna út svör við margföldun með stórum tölum. Af tíu möguleikum gefa tveir töluna 6 sem síðasta tölustaf: $2 \cdot 3$ og $7 \cdot 8$. Þess vegna eru líkurnar $\frac{2}{10}$ eða 20% á því að svarið við dæminu hans Jens endi á 6.

kasta teningi eins oft og þeir vilja og leggja saman jafnóðum það sem upp kemur. Þeir geta hætt hvenær sem þeir vilja og summan, sem þeir hafa aflað sér, eru stigin sem þeir fá úr þeirri umferð. Sá vinnur sem er fyrstur að komast upp í 100 stig. Hér á hið sama við og í sprengju-spilinu að leikmaður missir öll stigin í þeirri umferð sem hann fær upp 1 á teningnum. Til að kanna hve oft það getur gerst geta nemendur unnið verkefnið hér á eftir, Fyrstu eininguna.

Fyrsta einingin

Búnaður: Teningur

Nemendur kanna fjölda kasta með einum teningi áður en þeir fá 1. Þeir kasta teningnum og giska á fjöldann áður en talan 1 kemur upp. Niðurstöðurnar skal skrá með talningastrikum í töflu eins og þessa.

0	
1	
2	
3	
4	
...	
9	
10	
11 eða oftar	

Ef nemandi fær til dæmis 1 í fyrsta kasti dregur hann talningarstrik í línuna þar sem 0 er skráð. Ef hann kastar hins vegar þrisvar og fær síðan 1 setur nemandi talningarstrik við töluna 3.

Hver nemandi endurtekur þetta 10 sinnum. Kennari safnar saman niðurstöðunum úr tíðnitöflunum, t.d. í stóra töflu á skólatöflunni. Þá munu nemendur í fyrsta lagi sjá að mikill munur er á niðurstöðum þeirra. Í

Viðfangsefni

- Líkur í spilum þar sem tveimur teningum er kastað

Búnaður

- Teningur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 50

Talnakapphlaup (spil)

Leikmenn setja til skiptis spilapeninga á byrjunarreit. Leikmennirnir eiga að hafa jafn marga spilapeninga. Best er að fylla upp í byrjunarreitina eins og hægt er. Ef leikmenn eru tveir nota þeir fimm spilapeninga hvor. Séu leikmenn þrír nota þeir þrjá spilapeninga hver.

Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis og leggja saman tölurnar sem koma upp. Summan segir til um hvaða spilapening á að flytja um einn reit áfram. Fáir leikmaður t.d. 4 og 1 á að flytja spilapeninginn, sem er í 5-dálkinum, um einn reit áfram án tillits til þess hver á spilapeninginn. Sá leikmaður vinnur sem er fyrstur að komast með einn spilapening sinn yfir brautina í mark.

Nr. 2.18

Nemendur spila Talnakapphlaupið nokkrum sinnum og fylgjast með því hvaða tala vinnur og hverjar koma þar næst á eftir, sjá frekari vinnu við verkefni sem þetta í kaflanum Erfiðari verkefni og raunverkefni hér á eftir.

► Bls. 51

Bingó (spil)

Leikmenn spila bingó á bingóspjaldi sem er rúðunet með 3 • 3 reitum. Hver leikmaður skrifar tölur í alla reitina á bingóspjaldinu sínu. Sömu tölu má skrifa oftast en einu sinni og nemendur geta skrifað hvaða tölu sem er. Þeir kasta tveimur teningum til skiptis (kennari getur, ef vill, kastað fyrir alla bekkjardeildina). Þeir sem hafa summu teninganna tveggja

SPIL Talnakapphlaup

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn.
Búnaður: Spilaborð, tveir teningar.

LEIKREGLUR

Leikmenn setja til skiptis spilapeninga, hver í sínum lit, á byrjunarreit. Allir leikmenn eiga að hafa jafn marga spilapeninga og þess vegna jafn marga byrjunarreiði. Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis og leggja saman tölurnar sem upp koma. Summan segir til um hvaða spilapening má flytja um einn reit áfram. Fáir leikmaður til dæmis 4 og 1 á teningnum skal flytja spilapeninginn, sem er í 5-dálkinum, um einn reit áfram án tillits til þess hver á spilapeninginn. Sá vinnur sem er fyrstur að komast með einn spilapeninginn sinn yfir í MARK.

MARK											
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
BYRJA											

2.18 Spilið talnakapphlaup nokkrum sinnum.

- Hvaða tölu er best að velja fyrst?
- Hvaða summur eru minnstar líkur á að fá upp þegar maður kastar tveimur teningum?

50

2 • Líkur

á bingóspjaldinu sínu krossa yfir hana. Athugið! Aðeins má krossa yfir eina tölu í hverri umferð.

Fyrst skal keppt að því að vera fyrstur að fá þrjá í röð og síðan að fá fullt hús, þ.e. að krossa yfir allar níu tölurnar.

Þetta spil ásamt Talnakapphlaupinu á bls. 50 er góður grunnur að samræðum um hvaða summur er skynsamlegt að skrá á spilaborðið.

- Hvaða tölur skrifaðir þú á bingóspjaldið þitt?
- Hvers vegna valdir þú þessar tölur?
- Hvaða summur koma aldrei upp eða sjaldan og hvaða summur koma oft upp?

Nemendur geta notað reynslu sína úr ofanefndum tveimur spilum til að svara þessum spurningum. Í næsta verkefni eiga þeir að nota

fræðilegri nálgun til að komast að því hvaða útkomur eru mögulegar þegar tveimur teningum er kastað.

Nr. 2.19

Nemendur nota töfluna til að svara spurningum a–f.

Nemendur geta séð að í einni af 36 mögulegum útkomum er hægt að fá summuna 2 og sömuleiðis er aðeins einn möguleiki á að fá summuna 12. Þess vegna töpuðu tölurnar 2 og 12 í Talnakapphlaupinu í hverju spili (eða svo gott sem). Hins vegar er summan 7 í 6 útkomum af 36 þannig að hún mun koma oftast upp. Þess vegna er árangursríkt að skrifa 7 nokkrum sinnum á bingóspjaldið.

Auðveldari verkefni

Kennari leggur áherslu á raunverulega reynslu nemenda í þessum efnum, að þeir sjái að í spilinum á

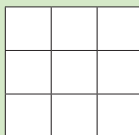
SPIL Bingó

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn.

Búnaður: Spilaborð handa hverjum leikmanni og tveir teningar.

LEIKREGLUR

Hver leikmaður býr til spilaborð í stærðinni 3 • 3 reitir. Þeir skrifa tölur í alla reitina. Skrifa má sömu töluna oftár en einu sinni. Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis. Sá – eða þeir – sem hafa summu talnanna, sem upp koma, á spilaborðinu sínu, krossa yfir þann reit. Athugið: Aðeins má setja einn kross í hverri umferð. Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá í röð eða „fullt hús“.



2.19 Taflan hér á eftir sýnir hvaða summur er hægt að fá þegar tölurnar á tveimur teningum eru lagðar saman.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Alls eru 36 mismunandi útkomur mögulegar:

- Í hve mörgum útkomum er summan 7?
- Hverjar eru líkurnar á að fá 7?
- Í hve mörgum útkomum er summan 12?
- Hverjar eru líkurnar á að fá 12?
- Í hve mörgum útkomum kemur talan 1 fyrir?
- Hverjar eru líkurnar á að fá töluna 1?

51

bls. 50 vinna tölurnar í miðjunni en tölurnar við jaðrana tapa. Skrifa má mögulegar samsetningar talnanna, þegar tveimur teningum er kastað, með því að teikna teningana í hvern reit í stað þess að skrifa summuna:

1	2	3	4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Fimm í röð (spil)

Búnaður: Tómt bingóspjald með 4 • 4 eða 5 • 5 reitum (verkefnablað 5.177 (Rúðunet) í verkefnahefti Stiku 1b), teningar.

Fyrst skrifa leikmenn tölur að eigin vali á bingóspjaldin sín. Leikmenn kasta tveimur teningum og eiga bæði að leggja tölurnar, sem

upp koma, saman og margfalda þær saman. Þetta merkir að í hvert sinn sem kennari eða einn leikmanna kastar teningunum eiga þeir möguleika á að krossa yfir tvær tölur. Sá vinnur sem er fyrstur að fá fimm reiti í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Dæmi:

Upp koma á teningunum tölurnar 4 og 6. Þá geta leikmenn krossað bæði yfir 10 (4 + 6) og 24 (4 • 6). Hafi leikmaður t.d. skrifað töluna 10 í tvo reiti á bingóspjaldið sitt má hann samt sem áður aðeins krossa yfir annan reitinn í þeirri umferð.

Að sjálfsögðu er skynsamlegt að velja ákveðnar tölur til að setja á bingóspjaldið og aðrar er sannarlega ekki gott að hafa með. Kennari gætir þess að segja ekki of mikið um þetta áður en spilið hefst. Eftir eitt spil eða jafnvel fleiri munu einhverjir

Hugmyndir og athugasemdir

nemenda uppgötva að það er gagnslaust að skrá á bingóspjaldið tölur sem eru hærri en 36. Það kemur einnig fyrir lítið að velja framtölur (tölur sem eru ekki svar í margföldunartöflunni) hærri en 11.

Kennari lætur nemendur rökræða saman um hvaða tölur er gott að skrá nokkrum sinnum, þ.e. hvaða tölur eru mestar líkur á að fá. Í þessu spili þurfa þeir þar að auki að taka tillit til mögulegra margfelda tveggja teninga. Gott er að þeir finni með skipulegum hætti hve margir möguleikar eru á að fá hverja tölu.

Dæmi:

Tölur	Samsetning talnanna	Fjöldi mögulegra útkomna
1	1 • 2	1
2	1 • 2, 2 • 1, 1 + 1	3
3	1 • 3, 3 • 1, 1 + 2, 2 + 1	4
4	1 • 4, 4 • 1, 2 • 2, 1 + 3, 3 + 1, 2 + 2	6
...		
36	6 • 6	1
Summa		72 36 samsetningar með samlagningu og 36 samsetningar með margföldun

Viðfangsefni

- Líkur í spilum þar sem tveimur teningum er kastað
- Líkur sem byggjast á innsæi annars vegar og á útreikningum hins vegar

Búnaður

- Teningar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 52

Reikningsþrenna (spil)

Allir leikmenn þurfa spilaborð eins og það sem er efst á blaðsíðunni í nemendabókinni. Þeir kasta tveimur teningum til skiptis þrisvar. Tölurnar, sem upp koma, á annaðhvort að leggja saman, draga aðra frá hinni eða margfalda þær saman. Svarið á að skrifa í réttan reit á spilaborðinu. Fáir leikmaður upp 4 og 5 og velur að margfalda þær saman skrifar hann 20 í reitinn „margföldun“. Í næsta kasti verður sami leikmaður annaðhvort að leggja saman eða draga frá. Eftir þrjú köst hafa leikmenn fyllt út í alla reitina. Sá vinnur sem er með stærstu summuna.

Nr. 2.20

Nemendur finna út hvaða reikningsaðgerð borgar sig að velja ef upp á teningunum koma tölurnar 6 og 1, svo og tölurnar 5 og 5.

- Tölurnar 6 og 1 gefa stærsta mismuninn sem hægt er að fá með tveimur teningum. Það borgar sig því að velja reitinn „frádráttur“. Dæmið verður þá $6 - 1 = 5$ og talan 5 skal skrifuð í reitinn.
- Tölurnar 5 og 5 henta bæði í samlagningu og margföldun en ekki í frádrátt.

Nr. 2.21

Tveir og tveir nemendur spila spilið vinstra megin á spássíunni nokkrum sinnum. Þeir kveða upp úr um hvort spilið er réttlátt eður ei og rökstyðja niðurstöðuna. Þeir geta rökstutt svarið með hliðsjón af eigin reynslu af spílinu: „Við unnum jafn oft þann-

SPIL Reikningsþrenna

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn. Þeir kasta tveimur teningum til skiptis. Tölurnar, sem upp koma, á annaðhvort að leggja saman, draga aðra frá hinni eða margfalda þær saman. Svarið er skrifað í réttan reit. Eftir þrjár umferðir er spilaborðið fullt. Sá vinnur sem er með hæstu summuna.

Sam-lagning	Frá-dráttur	Marg-földun	Summa
	+	+	+



2.20 Lísu er að spila reikningsþrennu.

- a Hún byrjar á að fá þetta kast: Hvar er best fyrir hana að setja tölurnar? Rökstyddu svarið.
- b Í næsta kasti fær hún þetta: Hvaða reikningsaðgerð finnst þér að hún eigi að velja? Rökstyddu svarið.

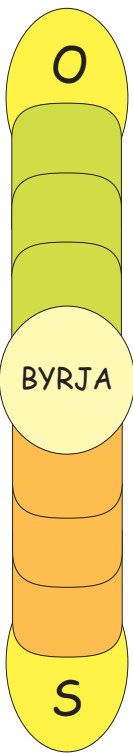
2.21 Hér á eftir eru leikreglur í spili fyrir tvo leikmenn:

- Leikmenn setja einn spilapening á reitinn BYRJA.
- Leikmenn velja hvor sitt mark, O eða S.
- Þeir kasta tveimur teningum til skiptis.
- Ef summa talnanna, sem upp koma, er oddatala á að flytja spilapeninginn um einn reit í áttina að O en einn reit í áttina að S ef summan er slétt tala. Sá vinnur sem fær spilapeninginn í sitt mark.

- a Spilaðu þetta spil við annan nemanda nokkrum sinnum.
- b Eru leikreglurnar réttlátar?

2.22 Í öðru spili er sama spilaborð notað og tveir teningar.

- Nú eru leikreglurnar þessar:
- Tveimur teningum er kastað og tölurnar, sem upp koma, margfaldaðar saman.
 - Ef svarið er oddatala er spilapeningurinn fluttur um einn reit í áttina að O en um einn reit í áttina að S ef svarið er slétt tala. Sá vinnur sem er á undan í mark.
- a Eru leikreglurnar réttlátar?



52

2 • Líkur

ig að spilið er líklega réttlátt.“ Einnig geta þeir rökstutt svarið með fræðilegum rökum: „Þegar við köstum tveimur teningum verður summan í helmingi kastanna oddatala og hinn helmingurinn slétt tala. Þess vegna eru jafnar líkur á að hvor um sig geti unnið. Spilið er því réttlátt.“

Í 18 af 36 mögulegum útkomum verður summan slétt tala og hið sama á við um oddatölusummurnar. Nemendur geta notað töflu á bls. 51 til að reikna þetta út.

Nr. 2.22

Afbrigði af spílinu í verkefni 2.21 er að margfalda tölurnar, sem upp koma á teningunum, í stað þess að leggja þær saman.

- Verður spilið áfram réttlátt? (Nei, líkurnar á að fá oddatölu eru $\frac{9}{36}$ en líkurnar á að fá slétta tölu eru $\frac{27}{36}$.)

Gott er að búa til töflu eins og á bls. 51 sem sýnir útkomurnar sem fást þegar tölurnar á jöðrum töflunnar eru margfaldaðar saman.

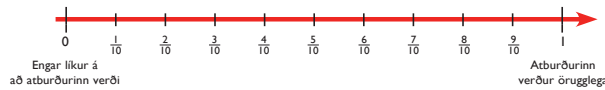
Það er ágætt ef nemendur komast að ólíkum niðurstöðum, t.d. ef einhverjir telja að spilið sé réttlátt eftir að hafa spilað það nokkrum sinnum. Það er góður grunnur til að krefjast rökstuðnings: Hvernig er hægt að ganga úr skugga um það með vissu hvort spilið er réttlátt eður ei? Nemendur geta spilað oftara eða skoðað hina fræðilegu niðurstöðu.

► Bls. 53

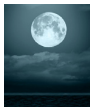
Nr. 2.23–2.27

Nemendur reyna að skrá með tölum hverjar líkurnar eru á að atburðirnir, sem taldir eru upp, muni eiga sér stað.

Líkur í daglegu lífi



- 2.23 Skráðu með almennum brotum líkurnar á
- a að næsti nemandi, sem kemur inn í kennslustofuna, sé stelpa
 - b að næsti kennari, sem kemur inn í kennslustofuna, sé kona
 - c að næsta barn, sem fæðist á Íslandi, sé stúlka
- 2.24 Skráðu með almennum brotum hvaða líkur þú telur að séu á
- a að Snæfell verði næsti Íslandsmeistari í körfubolta kvenna
 - b að Íslendingum gangi betur en Norðmönnum í skíðastökki karla
 - c að Íslendingum gangi betur en Svíum í heimsmeistarakeppni kvenna í fótbolta
- 2.25 Skráðu með almennum brotum líkurnar á
- a að fá sexu þegar maður kastar einum teningi
 - b að fá fimm eða sexu þegar maður kastar einum teningi
 - c að fá ekki sexu þegar maður kastar einum teningi
- 2.26 Skráðu með almennum brotum hvaða líkur þú telur að séu á
- a að þú drekkir mjólk í fyrramálið
 - b að þú sjáir mink á leiðinni heim úr skólanum
 - c að þú lærir heima eftir skóla í dag
- 2.27 Skráðu með almennum brotum hvaða líkur þú telur að séu á
- a að það rigni einhvern næstu þriggja daga
 - b að tunglið verði fullt í næstu viku
 - c að það verði kaldara á morgun en í dag



53

- Sumir atburðir virðast vera alveg tilviljanakenndir, t.d. hvort það verði kaldara á morgun en í dag. En þegar veðurfræðingar tjá sig um veðrið nota þeir margs konar mælingar á vindi og hita og staf-rænar upplýsingar sem gera það að verkum að miklar líkur eru á að þeir geti sagt til um hvernig veðrið verður næsta dag. Einnig getur það verið tilviljunum háð hver úrslit verða í íþróttum og er það m.a. háð styrk liða frá ári til árs.
- Líkur er hægt að meta út frá reynslu: Ég drekk mjólk svo að segja á hverjum morgni. Þess vegna eru mjög miklar líkur á að ég drekki einnig mjólk á morgun, ef til vill $\frac{99}{100}$.
- Einnig má styðjast við reynslu til að segja til um hvort Íslendingar eru betri en Norðmenn í skíða-stökki því að sú íþrótt hefur

hingað til ekki verið mikið stund-uð meðal Íslendinga.

- Gera má rannsóknir sem auðvelda okkur að segja til um líkur: Ef til dæmis þrír af fjórum kennurum, sem kenna bekkjardeildinni, eru konur, má segja að líkurnar séu $\frac{3}{4}$ á því að næsti kennari, sem komi inn í kennslustofuna sé kona.
- Loks er hægt að reikna líkur af mikilli nákvæmni eins og þegar teningi er kastað.

Auðveldari verkefni

Hjálpa má nemendum til að koma skipan á allar útkomurnar í verk-efnum 2.21 og 2.22. Í verkefni 2.21 geta þeir búið til lukkuhjól, skipta því í sex svæði og skrifa á það tölurnar 1–6. Síðan lita þeir sléttu tölurnar í einum lit og oddatölurnar í öðrum. Þannig sjá þeir á auðveldari hátt hvað hver útkoma er stór hluti af hjólinu.

Nemendur geta unnið bls. 53 í sameiningu. Það mun ýta undir stærðfræðilegar samræður og þjálfun í að nota hugtökin en hvort tveggja er afar mikilvægt.

Erfiðari verkefni

Afbrigði af spílinu neðst á bls. 52

- Leikmenn kasta tveimur teningum og margfalda saman tölurnar sem koma upp.
- Ef svarið er í 4-töflunni á að flytja spilapeninginn um einn reit í áttina að O.
- Ef svarið er í 3-töflunni á að flytja spilapeninginn um einn reit í áttina að S.
- Ef svarið er bæði í 3- og 4-töflunni eða í hvorugri töflunni skal ekki hreyfa spilapeninginn.
- Sá vinnur sem á svæðið sem spila-peningurinn lendir í.

Nemendur fara nokkrum sinnum í spilið og meta hvort það sé réttlátt. Þeir geta bæði notað eigin reynslu og fræðilega niðurstöðu. Spilið er ekki réttlátt vegna þess að tölur í 3-töflunni koma oftar upp en tölur í 4-töflunni. Kennari bendir þeim á yfirlitið yfir útkomurnar sem þeir gerðu í tengslum við verkefni 2.22

Raunverkefni

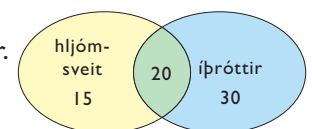
Meiri þjálfun í að finna líkur frá 0 til 1

Á verkefnablaði 6.23 (*Líkur frá 0 til 1*) eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga með almennum brotum að segja til um líkurnar á að ýmsir atburðir verði.

Venn-mynd

Venn-mynd er mynd af mengjum (sjá mynd). Hún er kölluð eftir Englendingnum John Venn.

Dæmi: Í skóla einum leika 15 nemendur í lúðrahljómsveit og 30 nemendur stunda íþróttir; 20 nemendur gera hvort tveggja, að leika í lúðrasveit og stunda íþróttir. Þetta má sýna í Venn-mynd:



Á verkefnablöðum 6.24 og 6.25 (*Venn-mynd 1 og 2*) eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga að teikna Venn-myndir og reikna líkur.

Viðfangsefni

- Líkur sem byggjast á reynslu

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 54

Nr. 2.28

Nemendur meta líkurnar á því að kennari dragi nafn stráks eða stelpu. Þótt mögulegar útkomur séu tvær, strákur eða stelpa, eru líkurnar á hvorri fyrir sig ekki þær sömu. Í þessu dæmi eru meiri líkur á að draga stelpu vegna þess að fleiri miðar eru með stelpunöfnum.

Nr. 2.29

Nemendur meta líkurnar á að fá skemmda klementínu. Gott er að kennari lesi dæmið upphátt fyrir þá. Þeir rökræða síðan í pörum eða litlum hópum bestu leiðina: Úr hvaða poka er best að taka klementínu og hvaða poka er skynsamlegast að forðast?

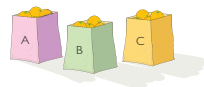
Einhverjir munu ef til vill halda því fram að best sé að taka úr þriðja pokanum þar sem búið er að fjarlægja fleiri skemmdar klementínur en úr hinum pokunum. En þessu er öfugt farið: Svo virðist sem flestar skemmdar klementínur séu í þeim poka þannig að það borgar sig ekki að taka klementínur úr honum.

Nr. 2.30

Nemendur meta líkurnar á því hvort síðasti kubburinn, sem tekinn er úr kassanum, sé svartur eða hvítur. Þeir ræða þetta fyrst sín á milli. Einhverjir munu halda því fram að brátt muni koma hvítur kubbur þar sem þegar sé búið að draga fjóra svarta í röð. Þetta er samt sem áður röng ályktun. Sú staðreynd að strákurinn

- 2.28 Í nemendahópi eru 13 strákar og 16 stelpur. Kennarinn skrifar hvert nafn á miða og lætur þá í kassa. Síðan dregur hann blindandi einn miða upp úr kassanum. Hvort er líklegra?
- Hún dregur nafn á strák.
 - Hún dregur nafn á stelpu.

- 2.29 Hér á eftir er mynd af þremur pokum með klementínunum. Pokarnir eru frá þremur mismunandi búðum.



Birna tekur þrjár klementínur úr poka A. Hún afhýðir eina og því miður er hún skemmd. Hinar tvær klementínurnar eru í lagi. Karl tekur þrjár klementínur úr poka B. Hann afhýðir tvær og þær eru í góðu lagi. Sú þriðja er skemmd. Dóra tekur þrjár klementínur úr poka C. Bæði sú fyrsta og önnur eru skemmdar en sú þriðja er í lagi.

- a Úr hvaða poka eða pokum eru mestar líkur á að fá góða klementínu?
- b Úr hvaða poka eða pokum eru mestar líkur á að fá skemmda klementínu?

- 2.30 Í kassa eru nokkrir svartir og nokkrir hvítir kubbar. Kubbarnir eru eins nema hvað varðar lit. Strákur nokkur tekur kubba upp úr kassanum án þess að sjá ofan í hann. Hann athugar lit kubbsins og setur hann aftur í kassann. Síðan hristir hann kassann og tekur aftur upp kubba. Hann tekur þannig upp kubba fjórum sinnum. Í öll skiptin eru kubbarnir, sem hann tekur upp, svartir. Síðan tekur hann enn einu sinni upp kubba. Í hvaða lit er líklegast að sá kubbur verði?
- Svartur.
 - Hvítur.
 - Jafnar líkur eru á að hann verði svartur og hvítur.

dregur fjóra svarta kubba í röð er frekar til marks um að svörtu kubbarnir í kassanum séu miklu fleiri en hvítir. Þess vegna er líklegast að hann dragi enn einu sinni svartan kubba.

► Bls. 55

Upprifjun

Kennari fer sameiginlega með nemendahópnum yfir það sem fjallað hefur verið um í þessum kafla og hvaða nýja námsþætti nemendur hafa lært. Það er mjög gott ef þeir geta útskýrt og ekki síður notað hugtök eins og minni líkur og meiri líkur/ólíklegra og líklegra, minnstar líkur og mestar líkur/ólíklegast og líklegast; einnig ef þeir geta táknað líkur með broti milli 0 og 1, sagt til um líkur með því að gera tilraunir eða með útreikningum. Einnig er gott ef hugtökin mögulegar útkomur og atburður koma við sögu.

Auðveldari verkefni

Verkefnin á bls. 54 henta mjög vel sem samvinnuverkefni nokkurra nemenda. Verkefnin má því vinna munnlega þannig að þeir ræði saman, færi rök fyrir máli sínu og síðast en ekki síst noti hin nýju hugtök.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Líkur og smáhlutir í mismunandi litum

Búnaður:
Pappírspoki, hrúga af kúlum, kubbum eða öðru smálegu í mörgum litum handa hverjum hópi.



Í þessu verkefni eiga nemendur að bera saman fræðilegar líkur og líkur sem koma fram í tilraun. Þeir setja

Líkur segja til um möguleikann á að ákveðinn atburður verði. Við notum líkur um eitthvað í framtíðinni, eitthvað sem hefur ekki enn gerst. Þess vegna tengjast líkur tilviljunum og óvissu um hvort eitthvað muni gerast.

Engar líkur á að atburðurinn verði

Atburðurinn verður örugglega

- Þegar eitthvað gerist örugglega eru líkurnar 1.
- Þegar engar líkur eru á að eitthvað gerist eru líkurnar 0.
- Þegar eitthvað gerist líklega í helmingi tilvika eru líkurnar $\frac{1}{2}$.

Gera má tilraunir til að segja til um líkur.
Við köstum eldspýtnastokki upp í loftið 50 sinnum.
Í 40 skipti lendir hann liggjandi.

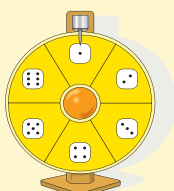
Líkurnar á að hann lendi liggjandi í næsta skipti,
sem honum er kastað,
eru $\frac{40}{50}$ eða $\frac{4}{5}$.

	40
	10

Nokkrum sinnum er hægt að segja til um líkur með því að meta mögulegar útkomur án þess að gera tilraunir.

Á venjulegum teningi eru jafnar líkur á að hver hlið komi upp. Talan sex er ein af sex jafn líklegum útkomum.

Líkurnar á að fá sex eru þess vegna $\frac{1}{6}$.



Þendur byrja á að skrá niður hverjar hinar fræðilegu líkur eru á að draga kúlu í hverjum lit. Síðan gera þeir tilraun með því að draga kúlu og setja hana aftur í pokann. Það merkir að í hvert sinn sem þeir draga kúlu eiga þeir að skrá litinn og setja kúluna aftur í pokann. Þetta endurtaka þeir að minnsta kosti 50 sinnum og gera nákvæmt yfirlit í töflu yfir niðurstöðurnar. Síðan telja þeir hve oft hver litur kom upp úr pokanum og bera niðurstöðurnar saman við fræðilegu líkurnar sem þeir reiknuðu út áður en þeir byrjuðu tilraunina. Loks endurtaka þeir tilraunina og athuga hvort sömu niðurstöður fást.

Viðfangsefni

- Líkur sem byggjast á reynslu og tilraunum
- Að tákna líkur með broti milli 0 og 1

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 56 Próf

Í prófinu eru nokkuð mikill texti þannig að veita þar nemendum, sem þess þurfa, aðstoð við lesturinn.

Nr. 1

Nemendur svara spurningum með því að styðjast við töfluna.

Nr. 2

Nemendur bera saman lukkuhjólin með hliðsjón af því hve stór hluti þeirra gefur vinning.

Nr. 3

Nemendur finna hvaða hluti lukkuhjólsins uppfyllir skilyrðin.

Nr. 4

Nemendur finna hvaða líkur eru á tilteknum atburðum þegar teningi er kastað. Fylgist sérstaklega með hvernig þeim gengur með b-liðinn því í raun er hér spurt um líkurnar á að fá allar tölurnar 1, 3 og 5, þ.e.a.s. helminginn af mögulegum útkomum.

Nr. 5

Nemendur finna hve stór hluti af safninu eru í hverjum lit og nota það til að svara spurningunum.

► Bls. 57 Æfingasíða 1

Nr. 2.31

Nemendur segja til um það með brotum hverjar líkurnar eru á því að fá blátt eða rautt á lukkuhjólinu.

Í c-lið eiga nemendur að giska á hve oft bréfalemma, sem snúið er

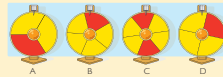
Próf

Fugl	Fjöldi
hrafn	3
þröstur	13
tjaldur	8
hrossagaukur	7
lóa	22
stelkur	12

1 Taflan hér til hliðar sýnir hvað Hafrún sá marga fugla af ýmsum tegundum út um gluggann sinn í sveitinni eina klukkustund.

- Hvaða fugl er líklegast að sjá næst?
- Hvaða fugl er ólíklegast að sjá næst?

2 Berðu saman lukkuhjólin fjögur hér á eftir. Þú vinnur ef rautt svæði lendir efst. Með hvaða lukkuhjóli eru minnstar líkur á að vinna?



3 Svarta svæðið á lukkuhjólinu gefur fyrsta vinning. Rauða svæðið gefur annan vinning en bláa svæðið þriðja vinning.

- Hve stór hluti af lukkuhjólinu er rautur?
- Hverjar eru líkurnar á að fá fyrstu verðlaun?
- Hverjar eru líkurnar á að fá engan vinning?



4 María kastar teningi.

- Hve miklar líkur eru á að hún fái töluna sex?
- Hve miklar líkur eru á að hún fái upp oddatölu?
- Hve miklar líkur eru á að hún fái upp tölu sem er hærri en fjórir?

5 Í poka eru 15 molar. Sex þeirra eru rauðir, fimm gulir, þrír grænir og einn blár.

- Lísa tekur af handahófi einn mola. Hve miklar líkur eru á að hún taki
 - rauðan mola?
 - grænan mola?
- Hvaða lit á mola eru minnstar líkur á að hún taki úr pokanum?
- Lísa borðar úr pokanum tvo rauða mola og þrjá gula. Hve miklar líkur eru á að næsti moli, sem hún tekur úr pokanum, sé gulur?

56

2 • Líkur

10 sinnum á lukkuhjólinu, muni lenda á rauðu. Þar sem eitt svæðið af átta er rautt mun þessi atburður í flestum tilvikum oftast eiga sér stað einu sinni en hann getur einnig orðið oft en einu sinni eða jafnvel aldrei.

Nr. 2.32

Nemendur segja til um hvaða útkomur eru mögulegar þegar tveimur teningum, rauðum og hvítum, er kastað. Þetta verkefni byggist á útkomunum í töflunni á bls. 51. Summurnar eru frá 2 til 12, alls 11 mismunandi summur (í 36 útkomum).

Í b-lið eiga nemendur að finna allar mögulegar útkomur þegar teningurinn sýnir eina eða tvær sexur, þ.e.a.s. $6 + 1$, $1 + 6$, $6 + 2$, $2 + 6$ o.s.frv. Í allt verða þetta 11 mismunandi útkomur.

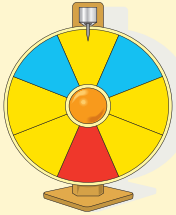
Nr. 2.33

Út frá samsetningu safns hluta/mola í mismunandi litum segja nemendur til um hverjar líkurnar eru á að fá mola í tilgreindum lit. Í b-lið er samsetningin breytt þar sem einhverjir molanna eru fjarlægðir úr safninu.

Nr. 2.34

Nemendur segja til um líkurnar á að fá upp þorsk þegar krónupeningi er kastað. Líkurnar eru $\frac{1}{2}$. Þeir notfæra sér það til að giska á hve oft þorskurinn muni koma upp þegar peningnum er kastað 10 sinnum. Líklegast er að fá þorsk fimm sinnum en oft mun niðurstaðan verða sú að hann komi oft en sjaldnar upp.

Þegar kastað er 50 sinnum er líklegast að þorskur komi upp 25 sinnum en í þessu tilviki getur það einnig verið oft en sjaldnar. Eftir



- 2.31** Rauða svæðið á lukkuhjólinu gefur fyrsta vinning. Blátt svæði gefur annan vinning.
- Hve stór hluti af lukkuhjólinu er rauður?
 - Hve stór hluti af lukkuhjólinu er blár?
 - Snúðu bréfa klemmu á lukkuhjólinu tíu sinnum. Er ólíklegt, fremur líklegt eða alveg öruggt að hún stoppi að minnsta kosti einu sinni á rauðu? Prófaðu að gera þessa tilraun á lukkuhjólinu.
- 2.32** María kastar tveimur teningum, rauðum og hvítum.
- Hve margar útkomur getur hún fengið með tveimur teningum?
 - Í hve mörgum köstum geta verið ein eða tvær sexur?
 - Hverjar eru líkurnar á að hún fái eina eða tvær sexur?
- 2.33** Í poka eru 20 molar. Sex þeirra eru rauðir, átta gulir, fimm grænir og einn blár.
- Pétur tekur sér einn mola af handahófi. Hverjar eru líkurnar á að hann taki
 - rauðan mola?
 - gulan mola?
 - grænan mola?
 - bláan mola?
 - Pétur borðar tvo rauða og þrjá gula mola. Hverjar eru líkurnar á að næsti moli, sem hann tekur, sé gulur?
- 2.34**
- Hversu miklar líkur eru á að fá þorskinn upp þegar þú kastar upp krónu?
 - Hve oft heldurðu að þorskurinn komi upp ef þú kastar krónu 10 sinnum? Giskaðu fyrst og prófaðu síðan.
 - Hve oft heldurðu að þorskurinn komi upp ef þú kastar krónu 50 sinnum? Giskaðu fyrst og prófaðu síðan.

Því sem köstumunum fjölga mun atburðurinn þorskur nálgast það æ meir að koma upp í helmingi tilvika.

Auðveldari verkefni

Rétt er að nemendur, sem eiga erfitt með prófið eða verkefnið á bls. 57, fáið meira við léttari blaðsíður í æfingaheftinu sem vísað er til í þessum kafla, þ.e. frá bls. 24.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Líkur í tíðnitöflum

Búa má til töflur, eins og þá sem er efst á bls. 56, yfir ýmis fyrirbæri, t.d. í tengslum við aðrar námsgreinar. Gott er að styðjast við töflur sem þessar til að koma af stað umræðum um líkur: Hvað er líklegast/ólíklegast að ...?

Ágiskun og áfram gakk! (spil)

Búnaður: Spilaborð (verkefnablað 6.26 *Ágiskun og áfram gakk!*), 24 kubbar í tveimur litum, poki og spilapeningar.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir þurfa spilaborð og poka með kubbum/kúlum í tveimur mismunandi litum, t.d. rauðum og gulum. Leikmenn giska til skiptis á hvaða litur verði á kubbnum sem þeir draga upp úr pokanum. Ágiskunina skrá þeir í töflu. Síðan draga þeir kubb og skrá niðurstöðuna. Mikilvægt er að hvorugur leikmanni kiki ofan í pokann.

Ef ágiskun leikmanns er röng má hann aðeins flytja spilapeninginn um einn reit áfram. Sé ágiskunin hins vegar rétt flytur hann spilapeninginn annaðhvort um tvo eða þrjá reiti áfram. Ákveða þarf fyrir fram hvor liturinn táknar tvo reiti áfram og hvor þrjá reiti.

Hugmyndir og athugasemdir

Kubbana, sem dregnir eru upp úr pokanum, á ekki að setja aftur ofan í pokann heldur raða þeim á borðið þannig að báðir leikmenn sjái hvaða kubbar hafa verið teknir upp úr pokanum. Hér segja leikmenn til um líkur sem byggjast á tilraun, þ.e.a.s. þeir geta ályktað út frá fyrri atburðum (þ.e. lit á kubbunum) í hvaða lit mestar líkur eru á að næsti kubbur verði.

Þannig verða leikmenn smám saman öruggari í ályktun sinni um litina.

Þegar spilinu er lokið segir kennari nemendum að 24 kubbar hefðu verið í pokanum í upphafi. Biðjið þá að giska á hvaða litir séu á kubbunum sem eftir eru og rökstyðja það.

Nemendur skoða töfluna, sem þeir fylltu upp í meðan á spilinu stóð, og athuga hve margir kubbar eru í hvorum lit. Ef þeir hafa til dæmis dregið 6 rauða og 12 gula kubba liggur beint við að gera ráð fyrir að eftir séu í pokanum 2 rauðir og fjórir gulir kubbar.

Kennari breytir kubbafjöldanum í báðum litum þannig að nemendur spreyti sig á nýju verkefni í hvert sinn sem þeir spila þetta spil.

Viðfangsefni

- Hugtakið líkur, óháðir atburðir
- „Lögmál stórra talna“
- Flatarmál

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 58 Æfingasiða 2

Nr. 2.35

Nemendur kanna líkurnar á að upp komi rauð eða græn hlið á kubbi. Látið þá rökræða um þetta. Einhverjir munu halda að kubburinn muni lenda á grænu hliðinni vegna þess að rauða hliðin snýr upp. Aðrir munu halda að hið gagnstæða muni gerast, þ.e. að rauða hliðin muni koma upp þegar kubbum er kastað. En ef kubburinn snýst eðlilega í loftinu skiptir engu máli hvernig hann sneri áður en kastað er. Nemendur geta kannað þetta sjálfir (sbr. b-lið) þannig að þeir geta reiknað líkurnar með hliðsjón af tilrauninni.

Nr. 2.36

Nemendur kanna hinar þrjár mögulegu útkomur. Látið þá ræða um hversu miklar líkur eru á að fá „þorsk“ 0 sinnum, einu sinni eða tvisvar þegar krónupeningi er kastað upp. Mögulegar útkomur eru þrjár og einhverjir munu halda að sömu líkur séu á hverri. Leyfið þeim að vera í sinni röngu trú þegar þeir vinna verkefnið í b-lið. Látið þá sameina niðurstöðurnar þannig að fyrir liggi umfangsmeiri og betri niðurstöður. Þá munu þeir sjá að einn þorskur kemur upp í helmingi tilvika en enginn þorskur eða tveir þorskar kemur upp í $\frac{1}{4}$ tilvika.

Ástæða þessa er að mögulegar útkomur eru í raun fjórar með jöfnum líkum.

þþ – þB – Bþ – BB
(B merkir hér bergrisi.)

Þar sem í báðum útkomunum í miðjunni er 1 þorskur mun sá atburður koma fyrir í helmingi tilvika.

Látið nemendur rökræða hvað er líklegast að upp komi eftir að krónupeningur hefur sýnt þorsk

Æfingasiða 2

- 2.35 a Kubbur er rauður öðrum megin og grænn hinum megin. Krúsi heldur honum þannig að rauða hliðin snýr upp. Síðan kastar hann kubbum upp þannig að hann snýst um sjálfan sig áður en hann kemur aftur niður. Hvað af eftirfarandi er líklegast?
- Rauða hliðin snýr upp?
 - Græna hliðin snýr upp?
 - Jafnar líkur eru á að rauða og græna hliðin snúi upp.
- b Kannaðu þetta með því að kasta upp krónupeningi. Endurtaktu þetta 20 sinnum með því að láta þorskinn snúa upp þegar þú kastar og 20 sinnum með bergrissann upp. Skráðu niðurstöðuna í töflu og berðu þær saman við niðurstöður annarra nemenda.
- 2.36 a Ef þú kastar tveimur krónupeningum upp í loftið hverjar eru líkurnar á að upp komi
- 0 þorskar • 1 þorskur • 2 þorskar
- b Ef þú kastar tveimur krónupeningum 20 sinnum – í hve mörgum köstum heldurðu að upp komi
- 0 þorskar • 1 þorskur • 2 þorskar
- Giskaðu fyrst og prófaðu síðan.

2.37 Þetta spil er fyrir tvo leikmenn, A og B.

- Leikmenn setja spilapening á bókstafinn E á spilaborðinu. Þeir kasta krónupeningi þrisvar. Í hvert sinn á að flytja spilapeninginn um einn reit til vinstri ef þorskurinn kemur upp og einn reit til hægri ef bergrissinn kemur upp. Lendi spilapeningurinn á C eða A eftir þrjú köst fær leikmaður A eitt stig. Lendi hann hins vegar á E eða R fær leikmaður B eitt stig.

R	A	C	E	C	A	R
---	---	---	---	---	---	---

Leikmenn kasta nokkrum sinnum. Sá vinnur sem er fyrstur að fá 5 stig. Spilið nokkrum sinnum. Eru reglurnar réttlátar?

58

2 • Líkur

ÆFINGAHEFTI 2a BLS. 27–31

tvisvar í röð. Einhverjir munu halda að hann muni sýna bergrisa en aðrir að hann sé í „þessum ham“ og þorskurinn muni því koma upp aftur í næsta skipti. Í rauninni man krónupeningurinn ekki neitt eins og gefur að skilja þannig að líkurnar á þorski eru $\frac{1}{2}$ í hverju kasti. Þetta er kallað „óháður atburður“ og nemendur munu rekast á slík verkefni síðar í umfjölluninni um líkur. Ekki er nauðsynlegt að kynna þetta hugtak fyrir þeim nú.

Nr. 2.37

Þetta spil er fyrir tvo leikmenn. (Bent skal á að á spilaborðinu má bæði lesa enska orðið „racecar“ bæði áfram og aftur á bak.) Þeir setja spilapening á reitinn E á miðju spilaborðsins. Síðan kasta þeir upp krónupeningi þrisvar. Eftir hvert kast skal flytja spilapeninginn þannig: um

einn reit til vinstri ef upp kemur þorskur og um einn reit til hægri ef upp kemur bergrisi.

Eftir þrjú köst fær leikmaður 1 eitt stig ef spilapeningurinn hafnar á reit með C eða A en leikmaður 2 fær eitt stig ef spilapeningurinn hafnar á reit með E eða R.

Nú setja leikmennirnir spilapeninginn aftur á E-reitinn, kasta krónupeningnum þrisvar og flytja spilapeninginn eftir hvert kast.

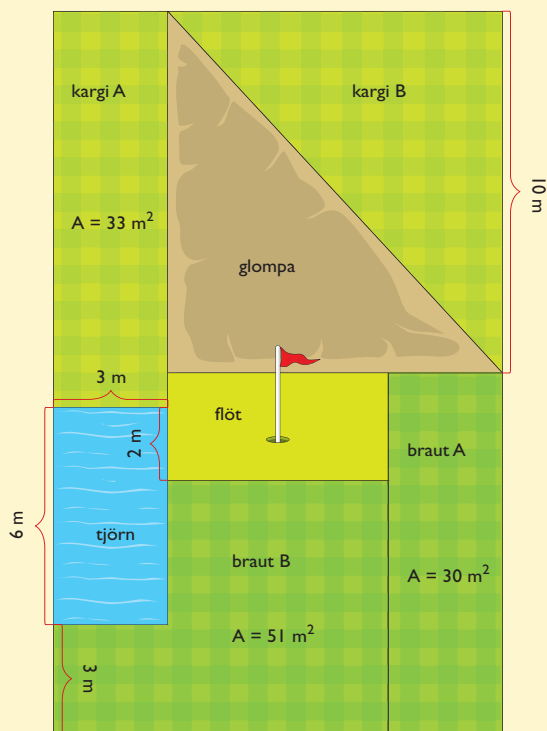
Þannig safna leikmenn stigum og sá vinnur sem er á undan að afla sér 5 stiga.

Nemendur spila þetta spil nokkrum sinnum. Þeir rannsaka síðan hvort spilið er réttlátt.

Spilið er ekki réttlátt og ástæða þess er að líkurnar á því á hvaða reitum spilapeningarnir geta lent í lokin eru ekki jafnar. Þetta má sjá ef búið er til yfirlit yfir hvar á spila-

2.38 Kyllingur slær kúluna frá teig. Kúlan lendir einhvers staðar fyrir innan rétthyrnda stóra svæðið hér fyrir neðan.

- a Hverjar eru líkurnar á að kúlan lendi
- á flötinni?
 - í tjörninni?
 - í glompunni?
- b Hvar eru mestar líkur á að kúlan lendi?



59

væri ekki unnt að reikna út líkurnar á hvar kúlan lendir á þennan hátt.

Auðveldari verkefni

Flestir nemendur geta gert tilraunirnar í verkefnum 2.35 og 2.36 og giskað á niðurstöðurnar áður en þeir hefja tilraunirnar. Samt sem áður er – eins og áður hefur verið bent á – samvinna nemenda í líkindareikningi mikils virði. Íhugun og rökfærsla í tengslum við útreikninga á líkum hentar best í samræðum við aðra.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Kennari getur víkkað spilið í verkefni nr. 2.37 út með því að láta nemendur kasta krónupeningnum fjórum sinnum. Til dæmis má nota þessi „spegilorð“:

R	Ó	S	A	Á	A	S	Ó	R
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Leikmenn byrja með spilapeninginn á Á-reit. Þeir kasta upp krónupeningi fjórum sinnum og flytja spilapeninginn um einn reit til vinstri ef þorskur kemur upp og einn reit til hægri ef bergi kemur upp. Leikmaður 1 vinnur ef spilapeningurinn endar á Á, A eða Ó en leikmaður 2 vinnur ef spilapeningurinn endar á S eða R. Þeir endurtaka leikinn og sá sem er fyrri til að fá 5 stig vinnur. Nemendur spila fleiri spil.

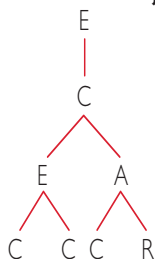
Spilið er ekki réttlátt vegna þess að líkurnar eru þær að eftir fjögur köst lendi spilapeningurinn í 6 af 16 tilvikum á Á, í 8 tilvikum af 16 á S og í 2 af 16 tilvikum á R en í engum tilvikum á A eða Ó. Látið nemendur spreyta sig á að breyta spilinu þannig að það verði réttlátt. Auðveldast er að láta leikmann 1 vinna á S ($\frac{8}{16}$) og leikmann 2 vinna á Á ($\frac{6}{16}$) eða R ($\frac{2}{16}$).

borðinu spilapeningarnir geta lent:

Spilapeningurinn byrjar í E. Eftir fyrsta kast er hann annaðhvort á C til vinstri eða C til hægri. Segjum sem svo að hann lendi hægra megin. (Þar sem spilaborðið er samhverft skiptir það ekki máli. Sama niðurstaða fæst þótt hann lendi vinstra megin í byrjun.)

Eftir annað kast lendir hann annaðhvort á E eða A.

Eftir þriðja kast fer spilapeningurinn annars vegar frá E á C til vinstri eða C til hægri eða hins vegar frá A til C eða R. Þetta má sjá hér fyrir neðan.



Þetta þýðir að í þremur af fjórum mögulegum útkomum lendir spilapeningurinn á C. Í einu af fjórum útkomum lendir hann á R. Þess vegna er langlíklegast að leikmaður 1 vinni.

► Bls. 59 Geturðu þetta?

Nr. 2.38

Nemendur nota upplýsingarnar á myndinni til að segja til um flatarmál svæðanna. Kortið er af ásettu ráði haft ónákvæmt til þess að ekki sé hægt að mæla vegalengdir á því.

Síðan finna nemendur hve stór hluti af heildarflatarmálinu hvert svæði er. Þetta brot samsvarar líkunum á því að kúlan lendi á viðkomandi svæði. Forsenda þessa er auðvitað sú að kyllingurinn sé ekki betri en svo að það sé alger tilviljun hvar kúlan lendir. Ef um væri að ræða mann, sem væri góður í golfi,

3 Tugabrot

Í þessum kafla læra nemendur um frekari skiptingu talnanna, þ.e. í tíundu hluta, hundraðshluta og þúsundustu hluta. Nemendur þróa frekar skilning sinn á sætis-kerfi með tugabrotum jafnframt því sem þeir læra að raða þessum tölum eftir stærð og staðsetja þær á talnalínu.

