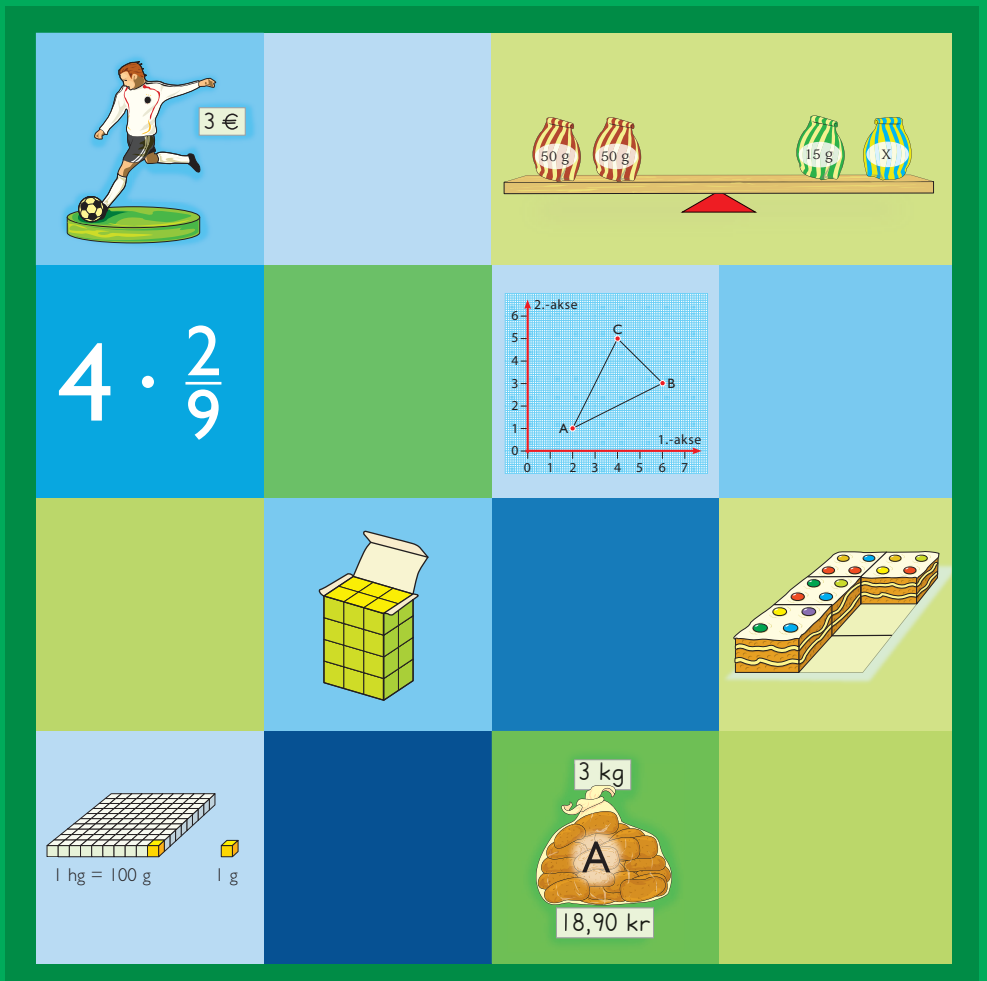
Stika 2b

KENNARABÓK



EFNISYFIRLIT

Formáli III

Kennsluleiðbeiningar með Stiku 2b
Nemendabók

5 Mælingar 4
6 Almenn brot 34
7 Margföldun og deiling 66
8 Hnitakerfi og hlutföll 98

Ljósritunarblöð

1 Ágiskun og mæling – tafla
2 Talnalínur
3 Tímaásar
4 Tímatafla yfir rútuferðir
5 Að bera saman almenn brot 1
6 Að bera saman almenn brot 2
7 Hnitakerfi 1
8 Hnitakerfi 2

Til minnis

Bjørnar Alseth • Gunnar Nordberg • Mona Røsseland

Stika

2b

KENNARABÓK

MENNTAMÁLASTOFNUN

Formáli

Velkomin í *STIKU!*

Námsefnið *Stika*, sem ætlað er 5.–7. bekk, er framhald af námsefninu *Sprota* fyrir 1.–4. bekk. Við, höfundar *Stiku*, teljum að nauðsynlegt sé að vekja áhuga nemenda á greininni. Þeir þurfa að upplifa að leikni í stærðfræði er mikilvæg fyrir þá, bæði nú og í framtíðinni. Í kennslunni þurfa þeir að fá fjölbreytilega reynslu af stærðfræði og upplifa á þann hátt hvernig stærðfræði kemur þeim við, einnig eftir að skóladegi lýkur. Þeir þurfa að þróa með sér grundvallarfærni í stærðfræði þannig að þeir geti byggt á henni frekari skólagöngu og stærðfræðinám. Þeir þurfa einnig að öðlast áhuga á faginu og jákvæða afstöðu sem vekur hjá þeim löngun til að halda áfram að læra stærðfræði.

Með *Stiku* viljum við fá kennurum í hendur námsefni sem þeir þurfa á að halda til að uppfylla þessar kröfur. Í *Stiku* er áhersla lögð á fjölbreytilegar kennsluaðferðir þar sem fagleg sjónarmið eru ævinlega höfð að leiðarljósi. Námsefnið er sveigjanlegt þannig að það gerir hinum mismunandi kennurum kleift að kenna eins og þeim hentar best. Ætíð er tekið mið af þörfum nemenda og faglegum þroska þeirra.

Við, undirritaðir höfundar *Stiku*, höfum ólíkan bakgrunn og oft þurfti að takast á við ögrandi verkefni til að komast að sameiginlegri niðurstöðu um námsefnið. Við drögum enga dul á að samning *Stiku* var krefjandi, umfangsmikil og kostaði mikla vinnu. En í okkar huga var þessi vinna uppbyggileg og eru ástæður þess einkum tvær. Í fyrsta lagi vorum við einhuga um það meginatriði að beina sjónum okkar að þörfum nemenda og námi þeirra auk þess sem við áttum það sammerkt að hafa áhuga á stærðfræðikennslu í grunnskólum. Í öðru lagi höfum við samið námsefni sem er sveigjanlegt og endurspeglar hinn margbreytilega skóladag. *Stiku* má nota á margvíslegan hátt; kennarar geta bæði aðlagað námsefnið að mismunandi nemendahópum og að sínum eigin kennsluaðferðum.

Gangi ykkur vel í kennslunni!

Bjørnar Alseth
Gunnar Nordberg
Mona Røsseland

5 Mælingar

Nemendur fást bæði við að áætla og mæla þyngd og rúmmál. Þeir læra að nota viðeigandi mælitæki og leysa mælingarverkefni úr daglegu lífi. Þeir meta niðurstöður mælinga út frá kröfum um nákvæmni og ónákvæmni mælingarniðurstaðna. Nemendur læra enn fremur að velja viðeigandi mælieiningar og breyta einni mælieiningu í aðra. Við þessa vinnu rifja þeir upp samlagningu og frádrátt tugabrota og einfaldan reikning með almennum brotum. Þeir læra um jafn stórar stærðir og finna óþekkta stærð í jöfnu með verkefnum úr daglegu lífi. Nemendur læra að reikna flatarmál, einkum yfirborðsflatarmál réttra strendinga, einnig rúmmál ferstrendinga með því að telja hve margir einingateningar komast fyrir í strendingi. Þeir nota margföldun til að finna rúmmálið á fljótlegan hátt.

Í kaflanum er einnig fjallað um tíma og nemendur læra að nota tímasetningar og tímabil við einfalda útreikninga.

Viðfangsefni

- Mælingarverkefni úr daglegu lífi
- Óöryggi mælingarniðurstaðna
- Margföldun og deiling
- Að breyta einni mælieiningu í aðra

Búnaður

- Ef til vill vasareiknir

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 4

Samræðumynd

Kennari og nemendur ræða saman um mælingar en þær eru framkvæmdar í mismunandi tilgangi. Oftast mæla menn til að bera eitthvað saman.

– Í uppskrift er magn efnanna borið saman.
– Í íþróttum er mismunandi árangur íþróttamanna borinn saman.
– Í skóla er mikil áhersla lögð á hina tæknilegu hlið mælingarvinnunnar, þ.e.a.s. hvernig mælingin fer fram, hvernig mælingatölur eru reiknaðar út og hvernig breyta á úr einni mælieiningu í aðra. Þessir færniþættir eru mikilvægir en jafnframt skiptir miklu að framkvæma mælingu í raun og veru þar sem raunverulegur samanburður á sér stað.

Kennari ræðir einnig við nemendur um hversu nákvæmlega þarf að mæla. Aldrei er unnt að mæla af fullkominni nákvæmni. Hversu mikillar nákvæmni er krafist fer eftir mælitækjunum, sem notuð eru, og því hversu færir og nákvæmir þeir eru sem nota þessi tæki. Nauðsynlegt er að ræða um nákvæmni við mælingar í hinu daglega lífi. Hversu nákvæmlega þarf að mæla? Ef ætlunin er að fara í langan hjólatúr má gefa upp lengd hans með margra kílómetra ónákvæmni. Ef læknir gerir augnaðgerð með laser-geisla þarf nákvæmni mælingarinnar að vera upp á um það bil 1 míkrómetra (1 milljónasta úr millimetra).

Samræðumyndin er af bakaríi. Kennari reynir að fá nemendur til að koma með tillögur um mismunandi mælieiningar og mælingar sem þarf að framkvæma.

Dæmi:

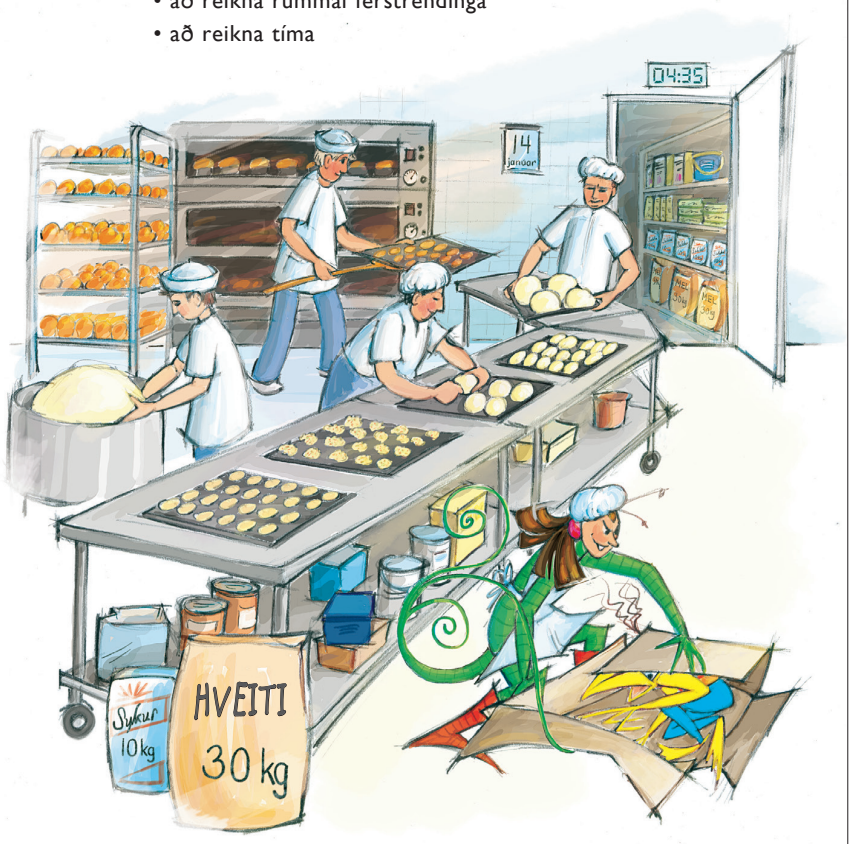
- Mælingar í tengslum við uppskriftir, þ.e. mælingar á þyngd og rúmmáli.
- Mælingar á tíma, þ.e. dagsetningar, tímasetningar, lengd bökunartíma.
- Mælingar á umbúðum, þ.e. lengd, yfirborðsflatarmál og rúmmál.
- Mælingar á hita, þ.e. hitinn í bökunarofni, kæli- og frystigeymslum.

Áður en vinnan við verkefni þessa kafla hefst getur verið heppilegt að láta nemendur rifja upp þá þekkingu sem þeir hafa þegar til að bera um mælingar og mælieiningar, sjá lýsingu á verkefninu *Hugstormun um mælingar* í kaflanum Raunverkefni hér á eftir.

5 Mælingar

Í þessum kafla muntu læra

- um þyngd og að nota mælieiningar eins og g, hg, kg og tonn
- um rúmmál og að nota mælieiningar eins og ml, cl, dl og l
- að reikna rúmmál ferstrendinga
- að reikna tíma



Hólabakari bakar 5000 brauð og 1000 bollur á hverjum degi.
Hér á eftir sérðu grunnuppskriftir að brauði og bollum.

2 brauð
1 kg hveiti
30 g smjör
50 g ger
2 tsk. salt
6,5 dl vatn

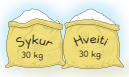
20 bollur
500 g hveiti
3 dl mjólk
50 g ger
50 g sykur
100 g smjör
0,5 tsk. salt

5.1 **a** Hve mikið hveiti notar bakaríið í brauð á hverjum degi?

b Hve mikið smjör notar bakaríið í brauð á hverjum degi?

5.2 **a** Hve mikið hveiti notar bakaríið í bollur á hverjum degi?

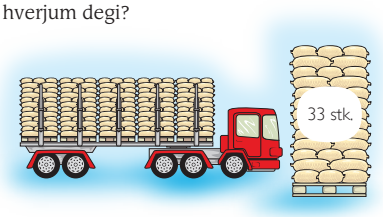
b Hve mikla mjólk notar bakaríið í bollur á hverjum degi?



5.3 Hveiti og sykur er keypt í sekkjum sem eru 30 kg.

a Hve marga sekki af sykri þarf bakaríið í brauð og bollur á hverjum degi?

b Hve marga sekki af hveiti þarf bakaríið í brauð og bollur á hverjum degi?



5.4 Flutningabíllinn, sem kemur með hveitið, getur tekið 10 vörubretti sem hvert tekur eitt tonn.

a Hvað vegur hvert bretti mörg kílógrömm?

b Hve mörg tonn tekur fullur flutningabíll? Hvað eru það mörg kíló?

c Í hve marga daga dugar hveitið úr fullum flutningabíl?

▶ Bls. 5

Mælt er með að kennari láti nemendur vinna saman í litlum hópum eða pörum. Verkefnin eru að mestu leyti eins konar þrautir. Gert er ráð fyrir að nemendur finni mismunandi lausnaleiðir. Notið góðan tíma til að rifja efni blaðsíðnanna upp og látið nemendahópana kynna lausnir sínar.

Nr. 5.1–5.2

Nemendur nota upplýsingar í grunnuppskriftum til að svara spurningum. Til þess eru tvær aðferðir. Önnur er sú að finna magn hvers efnis í einu brauði og í einni bollu og margfalda það magn síðan með fjölda brauða og bolla. Hin aðferðin er að finna hve oft bakaríið þarf að nota uppskriftirnar til að baka nægilegan fjölda. Þetta er aðferðin sem Kráka bendir á. Þetta verða þá 2500 brauðuppskriftir og 50 bolluuppskriftir.

Nr. 5.3

Þetta verkefni er nokkuð snúið þannig að nemendur mega nota vasareikni.

Nr. 5.4

Síðasti liðurinn, c-liður, er nokkuð erfiður ef nemendur eiga að reikna hann sem uppsett dæmi. Þeir geta því notað vasareikni eða töluna 2500 kg á dag í stað 2525 kg. Þá losna nemendur við að fá svar með nokkrum tugabrotum. Svarið er að hveitið dugar í um það bil 4 daga.