Nemendur læra að reikna með tugabrotum, bæði að leggja saman, draga frá og margfalda. Talnaskilningur og reikningsfærni nemenda eru þróuð áfram með vinnu þeirra við talnamynstur.

Nemendur læra að nota tugabrot við hversdagslegar aðstæður, m.a. með því að nota vasareikni og námunda tölur sem þeir síðan nota í slumpreikningi.

Viðfangsefni

- Tugabrot við hversdagslegar aðstæður
- Lengdarmælingar
- Samlagning og frádráttur talna sem fela í sér tíundu hluta

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 60

Samræðumynd

Á myndinni eru tugabrot tengd lengdarmælingum. Kennari spyr nemendur um þýðingu talnanna á myndinni.

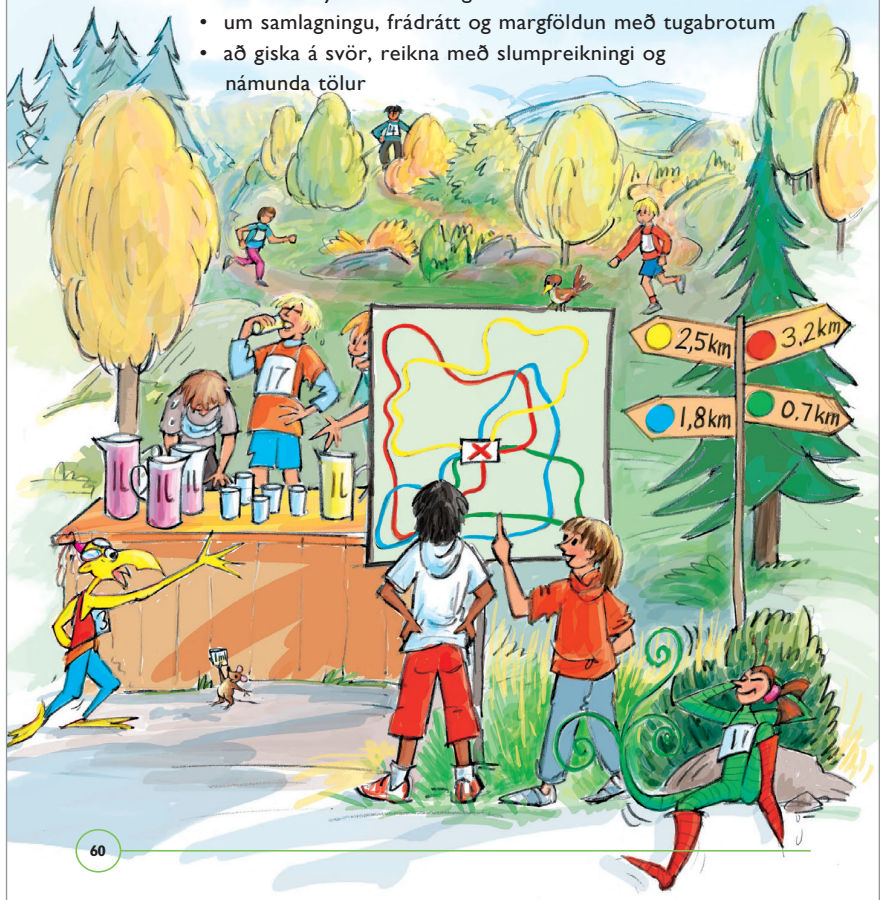
- Hvað þýðir þessi tala, þrír komma tveir? (Kennari bendir á töluna á skiltinu eða skrifar hana á töfluna. Hann leyfir nemendum að setja fram ýmsar tillögur að svörum.)
- Vegalengdin kringum brautina er meira en 3 km.
- Vegalengdin er 3 km og 2 tíundu hlutar úr kílómetra.
- Vegalengdin er 3 km og 200 m.

Sumir nemendur skilja tugabrot þannig að í þeim felist tvær tölur, sem eru aðskildar með kommu, þ.e. að fyrri talan sé á undan kommunninni og sú seinni á eftir. Þessi mis- skilningur á rætur sínar að rekja til þess að oft eru tugabrotin lesin

3 Tugabrot

Í þessum kafla muntu læra

- um tíundu hluta, hundraðshluta og þúsundustu hluta
- um talnamynstur með tugabrotum
- um samlagningu, frádrátt og margföldun með tugabrotum
- að giska á svör, reikna með slumpreikningi og námunda tölur



60

sem heilar tölur: 17,45 er lesið sem sautján komma fjörutíu og fimm. Þetta er afar óheppilegt og rétt er að reyna að uppræta það. Kennari þarf að leggja áherslu á að tugabrot sem þetta skuli lesið: sautján komma fjórir fimm. Sérhvert tugabrot er ein tala þótt það sé sett saman úr mismunandi tölustöfum. Hlutverk kommunnar er að segja til um gildi tölustafanna en ekki að aðskilja tvær tölur.

Tölustafirnir á eftir komunni kallast aukastafir en tölustafirnir á undan komunni er heila talan í tugabrotinu. Kennari leggur áherslu á að nemendur breyti 10 tíundu hlutum í einn heilan og einum heilum í 10 tíundu hluta. Í tengslum við þetta er hentugu verkefni með cuisenaire-kubbum lóst í kaflanum Auðveldari verkefni hér á eftir.

- Ég hleyp tvær umferðir á grænu brautinni en Pétur hleypur eina á þeirri bláu. Hvort hleypur lengra? (Pétur vegna þess að tvær umferðir á grænu brautinni eru 1,4 km.)
- Hvernig reiknaðir þú þetta? (7 tíundu hlutar og 7 tíundu hlutar eru 14 tíundu hlutar, ég skipti 10 tíundu hlutum í 1 heilan þannig að svarið verður 1 heill og 4 tíundu hlutar.)
- Hver er mismunurinn á gulu og grænu brautinni? (1,8 km.)
- Hvernig reiknaðir þú þetta? (Til dæmis: Ég skipti einum heilum í tíundu hluta; þá eru tíundu hlutarnir 15 og síðan dreg ég 7 tíundu hluta frá. Þá eru eftir 8 tíundu hlutar og þar að auki var 1 heill eftir.)
- Reiknaði einhver öðruvísi? (Til dæmis: Það eru 3 tíundu hlutar frá 0,7 upp í 1, plús 1 upp í 2 og síðan plús 5 tíundu hlutar upp í 2,5. Samtals 1 heill og 8 tíunduhlutar.)



- 3.1 a Lís hleypur bláu brautina tvisvar.
Hve langt hleypur hún?
b Viðar hleypur gulu og grænu brautina.
Hve langt hleypur hann?
c Hvort þeirra hleypur lengra, Lís eða Viðar?
Hversu miklu lengra hleypur hún eða hann?
- 3.2 a Pétur ætlar að skokka 5 km.
Gerðu tvær tillögur um brautir sem hann getur skokkað.
b Karen ætlar að hlaupa um það bil 6 km.
Gerðu tvær tillögur um brautir sem hún getur hlaupið.
- 3.3 a Hve mörgum kílómetrum munar á gulu brautinni og þeirri bláu?
b Hvað er helmingurinn af bláu brautinni margir kílómetrar?
- 3.4 Geir ætlar að hlaupa 7,5 km án þess að fara sömu brautina oft en einu sinni.
a Hvaða brautir getur hann hlaupið?
b Friðrik hleypur tvisvar eftir bláu brautinni á hverjum degi eina vikuna. Hve langa vegalengd hleypur hann þessa viku?
- 3.5 Búðu til tvö verkefni út frá myndinni á bls. 60.
- 3.6 Bryndís er 9 mínútur að hlaupa 1 km.
a Hve lengi er hún að hlaupa gulu brautina á þessum hraða?
b Hvað er hún mörgum sekúndum fljótari að hlaupa brautina ef hún hleypur hvern kílómetra hálfri mínútu hraðar en áður?

Geturðu þetta?



61

- Á drykkjarborðinu drekkur Anja 4 dl af safa. Hvað er það mikið skráð í lítrum? (0,4 lítrar.)
- Birna, Sif og Tómas eru hvert um sig með litla flösku sem í eru 5 dl af safa. Hvað eru þau með mikinn safa samtals? (15 dl eða 1,5 l.)

► Bls. 61

Hér er mælt með samvinnu nemenda og að tíma sé varið í upprifjun og samræður í lokin.

Nr. 3.1–3.4

Nemendur nota tölurnar á myndinni á bls. 60 til að reikna orðadæmin.

Nr. 3.5

Nemendur búa til eigin orðadæmi með tölunum á myndinni á bls. 60. Gott er að láta tvo og tvo vinna saman og leggja dæmin fyrir aðra nemendur.

Nr. 3.6

Nemendur munu örugglega hugsa á mismunandi vegu og því er rétt að kennari biðji þá að kynna aðferðir sínar hver fyrir öðrum. Einhverjir hugsa ef til vill sem svo að hlaupið taki 9 mínútur 2,5 sinnum ($9 + 9 + 4,5 = 22,5$ mín. eða 22 mín. og 30 sek.). Aðrir munu margfalda kílómetrana með 9 til að finna svarið. Í b-lið munu þeir margfalda með 8,5. Einnig munu margir hugsa þannig: $0,5 + 0,5 + 0,25 = 1,25$ mín. Tíminn verður þá $22,5 - 1,25 = 21,25$ mín. eða 21 mín. og 15 sek.

Auðveldari verkefni

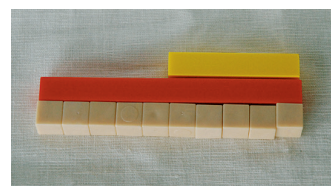
Látið nemendur nota áþreifanleg hjálpartæki til að gera skiptingu 10 tíundu hluta í 1 heilan áþreifanlega. Það er ekki skynsamlegt að nota mörg mismunandi hjálpartæki. Best er að velja úr þeim og láta nemendur

ur nota mikið það sem verður fyrir valinu. Nota má málband, reglustiku o.fl. til að sýna hina línulegu talnaröð og t.d. cuisenaire-kubba eða pappírsbúta með tíundu hlutum og einum heilum til að sýna skiptinguna.

Notkun cuisenaire-kubba

Nemendur finna lengsta kubbin, þann appelsínugula, og kennari segir þeim að hann tákni einn heilan. Síðan er gulu kubburinn tekinn fram en hann er helmingur af þeim appelsínugula.

- Hvað er gulu kubburinn stór í samanburði við þann heila, þ.e. þann appelsínugula? (Hann er helmingurinn af heila kubbum.)
- Hvernig skrifið þið helminginn með tölustöfum? (0,5 eða $\frac{1}{2}$.)
- Hve marga hvíta kubba er hægt að leggja með fram þeim appelsínugula? (10.)
- Hvað er hvíti kubburinn þá stór í samanburði við þann heila? (Einn tíundi hluti, þ.e. 0,1.)



Einnig má nota töflureglustikuna eða metrakvarða til að kynna hundraðshluta. Þá má tákna 1 dm á kvarðanum með 0,1 og 1 cm með 0,01.

Erfiðari verkefni

Oft er vegalengdin í kapphlaupi 10 km. Látið nemendur finna mismunandi samsetningar á hlaupabrautum sem eru 10 km samtals.

Lausnir:

- Rauð – blá – rauð – blá; $4 \cdot \text{gul}$; $4 \cdot \text{blá} + 4 \cdot \text{græn} - \text{rauð} - \text{gul} - \text{græn} + 2 \cdot \text{blá}$.

Látið nemendur finna mismunandi samsetningar á hlaupabrautum sem nema hálfu maraþoni, þ.e. 21,1 km (nákvæmt vegalengd er reyndar 21 097,5 m).

Raunverkefni

Finna tugabrot í daglegu lífi

Nemendur leita í blöðum að tugabrotum við ýmsar aðstæður úr daglegu lífi,

Viðfangsefni

- Tíundu hlutar og hundraðshlutar á talnalínu
- Fjöldi aukastafa

Búnaður

- Reglustika
- Talnalína 0–1,5 (ljósritunarblað 2 (Talnalínur) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 62

Sýnidæmi

Kennari dregur athygli nemenda að tengslum tíundu hluta og hundraðshluta. Eins metra löng töflureglustika, bæði með hundraðshlutum (sentimetrum) og tíundu hlutum (desimetrum) er hið ágætasta hjálpartæki til að sýna þetta.

- Hve margir hundraðhlutar eru í einum tíunda hluta? (10.)
- Hve margir hundraðshlutar eru í þremur tíundu hlutum? (30.)
- Hvernig er það skrifað? (0,3 eða 0,30.)
- Hvað eru 60 hundraðshlutar margir tíundu hlutar? (6.)
- Hvernig er það skrifað? (0,6 eða 0,60.)

Þegar um lengdarmælingar er að ræða má segja að það sé munur á að gefa upp lengdina 0,4 eða 0,40. Munurinn er sá að talan með fleiri aukastöfum er nákvæmari. Þegar uppgefið er að mál á lengd sé 0,4 metrar kann svo að vera að hin raunverulega lengd sé milli 0,35 og 0,45 metrar. Ef mælt er af meiri nákvæmni og út kemur 0,40 getur verið að hin raunverulega lengd sé milli 0,395 m og 0,405 m.

Nr. 3.7

Nemendur mæla lengd greinanna með reglustiku og skrá svörin með einum aukastaf.

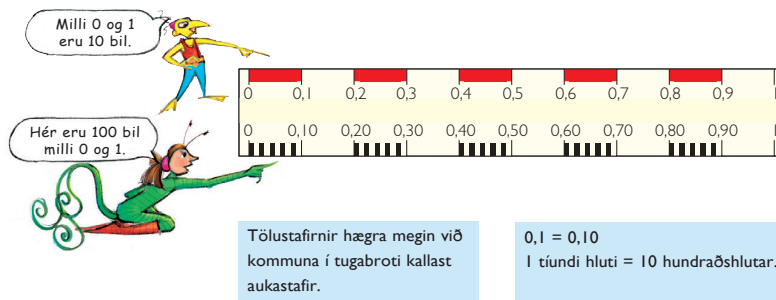
Nr. 3.8

Nemendur lesa af reglustikunni tölurnar sem örvarnar benda á. Svörin má skrifa annaðhvort með einum eða tveimur tölustöfum.

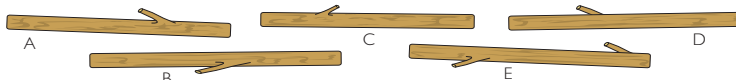
Tugabrot eru lesin tölustaf fyrir tölustaf. Talan 23,15 er því lesin: tuttugu og þrír komma einn fimm frekar en: tuttugu og þrír komma fimmtán.

Tugabrot á talnalínu

– tíundu hlutar og hundraðshlutar



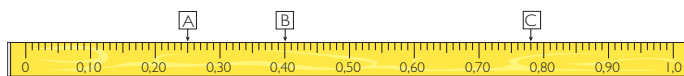
3.7 Hvaða grein er lengst? Mældu allar greinarnar með reglustiku og skráðu lengdirnar í sentimetrum með einum aukastaf.



3.8 Á hvaða tölu benda örvarnar?



3.9 Á hvaða tölur benda örvarnar? Skrifðu svörin með tveimur aukastöfum.



62

3 • Tugabrot

- Einn nemandi svarar með 0,3 en annar með 0,30. Eru þessar tölur misstórar? (Nei, tölustafurinn 3 er í báðum tilvikum í tíundahlutasætinu.)

Nr. 3.9

Nemendur lesa af reglustikunni tölurnar, sem örvarnar benda á, og skrá svörin með tveimur aukastöfum.

► Bls. 63

Nr. 3.10

Nemendur raða tölunum í hvoru „talnaskýi“ eftir stærð.

- Hvaða tala er stærst? (1,4.)
- En er talan 0,9 ekki stærri? (Nei, vegna þess að í 1,4 eru 14 tíundu hlutar en í 0,9 eru aðeins 9 tíundu hlutar.)
- Hver er mismunurinn á 0,11 og 0,08? (0,03.)
- Hvað eru það margir hundraðshlutar? (3.)

Nr. 3.11

Nemendur lesa tölurnar, sem örvarnar benda á, af talnalínunni og svara spurningunum.

- Hvað er langt milli 0 og A? (4 hundraðshlutar.)
- Hvernig skrifið þið það með tölustöfum? (0,04.)

Nr. 3.12–3.13

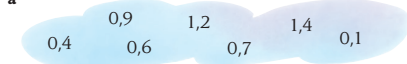
Nemendur teikna talnalínu með hverju verkefni eða nota ljósritunarblað 2 (Talnalínur) aftast í þessari bók. Þeir eiga að merkja tölurnar A–E samkvæmt fyrirmælunum.

Auðveldari verkefni

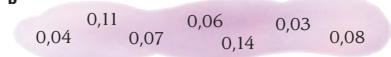
Hér nota nemendur talnalínu frá 0 til 1,5 þar sem búið er að merkja tíundu hluta og hundraðshluta (ljósritunarblað 2 (Talnalínur) aftast í þessari bók. Gott er að festa talnalínu á borðin.

3.10 Skráðu tölurnar í réttri röð. Byrjaðu á minnstu tölunni.

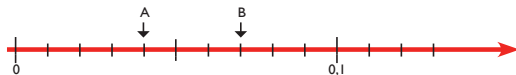
a



b



3.11 a Á hvaða tölur benda örvarnar A og B?



b Hve langt er milli A og B?

c Hve langt er frá A til 0,1?

3.12 Teiknaðu talnalínu eins og þessa.



Merktu þessa punkta á talnalínuna þína.

- A = 0,4
- B er 0,3 minni en A
- C er þrefalt stærri en A
- D er 1 stærri en A
- E er jafn stór og summan af A og B

3.13 Teiknaðu talnalínu eins og þessa.



Merktu þessa punkta á talnalínuna þína.

- A = 0,6
- B er 0,3 minni en A
- C er tvöfalt stærri en A
- D er jafn stór og summan af B og C
- E er jafn stór og C mínus B

63

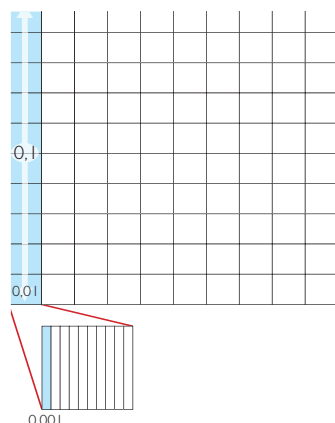
Aðalatriðin á þessari opnu eru:

- Tengslin milli þess sætis, sem tölustafurinn er í, og gildis hans. (Dæmi: Talan 0,46 þýðir 4 tíundu hlutar og 6 hundraðshlutar.)
- Skipting tölu (Dæmi: Einum heilum má skipta í 10 tíundu hluta og einum tíundu hluta í tíu hundraðshluta og öfugt.)

Mikilvægt er að nemendur öðlist raunverulega reynslu af mælingum þar sem tugabrot koma við sögu, t.d. með lítramáli eða reglustiku. Þá skiptir miklu að kennari kynni stærðirnar, sem mæla skal, með tíunduhlutum, t.d. 3,6 cm, en ekki í sentimetrum og millimetrum, þ.e. 3 sentimetrar og 6 millimetrar. Hið sama á við þegar lítrar eru notaðir, þ.e. gott er að nota töluna 0,7 lítrar en ekki 7 desílítrar.

Nota rúðunet

Gott er að nota rúðunet með $10 \cdot 10$ reitum. Verkefnablað 6.28 (Einn heill – einn tíundi hluti – einn hundraðshluti) hentar hér vel. Allt rúðunetið táknar einn heilan, hver dálkur eða röð táknar 0,1 og hver reitur 0,01. Ef hægt væri að skipta hverjum reit í tíu hluta táknæði hver hluti 0,001.



Kennari lætur nemendur sýna ýmis tugabrot í rúðunetinu. Þeir geta til dæmis litað tölurnar: $0,3 - 0,03 - 0,6 - 0,04 - 0,09$.

Meiri þjálfun í tíundu hlutum

Á verkefnablöðum 5.66 og 5.67 (Tíundu hlutar á talnalínu 1 og 2) í verkefnahefti Stiku 1a eru mörg til-tölulega auðveld verkefni um tíundu hluta. Kennari þarf að meta hvort til-teknir nemendur eigi frekar að vinna þessi verkefni en halda áfram yfir á næstu blaðsíður þar sem fjallað er um þúsundustu hluta.

Erfiðari verkefni

Nemendur merkja eftirfarandi tölur á sömu talnalínu:

A = 0,26

B er 0,03 minni en A

C er þrefalt stærri en A

D er jafnt og summan af C og B

E er jafnt og C mínus B

Einnig geta nemendur búið til svipuð verkefni hver fyrir annan.

Raunverkefni

Giska á vegalengd

Nemendur byrja með autt A4-blað, merkja á það tvo krossa sem þeir telja að séu í tiltekinni fjarlægð hvor frá öðrum. Þeir skrá bókstaf við hvorn kross. Síðan merkja þeir – í samræmi við næstu fyrirmæli – tvo aðra krossa í þeirri fjarlægð sem þeir telja rétta. Hér á eftir eru fjarlægðirnar, sem nemendur eiga að giska á, og bókstafirnir sem skrifa skal við hvern kross:

A til B: 6,5 cm C til D: 21,3 cm

E til F: 13,7 cm G til H: 19,1 cm

I til J: 10,9 cm K til L: 25,4 cm

Þegar nemendur hafa giskað á allar sex fjarlægðirnar og sett 12 krossa mæla þeir hve langt er á milli krossanna. Loks reikna þeir út mismuninn á ágiskun sinni og réttri fjarlægð.

Einnig má nota verkefnablað 5.69 (Giska á lengd) í verkefnahefti Stiku 1a. Nemendur giska á lengd strikana á blaðinu og skrá það í cm með tugabroti, t.d. 4,3 cm. Síðan mæla þeir með reglustiku af nákvæmni. Loks finna þeir hve langt þeir voru frá réttri lengd í ágiskuninni.

Viðfangsefni

- Þúsundustu hlutar
- Þyngdarmælingar
- Að breyta grömmum í kíló-grömm og öfugt

Búnaður

- Talnalína (ljósritunarblað 2 (Talnalínur) aftast í þessari bók

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 64

Samræðumynd

Kennari og nemendur ræða saman um að stundum er þörf á að skipta tölu í enn minni hluta en hundraðs-hluta. Þá er hægt að skipta hundraðs-hluta í 10 hluta. Kennari tekur fram töflureglustiku eða teiknar á töfluna.

- Hve marga slíka hluta fáum við á bilinu frá 0 til 1 ef við skiptum hverjum hundraðshluta í tíu minni hluta? (Þúsund.)
- Hvað haldið þið að þessi litlu hlutar kallist? (Þúsundustu hlutar.)

Á þennan hátt má sjá að þúsundustu hlutar koma fram þegar talnalínunni er skipt enn frekar niður og á sama hátt og þegar einum heilum var skipt í tíu tíunda hluta og einum tíunda hluta var skipt í tíu hundraðshluta.

- Haldið þið að til séu minni hlutar en þúsundustu hlutar? (Já hægt er að skipta hverjum þúsundasta hluta í tíu minni hluta og þá koma fram tugþúsundustu hlutar.)
- Þá eru líklega ekki hægt að finna minni hluta – er það? (Jú, hægt er að skipta hverjum tugþúsundasta hluta í tíu hundraðþúsundustu hluta. Og þannig má halda áfram í það óendanlega.)

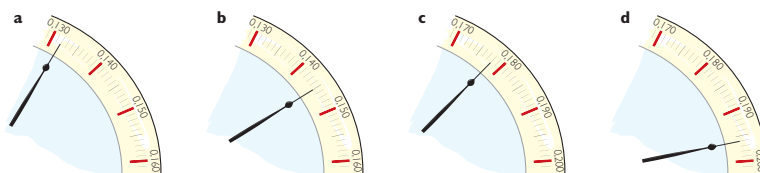
Þúsundustu hlutar eru m.a. notaðir þegar þyngd í grömmum er gefin upp í kílógrömmum (sjá bls. 64) og metrar í kílómetrum. Þeir eru einnig notaðir þegar mæla skal mjög nákvæmlega tímann, t.d. í bobsleða- og Formúlu 1-keppni.

Nemendur lesa tugabrotin, hvern aukastaf fyrir sig: Talan 14,359 er lesin: fjórtán komma þrír fimm níu frekar en: fjórtán komma þrjú

Þúsundustu hlutar



3.14 Hve mikið vegur gullið?



3.15 a Hvaða poki er þyngstur?



b Raðaðu pokunum eftir þyngd. Byrjaðu á léttasta pokanum.

3.16 Skrifaðu tölurnar í röð eftir stærð. Byrjaðu á minnstu tölunni.

0,372 0,412 0,310
0,288 0,346 0,421

3.17 Hvor talan er stærri?

- a 0,345 eða 0,435 c 0,43 eða 0,432 e 0,560 eða 0,56
b 0,35 eða 0,320 d 0,132 eða 0,123 f 0,773 eða 0,91

64

3 • Tugabrot

hundruð fimmtíu og níu. Reyndar eru tugabrotin í þessari tölu þrjú hundruð fimmtíu og níu þúsundustu hlutar þannig að síðarnefndi lesturinn er ekki beinlínis rangur. En það er auðveldara fyrir nemendur að skipta tölunum þegar aukastafirnar eru lesnir tölustaf fyrir tölustaf.

Mælt er með því að nemendur vinni saman að verkefnum þessarar opnu. Ástæðan er sú að verkefnin geta verið mjög snúin fyrir einstaka nemendur og einnig vegna þess að með samvinnu þjálfast þeir í hinum munnlega þætti, m.a. að lesa tugabrotin með því að nefna hvern tölustaf fyrir sig.

Nr. 3.14

Nemendur lesa af kvarðanum á voginni og svara með þremur aukastöfum.

- Hvað vegur gullið í a og b samtals? (0,277 kg.)

- Hve miklu meira gull er í b en a? (0,013 kg.)
- Hve miklu minna er í c en í d? (0,018 kg.)
- Hve mikið vantar upp á 1 kg í b? (0,855 kg.)

Nr. 3.15

Nemendur finna hvaða poki er þyngstur. Því næst raða þeir pokunum eftir þyngd og setja léttasta pokann fyrst.

Nr. 3.16

Nemendur skrifa tölurnar í „talnaskýinu“ í rétttri röð, minnstu töluna fyrst.

Nr. 3.17

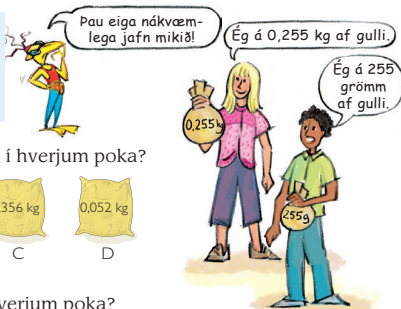
Nemendur bera saman tölurnar og tilgreina stærri töluna í hverju verkefni.

3.18 Teiknaðu talnalínu eins og þessa.



- a Merktu þessar tölur á talnalínuna þína: 0,235, 0,239 og 0,243.
b Hvaða tala er mitt á milli 0,23 og 0,24?
c Hvaða tala er mitt á milli 0,242 og 0,248?

1 kílógramm eða kíló (kg) = 1000 grömm (g)
1 gramm = $\frac{1}{1000}$ kíló = 0,001 kg



3.19 Hve mörg grömm eru í hverjum poka?



3.20 Hve mörg kíló eru í hverjum poka? Skráðu svörin með þremur aukastöfum.



3.21 Breyttu grömmunum í kílógrömm. Skrifðu svörin með þremur aukastöfum.

- a 300 g b 750 g c 830 g d 325 g

3.22 Breyttu kílóunum í grömm.

- a 0,600 kg b 0,560 kg c 0,185 kg d 0,075 kg

3.23 Hve mikið vantar upp á 1 kg? Skráðu svörin bæði í grömmum og kílógrömmum með þremur aukastöfum.



65

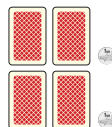
Gott er að nota rúðunetið sem lýst er í kaflanum Auðveldari verkefni á bls. 63. Ljósrita má rúðunetið á glæru (verkefnablað 6.28 (Einn heill – einn tíundi hluti – einn hundraðshluti) eða verkefnablað 6.29 (Einn heill – einn tíundi hluti – einn hundraðshluti einn þúsundasti hluti) og láta nemendur lita mismunandi tölur með tveimur og þremur aukastöfum.

Erfiðari verkefni

Spil mynda tugabrot (spil)

Búnaður: Spil án mannspla (ásinn táknar 1), tveir krónu- eða spíla-peningar handa hverjum leikmanni.

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Spilastokkur er settur á hvolf á miðju borðsins. Leikmenn fá fjögur spil sem þeir raða á hvolf í tvær raðir. Peningarnir eru settir hægra megin við hvora röð.



Þegar merki er gefið snúa leikmenn spilunum sínum upp. Nú á að raða spilunum í hvorri röð samkvæmt eftirfarandi reglum:

Rauð spil eiga að vera hægra megin við kommutáknið (peninginn/spilapeninginn) og svört spil vinstra megin. Ef aðeins eru rauð spil í röð er 0 hugsað fyrir framan kommutáknið. Leikmenn leggja nú saman tölurnar tvær, skrá summuna og setja spilin neðst í bunkann.

Nú er leikurinn endurtekinn en að þessu sinni fær hver leikmaður sex spil. Raðirnar eru áfram tvær en þrjú spil eru nú í hvorri. Leikmaður leggur töluna sem hann fær, við summuna sem hann á fyrir.

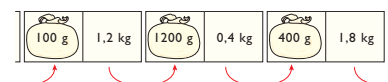
Sá vinnur sem er með stærstu summuna eftir fyrir fram ákveðinn fjölda umferða.

Raunverkefni

Mælingadómínó – þyngd (spil)

Nemendur búa til dómínókubba þar sem skráð eru grömm á annan helminginn en á hinn kíló.

Í spílinu fá nemendur viðbótarþjálfun í að breyta kílógrömmum í grömm og öfugt. Nota má verkefnablað 6.30–6.32 (Mælingadómínó – þyngd 1, 2a og 2b).



► Bls. 65

Nr. 3.18

Nemendur teikna talnalínu eins og þá sem er efst á blaðsíðunni eða nota ljósritunarblað 2 (Talnalínur) aftast í þessari bók. Síðan merkja þeir tölurnar í a-lið á talnalínuna. Gott er að nota talnalínuna einnig við verkefnin í b- og c-lið.

Nr. 3.19

Nemendur skrá þyngd pokanna í grömmum.

Nr. 3.20

Nemendur skrá þyngd pokanna í kílóum með þremur aukastöfum.

Nr. 3.21

Nemendur skrá þyngdina í kílógrömmum með þremur aukastöfum.

Nr. 3.22

Nemendur skrá þyngdina í grömmum.

Nr. 3.23

Nemendur finna hve mikið vantar upp á 1 kg. Þeir skrá svörin bæði í grömmum og kílógrömmum með þremur aukastöfum.

Auðveldari verkefni

Kennari beinir athygli nemenda að tengslum þess sætis, sem hver tölustafur er í, og þess gildis sem hann hefur (t.d. að 0,463 merkir 4 tíundu hluta, 6 hundraðshluta og 3 þúsundustu hluta). Til að bera þá tölu saman við t.d. 0,52 þarf að bera saman tölustafina í hverju sæti.

Leggið áherslu á skiptingu, að skipta má einum heilum í 10 tíundu hluta, einum tíunda hluta í 10 hundraðshluta og einum hundraðshluta í 10 þúsundustu hluta. Sama reglan endurtekur sig í hvert sinn, þ.e. sama reglan og notuð er um stærri tölur (einu hundraði er skipt í 10 tugi o.s.frv.)

Viðfangsefni

- Að staðsetja tugabrot á talnalínu
- Að skrá tölu ýmist sem tíundu hluta, hundraðshluta og þúsundustuhluta

Búnaður

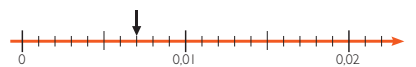
- Talnalína (ljósritunarblað 2 (Talnalínur) aftast í þessari bók
- Töluspjöld frá 0 til 10 (verk-efnablöð 6.33a–d (Töluspjöld – tugabrot 1–4))

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 66

Samræðumynd

Kennari gengur úr skugga um að nemendur skilji hvernig þeir telja áfram á talnalínunni til að lesa þúsundustu hluta. Kennari teiknar svipaða talnalínu á töfluna sem nær lengra, til dæmis upp í 0,02 og sýnir þúsundustu hlutana með þverstrikum.



Á hvaða tölu bendir örinn? (0,007.)

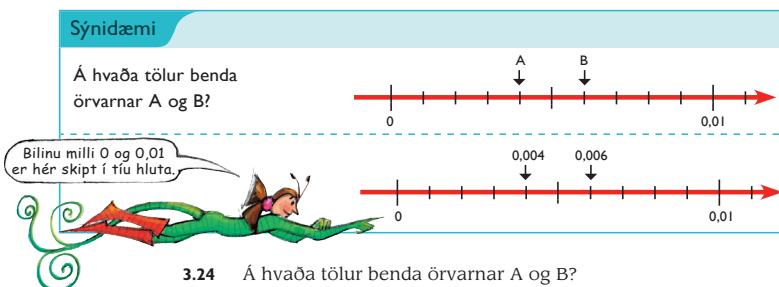
- Nú hoppa ég einn hundraðshluta áfram á talnalínunni. Hvar lendi ég þá? (Í 0,017 – kennari bendir á réttan stað.)
- Hvað er einn hundraðshluti margir þúsundustu hlutar? (10.)
- Ef ég breyti tölunum undir talnalínunni þannig (kennari þurrkar út tölurnar þrjár og skrifar 0,99 í staðinn fyrir 0,01 og 1 í stað 0,02) – hvað á þá að standa lengst til vinstri? (0,98.)
- Á hvaða tölu bendir örinn núna? (0,987.)

Nr. 3.24

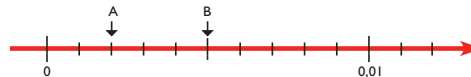
Nemendur lesa af talnalínunni og segja til um á hvaða tölur örvarnar A og B benda.

Nr. 3.25

Nemendur teikna talnalínu eins og þá sem er fyrir ofan og staðsetja tölurnar á rétta staði. Í staðinn fyrir að teikna má nota ljósritunarblað 2 (Talnalínur) aftast í þessari bók.



3.24 Á hvaða tölur benda örvarnar A og B?



3.25 Teiknaðu talnalínu og merktu tölurnar á rétta staði.

A 0,008 B 0,001 C 0,012

3.26 Á hvaða tölur benda örvarnar C, D og E?



3.27 a Á hvaða tölur benda örvarnar A og B?



b Hvað er langt milli A og B?

c Hvað er langt frá A til 0,01?

3.28 Skrifaðu tölurnar í röð eftir stærð. Byrjaðu á minnstu tölunni.

a 0,008 0,002 0,013 0,004 0,009 0,011 0,007

b 0,003 0,010 0,021 0,007 0,012 0,017 0,009

66

3 • Tugabrot

Nr. 3.26

Nemendur lesa af talnalínunni, segja til um á hvaða tölur örvarnar C, D og E benda.

Nr. 3.27

Nemendur lesa af talnalínunni og segja til um á hvaða tölur örvarnar A og B benda og svara spurningunum.

Nr. 3.28

Nemendur raða tölunum í hvoru „talnaskýi“ eftir stærð.

► Bls. 67

Nr. 3.29–3.32

Nemendur skrifa tölurnar með réttum fjölda aukastafa. Gott er að láta þá vinna munnleg verkefni sem svipar til verkefna bókarinnar; þá geta þeir táknað tölurnar á mismunandi vegu:

- Hvað eru 5 tíundu hlutar margir hundraðshlutar? (50 hundraðshlutar.)
- Hvernig skrifar þú það? (0,5 eða 0,50.)
- Hvað eru 40 hundraðshlutar margir tíundu hlutar? (4, það er skrifað 0,4 eða 0,40.)
- Hvað eru 5 hundraðshlutar margir þúsundustu hlutar? (50.)
- Hvað eru 200 þúsundustu hlutar margir tíundu hlutar? (2.)
- Hvað eru 200 þúsundustu hlutar margir hundraðshlutar? (20.)

Nr. 3.33

Nemendur finna stærri töluna í hverju verkefni. Í þessu verkefni er sjónum aðallega beint að því að sumir nemendur hafa þá ranghugmynd að tugabrot séu sett saman úr tveimur tölum. Þeir kunna að segja að talan 0,28 sé stærri en 0,4 vegna þess að 28 er stærri en 4.

0,1 = 0,10
1 tíundi hluti =
10 hundraðshlutar

0,01 = 0,010
1 hundraðshluti =
10 þúsundustu hlutar

3.29 Skrifaðu tölurnar með tveimur aukastöfum.

a 0,5 b 0,3 c 0,8

3.30 Skrifaðu tölurnar með einum aukastaf.

a 0,60 b 0,40 c 0,90

3.31 Skrifaðu tölurnar með þremur aukastöfum.

a 0,05 b 0,07 c 0,08

3.32 Skráðu tölurnar með tveimur aukastöfum.

a 0,040 b 0,060 c 0,030 d 0,090

3.33 Hvor talan er stærri?

a 0,4 eða 0,28 b 0,17 eða 0,6 c 0,34 eða 0,5

3.34 Skrifaðu tölu sem er á milli

a 7 og 8 b 0,4 og 0,5 c 3 og 3,1

3.35 Veldu eina tölu úr A og aðra úr B þannig að summa þeirra verði 1.

A B

0,35	0,67	0,6
0,17	0,28	0,45

0,45 + 0,55 = 1

SPIL Hver fær stærstu töluna?

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn.

- Notið töluspjöld milli 0 og 9.
- Notið spilaborð eins og þetta: 0,
- Leikmaður dregur spjald og ákveður hvaða gildi tölustafurinn á að hafa (tíundi hluti, hundraðshluti eða þúsundasti hluti).
- Leikmenn draga til skiptis þar til búið er að fylla upp í alla þrjá reitina.
- Sá vinnur sem hefur stærstu töluna í lokin.

Einnig má spila nokkrar umferðir. Þá vinnur sá sem hefur hæstu summuna í lokin.

Nota má vasareikni til að leggja saman tölurnar.

Einnig má hafa þá reglu að sá vinni sem vinnur flestar umferðir.

67

Nr. 3.34

Nemendur finna tölu sem er milli talnanna sem tilteknar eru.

- Hvaða tölu skrifaðir þú milli 0,4 og 0,5? (Látið nemendur koma með tilögur og spyrjið bekkinn hvort svörin séu rétt. Raða má tölunum eftir stærð og staðsetja þær á talnalínu frá 0,4 til 0,5.)
- Getið þið fundið tvær mismunandi tölur sem eru þannig að ekki er hægt að finna neinar tölur á milli þeirra? (Nei, það eru alltaf tölur milli tveggja mismunandi talna.)
- Hve margar tölur eru milli 0,4 og 0,5? (Óendanlega margar en þær byrjar allar á 0,4.)

Nr. 3.35

Nemendur velja eina tölu í senn úr hvoru litasvæði þannig að summa þeirra verði 1.

Hver fær stærstu töluna? (spil)

Búnaður: Töluspjöld (eða teningur) með tölunum 0–9.

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn. Hver þeirra teiknar spilaborð. Þeir draga til skiptis töluspjald úr bunka, ákveða hvort talan á spjaldinu tákni tíundu hluta, hundraðshluta eða þúsundustu hluta og skrá hana í einn reitinn. Síðan setja þeir spjaldið aftur í bunkann. Þegar allir hafa dregið þrisvar hafa þeir lokið við að skrifa töluna sína. Sá vinnur sem er með stærstu töluna.

Gott er að spila nokkrar umferðir, t.d. 5 umferðir. Leikmenn leggja saman allar fimm tölurnar sínar í lokin. Auðveldara afbrigði er að láta sigurvegara hvernar umferðar fá 1 stig. Takmarkið er að vera fyrstur að fá 5 eða 10 stig.

Auðveldari verkefni

Kennari reynir að gera vinnuna með tugabrot áþreifanlega. Gott er að nota talnalínur við verkefni á bls. 66 og sætisgildiskubba við bls. 67. Einnig hentar verkefnablað 5.72 (*Tugabrot gerð áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku 1a vel. Á bls. 67 er sérstök áhersla lögð á gildi tölustafanna en það kemur betur í ljós ef tölurnar eru lesnar tölustaf fyrir tölustaf: „Núll komma tveir átta“ í staðinn fyrir „núll komma tuttugu og átta“.

Erfiðari verkefni og raunverkefni Finnið töluna mína (leikur)

Leikmenn spila saman í litlum hópum. Einn skrifar tugabrot milli 0 og 10 og ákveður hvort aukastafirnar eru einn, tveir eða þrír. Hinir giska til skiptis á hver talan er. Sá sem valdi töluna segir til um hvort talan, sem giskað er á, er rétt, hvort hún er of lítil eða of stór.

Sá vinnur sem giskar á rétta tölu og fær að velja þá næstu. Leikmenn geta einnig spilað tveir og tveir. Þá velur annar töluna og hinn giskar.

Stríð (spil)

Búnaður: Spjöld úr þykkum pappír eða verkefnablað 6.33a–d (*Töluspjöld – tugabrot 1–4*).

Nemendur klippa spjöld út úr A4-blaði. Ef þeir brjóta blaðið þrisvar og opna það aftur kemur í ljós að blaðinu hefur verið skipt í átta jafn stóra hluta sem klippa má út.

Hver nemandi þarf 16 spjöld en spilið er skemmtilegra ef hver og einn hefur fleiri spjöld. Á hvert spjald skal skrifa tugabrot milli 0 og 1. Sumar tölurnar eru einungis með tíundu hlutum, aðrar með bæði hundraðshlutum og þúsundustu hlutum.

Nemendur spila saman tveir og tveir. Spjöldin eru stokkuð og skipt milli leikmanna sem setja bunkann á hvolf fyrir framan sig. Þeir snúa efsta spilinu við samtímis. Sá sem er með stærri tölu á spjaldinu sínu fær bæði spjöldin og leggur þau neðst í bunkann sinn. Ef sama tala kemur upp verður stríð. Þá á hvor leikmaður að draga þrjú spjöld og þrjú spjaldið ræður því hvor vinnur öll spilin. Markmiðið er að eignast sem flest spjöld.

Viðfangsefni

- Talnamynstur
- Samlagning og frádráttur með tugabrotum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 68

Nr. 3.36

Nemendur skrifa næstu þrjár tölur í hverri talnarunu. Biðjið þá að lýsa því hvernig tölurnar stækka með hverri tölu: Hér stækkar hver ný tala um hið sama í a-lið (0,3) og í b-lið (0,5). Í c-lið er hver ný tala stærri tvöfalt stærri en talan á undan. Með öðrum orðum: Næsta tala á eftir er fundin með því að tvöfalda síðustu töluna.

Nr. 3.37

Nemendur skrifa tölurnar sem vantar í hverja talnarunu. Kennari biður þá að lýsa mynstrunum. Í a-lið stækka tölurnar með hverri tölu um 0,3, í b-lið minnka tölurnar um 0,5, í c-lið er næsta tala tvöfalt stærri en talan á undan.

Nr. 3.38

Nemendur skrá næstu þrjár tölur í hverri talnarunu. Biðjið þá að lýsa munnlega hvernig tölurnar stækka. Í a-lið stækka tölurnar um 0,15 og í c-lið um 0,07. Í b-lið minnka tölurnar um 0,15.

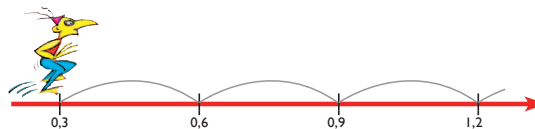
Nr. 3.39

Nemendur skrá tölurnar sem vantar í hverja röð. Biðjið þá að lýsa mynstrunum: Í a-lið stækka tölurnar með hverri tölu um 0,04, í b-lið minnka þær um 0,04 en í c-lið stækka þær um 0,05.

Nr. 3.40

Nemendur skrifa næstu þrjár tölur í hverri talnarunu. Þeir eiga jafnframt að lýsa í hverju talnamynstrið er fólgið. Tölurnar stækka með hverri tölu um 0,6 í a-lið, þær tvöfaldast í b-lið en stækka um 0,25 í c-lið.

Talnamynstur og tugabrot



3.36 Skrifaðu næstu þrjár tölur í talnarunum.

- a $0,3 - 0,6 - 0,9 - 1,2 - \dots$
- b $0,4 - 0,9 - 1,4 - 1,9 - \dots$
- c $0,1 - 0,2 - 0,4 - 0,8 - \dots$

3.37 Hvaða tölur vantar í talnarunurnar?

- a $0,2 - 0,5 - \square - 1,1 - \square - 1,7$
- b $4,8 - \square - 3,8 - 3,3 - \square - 2,3$
- c $0,4 - 0,8 - \square - 3,2 - \square - 12,8$

3.38 Hvaða þrjár tölur koma næst í talnamynstrunum? Skráðu tölurnar með eins fáum aukastöfum og hægt er.

- a $0,25 - 0,4 - 0,55 - 0,7 - \dots$
- b $0,9 - 0,75 - 0,6 - 0,45 - \dots$
- c $0,07 - 0,14 - 0,21 - 0,28 - \dots$

3.39 Hvaða tölur vantar í talnamynstrin?

- a $0,02 - 0,06 - \square - 0,14 - \square - 0,22$
- b $0,24 - 0,20 - \square - 0,12 - \square - \square$
- c $0,17 - \square - 0,27 - 0,32 - \square - \square$

3.40 Hvaða þrjár tölur koma næst í talnarununum? Lýstu talnamynstrinu í hverri talnarunu.

- a $0,6 - 1,2 - 1,8 - 2,4 - \dots$
- b $0,3 - 0,6 - 1,2 - 2,4 - \dots$
- c $0 - 0,25 - 0,50 - 0,75 - \dots$

68

3 • Tugabrot

► Bls. 69

Nr. 3.41

Nemendur eiga að skrifa þrjár næstu tölur í hverri talnarunu. Biðjið þá að lýsa hvernig tölurnar stækka: Í a-lið stækka þær um 0,003, í b-lið um 0,005 en í c-lið hækkar mismunurinn í hvert sinn um 0,002: í fyrsta „hoppi“ er mismunurinn 0,002, í öðru „hoppi“ er hann 0,004, í því þriðja 0,006 o.s.frv.

Nr. 3.42

Hér minnka tölurnar um 0,005 í a-lið, stækka um 0,015 í b-lið og minnka um 0,01 í c-lið.

Nr. 3.43

Nemendur búa til sínar eigin talnarunu. Þeir geta látið tölurnar ýmist minnka eða stækka og notað fastan mismun en einnig má láta hann breytast eftir ákveðnu mynstri. Miklu

skiptir að nemendur lýsi talnamynstrum sínum, helst bæði munnlega og skriflega.

Nr. 3.44

Nemendur raða tölunum þannig að þær myndi talnamynstur. Ef þeim er raðað í stækkandi röð mun mismunurinn milli þeirra aukast um 0,001 með hverri tölu.

Nr. 3.45

Nemendur skoða talnarunurnar og finna út hver 10. tala í hverri röð verður. Þeir geta skrifað allar hinar tölurnar ef þeir vilja en það er ekki nauðsynlegt. Kennari biður þá að lýsa mynstrunum og hvernig þeir reiknuðu út tölu nr. 10.

Fyrstur upp í 1 (spil)

Leikmenn spila saman tveir eða þrír. Þeir kasta teningi til skiptis. Eftir

- 3.41 Hvaða þrjár tölur koma næst í talnamynstrunum?
- 0,003 – 0,006 – 0,009 – 0,012 – ...
 - 0,003 – 0,008 – 0,013 – 0,018 – ...
 - 0,001 – 0,003 – 0,007 – 0,013 – ...
- 3.42 Skráðu þrjár næstu tölur í talnarununum.
- 0,070 – 0,065 – 0,060 – 0,055 – ...
 - 0,025 – 0,040 – 0,055 – 0,070 – ...
 - 0,133 – 0,123 – 0,113 – 0,103 – ...
- 3.43 Búðu til þrjár mismunandi talnarunur með tugabrotum.
- 3.44 a Notaðu tölurnar hér á eftir og búðu til talnamynstur.



- b Skrifðu næstu þrjár tölur í talnamynstrið sem þú bjóst til.

- 3.45 Hvaða tala verður númer 10 í þessum talnarunum?

	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 10
a	0,4	0,8	1,2	1,6						
b	0,1	0,2	0,4	0,7	1,1	1,6		2,9		
c	0,254	0,249	0,244	0,239						

SPIL Fyrstur upp í I

Tveir eða þrír leikmenn kasta teningi til skiptis sex sinnum. Þeir ákveða í hvert sinn hvort talan, sem upp kemur, skuli tákna tíundu hluta eða hundraðshluta. Síðan leggja þeir saman. Sá vinnur sem kemst næst I. Það er bannað að fá meira en I!



69

Hugmyndir og athugasemdir

tölulega auðveld þjálfunarverkefni sem varða tíundu hluta og hundraðshluta. Kennari þarf að meta hvort einhverjir nemendur eigi frekar að vinna þessi verkefni en síðustu verkefni á þessum blaðsíðum.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Spilið neðst á bls. 69 verður strembnara ef frekar eru notaðir hundraðshlutar og þúsundustu hlutar. Þá vinnur sá sem kemst næst 0,1.

Skrifa talnarunur

Kennari lýsir talnarunu munnlega og nemendur eiga að skrifa fimm fyrstu tölurnar í hverri röð:

- Byrjið í 0,1 og hoppið áfram 0,05 skref í einu.
- Byrjið í 0 og hoppið áfram 0,7 skref í einu.
- Byrjið í 1 og hoppið aftur á bak 0,03 skref í einu.
- Byrjið í 0,5 og hoppið áfram 0,019 skref í einu.

Flytja kommuna (spil)

Sjá verkefnablöð 6.34 og 6.34a (Flytja kommuna og Boðspjöld með spili Flytja kommuna).

hvert kast ákveður leikmaður hvort talan, sem upp kom á teningnum, eigi að tákna tíundu hluta eða hundraðshluta. Ef hann fær t.d. 5 getur talan orðið annaðhvort 0,5 eða 0,05.

Eftir sex köst skal leggja tölurnar saman. Sá vinnur sem kemst næst I. Sá eða þeir tapa sem fá meira en I.

Gott er að skrá niðurstöðurnar eftir hvert kast í töflu. Það auðveldar samlagninguna eftir sex köst.

Kast nr.	Stig
1	0,3
2	0,06
3	0,4
4	0,05
5	0,05
6	0,1
Summa	0,96

Auðveldari verkefni

Nemendur nota talnalínu í vinnu sinni með tíundu hluta og hundraðshluta. Gera má vinnuna enn áþreifanlegri með því að nota töflureglustiku.

Í spili á bls. 69 má fá nemendum í hendur verkefnablöð 5.72 (*Tugabrot gerð áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku Ia til að gera vinnuna áþreifanlegri. Þeir klippa bútana í sundur og safna saman ákveðnum fjölda tíundu hluta og hundraðshluta eftir hvert kast. Þannig sjá þeir svart á hvítu að tíu hundraðshlutum má skipta í einn tíundu hluta og að þeir þurfa 10 tíundu hluta til að vinna spilið.

Meiri þjálfun í tíundu hlutum og hundraðshlutum

Á verkefnablöðum 5.66 og 5.67 (*Tíundu hlutar á talnalínu 1 og 2*) og 5.70 (*Tíundu hlutar og hundraðshlutar*) í verkefnahefti Stiku Ia eru fleiri til-

Viðfangsefni

- Tölustafir og gildi þeirra eftir sætum
- Að lesa tugabrot upphátt

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 70

Samræðumynd

Myndin sýnir hvað tölustafirnir í tugabroti kallast. Þetta er heppileg innlögn fyrir vinnuna á þessari opnu: Kennari skrifar nokkur tugabrot á töfluna, bendir á mismunandi tölustafi og biður nemendur um að segja til um gildi þeirra. Kennari skrifar á töfluna 25,619.

- Hvert er gildi tölustafsins 1? (Einn hundraðshluti.)
- Hvert er gildi tölustafsins 2? (Tuttugu.)
- Hvernig er þessi tala lesin? (Tuttugu og fimm komma sex einn níu.)

Kennari skrifar nokkrar tölur sem fela í sér tölustafinn 0, t.d. 502,067.

- Hvaða gildi hefur stærsti tölustafurinn í þessari tölu? (Sjö þúsundustu hlutar.)
- Hve margir tíundu hlutar eru í þessari tölu? (Engir, núll.)
- Hvernig er þessi tala lesin? (Fimm hundruð og tveir komma núll sex sjö.)

Nr. 3.46

Nemendur skrifa gildi undirstrikuðu tölustafanna.

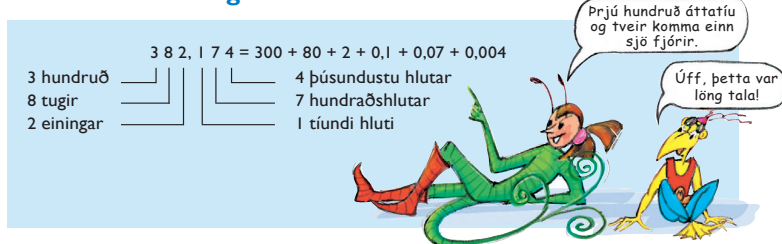
Nr. 3.47

Nemendur finna stærsta tölustafinn í hverri tölu og skrá gildi hans.

Nr. 3.48

Nemendur lesa tölurnar og skrifa þær með bókstöfum. Þeir geta unnið saman tveir og tveir og lesið tölurnar hvor fyrir annan áður en þeir skrifa þær.

Tölur og tölustafir



Sýnidæmi

Hvert er gildi undirstrikuðu tölustafanna?

a 471,52

b 719,38

a Gildi tölustafsins 7 er 70.

b Gildi tölustafsins 8 er 0,08.

3.46 Hvert er gildi undirstrikuðu tölustafanna?

a 32,5

c 456,83

e 12,973

g 987,125

b 78,9

d 487,62

f 67,094

h 9845,773

3.47 Hvert er gildi stærsta tölustafsins í hverri tölu?

a 52,75

c 776,86

e 235,947

g 1262,528

b 98,25

d 217,19

f 597,056

h 3925,782

3.48 Lestu þessar tölur og skrifaðu með eigin orðum það sem þú lest.

a 425,7

b 308,54

c 67,037

d 315,258



70

3 • Tugabrot

► Bls. 71

Nr. 3.49–3.50

Nemendur leggja saman tölurnar og skrifa þær sem eina tölu.

Nr. 3.51

Nemendur skipta tölunum upp með því að skrá gildi hvers tölustafs. Kennari rifjar upp verkefni sem þessi ef á þarf að halda, þ.e.: $61,8 = 60 + 1 + 0,8$.

Nr. 3.52

Nemendur skrá gildi tölustafsins 6 í hverri tölu.

Nr. 3.53

Nemendur skrá gildi tölustafsins 5 í hverri tölu.

Nr. 3.54

Nemendur skrifa tölurnar í hverju verkefni með tölustöfum.

Nr. 3.55

Nemendur nota upplýsingarnar til að finna tölur sem passa við lýsingarnar. Hér hentar afar vel að teikna fimm reiti sem skrá skal í fimm tölustafi. Þá er komma eftir þriðja reitinn. Lausnir eru fleiri en ein þannig að röskustu nemendurnir geta leitað að fleiri en einni lausn. Með skipulegum vinnubrögðum geta þeir fundið allar lausnirnar.

Prófa má töluna 1 í tiundahlutasætið en þar á að vera minnsti tölustafurinn. Þar sem allir tölustafirnir eru mismunandi má prófa tölustafinn 2 í hundraðshlutasætið. Þá verður tölustafurinn í einingasætinu 4 og 3 í hundraðasætinu. Í tugasætið má þá setja alla aðra tölustafi sem eru stærri en 4, þ.e. 5, 6, 7, 8 eða 9.

Ekki er hægt að leysa verkefnið ef tölustafurinn 3 er settur í hundraðshlutasætið og þar með tölustafinn

- 3.49 Skrifaðu sem eina tölu.
- a $500 + 30 + 8 + 0,6$ c $70 + 8 + 0,9 + 0,05$
b $700 + 70 + 2 + 0,2$ d $900 + 40 + 0,7 + 0,02$
- 3.50 Skrifaðu sem eina tölu.
- a $700 + 50 + 8 + 0,3 + 0,02 + 0,005$
b $8000 + 50 + 2 + 0,09 + 0,002$
- 3.51 Skiptu tölunum upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs.
- a 61,8 c 415,85 e 14,315 g 3528,901
b 308,2 d 309,76 f 32,017 h 8295,129
- 3.52 Hvert er gildi tölustafsins 6 í þessum tölum?
- a 62,5 c 916,45 e 547,368
b 0,625 d 210,06 f 612,709
- 3.53 Hvaða gildi hefur tölustafurinn 5 í tölunum?
- a 658,1 c 218,56 e 59 418,723
b 213,15 d 7514,74 f 2638,065
- 3.54 Skrifaðu sem eina tölu.
- a Fjögur hundruð áttatíu og tveir komma níu.
b Sjö hundruð og fimm komma þrír og tveir.
c Eitt hundruð og átta komma núll einn fimm.
- 3.55 Finndu töluna:
- Í tölunni eru fimm ólíkir tölustafir þar af eru tveir aukastafir.
 - Tölustafurinn í tíundahlutasætinu er minnsti tölustafurinn í tölunni.
 - Tölustafurinn í tugasætinu er stærsti tölustafurinn.
 - Tölustafurinn í hundraðasætinu er þrefalt stærri en tölustafurinn í tíundahlutasætinu.
 - Tölustafurinn í einingarsætinu er tvöfalt stærri en tölustafurinn í hundraðshlutasætinu.



71

Hugmyndir og athugasemdir

aukalega þegar hann er settur í einingasætið fyrir framan kommunu.

1. Finndu stærstu töluna sem er minni en 10 000. (9764,1)
2. Finndu minnstu töluna. (0,14679; einnig má nota þetta svar: 1,4679, þ.e. sleppa 0.
3. Finndu stærstu töluna. (97641)
4. Finndu töluna sem er næst 60. (61,479)
5. Finndu töluna sem er næst 200 (197,64)
6. Finndu töluna sem er næst 8000. (7964,1)
7. Finndu minnstu töluna sem er stærri en 500. (614,79)
8. Finndu stærstu töluna sem er minni en 80. (79,641)
9. Finndu stærstu töluna sem er milli 0,6 og 0,7 (0,69741)
10. Finndu töluna sem er næst 300. (197,64)

Raunverkefni

Burt með töluna!

Búnaður: Vasareiknir

Hver nemandi slær sjö stafa tölu inn á vasareikninn. Fjórir tölustafir eiga að vera á undan komunni og þrír tölustafir á eftir henni; talan 0 má ekki vera með. Síðan eiga þeir að fjarlægja tölustafina, tölustaf fyrir tölustaf úr glugga vasareiknisins með frádrætti. Þeir skrá það sem þeir draga frá og það sem birtist í glugga vasareiknisins, t.d. í töflu eins og þessa:

	5379,126
-9	5370,126
-70	5300,126
-0,1	5300,026
-0,06	5300,02
-300	5000,02
-5000	0,02
-0,02	0

6 í einingarsætinu. Þá þarf að nota annaðhvort 1 eða 2 í tíundahlutasætið og afleiðingin er sú að annaðhvort þarf að vera 3 eða 6 í hundraðasætinu. En það er ekki hægt þar sem báðir þessir tölustafir eru þegar í notkun.

Hins vegar má setja 4 í hundraðshlutasætið (en ekki hærri tölustaf). Þá verður tölustafurinn 8 í einingarsætinu. Þar sem stærsta talan á að vera í tugasætinu verður tölustafurinn 9 þar. Þá má setja tölustafina 1 eða 2 í tíundahlutasætið sem veldur því að tölustafirnar 3, 6 eiga að vera í hundraðasætinu.

Auðveldari verkefni

Það atriði á þessari opnu, sem kann að vera erfitt fyrir nemendur, er hvort rætt er um sjálfan tölustafinn eða gildi hans. Kennari sýnir þeim fram á að þetta á einnig við um

heilar tölur: Tölustafurinn 2 í tugasætinu táknar 20 en tölustafurinn 2 í hundraðasætinu táknar 200. Gott er að nota töluspjöld á verkefnablaði 5.10 (*Töluspjöld 1*) í verkefnahefti Stiku 1a til að sýna uppbyggingu talna tölustaf fyrir tölustaf.

Erfiðari verkefni

Hver er talan?

Leggið töluna 641,79 fyrir nemendur (verkefnið er einnig á verkefnablaði 6.35 (*Hver er talan?*)).

Nemendur eiga að færa tölustafina til og finna þannig lausnirnar. Einnig á flytja kommunu. Alla tölustafina á að nota í hverju verkefni en hver þeirra má aðeins koma einu sinni fyrir. Spyrið nemendur í upprifjunarskyni hvað gerist ef komman er sett fremst? (Þá þarf að setja tölustafinn 0 fyrir framan kommunu þannig að nota má tölustafinn 0

Viðfangsefni

- Námundun að næstu heilu tölu og til næsta tíunda hluta
- Slumpreikningur og reikningur í daglegu lífi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 72

Samræðumynd

Námundun felst í því að einfalda tölu. Námundun er notuð þegar nægir að tala sé um það bil rétt. Í skiðagöngu er tíminn oftast námundaður að næsta tíunda hluta úr sekúndu.

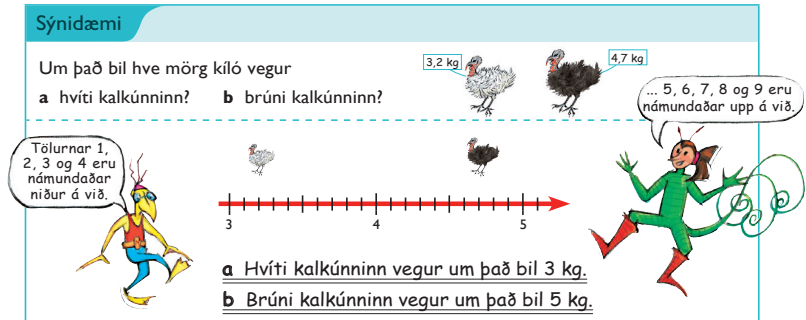
Slumpreikningur er eins konar námundunarreikningur sem notaður er þegar ekki er þörf á nákvæmu svari. Þá eru tölurnar, sem nota á í útreikningi, námundaðar áður en reiknað er. Í stað þess að reikna af nákvæmni er t.d. vöruverð námundað að heilum tug eða hundraði. Tilgangurinn er einkum sá að einfalda útreikningana.

Í námundun er oftast námundað að heilli tölu, annaðhvort upp eða niður. Hvort námundað er að næsta heila tíunda hluta, einingu, tug eða einhverju öðru sæti í sætiskerfinu er háð tölunum, sem um ræðir, og af kringumstæðunum: hversu nákvæmt þarf svarið að vera.

Stundum þurfa menn að vita efri (eða neðri) mörk fyrir upphæð. Í slumpreikningi getur því verið skynsamlegt að námunda allar tölur upp á við til að vera alveg öruggur um að nægir peningar séu til.

Ræðið um sýnidæmin. Við námundun er gengið út frá tölustafnum sem stendur næst tölustafnum sem á að námunda að. Ef ætlunin er t.d. að námunda að næstu heilu tölu er gengið út frá tíundu hlutunum; ef hins vegar á að námunda að næsta tíunda hluta er miðað við hundraðshlutana. Vekið athygli nemenda á að talan 15,63 er námunduð upp á við að næstu heilu tölu þar sem tíundu hlutarnir eru 6. Hér eru það þeir sem eru ráðandi um hver er næsta heila tala.

Námundun og slumpreikningur



Sýnidæmi

Námundaðu að heilli tölu.

a 33,41	b 15,63
---------	---------

a 33,41 er milli 33 og 34. Næsta heila tala er 33.	b 15,63 er á milli 15 og 16. Næsta heila tala er 16.
--	--

Við skrifum: 33,41 ≈ 33 Við skrifum: 15,63 ≈ 16

Námundaðu að heilli tölu.

3.56	a 2,8	c 21,4	e 32,9	g 45,5
	b 6,1	d 45,9	f 21,1	h 29,6

3.57	a 12,58	c 21,18	e 32,94	g 35,59
	b 45,16	d 95,56	f 61,48	h 69,51

3.58	Námundaðu að næsta tíunda hluta.			
	a 32,82	c 93,45	e 67,43	g 5,57
	b 16,18	d 42,95	f 71,18	h 46,67

72

3 • Tugabrot

Ef ráðandi tölustafur er 5 á að námunda upp á við þótt jafn langt sé niður að næstu heilu tölu. Þetta er regla sem menn hafa hreinlega komið sér saman um.

- Kalkún á að steikja hálf klukkustund á kílóíð. Hve langan tíma á að steikja kalkún sem vegur 4,7 kg? (Talan 4,7 kg er námunduð að 5 kg. Steikingartíminn er þá tvær og hálf klukkustund.)
- Hve lengi á að steikja kalkún sem er 6,3 kg á þyngd? (6,3 kg eru námunduð að 6 kg. Steikingartíminn er þá um það bil 3 klst.)

Ef til vill munu einhverjir námunda upp á við upp í 6,5 kg og steikja kalkúninn í 3 klst. og 15 mín.

Nr. 3.56 og 3.57

Nemendur námunda tölurnar að næstu heilu tölu. Það nægir að miða við tíundu hlutana – einnig í verkefni

3.59. Kennari fylgist með hvort þeir finna sjálfir út úr þessu.

Nr. 3.58

Nemendur námunda tölurnar að næsta tíunda hluta. Nú skal miða við hundraðshlutana í hverri tölu.

► Bls. 73

Nr. 3.59

Nemendur nota slumpreikning með því að námunda tölurnar fyrst að heilli tölu. Þetta einfaldar reikninginn. Svörin verða ekki alveg nákvæm en við margs konar hversdagslegar aðstæður skiptir það ekki máli.

Reikningurinn verður því einfaldari sem meira er námundað en svörin verða að sama skapi ónákvæmari. Hversu mikið námundað er fer eftir því hversu mikillar nákvæmni er þörf, þ.e. aðstæðurnar skipta máli.

Það kallast slumpreikningur að námunda fyrst og reikna síðan.



Sýnidæmi

Námundaðu að heilli tölu og reiknaðu síðan.

a $21,9 - 19,2$

b $16,54 + 12,19$

a $21,9 - 19,2 \approx 22 - 19 = 3$

b $16,54 + 12,19 \approx 17 + 12 = 29$

3.59 Námundaðu að næstu heilu tölu og reiknaðu síðan.

a $3,5 + 7,6$

c $8,9 - 1,1$

e $15,18 + 17,81$

b $7,8 + 9,1$

d $12,7 - 8,9$

f $12,34 + 5,47$

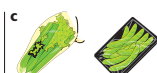
Í gamla daga



3.60 Hér sérðu verð á grænmetismarkaði.

Námundaðu verðið að næstu heilu krónu.

Reiknaðu síðan út verðið á vörnum samtals í hverju verkefni.



3.61 Námundaðu verðið að næstu heilu krónu.

Reiknaðu síðan út hvað vörurnar kosta.

a Einn poki af lauk og einn poki af selleri.

d Einn poki af tómötum og einn af lauk.

b Tveir pokar af tómötum. e Einn poki af lauk og þrír af tómötum.

c Þrír pokar af papriku. f Tveir pokar af lauk og tveir af papriku.

3.62 a Ari átti 20 kr. og keypti einn poka af lauk. Hvað átti hann um það bil mikið afgang?

b Silja átti 25 kr. og keypti einn paprikupoka. Hvað átti hún um það bil mikið eftir?

c Unnur átti 100 kr. og keypti tvo poka af sykurbaunum. Hvað átti hún um það bil mikið afgang?

Nr. 3.60–3.61

Kennari bendir nemendum á að verðið í þessum dæmi sé verð í gamla daga þegar aurar voru notaðir.

Nemendur námunda verðið að næstu heilu krónu og leggja síðan saman. Þessi reikningsaðferð veitir námunduð svör. Stundum viljum við vita hvort við eigum nóg peninga til að kaupa vöru. Þá getur verið skynsamlegt að námunda allt verð upp á við til að vera öruggur um að slumpreikningurinn gefi ekki svar sem er lægra en það sem verðið er í raun. Í dæmi 3.60a verður svarið með námundun minna en það er ef reiknað er af nákvæmni. Ef allar tölurnar eru námundaðar upp á við mun slumpreikningurinn sýna hærri niðurstöðu og þess vegna betra svar í þessu tilviki.

- Maður keypti þrenns konar grænmeti á þessu verði. (Kennari skrifar

verðið á töfluna hlið við hlið): $13,30 - 13,40 - 24,10$. Hvað kostar þetta um það bil samtals? (Með því að námunda að næstu heilu tölu fæst: $13 + 13 + 24 = 50$. Ef námundað er að næsta tug kemur út: 40.)

- Duga 50 kr. fyrir grænmetinu? (Nei, nákvæmt verð er 50,80 kr.)

Nr. 3.62

Nemendur nota verðið á vinstri spássíunni, námunda að næstu heilu tölu og reikna síðan.

Auðveldari verkefni

Kennari notar talnalínu til að sýna nemendum námundun. Þeir finna á talnalínunni tölurnar, sem námunda skal, og leita síðan að næstu heilu tölu.

Meiri þjálfun í að námunda að heili tölu

Á verkefnablaði 5.71 (Námundun)

í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri æfingar til að þjálfá námundun tuga-brota að heilli tölu.

Einnig má benda á verkefnablöð 3.45–3.48 (Námundun 1 – á talnalínu, Upp og niður – spilaborð, Námundun 2 – á talnalínu og Námundun 3 – lita tölur í mismunandi litum) í verkefnahefti Sprota 3b.

Erfiðari verkefni

Hver er talan? – Heilabrot

Sjá verkefnablað 6.37 (Hver er talan?).

Raunverkefni

Samræður og verkefni

Kennari skrifar þessi dæmi á töfluna:

$$4,67 + 3,83 =$$

$$45,78 + 14,67 =$$

- Hvers vegna hlýtur svarið við dæminu $4,67 + 3,83$ að vera stærra en 7 og minna en 9?
- Hvers vegna hlýtur svarið við dæminu $45,78 + 14,67$ að vera milli 59 og 61?

Nemendur þurfa að rökstyðja hvers vegna þetta er svo. Ein röksemdin er sú að með því að námunda báðar tölurnar í fyrra dæminu upp á við fæst dæmið $5 + 4$ sem er 9. En það hlýtur að vera of mikið. Ef báðar tölurnar eru námundaðar niður á við fást tölurnar $4 + 3$ sem er 7 en það er að sjálfsögðu of lítið. Þar með hlýtur svarið að vera einhvers staðar milli 7 og 9. Einnig má ræða um hvort svarið er nær annarri tölunni en hinni.

Upp og niður (spil)

Búnaður: Spilaborð (á verkefnablaði 6.36 (Upp og niður), þ.e. „slanga“ með tölum milli 0 og 8), teningur, spilapeningar.

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Allir setja spilapeninginn sinn á 0. Síðan kasta þeir teningi til skiptis og flytja spilapeninginn áfram eins marga reiti og teningurinn segir til um. Leikmaður á að námunda töluna, sem hann lendir á, að næstu heilu tölu og verður þá að flytja spilapeninginn annaðhvort aftur á bak eða áfram.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur með tugabrotum
- Skipta 10 tíundu hlutum í einn heilan

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 74

Samræðumynd

Kennari biður nemendur að leggja saman tvö tugabrot með einum aukastaf þar sem fara þarf yfir tug, til dæmis $3,6 + 4,7$. Leyfið þeim að leysa dæmið með aðferðum sem þeir kjósa. Einn nemandi skrifar á töfluna og segir frá hvernig hann reiknaði dæmið. Ef nemandur velja mismunandi lausnaleyðir er mjög gott að þeir kynni þær.

Síðan ræða kennari og nemandur um aðferðirnar í nemendabókinni. Aðferðin að hoppa á talnalínu er næst þeirri aðferð sem við notum í hugareikningi en ef tölum er skipt upp í annars vegar tíundu hluta og hins vegar einingar er það nær hinni hefðbundnu skriflegu aðferð.

Dæmi um spurningar til nemenda:

- Hvað eru einingarnar margar samtals í sýnidæminu? ($1 + 2 = 3$.)
- Hvað eru tíundu hlutarnir margir samtals? ($8 + 5 = 13$.)
- Hvað gerist þegar tíundu hlutarnir verða fleiri en 10? (Þá fáum við meira en einn heilan; við verðum því að leggja einn heilan við hinar heilu tölurnar.)
- Hvert er þá svarið? (4,3 eða 4 heilir og 3 tíundu hlutar.)

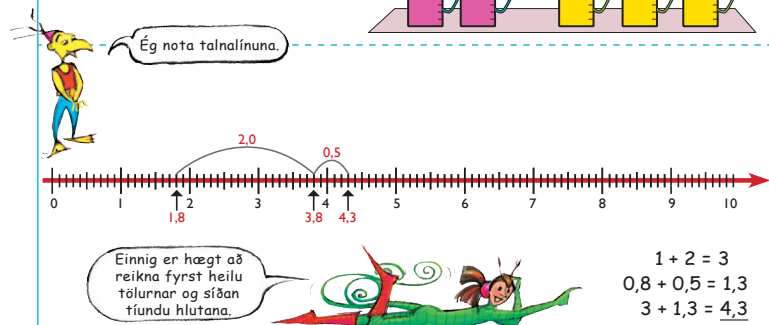
Nr. 3.63

Nemendur leggja saman magn safans í tveimur könnum í senn. Þeir geta notað þá aðferð sem þeir vilja, hugareikning, hoppa á talnalínu eða setja dæminn upp. Noti þeir mismunandi aðferðir skapast tækifæri til að þeir segi frá aðferðum sínum.

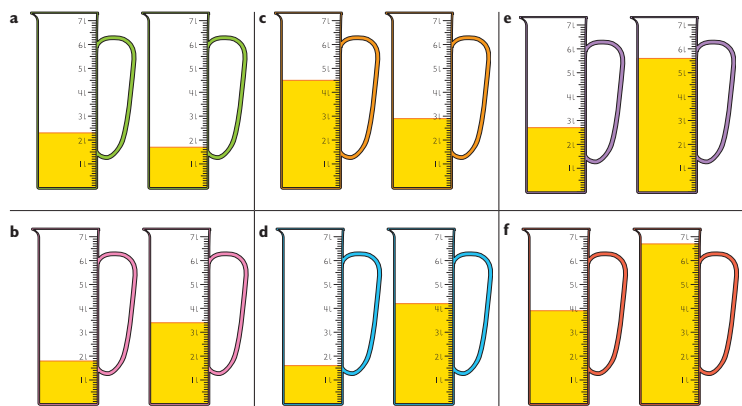
Samlagning og frádráttur

Sýnidæmi

Hve mikill safi er samtals í könnunum?



3.63 Hve margir lítrar af safi eru samtals í báðum flöskunum?



74

3 • Tugabrot

► Bls. 75

Nr. 3.64–3.66

Nemendur reikna samlagningar-dæmin. Þeir nota einnig hér aðferðir að vild, hvort sem er hugareikningur, hopp á talnalínu eða uppsett dæmi.

Sýnidæmi

Kennari sýnir nemendum hvernig reikna má dæmið í rammanum þegar önnur talan er skrifuð undir hinni. Leggið áherslu á að tölustafir, sem hafa sama gildi eru lagðir saman sérstaklega. Dragið athygli nemenda að því hversu mikilvægt það er að hver tölustafur sé skrifaður í einn reit og að það þarf að vera í rétt sæti undir tölu með sama sætisgildi. Með slíkri aðferð er auðveldara að leggja saman tölustafi með sama sætisgildi. Sýna má nemendum hvað gerist ef þessa er ekki gætt!

- Hvað eru tíundu hlutarnir margir í tölunni 24,6? (6.)
- Hvað eru margir tíundu hlutar í tölunni 47,8? (8.)
- Hvað eru þetta margir tíundu hlutar samtals? ($6 + 8 = 14$ sem er jafnt og einn heill og 4 tíundu hlutar.)

Nr. 3.67–3.69

Nemendur setja dæminn upp og leggja síðan saman. Farið er yfir tug í mörgum dæmanna. Í þessum dæmum eru tölurnar í stærra lagi og þess vegna er gagnlegt að nota hina hefðbundnu reikningsaðferð.

Auðveldari verkefni

Nemendur geta leyst verkefnið á bls. 74 með tómri talnalínu. Þá er mikilvægt að þeir geti hoppað á henni að vild, til dæmis hoppað fyrst að næstu heilu tölu:

Reiknaðu dæmin.

3.64 a $1,5 + 2,3$ c $3,9 + 1,6$ e $1,8 + 3,6$
b $4,3 + 2,1$ d $2,2 + 3,9$ f $2,4 + 1,7$

3.65 a $3,5 + 7,3$ c $5,2 + 3,6$ e $6,8 + 7,7$
b $6,7 + 5,4$ d $7,9 + 5,3$ f $5,5 + 14,6$

3.66 a $6,5 + 7,2$ c $3,2 + 2,6 + 1,1$ e $3,8 + 7,3 + 2,5$
b $7,3 + 3,4$ d $2,3 + 3,5 + 1,4$ f $5,2 + 7,7 + 4,9$

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $24,6 + 47,8$.

Við setjum dæmið upp með því að skrifa tölurnar hvora undir aðra.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 24,6 \\ + 47,8 \\ \hline 72,4 \end{array}$$

6 + 8 tíundu hlutar eru
14 tíundu hlutar.
Við skiptum þeim í
1 heilan og 4 tíundu hluta.



Þetta verður samtals meira en 1.

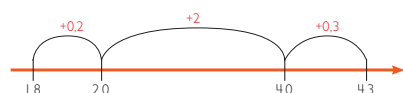
Reiknaðu dæmin.

3.67 a $12,4$ b $45,5$ c $66,2$ d $51,3$
 $+ 23,3$ $+ 73,4$ $+ 52,4$ $+ 36,8$

3.68 a $312,3$ b $165,5$ c $816,9$ d $842,5$
 $+ 413,5$ $+ 321,8$ $+ 352,4$ $+ 437,6$

3.69 a $31,2$ b $14,7$ c $215,4$ d $64,3$
 $+ 23,0$ $+ 42,6$ $+ 23,8$ $+ 51,3$
 $+ 12,4$ $+ 12,1$ $+ 11,2$ $+ 33,8$

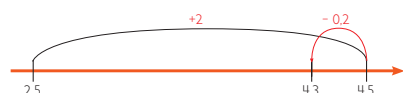
75



Þeir geta einnig hoppað heilu tölurnar fyrst og tíundu hlutana á eftir:



Loks geta þeir víxlað tölunum, byrjað á 2,5, hoppað 2 heila og síðan 0,2 til baka.



Á bls. 75 er rétt að nemendur skipti tölunum upp eftir sætum og taki fyrir tölurnar í hverju sæti fyrir sig.

Gott er að nota áþreifanleg hjálpartæki; til dæmis má klippa niður tugi, einingar og tíunduhluta

á verkefnablaði 5.72 (*Tugabrot gerð áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku 1a. Nemendur búa tölurnar til úr tugum, einingum og tíundu hlutum og leggja saman fyrst minnstu búta (tíundu hlutana). Ef tíundu hlutarnir verða tíu talsins (eða fleiri) í bunka nemanda á hann að skipta þeim í einn heilan.

Á verkefnablaðinu eru ekki bútar með tölunni 100 en nemendur geta sjálfir búið þá til ef vill.

Erfiðari verkefni

Fjórir í röð með tugabrotum (spil)

Búnaður: Kubbar í tveimur mismunandi litum. Spilaborðið og reglurnar eru á verkefnaþöðum 5.81 og 5.82 (*Fjórir í röð – samlagning tugabrota 1 og 2*) í verkefnahefti Stiku 1a. Tvö miserfið afbrigði eru af spílinu.

Leikmenn spila saman tveir og

tveir. Hvor þeirra velur sér tvö tuga-brot úr litla ferningnum og leggur þau saman. Sé svarið rétt getur hann sett spilapening í sínum lit á reitinn á spilaborðinu sem geymir svarið – að því gefnu að reiturinn sé laus. Síðan fer hinn leikmaðurinn eins að. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Raunverkefni

Paraleikur með tölur

Þessi leikur hentar ágætlega utan-húss eða í leikfimisalnum. Hver nemandi fær spjald sem á hefur verið skrifað tugabrot með tveimur aukatöfum (nota má verkefnaþöð 5.88a–g (*Paraleikur með tölur 1–7*) í verkefnahefti Stiku 1a). Tvær og tvær tölur geta samtals orðið heil tala.

- Nemendur raða sér í röð frá minnstu tölunni til þeirrar stærstu.
- Nemendur mynda pör talna sem samtals eru heil tala.
- Nemendur mynda pör og búa til summu sem er stærri en 1.
- Nemendur mynda pör, leggja saman tölurnar eða draga aðra frá hinni. Hvaða pari tekst að mynda tölu sem er næst hálfum.



Gömul frímerki

Á verkefnaþöð 5.77 (*Gömul frímerki og tugabrot*) í verkefnahefti Stiku 1a eiga nemendur að leggja saman tvö eða fleiri frímerki (tugabrot) og mynda þannig tiltekna heilar tölur.

Mettrar í felum

Á verkefnaþöð 5.78 (*Mettrar í felum 1*) í verkefnahefti Stiku 1a eiga nemendur að finna þrjár tölur í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská, sem samtals eru 1 metri. Á verkefnaþöð 5.79 (*Mettrar í felum 2*) í sama verkefnahefti eru sams konar verkefni en nokkuð erfiðari því þar þarf að breyta einni einingu í aðra.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur með tugabrotum
- Hin hefðbundna reikningsaðferð í samlagningu

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 76

Nr. 3.70

Nemendur setja dæmin upp eins og sýnt er í nemendabókinni og leggja síðan saman. Farið er yfir tug í öllum dæmunum.

Nr. 3.71

Nemendur finna hvaða tölur vantar til að dæmin verði rétt. Þau má leysa á marga vegu; því er rétt að fá nemendur til að lýsa aðferðum sínum.

Nr. 3.72

Nemendur leggja saman. Hér hentar vel að setja tölurnar upp hverja undir aðra en þeir ákveða sjálfir hvernig þeir leysa dæmin.

Nr. 3.73

Nemendur leggja saman þyngd pokanna. Í tölunum eru þrír aukastafir. Bendið nemendum á að fjöldi tölustafa og fjöldi aukastafi hafa enga þýðingu í hinni hefðbundnu reikningsaðferð. Það sem skiptir máli er að setja tölurnar rétt upp, hverja undir aðra, þannig að lagðar séu saman tölur sem hafa sama sætisgildi. Sýnið nemendum hvað gerist ef þessa er ekki gætt.

Nr. 3.74

Nemendur leggja saman. Hér hentar vel að setja tölurnar hverja undir aðra en þeir ákveða sjálfir hvernig þeir leysa dæmin.

► Bls. 77

Sýnidæmi

Biðjið nemendur að leysa annað „safaverkefni“, t.d.:

- Það eru 3,2 lítrar af safu í íláti nokkru. Síðan er 1,5 lítrum af safanum hellt yfir í flösku. Hve mikið er eftir í ílátnu? (1,7 lítrar.)

3.70 Reiknaðu dæmin.

a	$\begin{array}{r} 35,6 \\ + 25,9 \\ + 12,2 \end{array}$	b	$\begin{array}{r} 64,2 \\ + 49,6 \\ + 17,5 \end{array}$	c	$\begin{array}{r} 215,4 \\ + 23,9 \\ + 18,2 \end{array}$	d	$\begin{array}{r} 316,7 \\ + 321,0 \\ + 283,9 \end{array}$
---	---	---	---	---	--	---	--

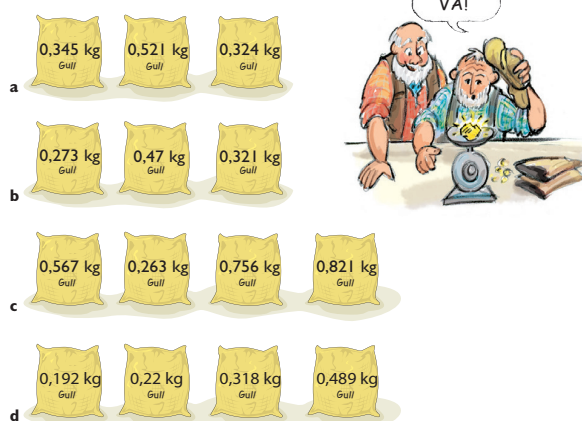
3.71 Hvaða tölur vantar?

a	$\begin{array}{r} 25,6 \\ + , \\ \hline 30,0 \end{array}$	b	$\begin{array}{r} , \\ + 87,2 \\ \hline 100,0 \end{array}$	c	$\begin{array}{r} 3,6 \\ + ,5 \\ \hline 49,8 \end{array}$	d	$\begin{array}{r} 12,9 \\ + ,4 \\ \hline 47,6 \end{array}$
---	---	---	--	---	---	---	--

Reiknaðu dæmin.

3.72 a	$12,5 + 65,3$	c	$248,91 + 312,79$	e	$23,54 + 18,24 + 26,15$
b	$632,5 + 214,8$	d	$516,45 + 482,47$	f	$18,04 + 35,27 + 52,19$

3.73 Hvað vega gullpokarnir samtals?



3.74 a	$25,711 + 12,174$	c	$124,236 + 351,508$	e	$6,668 + 15,157$
b	$108,125 + 81,443$	d	$362,074 + 85,241$	f	$381,752 + 144,593$

76

3 • Tugabrot

Sýnið nemendum hvernig hjálpar-hellurnar í sýnidæminu taka fyrst safann úr hálffulla lítramálinu en þar sem í því eru aðeins 0,5 l dugar það ekki til. Þær þurfa því að taka 0,3 l í viðbót úr annarri af hinum tveimur lítrakönnunum. Það samsvarar því að skipta einum heilum í 10 tíundu hluta og draga síðan 3 tíundu hluta frá.

Látið nemendur reikna með aðferðum sem þeir vilja, annaðhvort í huganum eða með blaðreikningi. Leggið áherslu á að nemendur þrói með sér eigin hugsanaleiðir og segi öðrum frá þeim. Um aðferðina að setja upp dæmi í frádrætti tugabrota verður fjallað um seinna.

Nr. 3.75–3.76

Leyfið nemendum að nota aðferðir að vild, annaðhvort hugareikning eða blaðreikning. Ef síðarnefnda aðferðin

er notuð geta þeir annaðhvort notað hefðbundnar reikningsaðferðir eða talnalínu, sjá lýsingu í kaflanum Auðveldari verkefni hér á eftir.

Sýnidæmi

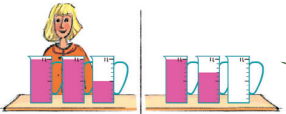
Biðjið nemendur að draga frá með tveimur tugabrotum með einum aukastaf þar sem farið er yfir tug, til dæmis $5,3 - 2,7$. Þeir mega nota þá aðferð sem þeir kjósa.

Nemandi skrifar á töfluna og segir frá hvernig hann reiknaði dæmið. Ræðið um aðferðirnar tvær í sýnidæminu. Hopp á talnalínu er nær hugareikningsaðferðinni en að skipta tíundu hlutana sérstaka, svo og einingarnar, samsvarar hinni hefðbundnu skriflegu aðferð.

Hoppa má á talnalínu á mismunandi vegu. Hægt er að hoppa mörg stutt hopp eða færri lengri hopp.

Sýnidæmi

Gréta á 2,5 lítra af safi. Hún gefur systur sinni 0,8 lítra. Hve mikinn safi á hún eftir?



Við getum skrifað dæmið þannig:
 $2,5 - 0,8 = 1,7$

Við tökum hálfa lítrann fyrst.
 Og síðan tökum við afganginn af öðrum heila lítranum.

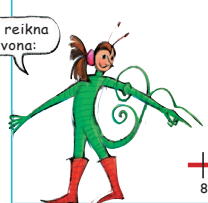
Reiknaðu dæmin.

3.75 a $2,7 - 1,2$ b $5,5 - 4,2$ c $2,7 - 1,9$ d $2,6 - 0,7$

3.76 a $3,4 - 1,9$ b $5,2 - 3,7$ c $3,3 - 2,4$ d $7,2 - 3,9$

Sýnidæmi

Eina vikuna skokkar Gréta 13,2 km og Fatíma 8,8 km. Hve miklu lengra skokkar Gréta en Fatíma þessa viku?



Ég reikna svona:

Ég reikna svona:

$$\begin{array}{r} 1010 \\ 13,2 \\ - 8,8 \\ \hline 4,4 \end{array}$$

Við skiptum 1 einingu í 10 tíundu hluta og 1 tug í 10 einingar.

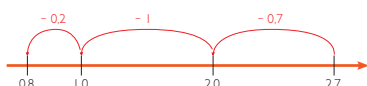


77

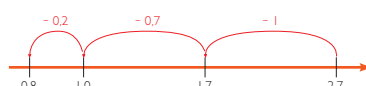
Hoppa má áfram eða aftur á bak. Í frádrætti er gott að byrja á hærri tölunni og hoppa aftur á bak eins og minni talan segir til um. Þá er svarið þar sem síðasta hoppið endar á talnalínunni. Ef bera á saman tvær tölur – eins og í verkefninu í sýnidæminu, má setja báðar tölurnar á talnalínuna; mismunurinn finnst með því að finna fjarlægðina milli talnanna tveggja.

Auðveldari verkefni

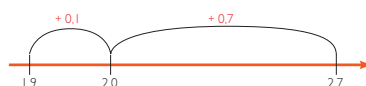
Nemendur geta leyst dæmin á bls. 77 með tómri talnalínu ef þeir eru vanir að nota hana. Þá er mikilvægt að þeir geti hoppað á henni eins og þeir vilja. Hér á eftir eru lausnir á dæminu $2,7 - 1,9$: Nemendur byrja í 2,7 og hoppa fyrst niður að næstu heilu tölu.



Þeir geta einnig hoppað fyrst heila tölu í hverju hoppi og síðan hoppað tíundu hlutana:



Enn ein aðferðin er að finna mismuninn milli 2,7 og 1,9. Þá birtist svarið ekki á ákveðnum stað á talnalínunni heldur felst það í mismuninum, þ.e. „vegalengdinni“ sem þeir þurfa að hoppa frá 2,7 niður í 1,9.



Hvað kosta vörurnar?

Á verkefnablaði 5.83 (Hvað kosta vörurnar?) í verkefnahefti Stiku 1a eru mörg uppsett samlagningardæmi með tugabrotum. Þessi verkefni tengjast reikningi með peningum þar sem aurar og desílitrar koma við sögu.

Erfiðari verkefni

Kennari skrifar á töfluna samlagn-ingardæmi með mjög stórum tölum. Í tölunum geta verið 8–10 tölustafir, jafnvel fleiri.

Telja niður (spil)

Búnaður: Tveir teningar.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir skrifa töluna 0,99 á blað. Leikmaður 1 kastar tveimur teningum og notar tölurnar, sem upp koma, til að búa til tölu sem er minni en 1 og með tveimur aukastöfum. Leikmaðurinn dregur síðan þessa tölu frá 0,99.

Dæmi: Upp koma á teningunum tölurnar 2 og 5 og þá getur leikmaðurinn annaðhvort búið til töluna 0,25 eða 0,52. Hann dregur síðan þessa tölu frá 0,99 ($0,99 - 0,52 = 0,47$) og skráir útreikningana. Þegar þessi sami leikmaður á næst leik á hann að draga töluna, sem hann býr til með teningunum, frá 0,47.

Leikmaður tapar ef hann getur ekki búið til tölu sem er minni en síðasta talan sem er skráð á blaðið. Dæmi: Leikmaður á 0,21 eftir og fær upp á teningunum 2 og 3. Minni talan, sem hann getur búið til, er 0,23 en hún er stærri en 0,21. Þar með hefur þessi leikmaður tapað spilin og hinn unnið.

Afbrigði 2: Leikmenn byrja með töluna 0,999 á blaðinu og kasta þremur teningum.

Raunverkefni

Hæsta summan (spil)

Búnaður: Teningur eða spil (án tíanna og mannspilanna).

+			

Leikmenn spila saman í hópum eða tveir og tveir. Þeir búa til rúðunet eins og þetta. Einnig má nota fjóra reiti í hverri röð, þ.e.a.s. leikmenn búa til tölur með tveimur aukastöfum. Þeir kasta teningi eða draga spil til skiptis og skrá í einn reit rúðunetsins töluna sem upp kemur á teningnum eða sem þeir draga. Eftir sex köst hefur verið fyllt upp í alla reitina. Síðan leggja leikmenn saman tölurnar. Sá vinnur sem hefur stærstu summuna. (Summan getur orðið hærri en 100 þannig að ef til vill þarf einn reit í viðbót í svarinu.)

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur með tugabrotum
- Að skipta einum heilum í tíu hluta
- Hin hefðbundna reikningsaðferð í frádrætti

Búnaður

- Teningur, bréfastemma

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 78

Nr. 3.77

Nemendur reikna vegalengdina milli nokkurra staða. Látið þá sjálfa finna út úr því hvernig leysa má dæmin.

Nr. 3.78

Nemendur finna út hve mikið vantar upp á 20 km í hvoru verkefni.

Sýnidæmi

Kennari fer vel og rækilega í gegnum hina hefðbundnu reikningsaðferð. Hann leggur áherslu á að skipta einingu til að taka til láns og sama aðferð er notuð í öllum sætunum: Einum heilum er skipt í tíu tíundu hluta, einum tug er skipt í tíu einingar, einu hundraði er skipt í tíu tugi. Hið sama gerist þegar einum tíunda hluta er skipt í tíu hundraðshluta. Það má sýna með töflureglustiku þar sem 1 desimetra er skipt í 10 sentimetra. Auðvelt er að sýna skiptingu á einni einingu í tíu tíunduhluta með lítramáli: 1 lítri er 10 desílítrar.

Nr. 3.79–3.82

Nemendur setja dæmin upp og leysa þau með hinni hefðbundnu reikningsaðferð. Því stærri sem tölurnar eru þeim mun meira gagn er að þeirri aðferð.

► Bls. 79

Nr. 3.83–3.84

Nemendur skrifa töflurnar upp og ljúka við þær. Kennari hvetur þá til að reikna dæmin í huganum. Leggja skal áherslu á sætisgildið, þ.e. þegar lagt er saman eða dregið frá breytist tölustafurinn í einingasætinu (og í tugasætinu) ef farið er yfir tug. Þegar talan 0,1 er lögð við eða dregin frá



3.77 Hve miklu lengra er til
a Langavatns en Nýjasels? b Nýjasels en Háatinds?

3.78 Hve mikið vantar upp á að það séu 20 km
a til Nýjasels? b til Háatinds og til baka aftur?

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $43,35 - 25,72$.

Við getum sett dæmið þannig upp.

$$\begin{array}{r} 10\ 10 \\ 43,35 \\ - 25,72 \\ \hline 17,63 \end{array}$$

Við tökum til láns með því að skipta 1 einingu í 10 tíunduhluta og 1 tug í 10 einingar.

Reiknaðu dæmin.

3.79	a	$14,4 - 12,2$	b	$15,9 - 8,6$	c	$36,4 - 21,7$	d	$68,3 - 43,5$
------	---	---------------	---	--------------	---	---------------	---	---------------

3.80	a	$14,4 - 7,9$	b	$15,2 - 11,9$	c	$31,2 - 27,4$	d	$41,7 - 38,9$
------	---	--------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------

Reiknaðu dæmin.

3.81	a	$35,4 - 27,2$	b	$65,3 - 38,6$	c	$12,24 - 9,32$	d	$125,52 - 73,82$
------	---	---------------	---	---------------	---	----------------	---	------------------

3.82	a	$29,75 - 16,92$	c	$422,71 - 316,45$	e	$8725,18 - 7326,96$
	b	$75,37 - 21,91$	d	$979,32 - 261,94$	f	$3779,36 - 2821,79$

78

3 • Tugabrot

verður breytingin í tíundahlutasætinu o.s.frv.