Auðveldari verkefni

Í verkefnum á bls. 5 er gnægð upplýsinga. Því skiptir miklu máli að dágóður tími sé notaður í þau. Nemendur lesa verkefnin vel og rækilega, helst nokkrum sinnum. Þeir þurfa að setja sig vel inn í hvað felst í hinum fjölmörgu upplýsingum og um hvað er spurt. Mörg verkefnanna eru erfið þannig að hér hentar samvinna og gagnkvæmur stuðningur nemenda vel.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Hugstormun um mælingar

Kennari biður nemendur að nefna orð sem þeim dettur í hug þegar hann nefnir hugtakið mælingar. Tilgangurinn er að fá fram eins mikið og hægt er af því sem nemendur tengja við þetta hugtak. Kennari skráir tillögurnar á töfluna. Þannig fær kennarinn nokkra nasasjón af því sem nemendur kunna frá fyrri tíð. Þetta gefur nemendum einnig vísbendingu um hvaða þema verður á dagskrá í stærðfræði á næstunni.

Hugtök, sem ef til vill munu verða nefnd, eru: lengd, þyngd, hæð, metri, sentimetri, lítri, kílómetri, kíló, tími, ýmis mælingartæki eins og reglustika, lítramál og klukka.

Komi nemendur ekki fram með fleiri tillögur má leggja fyrir þá lítið viðbótarverkefni. Biðjið þá að finna út hvaða mælieining og mælingartæki hæfa hverri af eftirfarandi fullyrðingum:

- Þyngd bókar er 350 (g – vog)
- Lengd gangsins er 60 (m – málband eða metrakvarði)
- Flatarmál kennslustofu er 48 (m^2 – málband eða metrakvarði)
- Rúmmál mjólkurfernu er 1 (lítri – lítramál)
- Breidd borðs er 80 (cm – metrakvarði)
- Pétur hljóp 60 m á 9,1 (sek. – skeiðklukka)
- Frá jólum til páska eru 2,5 (mánuðir)
- Kata er 56 (kg – baðvog)

Kennari skráir tillögurnar á töfluna ásamt hugtökum úr hugstormun. Síðan má kanna hvort nemendur geta rætt um og flokkað hugtökin. Kennari skrifar heiti flokka í töflu á skólatöfluna:

Lengd	Þyngd	Rúmmál	Tími	Hitastig

Nemendur, í hópum eða pörum, flokka hugtökin í rétta yfirflokka og helst finna fleiri hugtök sem bæta má við í hvern flokk. Að lokum raðar kennari öllum hugtökum, sem skráð hafa verið á skólatöflu, á sinn stað í hugtakatöflu.

Viðfangsefni

- Þyngdarmælingar
- Áætla þyngd ýmissa hluta
- Breyta úr einni mælieiningu í aðra, þ.e. úr og í grömm, hektógrömm og kílógrömm
- Lesa af talnalínu

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 6

Samræðumynd

Kennari og nemendur rifja upp hinar ýmsu mælieiningar fyrir þyngd.

- *Hve mikið er eitt gramm?*
- *Hve þungt er eitt kílógramm? Er eitthvað hér í kennslustofunni sem vegur um það bil eitt kíló?*
- *Hvað er eitt hektógramm þungt? Hversu þungt er það í samanburði við eitt kíló?*
- *Laufblað vegur 5 grömm. Er hægt að gefa þyngdina upp í kílógrömmum? (Já, 0,005 kg.)*
- *Þung bók vegur 13,5 hg. Hvernig er það skrifað í kílógrömmum? (1,35 kg.)*
- *En í grömmum? (1350 g.)*

Nr. 5.5

Í verkefninu er mál hinna ýmsu hluta (og kattar) gefið upp en nemendur eiga að skrá mælieiningunna þannig að málið verið rétt.

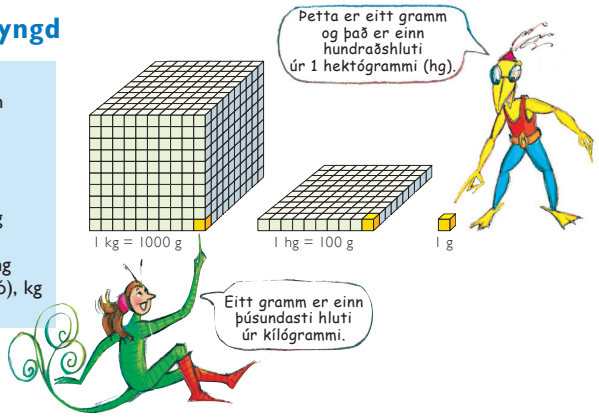
Nr. 5.6

Nemendur finna hvaða hlutir á myndinni vega um það bil 100 g, 250 g, 0,5 kg og 1 kg. Tilgangurinn með þessu verkefni er í fyrsta lagi að nemendur fái innsýn inn í þyngd hinna ólíku hluta. Í öðru lagi er ætlunin að þeir þrói með sér eins konar viðmiðunarramma eins og þann að ein mjólkurferna vegi 1 kg. Þegar nemendur þurfa seinna að áætla þyngd (án þess að vigta) geta þeir gert það með því að bera hlutinn saman við eina eða fleiri mjólkurfernur.

Nemendur eiga að giska á þyngd þriggja epla og þriggja rúsínubolla, ekki þyngd eins eplis eða einnar bollu.