- Hvað skrifaðirðu í fyrstu röðinni í dæmi 3.83b? (23,4 og 23,6.)
- Hvernig hugsar þú þegar þú leggur einn tíunda hluta við eða dregur hann frá? (Tölustafurinn í tíundahlutasætinu stækkar eða minnkar um 1.)

Nemendur geta sagt hver öðrum frá hvernig þeir hugsu.

Nr. 3.85

Nemendur finna tölurnar sem geta verið í reitunum þannig að dæmin verði rétt. Biðjið þá að búa til að minnsta kosti eitt létt og eitt þungt dæmi í hverju verkefni.

Hver er fyrstur niður í 0? (spil)

Leikmenn spila saman tveir og tveir eða í litlum hópum. Þeir kasta til

skiptis teningi og snúa bréfastemmu um blýant sem stungið er í miðju skífunnar. Allir byrja í tölunni 2. Eftir hvert kast dregur leikmaður tölu frá með því að fíkra sig aftur á bak eftir talnalínunni.

Það sem bréfastemman lendar á segir til um hvort talan, sem upp kemur á teningnum, eigi að tákna tíundu hluta eða hundraðshluta. Fáir leikmaður t.d. 3 á teningnum og 0,01 á spilaskífunni dregur hann 0,03 frá. Fáir hann 6 á teningnum og $\frac{1}{10}$ á spilaskífunni dregur hann 0,6 frá.

Sá vinnur sem er á undan – eða fyrstur – niður í 0.

Auðveldari verkefni

Kennari leggur áherslu á reglurnar að baki hinni hefðbundnu reikningsaðferð, þ.e. að ein eining er jöfn 10 tíundu hlutum, einn tíundi hluti er jafn 10 hundraðshlutum o.s.frv.

Ljúktu við töflurnar.

3.83	a	-10	$+10$
		27	
		54	
		34,6	
		12,54	
		49,8	

b	$-0,1$	$+0,1$
	23,5	
	0,6	
	0,18	
	3,14	
	21,03	

c	-100	$+100$
	235	
	382,7	
	842,9	
	163,17	
	671,93	

3.84	a	$-0,01$	$+0,01$
		2,72	
		0,34	
		14,16	
		0,56	
		29,01	

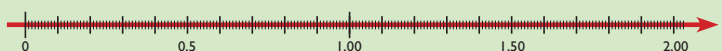
b	$-0,03$	$+0,03$
	0,006	
	0,17	
	1,09	
	2,87	
	11,54	

c	$-0,11$	$+0,11$
	0,11	
	1,11	
	5,91	
	6,54	
	12,90	

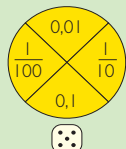
3.85 Hvaða tugabrot geta verið í lituðu reitunum?
Við hvert dæmi eru fleiri en ein lausn.

- a** $\square + \square = 13,7$ **c** $\square + \square + \square = 8,35$
b $\square - \square = 7,24$ **d** $\square + \square - \square = 1,09$

SPIL Hver er fyrstur niður í 0?



- Leikmenn nota talnalinuna og byrja í 2,00.
- Þeir nota spilapeninga, spilaskifu og tening.



Ef upp kemur 5 á teningnum á að flytja spilapeninginn annaðhvort um 0,05 eða 0,5 eftir því hvað spilaskífan segir.

79

Gott er að nota áþreifanleg hjálpar-tæki eins og töluspjöldin á verkefna-bláði 5.72 (*Tugabrot gerð áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku 1a.

Samtals heil tala

Á verkefnablöðum 5.75 (*Samtals heil tala*), 5.77 (*Gömul frimerki og tugabrot*) og 5.83 (*Hvað kosta vörurnar?*), öll í verkefnahefti Stiku 1a eru mörg tiltölulega auðveld samlagningardæmi með tugabrotum.

Erfiðari verkefni

Kennari skrifar á töfluna nokkur frádráttardæmi með tölum sem í eru mjög margir tölustafir, t.d. 8–10 eða jafnvel fleiri.

Talnaheilabrot með tugabrotum

Á verkefnablöðum 6.38a og b (*Hve langt fer lestin?* og *Hve miklir peningar?*) eru heilabrot þar sem nem-

endur þurfa að nota samlagningu og frádrátt með tugabrotum til að finna svörin.

Töfraferningur

Nemendur búa til rúðunet í stærðinni $3 \cdot 3$ reitir. Þeir skrifa tölurnar 2,0 – 2,2 – 2,4 – 2,6 – 2,8 í reitina þannig að summan verði hin sama hvort sem lagt er saman lárétt, lóðrétt eða á ská eftir hornalínunum.

Hér má sjá tvær lausnir:

2,2	2,4	2,6
2,8	2,4	2,0
2,2	2,4	2,6

2,2	2,4	2,0
2,0	2,2	2,4
2,4	2,0	2,2

Fleiri lausnir eru til en ekki er hægt að hafa 2,0 eða 2,8 í miðjunni.

Hugmyndir og athugasemdir

Raunverkefni

Svartipétur með tugabrotum (spil)

Búnaður: 31 spjald með tugabrotum.

Afbrigði 1: tölur með einum aukastaf (verkefnablöð 5.86a–d (*Töluspjöld fyrir svartapétur með einum aukastaf 1–4*)).

Afbrigði 2: tölur með tveimur aukastöfum (verkefnablöð 5.87a–d (*Töluspjöld fyrir svartapétur með tveimur aukastöfum 1–4*)), öll í verkefnahefti Stiku 1a.

Spilið er fyrir 3–4 leikmenn. Það er afbrigði af hinu þekktu spili svartapéttri en hér mynda tvö og tvö spjöld í senn slag ef summa talnanna er heil tala. Eitt spjald í bunkanum, svartapétursspjaldið, myndar ekki par með neinu öðru spjaldi. Þetta er spjaldið með tölunni 55,0 í afbrigði 1 og 50,05 í afbrigði 2. Sá sem situr í lokin uppi með þetta spjald verður Svarti Pétur.

Öllum spjöldunum er skipt milli leikmanna. Einhverjir þeirra kunna að fá einu spjaldi fleira en aðrir. Hver leikmaður athugar hvort hann geti myndað slag með spilunum sem hann fékk; ef svo er leggur hann slaginn upp í loft á borðið.

Leikmenn draga til skiptis spjald úr hendi leikmannsins sem er hægra megin við hvern og einn. Fáir þeir spjald, sem myndar slag, þ.e. heila tölu, með spjaldi á hendi, er slagurinn lagður til hliðar. Spilið heldur áfram þar til eitt spjald er eftir.

12,81

31,19

Viðfangsefni

Margföldun tugabrota

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 80

Sýnidæmi

Í margföldun getur verið afar gagnlegt að skipta tölu upp í einingar og tíundu hluta. Vinstra megin í sýnidæminu er það gert með endurtekinni samlagningu. Þetta gengur ágætlega meðan tölurnar eru lágar en rétt er að hvetja nemendur til að nota margföldunartöfluna. Þá margfaldar maður einingarnar sérstaklega og tíundu hlutana sömuleiðis og svörin við hvorum tveggja lögð saman. Þetta er sýnt hægra megin í sýnidæminu. Sýnið nemendum að þetta samsvarar því sem gert er þegar tveggja stafa heil tala er margfölduð með eins stafs tölu, t.d. $13 \cdot 7$. Þá er einmitt farin sú leið að margfalda tugina sérstaklega og síðan einingarnar og leggja svörin að lokum saman (þ.e. reikna $10 \cdot 7 = 70$ og $3 \cdot 7 = 21$ og loks $70 + 21 = 91$).

Þetta sést greinilega á talnalínu: Reikna má viðkomandi vegalengd með því að hoppa heilu töluna (3 km) þrisvar og síðan bæta auka-stöfunum (0,2 km) þrisvar við.

Nr. 3.86–3.89

Nemendur finna hver vegalengdin er samtals í hverju verkefni. Þeir geta annaðhvort lagt saman nokkrum sinnum (endurtekin samlagning) eða margfaldað.

Nr. 3.90

Nemendur finna vegalengdina á hvorri braut með margföldun og leggja síðan saman. Leysi einhverjir dæmið með því að nota eingöngu samlagningu er það í góðu lagi.

Margföldun tugabrota

Sýnidæmi

Friðrik hleypur þrisvar braut sem er 3,2 km.
Hve langt hleypur hann?

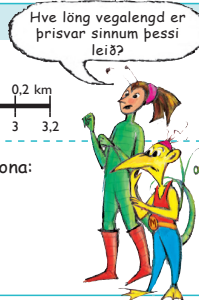


Við getum reiknað þannig:

$$\begin{array}{r} 3,2 + 3,2 + 3,2 = \\ 3 + 3 + 3 = 9 \\ 0,2 + 0,2 + 0,2 = 0,6 \\ \hline 9,6 \end{array}$$

Við getum líka reiknað svona:

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 3,2 = \\ 3 \cdot 3 = 9 \\ 3 \cdot 0,2 = 0,6 \\ \hline 9,6 \end{array}$$



3.86 Íða hleypur fjóra hringi á gulu brautinni.
Hve langt hleypur hún?

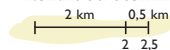
3.87 Karólína hleypur fimm hringi á grænu brautinni.
Hve langt hleypur hún?

3.88 Hans fer þrjá hringi gangandi á bláu brautinni. Hvað gengur hann langt?

3.89 Jón skokkar fimm hringi á rauðu brautinni.
Hvað skokkar hann langt?

3.90 Einn daginn hleypur Katrín gulu brautina þrisvar. Næsta dag hleypur hún rauðu brautina þrisvar. Hve langt hleypur hún alls báða dagana?

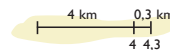
3.91 Reiknaðu dæmin.



a $2 \cdot 2,5$

b $4 \cdot 2,5$

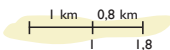
c $8 \cdot 2,5$



d $2 \cdot 4,3$

e $4 \cdot 4,3$

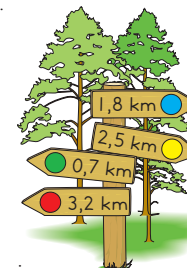
f $6 \cdot 4,3$



g $2 \cdot 1,8$

h $5 \cdot 1,8$

i $7 \cdot 1,8$



80

3 • Tugabrot

Leysa má dæmið með því að leggja saman gula og rauða braut og margfalda svarið með þremur; einnig má fara þá leið að að margfalda vegalengd gulu brautarinnar með þremur, síðan vegalengd rauðu brautarinnar og leggja síðan margfeldin saman.

Nr. 3.91

Nemendur margfalda vegalengdirnar með tölunum sem gefnar eru upp. Talnalínurnar fyrir ofan dæmin veita þeim sjónrænan stuðning við lausn þeirra.

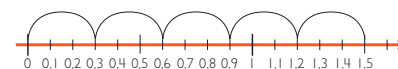
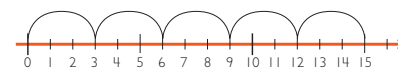
Leysa má þessi dæmi á marga vegu; leyfið því nemendum að velja aðferðir að vild. Til dæmis má finna svör við a-, d- og g-lið með því að tvöfalda vegalengdirnar; svarið í i-lið er summa svaranna í g- og h-lið.

► Bls. 81

Sýnidæmi

Hér er enn á ný sýnt að margfalda má tugabrot með því að margfalda tíundu hlutana sérstaklega, einingarnar sömuleiðis og leggja síðan margfeldin saman. Rétt er að hvetja nemendur smám saman til að nota þessa aðferð.

Kennari reynir að draga fram tengslin milli þess að leggja 0,3 saman fimm sinnum og að leggja 3 saman fimm sinnum. Gott er að nota talnalínu til að sýna þetta.



Hér geta nemendur séð að $5 \cdot 3$ er jafnt og 15 (einingar) en $5 \cdot 0,3$ er jafnt og 15 tíundu hlutar, þ.e.

Synidæmi

Fimm manns eiga að fylla brúsana í mittistöskunum sínum með vatni. Hvert belti tekur 1,3 lítra. Hve mikið vatn þurfa þeir samtals?



Við getum reiknað þannig:

$$\begin{aligned} 1,3 + 1,3 + 1,3 + 1,3 + 1,3 &= \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 &= 5 \\ 0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 &= 1,5 \\ &\underline{\underline{6,5}} \end{aligned}$$

Við getum líka reiknað svona:

$$\begin{aligned} 5 \cdot 1,3 &= \\ 5 \cdot 1 &= 5 \\ 5 \cdot 0,3 &= 1,5 \\ &\underline{\underline{6,5}} \end{aligned}$$

- 3.92** Ívan drekkur 1,5 lítra af vatni á dag.
- Hve marga lítra af vatni drekkur hann á tveimur dögum?
 - Hve marga lítra af vatni drekkur hann á þremur dögum?
 - Hve marga lítra af vatni drekkur hann á einni viku?

- 3.93** Stór bíll notar 2,6 lítra af bensíni til að komast 10 km. Hve marga lítra notar hann til að komast 60 km?

- 3.94** Fjórir strákar drekka hver um sig 0,7 lítra af vatni. Hvað drekka þeir mikið samtals?

- 3.95** Hve margir lítrar af málningu eru samtals í dósunum?



- 3.96** Reiknaðu dæmin.



- $3 \cdot 1,2$
- $6 \cdot 1,2$
- $7 \cdot 1,2$



- $4 \cdot 3,5$
- $5 \cdot 3,5$
- $9 \cdot 3,5$



- $4 \cdot 4,8$
- $8 \cdot 4,8$
- $7 \cdot 4,8$

81

1,5. Þeir sem halda að tugabrot séu tvær heilar tölur, sem aðskildar eru með kommu, munu þá telja að $5 \cdot 0,3 = 0,15$. Kennari verður að vera vel á verði gagnvart þessu og leggja áherslu á skilning nemenda.

Nr. 3.92

Finna skal hve mikið vatn maðurinn drekkur á 2, 3 og 7 dögum.

Nr. 3.93

Nemendur finna hve mikið bensín bíllinn notar á 60 km vegalengd.

Nr. 3.94

Nemendur reikna út hve mikið strákarnir drekka samtals af vatni.

Nr. 3.95

Nemendur reikna út hve mikil málning er samtals í dósunum þremur.

Nr. 3.96

Nemendur leysa margföldunar-dæmin. Lengjurnar tákna tölurnar sem margfalda skal þannig að þeir geta séð á auðveldari hátt að bæði þarf að margfalda einingar og tíundu hluta.

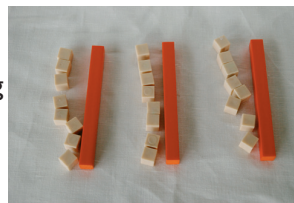
Auðveldari verkefni

Kennari notar myndirnar til að sýna að margfalda má einingarnar sérstaklega, svo og tíundu hlutana, og leggja margfeldin síðan saman.

Gera verkefnin áþreifanleg með cuisenaire-kubbum

Látið nemendur nota cuisenaire-kubba til að gera verkefnin áþreifanleg. Lengstu kubbarirnir (appelsínugulir) geta táknað einingar og minnstu kubbarirnir (hvítir) tíundu hluta. Á myndinni má sjá dæmið $3 \cdot 1,8$:

Með því að nota áþreifanleg hjálpar-tæki við dæmin fá nemendur



tækifæri til að notfæra sér mismunandi aðferðir til að finna svörin. Vel getur verið að myndræn framsetning nægi einhverjum en aðrir munu þurfa beinlínis að snerta viðfangsefnið með því t.d. að færa kubba til og telja fjölda eininga og tíundu hluta.

Erfiðari verkefni

Meiri þjálfun

Á verkefnablaði 6.39 (*Búa til dæmi og finna rétt svar*) eru orðadæmi sem prófa skilning nemenda á margföldun með tugabrotum. Þeir eiga að búa til talnadæmi við hvert orðadæmi og velja milli nokkurra svarmöguleika.

Á verkefnablaði 6.40 (*Margföldun tugabrota*) eru dæmi sem nemendur setja upp ef þeir þurfa. Með þeim fá nemendur viðbótarþjálfun í margföldun með tugabrotum.

Raunverkefni

Fjórir í röð (spil)

Búnaður: Vasareiknir, spilapeningar í tveimur litum, spilaborð (verkefnablöð 6.44–6.46 (*Fjórir í röð – tugabrot 1–3*)).

Leikmenn spila saman tveir og tveir og nota sama spilaborð. Á verkefnablöðunum eru þrjú afbrigði af spilu en sömu reglur gilda um öll afbrigðin. Þau eru misþung eftir því hvaða tölur eru notaðar. Leikmenn velja til skiptis tvær tölur, eina úr hvorum litla feringnum og margfalda þær saman. Þeir mega nota vasareikni ef þeir vilja. Ef svarið er í reit á spilaborðinu og reiturinn er laus leggur leikmaðurinn, sem á leik, spilapening í sínum lit á reitinn. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Smám saman munu margir leikmenn átta sig á því að það borgar sig að hugsa fyrir fram hvaða tölur skal velja til að fá þá tölu á spilaborðinu sem hann vantar. Sá sem getur hugsað þetta út áður en hann velur tölurnar tvær hefur allmikið forskot.

Viðfangsefni

- Margföldun með tugabrotum
- Námundun og slumpreikningur

Búnaður

- Ef til vill talnalína (verkefna-blað 6.4I (*Talnalínur*)).

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 82

Nr. 3.97

Nemendur teikna talnalínu frá 0 til 4 og skipta henni í tíundu hluta eða nota verkefnaþlað 6.4I (*Talnalínur*).

Nemendur hoppa á talnalínunni samkvæmt fyrirmælunum í verkefni-
inu. Þeir skrá hoppin sem margföld-
unardæmi og finna svörin. Ef til vill
þarf að minna þá á að byrja alltaf í 0.

Nr. 3.98–3.99

Nemendur eiga að nota aðferðina í
sýnidæminu. Í verkefni 3.98 nota þeir
verðið sem gefið er upp í ramma á
vinstri spássíunni.

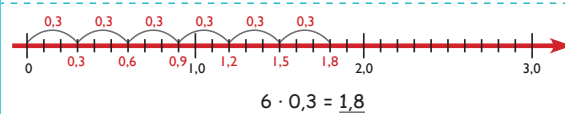
► Bls. 83

Á þessari blaðsíðu og á næstu opnu
eru víða notaðir aurar. Þar sem
aurar eru almennt ekki notaðir
lengur hér á landi er reynt að tengja
viðfangsefnið við verðgildi áður fyrr.

Oft er hentugt að nota slump-
reikning til að finna um það bil hvert
svarið er; síðan er þetta ónákvæma
svar notað til hliðsjónar þegar
reikna þarf nákvæmt svar. Þetta er
einkar þýðingarmikið þegar tölurnar
eru flóknar, m.a. þegar um er að
ræða tugabrot. Þannig munu nem-
endur geta notað talnaskilning sinn
í meira mæli heldur en þegar þeir
eru aðeins látnir æfa sig í ákveðinni
aðferð við að meta svar, t.d. „að
telja aukastafina fyrir aftan komm-
una“.

Sýnidæmi

Byrjaðu í 0 og hoppaðu sex sinnum á talnalínunni 0,3 skref í hverju hoppi.
Skráðu hoppin sem margföldunardæmi.



3.97 Teiknaðu talnalínu frá 0 til 4. Byrjaðu í 0 og hoppaðu á talnalínunni. Á hvaða tölu endar þú? Skráðu hoppin sem margföldunardæmi.

- Hoppaðu sjö sinnum 0,4 skref í hverju hoppi.
- Hoppaðu fimm sinnum 0,6 skref í hverju hoppi.

Verði í Safnabúðinni



8,90 kr.



8,40 kr.



6,70 kr.



6,60 kr.

Sýnidæmi

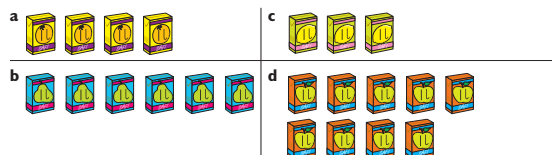
Í Safnabúðinni hefur verið sett upp matvöruverslun. Hvað kosta 5 lítrar af safá?



$$\begin{array}{rcl} \text{Við getum reiknað þannig: } 5 \cdot 8,9 & = & \\ 5 \cdot 8 & = & 40 \\ 5 \cdot 0,9 & = & 4,5 \\ \hline & & 44,5 \end{array}$$

5 lítrar af safá kosta 44,50 kr.

3.98 Reiknaðu verðið.



Reiknaðu dæmin.

- 3.99** a $4 \cdot 4,2$ c $6 \cdot 2,8$ e $3 \cdot 8,5$ g $10 \cdot 6,2$
b $4 \cdot 4,7$ d $5 \cdot 3,9$ f $8 \cdot 9,4$ h $7 \cdot 3,6$

82

3 • Tugabrot

Nr. 3.100–3.101

Nemendur nota verðið í rammanum
á vinstri spássíunni. Þeir námunda
verðið að næsta heila tug og finna
um það bil hvað matvörunar
kosta samtals. Ef þeir vilja geta þeir
námundað að næstu heilu krónu. Þá
verður svarið nákvæmara heldur en
þegar námundað er að næsta tug.

Nr. 3.102

Látið nemendur nota slumpreikning
til að finna hvert svaranna þriggja er
rétt.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota áþreifanleg hjálpar-
gögn, t.d. cuisenaire-kubba eða eitt-
hvað annað, sem tákn fyrir tölurnar.
Á verkefnaþlaði 5.72 (*Tugabrot gerð
áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku
la eru pappírsbútar sem nota má
í þessu skyni. Leggja þarf sérstaka

áherslu á hvernig 10 tíundu hlutar
mynda 1 einingu.

Einnig má nota talnalínu með
tíundu hlutum til að auðvelda
námundun að næstu einingu eða tug.

Eigi einhverjir nemendur í basli
með samlagningu eru tiltölulega
auðveld samlagningardæmi með
tugabrotum á verkefnaþlaðum 5.75,
5.77 og 5.83 (*Samtals heil tala, Gömul
frimerki og tugabrot og Hvað kosta
vörunar?*) í verkefnahefti Stiku 1a.

Erfiðari verkefni og raunverk- efni

Meiri reikningsþjálfun

Nemendur vinna verkefnaþlað 6.40
(*Margföldun tugabrota*) þar sem fá
má frekari þjálfun í margföldun tuga-
brota með eins stafs tölu.

Verkefnaþlað 6.42 (*Dragðu hring
um rétt svar*) veitir frekari þjálfun
í að áætla hvaða svar er rétt, sbr.

Slumpreikningur



Sýnidæmi

Um það bil hve mikið kostuðu þessar sex sultukrúkkur samtals þegar amma var ung?



Við reiknum með slumpreikningi og námundum verðið að næsta heila tíkalli.

$$21,60 \approx 20$$

$$20 \cdot 6 = 120$$

100 aurar = 1 króna
1 eyrir = 0,01 króna

6 sultukrúkkur kostuðu um það bil 120 krónur.

3.100 Um það bil hvað kostuðu krúkkurnar samtals?



Verðið þegar Fríða frænka var ung



3.101 Um það bil hvað kostuðu vörurnar?



3.102 Hvaða svar er rétt? Útskýrðu hvers vegna.

		I	II	II
a	$9,3 \cdot 5 =$	46,5	465	4,65
b	$12,4 \cdot 6 =$	7,44	74,4	744
c	$25,7 \cdot 4 =$	1028	10,28	102,8

83

Hugmyndir og athugasemdir

– Hvaða tölur leynast bak við x? og Margföldunarharktafla).

I aukastafir	2 aukastafir	3 aukastafir
$X \cdot 5 = 32$	$X \cdot 5 = 16,2$	$X \cdot 4 = 12,5$
$X \cdot 4 = 29,2$	$X \cdot 6 = 5,04$	$X \cdot 7 = 3,948$
$X \cdot 8 = 98,4$	$X \cdot 3 = 80,7$	$X \cdot 6 = 6,258$
$X \cdot 7 = 53,9$	$X \cdot 7 = 70,63$	$X \cdot 8 = 23,944$
$X \cdot 9 = 6,3$	$X \cdot 8 = 98,72$	$X \cdot 12 = 62,496$

verkefni 3.102 á bls. 83 í nemendabókinni.

Margföldunarhark (spil)

Búnaður: Vasareiknir, tafla, ef til vill leikreglur með dæmum (verkefnablöð 6.43a og 6.43b (Margföldunarhark – Hvaða tölur leynast bak við x? og Margföldunarharktafla).

Nemendur finna hvaða tölu x táknar, sjá töflurnar hér á eftir. Þeir áætla svarið og ganga úr skugga um það með vasareikni hvort áætlunin var rétt. Athugið! Nemendur eiga ekki að deila í margfeldið með þættinum sem gefinn er upp en það mundi strax kalla fram rétt svar; þeir eiga einmitt að prófa sig áfram. Þeir skrá allar tillögur að lausnum og útreikninga í töflu. Í dæminu hér fyrir neðan tókst nemandi að finna rétt svar í fimmtu tilraun. Þar með

fær hann fimm stig í þessari umferð, eitt stig fyrir hverja tilraun. Sá vinnur sem er með fæst stig eftir fimm reikningsdæmi.

Dæmi:

$X \cdot 8 = 34,32$		
x	Margföldunar-dæmi	Svar
4	$4 \cdot 8$	32
4,5	$4,5 \cdot 8$	36
4,3	$4,3 \cdot 8$	34,4
4,25	$4,25 \cdot 8$	34
4,29	$4,29 \cdot 8$	34,32

Hér á eftir eru tillögur um slík verkefni. Kennari getur búið sjálfur til dæmi sem þessi með því að deila í svarið með öðrum þættinum. Verkefni þessi eru á verkefnablöðum 6.43a og 6.43b (Margföldunarhark

Viðfangsefni

- Reikningur með vasareikni
- Orðadæmi, reikningur úr daglegu lífi

Búnaður

- Vasareiknir

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 84

Sýnidæmi

Kennari fer yfir sýnidæmið með nemendahópnum og gengur úr skugga um að allir nemendur ráði við að nota vasareikni. Varpið fram viðbótarspurningum út frá verðupplýsingunum á vinstri spássíu sem nemendur svara með því að nota vasareikninn. Þannig getur kennari fullvissað sig um að allir noti hann rétt.

- Hvað kostuðu 3 dósir af hunangi? (140,10 kr.)
- Á hvaða hnappa ýttir þú á vasareikninum? (Þrír „sinnum“ fjórir sex „komma“ sjö núll „er jafnt og“.)
- Hvað kostuðu 12 safafernur? (154,80 kr.)
- Ef jafn margir krakkar og eru í þessari bekkjardeild hefðu keypt eina gosflösku – hvað hefðu þær kostað alls? (Fjöldi nemenda • 16,90 kr.)

Nr. 3.103

Nemendur nota vasareikni og reikna út vöruverðið og skrá svörin. Verðið er í ramma á vinstri spássíu.

Nr. 3.104

Kennari reiknar eitt dæmi með nemendum. Þeir þurfa að reikna í nokkrum skrefum og skrá milliútreikningana. Þeir fá rangt svar ef þeir reikna áfram í belg og biðu, t.d. þannig (sjá a-lið):

$$\begin{array}{r} 2 \times 46 \cdot 70 \\ + 3 \times 12 \cdot 90 = \end{array}$$

Í staðinn þarf að reikna hvora vöru- tegund fyrir sig og leggja síðan saman: Tvær hunangsdósir kosta

Vasareiknir

Þegar við reiknum með stórum tölum eða með tugabrotum er oft þægilegt að nota vasareikni. Til að geta reiknað dæmin hér á eftir þarftu fyrst búa til dæmi.

Sýnidæmi

Hvað kostuðu þrjú brauð í gamla daga?

23,20 kr.

23,20 kr.

23,20 kr.

Við getum búið til dæmi, þannig: $3 \cdot 23,20$.

Við getum reiknað dæmið með vasareikni.

Ýttu á þessa hnappa: $3 \times 23 \cdot 20 =$

Við sjáum að svarið er 69,60.

Þrjú brauð kostuðu 69,60 krónur.

Ég sé að svarið er minna en 90 vegna þess að 3 sinnum 30 er jafnt og 90.

Ég sé að svarið er svolítið stærra en 60 vegna þess að 3 sinnum 20 er jafnt og 60.

3.103 Hvað kostuðu vörurnar?



a



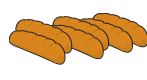
c



e



b



d



f



3.104 Hvað kostuðu vörurnar?

a



b



c



3.105 Hvaða fullyrðingar eru sannar? Reiknaðu án vasareiknis.

- 10 sultukrúkkur kostuðu minna en 250 kr.
- 10 brauð kostuðu meira en 200 kr.
- 10 hunangskrúkkur kostuðu meira en 467 kr.
- 10 gosflöskur kostuðu 175 kr.
- 10 hymur af appelsínusafa kostuðu meira en 10 sultukrúkkur.

84

3 • Tugabrot

93,40 kr., 3 safafernur kosta 38,70 kr., samtals $93,40 + 38,70 = 132,10$.

- Hvað kosta 4 brauð og 3 sultukrúkkur? (4 brauð kosta 75,60 kr., 3 sultukrúkkur kosta 64,80 kr., samtals 140,40 kr.)

Nemendur nota vasareikni og reikna vöruverðið samtals í hverju verkefni.

Nr. 3.105

Látið tvo og tvo nemendur vinna saman að lausn þessara verkefna. Munnlegi þátturinn er mikilvægur vegna þess að þeir þurfa að rökstyðja fullyrðingar sínar. Síðan reikna þeir dæmin og athuga hvort fullyrðingarnar eiga við rök að styðjast – án þess að nota vasareikni. Verðið, sem þeir nota, skal fengið úr ramm-anum á vinstri spássíu. Loks nota þeir vasareikni til að ganga úr skugga um hvort svörin eru rétt.

► Bls. 85

Nemendur nota vasareikni til að leysa verkefni og þeir velja sjálfir reikningsaðgerð og reikningsaðferð. Þeir munu áreiðanlega velja mismunandi leiðir; því er gott að rifja þessi verkefni upp sameiginlega með öllum nemendum í lokin og fá þá til að kynna aðferðir sínar hver fyrir öðrum.

Nr. 3.106

Nemendur nota vasareikni og reikna út hvað vörurnar kosta. Verðið á hverri vöru er efst á blaðsíðunni.

Nr. 3.107

Nemendur nota vasareikni og reikna hvað vörurnar kosta samtals. Síðan finna þeir hvað Finnur á eftir af 600 kr.

Finnur heimsótti Sonju og Karólínu í Noregi.
Hann sá þessar vörur í búðarglugga.



- 3.106 Hvað kosta vörurnar?
a 4 bækur c 12 veggspjöld
b 7 spil d 24 vasareiknar
- 3.107 Finnur kaupir bók, vasareikni og tvö veggspjöld.
a Hvað kosta vörurnar?
b Hvað á Finnur eftir af 600 kr.?
- 3.108 Sonja kaupir pennaveski, spil og þrjár bækur.
a Hvað kosta vörurnar?
b Hvað fær Sonja til baka ef hún borgar með 1500 kr.?
- Geturðu þetta? 3.109 Hvað geturðu keypt marga vasareikna ef þú átt 1200 kr.?
- 3.110 Karólína verslar fyrir nákvæmlega 1277 kr. Finndu út hvað hún kaupir.



85

Nr. 3.108

Nemendur nota vasareikni og finna hvað vörurnar kosta samtals. Verðið á vörunum er efst á blaðsíðunni. Því næst reikna þeir út hvað Sonja fær til baka af 1500 krónum.

Nr. 3.109

Nemendur nota vasareikni til að finna svarið. Einhverjir þeirra muna líklega „giska og prófa“, þ.e. giska á fjölda gatara og margfalda 49,90 með þeirri tölu; Síðan giska þeir á fleiri tölur þar til rétta svarið er fundið. Aðrir munu nota deilingu. Kennari notar tækifæri til að vekja athygli á tengslunum milli margföldunar og deilingar.

Nr. 3.110

Nemendur nota vasareikni og verðið efst á blaðsíðunni. Þeir velja vörur og athuga hvað þær kosta samtals.

Þeir eiga að finna hvaða vörur kosta samtals 1277 kr.

Auðveldari verkefni

Kennari hjálpar nemendum að lesa orðadæmin og notar dágóðan tíma fyrir hvert dæmi. Gott er að láta nemanda, sem ræður vel við námsefnið, vinna með öðrum sem stendur ver að vígi. Alla vega er hér mælt með að nemendur vinni saman að þessum verkefnum. Þeim er sérstaklega ætlað að stuðla að samræðum. Nemendur eiga að útskýra hver fyrir öðrum hvernig þeir hugsa og hvernig þeir í raun leysa verkefni.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Áframhaldandi vinna utan bókar
Nemendur fást áfram við sams konar verkefni þar sem verð er sótt í tilboðsbæklinga eða auglýsingar

Hugmyndir og athugasemdir

úr vefverslunum þar sem aurar eru notðir.

Fjórir í röð (spil)

Búnaður: Vasareiknir, spilapeningar í tveimur litum, spilaborð (verkefnablöð 6.44–6.46 (Fjórir í röð 1–3, tugabrot)).

Nemendur spila saman tveir og tveir og nota sama spilaborð. Á verkefnablöðunum eru þrjú afbrigði af spilu en sömu reglur gilda um öll afbrigðin. Þau eru misþung eftir því hvaða tölur eru notaðar. Leikmenn velja til skiptis tvær tölur, eina úr hvorum litla feringnum og margfalda þær saman. Þeir mega nota vasareikni ef þeir vilja. Ef svarið er í reit á spilaborðinu og reiturinn er laus leggur leikmaðurinn, sem á leik, spilapening í sínum lit á reitinn. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Smám saman munu margir nemendur átta sig á því að það borgar sig að hugsa fyrir fram hvaða tölur skal velja til að fá ákveðna tölu á spilaborðinu. Ef leikmaður hefur fengið þrjá spilapeninga í röð vill hann að sjálfsgöðu fá þann fjórða í röðinni. Segjum að í fjórða reitnum sé talan 0,2. Þá reynir hann að velja tvær tölur sem margfaldaðar saman eru 0,2. Sá sem getur hugsað þetta út áður en hann velur tölurnar tvær hefur allmikið forskot.

Viðfangsefni

- Margföldun með 10, 100 og 1000
- Sætiskerfið

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 86

Nr. 3.111–3.113

Nemendur finna lengdina þegar hlaupið er 10 sinnum eftir gulu, grænu og rauðu hlaupabrautinni.

Kennari skrifar margföldunar-dæmin ásamt svörum á skólatöfluna þannig að nemendur sjái samhengið. Þegar margfaldað er með 10 breytast tölustafirnir í tölunni ekki en hins vegar flytjast þeir allir um eitt sæti til vinstri. Ástæða þessa er að í sätiskerfi okkar er gildi hvers sætis til vinstri 10 sinnum stærra en gildi sætisins til hægri.

Miklu skiptir að nemendur geti sjálfir fundið aðferðir til að margfalda með 10, 100 og 1000. Kennari þarf því að forðast að kynna fyrir þeim ákveðna reglu í þessu sambandi en leyfir þeim sjálfum að kanna málið. Í upprifjuninni geta þeir skipst á upplýsingum um aðferðir sínar og útskýrt hvers vegna þær virka.

- Ef ég hleyp eftir braut sem er 2,8 km tíu sinnum – hvað hef ég þá hlaupið langa vegalengd? (28 km.)
- Hvernig funduð þið svarið? (Til dæmis: Þú getur fjarlægt kommunu.)
- Hvers vegna er það rétt? (Vegna þess að ef maður margfaldar með 10 verða einingar (2) að tugum (20) og tíundu hlutarnir (0,8) að einingum (8). Og þá er enginn tölustafur fyrir aftan kommunu.)

Margföldun með 10, 100 og 1000

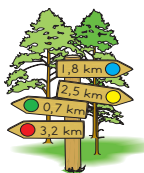
Sýndæmi

Geir hleypur eina vikuna 10 sinnum á bláu brautinni. Hve langt hleypur hann þessa viku?



$$10 \cdot 1,8 = 18$$

Geir hleypur 18 kílómetra.



Ef þú vilt máttu nota vasareikni við næstu þrjú verkefni.

3.111 Pétur hleypur 10 umferðir á gulu brautinni. Hvað hleypur hann langt?

3.112 Jóna hleypur 10 umferðir á grænu brautinni. Hvað hleypur hún langt?

3.113 Elsa skokkar 10 umferðir á rauðu brautinni. Hvað skokkar hún langt?

3.114 Hvert verður svarið? Giskaðu fyrst. Athugaðu síðan með vasareikni hvort svarið er rétt.

- a $3,5 \cdot 10$ b $1,9 \cdot 100$ c $12,9 \cdot 10$ d $5,8 \cdot 1000$

3.115 a Hvaða tala er 100 sinnum stærri en 4?

b Hvaða tala er 100 sinnum stærri en 70?

c Hvaða tala er 1000 sinnum stærri en 2,5?

3.116 Hvert verður svarið? Giskaðu fyrst. Athugaðu síðan með vasareikni hvort svarið er rétt.

- a $1,25 \cdot 100$ b $10,5 \cdot 10$ c $4,32 \cdot 1000$ d $85,2 \cdot 100$

3.117 Hvaða tölur vantar?

- a $7,5 \cdot \square = 75$ d $\square \cdot 7,2 = 720$ g $8,8 \cdot \square = 88$
 b $3,8 \cdot \square = 38$ e $\square \cdot 1,9 = 190$ h $\square \cdot 5,4 = 540$
 c $9,6 \cdot \square = 96$ f $\square \cdot 2,3 = 230$ i $\square \cdot \square = 45$

86

3 • Tugabrot

- Hve langa vegalengd hleyp ég ef ég hleyp 100 ferðir á braut sem er 2,8 km? (280 km.)
- Hvernig fannstu svarið? (Til dæmis: Að margfalda með 100 táknar að tölustafirnir flytjast um tvö sæti til vinstri, einingarnar verða þá að hundruðum og tíundu hlutarnir að tugum.)

Nr. 3.114

Nemendur giska á svörin og nota síðan vasareikni til að ganga úr skugga um að þau séu rétt.

Nr. 3.115

Nemendur finna tölurnar sem eru 100 og 1000 sinnum stærri en þær sem gefnar eru upp. Kennari getur búið til samsvarandi dæmi og leggur þau munnlega fyrir nemendur:

- Hvaða tala er 10 sinnum stærri en 13,4? (134.)

- Hvaða tala er 100 sinnum stærri en 120? (12 000.)
- Hvaða tala er 1000 sinnum stærri en 7? (7000.)

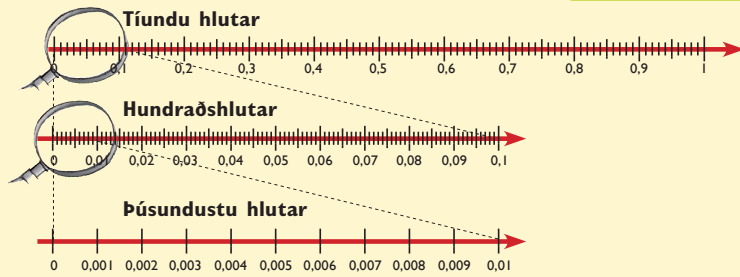
Nr. 3.116

Nemendur giska á svörin og nota síðan vasareikni til að ganga úr skugga um að þau séu rétt.

Þegar nemendur hafa lokið verkefnunum á þessari blaðsíðu geta einhverjir þeirra kynnt fyrir nemendahópnum að hvaða niðurstöðum þeir hafa komist, þ.e.a.s. sett fram í sameiningu reglu um margföldun með 10, 100 og 1000 og útskýra hvers vegna hún er í fullu gildi.

Nr. 3.117

Nemendur finna hvaða tala á að vera í tómu litareitunum. Þeir giska fyrst og ganga síðan úr skugga um að svörin séu rétt – gjarnan með vasareikni.

**Tölum skipt upp eftir sætum**

Tölunni 374,823 er skipt með því að skrá gildi hvers tölustafs:

$$300 + 70 + 4 + 0,8 + 0,02 + 0,003$$

3 hundrað	3	8	2	,	8	2	3	=	300	+	80	+	2	+	0,8	+	0,02	+	0,003
8 tugir																			
2 einingar																			

Námundun

Námundaðu að heilli tölu: 43,47 og 128,67

Tölustafurinn í tíundahlutasætinu segir til um hvort námunda eigi töluna upp á við eða niður á við.

$$43,47 \approx 43 \text{ og } 128,63 \approx 129$$

Samlagning og frádráttur

a Reiknaðu: $164,7 + 272,6$

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ 164,7 \\ + 272,6 \\ \hline 437,3 \end{array}$$

b Reiknaðu: $32,47 - 18,72$

$$\begin{array}{r} 10\ 10 \\ 32,47 \\ - 18,72 \\ \hline 13,75 \end{array}$$

Við tókum til láns:
1 einingu er skipt
í 10 tíundahluta
og 1 tug í 10 einingar.

Margföldun

Reiknaðu: $3 \cdot 3,6$

Svona má reikna:

$$3,6 + 3,6 + 3,6 =$$

$$3 + 3 + 3 = 9$$

$$0,6 + 0,6 + 0,6 = 1,8$$

$$\underline{10,8}$$

Líka svona:

$$3 \cdot 3,6 =$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

$$3 \cdot 0,6 = 1,8$$

$$\underline{10,8}$$

87

Hugmyndir og athugasemdir

í verkefnahefti Stiku 1b) með eftirfarandi tölum:

$$34 - 18 - 43 - 12 - 97 - 56 - 156 - 324 - 434 - 349 - 125 - 121 - 188 - 58 - 21 - 87 - 344 - 971 - 563 - 14 - 144 - 181 - 65 - 565 - 433$$

Kennari ákveður hvort hann skrifar tölurnar á töfluna eða lætur nægja að lesa þær upp. Nemendur velja sjálfir hvaða tölur þeir skrifa á bingóspjaldið sitt.

Nú fá nemendur fyrirmæli um að margfalda tölurnar, sem kennari les upp, með 10. Þeir eiga að finna svarið á bingóspjaldinu og krossa yfir það.

Kennari les nú upp allar tölurnar, sem talðar voru upp hér á undan, þegar búið er að deila í þær með 10. Hann gætir þess að röð talnanna sé tilviljanakennd:

$$12,1 - 14,4 - 4,3 - 3,4 \text{ o.s.frv.}$$

Nemendur fá bingó þegar þeir hafa krossað yfir fimm reiti í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

► Bls. 87 Upprifjun

Mælt er með að kennari rifji náms efni þessa kafla upp sameiginlega með öllum nemendahópnum. Ræðið við nemendur um hvaða nýja námsþætti þeir hafa lært. Gott er ef þeir geta útskýrt hugtökin tíundi hluti, hundraðshluti og þúsundasti hluti. Þeir þurfa að þekkja og geta útskýrt reglurnar um námundun. Þeir þurfa að kunna samlagningu og frádrátt með tugabrotum. Það merkir einnig að þeir viti og geti útskýrt hvað gerist til dæmis þegar farið er yfir tug í tíundahlutasæti og þegar draga skal frá í hundraðshlutasæti en hundraðshlutar í frádráttarstofni eru ekki nógu margir.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota vasareikni til að prófa sig áfram í þessum verkefnum. Samt er mjög mikilvægt að þeir

hugsi um hvað gerist þegar þeir margfalda með 10: Einingarnar verða að tugum, tugirnir að hundraðum og tíundu hlutarnir að einingum.

Erfiðari verkefni og raunverkefni**Dulmál í margföldun**

Nemendur nota verkefnablað 6.47 (*Dulmál í margföldun*). Þeir leysa þrjú margföldunardæmi og leggja margfeldin í hverjum reit saman. Síðan finna þeir hvaða bókstaf summan táknar og þannig kemur leyniorðið smám saman í ljós. Leyniorðið er Blaise Pascal, nafn hins franska stærðfræðings og heimspekings sem er talin hafa fundið upp reiknivélina.

Tugabrotabingó – margföldun með 10

Nemendur fylla út í tomt bingóspjald (verkefnablað 5.177 (*Rúðunet*))

Viðfangsefni

- Tugabrot á talnalínu
- Sætisgildi
- Tíundu hlutar, hundraðshlutar og þúsundustu hlutar
- Samlagning, frádráttur og margföldun með tugabrotum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 88 Próf

Nr. 1

Nemendur lesa af talnalínunni og skrá tölurnar sem örvarnar benda á.

Nr. 2

Nemendur skrá tölurnar í hvoru talnaskýi í stærðarröð, minnstu töluna fyrst.

Nr. 3

Nemendur skrifa næstu þrjár tölur í hverri talnarunu. Tölurnar í tveimur fyrstu röðunum stækka jafn mikið með hverri tölu, 0,15 og 0,006. Í þriðju talnarunu eykst mismunurinn milli talnanna með hverri tölu: milli tveggja fyrstu talnanna er mismunurinn 0,001, því næst er hann 0,003 og þar næst 0,005. Mismunurinn verður næst 0,007, 0,009 og 0,011.

Nr. 4

Nemendur skrifa tölurnar í auðu reitina þannig að úr verði talnaruna sem stækkar/minnkar eftir föstu mynstri. Mismunur milli talnanna í hverri talnarunu er sá sami, 0,03 í a-lið, 0,06 í b-lið og c-lið.

Nr. 5 og 6

Nemendur leggja saman og skrá svarið sem eina tölu.

Nr. 7

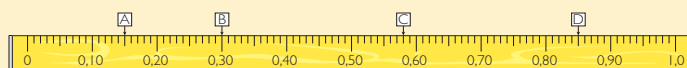
Nemendur skipta tölunum upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs.

Nr. 8 og 9

Nemendur reikna með slumpreikningi. Fyrst námunda þeir tölurnar að næstu heilu tölu og reikna síðan.

Próf

1 Á hvaða tölur benda örvarnar A, B, C og D?



2 Skrifaðu tölurnar í réttri röð. Byrjaðu á minnstu tölunni.

- a 0,8 1,5 1,4 0,6 1,6 0,7 0,3 b 0,07 0,11 0,10 0,06 0,01 0,13 0,08

3 Skráðu næstu þrjár tölur í hverri talnarunu.

- a $0,15 - 0,3 - 0,45 - 0,6 - \dots$
b $0,006 - 0,012 - 0,018 - 0,024 - \dots$
c $0,001 - 0,002 - 0,005 - 0,010 - \dots$

4 Hvaða tölur vantar í talnarunurnar?

- a $0,03 - 0,06 - \square - 0,12 - \square - 0,18$
b $0,36 - 0,30 - \square - 0,18 - \square - \square$
c $0,53 - \square - 0,65 - 0,71 - \square - 0,83$

Skrifaðu sem eina tölu.

5 a $700 + 30 + 9 + 0,5$ b $700 + 50 + 9 + 0,5 + 0,02$

6 a $800 + 10 + 5 + 0,7$ b $8000 + 600 + 0,5 + 0,002$

7 Skiptu tölunum upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs.

- a 436 b 251,8 c 84,37 d 7575,351

Námundaðu að heilli tölu og reiknaðu síðan.

8 a $4,5 + 2,6$ b $18,9 - 12,1$ c $28,13 + 7,59$

9 a $3,8 + 19,1$ b $34,7 - 18,9$ c $82,34 + 17,87$

► Bls. 89 Próf (framhald)

Nr. 10–13

Nemendur reikna dæmin. Þeir velja sjálfir hvaða leið þeir nota við lausnirnar.

Nr. 14

Nemendur teikna rétthyrninginn upp og skrá tölurnar þannig að summan (7) verði sú sama hvort sem lagt er saman lárétt (í röð), lóðrétt (í dálki) eða á ská (í hornalínunum).

Nr. 15

Nemendur finna nákvæmt verð samtals fyrir sex stykki af hvorri vöru. Verðið pr. stykki er gefið upp.

Nr. 16 og 17

Nemendur reikna dæmin.

Nr. 18

Nemendur finna rétta svarið af þremur við hverju dæmi. Þeir rökstyðja svörin. Ekki skal reikna dæmin heldur rökstyðja val á hverju svari út frá slumpreikningi og því hvort svarið er sennilegt eður ei.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota áþreifanleg hjálpargögn eins og cuisenaire-kubba eða pappírsbúta (verkefnablað 5.72 (*Tugabrot gerð áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku 1a.

Eigi nemendur í erfiðleikum með að leysa prófið er rétt að láta þá snúa sér að æfingasíðu 1 á bls. 90. Síðan geta þeir unnið blaðsíðurnar í æfingaheftinu sem vísað er til eða verkefnin á æfingasíðu 2. Sjá einnig tillögur að verkefnum á bls. 91 í þessari bók.

Reiknaðu dæmin.

10 a $3,5 + 7,3$ b $12,8 + 3,6$ c $15,8 + 37,6$

11 a
$$\begin{array}{r} 12,4 \\ + 23,3 \\ \hline \end{array}$$
 b
$$\begin{array}{r} 45,5 \\ + 73,4 \\ \hline \end{array}$$
 c
$$\begin{array}{r} 165,5 \\ + 371,8 \\ \hline \end{array}$$

12 a
$$\begin{array}{r} 24,5 \\ - 13,2 \\ \hline \end{array}$$
 b
$$\begin{array}{r} 38,5 \\ - 12,7 \\ \hline \end{array}$$
 c
$$\begin{array}{r} 41,7 \\ - 28,9 \\ \hline \end{array}$$

13 a $19,2 - 18,9$ b $322,7 - 119,5$ c $9525,1 - 3726,9$

14 Summa talnanna í reitunum á að vera sú sama hvort sem reiknað er lárétt, lóðrétt eða á ská. Teiknaðu rétthyrninginn upp og fylltu út í hann með tölunum sem vantar.

2,8		
1,2	2,5	
		2,2

15 Þessar vörur eru seldar saman í stærri pakkningum. Hvað kosta þessar vörur samtals?



Reiknaðu dæmin.

16 a $4 \cdot 1,2$ b $7 \cdot 5,4$ c $4,3 \cdot 10$

17 a $2 \cdot 6,5$ b $3 \cdot 12,3$ c $1,82 \cdot 100$

18 Hvaða svar er rétt? Útskýrðu hvers vegna.

		I	II	III
a	$3 \cdot 7,8 =$	234	23,4	2,34
b	$12 \cdot 1,9 =$	22,8	2,28	228
c	$18 \cdot 12,5 =$	2250	22,5	225

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta byrjað strax á æfingasíðu 2 og 3 á bls. 91 og 92 og snúið sér síðan að blaðsíðunum í æfingaheftinu sem vísað er til. Sé æfingaheftið ekki til-tækt geta þeir unnið verkefnið á Geturðu þetta?-síðunni á bls. 93 eða einhver verkefnanna sem gerð hefur verið tillaga um fyrr í þessum kafla.

Viðfangsefni

- Skilningur á tugabrotum
- Skipting talna í tíundu hluta, hundraðshluta og þúsundustu hluta
- Tölustafirnir og gildi þeirra eftir sætum
- Slumpreikningur
- Samlagning og frádráttur með tugabrotum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 90 Æfingasiða 1

Nr. 3.118

Nemendur nota myndirnar af lítra-könnunum til að svara spurningunum.

Nr. 3.119

Nemendur lesa tölurnar af talnalínunni og svara spurningunum út frá því.

Nr. 3.120

Nemendur raða pokunum eftir þyngd og skrá léttasta pokann fyrst. Í c-lið eiga þeir að finna poka sem vega samtals 0,5 kg.

Nr. 3.121

Nemendur halda áfram með talnarunurnar. Í hverri runu á að leggja sömu tölu við í hvert sinn: 0,4 í a-lið, 0,7 í b-lið, 0,03 í c-lið og 0,05 í d-lið. Skrífi þeir 0,10 í staðinn fyrir 0,1 í d-lið er það auðvitað í góðu lagi.

► Bls. 91 Æfingasiða 2

Nr. 3.122

Nemendur finna gildi undirstrikaða tölustafsins.

Nr. 3.123

Nemendur finna stærsta tölustafinn í hverri tölu og skrá gildi hans.

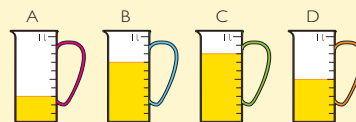
Nr. 3.124

Nemendur skrifa tölurnar með bókstöfum.

Nr. 3.125–3.126

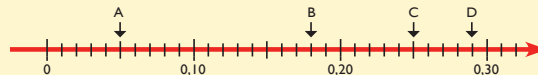
Nemendur leggja saman tölurnar og skrá summuna sem eina tölu.

Æfingasiða 1



- 3.118 a Hve mikill safi er í könnu B?
b Hve mikill safi er samtals í könnum A og B?
c Hve mikið vantar upp á 1 lítra í könnu D?
d Hve mikið vantar upp á að safinn í öllum könnunum samtals sé 4 lítrar?
e Hve miklum safi þarf að hella úr könnu C ef 0,5 lítrar eiga að verða eftir?

- 3.119 a Á hvaða tölur benda örvarnar?



- b Hvað er langt milli B og C?
c Hvað er talan C miklu stærri en 0,2?
d Skrífaðu tvær tölur sem eru milli A og B.

- 3.120 a Hvaða poki er þyngstur?



- b Raðaðu pokunum eftir þyngd. Byrjaðu á léttasta pokanum.
c Hvaða tveir pokar vega samtals 0,500 kg?

- 3.121 Hvaða þrjár tölur koma næst í talnarununum?

- a $0,4 - 0,8 - 1,2 - 1,6 - \dots$
b $0,7 - 1,4 - 2,1 - 2,8 - \dots$
c $0,03 - 0,06 - 0,09 - 0,12 - \dots$
d $0,05 - 0,1 - 0,15 - 0,2 - \dots$

90

3 • Tugabrot

ÆFINGAHEFTI 2a BLS. 32–37

Nr. 3.127

Nemendur skipta tölunum upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs.

Nr. 3.128–3.129

Nemendur reikna dæmin með slumpreikningi. Fyrst námunda þeir hvora tölu að næstu heilu tölu og reikna síðan.

Nr. 3.130

Nemendur skrifa töflurnar upp og ljúka við þær. Í vinstri dálki á að draga annars vegar 0,10 frá tölunni í miðdálkinum og hins vegar 0,12. Í hægri dálki á að leggja þessar sömu tölur við töluna í miðdálkinum.

Auðveldari verkefni

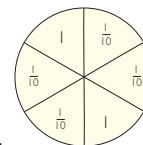
Meiri þjálfun í tíundu hlutum

Á verkefnablöðum 5.66–5.77 í verkefnahefti Stiku 1a eru fjölmörg

tiltölulega einföld æfingaverkefni og raunverkefni með tugabrotum.

Fyrstur upp í 10 (spil)

Búnaður: Talnalína 0–10, skipt í tíundu hluta (verkefnablað 6.27 (Talnalínur) eða cuisenaire-kubbar, teningur, spilaskífa (verkefnablað 5.68 (Spilaskífa með heilum tölum og tíundu hlutum) í verkefnahefti Stiku 1a.



Leikmenn kasta teningi og snúa bréfaklemmu á spilaskífunni sem segir til um hvort þeir eiga að flytja spilapeninginn um heilar tölur eða tíundu hluta. Dæmi: Upp kemur á teningnum talan 4 og bréfaklemman stansar á $\frac{1}{10}$. Þá á leikmaður að flytja spilapeninginn 4 tíundu hluta áfram á talnalínunni. Hefði bréfa-klemman stoppað á 1 hefði leikmaðurinn

3.122 Hvaða gildi hafa undirstrikuðu tölustafirnar?

- a 52,5 c 436,19 e 62,203 g 82,127
b 58,1 d 481,60 f 117,074 h 6805,741

3.123 Hvaða gildi hefur stærsti tölustafurinn í hverri tölu?

- a 56,71 c 836,16 e 325,918 g 1002,922
b 48,23 d 218,11 f 595,626 h 5905,772

3.124 Skrifaðu tölurnar með orðum.

- a 318,2 b 405,26 c 72,017 d 293,165

Skrifaðu sem eina tölu.

- 3.125 a $700 + 30 + 8 + 0,6$ b $90 + 8 + 0,2 + 0,07$
3.126 a $300 + 70 + 5 + 0,2$ b $700 + 50 + 0,9 + 0,01$

3.127 Skiptu tölunum upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs.

- a 61,8 b 511,83 c 24,025 d 6108,341

Námundaðu að heilli tölu og reiknaðu síðan.

- 3.128 a $2,5 + 3,9$ b $14,9 - 12,8$ c $18,21 + 7,14$
3.129 a $1,8 + 11,1$ b $54,2 - 49,9$ c $22,34 + 27,89$

3.130 Ljúktu við töflurnar.

a	- 0,10		+ 0,10
		1,7	
		3,4	
		1,66	
		42,54	

b	- 0,12		+ 0,12
		0,50	
		0,16	
		0,38	
		2,15	

flutt spilapeninginn um fjóra heila. Sá vinnur sem er fyrstur að komast upp í 10 eða hærra.

Fyrstur niður í 0 (spil)

Búnaður: Talnalína frá 0 til 2 sem búið er að skipta í tíundu hluta og hundraðshluta (verkefnablað 6.27 (Talnalínur), teningur og spilaskífa (verkefnablað 5.80 (Spilaskífa með tíundu hlutum og hundraðshlutum) í verkefnahefti Stiku 1a.

Allir leikmenn byrja í tölunni 2 á talnalínunni. Þeir eiga að fíkra sig aftur á bak eftir talnalínunni niður í 0. Teningurinn segir til um hve mörg skref þeir færa sig í hvert sinn og spilaskífan er ákvarðandi um hvort þeir hoppa á tíundu hlutum eða hundraðshlutum.

Sá vinnur sem er á undan – eða fyrstur – niður í 0.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Tugabrotadómínó

Nemendur búa til dómínókubba þar sem annar helmingurinn sýnir mynd af tíundu hlutum eða hundraðshlutum en á hinum helmingnum er tugabrot skráð með tölustöfum.

Einn heill er táknður með heilum ferningi, tíunduhlutar eru sýndir með ferningi sem skipt hefur verið í 10 hluta og hundraðshlutar eru táknðir með ferningi sem skipt hefur verið í 100 litla reiti.

Á verkefnablöðum 5.73– 5.74 (Dómínó með tugabrotum 1–2) eru dómínókubbar sem hægt er að plasta og klippa út.

Dæmi: Á myndinni hér á eftir liggur kubburinn með tölunni 0,04 upp við ferninginn sem sýnir fjóra hundraðshluta.



Allir tölustafir í rétt sæti!

Kennarinn les upp tölu með því að tilgreina gildi hinna mismunandi tölustafa. Nemendur skrifa töluna í bókina sína eða á sérstakt blað. Á eftir má fara sameiginlega yfir þetta verkefni, nemendur lesa tölurnar upp og aðrir skrifa þær á töfluna.

Dæmi:

Skrifið þessi tugabrot:

- 3 tugir, 2 einingar, 2 tíundu hlutar og 4 hundraðshlutar. (32,24.)
- 1 hundrað, 3 einingar og 7 tíundu hlutar. (103,7.)
- 4 hundruð, 1 tugur, 3 tíundu hlutar og 3 hundraðshlutar. (410,33.)
- 6 tugir, 8 einingar og 65 hundraðshlutar. (68,65.)
- 3 tíundu hlutar og 5 hundraðshlutar. (0,35.)
- 8 hundraðshlutar. (0,08.)
- 5 einingar, 2 tugir og 3 tíundu hlutar (25,3.)
- 1 tíundi hluti, 2 hundruð og 5 hundraðshlutar. (200,15.)
- 2 tugir, 4 einingar, 8 tíundu hlutar, 0 hundraðshlutar og 3 þúsundustu hlutar. (24,803.)
- 1 hundrað, 0 tugir, 0 einingar, 5 tíundu hlutar, 4 hundraðshlutar og 3 þúsundustu hlutar. (100,543.)

Viðfangsefni

- Reikningsaðgerðirnar fjórar með tugabrotum

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 92 Æfingasiða 3

Nr. 3.131–3.134

Nemendur reikna dæmin með aðferðum sem þeim finnast auðveldast að nota.

Nr. 3.135

Nemendur setja dæmin upp og reikna þau síðan.

Nr. 3.136–3.139

Nemendur reikna dæmin.

Nr. 3.140

Nemendur leysa orðadæmið. Þeir þurfa sjálfir að finna út úr því hvernig finna má svarið. Ef þeir eiga erfitt með að byrja á verkefninu má gefa þeim vísbendingu um að teikna kaðalinn og byrja á því að hugsa sér að einn metri af kaðlinum sé settur í hvern hluta.

Nr. 3.141

Nemendur finna sjálfir aðferð til að leysa orðadæmið. Ef þeir nota mismunandi aðferðir er gott að þeir kynni þær hver fyrir öðrum, annaðhvort í litlum hópum eða fyrir öllum nemendahópnum í einu.

Nr. 3.142

Nemendur reikna dæmin. Þeir geta skipt heilu tölunni fyrst. Síðan breyta þeir afganginum í tíundu hluta, bæta þeim við tíundu hlutana í deilistofnum og skipta þeim.

► Bls. 93 Geturðu þetta?

Nr. 3.143

Nemendur finna hvað silfrið í bikarnum vegur. Þeir finna sjálfir leiðir til að leysa dæmið án þess að kennari beinlínis hjálpi þeim til þess.

Æfingasiða 3

Reiknaðu dæmin.

3.131 a $2,5 + 7,2$ b $5,2 + 1,6 + 1,2$ c $6,8 + 2,3 - 6,5$

3.132 a $14,8 + 3,7$ b $12,2 + 11,5 + 21,8$ c $13,2 + 7,7 - 10,5$

3.133 a
$$\begin{array}{r} 532,6 \\ + 423,3 \\ \hline \end{array}$$
 b
$$\begin{array}{r} 285,5 \\ + 373,8 \\ \hline \end{array}$$
 c
$$\begin{array}{r} 21,2 \\ + 53,6 \\ + 62,4 \\ \hline \end{array}$$
 d
$$\begin{array}{r} 234,3 \\ + 81,3 \\ + 473,8 \\ \hline \end{array}$$

3.134 a
$$\begin{array}{r} 15,4 \\ - 12,9 \\ \hline \end{array}$$
 b
$$\begin{array}{r} 35,0 \\ - 24,2 \\ \hline \end{array}$$
 c
$$\begin{array}{r} 265,3 \\ - 138,6 \\ \hline \end{array}$$
 d
$$\begin{array}{r} 2165,52 \\ - 773,68 \\ \hline \end{array}$$

3.135 Settu dæmin upp og reiknaðu síðan.

a $72,7 - 16,9$ b $622,7 - 216,4$ c $7425,13 - 4326,91$

Reiknaðu dæmin.

3.136 a $6 \cdot 1,5$ b $12 \cdot 4,5$ c $43,5 \cdot 10$ d $0,017 \cdot 1000$

3.137 a $4 \cdot 6,5$ b $16 \cdot 3,5$ c $135,16 \cdot 100$ d $3,74 \cdot 1000$

3.138 a $7 \cdot 3,6$ b $4 \cdot 1,9$ c $5 \cdot 2,7$ d $8 \cdot 3,3$

3.139 a $7 \cdot 51,2$ b $4 \cdot 312,3$ c $5 \cdot 642,3$ d $8 \cdot 514,4$

3.140 Kaðall er 13,8 m langur. Honum á að skipta jafnt í þrjá hluta. Hve langur verður hver hluti?

3.141 Vatnsslanga er 27,5 m á lengd. Henni er skipt í fimm jafn langa búta. Hve langur er hver slöngubútur?

3.142 Reiknaðu dæmin.

a $22,8 : 4$ b $12,9 : 3$ c $34,5 : 5$ d $6,5 : 2$

Auðveldast er líklega að finna einn fjórða hluta, annaðhvort með því að reikna dæmið $760 : 4$ eða með því að helminga 760 tvisvar, fyrst niður í 380 og síðan í 190. Þrír fjórðu hlutar verða þá $380 + 190$ (eða $190 \cdot 3$) = 570.

Nr. 3.144

Nemendur eiga að finna hvað pokinn með perlunum kostar þegar eitt gramm kostar 85 kr.

Nr. 3.145–3.146

Nemendur eiga að finna hvaða tölur eiga að vera í auðu reitunum í píramíðunum. Summa tveggja reita, sem eru hlið við hlið, á að vera í reitnum fyrir ofan þá báða.

Auðveldari verkefni

Gott er að nota talnalínu, myndir og/eða önnur áþreifanleg hjálpartæki,

sjá verkefnablað 5.72 (*Tugabrot gerð áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku 1a. Það er ekki heppilegt að nota mjög mörg og mismunandi hjálpartæki þótt völ sé á þeim. Ef nemandi hefur náð góðu valdi á einu slíku er oftast best að láta það nægja.

Kennari beinir athygli nemenda að eftirfarandi:

- Í samlagningu má skipta tíu tíunduhlutum í eina einingu, tíu hundraðshlutum í einn tíunda hluta og tíu þúsundustu hlutum í einn hundraðshluta.
- Í frádrætti má taka til láns með því að fara öfugt að: einum heilum er skipt í tíu tíundu hluta, einum tíunda hluta er skipt í tíu hundraðshluta o.s.frv.
- Í margföldun má skipta tölunum upp eftir sætum og margfalda tíundu hlutana sérstaklega, einingar einnig, tugina sömuleiðis

- 3.143 Af þessum bikar er $\frac{3}{4}$ silfur.
Hve mikið silfur er í bikarnum?

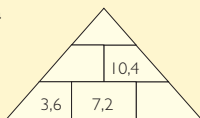


- 3.144 Eitt gramm af perlum, sem Ása gullsmiður keypti, kostaði 85 krónur.
Hvað kostaði perlupokinn?

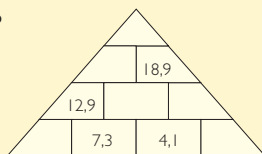


- 3.145 Teiknaðu talnapíramíðana og skrifaðu tölurnar sem vantar.

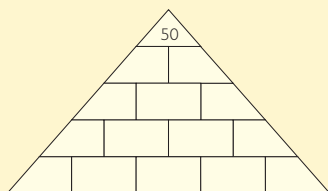
a



b



- 3.146 Raðaðu tölunum 2,1 – 2,7 – 2,8 – 3,9 – 4,9 í neðstu röðina þannig að summan efst uppi verði 50.



93

o.s.frv. Í lokin eru öll margfeldin lögð saman.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Töfrapríhrningar með tugabrotum

Nemendur fylla út í auðu reitina á verkefnablaði 6.48 (Töfrapríhrningar með tugabrotum). Summa tveggja talna í hornunum á að vera jöfn tölunni í hringjunum milli talnanna.

Fleiri spil og raunverkefni

Margs konar spil og raunverkefni, sem fela í sér frekari þjálfun í reikningi með tugabrot, má finna í verkefnaheftum Stiku. Til dæmis má nefna: verkefnablöð 5.65–5.88 í verkefnahefti Stiku 1a og 6.27–6.48 í verkefnahefti Stiku 2a.

Fyrr í þessum kafla hafa verið kynnt til sögunnar fjölmörg spil og raunverkefni. Gott er að nota mörg

þeirra oft og mörgum sinnum. Hér á eftir eru nokkur spilanna rifjuð upp:

Samanburður á stærð talna (spil)

Stríð (spil)

Sjá lýsingu á þessu spili á bls. 67.

Flytja kommuna (spil)

Sjá lýsingu á þessu spili á bls. 69.

Hver er talan?

Sjá lýsingu á þessu verkefni á bls. 71.

Burt með töluna!

Sjá lýsingu á þessu verkefni á bls. 71.

Hver er talan? – Heilabrot

Sjá verkefnablað 6.37 (Hver er talan?).

Námundun

Upp og niður (spil)

Sjá lýsingu á þessu spili á bls. 73.

Hugmyndir og athugasemdir

Samlagning og frádráttur með tugabrotum

Fjórir í röð með tugabrotum (spil)

Sjá lýsingu á þessu spili á bls. 75.

Telja niður (spil)

Sjá lýsingu á þessu spili á bls. 77.

Hæsta summan (spil)

Sjá lýsingu á þessu spili á bls. 77.

Svartipétur með tugabrotum (spil)

Sjá lýsingu á þessu spili á bls. 79.

Margföldun með tugabrotum

Fjórir í röð (spil)

Sjá lýsingu á þessu spili á bls. 81.

Margföldunarhark (spil)

Sjá lýsingu á spilinum á bls. 83.

Dulmál í margföldun

Sjá lýsingu á verkefninu á bls. 87.

Tugabrotabíngó – margföldun með 10

Sjá lýsingu á þessum leik á bls. 87

4 Rúmfræði

Í þessum kafla er fjallað um tvíví- og þrívíð form og hluti. Nemendur læra heiti hinna ýmsu rúmfræðiforma, kynnast eiginleikum og einkennum þeirra, meðal annars með því að kanna hvað er líkt og hvað er ólíkt með þeim.

Meginhluti kaflans fjallar um tengsl tvívíðra og þrívíðra forma: Nemendur læra að búa til þrívíð form og myndir þar sem aðaláherslan er lögð á að raða saman tvívíðum formum. Þetta felur í sér að í stað þess að fást við tvær víddir í rúmfræði eru þrjár víddir teknar fyrir. Nemendur læra einnig að teikna þrívíðar myndir, þ.e.a.s. að teikna þrjár víddir í stað tveggja áður. Þetta er gert með því að nemendur teikna rúmmyndir bæði í tvívídd (t.d. rúmmynd séða frá hlið eða ofan frá) og í fjarvídd.

Viðfangsefni

- Að þekkja þrívíð form í umhverfinu, m.a. á ljósmyndum
- Heiti, eiginleikar og einkenni þrívíðra forma
- Rúmfræði í daglegu lífi; að búa til þrívíða hluti
- Að kynnast stöðugum/stífum formum: búa til hluti úr pappírsrörum

Búnaður

- Pappír (A4-blað eða dagblað), gatari, splittklemmur

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 94

Samræðumynd

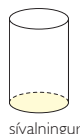
Nemendur leita að rúmfræðiformum á myndunum. Kennari notar heiti hinna mismunandi forma og biður þá að lýsa þeim.

Ýmist er notað orðið form, rúmmynd eða hlutur þegar fjallað er um þrívíð fyrirbæri en hins vegar einungis orðið form þegar um tvívíð fyrirbæri er að ræða. Mjólkurferna er því hlutur sem hefur form strendings.

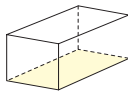
4 Rúmfræði

Í þessum kafla muntu læra

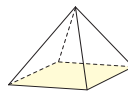
- að búa til þrívíða hluti
- að teikna form og aðrar myndir í þrívídd
- um eiginleika og einkenni tvívíðra og þrívíðra forma



sívalningur



strendingur



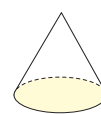
píramídi



kúla



teningur



keila

94

Látið nemendur einnig lýsa rúmfræðiformum í tengslum við byggingar, t.d. í nágrenninu. Hvetjið þá til að nota heiti formanna þegar þeir fjalla um tvívíð og þrívíð form.

- Hvaða form er á byggingunni neðst fyrir miðju á blaðsíðunni? (Píramídi.)
- Hvers vegna er þetta píramídi? (Vegna þess að hliðarflatirnir eru þríhyrningar.)
- Lýsið þríhyrningunum nánar. (Þeir eru jafnarma vegna þess að tvær hliðarbrúnir eru jafn langar.)
- Hvernig er botninn í píramídanum í laginu? (Hann er ferningslaga.)
- Á það við um alla píramíða? (Nei, botninn getur haft form margs konar hyrninga.)
- Hvaða form er á húsinu neðst til vinstri? (Teningur.)

► Bls. 95

Nr. 4.I

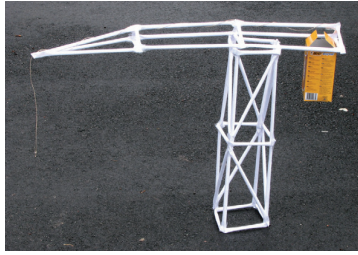
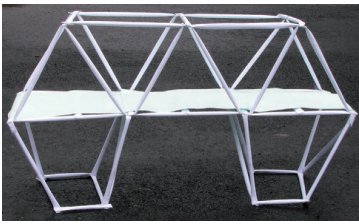
Nemendur bera saman brúna og

kranann. Gott er að bera þessar myndir einnig saman við myndirnar af brú og krana á bls. 94. Burðarvirki beggja eru gerð úr römmum sem aftur eru búnir til úr rörum. Rammarnir mynda hlið burðarvirkisins og rörin mynda þríhyrninga sem gera burðarvirkið „stíft“, þ.e. ekki er hægt að skekkja það. Þríhyrningar eru ekki á aðalhluta bómunnar á myndinni sem ekki er skynsamlegt. Bóma sem þessi mun áreiðanlega ekki þola mikinn þunga í raunveruleikanum því hætta er á að hún skekkist.

Dæmi um ólíka eiginleika og einkenni:

- Brúin stendur á tveimur sökklum en kraninn einungis á einum sökkli.
- Álagið á brúna er beint ofan á hana en á kranann er álagið til hliðar við hann, nánar tiltekið þar sem kaðallinn með króknum er festur.

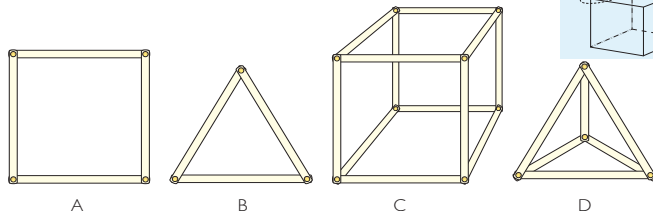
Búa til þrívíða hluti



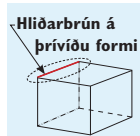
- 4.1 a Hvað er líkt og hvað er ólíkt með brúnni og krananum?
b Hvaða rúmfræðiform sérðu í þessum hlutum?
- 4.2 Búðu til rör með því að rúlla saman pappír.



- 4.3 a Búðu til ýmis rúmfræðiform úr pappírsrörum.



- b Hvaða form eru stíf og ekki hægt að skekkja með því að ýta hornunum til?



95

- Á brúnni liggur álagið á allri brúnni þar sem bílarnir aka áfram eftir brúnni; á krananum er álagið aðeins á einum stað.
- Burðarvirki kranans er gert úr rétthyrndum römmum en brúarinnar úr trapisulöguðum römmum.

Dæmi um líka eiginleika og einkenni.

- Í bæði brúnni og krananum eru rör sem mynda þríhyrninga.
- Í báðum eru ferhyrindir rammar, þ.e. rétthyrningar og trapisur.

Nr. 4.2

Miklu skiptir að líma endana vel saman með límbandi. Gera þarf göt í endana með gatara þannig að hægt sé að festa „rörin“ saman með splittklemmum.

Einnig má nota blómastangir eða annað því um líkt (2–3 mm á þykkt) og líma þær saman með límbandi.

Nr. 4.3

Nemendur búa til alls kyns rúmfræðiform með pappírsrörum. Þeir rannsaka hver þeirra eru stíf með því að prófa að skekkja þau. Látið þá prófa mismunandi form, t.d. fimmhyrninga og sexhyrninga.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur hjálpast að við verkefnin á þessum blaðsíðum. Þeir þurfa að ræða saman um verkefnin og þjálf sig í að nota heiti hinna ýmsu rúmfræðiforma, bæði tvívíðra og þrívíðra.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Tækni- og verkgreinar

Búa til líkan af krana

Nemendur þurfa að fá tækifæri til að búa til margs konar burðarvirki og öðlast reynslu af þeim styrkjandi áhrifum sem þríhyrningurinn hefur.

Þeir geta til dæmis búið til krana.

Byrja má á þessari vinnu með því að fá nemendum það hlutverk að búa til líkan af krana sem verktaki myndi kaupa og setja í framleiðslu. Kennarinn getur tekið að sér hlutverk verktakans. Hann hefur áhuga á að kraninn uppfylli ýmsar kröfur:

- Hann þarf að vinna vel, þ.e.a.s. með hliðsjón af lyftigetu og þess svæðis sem hann nær til (verkfræðileg sjónarmið).
- Hann má ekki vera of dýr í framleiðslu (fjárhagsleg sjónarmið).
- Hann verður að vera fallega hannaður (útlitssjónarmið).

Kröfulýsing

- Teiknið skissu af krananum áður en þið byrjið á kranagerðinni sjálfri.
- Gefið upp málin sem þið ætlið að nota fyrir kranann. Á skissunni eiga að standa hin raunverulegu mál.
- Kraninn á að vera a.m.k. 50 cm hár.
- Hann á að vera með bómu sem þolir a.m.k. 0,5 kg. (Það er aðeins hægt ef bambusstangir eru notaðar. Það er því ekki hægt ef notast er við pappírsrör.)
- Gefið upp kostnaðinn. Hver stálbiti (pappírsrör/bambusstöng) kostar t.d. 50 000 kr.

Biðjið nemendur í hverjum hópi að ræða ýmis atriði á meðan þeir búa til skissuna:

- Hvaða kröfur mun verkfræðingur gera?
- Hvaða kröfur mun fjármálastjórinn (sá sem ber ábyrgð á kostnaðinum) gera?
- Hvaða kröfur mun listamaðurinn eða hönnuðurinn gera?

Þegar nemendahóparnir hafa búið til hver sitt líkan geta þeir gengið um kennslustofuna og gefið krönunum stig út frá kröfunum sem gerðar eru hverju sinni. Hópur má ekki gefa sínum eigin krana stig. Kranann, sem fær flest stig, mun verktakinn kaupa.

Kröfur sem matið byggist á:

- Lyftigeta og svæðið sem kraninn nær til
- Kostnaðarrammi
- Hönnun: útfærsla, samhverft útlit og fleira þess háttar

Viðfangsefni

- Að bera kennsl á og þekkja heiti þrívíðra forma eins og strendings, ferstrendings, tenings, píramída, kúlu, sívalnings og keilu
- Að kanna eiginleika og ein-kenni ýmissa forma og hluta, t.d. skoða flata og ávala fleti og form hliðarflata

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 96

Nokkrar skilgreiningar:

- **Marghyrningur:** Lokuð flatarmynd sem afmarkast af beinum hliðum, t.d. þríhyrningur, ferhyrningur, fimmhyrningur o.s.frv.
- **Margflötungur:** Þrívíður hlutur eða rúmmynd sem afmarkast af sléttum flötum (marghyrningum).
- **Fletir** margflötungs eru grunnfletir (eða endafletir, þ.e. botn og lok) og hliðarfletir. Brúnir flatanna kallast hliðarbrúnir.
- **Píramídi:** Margflötungur þar sem grunnflöturinn er marghyrningur. Allir hliðarfletirnir eru þríhyrningar sem koma saman í topppunktinum.
- **Kúla:** Allir punktar á yfirborði kúlunnar (á radíus hennar) eru jafn langt frá miðju hennar.
- **Sívalningur:** Sívalningurinn hefur tvo grunnfleti og einn ávalan hliðarflöt. Grunnfletirnir eru hringlaga og er annar beint fyrir ofan hinn, þ.e.a.s. hliðarflöturinn er hornréttur á grunnfletina.
- **Strendingur:** Margflötungur með tvo eins samsíða grunnfleti sem eru marghyrningar. Hliðarfletirnir eru rétthyrningar eða samsíðungar; ef hliðarfletirnir eru samsíðungar kallast strendingurinn skástrendingur eða skakkur strendingur.
- **Teningur:** Strendingur sem afmarkast af sex ferningslaga flötum sem eru allir jafn stórir.
- **Keila:** Þrívíður hlutur eða rúmmynd með hringlaga grunnflöt og ávalan hliðarflöt sem endar í einum punkti, topppunktinum, sem er beint yfir miðju grunnflatarins.



Tvívíð form

- hafa lengd og breidd (eða hæð) og eru flöt



Þrívíð form

- hafa lengd, breidd og hæð og því er oft hægt að setja eitthvað í þau



Fletir

- eru alveg flatir

Ávalir fletir

- eru kúptir eða bognir

4.4 Hvernig eru umbúðirnar í laginu? Búðu til töflu og raðaðu saman formi og bókstaf vörunnar.

Rúmfræðiform	Bókstafur vöru
teningur	A
píramídi	
kúla	
sívalningur	
strendingur	
keila	

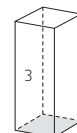
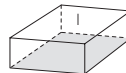
4.5 Finndu hluti sem eru í laginu eins og: teningur, píramídi, kúla, sívalningur, strendingur og keila. Leitaðu að hlutum heima, í skólanum eða á myndum í blöðum. Gerðu töflu eins og í verkefni 4.4.

4.6 Hvernig líta hlutirnir út?

a Hvaða form er á hliðarflötunum?

b Flokkaðu myndirnar í tvo flokka.

Hver er munurinn á flokkunum tveimur?



96

4 • Rúmfræði

Leyfið nemendum að vinna saman að verkefnunum á þessum blaðsíðum. Það er áreiðanlega skynsamlegt að nota góðan tíma í sameiginlega umfjöllun og upprifjun.

Nr. 4.4

Nemendur eiga að tengja saman heiti þrívíðs forms og viðkomandi mynd. Síðan búa þeir til töflu í reikningsheftin sín og skrá rúmfræðiheiti og bókstaf viðeigandi myndar.

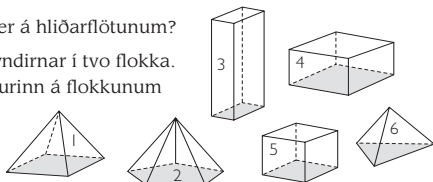
Á bls. 112 og 113 verður unnið meira með strendinga og píramída. Því er ekki nauðsynlegt að nota hér mikinn tíma til að fjalla um eiginleika og einkenni þessara forma en nemendur þurfa samt sem áður að kynnast heitum þeirra og geta borið kennsl á þau.

Biðið nemendur að útskýra hvers vegna þeir tengja saman hinar mismunandi vörur og rúmfræðiheiti eins og þeir gera.

- Hvers vegna er tyggjópakinn strendingur? (Vegna þess að hann er með tvo eins grunnfleti (botn og lok), sem eru marghyrningar, og hliðarfletirnir eru rétthyrningar.)
- Hvaða sérstaka heiti ber þessi strendingur? (Ferstrendingur.) Við höfum stundum notað orðið „kassi“ um ferstrendinginn.) Hvað einkennir ferstrending? (Hann er með 4 rétthyrnda hliðarfleti og 2 rétthyrnda grunnfleti sem eru eins.)
- Geta strendingar aðeins haft ferhyrnda fleti? (Nei, grunnfletirnir, þ.e. botn og lok, geta verið alls kyns marghyrningar, t.d. þríhyrningar eins og Toblerone-kassinn sem er þrístrendingur.) Eina krafan, sem gerð er til að þrívítt form eða hlutur geti kallast strendingur, er að grunnfletirnir séu alveg eins og samsíða og að allir hliðarfletirnir séu rétthyrndir.

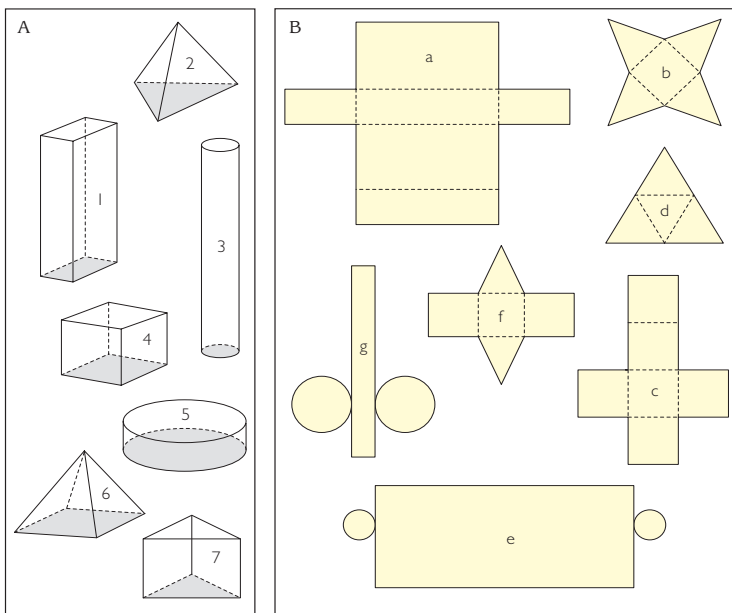
4.7 Hvernig líta hlutirnir út?

- a Hvaða form er á hliðarflötunum?
b Flokkaðu myndirnar í tvo flokka.
Hver er munurinn á flokkunum tveimur?



4.8 Skoðaðu myndirnar í reit A hér fyrir neðan.
Ef þær eru flattar út verða þær eins og myndirnar í reit B.

- a Hvaða myndir í A og B passa saman?
b Hvað heita formin í A?



97

Teningur er heiti á sérstökum ferstrendingi þannig að mynd A má einnig flokka með strendingum. Ástæðan er sú að allir fletir tenings eru ferningslaga og eru allir eins; þar sem ferningur er einnig rétt-hyrningur á skilgreining ferstrendings einnig við um tening.

Í samræðum er mikilvægt að beina athyglinni að mismuninum á tvívíðum, flötum formum og þrívígum rúmmyndum.

Nr. 4.5

Nemendur leita að þrívígum formum og skrá þau í töflu.

Nemendur geta í staðinn búið til veggspjald um hvert form með því að klippa myndir út úr dagblöðum og öðrum blöðum eða taka myndir af formum í umhverfinu.

Nr. 4.6

Nemendur lýsa útliti grunnflata og hliðarflata þrívígna formanna á myndunum. Þeir eiga að nota orðin flatur, ávalur, rétthyrndur og ferningslaga.

- Hafa einhverjar myndanna eins grunnfleti eða hliðarfleti? (Allar rúmmyndirnar hafa að minnsta kosti tvo fleti sem eru eins. Strendingurinn í mynd 1 er með tvo og tvo eins fleti. Mynd 3 er með fjóra eins hliðarfleti og á teningnum í mynd 6 eru allir fletirnir eins.)

Mismunurinn á flokkunum tveimur (sbr. b-lið) er sá að þrjár myndanna eru strendingar sem hafa einungis slétta hliðarfleti en hinar þrjár eru sívalningar með ávala hliðarfleti. Hafi einhverjir nemendur flokkað myndirnar eftir öðrum einkennum eða eiginleikum er ekki rétt að fetta fingur út í það. Mikilvægt er hins vegar að þeir útskýri flokkun sína.

► Bls. 97

Nr. 4.7

Nemendur nota rúmfræðileg heiti til að lýsa öllum hliðarflötum og grunnflötum í rúmmyndunum sex. Því næst flokka þeir myndirnar í tvo flokka og lýsa þeim eiginleikum eða einkennum sem þeir flokka eftir. Þetta má gera á ýmsa vegu og því er rétt að þeir velji sjálfir eftir hverju þeir flokka. Beinast liggur við að flokka píramíðana í sérstakan flokk og strendingana í annan. Þá eru þrjár myndanna með ferhyrnda hliðarfleti og hinar með þríhyrnda hliðarfleti.

Gott er að nemendur lýsi fyrir öðrum eftir hverju þeir flokka myndirnar.

Nr. 4.8

Myndirnar í reit A samsvara myndunum í reit B ef þær fyrrnefndu eru flattar út. Nemendur eiga að finna hvaða tvær myndir passa saman og skrifa heiti allra rúmmyndanna í reit A.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur vinna saman. Þeir sem eiga erfitt með þennan námsþátt munu hafa mikið gagn af að vinna með þeim sem hafa rúmfræði-hugtökin á valdi sínu.

Verkefni 4.8 verður auðveldara ef nemendur fá ljósrit af formunum, sjá verkefnablöð 6.49–6.55 (Þrívíg form með pappírsbroti 1–7).

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Búa til þrívígna hluti

Búnaður: Pappír, pappi, límstifti, skæri og límband, ef til vill verkefnablöð 6.49–6.55 (Þrívíg form með pappírsbroti 1–7). Nemendur búa til þrívígna hluti úr pappa eða pappír. Þeir geta teiknað formin sjálfir eða notað áður nefnd verkefnablöð.

Blindingsleikur

Nemendur búa til þrívígna hluti, t.d. úr pappa, og setja þá – einn eða fleiri – í ógagnsæjan poka. Einn nemandi í senn stingur höndunum í pokann, velur sér hlut og lýsir honum fyrir hinum sem eiga að finna út hver hluturinn er. Gott er að láta sams konar hluti vera fyrir framan nemendur þannig að þeir geti horft á þá um leið og hlutunum er lýst.

Viðfangsefni

- Að búa til þrívíða hluti
- Að lýsa grunnflötum og hliðarflötum eftir lögun þeirra
- Ummál og flatarmál rétt-hyrninga
- Að reikna yfirborðsflatarmál þrívíðra hluta

Búnaður

- Pappi, límstifti, límband, máln-ing, litblýantar eða límmiðar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 98

Nr. 4.9

Nemendur eiga að búa til umbúðir eða ílát. Þeir geta notað einhver formanna á bls. 97 en ekki er gerð krafa um að fletirnir séu fastir saman eins og í verkefni 4.8.

Allir nemendurnir eiga fyrst að teikna skissu af því sem þeir ætla að búa til. Öll mál skulu skráð á skissuna. Því næst búa þeir umbúðirnar til úr pappa og skreyta þær að lokum.

Nr. 4.10

Nemendur finna fjölda flata (grunnflata og hliðarflata) á umbúðunum, teikna þá upp og skrá form þeirra.

Nr. 4.11

Nemendur finna hvað ílátið, sem þeir bjuggu til, hefur marga fleti teikna þá og skrá form þeirra.

► Bls. 99

Samræðumynd

Kennari rifjar upp með nemendum að ummál er lengdin kringum flöt og flatarmál er stærð flatar. Flatarmálið er reiknað með því að athuga hve margar flatarmálseiningar rúmast á fletinum, t.d. fjöldi cm^2 . Á myndinni efst á blaðsíðunni er pláss fyrir 6 slíka cm^2 -reiti lárétt á botninum. Flötinn má fylla með 4 slíkum röðum, hverja með 6 cm^2 -reitum; þá verða reitirnir samtals 24 talsins, hver 1 cm^2 að stærð. Látið nemendur sjálfa finna aðferðir til að reikna stærð flatanna en varist að láta þá fá reglu eins og „lengd sinnum breidd“. Finni þeir sjálfir reglu, eins og „fjöldi



4.9 Búðu til umbúðir utan um eitthvað sem þú vilt pakka inn.

- Teiknaðu fyrst einfalda mynd af umbúðunum þínum. Skráðu á myndina öll mál sem sýna hver stærð umbúðanna á að vera.
- Búðu nú til umbúðirnar úr pappa. Skreyttu þær.

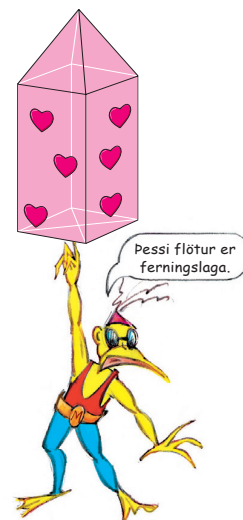
4.10 a Hve margir fletir eru á umbúðunum á myndinni?

b Teiknaðu alla fletina.

c Hvaða form eru á hinum mismunandi flötum?

4.11 a Hve margir fletir eru á umbúðunum sem þú bjóst til?

b Hvaða form eru á hinum mismunandi flötum?



reita í aðra átt sinnum fjöldi reita í hina áttina“, er það hið besta mál. Finni þeir ekki reglu um flatarmálið getur verið gott að minna þá á þekkingu þeirra í margföldun í rúðuneti.

Nr. 4.12

Nemendur teikna fyrst skissu af hvernig kassinn til hægri lítur út þegar búið er að fletja hann út. Ekki þarf að gera nákvæma teikningu en þeir þurfa að skrá málin.

Því næst teikna nemendur nákvæma teikningu í fullri stærð.

Nr. 4.13

Nemendur reikna ummál grunnflatar kassans og finna flatarmál flatarins. Því næst finna þeir flatarmál hliðarflatanna. Loks leggja þeir saman flatarmál allra flatanna sex til að finna yfirborðsflatarmál kassans.

Auðveldari verkefni

Notið verkefnablöð 6.49–6.55 (*Þrívíð form með pappírsbroti 1–7*) sem snið til að búa til ílát eða umbúðir. Notaðu þarf pappi í þessu skyni.

Búa til rúmmynd úr plastkubbum

Nota má rúmfræðikubba, sem festa má saman og búa til þrívíða hluti til að vinna mörg góð verkefni. Byggingarvinnan hefur í för með sér að nemendur geta uppgötvað úr hvaða tvívíðum flötum hinir þrívíðu hlutir eru búnir til.

Biðjið nemendur að búa til margs konar hluti. Því næst segja þeir til um hve margir hliðarfletir eru á hlutunum og hvaða rúmfræðiform er um að ræða í hverju tilviki.

Yfirborðsflatarmál

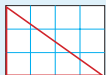
Ummál

- lengdin kringum flata mynd eða hlut



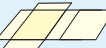
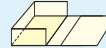
Flatarmál

- fjöldi reita sem þekur flöt



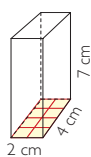
Yfirborðsflatarmál

- flatarmál allra flata á þrívíðri mynd eða hlut



4.12 a Teiknaðu skissu af því hvernig þessi ferstrendi kassi lítur út þegar búið er að fletja hann út.

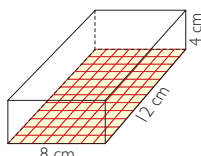
- b Teiknaðu nákvæmt snið af kassanum þegar búið er að fletja hann út. Notaðu sömu mál og á teikningunni hér til hliðar.



4.13 a Hvert er ummál grunnflatar þessa ferstrenda kassa?

- b Hvert er flatarmál grunnflatarins?
c Hvert er flatarmál hliðarflatanna?

- d Leggðu saman flatarmál allra flata kassans. Hvert er yfirborðsflatarmál hans?



Grunnflöturinn er 6 cm langur og 4 cm breiður.
 $6 + 6 + 4 + 4 = 20$. Ummálið er 20 cm.
 $6 \cdot 4 = 24$. Flatarmálið er 24 cm².

Yfirborðsflatarmál ferstrendingsins er flatarmál allra flatanna samtals.

Hugmyndir og athugasemdir

Leyfið nemendum að nota verkefna-
blað 6.56 (Yfirborðsflatarmál 1) til að
vinna blaðsíðu 99. Þar eru myndir
af formunum í verkefni 4.12 og 4.13
þegar þau hafa verið flett út og allir
fletirnir eru teiknaðir í rúðuneti.
Þannig geta nemendur talið hve
marga reiti fletirnir þekja.

Erfiðari verkefni og raunverk- efni

Gjafaband utan um kassa

Nemendur nota verkefna-
blað 6.72 (Gjafabönd) Á blaðinu eru verkefni
þar sem reikna á út lengd og breidd
þrívíðra mynda og nota þau mál til
að reikna lengd gjafabandanna.

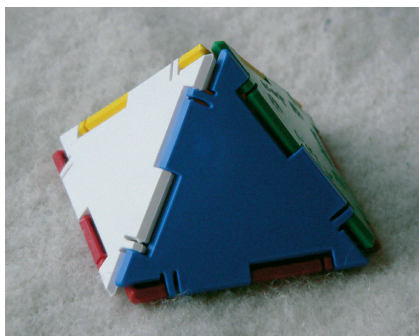
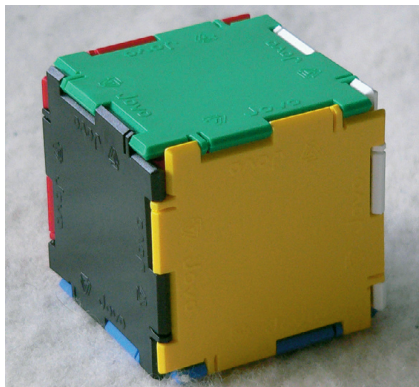
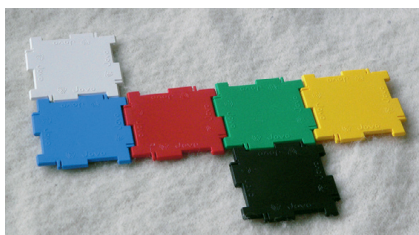
Tækni- og verkgreinar

Gott er að vinna með list- og verk-
greinakennurum að ýmsum verk-
efnum þar sem hönnunarhæfni nem-
enda fær að njóta sín.