Þyngd

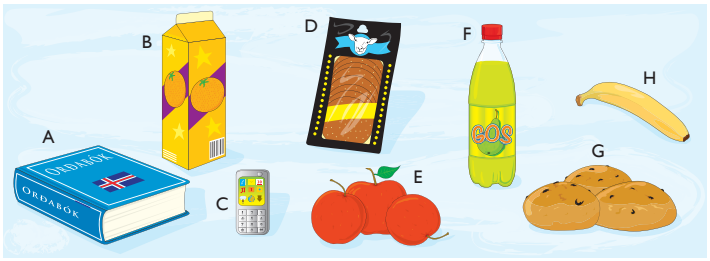
Mælieiningar
Þegar við mælum þyngd notum við mælieiningar eins og
- milligrömm, mg
- grömm, g
- hektógrömm, hg
- kílógrömm (kíló), kg
- tonn



5.5 Skrifaðu g, hg eða kg fyrir aftan tölurnar þannig að þær sýni rétta þyngd.

a Þyngd kattar er 4 ☐.
b Þyngd A4-blaðs er 2 ☐.
c Þyngd bíls er 1000 ☐.
d Þyngd kartöflupoka er 5 ☐.
e Þyngd á bréfi af skinkuáleggi er 1 ☐.
f Þyngd einnar kæfudósar er 350 ☐.

5.6 Giskaðu á hver þyngd hlutanna á myndinni er um það bil.
a 100 g **b** 250 g **c** 0,5 kg **d** 1 kg



▶ Bls. 7

Nr. 5.7

Nemendur eiga að breyta mælieiningum í grömm. Bendið þeim á að átt er við kílógramm þegar talað er um kíló. Forskeytið kíló merkir þúsund þannig að eitt kílógramm er jafnt og þúsund grömm á sama hátt og einn kílómetri samsvarar þúsund metrum.

Í tengslum við tölvur er reyndar talað um „kílóbæti“ þegar átt er við 1024 bæti. Ástæðan er sú að tölvur nota tvíundarkerfið en ekki tugakerfið. Þannig að $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10$ í tugakerfinu en í tvíundarkerfinu er $1024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Nr. 5.8

Nemendur lesa af talnalínunni og skrá málin, sem örvarnar benda á, í kílógrömmum. Gott er ef nemendur skrá málin bæði sem grömm og kílógrömm: A = 50 g = 0,05 kg

Nr. 5.9

Nemendur lesa af talnalínunni og skrá málin, sem örvarnar benda á, í kílógrömmum. Gott er ef nemendur skrá málin bæði sem grömm og kílógrömm:

A = 200 g = 0,2 kg

Nr. 5.10

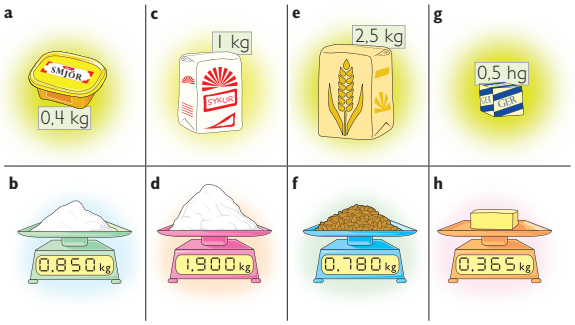
Nemendur lesa af talnalínunni og skrá málin, sem örvarnar benda á, í hektógrömmum. Gott er ef nemendur skrá málin bæði sem grömm og hektógrömm.

Nr. 5.11

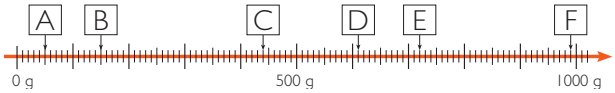
Nemendur lesa af talnalínunni og skrá málin, sem örvarnar benda á, í kílógrömmum. Gott er ef nemendur skrá málin bæði sem hektógrömm og kílógrömm.

1 kg = 10 hg = 1000 g
1 hg = 100 g
1 hg = 0,1 kg
1 g = 0,01 hg = 0,001 kg

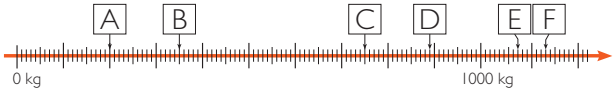
5.7 Skráðu þyngdina í grömmum.



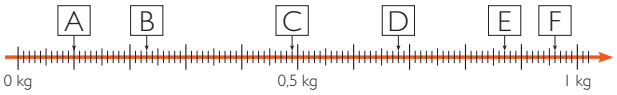
5.8 Lestu af talnalínunni og skráðu í kílógrömmum.



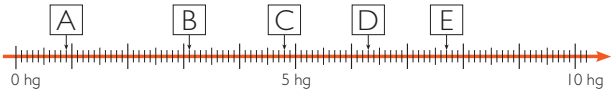
5.9 Lestu af talnalínunni og skráðu í kílógrömmum.



5.10 Lestu af talnalínunni og skráðu í hektógrömmum.



5.11 Lestu af talnalínunni og skráðu í kílógrömmum.



7

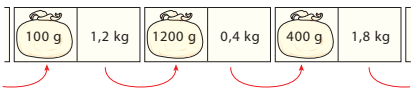
Auðveldari verkefni

Nemendur fást á áþreifanlegan hátt við mælingar, t.d. mæla þyngd. Gott er ef mælingin felur í sér að lesa af kvarða; þannig tengist mælingin því að lesa af talnalínunni. Nemendur, sem hafa litla reynslu af raunverulegum mælingum, geta haft mikið gagn af því að vinna með öðrum sem eru sterkari á svellinu í þessum efnum, sjá kaflann Raunverkefni hér á eftir.

Mælingardómínó – þyngd

Kennari eða nemendur útbúa dómínóspjöld þar sem annar helmingur hvers spjalds sýnir grömm en hinn helmingurinn kílógrömm.

Spilið felur í sér viðbótarþjálfun í að breyta kílóum í grömm og öfugt. Tilbúnir dómínókubbar eru á verkefnablöðum 6.30–6.32 (*Mælingardómínó 1, 2a og 2b – þyngd*) í verkefnahefti Stiku 2a. Nemendur geta klippt spjöldin út en best er að plasta þau áður en klippt er.



Athugið: Í þessum kennsluleiðbeiningum er oft vísað í verkefnablöð með Stiku 2b og númers verkefnaheftis því ekki getið sérstaklega, sbr. skýringar í Inngangi með kennarabók Stiku 2a. Í kennarabókum Stiku er hins vegar alloft vísað í verkefnablöð sem fylgja öðrum bókum en leiðbeiningarnar fjalla um og er þá númer viðkomandi verkefnaheftis tilgreint sérstaklega.

Erfiðari verkefni

Þrautalausnir

Látið nemendur leysa þrautir þar sem mælingar og þyngd koma við sögu, sjá verkefnablöð 6.74 og 6.75 (*Heilabrot um þyngd* og *Þyngd*) í verkefnahefti Stiku 2a.

Raunverkefni

Útiverkefni: Finna kíló! Finna hektó!

Nemendur finna ýmsa hluti sem þeir telja að vegi eitt kíló og aðra sem þeir giska á að vegi eitt hektógramm. Síðan ganga þeir úr skugga um þyngd hlutanna. Finni einhver nemandi stein sem vegur um það bil eitt kílógramm er rétt að geyma hann í kennslustofunni. Gaman er að mála steininn í fallegum lit og kalla hann „kílóstein bekkjarins“. Seinna, þegar nemendur eiga að áætla þyngd hlutar (án þess að vigta hann) geta þeir gert það með því að bera saman þyngd hlutarins og steinsins.

Mismunur á ágiskun og réttri þyngd

Búnaður: Tíu ólíkir hlutir allmismunandi að þyngd, eldhúsvog og stafræn bréfavog.

Nemendur vinna í hópum og giska á þyngd hvers hlutar. Hópmeðlimir ræða saman og skrá þyngdina, sem þeir koma sér saman um, á miða sem þeir koma fyrir við hvern hlut. Síðan geta þeir vigtað hlutina og athugað hvort ágiskunin var nærri réttu lagi. Ef hlutirnir eru litlir og léttir þarf oft að nota stafræna bréfavog til að athuga þyngdina í grömmum.

Nemendur geta búið til töflu sem þeir skrá niðurstöðurnar í. Töfluna má einnig fá á ljósritunarblaði 1 (*Ágiskun og mæling – tafla*) aftast í þessari bók.

Hlutir	Ágiskun	Mæling	Mismunur
Bók	200 grömm	550 grömm	350 grömm

Viðfangsefni

- Breyta úr einni mælieiningu í aðra, þ.e. úr og í grömm, hektógrömm, kílógrömm og tonn
- Finna brot af heilu kílógrammi
- Staðsetja punkta á talnalínu

Búnaður

- Talnalína frá 0–1,6 kg (ljósritunarblað 2 (*Talnalínur*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 8

Nr. 5.12 og 5.13

Nemendur teikna talnalínu eða nota ljósritunarblað 2 (*Talnalínur*) aftast í þessari bók. Þeir nota upplýsingarnar, sem gefnar eru fyrir neðan talnalínurnar, til að staðsetja punktana á talnalínunni. Þeir byrja á punkti A og merkja hina punktana með hliðsjón af þeim sem þegar hafa verið merktir.

Nr. 5.14

Nemendur breyta úr einni einingu í aðra og fylla upp í töflurnar. Þyngdin í hverri röð á að vera hina sama en skráð með mismunandi mælieiningum. Kennari reynir að koma í veg fyrir að nemendur noti eins konar „páfagaukareglu“ til að breyta einingum, t.d. eins og að „flytja kommuna“. Frekar þarf að leggja áherslu á að útskýra hvers vegna breytingin er eins raun ber vitni: að 100 g séu í hverju hg og 1000 g eða 10 hg í hverju kílói. Uppgötvi einhverjir nemendur hins vegar að þetta samsvarar því að flytja kommuna – þá er það auðvitað í lagi.

Einnig má nota eins konar metrakerfishús ef nemendum reynist erfitt að breyta milli mælieininga.

kíló	hektó	deka	**grömm**	desi	senti	milli

Að sjálfsögðu má skipta „grömmum“ út fyrir m eða lítra eftir því hvert viðfangsefnið er.

Nr. 5.15

Nemendur breyta þyngdinni, sem gefin er upp, í tonn.

5.12 Teiknaðu talnalínu eins og þessa. Merktu punktana á hana.

- A = 0,5 kg
- B er 0,3 kg léttari en A
- C er tvöfalt þyngri en A
- D er 1 kg þyngri en B
- E er jafn þungur og A og B til samans

5.13 Teiknaðu talnalínu eins og þessa. Merktu punktana á hana.

- A = 3 hg
- B er 250 g þyngri en A
- C er tvöfalt þyngri en B
- D er 1,5 hg þyngri en B
- E er jafn þungur og mismunurinn á C og D

5.14 Teiknaðu töflurnar og fylltu út í tómu reitina.

a

grömm	hektógrömm	kílógrömm
150 g	1,5 hg	
	5,6 hg	
		1,32 kg
	12,45 hg	
1334 g		
		0,008 kg

b

grömm	hektógrömm	kílógrömm
	3,7 hg	
		0,019 kg
		1,003 kg
3487 g		
	0,401 hg	
702 g		