Gemsastandur

Biðjið nemendur að búa til stand
(statíf) fyrir farsíma. Þeir geta unnið í
litlum hópum. Hver hópur þarf að

- ákveða hver markhópurinn er
- búa til vinnuteikningu og skrá öll mál á hana
- ákveða úr hverju standurinn á að vera (kennari getur ef til vill stjórnað þessu eða takmarkað val nemenda),
- búa standinn til
- prófa hann
- skrifa stutta skýrslu um vinnuna við þetta verkefni



Viðfangsefni

- Flatarmál og yfirborðsflatarmál strendinga
- Að teikna þrívíða hluti séða ofan frá og frá hlið, þ.e. teikna hina tvívíðu mynd sem blasir við

Búnaður

- Ýmis þrívíð rúmfræðiform eins og sívalningur, teningur, píramídi og mismunandi strendingar

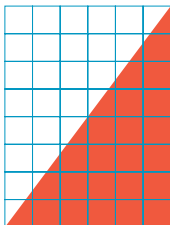
Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 100

Nr. 4.14–4.16

Nemendur finna ummál og flatarmál grunnflatanna á myndinni. Því næst finna þeir flatarmál hliðarflatanna, leggja saman og finna yfirborðsflatarmál myndarinnar.

Kennari þarf að fylgjast með hvort nemendur finna út hvernig hægt er að reikna flatarmál þríhyrnings. Ef einhverjir átta sig ekki á því má hvetja þá til að teikna þríhyrninginn í þrístrendingnum í verkefni 4.16 á rúðustrikað blað.



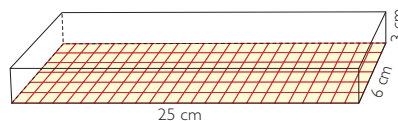
► Bls. 101

Samræðumynd

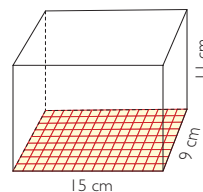
Kennari og nemendur ræða saman um hvernig hinar ýmsu rúmfræðimyndir líta út frá mismunandi sjónarhornum. Best er að hafa við höndina ýmis rúmfræðiform.

- Getur það verið rétt að sívalningur líti út eins og rétthyrningur þegar horft er á hann frá hlið? (Já, það er rétt.)
- Hvernig lítur sívalningur út þegar maður horfir á hann ofan frá? (Eins og hringur.)
- Hvernig lítur píramídiinn út ef horft er á hann frá hlið? (Eins og þríhyrningur.)
- En ef horft er á hann neðan frá? (Eins og ferningur, þ.e. ef grunnflöturinn er ferningslaga.)

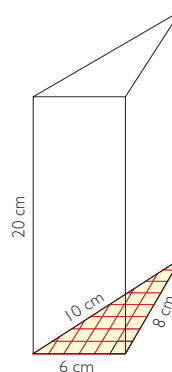
- 4.14 a Hvert er ummál grunnflatar ferstrendingsins?
b Hvert er flatarmál grunnflatarins?
c Hvert er yfirborðsflatarmál ferstrendingsins?



- 4.15 a Hvert er ummál grunnflatarins á myndinni?
b Hvert er flatarmál grunnflatarins?
c Hvert er yfirborðsflatarmál ferstrendingsins á myndinni?



- 4.16 a Hvert er ummál grunnflatarins á myndinni?
b Hvert er flatarmál grunnflatarins?
c Hvert er yfirborðsflatarmál þrístrendingansins á myndinni?



100

4 • Rúmfræði

Nr. 4.17

Nemendur lýsa því hvernig formin líta út séð frá hlið og ofan frá og teikna lausnirnar. Þegar þrívíðar myndir eru teiknaðar eins og þær líta út frá hlið eða ofan frá, þ.e. án þess að þriðja viddin, dýptin, sé sýnd, er hin tvívíða mynd, sem blasir við, teiknuð.

Kennari getur haft með sér þrívíða hluti í kennslustofuna, haldið þeim á loft og ef til vill hulið hluta þeirra þannig að nemendur geti séð hvernig hluturinn lítur út frá hinu ákveðna sjónarhorni.

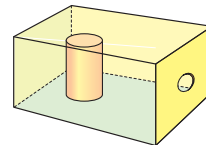
Nr. 4.18

Nemendur eiga að finna út hvernig myndirnar til vinstri (í A-reit, a–f) líta út séðar ofan frá (í B-reit, I–6) og frá hlið (í C-reit, I–VI).

Auðveldari verkefni

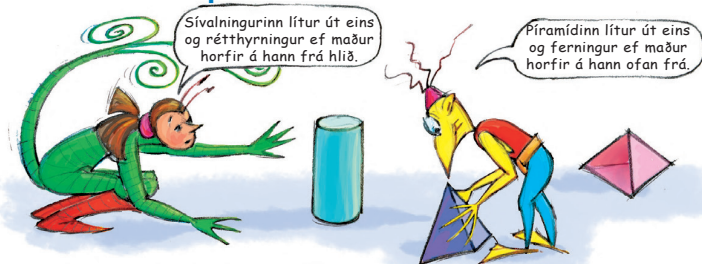
Leyfa má nemendum að nota verkefnablað 6.57a–b (Yfirborðsflatarmál 2–3) við blaðsíðu 100. Á blaðinu er búið að fletja strendingana í verkefnum 4.14–4.16 út og allir fletirnir eru teiknaðir í rúðunet. Þannig geta þeir talið hvað hver flötur er margir reitir að stærð.

Varðandi blaðsíðu 101: Látið nemendur skoða áþreifanlega hluti. Auðveldara kann að vera að sjá hina ýmsu fleti ef formið er sett í skókassa með „gægjugati“ á einni hliðinni.

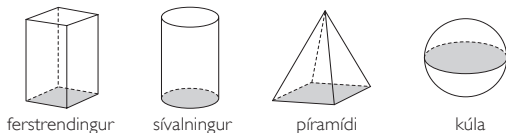


Önnur aðferð er að taka myndir af hlutnum. Þá geta nemendur borið teikningar sínar og ljósmyndirnar saman.

Teikna þrívíð form

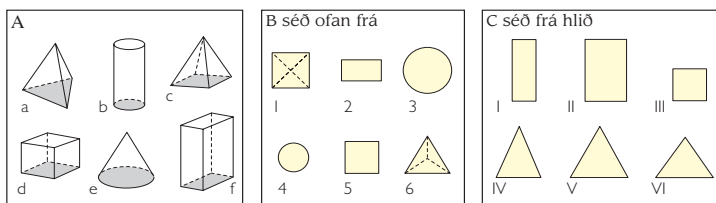


4.17 Skoðaðu form eins og þessi frá mismunandi hliðum:



- Hvaða rúmfræðiform sjást ef horft er á myndirnar frá hlið? Teiknaðu þau.
- Hvaða rúmfræðiform sjást ef horft er á myndirnar ofan frá? Teiknaðu þau.

4.18 Ef horft er á myndirnar í reit A ofan frá líta þær út eins og myndirnar í reit B. Ef horft er á myndirnar í A frá hlið líta þær út eins og myndirnar í reit C. Hvaða myndir í A passa við myndirnar í B og C?



101

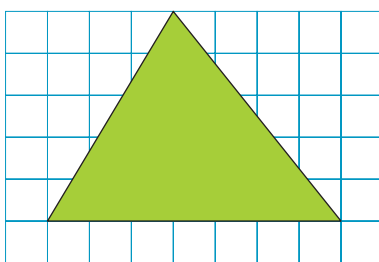
Erfiðari verkefni

Leyfið nemendum að fást meira við að reikna flatarmál og yfirborðsflatarmál. Notaðu umbúðir af matvörum eða einhverju svipuðu, t.d. kornflexpakka. Þá mæla þeir lengd, breidd og hæð pakkans og reikna síðan yfirborðsflatarmálið. Einnig er gott að láta þá æfa sig meira í að reikna flatarmál þríhyrninga:

Búa til þríhyrninga, klippa og líma
Búnaður: Litaður pappír, rúðustrikað blað (með 1 cm • 1 cm stórum reitum) og skæri.

Nemendur teikna mismunandi þríhyrninga á litaðan pappír og teikna hæðina í þá. Síðan geta þeir ef til vill klippt þríhyrningana út og límt þá á rúðustrikaða blaðið. Þess þarf að gæta að grunnlína þríhyrningsins liggja á beinni línu á blaðinu.

Biðjið síðan nemendur að reikna flatarmál þríhyrninganna.



Raunverkefni

Byggja turn

Búnaður: Trékubbar

Nemendur vinna saman tveir og tveir en þeir þurfa að koma sér fyrir hvor í sínum enda kennslustofunnar. Báðir nemendurnir búa til turn úr 3–5 trékubbum. Síðan teikna þeir hvor sinn turn eins og hann lítur út að framan og frá tveimur hliðum.

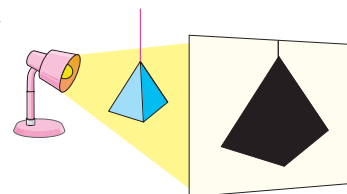
Því næst skiptast nemendurnir

Hugmyndir og athugasemdir

tveir á teikningum og reyna að búa til turn hins með því að styðjast einungis við teikningarnar. Þeir mega því ekki sjá turn hvor annars. Að lokum athuga þeir hvort turnarnir eru réttir: Hvað varð líkt fyrirmyndinni og hvað varð ef til vill ólíkt henni?

Skuggaleikur

Kennari setur hlut á myndvarpann án þess að nemendur sjái hver hluturinn er. Með því að álykta út frá skugganum sem varpast á tjaldið eða vegginn giska þeir á hver hluturinn er.



Afbrigði af þessu verkefni er að framkalla hefðbundnar skuggamyndir með ljósgeisla bak við lak eða eitt-hvað því um líkt.

Hlutinn, sem kastar skugganum, má annaðhvort hengja í band eða koma honum fyrir á stöng.

Þessi leikur felst í að nemendurnir, sem aðeins sjá skuggann, eiga að giska á hvaða hlutur varpar skugganum. Einnig geta þeir búið til ævintýri eða sögur sem þeir sýna með skuggum. Í báðum tilvikum á að nota þrívíða hluti þannig að skuggarnir verði mismunandi eftir því hvernig hluturinn snýr að lakinu.

Viðfangsefni

- Að teikna þrívíðar myndir eins og þær líta út séðar ofan frá eða frá hlið, þ.e. teikna hina tvívíðu mynd sem blasir við.

Búnaður

- Ef til vill sentikubbar og aðrir kubbar

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 102

Nr. 4.19

Nemendur teikna húsin tvö eins og þau blasa við þegar staðið er við gaflinn og við langhlið húsanna og einnig þegar horft er á þau ofan frá. Þeir teikna einnig glugga og dyr.

Nr. 4.20

Nemendur teikna myndirnar eins og þær blasa við frá mismunandi sjónarhornum.

► Bls. 103

Nr. 4.21

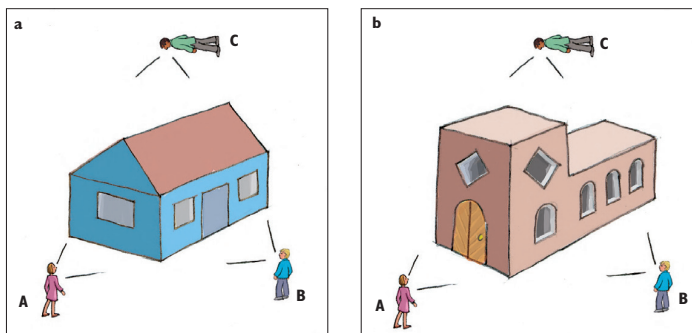
Nemendur teikna myndirnar eins og þær líta út frá tveimur hliðum og ofan frá eins og í sýnidæminu. Myndirnar á sem sagt ekki að teikna í fjarvidd (sjá bls. 104).

Auðveldari verkefni

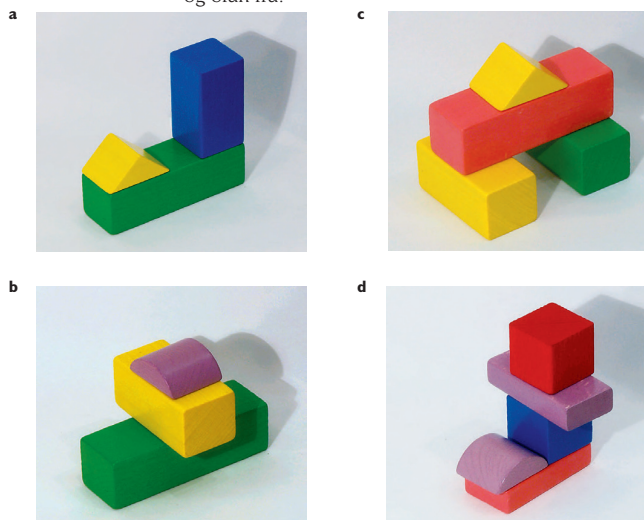
Nemendur geta fyrst búið til kubbabyggingarnar í verkefni 4.21 með kubbum og teiknað þær síðan. Það er alls ekki nauðsynlegt að myndirnar, sem nemendur teikna, séu eins og kubbabyggingarnar í verkefni bókarinnar. Þeir geta byrjað á að búa til eigin kubbabyggingu sem þeir teikna síðan séða frá tveimur hliðum og ofan frá. Ef tími vinnst til geta þeir síðan reynt að búa til kubbabyggingar nemendabókarinnar og teikna þær síðan.

Auðveldara kann að vera að sjá hina ýmsu fleti á kubbabyggingunum ef þær eru settar í skókassa með „gægjugati“ á einni eða fleiri hliðum.

4.19 Teiknaðu húsin eins og mennirnir A, B og C sjá þau.

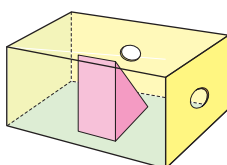


4.20 Teiknaðu þessar myndir eins og þær líta út frá tveimur hliðum og ofan frá.



102

4 • Rúmfraeði



Ein leið er að taka ljósmyndir af kubbabyggingunni frá mismunandi hliðum.

Þá geta nemendur borið teikningar sínar og ljósmyndirnar saman.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Búa til kubbabyggingu

Búnaður: Sentikubbar eða aðrir kubbar.

Nemendur vinna saman tveir og tveir en þeir þurfa að koma sér fyrir hvor í sínum enda kennslustofunnar eða snúa baki hvor í annan. Báðir nemendurnir búa til turn úr 5–10 kubbum. Síðan teikna þeir bygginguna sína eins og hún lítur út að framan og ofan frá.

Því næst skiptast nemendurnir

tveir á teikningum og reyna að búa til byggingu hins með því að styðjast einungis við teikningarnar. Þeir mega því ekki sjá byggingu hvor annars. Að lokum ganga þeir úr skugga um hvort byggingarnar eru réttar: Hvað varð líkt fyrirmyndinni og hvað varð ef til vill ólíkt henni?

Byggja turn

Búnaður: Ýmsir hlutir, t.d. strokleður, eldspýtnastokkur, límband og krítarkassi.

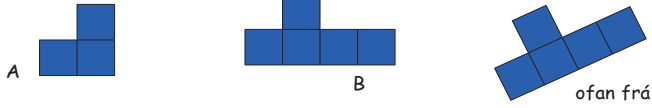
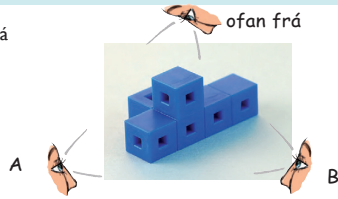
Nemendur byggja turn úr 3–5 hlutum. Síðan teikna þeir turninn eins og hann blasir við ofan frá og frá tveimur mismunandi hliðum.

Ýmis sjónarhorn

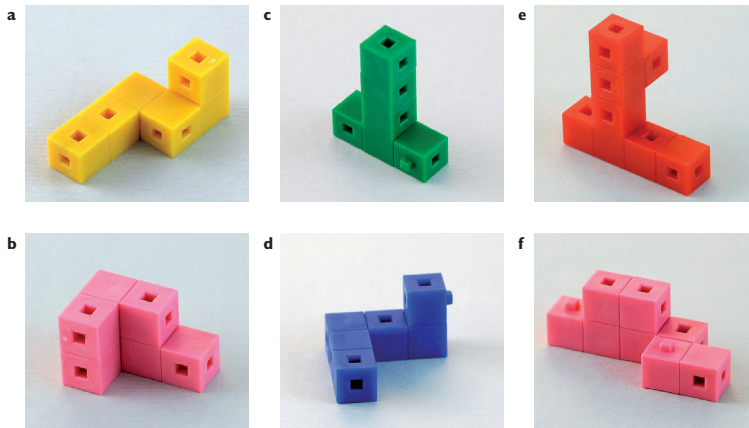
Búnaður: Spjald með mynd af turni úr trékubbum, spjöld með teikningum af sama turni séðum frá mismunandi sjónarhornum (verkefna-

Sýnidæmi

Teiknaðu þessa mynd eins og hún lítur út frá tveimur hliðum og ofan frá.



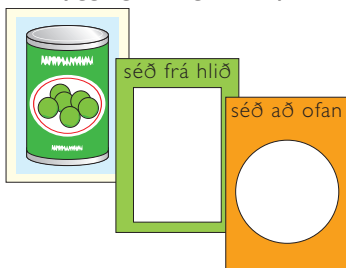
4.21 Teiknaðu þessar myndir eins og þær líta út frá tveimur hliðum og ofan frá.



103

blað 6.58a–d (þrívíð mynd og tvívíð mynd – finna þör).

Nemendur geta einnig búið til sín eigin spjöld með myndum af hversdagslegum hlutum eins og umbúðum, byggingum og fleira þess háttar:



Hvert spjald með mynd á að tengja við tvö önnur spjöld. Þau spjöld þurfa að vera með teikningu af hlutum séðum ofan frá og frá einni hlið. Gott getur verið að hafa mismunandi liti á spjöldunum með mismunandi sjónarhornum (sjá myndina hér á undan) þannig að nemendur

viti hvaða spjöld sýna mynd séða ofan frá og hvaða spjöld sýna myndir séðar frá hlið.

Verkefnið felst í að finna spjöldin þrjú sem passa saman. Þetta má einnig gera í svokölluðu minnispli. Þá eru öllum spjöldunum dreift á hvolf á borð. Nemendur draga þrjú spjöld með mismunandi litum og athuga hvort þau passa saman. Sé svo fær viðkomandi nemandi slaginn. Ef þau passa ekki saman þarf að leggja spjöldin aftur á sama stað á borðið. Sá vinnur sem á flesta slagi í lokin.

Viðfangsefni

- Fjarviddarteikningar með einum hvarfpunkti
- Samsíða línur

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 104

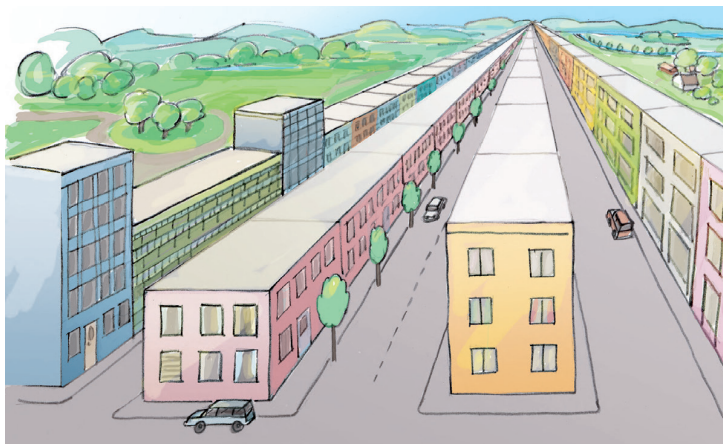
Fjarviddarteikning: Fjarvidd í teikningu er notuð til að líkja eftir þrívídd í raunveruleikanum á tvívíðum fleti. Þá er reynt að teikna hlutina „eins og maður sér þá“.

Menn eru vanir því að sjá hinn þrívíða raunveruleika táknaðan á tvívíðum fleti. Á ljósmyndum er auðvelt að sjá hvernig raunveruleikinn lítur út á hinum flata pappír. Þar sést að hlutir, sem eru langt í burtu, er minni á myndinni en það sem er nær. Hægt er að fylgja línunum í byggingum og sjá að línur, sem eru samsíða í raunveruleikanum, nálgast hver aðra á myndinni. Þannig minnkar stærð hlutanna á myndinni smám saman eftir því sem þær fjarlægjast áhorfandann í raunveruleikanum. Beinn vegur mjókkar smám saman á mynd og vegabrunirnar mætast ef til vill í einum punkti.

Nr. 4.22

Kennari og nemendur rifja upp hvað átt er við með samsíða línunum: Fjarlægðin milli tveggja samsíða lína er alls staðar hin sama; þær skerast því aldrei – alveg sama hversu langt þær eru framlengdar. Gott dæmi um slíkar línur eru járnbrautarteinar. Annað dæmi er þakbrúnn og línan sem myndast þar sem húsveggur nemur við jörð eins og sjá má á myndinni efst á síðunni. Þegar horft er á húsalengjuna framan frá myndar þakbrúnn og húsveggurinn niðri við jörð tvær samsíða línur. En hvernig lítur þetta út þegar horft

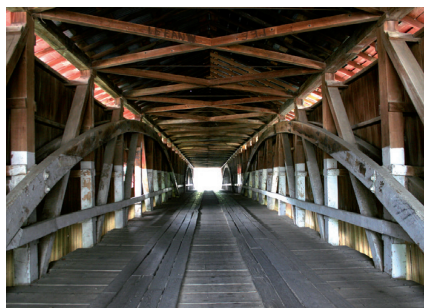
Fjarviddarteikningar



4.22 Myndin hér fyrir ofan er teiknuð í fjarvidd. Í raunveruleikanum eru allar húsaraðirnar samsíða. Hvernig líta samsíða línurnar út á myndinni?

Fjarviddarmynd

- mynd sem sýnir ekki aðeins lengd og breidd (eða hæð) heldur einnig dýpt. Slíkar myndir líkjast því raunveruleikanum.



Samsíða línur

- tvær línur sem eru þannig að bilið milli þeirra er alltaf hið sama;
- þær skerast aldrei – sama hversu langar þær eru.

104

4 • Rúmfræði

er á húsalengjuna á ská, t.d. þaðan sem hún byrjar? Þá sýnist þakið og áðurnefnd lína nálgast hvort annað smám saman eftir því sem húsaröðin fjarlægist. Ef húsalengjan yrði teiknuð nógu langt myndu þessar tvær línur skerast að lokum.

- Mælið með reglustiku hvað hæð hússins fremst á myndinni er í cm.
- Mælið síðan með reglustiku hvað hæð hússins er margir cm aftast (efst) á myndinni.
- Hvers vegna er svona mikill munur á hæðinni? Haldið þið að húsið sé lægra á hinum endanum í raunveruleikanum? (Nei, á mynd eru hlutir, sem eru fremst á mynd, stærri en þeir sem eru lengra í burtu í raunveruleikanum.)

Kennari notar aðrar myndir af húsum eða vegum. Einnig er hægt að nota málverk, allt frá endurreisnar-

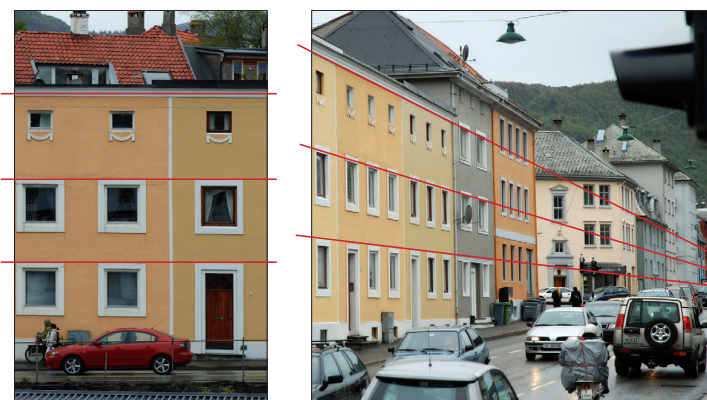
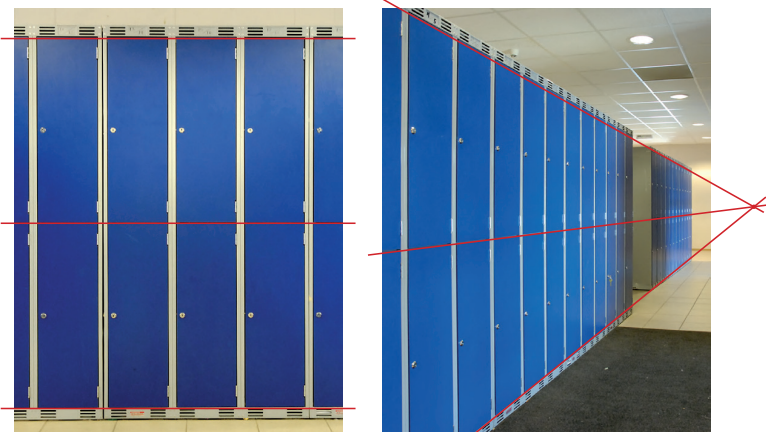
tímanum til okkar tíma. Víða í skólum er að líkindum tiltæk bók með eftirprentun af Ópinu eftir Munch en brúarhandriðið á þeirri mynd er einfalt og skýrt dæmi um fjarviddarteikningu. Því ekki að nota tækifærið að kynna þetta stórkostlega málverk fyrir nemendum í leiðinni?

► Bls. 105

Nr. 4.23

Nemendur kanna hvernig línur, sem eru samsíða í raunveruleikanum, birtast á fjarviddarteikningu.

- Efst á blaðsíðunni eru tvær myndir af sömu skápum. Hver er munurinn á þessum tveimur myndum og hvers vegna er þessi munur? (Myndin til vinstri er tekin af skápunum að framan en hægri myndin er tekin á ská. Þá verða skáparnar æ minni á myndinni eftir því sem þær eru lengra í burtu í raunveruleikanum.)



4.23 Á þessum myndum er búið að draga strik sem eru samsíða í raunveruleikanum. Hvernig eru þessi strik á myndunum?

105

Auðveldari verkefni

Látið nemendur skoða fjarvíddarlínur á fleiri myndum, annaðhvort á málverkum eða ljósmyndum. Gott er að velja myndir sem hafa hvarf-punkt. Með því að leggja tvær eða fleiri reglustikur á teikninguna eftir samsíða línunum sem liggja „inn í myndina“ munu nemendur sjá að þær skerast alltaf í einum punkti.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Samþætting við list- og verk-greinar

Látið nemendur skoða málverk með fjarvídd og athuga hvernig listamenn nota stærðfræði til að kalla fram dýpt í myndunum. Látið nemendur einkum skoða myndir frá endur-reisnartímanum og klassíska tíma-bilinu.

Einnig er fróðlegt að skoða mynd-ir sem eru „ranglega“ teiknaðar, t.d. myndir eftir Esher (sjá www.mcescher.com).

Persónur á fjarvíddarmynd

Búnaður: Víkublöð, skæri, lím, A4- eða A3-blöð.

Nemendur þurfa að upplifa hvern-ig staðsetning persóna á mynd getur kallað fram dýptaráhrif.

Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir. Þeir klippa út úr blöðum mannamyndir af mismunandi stærðum. Myndunum koma þeir fyrir á tveimur A4- eða A3-blöðum. Líma þarf 8–12 mannamyndir á hvort blað, mismargar eftir stærð þeirra.

Neðst á annað blaðið teikna nem-endur lárétt strik. Allar mannamynd-irnar á nú að líma á blaðið þannig að fætur þeirra nemi við strikið, um það bil eins og sést á myndinni:



Á hitt blaðið á að teikna sjón-línu ofarlega á blaðið, svipað og á myndinni efst á bls. 106. Nú líma nemendur mannamyndirnar á blaðið þannig að augu persónanna nemi við sjónlínuna, t.d. svona:



Þessar myndir sýna áhrif þriðju víddarinnar. Þegar mannamyndunum er komið fyrir með fætturna á lárétta strikinu virðast mennirnir vera mjög misstórir. Þegar þeim er hins vegar komið fyrir þannig að augun nemi við lárétt strik lítur út fyrir að „litlu“ mennirnir séu langt í burtu á myndinni en ekki að þeir séu minni í raunveruleikanum.

Nemendur munu vonandi upp-götva þannig að ekki er nóg að eitt-hvað sé minna á mynd til að það virki eins og það sé langt í burtu. Staðsetning þess sem myndin er af skiptir máli.

Gera má tilraun í leikfimissalnum sem sýnir þetta. Nemendur, sem eru um það bil jafn háir, geta komið sér fyrir á mismunandi stöðum í salnum en hinir horfa á.

- Hvað nær höfuðið á þeim sem er aftast í salnum langt upp á vegginn?
- En hvar eru fætturnir?

Á þennan hátt geta nemendur séð að það sem kom í ljós, þegar þeir límdu útklipptu persónurnar á blað, endurspeglast í raunveruleikanum. Höfuðin ná nefnilega jafn hátt upp á vegginn en fætturnir eru „því hærra upp“ sem persónurnar eru aftar.

Viðfangsefni

- Að teikna myndir í fjarvídd
- Sjónlína og hvarfpunktur
- Samsíða línur

Búnaður

- Reglustika

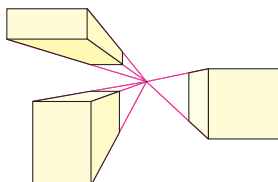
Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 106

Sjónlína: Stundum er talað um sjónleiddarhringinn þegar átt er við línuna þar sem himinn og haf mætast. Sjónlína er einmitt slík lína. Stundum er hún falin bak við byggingar, tré, hæðir eða hóla. Sjónlína er alltaf dregin sem lárétt strik fyrir ofan myndina, sem teikna skal, og hún er í augnhæð þess sem horfir á myndina. Ef maður horfir á landslag frá háum stað mun sjónlínán vera ofarlega á myndinni. Ef maður er staddur í lægð mun sjónlínán vera mjög neðarlega á myndinni.

Hvarfpunktur: Það er punkturinn þar sem samsíða línur virðast skerast, línur sem liggja burt frá áhorfandannum „inn í myndina“.

Mynd með einum hvarfpunkti (horft frá miðju): Þegar um er að ræða mynd sem hefur einn hvarfpunkt verða allar línur, sem ekki liggja „inn í myndina“ samsíða á myndinni. Þessi aðferð til að teikna fjarvídd er ekki rétt frá sjónarmiði ljósmyndarans en kallar fram skýr dýptaráhrif.



Fuglasjónarhorn: Ef sjónlínán er teiknuð ofarlega á blaðinu eru hlutir teiknaðir fyrir neðan línuna. Þá lítur út fyrir að áhorfandinn horfi niður á móti á myndefnið frá háum stað.

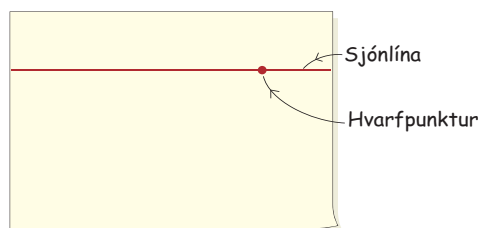
Að teikna myndir í fjarvídd

Sjónlína

- er alltaf dregin sem lárétt strik.

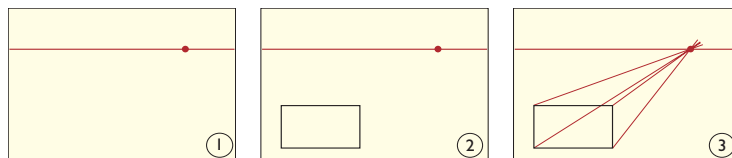
Hvarfpunktur

- er sá punktur þar sem mætast línurnar sem eru samsíða í raunveruleikanum og sýnast fjarlægjast áhorfandann.



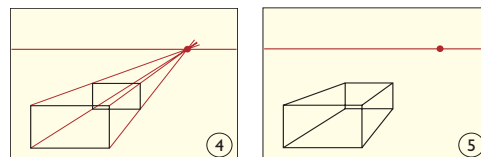
4.24 ① Teiknaðu sjónlínu á A4-blað.

Merktu hvarfpunkt á línuna.



② Teiknaðu rétthyrning.

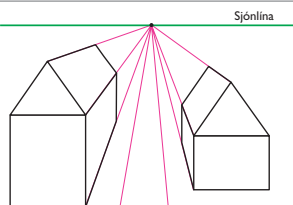
③ Dragðu bein strik með reglustiku frá hornum rétthyrningsins í sjónlínuna þannig að þau fari gegnum hvarfpunktinn.



④ Dragðu strik sem eru samsíða hliðarbrúnum rétthyrningsins í raunveruleikanum. Þá hefur þú teiknað kassa.

⑤ Strokaðu út línurnar á bak við kassann.

106 4 • Rúmfræði



Músasjónarhorn: Ef sjónlínán er teiknuð neðarlega á myndinni eru hlutirnir teiknaðir fyrir ofan línuna. Þá lítur út fyrir að áhorfandinn liggi á jörðinni og horfi því upp á móti á myndefnið frá lágu stað.

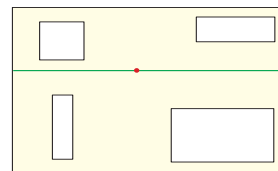
Nr. 4.24

Nemendur fylgja fyrirmælunum í reitum 1, 2 og 3 og teikna kassa þannig að dýptaráhrifin komi í ljós.

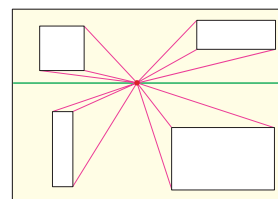
Nemendur geta gert þetta tvisvar. Fyrst fylgja þeir fyrirmælum í reitum 1–3. Þeir byrja þá á því að teikna sjónlínu. Hún má ekki vera efst á blaðsíðunni, gott er að teikna hana um það bil á miðja blaðsíðuna. Síðan teikna þeir hvarfpunkt á sjónlínuna.

Það er einmitt í þeim punkti sem allar línurnar, sem fara „inn í myndina“ munu skerast.

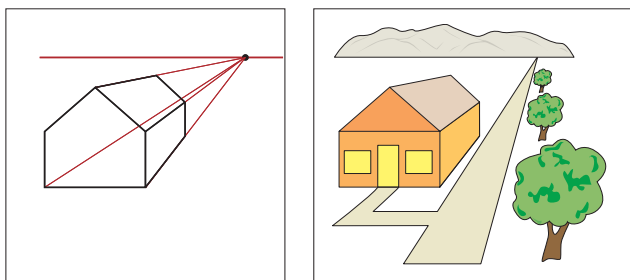
Síðan teikna nemendur einn eða fleiri rétthyrninga hér og þar á myndinni, t.d. þannig:



Loks draga nemendur strik frá hverju horni í hvarfpunktinn.



- 4.25** Farðu eftir leiðbeiningum í verkefni 4.24 og teiknaðu kassa. Byrjaðu á sjónlínu og hvarfpunkti, eins og í skrefi ① í verkefni 4.24. Teiknaðu síðan ferning og þríhyrning samkvæmt skrefi ②. Ljúktu síðan við teikninguna.
- 4.26** Teiknaðu kassana í a-, b- og c-liðum hér á eftir með því að byrja á að teikna rétthyrning. Byrjaðu á nýrri teikningu í hvert sinn.
- a Teiknaðu kassa þar sem sjónlínan er mjög neðarlega á blaðinu.
 - b Teiknaðu kassa þar sem sjónlínan er mjög ofarlega á blaðinu.
 - c Teiknaðu kassa þar sem sjónlínan er á miðju blaðinu.
 - d Hvaða áhrif hefur það hvar sjónlínan er á blaðinu?



- 4.27** Teiknaðu hús í fjarvidd.
- a Teiknaðu sjónlínu mjög ofarlega á blaðinu. Merktu hvarfpunktinn á línuna.
 - b Teiknaðu fimmhyrning sem táknar annan gafl hússins.
 - c Dragðu strik frá hverju horni í hvarfpunktinn.
 - d Strokaðu út allar aukalínur og ljúktu við húsið.

107

Þannig koma fram sterk dýptaráhrif. Eftir þetta geta nemendur leyst verkefni bókarinnar. Það byrjar á sama hátt og þeir halda áfram með að teikna aftari hlið kassans og að lokum stroka þeir burtu hjálparstrikin sem nú eru óþörf. Mikilvægt er að strikin í aftari hliðarfleti kassans séu alltaf samsíða strikunum í fremri hliðarfleti hans.

► Bls. 107

Nr. 4.25

Nemendur teikna kassa eftir leiðbeiningunum á fyrri blaðsíðu. Í staðinn fyrir rétthyrninga eiga þeir nú að teikna ferning og þríhyrning sem framhlið kassans. Þegar þeir teikna aftari hlið kassans þurfa strikin í honum að vera samsíða samsvarandi strikum í fremri hliðinni. Til að svo verði er auðveldast að leggja reglustiku meðfram lárétu striki á fram-

hliðinni og hliðra henni svo rólega þangað sem nýja strikið á að vera en þess skal gætt að reglustikan sé allan tímann samsíða strikinu á framhliðinni.

Nr. 4.26

Nemendur teikna kassa eftir leiðbeiningunum á fyrri blaðsíðu. Þeir kanna hvað gerist þegar sjónlínan er mjög neðarlega á blaðinu annars vegar og mjög ofarlega hins vegar. Það segir til um hvort sá sem horfir á myndina sé næstum niður við jörð (músarsjónarhorn = sjónlínan er mjög neðarlega á blaðinu) eða mjög hátt uppi (fuglasjónarhorn = sjónlínan er mjög ofarlega á blaðinu).

Nr. 4.27

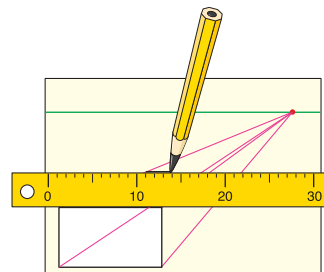
Nemendur eiga að teikna hús í fjarvidd. Þeir byrja á að teikna fimmhyrning í staðinn fyrir rétthyrning

og fylgja síðan leiðbeiningum á blaðsíðunni á undan. Fimmhyrningurinn sýnir gafl hússins. Hann er teiknaður með lóðréttum hliðum og mænininn á að vera yfir miðjum veggnum.

Kennari hvetur nemendur til að teikna ýmislegt annað inn á myndina, t.d. vegi og tré. Athugið hvort þeir geti líka teiknað þau í fjarvidd.

Auðveldari verkefni

Kennari fer í gegnum blaðsíðu 106 á töflunni skref fyrir skref. Erfiðast er líklegast að teikna aftari hlið kassans. Það mun verða nemendum til hjálpar að nota litla reglustiku. Þeir leggja reglustikuna meðfram strikunum sem mynda framhlið kassans og draga síðan strik með fram hinni hlið hennar.



Erfiðari verkefni

Látið nemendur teikna flóknari hús í fjarvidd. Til viðbótar við húsið má teikna veg, nokkur tré, fjall eða eitt-hvað þvílíkt í bakgrunni. Á húsið má teikna glugga og ef til vill dyr á langhliðina.

Teikna mynd af herbergi

Sjá lýsingu í kaflanum Raunverkefni á bls. 124–125.

Raunverkefni

Fjarviddarteikning: skólaborð
Búnaður: Reglustika.

Látið nemendur teikna í fjarvidd borð í skólastofunni. Gott er að setja bók og bolta á borðið.

Nemendur eiga að fara eftir leiðbeiningunum þar til þeir ráða það vel við verkefnið að þeir geta teiknað án þeirra. Þeir byrja því á að draga sjónlínu og hvarfpunkt. Því næst teikna þeir þá hliðarbrún borðsins sem er fremst og draga strik frá hornunum í hvarfpunktinn. Að lokum teikna þeir gagnstæða hliðarbrún borðsins og stroka óþörf hjálparstrik út.

Viðfangsefni

- Heiti og eiginleikar eða ein-kenni þrívíðra hluta, t.d. fjöldi flata, horna og hliðarbrúna
- Að búa til þrívíða hluti úr tvívíðum formum

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

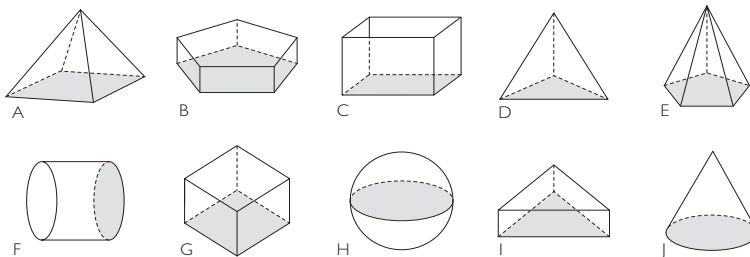
► Bls. 108

Á bls. 96 í þessari bók er yfirlit yfir skilgreiningar á hinum ýmsu þrívíðu formum. Nemendur munu hér kynna nokkrum nýjum hugtökum til viðbótar, einkum heiti á strendingum og píramíðum.

- Píramídi:** Grunnflötur hans er marghyrningur. Allir hliðarflatirnir eru þríhyrningar sem koma saman í einum sameiginlegum *topppunkti*. Form grunnflatarins segir til um heiti píramíðans.
- Strendingur:** Grunnflatirnir tveir eru marghyrningar, þeir eru eins og samsíða. Allir hliðarflatirnir eru rétthyrningar eða samsíðungar. Í raun geta allir hliðarflatir strendings verið grunnflatir hans, allt eftir því á hvaða fleti hann liggur. Séu hliðarflatirnir samsíðungar kallast strendingurinn *skástrendingur* eða skakkur strendingur. Form grunnflatarins segir til um heiti strendingsins, þ.e. *ferstrendingur* (grunnflöturinn er ferhyrndur og hliðarflatirnir því fjórir) og *þrístrendingur* (grunnflöturinn er þríhyrndur og hliðarflatirnir því þrír).

Um þessi atriði verður fjallað ræki-lega á bls. 112 og 113 þannig að ekki er nauðsynlegt að fjalla af nákvæmni um þetta hér. Mikilvægast á þessum blaðsíðum er að leggja áherslu á eiginleika og einkenni formanna. Á þann hátt munu nemendur vonandi átta sig á heitum þeirra.

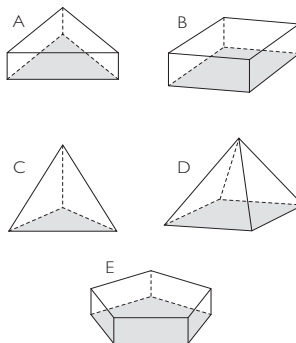
Eiginleikar þrívíðra forma



4.28 Hvaða þrívíðu form hér fyrir ofan hafa þessi heiti?

ferstrendingur	þrístrendingur
sívalningur	kúla
þrístrendur píramídi	ferstrendur píramídi
keila	fimmstrendingur
teningur	fimmstrendur píramídi

4.29 Hvað hafa þessi form marga fleti, horn og hliðarbrúnir?



Mynd	Fjöldi horna	Fjöldi hliðarbrúna	Fjöldi flata
A	6	9	5
B			
C			
D			
E			

108

4 • Rúmfraði

Nr. 4.28

Nemendur eiga að tilgreina heiti þrívíðu formanna. Kennari þarf að leggja áherslu á hvaða eiginleikar eða einkenni eru ráðandi um heiti þeirra.

- Hvaða form er F? (*Sívalningur*.)
- Hvers vegna er þetta sívalningur? (*Vegna þess að grunnflatirnir tveir eru hringlaga og hliðarflöturinn er ávalur og myndar rétthyrning ef hann er flattur út.*)
- Hver er munurinn á píramíða með þremur hliðarflötum og þeim sem er með fjórum hliðarflötum? (*Í öðrum er grunnflöturinn þríhyrningur en í hinum ferhyrningur.*)
- Hvaða form haldið þið að kallist þrístrendingur? *Eru það öll form sem hafa þríhyrndan flöt? (Nei, vegna þess að hliðarflatir strendings verða að vera rétthyrndir. Þess vegna er píramídi ekki strendingur (form I er þrístrendingur).)*

Nr. 4.29

Nemendur finna hve margir fletir, hliðarbrúnir og horn eru á formunum fimm og skrá svörin í töflu.

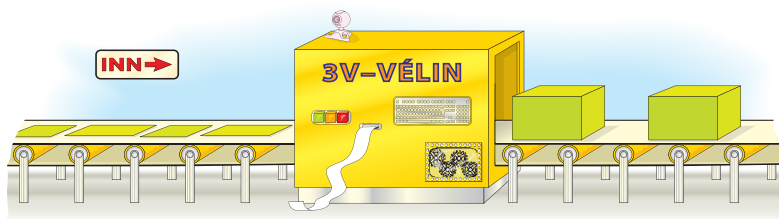
► Bls. 109

Nr. 4.30

Nemendur finna út hvaða þrívíðu form vélin framleiðir þegar tvívíðu formin í annaðhvort reitunum A, B og C eru sett í hana. Þeir geta svarað þannig: „A myndar form 4.“

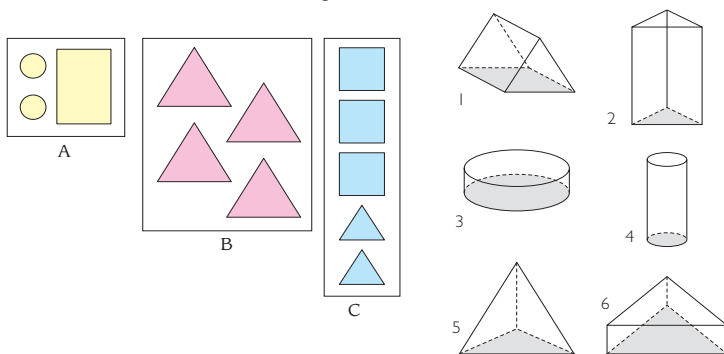
Nr. 4.31

Nemendur finna út hvaða form eru á flötum, sem myndirnar a–d eru gerðar úr, og teikna þau. Þar sem engin mál eru gefin upp við myndirnar geta þeir ekki teiknað fletina í réttum hlutföllum. Í þessu verkefni er mikilvægast að geta tilgreint hið rúmfræðilega form hvers hliðarflatar og grunnflatar.

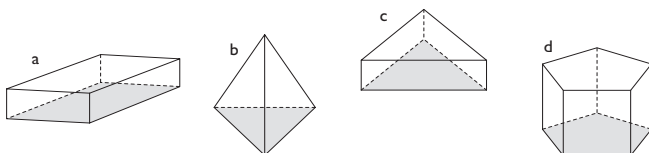


Þetta er vél sem býr til þrívíða hluti. Maður setur alla fletina í vélina og út kemur þrívíður hlutur.

4.30 Hverjar af þrívíðu rúmmyndunum 1–6 koma út úr vélinni ef fletirnir í A, B og C eru settir í hana?



4.31 Teiknaðu tvívíðu formin sem setja þarf inn í vélina til að fá út þrívíðu formin hér fyrir neðan.



109

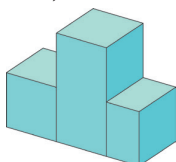
Auðveldari verkefni

Látið nemendur vinna mikið með áþreifanleg form. Þeir geta klippt út þríhyrninga og ferhyrninga sem þeir líma síðan saman og búa til teninga, aðra strendinga og píramída.

Það auðveldar talningu flata, horna og hliðarbrúna ef nemendur geta talið þau á áþreifanlegum hlutum. Gott er að nota sniðin á verkefna-blöðum 6.49–6.55 (*Þrívíð form með pappírsbroti 1–7*). Stækka má sniðin upp í A3-stærð. Þeir klippa sniðin út, brjóta þau og líma saman og búa þannig til þrívíð form.

Erfiðari verkefni

Látið nemendur athuga og greina annars konar þrívíða hluti, t.d. samsettar myndir eins og þá sem er á þessari mynd:



Raunverkefni

Byggja með plastkubbum

Sjá lýsingu á þessu verkefni á bls. 98–99 í þessari bók.

Búa til hluti úr pappa

Búnaður: Nokkuð þykkur „tvöfaldur“ pappi, dúkahnífur, skæri og sterkt límband.

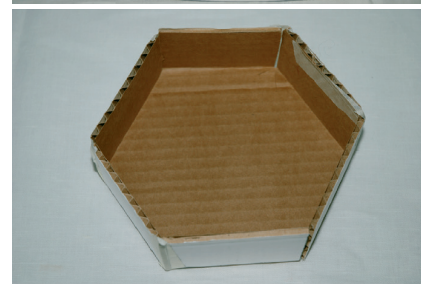
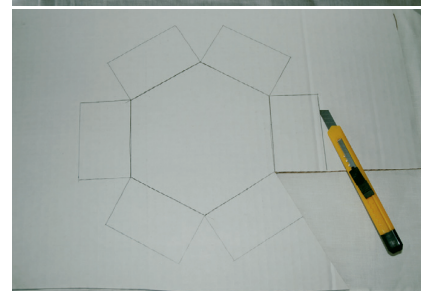
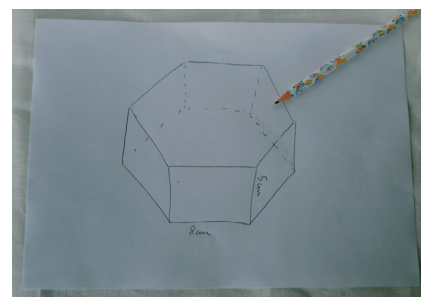
Nemendur eiga að búa til mismunandi þrívíða hluti úr pappa. Útvega þarf „tvöfaldan“ pappa, þ.e.a.s. þá tegund sem er með bylgjupappa öðrum megin; hús-gögnum er oft pakkað inn í slíkan pappa.

Áður en hafist er handa þurfa nemendur að teikna skissu af hlutum sem þá langar að búa til. Þar næst þurfa þeir að ákveða stærðina. Þá skrá þeir á skissuna hve margir cm hver hlið hlutarins á að vera. Þeir þurfa einnig að teikna

hvernig hluturinn lítur út þegar hann er fluttur út. Þeir teikna og mála á pappann áður en þeir skera formin út með dúkahníf. Einnig er hægt að nota skæri en það getur verið erfitt að klippa ef pappinn er þykkur.

Nemendur brjóta nú formin saman með sterku límbandi. Bendið þeim á að ekki þarf alltaf að klippa eða skera öll formin í sundur.

Tvöfaldi pappinn er hentugur að því leyti að auðveldlega er hægt að brjóta hann og mynda horn ef maður sker varlega öðrum megin í pappann.



Fleiri hugmyndir að þrívíðum hlutum eru víða í þessum kafla.

Viðfangsefni

- Að bera kennsl á þrívíða hluti og lýsa eiginleikum eða einkennum þeirra
- Að bera saman eiginleika og einkenni mismunandi þrívíðra hluta
- Að þjálfá notkun hugtakanna: horn, hliðarbrún, flötur, hliðarflötur, grunnflötur, oddatölur, sléttar tölur, rétt horn, sléttir/flatir og ávalir/bognir fletir

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 110

Sýnidæmi

Nemendur finna hvað er ólíkt og hvað er líkt með rúmmyndunum tveimur. Í samræðum kennara og nemenda þurfa hinir síðarnefndu að öðlast góðan skilning á að hverju er best að leita þegar verkefni þessarar blaðsíðu eru unnin.

- Eru jafn mörg horn á rúmmyndunum?
- Eru einhverjar hliðarbrúnir á rúmmyndunum jafn langar?
- Eru einhverjir fletir á þessum tveimur rúmmyndum eins í laginu? (Til dæmis eru ferningar á báðum rúmmyndunum, önnur rúmmyndin hefur tvo ferninga en hin einn.)
- Eru samsíða línur á báðum rúmmyndunum? (Já.)
- Eru ávalir fletir á rúmmyndunum? (Nei.)
- Eru hvöss, rétt eða gleið horn á báðum rúmmyndunum? (Rétt horn á ferstrendingnum og rétt og hvöss horn á þrívíðanum.)

Nr. 4.32

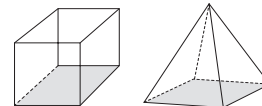
Nemendur finna hvað er líkt og hvað er ólíkt með rúmmyndunum tveimur í hverju verkefni.

Nr. 4.33

Í þessu verkefni hafa nokkrar rúmmyndir verið flokkaðar saman og þær hafa fengið heitið Krúttakríli. Sumar af rúmmyndunum A–F tilheyra þessum flokki vegna þess að ákveðnir eiginleikar þeirra eða einkenni eru þeim sameiginlegir sem hinar rúmmyndirnar, Ekki-Krúttakrílin, hafa ekki til að bera.

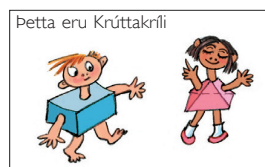
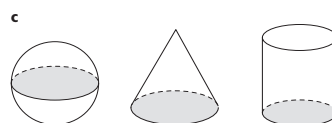
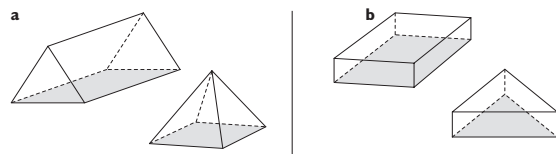
Sýnidæmi

Berðu saman þessar tvær myndir. Skráðu hvað er líkt og hvað er ólíkt með þeim.

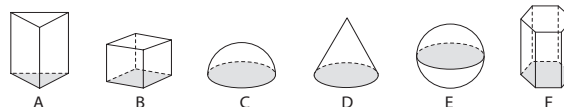


Báðar myndirnar eru með að minnsta kosti einn flöt sem er ferningur. Önnur myndin er með þríhyrnda fleti og hin ekki.

4.32 Berðu saman formin í hverju verkefni. Skráðu eitthvað sem er líkt með þeim og annað sem er ólíkt.



4.33 Hvaða myndir hér fyrir neðan tilheyra Krúttakrílunum?



110

4 • Rúmfræði

Krúttakrílin hafa að minnsta kosti einn ferhyrndan (eða rétthyrndan) flöt. Ekki-Krúttakrílin hafa því engan rétthyrndan flöt. Svo kann að fara að einhverjir nemendur velji önnur atriði til að flokka eftir. Kennari þarf að varast að lýsa því yfir að flokkun þessara nemenda sé röng en biður þá að rökstyðja flokkun sína. Þetta verkefni er ágætur grunnur fyrir rökræður með rúmfræðilegum hugtökum og um þau.

► Bls. 111

Nr. 4.34

Nemendur finna hvaða lýsing á við hverja af rúmmyndunum fimm. Ein lýsing á við hverja og eina mynd.

Í þessu verkefni reynir mest á að nemendur þekki merkingu hugtakanna horn, hliðarbrún, flötur, oddatala, slétt tala. Því er mikilvægt að ganga úr skugga um að þeir þekki

merkingu þessara orða áður en þeir byrja á verkefninu.

Nr. 4.35

Nemendur finna hvaða rúmmynd og lýsing passar saman. Öfugt við verkefni 4.34 eiga nú fleiri rúmmyndir við hverja lýsingu.

Látið nemendur vinna saman að þessu verkefni. Það er góð æfing í samvinnu og samskiptum um verkefni og veitir tækifæri til að nota hugtökin munnlega.

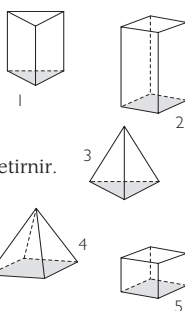
Auðveldari verkefni

Verkefnin á þessum blaðsíðum kunna að vera einhverjum nemendum þung í skauti. Besta leiðin til að auðvelda þeim verkefnin er að láta nemendur hjálpast að við einhver þeirra. Það styrkir líka hinn munnlega þátt þessara verkefna.

Nemendur munu einnig hafa gagn

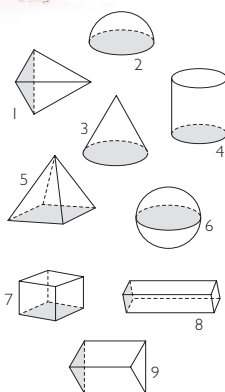
4.34 Hver er myndin?

- Myndin er með 6 fleti. Allar hliðarbrúnir eru jafn langar.
- Myndin er með sex hliðarbrúnir. Allar hliðarbrúnirnar eru jafn langar.
- Á myndinni eru hornin jafn mörg og fletirnir. Fjöldi hornanna er oddatala.
- Fjöldi flatanna er oddatala. Fjöldi hornanna er slétt tala.
- Hliðarbrúnirnar á myndinni eru ekki allar jafn langar. Hornin eru fjórum færri en hliðarbrúnirnar.



4.35 Hvaða myndum er lýst hér á eftir? Hver lýsing á við fleiri en eina mynd.

- Allir fletirnir á myndunum eru flatir.
- Myndirnar eru með fleti sem hafa rétt horn.
- Myndirnar eru bæði með þríhyrnda og ferhyrnda fleti.
- Myndirnar hafa fleiri en 10 hliðarbrúnir.
- Myndirnar hafa bæði flata og ávala fleti.



III

Hugmyndir og athugasemdir

að hafa gott úrval af þrívíðum rúmfræðiformum. Síðan skiptast þeir á að flokka tvö eða fleiri form saman með hliðsjón af einum eða fleiri sameiginlegum eiginleikum og einkennum. Því næst reyna hinir nemendurnir að finna hverjir eiginleikarnir eða einkennin eru.

Látið nemendur búa til rúmmyndir úr pappa eða plastkubbum, sem hægt er að festa saman (sjá myndir á bls. 99). Einnig má nota ljósrit af formum, sjá verkefnablað 6.63a–c (Rúmmyndir 1–3).

Meiri þjálfun í að skoða eiginleika 2

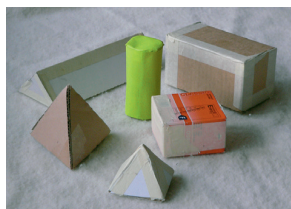
Á verkefnablöðum 6.59–6.62 (Hvaða formi er lýst?, Flokka eftir eiginleikum og einkennum, Hver eru formin? og Eiginleikar og einkenni þrívíðra forma) eru fleiri svipuð verkefni og þau sem finna má á þessari opnu. Verkefnablöð 6.59 og 6.60 (Hvaða formi er lýst? og Flokka form eftir eiginleikum og einkennum) eru til-tölulega auðveld en verkefnablöð 6.61 og 6.62 (Hver eru formin? og Eiginleikar og einkenni þrívíðra forma) eru af svipuðu þyngdarstigi og verkefni á bls. 111.

af því að hafa ýmis rúmfræðiform við höndina sem þeir geta skoðað meðan á verkefnavinnunni stendur enda þótt málin, sem gefin eru upp í bókinni, séu önnur en á hinum áþreifanlegu formum.

Meiri þjálfun í að skoða eiginleika 1
Nemendur, sem ráða ekki við þessi verkefni, geta unnið verkefnablöð 6.59 og 6.60 (Hvaða formi er lýst? og Flokka form eftir eiginleikum og einkennum).

Erfiðari verkefni og raunverkefni Giska á hlut

Búnaður: Ýmis þrívíð rúmfræðiform.



Nemendur geta unnið í pörum eða í fjögurra manna hópum. Einn eða tveir nemendur lýsa þrívíðu rúmfræðiformi fyrir einum eða tveimur öðrum án þess að hinir síðarnefndu sjái formið. Þeir eiga síðan að finna út hvaða rúmfræðiformi nemandinn eða nemendurnir lýsa.



Flokka myndir

Gott er ef nemendur fá tækifæri til að vinna áþreifanlega með svipuð verkefni og á bls. 110. Þeir þurfa þá

Viðfangsefni

- Að finna hvað er líkt og hvað er ólíkt með strendingum og píramíðum
- Að þekkja heiti strendinga og píramíða eftir formi grunnflatarins

Búnaður

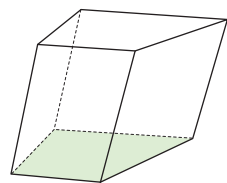
- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 112

Nr. 4.36

Nemendur finna hvað er líkt og hvað er ólíkt með rúmmyndunum fjórum. Myndir A og B eru strendingar. Það merkir að grunnfletirnir tveir í hvoru formi, botn og lok, eru marghyrningar sem eru eins og auk þess samsíða. Allir hliðarfletirnir eru rétthyrndir. Strendingar sem þessir kallast réttir strendingar vegna þess að hliðarfletirnir eru hornréttir á grunnflötinn. Strendingar geta einnig verið skakkar upp frá grunnfletinum en báðir grunnfletirnir verða einnig þá að vera samsíða. Í slíku tilviki eru hliðarfletirnir ekki rétthyrndir heldur samsíðungar og kallast þessir strendingar skástrendingar.



Myndir C og D eru píramíðar. Það merkir að grunnflöturinn er marghyrningur en hliðarfletirnir þríhyrningar. Hliðarfletirnir sameinast í einum punkti, topppunkti píramíðans.

fletirnir þríhyrningar. Hliðarfletirnir sameinast í einum punkti, topppunkti píramíðans.

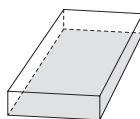
Nr. 4.37

Nemendur teikna rúmmyndirnar fjórar eins og þær eru þegar búið er að fletja þær út.

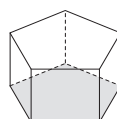
Nr. 4.38

Nemendur lýsa formi grunnflatanna og nota það til að tilgreina heiti strendinganna.

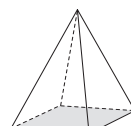
Strendingar og píramíðar



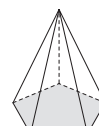
A



B



C



D

4.36 Skoðaðu formin. Hvað er líkt og hvað er ólíkt með

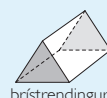
- a mynd A og C? c mynd A og B?
- b mynd B og D? d mynd C og D?

4.37 Teiknaðu myndirnar fjórar, A, B, C og D, þegar búið er að fletja þær út. Hvernig eru hliðarfletirnir í laginu?

Strendingar

Strendingar geta haft mismunandi lögun en þeir eiga margt sameiginlegt:

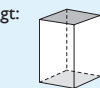
- Grunnfletirnir tveir – eða endafletirnir – eru alveg eins og eru samsíða.
- Grunnfletirnir tveir geta haft lögun ýmissa marghyrninga.
- Allir hliðarfletirnir eru rétthyrndir.
- Lögun grunnflatanna segir til um heiti strendinga.



þrístrendingur

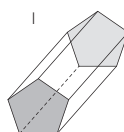


sexstrendingur

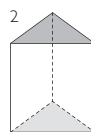


ferstrendingur með ferningslaga grunnfleti

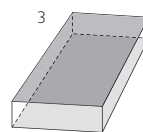
4.38 a Hvaða form er á grunnflötum strendinganna?
b Hvað kallast þessir strendingar?



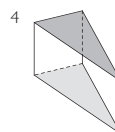
1



2



3



4

► Bls. 113

Nr. 4.39

Nemendur lýsa formi grunnflatanna og nota það til að tilgreina heiti píramíðanna.

Nr. 4.40

Nemendur klippa út marghyrninga og búa til strendinga og píramíða. Kennari leggur áherslu á eiginleika og einkenni rúmmynda: hliðarfletir strendinga eru rétthyrningar en hliðarfletir píramíða þríhyrningar. Þar eð grunnfletir strendinga (botn og lok) eru eins er hægt að raða eins strendingum saman þannig að þeir falli alveg hver að öðrum.

Nemendur skreyta hlutina, sem þeir búa til, að vild.

Auðveldari verkefni

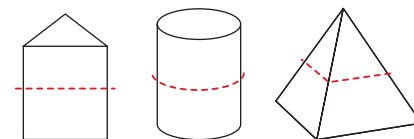
Meiri þjálfun í notkun hugtakanna

Á verkefnablaði 6.64 (*Strendingar og píramíðar*) eru verkefni sem fela í sér meiri þjálfun í að þekkja heiti hinna ýmsu strendinga og píramíða þar sem nemendur eiga að tengja saman heiti og rúmmynd.

Erfiðari verkefni

Þversnið

Annað einkenni þrívíðra hluta, sem ekki hefur verið fjallað um áður, er form á þverskurði hlutanna.

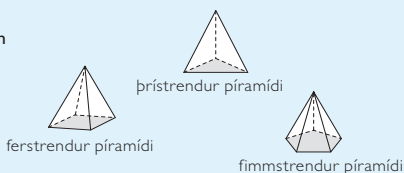


Nemendur búa til mismunandi rúmfræðiform úr leir eða trölladeigi. Síðan skipta þeir formunum

Píramídar

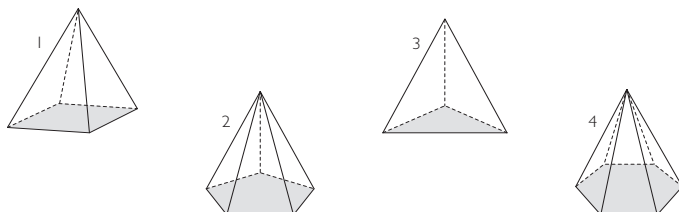
Píramídar geta haft mismunandi lögun en þeir eiga margt sameiginlegt:

- Þeir hafa einungis einn grunnflöt.
- Allir hliðarfletirnir eru þríhyrndir.
- Lögun grunnflatarins segir til um nafn píramíðans.



4.39 a Hvaða form er á grunnfleti píramíða nr. 1, 2, 3 og 4?

b Hvert er heiti píramíðanna?



4.40 Búðu til jólasbraut úr mismunandi strengingum og píramíðum.

113

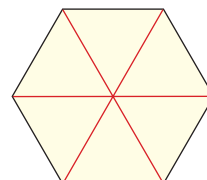
- Því næst þarf að vigta svampana. Þar eð allir svamparnir eru helm-ingur af upphaflega svampinum eiga þeir að vera jafn þungir. Ef til vill þarf að kreista ofurlítið vatn úr þeim eða bæta við vatni. Verði vogin blaut þarf að þurrka hana milli þess sem vigtað er. Ef til vill má láta svampana liggja hvern á sínum disk í meðan tilraunin er gerð.
- Svömpunum er nú komið fyrir á tveimur mismunandi stöðum þannig að svamparnir þrír séu hver á sínum stað. Gott er að annar staðurinn sé sólríkur, t.d. gluggi, en hinn í skugga.
- Nokkrum klukkustundum síðar þarf að vigta svampana, svo og daginn eftir. Niðurstöðurnar skal skrá í töflu.
 - Var mikill munur á þyngdinni eftir því hvar svamparnir lágu?
 - Hafði yfirborðsflatarmálið áhrif á niðurstöðurnar?

Píramídar með hliðarfleti sem eru jafnhliða þríhyrningar

Búnaður: Jafnhliða þríhyrningar, skæri og lím.

Nemendur klippa út stóra jafnhliða þríhyrninga. Hliðarnar geta verið 8–10 cm á lengd. Nota má verkefnablað 6.65 (*Búa til píramíða*). Biðjið þá að búa til píramíða þar sem hliðarfletirnir eru þessir þríhyrningar en grunnflöturinn mismunandi.

Nemendur kanna hvaða píramíða er hægt að búa til þegar grunnflöturinn er marghyrningur þar sem allar hliðarnar eru jafn langar. Þá getur grunnflöturinn verið jafnhliða þríhyrningur þannig að myndin verði þrístrengdur píramíði Einnig getur grunnflöturinn verið ferningur eða jafnhliða fimmhyrningur. Ekki er hægt að nota jafnhliða sexhyrning fyrir grunnflöt því þá hrynur píramíðinn niður og verður að flatrí stjörnu, þ.e.a.s. allir hliðarfletirnir munu þá leggja flatir ofan á grunnfletinn!



Biðjið nemendur um að kanna hvort þeir geti notað sjöhyrning eða átthyrning sem grunnflöt.

í tvo hluta með því að skera þau á þverveginn. Síðan eiga þeir að lýsa forminu á skurðinum. Þeir geta m.a. borið saman þverskurð og grunnflöt formsins.

Nemendur munu komast að raun um að grunnfletir og þverskurður allra strenginga eru alveg eins. Ástæðan er sú að einn af eiginleikum strenginga er að grunnfletir þeirra eru alveg eins og einnig sam-síða.

Hvað píramíðana varðar er þverskurðurinn ekki eins og grunnflöturinn. Form þverskurðarins er að vísu með sömu lögun en minna en grunnflöturinn.

Raunverkefni

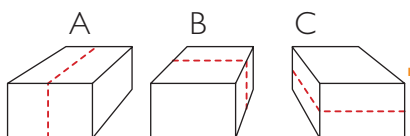
Uppgufun

Búnaður: Þrír svampar.

Nemendur bleyta svampana með eins miklu vatni og mögulegt

er, vigta þá og kanna síðan daginn eftir – með voginni – hve mikið vatn hefur gufað upp. Gott er að byrja þessa tilraun í upphafi dags þannig að hægt sé að vigta svampana einnig í lok dags. Þannig skal farið að:

- Nemendur skipta hverjum svampi í tvo jafn stóra hluta. Þetta þarf að gera af nákvæmni. Skipta skal svömpunum á mismunandi vegu, bæði langsum og þversum:



Nemendur reikna yfirborðsflatarmál hvers hluta. Í ljós kemur að yfirborðsflatarmál svampanna er mismunandi þótt rúmmál sé hið sama (þ.e. jafngildir hálfum svampi).

- Nú bleyta nemendur alla svampana eins vel og unnt er.

Viðfangsefni

- Að þekkja mismunandi ferhyrninga og lýsa eiginleikum eða einkennum þeirra
- Að bera saman eiginleika og einkenni mismunandi ferhyrninga
- Að þjálfá notkun hugtakanna: rétt, gleitt og hvasst horn, svo og samsíða hliðar

Búnaður

- Reglustika og gráðubogi
- Skæri og lím

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 114

Nokkrar skilgreiningar:

- **Marghyrningur:** lokuð flatarmynd sem afmarkast af beinum hliðum: T.d. þríhyrningur, ferhyrningur, fimmhyrningur o.s.frv.
- **Rétthyrningur:** ferhyrningur þar sem gagnstæðar hliðar eru samsíða og jafn langar og öll hornin rétt.
- **Ferhningur:** rétthyrningur þar sem allar hliðarnar eru jafn langar og öll hornin rétt.
- **Samsíðungur:** ferhyrningur þar sem gagnstæðar hliðar eru samsíða og jafn langar og mótlæg horn jafn stór.
- **Trapisa:** ferhyrningur þar sem tvær gagnstæðar hliðar eru samsíða en hinar ósamsíða.
- **Tígull:** ferhyrningur þar sem gagnstæðar hliðar eru samsíða og allar hliðar jafn langar.

Nr. 4.41

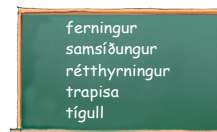
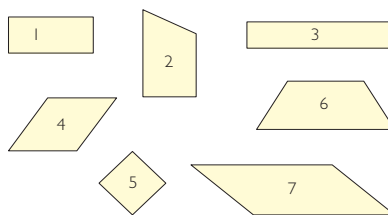
Nemendur skrá heiti hinna mismunandi ferhyrninga. Nokkrir þeirra geta fallið undir fleiri en eina skilgreiningu. Nemendur geta annaðhvort notað þrengstu skilgreininguna eða skrifað öll heiti viðkomandi ferhyrnings.

Allir ferningar eru jafnframt rétthyrningar og ferningar eru einnig tíglar. Allir rétthyrningar og allir tíglar eru samsíðungar.

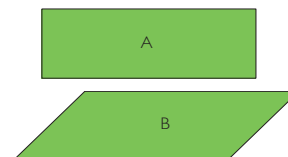
Í daglegu tali eru oftast notaðar þrengstu skilgreiningarnar. Því er notað heitið ferningur en ekki rétthyrningur þegar um ferning er að ræða þótt að sjálfsögðu sé ferningurinn einnig rétthyrningur frá

Eiginleikar tvívíðra mynda – ferhyrningar með sérstök heiti

4.41 Hvert er heiti ferhyrninganna?

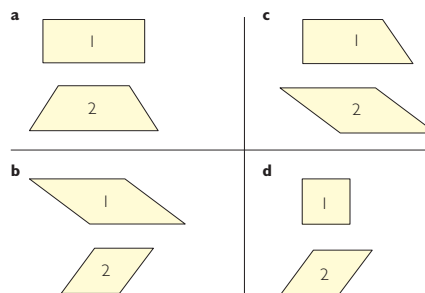
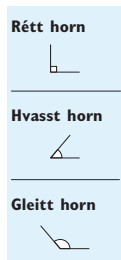


4.42 a Mældu lengdir hliðanna bæði í mynd A og B.



- b Mældu hornin í báðum myndunum.
c Berðu saman niðurstöðurnar.

4.43 Hvað er líkt og hvað er ólíkt með ferhyrningunum? Skoðuðu horn, hliðarlengdir og samsíða hliðar.



114 4 • Rúmfraði

sjónarmiði stærðfræðinnar. Kennari getur vakið athygli nemenda á þessu og bent þeim á að til að einföldunar sé þannig greint á milli formanna:

- Heitið rétthyrningur notum við oftast um ílanga rétthyrninga, þ.e. með tvær og tvær hliðar sem eru mislangar.
- Heitið samsíðungur notum við oftast yfir samsíðunga þar sem hornin eru ekki 90° .
- Heitið trapisa notum við yfir ferhyrninga með tvær samsíða hliðar, hinar tvær ósamsíða.

Nr. 4.42

Nemendur mæla hliðarlengdir og horn í ferhyrningunum tveimur og bera saman niðurstöðurnar.

Verkefni c hentar best sem munnlegt viðfangsefni frekar en skriflegt.

- **Hvað er líkt með ferhyrningunum tveimur? (Tvær og tvær hliðar eru jafn langar, tvær og tvær hliðar eru**

samsíða og tvö og tvö horn eru jafn stór.)

Nr. 4.43

Nemendur lýsa því sem er líkt og því sem er ólíkt með ferhyrningunum tveimur í hverju verkefni.

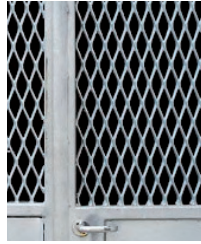
- **Berið saman hliðarlengdir í hverjum ferhyrningi. Hvað kemur í ljós?**
- **Hvernig eru hornin í ferhyrningunum? eru þau stærri eða minni en 90° ?**
- **Eru hliðarnar samsíða? Munið þið hvað „samsíða strik“ merkir?**
- **Hvað einkennir trapisu í samanburði við aðra ferhyrninga? (Aðeins tvær hliðar eru samsíða. Þær eru mislangar.)**

► Bls. 115

Nr. 4.44

Nemendur leita að hlutum sem hafa formin trapisa, samsíðungur eða tígull. Þeir geta einnig leitað á netinu.

Trapisa – samsíðungur – tígull



4.44 Finndu hluti sem eru í laginu eins og trapisa, samsíðungur eða tígull. Leitaðu í kennslustofunni, utanhúss, heima eða í alls kyns blöðum.

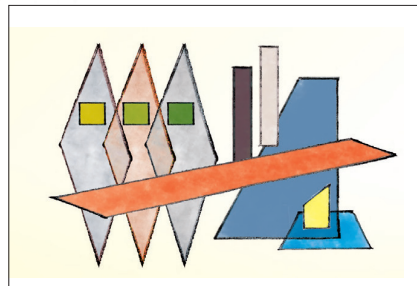
4.45 Búðu til listaverk úr trapisum, samsíðungum og tíglum. Teiknaðu ferhyrningana á litaðan pappír, klipptu þá út og límdu á blað.

Trapisa

• hefur aðeins tvær samsíða hliðar.
Samsíðungur

• hefur tvær og tvær samsíða hliðar.
Tígull

• hefur tvær og tvær samsíða hliðar;
• allar hliðarnar eru jafn langar.



115

Ensku orðin yfir þessa ferhyrninga eru:

- trapezoid eða trapeze
- Parallelogram
- rhombus eða rhomb

Nr. 4.45

Nemendur teikna trapisur, samsíðunga og tígla á litaðan pappír, klippa ferhyrningana út og búa til listaverk með því að líma formin á blað.

Gott er að nota málverk þekktra listamanna til að hvetja nemendur til dáða.

Auðveldari verkefni

Leyfið nemendum að fást meira við að skoða form og nefna heiti þeirra. Einnig má láta þá fá verkefnablað 6.66 (*Tvívið form*).

Rúmfræðidómínó I

Ef nemendur eru enn sem komið er óvissir um hugtökin má láta þá

fara í rúmfræðidómínó. Notið verkefnablað 5.91 (*Rúmfræðidómínó I*) í verkefnahefti Stiku Ia eða búið til dómínóspjöld.

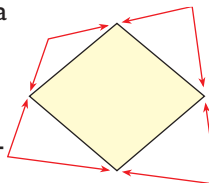


Erfiðari verkefni

Í verkefni 4.41 má hvetja nemendur til að finna eins mörg heiti á hvern ferhyrning og hægt er.

Ferhyrningur í ferhyrningi

- Nemendur teikna þrjá mismunandi ferhyrninga, t.d. rétthyrning, samsíðung og óreglulegan ferhyrning sem er ekki trapisa.
- Nemendur mæla með reglustiku og setja kross á miðju hversar hliðar.
- Síðan draga þeir strík á milli krossanna þannig að nýr fer-



hyrningur myndast inni í hinum upprunalega.

- Hvers konar ferhyrningar koma í ljós inni í upprunalegu ferhyrningunum? (Það myndast alltaf samsíðungur.)

Látið nemendur prófa nokkrum sinnum með mismunandi ferhyrningum í upphafi.

Raunverkefni

Veiða marghyrninga (spil)

Búnaður: Verkefnablað 6.67a

og 6.67b (*Veiða marghyrninga og Marghyrningar með spilu, Veiða marghyrninga*).

Nemendur spila saman tveir og tveir. Marghyrningarnir á verkefnablaði 6.67b eru klipptir út en einnig þarf að nota verkefnablað 6.67a (*Veiða marghyrninga*). Þar eru leikreglur og spilaskífunar tvær sem nota skal.

Leikreglur:

Leikmenn eiga til skiptis að:

- Snúa bréfaklemmunum.
- „Veiða“ (taka sér) alla marghyrningana sem hafa báða eiginleikana eða einkennin sem bréfaklemmur á spilaskífum segja til um.
- Ef önnur spilaskífan segir: STELDU! á leikmaður að velja eiginleika eða einkenni af hvorri spilaskífu og „stela“ öllum marghyrningum andstæðingsins sem hafa þá eiginleika.
- Lendi annar leikmaðurinn á VELDU! velur hann einn af eiginleikum á viðkomandi spilaskífu.
- Sjáist leikmanni yfir einhvern eða einhverja marghyrninga getur hinn tekið þá til sín.
- Ef leikmaður getur ekki tekið neinn marghyrning má hann snúa bréfaklemmu á annarri spilaskífunni aftur. Ef hann getur samt sem áður ekki „veitt“ neinn marghyrning missir hann úr þann leik.
- Taki leikmaðurinn marghyrning sem uppfyllir ekki skilyrðin, sem báðar spilaskífur setja, verður hann að skila marghyrningnum, sem hann hefur tekið í þeirri umferð, aftur á borðið.

Þannig skiptast leikmennir á þar til tveir eða færri marghyrningar eru eftir. Sá vinnur sem hefur hreppst fleiri marghyrninga í lokin.

Viðfangsefni

- Að skoða hornalínur mismunandi ferhyrninga og greina eiginleika þeirra

Búnaður

- Ljósritunarblöð 3, 4 og 5 (Tafla með verkefni 4.46, Form með verkefni 4.47 og Hornalínur) aftast í þessari bók
- Reglustika og gráðubogi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 116

Hornalína: er strík í marghyrningi sem tengir tvö horn saman án þess að um hlið í marghyrningnum sé að ræða.

Kennari og nemendur ræða saman um hvað hornalína er. Kennari getur teiknað hornalínur á töfluna, einnig í aðra marghyrninga en ferhyrninga.

Gott er að kennari ræði við allan nemendahópinn um eftirfarandi hugtak og orðasamband:

- *hornrétt*
- *skerast í miðju hornalínanna*

Nr. 4.46

Nemendur eiga að finna eiginleika og einkenni hornalína í hinum mismunandi ferhyrningum. Kennari hvetur þá til að teikna mismunandi ferhyrninga af hverri tegund til að ganga úr skugga um hvaða fullyrðingar eiga við hverju sinni. Þetta er einkar gagnlegt hvað trapisu varðar.

Nemendur skrifa töfluna upp og skrá niðurstöðurnar í hana (hún er reyndar á ljósritunarblaði 3 aftast í þessari bók).

► Bls. 117

Nr. 4.47

Þetta verkefni er framhald af verkefni nr. 4.46. Nemendur skoða hornalínur trapisanna fjögurra og skrá niðurstöðurnar í töflu eins og á blaðsíðunni á undan. Þar sem það getur verið erfiðleikum bundið fyrir þá að teikna trapisurnar er gott að nota ljósritunarblað 4 (Form með verkefni 4.47) aftast í þessari bók.

Hornalínur

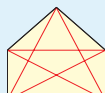
Hornalína

- strík sem dregið er milli tveggja mótlæggra horna.

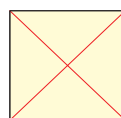
- Hægt er að draga hornalínur í allar tvívíðar myndir með fjórar eða fleiri hliðar eða horn.



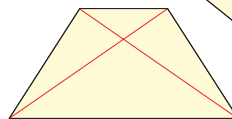
Í ferhyrningi eru tvær hornalínur.



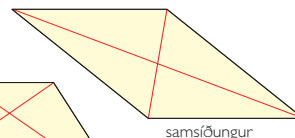
Í fimmhyrningi eru fimm hornalínur.



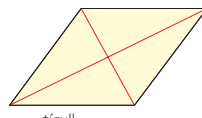
ferningur



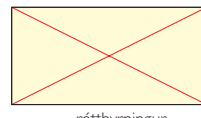
trapisa



samsíðungur



tígull



rétthyrningur

4.46 Hér á eftir eru nokkrar fullyrðingar um hornalínur í ferhyrningum.

- Hornalínurnar eru jafn langar.
- Hornalínurnar skerast í miðjunni.
- Hornalínurnar eru hornréttar hvor á aðra.

Skoðaðu hina mismunandi ferhyrninga efst á síðunni. Eiga allar fullyrðingarnar við alla ferhyrningana? Skráðu í töflu (sjá hér fyrir neðan) hvort fullyrðingarnar eiga við ferhyrningana eða ekki.

Form	Hornalínurnar eru jafn langar	Hornalínurnar skerast í miðju hvorar um sig	Hornalínurnar eru hornréttar hvor á aðra
Ferningur	Já		
Samsíðungur			
Trapisa			
Rétthyrningur			

116

4 • Rúmfraði

Nr. 4.48

Nemendur mæla hornin þar sem hornalínurnar í ferhyrningnum tveimur skerast. Síðan finna þeir hornasummuna. Hún verður alltaf 360° vegna þess að hornin mynda samtals heilan hring.

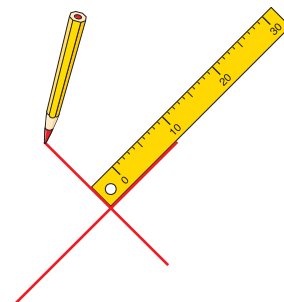
Tvö gagnstæð horn, sem myndast þegar tvær línur skerast, eru alltaf jafn stór. Nemendur geta gengið úr skugga um þetta áður en kennari greinir þeim frá hinni almennu reglu. Þeir teikna tvær línur sem skerast. Síðan mæla þeir hornin fjögur sem myndast. Þetta geta þeir endurtekið nokkrum sinnum en þess skal gætt að línurnar skerist á mismunandi hátt í hvert sinn.

Nr. 4.49

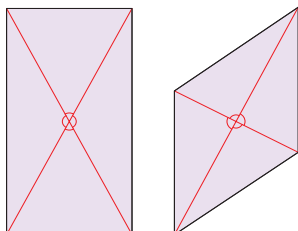
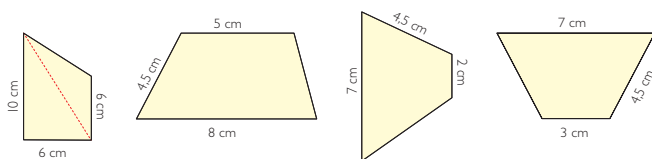
Nemendur byrja á því að teikna hornalínurnar. Hvaða ferhyrningar

passa við lýsinguna í hverju verkefnanna þriggja? Margar lausnir eru á hverju verkefni. Þeir þurfa því að skoða teikningar hver annars. Gott er að fá þá til að teikna hinar mismunandi lausnir á töfluna. Þá gefst gott tækifæri til að ræða um hvað er líkt og hvað er ólíkt með ferhyrningunum sem svara til hvers verkefnis um sig.

Til að teikna hornalínur sem eru hornréttar hvor á aðra getur verið heppilegt að nota eitthvað sem er með rétt horn, t.d. bók eða reglustiku.



- 4.47** Teiknaðu þessar trapisur. Dragðu einnig hornalínurnar og fylltu út í töflu eins og þá sem er í verkefni 4.46.



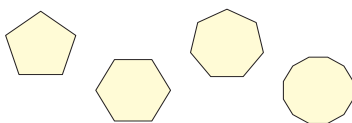
- 4.48** a Mældu hornin þar sem hornalínurnar skerast.
b Hver er summa hornanna fjögurra?
c Finndu horn sem eru jafn stór.
Er alltaf hægt að finna jafn stór horn þar sem hornalínurnar skerast?

- 4.49** Teiknaðu ferhyrninga með því að teikna fyrst tvær hornalínur sem skerast. Hvaða ferhyrningar myndast þegar

- a hornalínurnar eru 6 cm á lengd og eru hornréttar hvor á aðra?
b önnur hornalínan er 5 cm á lengd en hin 10 cm og þær eru hornréttar hvor á aðra?
c hornalínurnar eru jafn langar, skerast í miðju hvorrar um sig og eru ekki hornréttar hvor á aðra?

- 4.50** Hvað eru margar hornalínur í

- a fimmhyrningi?
b sexhyrningi?
c sjöhyrningi?
d tólfhyrningi?



117

Nr. 4.50

Við þetta verkefni má nota ljósriturnarblað 5 (*Hornalínur*) aftast í þessari bók. Nemendur eiga að finna hve margar hornalínur eru í hinum ýmsu marghyrningum. Biðjið þá að leita eftir mynstrum. Er hægt að reikna út hve margar hornalínur eru í t.d. tíhyrningi? Nemendur prófa sig áfram, gera tillögur um reglur og ganga síðan úr skugga um að þær standist.

Í fimmhyrningi er hægt að draga tvær hornalínur frá hverju horni, þ.e. samtals 10, en þá teiknar maður hverja hornalínu tvisvar. Því verða hornalínurnar 5 talsins. Í sexhyrningi er hægt að teikna þrjár hornalínur frá hverju horni, sem verða þá $6 \cdot 3 : 2 = 9$. Í sjöhyrningi er hægt að teikna fjórar hornalínur frá hverju horni, alls $7 \cdot 4 : 2 = 14$. Í átthyrningi er hægt að draga fimm hornalínur frá hverju horni, alls $8 \cdot 5 : 2 = 20$.

Í tólfhyrningi er hægt að teikna 9 hornalínur frá hverju horni, alls $12 \cdot 9 : 2 = 54$. Fjöldi hornalína í marghyrningum finnst með því að margfalda fjölda hliða með tölu sem er þremur minni og deila síðan með 2.

Ferhyrningur:

$$(4 \cdot 1) : 2 = 2 \text{ hornalínur}$$

Fimmhyrningur:

$$(5 \cdot 2) : 2 = 5 \text{ hornalínur}$$

Sexhyrningur:

$$(6 \cdot 3) : 2 = 9 \text{ hornalínur}$$

Tólfhyrningur:

$$(12 \cdot 9) : 2 = 54 \text{ hornalínur}$$

$$n\text{-hyrningur: } \frac{n(n-3)}{2}$$

Auðveldari verkefni

Kennari þarf að meta hvort einhverjir nemendur eigi ef til vill að sleppa þessum blaðsíðum. Eigi einhverjir enn í erfiðleikum með að greina mismunandi tvívíð form í sundur þurfa þeir að fást meira við einfaldari verkefni en eru á þessari opnu.

Því er mælt með að nemendur fái í staðinn að vinna einhver verkefna- blaðanna 5.90–5.92 (*Form og heiti og Rúmfraeðidóminó 1–2*), 5.94–5.95 (*Eiginleikar tvívíðra forma 1–2*), 5.104–5.107 (*Skipta marghyrningum í þríhyrninga 1–4*), öll í verkefnahefti Stiku 1a, svo og verkefna- blað 6.66 (*Tvívíð form*).

Erfiðari verkefni

Í tengslum við verkefni 4.47 má láta nemendur kanna hvers konar ferhyrningar uppfylla skilyrðin í töflunni.

Raunverkefni

Giska á lengd hornalínu

Búnaður: Reglustika, ferningar af ýmsum stærðum.

Nemendur nota ferninga í mismunandi stærðum, t.d. á verkefna- blað 6.68 (*Hornalínur í ferningum – könnun*).

Nemendur giska á lengd hornalína í hverjum ferningi. Því næst mæla þeir lengdina af nákvæmni. Loks deila þeir í lengd hornalínunnar með hliðarlengdinni og nota til þess vasareikni.

Nemendur skrá niðurstöðurnar í töflu eins og þessa:

Ferningur	Hlið	Hornalína, ágiskun	Hornalína, mæling	Hornalína deilt með hliðinni
1	6,3			
2	8,0			
3	2,9			

Nemendur munu komast að raun um að hlutfallið milli hornalínu og hliðarlengdar er ætíð hið sama (þ.e.a.s. um það bil hið sama allt eftir því hve nákvæm mæling þeirra er), nefnilega 1,4 (ferningsróttin af 2 = 1,414 ...).

Viðfangsefni

- Að þekkja algenga þríhyrninga
- Að kanna eiginleika og einkenni þríhyrninga, m.a. hliðarlengdir, horn og hornasummu

Búnaður

- Gráðubogi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 118

Nr. 4.51

Nemendur skrá heiti þríhyrninganna.

Mælt er með því að að þetta verkefni sé unnið sameiginlega í allri bekkjardeildinni. Ræða skal um hvað er líkt og hvað er ólíkt með þríhyrningunum.

- Hvernig eru lengdir hliðanna í samanburði hver við aðra? (Allar eru jafn langar; tvær eru jafn langar; þær eru allar mislangar.)
- Hvernig eru horn þessara mismunandi þríhyrninga? (Rétt, hvöss og gleið.)
- Eru samsíða hliðar í þríhyrningum? (Nei.)

Athugið að rétthyrndur þríhyrningur getur einnig verið jafnarma, þ.e.a.s. ef tvær styttri hliðar þríhyrningsins eru jafn langar. Jafnhliða þríhyrningur er auðvitað einnig jafnarma því hann uppfyllir skilgreininguna um að tvær hliðar séu jafn langar.

Nr. 4.52

Nemendur eiga að skrá heiti allra þríhyrninganna og tengja því næst saman þríhyrning og rétta lýsingu.

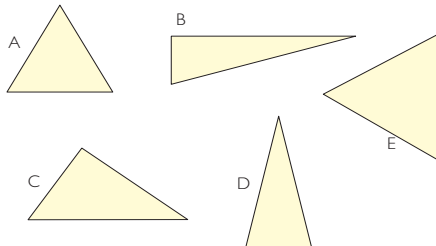
Látið nemendur lýsa með orðum hornum hinna mismunandi þríhyrninga. Látið þá teikna marga mismunandi þríhyrninga og skrá niður uppgötvanir sínar um þá.

- Getur rétthyrndur þríhyrningur verið með gleitt horn? (Nei, hornin tvö, sem eru ekki rétt, verða að vera samtals 90° .)
- Getur jafnhliða þríhyrningur verið með gleitt horn? (Nei, öll hornin eru 60° .)
- Getur jafnarma þríhyrningur verið með gleitt horn? (Já.)
- Hve mörg gleið horn geta verið í þríhyrningi? (Aðeins eitt.)

Þríhyrningar með sérstök heiti



4.51 Hvert er heiti þríhyrninganna?

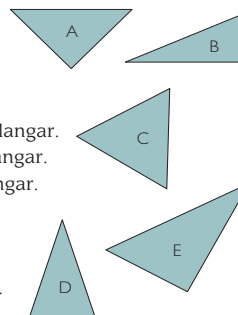


- 1 rétthyrndur þríhyrningur
- 2 jafnarma þríhyrningur
- 3 jafnhliða þríhyrningur

4.52 a Skrifðu heiti allra þríhyrninganna.

b Hvaða þríhyrningar á myndinni passa við lýsingarnar hér á eftir?

- 1 Allar þrjár hliðarnar eru jafn langar.
- 2 Aðeins tvær hliðar eru jafn langar.
- 3 Engar tvær hliðar eru jafn langar.
- 4 Eitt hornið er 90° .
- 5 Eitt hornið er gleitt.
- 6 Öll hornin eru jafn stór.
- 7 Aðeins tvö horn eru jafn stór.



118

4 • Rúmfræði

- Hve mörg hvöss horn geta verið í þríhyrningi? (Öll þrjú hornin geta verið hvöss.)
- Hve mörg rétt horn geta verið í þríhyrningi? (Aðeins eitt.)
- Getur jafnarma þríhyrningur haft rétt horn? (Já.)

Þegar þetta efni er rifjað upp sameiginlega með nemendahópnum þarf kennari að skrifa niður uppgötvanir nemenda. Hafi þeir ekki komist að öllum þeim niðurstöðum, sem hér eru nefndar, kallar kennari þær fram með spurningum. Þeir ganga síðan úr skugga um hvort þeir fá fram niðurstöðuna sem þannig er leitað eftir.

- Hvorki rétthyrndur eða jafnhliða þríhyrningur getur verið með gleitt horn en jafnarma þríhyrningur getur það hins vegar.
- Jafnarma þríhyrningur getur líka verið rétthyrndur.

- Þríhyrningur getur aldrei verið með meira en eitt gleitt eða eitt rétt horn.
- Í jafnhliða þríhyrningi eru öll hornin jafn stór.

► Bls. 119

Nr. 4.53

Nemendur finna þríhyrningana sem uppfylla skilyrðin sem sett eru í töluliðunum a–c.

Nr. 4.54

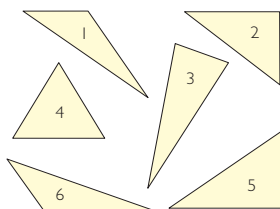
a-liður: Nemendur nota gráðuboga og mæla hornin í svörtu þríhyrningunum á myndunum.

b-liður: Nemendur leggja saman hornin í öllum þríhyrningunum, sem þeir mældu, og skrá niðurstöðurnar í töflu.

Nr. 4.55

Nemendur notfæra sér að horna-

- 4.53 a Í hvaða þríhyrningum eru öll hornin minni en 90° ?
 b Í hvaða þríhyrningum er eitt hornið 90° ?
 c Í hvaða þríhyrningum er eitt hornið stærra en 90° ?



- 4.54 a Notaðu gráðuboga og mældu hornin í svörtu þríhyrningunum.



A



B



C

- b Leggðu saman hornin í hverjum svörtu þríhyrninganna og skráðu hornasummuna. Búðu til töflu.

Þríhyrningur	Horn a	Horn b	Horn c	Hornasumma
A				
B				
C				

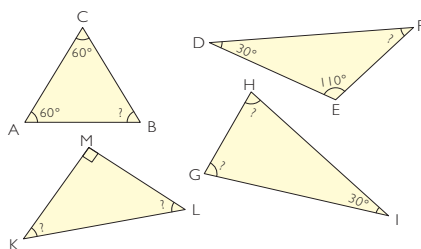
- 4.55 Hve stórt er ómerkt hornið í hverjum þríhyrningi?

Hornasumma

- summa allra horna í þríhyrningi er alltaf 180° .



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$



summa þríhyrnings er alltaf 180° til að reikna út stærð óþekkta hornsins í þríhyrningunum. Neðstu þríhyrningarnir tveir eru jafnarma og tvö horn því jafn stór. Þá þarf að draga hornið, sem gefið er upp frá 180° og skipta gráðunum, sem þá eru eftir, milli óþekkta hornanna tveggja.

Auðveldari verkefni

Á verkefnablöðum 5.123–5.124 (Hvöss, gleið og rétt horn 1–2) í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri verkefni sem þjálfar nemendur í að þekkja hvöss, gleið og rétt horn.

Teikna hvöss, gleið og rétt horn

Á verkefnablaði 5.125 (Hvöss, gleið og rétt horn 3) í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri verkefni til að þjálfar nemendur í að teikna hvöss, gleið og rétt horn.