5.15 Skráðu í tonnum:

a 1000 kg **b** 1500 kg **c** 4000 kg **d** 10 500 kg **e** 6540 kg **f** 5669 kg

1 tonn = 1000 kg
1 kg = 0,001 tonn

5.16 Teiknaðu töflurnar og fylltu út í tómu reitina.

a

kílógrömm	tonn
2000 kg	
	2,6 tonn
	5,86 tonn
7623 kg	
	0,245 tonn

b

kílógrömm	tonn
0,65 kg	
	0,055 tonn
5401 kg	
802 kg	
	0,007 tonn

Nr. 5.16

Nemendur breyta kg í tonn og öfugt. Hér á að forðast að nemendur noti „páfagaukareglur“ eins og „að flytja kommuna um þrjú sæti“. Betra er að útskýra fyrir nemendum að eitt tonn samsvari 1000 kg.

▶ Bls. 9

Nr. 5.17

Nemendur eiga að reikna út hvað $\frac{1}{4}$ af 1 kg er mikið. Rétt er að hvetja þá til að brjóta heilann um þetta. Það getur verið hjálp í því að skoða talnalínurnar tvær sem eru á blaðsíðunni. Ef til vill geta nemendur fyrst fundið hve mörg grömm eru í hálfu kílógrammi.

Nr. 5.18

Nemendur finna brotið af 1 kg eða 2 kg og skrá það sem grömm. Gott er að nota talnalínuna til hjálpar.

Nr. 5.19

Nemendur finna brotið af þeim fjölda kílóa sem spurt er um. Gott er að nota talnalínuna til hjálpar.

Nr. 5.20

Nemendur finna brotið. Kennari bendir þeim á að stytta brotið $\frac{10}{30}$ í $\frac{1}{3}$ þótt bæði svörin séu rétt.

Nr. 5.21

Nemendur finna brotið. Hér er líklega auðveldast að spyrja hve oft 2,5 gengur upp í 10. Svarið er 4 þannig að bakaríið notar einn fjórða hluta af hveitinu á hverjum degi. Ef einhverjir nemendur stinga upp á svarinu 2,5 tíundu hlutar þá er það raunar rétt svar en í almennu broti er venjan að nota heilar tölur. Því er rétt að benda nemendum á að stytta eða lengja brotið.

5.17 Adam þarf $\frac{1}{4}$ af 1 kg af smjöri.
Hvað þarf hann mörg grömm?

5.18 Hvað eru þetta mörg grömm?

a $\frac{1}{10}$ af 1 kg **c** $\frac{3}{10}$ af 1 kg **e** $\frac{7}{10}$ af 1 kg **g** $\frac{5}{10}$ af 2 kg

b $\frac{5}{10}$ af 1 kg **d** $\frac{9}{10}$ af 1 kg **f** $\frac{6}{10}$ af 1 kg **h** $\frac{1}{10}$ af 2 kg

5.19 Hvað eru þetta mörg grömm?

a $\frac{1}{4}$ af 1 kg **c** $\frac{3}{4}$ af 1 kg **e** $\frac{1}{2}$ af 10 kg **g** $\frac{3}{4}$ af 8 kg

b $\frac{2}{4}$ af 1 kg **d** $\frac{1}{2}$ af 4 kg **f** $\frac{1}{4}$ af 8 kg **h** $\frac{3}{4}$ af 12 kg

5.20 Ásta þarf 10 kg af sykri úr sekk sem er 30 kg á þyngd.
Hvað þarf hún stóran hluta af sekknum?

5.21 Hólabakarí þarf um það bil 2,5 tonn af hveiti á mánuði í brauð.
Hve stór hluti er það af bílfarmi sem er 10 tonn?

Auðveldari verkefni

Nemendur æfa lestur á talnalínu sem skipt hefur verið í tíundu hluta, aðra sem skipt hefur verið í hundraðshluta og þúsundustu hluta. Nota má lengdarmál í stað þyngdarmáls ef til vill tíundu hluta á reglustiku (1 mm = $\frac{1}{10}$ cm) og hundraðshluta á tommustokk (1 cm = $\frac{1}{100}$ m).

Sjá einnig notkun cuisenaire-kubba í kaflanum Raunverkefni hér á eftir en það verkefni hjálpar til við að gera verkefnin á bls. 9 áþreifanleg.

Meiri þjálfun í að breyta einni mælieiningu í aðra

Í stað verkefna á bls. 9 má fá einhverjum nemendum verkefnablað 6.76 (*Að lesa af talnalínunni*). Þar eru fleiri æfingar í að breyta einni mælieiningu í aðra og talnalínan er notuð sem hjálpartæki.

Erfiðari verkefni

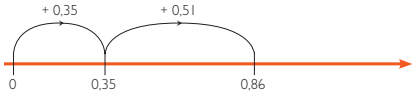
Fyrstur upp í 5 kg (spil)

Búnaður: Tveir teningar hvor í sínum lit, tóm talnalína eða ef til vill talnalína frá 0–2 sem skipt hefur verið í tíundu hluta og hundraðshluta (verkefnablað 6.27 (*Talnalínur*) í verkefnahefti Stiku 2a).

Nemendur kasta tveimur teningum til skiptis. Ákveða þarf fyrir fram hvor teningurinn táknar tíundu hluta og hvor hundraðshluta. Gott er að hugsa í kílógrömmum. Leikmenn byrja í 0 á talnalínunni. Þeir flytja sig áfram um eins mörg kíló og teningurinn segir til um. Sá vinnur sem er á undan að komast upp í 2 kg.