Mæla horn

Á verkefnablöðum 5.126 og 5.127 (Hornamælingar með gráðuboga 1 og 2) í verkefnahefti Stiku 1a fá nemendur meiri þjálfun í að mæla horn. Á þessum verkefnablöðum eru armarnir lengri en á bls. 119 í nemendabókinni en það auðveldar nemendum að nota gráðuboga.

Velja réttan arm

Á verkefnablaði 5.128 (Teikna hinn arm hornsins) í verkefnahefti Stiku 1a geta nemendur æft sig í að teikna horn eftir uppgefinni hornastærð. Þeir þurfa ekki gráðuboga þar sem þeir velja milli þriggja möguleika í hverju verkefni. Markmiðið í þessum verkefnum er að þeir geti séð fyrir sér hvernig hin mismunandi horn eru.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Aðeins með tveimur þríhyrningum

Búnaður: Verkefnablað 6.69 (Aðeins með tveimur þríhyrningum).

Nemendur klippa út bútana átta efst á blaðinu og raða þeim saman til að búa til ýmsa marghyrninga. Síðan kanna þeir hve marga mismunandi marghyrninga þeir geta búið til.

Þríhyrningar með pappírsbútum

Búnaður: verkefnablað 6.70

(Þríhyrningar með pappírsbútum).

Nemendur klippa út bútana fjóra efst á blaðinu og klippa síðan út minni búta eftir þykku strikunum. Síðan raða þeir bútunum saman og búa til mismunandi þríhyrninga. Hvað geta þeir búið til marga?

Paraleikur með rúmfræðispjöldum

Búnaður: Spjald með mynd af rúmfræðiformi handa hverjum nemanda.

Myndirnar á spjöldunum þurfa að vera mismunandi, t.d. ýmsir rétthyrningar, ferningar, samsíðungar, trapisur, tíglar, þríhyrningar, rétthyrndir þríhyrningar, óreglulegir ferhyrningar, fimmhyrningar og sexhyrningar.

Nemendur halda spjöldunum fyrir framan sig þannig að þau sjáist vel og hreyfa sig um á afmörkuðu svæði.

Kennari tilgreinir mismunandi eiginleika og einkenni formanna og nemendur eiga að mynda pör eftir því hvaða spjald hver og einn er með. Þessir eiga að mynda pör:

- Þeir sem hafa form með jafn mörgum hliðum.
- Þeir sem hafa form með jafn mörgum réttum hornum.
- Þeir sem hafa form með jafn mörgum pörum af samsíða línunum.
- Þeir sem hafa form með jafn mörgum gleiðum hornum.
- Þeir sem hafa form með jafn mörgum hvössum hornum.
- Þeir sem hafa form sem bera sama heiti, t.d. rétthyrningur, ferningur, þríhyrningur, rétthyrndur þríhyrningur, samsíðungur.

Það skiptir ekki máli þótt einhverjir nemendur finni ekki annan nemanda til að mynda par með í hvert sinn og því þarf ekki að búa til pör með öllum spjöldunum.

Viðfangsefni

- Að mæla horn
- Að teikna þríhyrninga og ferhyrninga
- Að kanna eiginleika og einkenni ferhyrninga og þríhyrninga
- Rúmfræðileg hugtök

Búnaður

- Reglustika, gráðubogi
- Ef til vill hringfari (sirkill)

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 120

Nr. 4.56

Nemendur teikna ferhyrningana eftir málinu sem gefið er upp á teikningunum. Þeir byrja á að teikna eina hlið. Síðan mæla þeir eitt hornið og teikna hinn arm hornsins í réttri lengd. Kennari varpar fram spurningum til þeirra um eiginleika þessara ferhyrninga:

- Hvað kallast fyrsta formið? (Feringur.)
- Og hvað er sérstakt við fering? (Öll hornin eru 90° og allar hliðar jafn langar.)
- Hvað kallast ferhyrningurinn lengst til hægri? (Samsíðungur.)
- Hvað viljið þið segja um hornin í samsíðungi? (Gagnstæð horn eru jafn stór.)

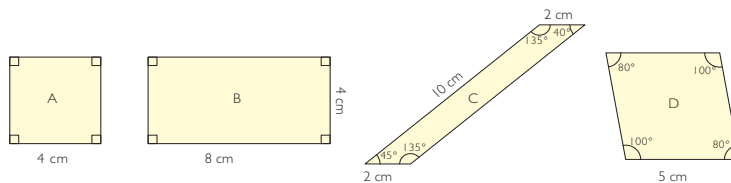
Nr. 4.57

Í verkefninu hafa tvær hliðar verið teiknaðar. Nemendur teikna hliðar sem eru samsíða fyrstu tveimur hliðunum þannig að úr verði ferhyrningur. Að lokum skrá þeir heiti hvers ferhyrnings. Allir ferhyrningarnir þrír eru samsíðungar en þar eð öll hornin í ferhyrningnum í miðjunni eru 90° kallast hann rétthyrningur sem er nákvæmara heiti.

Nemendur eiga ekki að teikna samsíða hliðarnar frá grunni. Þeir geta notað reglustiku sem hjálparkæki. Teikningin verður að líkindum ekki

Teikna ferhyrninga og þríhyrninga

4.56 Teiknaðu þessa ferhyrninga. Notaðu reglustiku og gráðuboga.



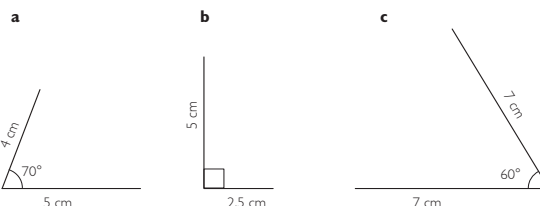
Ég byrja á striki sem er 4 cm ...



... síðan mæli ég 70° horn og teikna hinn arminn.

4.57 Teiknaðu hornin hér á eftir í reikningsheftið þitt.

Teiknaðu síðan hliðar sem eru samsíða örmunum sem þú teiknaðir fyrst. Notaðu reglustiku og gráðuboga. Hvað heita formin sem þú teiknaðir?



4.58 Teiknaðu ferhyrning sem

- a er rétthyrningur með að minnsta kosti eina hlið sem er 6 cm á lengd
- b hefur að minnsta kosti eitt rétt horn og allar hliðarnar eru 8 cm
- c hefur tvö rétt horn og tvær hliðar sem eru 7,5 cm á lengd

4.59 Teiknaðu ferhyrning sem

- a hefur eitt 135° horn, annað horn er 90° og eina hlið sem er 12,4 cm á lengd
- b hefur eitt 60° horn, annað horn er 80° og ein hliðin 7,9 cm
- c er tígull með tvö 60° horn og tvö 120° horn

120

4 • Rúmfræði

alveg nákvæm en á þessu stigi er ekki krafist meiri nákvæmni.

Nr. 4.58

Nemendur eiga að teikna mismunandi ferhyrninga út frá ákveðnum lýsingum. Fleiri en ein lausn eru á hverju verkefni. Þess vegna er gott að láta þá kynna lausnir sínar fyrir bekkjarfélögum.

Nr. 4.59

Við þessum verkefnum eru einnig fleiri en ein lausn mögulegar. Þetta á bæði við hliðarlengdir og hornastærðir.

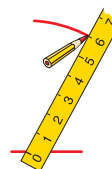
► Bls. 121

Nr. 4.60

Nemendur teikna þríhyrningana út frá málinu sem gefið er. Þeir eiga að finna út hvernig þeir geta teiknað þríhyrningana. Venjulega borgar sig

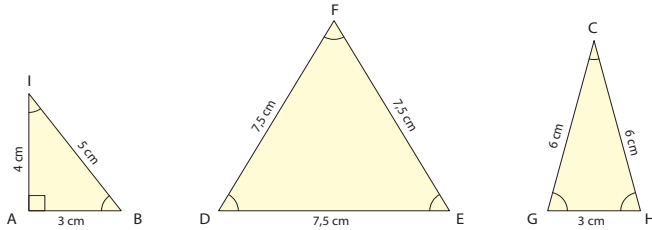
að byrja á að teikna grunnlínuna. Því næst er hægt að halda áfram með ýmsu móti.

Á þríhyrningnum hægra megin hlýtur topppunkturinn að liggja mitt á milli endapunkta grunnlínunnar. Best er að teikna miðlínu grunnlínunnar og mæla síðan með reglustiku 6 cm frá öðrum endapunkti grunnlínunnar að miðlínunni til að teikna hliðina. Toppornið er þá þar sem hliðin sker miðlínuna.



Þetta er gert hér um bil á sama hátt og ef notaður er hringfari en þá er reglustikan aðeins notuð til að stilla hringfarann í rétta lengd. Síðan er oddi hringfarans stungið í endapunkta grunnlínunnar og þar sem merkin, sem gerð eru með honum, skerast er topphorn þríhyrningsins.

4.60 Teiknaðu þessa þríhyrninga. Notaðu reglustiku, hringfara og gráðuboga.



Er hægt að nota þetta tæki?

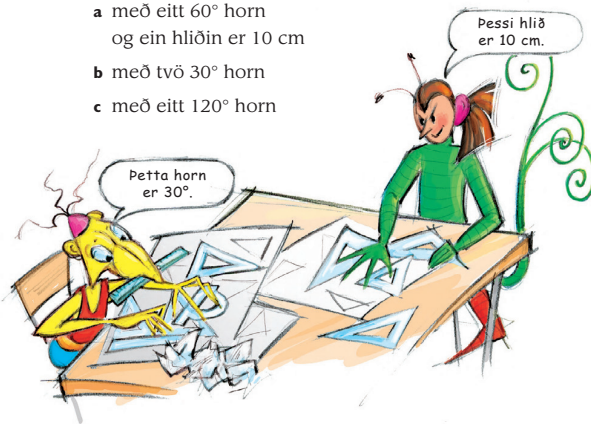


4.61 Teiknaðu þríhyrning

- sem er rétthyrndur og ein hliðin er 5 cm á lengd
- sem er jafnhliða og hver hlið er 8,5 cm á lengd
- sem er jafnarma og tvær hliðar eru 10 cm á lengd
- sem er rétthyrndur og jafnarma og tvær hliðar eru 6 cm á lengd

4.62 Teiknaðu þríhyrning

- með eitt 60° horn og ein hliðin er 10 cm
- með tvö 30° horn
- með eitt 120° horn



121

Kennari getur notað tækifærið og kennt nemendum að nota hringfara.

Á þríhyrningnum í miðjunni geta nemendur reiknað út að hornin hljóti að vera $180 : 3 = 60^\circ$ vegna þess að öll hornin í jafnhliða þríhyrningi eru jafn stór.

Á þríhyrningnum til vinstri geta nemendur teiknað 90° hornið á vinstri endapunkt grunnlínunnar. Þar eð lengdir tveggja hliðanna eru gefnar kemur þriðja hliðin af sjálfu sér.

Nr. 4.61

Nemendur teikna þríhyrninga í samræmi við lýsingarnar sem gefnar eru.

Í verkefni a og c eru margar lausnir mögulegar en í b og d er aðeins um að ræða eina lausn.

Nr. 4.62

Nemendur athuga ýmsa þríhyrninga

sem passa við lýsingarnar. Í fyrstu eiga þeir að teikna einn þríhyrning í hverju verkefni en ekki er úr vegi að hvetja þá til að teikna fleiri. Síðan geta þeir borið þríhyrningana sína saman.

Auðveldari verkefni

Látið nemendur vinna saman við að leysa þessi verkefni. Það hjálpar þeim heilmikið, sem finnst þessi verkefni erfið, og þeir fá munnlega þjálfun í að nota hin stærðfræðilegu hugtök.

Ef einhverjir nemendur ná ekki að ljúka öllum verkefnunum má láta þá sleppa verkefni 4.59 og 4.61 ef því er að skipta.

Erfiðari verkefni

Látið nemendur búa til svipuð verkefni hvern fyrir annan. Ekki er nauðsynlegt að þeir búi sjálfir til þríhyrninga og ferhyrninga áður en þeir

láta aðra nemendur fá viðkomandi lýsingu. Kennarinn mun ef til vill finna dæmi um að þeir setji fram lýsingu sem ekki er hægt að teikna þríhyrning eða ferhyrning eftir. Dæmi:

Búðu til þríhyrning sem hefur 105° horn og annað 95° horn.

En nemendur læra mikið af dæmum sem þessum, þ.e. að uppgötva hvenær ekki er hægt að teikna þrí- eða ferhyrning.

Raunverkefni

Búa til fleiri þríhyrninga og ferhyrninga

Biðjið nemendur að reyna að búa til mismunandi marghyrninga með hvössum, gleiðum og réttum hornum, t.d.:

- Ferhyrning með eitt rétt, eitt hvasst og tvö gleið horn.
- Ferhyrning með þrjú hvöss og eitt gleitt horn.
- Ferhyrning með þrjú gleið og eitt hvasst horn.
- Fimmhyrning með eitt rétt horn, eitt hvasst og þrjú gleið horn.

Er hægt að búa til alla þessa ferhyrninga?

Viðfangsefni

- Að teikna þríhyrninga
- Að greina eiginleika og einkenni þríhyrninga, meðal annars hliðarlengdir

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 122

Nr. 4.63

Nemendur kasta þremur teningum. Tölurnar, sem upp koma, segja til um hliðarlengdir í þríhyrningi. Þeir endurtaka þetta nokkrum sinnum og teikna jafnóðum þríhyrninginn sem þeir fá í hvert sinn. Dæmi: Teningarnir sýna 2, 5 og 6. Þá teiknar nemandinn þríhyrning sem hefur hliðarlengdirnar 2 cm, 5 cm og 6 cm.

Nemendur munu fljótlega uppgötva að ekki er hægt að teikna alla þríhyrningana. Reglan um hliðarlengdir í þríhyrningi er þessi:

Ef summa styttri hliðanna er minni eða jöfn lengd þriðju hliðarinnar er ekki hægt að teikna þríhyrning.



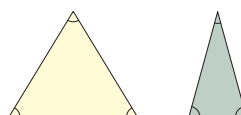
Nemendur geta notað hringfara (sirkil) þegar þeir teikna þríhyrningana en það er ekki nauðsynlegt. Án hringfara er hætt við að þeir verði ónákvæmir sem aftur getur valdið því að þeim takist að teikna þríhyrning með t.d. hliðunum 3 cm, 3 cm og 6 cm. Það er hins vegar ekki hægt ef nákvæmni er gætt.

Nr. 4.64

Nemendur nota verkefnið á undan til að svara spurningunum. Með „venjulegum“ teningum er hægt að búa til sex jafnhliða þríhyrninga þar sem hliðarnar eru 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm og 6 cm. Til að finna fjölda mögulegra jafnarma þríhyrninga er best að ganga skipulega



- 4.63 a Kastaðu þremur teningum. Tölurnar, sem upp koma, segja til um lengd hliðanna í þríhyrningi. Teiknaðu þríhyrninginn. Endurtaktu þetta nokkrum sinnum og teiknaðu marga þríhyrninga.
- b Gastu teiknað þríhyrning eftir hvert kast?
- c Finndu út í hvaða köstum er hægt að búa til þríhyrning og í hvaða köstum það er ekki hægt.
- d Settu fram reglu sem segir til um tengsl milli lengdanna í þríhyrningi.
- 4.64 a Hvað er hægt að búa til marga jafnhliða þríhyrninga með þremur teningum?
- b Hvað er hægt að búa til marga jafnarma þríhyrninga þegar þremur teningum er kastað?



122

4 • Rúmfraði

að verki, t.d. með því að sjá hvaða möguleikar eru fyrir hendi þegar lengd grunnlínunnar er 1 cm, 2 cm, 3 cm o.s.frv.

Lengd grunnlínu (cm)	Lengd tveggja jafn langra hliða (cm)	Fjöldi þríhyrninga
1	1, 2, 3, 4, 5, 6	6
2	2, 3, 4, 5, 6	5
3	2, 3, 4, 5, 6	5
4	3, 4, 5, 6	4
5	3, 4, 5, 6	4
6	4, 5, 6	3
Summa		27

Eins og sjá má í töflunni hafa jafnhliða þríhyrningar einnig verið teknir með. Skilgreiningin á jafnarma þríhyrningi er að tvær hliðar séu jafn langar. Skilgreiningin á því einnig við jafnhliða þríhyrninga.

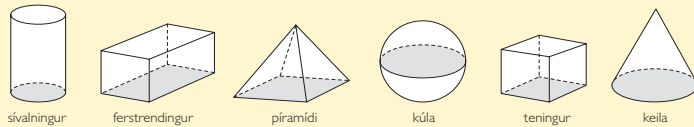
► Bls. 123

Upprifjun

Kennari fer sameiginlega með öllum nemendum yfir þá námsþætti sem fengist var við í þessum kafla. Hvaða nýja námsþætti hafa þeir lært? Gott er ef nemendur geta útskýrt og ekki síst notað ýmis hugtök, t.d.:

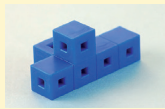
- Heiti mismunandi þrívíðra rúmmynda.
- Sjónlína, hvarfpunktur og samsíða línur og strik
- Fletir, horn og hliðarbrúnir þrívíðra forma
- Strengingur og píramídi og tilgreina hvað er ólíkt með þeim
- Heiti mismunandi tvívíðra forma
- Mismunandi þríhyrningar og ferhyrningar, hvað er líkt og hvað er ólíkt með þeim?

Heiti mismunandi þrívíðra hluta

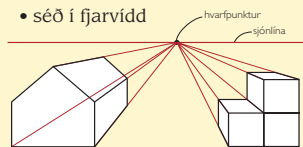


Teikna þrívíða hluti

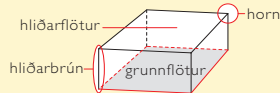
- séð frá mismunandi hliðum



- séð í fjarvídd



Eiginleikar þrívíðra hluta



Strendingar

- Grunnfletirnir tveir – eða endafletirnir eru allveg eins og samsíða.
- Grunnfletirnir geta verið mismunandi marghyrningar.
- Allir hinir fletirnir (hliðarfletirnir) eru rétthyrningar.
- Form grunnflatanna segir til um heiti strendingsins.

Píramídar

- Þeir hafa einungis einn grunnflöt.
- Allir hinir fletirnir – hliðarfletirnir – eru þríhyrningar.
- Form grunnflatarins segir til um heiti píramíðans.

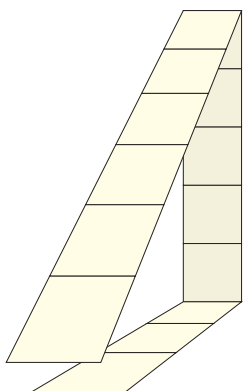
Tvívíðar myndir



123

Auðveldari verkefni

Nemendur geta notað „mælingarborða“ sem hjálpartæki til að teikna þríhyrninga (t.d. verkefni 4.63). Hann er búinn til með því að klippa út úr rúðuneti borða sem er $18 \cdot 1$ rúða á stærð. Þeir geta brotið borðann til að búa til þríhyrning og fá þannig tilfinningu fyrir hvernig hann lítur út. Ef þeir fá t.d. 3, 5 og 6 upp á teningunum skal brjóta borðann þannig:



Nemendur geta síðan teiknað lauslega kringum borðann og því næst mælt og teiknað nákvæma mynd með reglustiku.

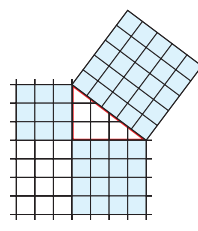
Erfiðari verkefni

Er hægt að búa til rétthyrndan þríhyrning?

Nemendur geta reynt að finna út hvort þeir geta búið til rétthyrndan þríhyrning með teningunum þremur.

Þá þurfa þeir fyrst að heyra um Pýþagórasar-regluna:

Um alla rétthyrnda þríhyrninga gildir nokkuð sérstök regla. Hún er nefnilega þannig að hægt er að búa til ferning út frá hverri hlið, þannig:



Til að reikna út stærð ferninganna utan við hliðarnar verður að margfalda lengd hverrar hliðar með sjálfri

sér (þ.e. finna ferningstöluna).

Eftirfarandi gildir um alla rétthyrnda þríhyrninga:

Summa flatarmáls ferninganna sem eru fyrir utan styttri hliðarnar tvær (skammhliðarnar) er jöfn flatarmáli ferningsins sem tilheyrir lengstu hliðinni (langhliðinni).

Ef finna á hvort hægt er að búa til rétthyrndan þríhyrning með tölunum 1–6 getum við fundið ferningstölur talnanna. Síðan er athugað hvort summa ferningstalnanna tveggja er jöfn þriðju ferningstölunni.

Hlið með lengdina 1 gefur ferningstöluna 1

Hlið með lengdina 2 gefur ferningstöluna 4

Hlið með lengdina 3 gefur ferningstöluna 9

Hlið með lengdina 4 gefur ferningstöluna 16

Hlið með lengdina 5 gefur ferningstöluna 25

Hlið með lengdina 6 gefur ferningstöluna 36

Við sjáum að summa 9 og 16 er 25.

Þar með getum við búið til rétthyrndan þríhyrning með hliðarlengdunum 3, 4 og 5.

Raunverkefni

Stjarna úr jafnhliða þríhyrningum (brotalastjarna)

Búnaður: Pappír, blýantur, hringfari og reglustika.

Fyrst teikna nemendur með blýanti jafnhliða þríhyrning með 18 cm langar hliðar. Hverri hlið er skipt í þrjá hluta með tveimur smástrikum og miðhlutinn þurrkaður út. Hringfarinn er stilltur eftir einum hlutanum og notaður til að teikna tvo arma í nýjum jafnhliða þríhyrningi. Nýi þríhyrningurinn er teiknaður fyrir utan upphaflega þríhyrninginn. Þannig er haldið áfram, þ.e. miðhluti hliðar í þríhyrningi er þurrkaður út og tveir armar í nýjum, minni, jafnhliða þríhyrningi eru teiknaðir upp af eyðunni.

Dæmi um verkefni í tengslum við stjörnuna:



- Hve margar hliðar eru á stjörnunni eftir að búið er að skipta öllum upphaflegu hliðunum einu sinni? ($3 \cdot 4 = 12$.)
- Hve margar eru hliðarnar eftir næstu skiptingu? ($3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$.)
- Í upphafi var ummál myndarinnar 3 • 18 cm = 54 cm. Hvert er ummálið eftir fyrstu skiptingu? ($12 \cdot 6 \text{ cm} = 72 \text{ cm}$.)

Viðfangsefni

- Heiti tvívíðra og þrívíðra rúmfræðiforma
- Að breyta tvívíðum formum í þrívíð form og öfugt
- Flatarmál marghyrninga og yfirborðsflatarmál margflötunga

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 124 Próf

Nr. 1

Nemendur eiga að tengja saman heiti og rúmmyndir.

Nr. 2

Nemendur eiga að finna út hvaða þrívíð mynd í rammanum til hægri kemur út þegar tvívíðu bútarinnir í a-, b-, c- eða d- reitum til vinstri eru settir saman.

Nr. 3

Nemendur eiga að finna hvaða form og lýsing passa saman.

► Bls. 125 Próf (framhald)

Nr. 4

Nemendur eiga að teikna myndirnar séðar frá tveimur hliðum og ofan frá. Ekki á að teikna myndirnar í fjarvidd.

Nr. 5

Nemendur eiga að segja til um hvaða rúmmyndir eru strendingar og hverjar eru píramídar.

Nr. 6

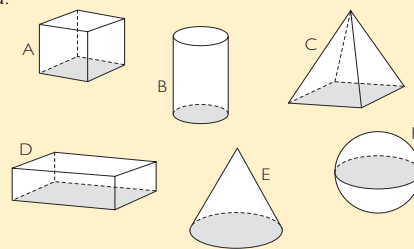
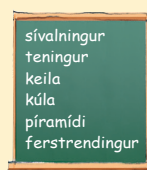
Nemendur eiga að skrá heiti marghyrninga.

Nr. 7

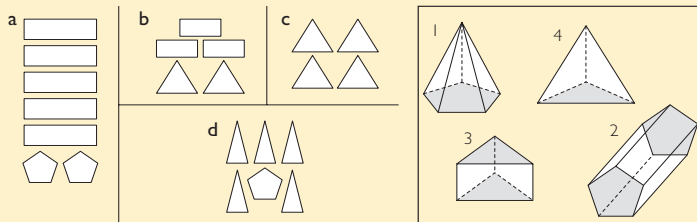
Nemendur finna flatarmál grunnflatarins (botnsins) á kassanum (ferstrendingnum). Því næst finna þeir flatarmál hliðarflata og loks yfirborðsflatarmál kassans.

Próf

- 1 Skráðu heiti formanna hér á eftir með því að tengja saman heiti og mynd.

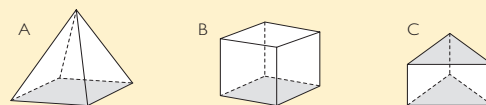


- 2 Ef hlutarnir eru settir saman – hvaða form í rammanum til hægri myndast?



- 3 Hvaða formi er lýst?

- a Formið er með fimm fleti og fimm horn.
- b Formið er með sex fleti og átta horn.
- c Formið er með fimm fleti og níu hliðarbrúnir.



124

4 • Rúmfræði

Auðveldari verkefni

Nemendur, sem eiga erfitt með að leysa prófið, geta snúið sér að æfingasíðu 1 og síðan að þeim blaðsíðunum í æfingaheftinu sem vísað er til. Auk þess eru fleiri auðveldari verkefni á verkefnablöðum 5.89–5.129 í verkefnahefti Stiku 1a, svo og á verkefnablöðum 6.49–6.66.

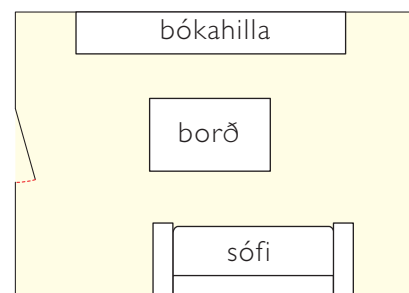
Erfiðari verkefni

Látið nemendur vinna æfingasíðu 2, bls. 127 og Geturðu þetta?-síðuna, bls. 128.

Raunverkefni

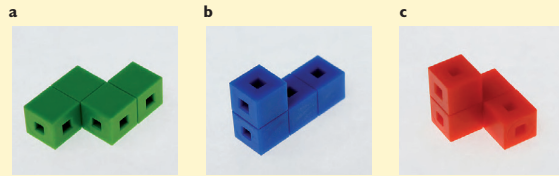
Teikna herbergi í fjarvidd

Biðjið nemendur að teikna herbergi í fjarvidd, t.d. stofu, með bókahilla, borði og sófa. Gott er að láta þá fá skissu af slíku herbergi, séðu ofan frá, sem þeir geta stuðst við í upphafi.

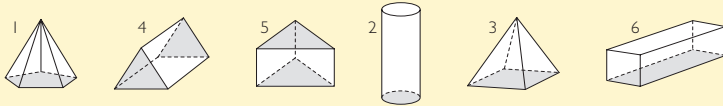


Síðan ímynda nemendur sér að þeir standi við einn vegginn og horfi inn í herbergið. Þeir draga sjónlínu, setja hvarfpunktinn á línuna og teikna síðan húsgögnin. Fyrst teikna þeir þannig að framhlið húsgagnanna sjáist, þ.e. í tvívídd. Síðan draga þeir öll beinu strikin sem liggja frá hverju horni myndanna í hvarfpunktinn.

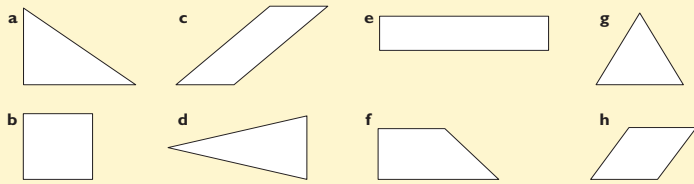
- 4 Teiknaðu myndirnar eins og þær líta út séðar frá tveimur hliðum og ofan frá.



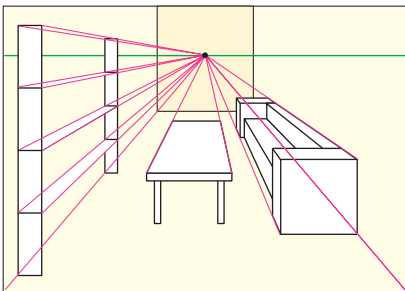
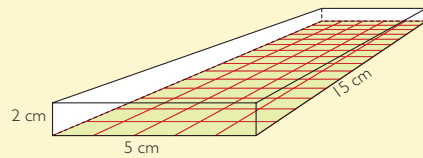
- 5 a Hvaða form hér fyrir neðan eru strendingar?
b Hvaða form eru píramídar?



- 6 Skráðu heiti myndanna.



- 7 a Hvert er flatarmál grunnflatarins á þessum kassa?
b Hvert er yfirborðsflatarmál kassans?



Viðfangsefni

- Eiginleikar og einkenni þríviðra forma
- Að teikna rúmmynd í tvívídd (þ.e. rúmmynd séðar t.d. frá hlið eða ofan frá)
- Hugtök í rúmfræði, t.d. hornrétt og samsíða strík

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 126 Æfingasiða 1

Nr. 4.65

Nemendur skrá heiti rúmmyndanna þriggja. Allar eru þær strendingar og heiti þeirra fara eftir formi grunnflatarins, þ.e.a.s. ferstrendingur, teningur og þrístrendingur.

Því næst teikna þeir fleti strendinganna þegar þeir hafa verið flattir út. Að lokum finna þeir fjölda flata og horna í hverri mynd.

Nr. 4.66

Nemendur teikna myndirnar séðar að framan, frá hlið og ofan frá. Það á því ekki að teikna myndirnar í fjarvídd.

► Bls. 127 Æfingasiða 2

Nr. 4.67

Nemendur finna hvaða tvær línur eru samsíða í hvoru verkefni.

Nr. 4.68

Nemendur finna hvaða tvær línur eru hornréttar hvor á aðra í hvoru verkefni.

Nr. 4.69

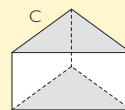
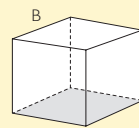
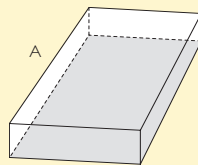
Nemendur segja til um hvaða mynd og lýsing passa saman. Fleiri en ein mynd á við hverja lýsingu.

Auðveldari verkefni

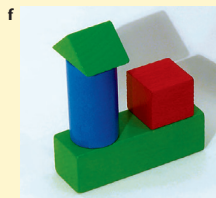
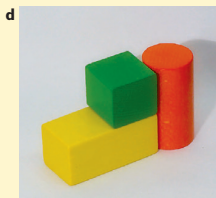
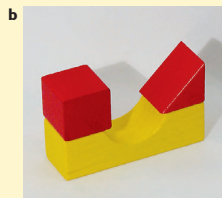
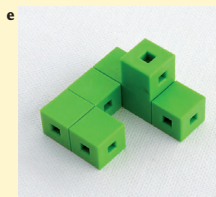
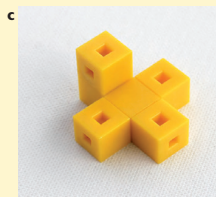
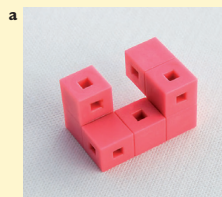
Til að vinna verkefni 4.66 má láta nemendur búa til turn sem þeir eiga síðan að teikna séðan að framan,

Æfingasiða 1

- 4.65 a Hvað heita þríviðu formin hér fyrir neðan?
b Teiknaðu formin þegar búið er að fletja þau út.
c Hvaða form er á flötunum í hverri mynd?
d Hve margir fletir, hliðarbrúnir og horn eru á hverju formi?



- 4.66 Teiknaðu þessar myndir séðar frá tveimur hliðum og ofan frá.



126

4 • Rúmfræði

ÆFINGAHEFTI 2a BLS. 48–55

frá hlið og ofan frá. Á þennan hátt verður verkefnið miklu auðveldara því þeir geta komið sér fyrir þannig að þeir sjái turninn frá þeim sjónarhóli sem þeir eiga að teikna hann.

Erfiðari verkefni

Finna óþekkta hornið

Á verkefnablaði 6.71 (*Horn*) eru viðfangsefni þar sem nemendur eiga að reikna út stærð horna þar sem tvær línur skerast. Þar næst finna þeir hornasummuna. Hornasumma hornanna fjögurra er alltaf 360° vegna þess að hornin mynda samtals einn hring.

Hornin tvö, sem hafa sameiginlegan oddpunkt þar sem tvær línur skerast og armar hvors um sig eru beint framhald af örmum hins, eru alltaf jafn stór. (Slíkt horn kallast topphorn.)

Raunverkefni

Mismunandi sjónarhorn

Búnaður: Spjöld með myndum af turni úr trékubbum, spjöld með teikningum af sömu turnum, séðum frá mismunandi sjónarhornum (verkefnablöð 6.58a–d (*Þrívið mynd og tvívíð mynd – finna þör 1–4*). Nákvæmari lýsingu á þessu verkefni má lesa á bls. 103 í þessari bók.

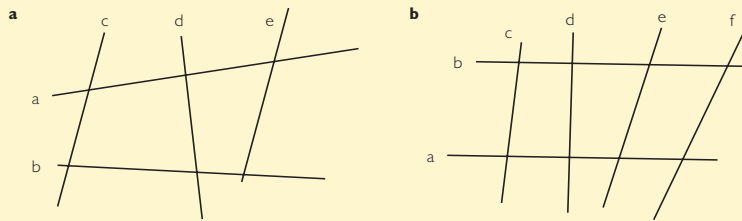
Byggja turn

Búnaður: Sentikubbar eða aðrir kubbar.

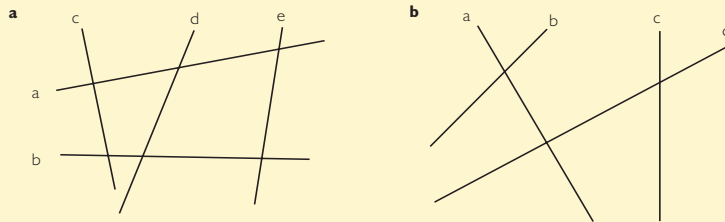
Nemendur vinna saman tveir og tveir en þeir þurfa að koma sér fyrir hvor í sínum enda kennslustofunnar eða snúa bókum saman. Báðir nemendurnir búa til turn úr 5–10 kubbum. Síðan teikna þeir turninn sinn eins og hann lítur út að framan og ofan frá.

Því næst skiptast nemendurnir

4.67 Hvaða tvær línur eru samsíða?

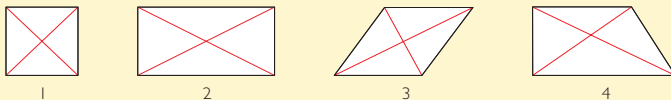


4.68 Hvaða tvær línur eru hornréttar hvor á aðra?



4.69 Hvaða myndir hér fyrir neðan passa við lýsingarnar?

- a Hornalínurnar eru jafn langar.
- b Hornalínurnar skerast ekki í miðjunni.
- c Hornalínurnar eru hornréttar hvor á aðra.



tveir á teikningum og reyna að búa til turn hins með því að styðjast við teikninguna. Þeir mega því ekki sjá turn hvor annars. Að lokum athuga þeir hvort turnarnir eru réttir: Hvað varð líkt fyrirmyndinni og hvað varð ef til vill ólíkt henni?

Teikna á tölvu

Nemendur geta einnig notað tölvu til að teikna ýmsar myndir. Í t.d. ritvinnsluforritinu Word er valmöguleiki sem kallast „shapes“ þar má finna algengustu rúmfræðiform sem hægt er að fylla með litum og raða saman í fallegar myndir.

Viðfangsefni

- Að teikna þrívíða mynd, séða t.d. að ofan eða frá hlið, í tvívídd
- Fjarviddarteikning með einum hvarfpunkti

Búnaður

- Reglustika og gráðubogi

Kennsluleiðbeiningar

► Bls. 128 Geturðu þetta?

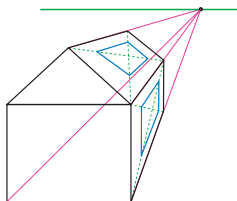
Nr. 4.70

Nemendur teikna myndirnar séðar frá tveimur hliðum og ofan frá. Þeir eiga því ekki að teikna í fjarvidd.

Nr. 4.71

Nemendur teikna flóknari mynd í fjarvidd. Til viðbótar við hús geta verið á teikningunni vegur, nokkur tré og fjöll eða eitthvað annað í bakgrunni. Biðjið þá að teikna glugga og ef til vill dyr á hlið hússins:

Til að teikna glugga eða dyr á vegg sem ekki er horft á beint að framan þarf að finna miðpunkt veggjarins með hornalínunum.



Nr. 4.72

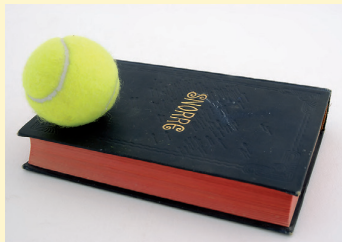
Nemendur teikna fjarviddarmynd af borði í kennslustofunni. Gott er að setja bók eða bolta á borðið.

Nemendur byrja á að teikna sjónlínu og hvarfpunkt. Þar næst teikna þeir borðbrúnina að framan, draga strik frá hornunum í hvarfpunktinn og teikna svo borðbrúnina að aftan. Að lokum stroka þeir óþörf strik út.

Geturðu þetta?

4.70 Teiknaðu þessa hluti séða ofan frá og frá tveimur hliðum.

a



b



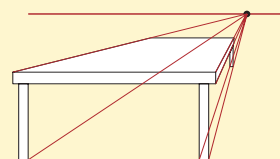
4.71 a Teiknaðu mynd í fjarvidd.

- Teiknaðu sjónlínu og hvarfpunkt.
- Teiknaðu hús, vegi og annað sem þú vilt hafa á myndinni.



4.72 a Teiknaðu borð í fjarvidd.

- b Teiknaðu vasa. Hann á að standa á miðju borðinu.



128

4 • Rúmfraði

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Teikna herbergi

Nemendur teikna herbergi, t.d. stofu með bókahillu, borði og sófa. Gott er að láta þá í byrjun hafa skissu af herberginu séðu ofan frá.

Sjá nákvæmari lýsingu á þessu verkefni á bls. 124–125 í þessari bók.

Lógó með bókstaf

Búnaður: Reglustika, hringfari og litir.

Notið verkefnablað 6.73 (*Lógó með bókstaf*) til að fara í gegnum hönnunarvinnuna. Nemendur búa til lógó þar sem uppistaðan er bókstafur. Þeir nota rúmfræðileg hugtök við hönnunina, t.d. þríhyrninga, ferhyrninga og hringi. Ekki er verra ef þeir nota einnig flutninga, þ.e. speglun, snúning eða hliðrun.

Ljósritunarblöð

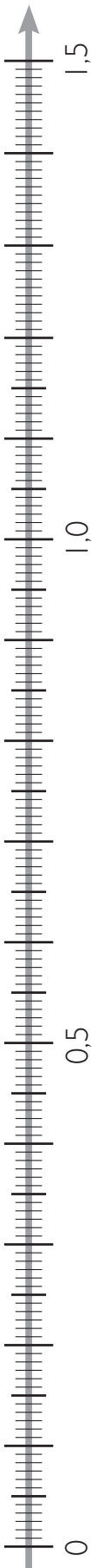
- 1 Spilaborð með spilinu á bls. 34**
- 2 Talnalínur**
- 3 Tafla með verkefni 4.46**
- 4 Form með verkefni 4.47**
- 5 Hornalínur**

Spilaborð með spilinu á bls. 34

Tölur	+	Tölur	—	Tölur	·	Tölur	:	Tölur	=	Svör
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
Summa										

Tölur	+	Tölur	—	Tölur	·	Tölur	:	Tölur	=	Svör
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
	+		—		·		:		=	
Summa										

Talnalínur



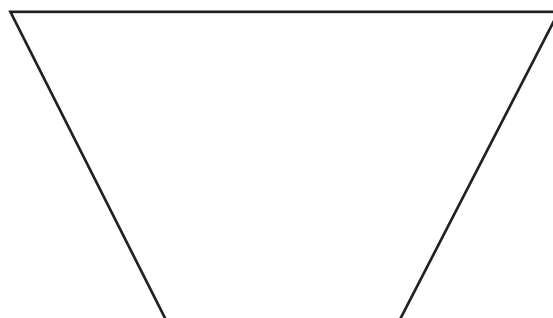
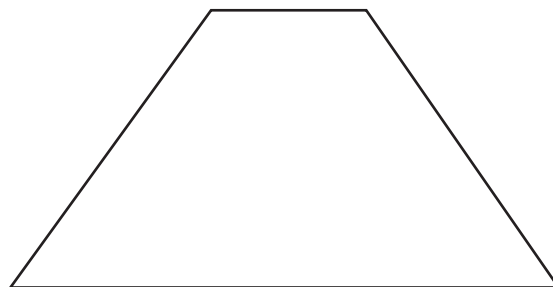
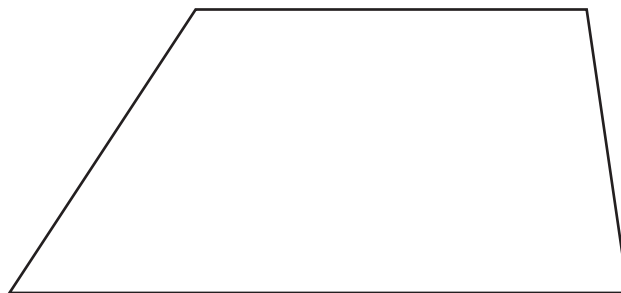
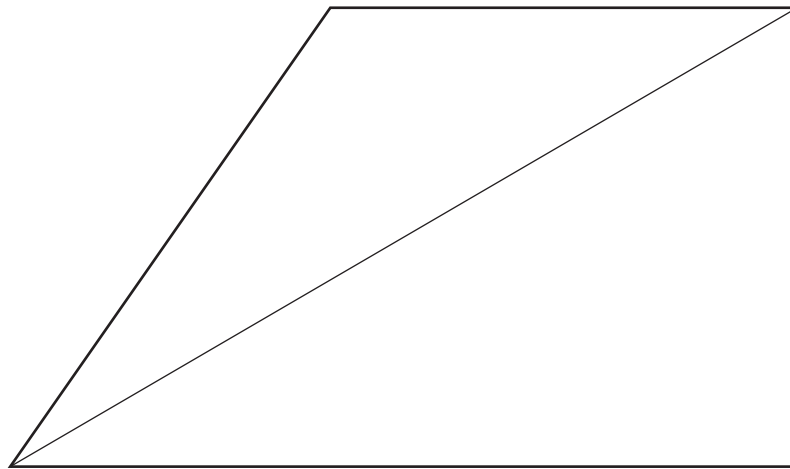
Tafla með verkefni 4.46

Form	Hornalínurnar eru ekki jafn langar	Hornalínurnar skerast í miðju	Hornalínurnar eru hornréttar hvor á aðra

Form	Hornalínurnar eru ekki jafn langar	Hornalínurnar skerast í miðju	Hornalínurnar eru hornréttar hvor á aðra

Form með verkefni 4.47

Teiknaðu hornalínurnar og búðu til töflu.

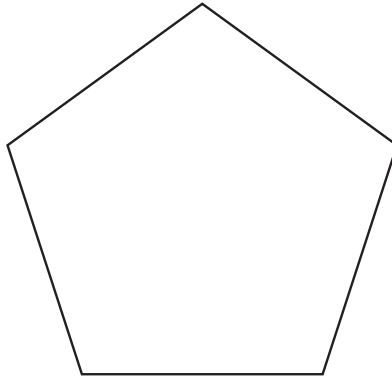


Hornalínur

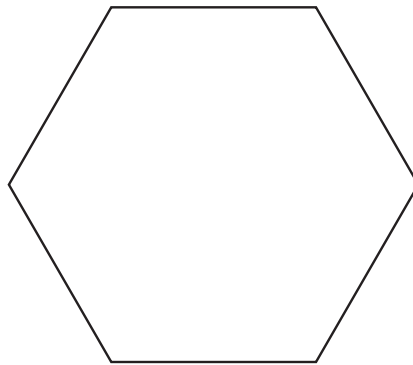
Teiknaðu allar hornalínurnar.

Hve margar hornalínur eru í

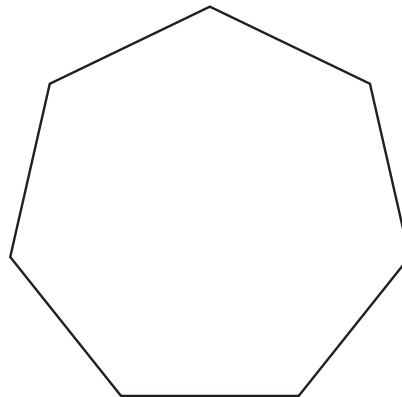
a) fimmhyrningi? _____



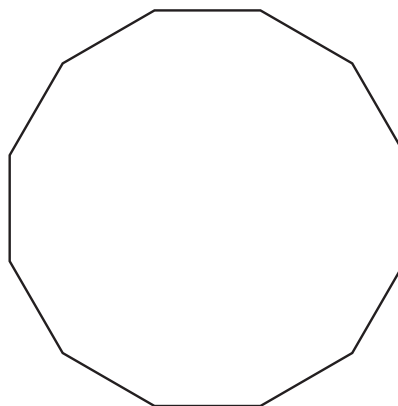
b) sexhyrningi? _____



c) sjöhyrningi? _____



d) tólfhyrningi? _____



Stika 2a

Kennarabók

ISBN 978-9979-0-1604-5

© Gyldendal Norsk Forlag AS 2007

Heiti á frummálinu: Multi 6a Lærerefs bók

I. útgáfa

Ritstjóri norsku útgáfunnar: Thor-Atle Refsdal

Hönnun og útlit: Heidi Larsen

Kápuhönnun: Hanne Dahl

Mynd á forsiðu: Børre Holth, Carsten Seiler

© 2012 Bjørnar Alseth, Gunnar Nordberg, Mona Røsseland

© 2012 teikningar: Anne Tryti

© 2012 stærðfræðiteikningar: Børre Holth

© 2012 ljósmyndir: Mona Røsseland

© 2012 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Hafdís Finnbogadóttir

Öll réttindi áskilin

1. útgáfa 2012

2. útgáfa rafræn 2019

Menntamálastofnun

Kópavogi

Umbrot: Námsgagnastofnun

Prentvinnsla: Ísafoldarprentsmiðja ehf. – Umhverfissvottuð prentsmiðja

Þeim sem lásu yfir handrit og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð eru færðar bestu þakkir.

Bók þessa má eigi afrita með neinum hætti, svo sem með ljósmyndun, prentun, hljóðritun eða á annan sambærilegan hátt, að hluta til eða í heild, án skriflegs leyfis höfunda, þýðanda og útgefanda

Stika

Stærðfræði fyrir grunnskóla

Stika býður upp á sveigjanleika í stærðfræðikennslu með því gefa kennurum möguleika á að nota mismunandi kennsluaðferðir. STIKA felur í sér örvandi, innihaldsríkan og skemmtilegan leiðarvísi til stærðfræðinnar.

Í **Stiku** er lögð áhersla á:

- Hagnýt og fjölbreytileg verkefni þar sem tækifæri gefst til að rannsaka og skapa.
- Einstaklingsmiðað nám sem felur jafnframt í sér sameiginlega námsreynslu nemendahópsins.
- Örugga framvindu námsins og skýr fagleg markmið í samræmi við námskrá.

Megineinkenni **Stiku**:

- Tengir saman fræðilega umfjöllun og hagnýt verkefni.
- Fjallað er markvisst og ítarlega um hvern námsþátt í nokkurn tíma.
- Textar eru stuttir og auðlesnir.
- Námsefnið er lagað að nemendum með mismunandi námsgetu.
- Hagnýtar og notendavænar kennarabækur fylgja.
- Markmið hvers kafla eru nákvæmlega tilgreind.

Stika 2 samanstendur af:

- nemendabókum 2a og 2b
- kennarabókum 2a og 2b
- æfingaheftum 2a og 2b
- verkefnaheftum 2a og 2b (á neti)

Höfundar:

Björnar Alseth

Gunnar Nordberg

Mona Rösseland

Hanna Kristín Stefánsdóttir þýddi og staðfærði.

ISBN 978-9979-0-1604-5



9 789979 016045



MENNTAMÁLASTOFNUN
07129