Auðveldara afbrigði er að nota venjulega talnalínu með tíundu hlutum og hundraðshlutum.

Dæmi. Rauður teningur sýnir 3 og blár sýnir 5. Leikmaður hefur þar með fengið 0,35 kg og merkir það á tóma talnalínu. Í næsta kasti fær þessi leikmaður 5 á rauða teningnum og 1 á þeim bláa. Hann á þá að flytja sig áfram um 0,51 kg frá 0,35 og endar þá í 0,86 kg.



Raunverkefni

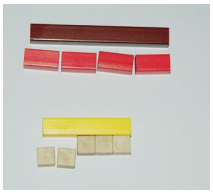
Skrifa þyngdarmál milli 3 hg og 4 hg

Nemendur skrá þyngdarmál, sem er milli 3 hg og 4 hg, á lítil spjöld. Síðan eiga nemendur að koma upp að töflu og stilla sér í röð eftir stærð talnanna sem þeir skráðu á spjöldin.

Að gera verkefnin áþreifanleg með cuisenaire-kubbum

Búnaður: Cuisenaire-kubbar.

Gott er að nota þessa kubba til að gera verkefnin á bls. 9 sýnilegri.



Dæmi um verkefni:

- Hvað er guli kubburinn stór hluti af appelsínugula kubbnum? ($\frac{1}{2}$.)
- Hvað er rauði kubburinn stór hluti af appelsínugula kubbnum? ($\frac{1}{5}$.)
- Hvað er hvíti kubburinn stór hluti af appelsínugula kubbnum? ($\frac{1}{10}$.)
- Ef appelsínuguli kubburinn væri 1 kg á þyngd – hvað væri guli kubburinn þá þungur? (0,5 kg.)
- Finnið brúna kubbinn. Hvaða kubbur er $\frac{1}{4}$ af lengd þess brúna? Með öðrum orðum: Hvaða kubbur er jafn langur og brúni kubburinn þegar fjórir slíkir kubbar liggja í röð hlið við hlið? (Rauði kubburinn.)
- Ef brúni kubburinn væri 1 kg á þyngd – hvað væri rauði kubburinn þá þungur? (250 g.)
- Ef lengsti kubburinn (sá appelsínuguli) væri 1 kg á þyngd – hvað mundu þá hinir kubbarnir vega hver um sig?

Hugmyndir að fleiri verkefnum:

- Nemendur tákna eftirfarandi brot með kubbunum: $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{6}$.
- Ef heildin er 1 kg – hvaða þyngd tákna þá brotin hér fyrir ofan?

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur tugabrota – uppsett dæmi
- Breyta einni mælieiningu í aðra, þ.e. g, hg og kg.

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 10

Sýnidæmi

Kennari og nemendur ræða saman um aðferðirnar tvær við að leggja saman tölurnar sem settar eru upp þannig að hver tala sé undir annarri. Leggið sérstaka áherslu á að tölustafirnir, sem hafa sama sætisgildi, eru lagðir saman sérstaklega: Tíundu-hlutarnir eru lagðir saman, síðan eru einingarnar lagðar saman. Þá kemur fram hversu mikilvægt það er að skrifa hvern tölustaf í rétt sæti þegar dæmið er sett upp. Þannig verður auðveldara að leggja saman rétta tölustafi. Sýnið nemendum hvað gerist ef þessa er ekki gætt:

- *Hve margir eru tíundu hlutarnir í tölunni 1,8? (8.)*
- *Hve margir tíundu hlutar eru í tölunni 2,4? (4.)*
- *Hve margir eru þá tíundu hlutarnir samtals? (8 + 4 = 12 sem samsvarar 1 heilum og 2 tíundu hlutum.)*

Nr. 5.22–5.25

Nemendur reikna samlagningardæmin. Þeir setja dæmin upp, eins og sýnt er í nemendabók, og leggja síðan saman. Í mörgum dæmanna er farið yfir tug. Margar talnanna eru þriggja stafa og fjögurra stafa og þá hentar vel að setja dæmin upp á hefðbundinn hátt.

Nr. 5.26

Nemendur eiga að breyta öllu máli í þessu verkefni í kílógrömm og leggja síðan saman. Biðjið þá að leggja stundum saman í grömmum og stundum í hektógrömmum en breyta svörunum í lokin í kílógrömm. Sumir nemendur líta á hvert tugabrot sem tvær tölur sem aðskildar eru með kommu. Þessi æfing getur einmitt hjálpað þeim að hugsa um tugabrot sem eina tölu.

Samlagning og frádráttur

Sýnidæmi

Hve mikinn sykur eiga þau samtals?

1 + 2 = 3
0,8 + 0,4 = 1,2
3 + 1,2 = 4,2

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1}\\ 1{,}8\\ +\ 2{,}4\\ \hline 4{,}2 \end{array}$$

Reiknaðu dæmin.

5.22

a	b	c	d
2,4 + 3,3	4,5 + 3,3	6,2 + 2,4	1,3 + 6,8

5.23

a	b	c	d
12,3 + 41,5	15,5 + 21,8	81,9 + 32,4	42,5 + 7,6

5.24

a 2,51 + 5,33	c 8,91 + 12,79	e 13,04 + 18,24
b 3,55 + 4,82	d 16,45 + 2,47	f 17,14 + 5,29

5.25

a 22,7 + 7,31	c 10,04 + 10,4	e 35,27 + 8,3
b 0,81 + 2,5	d 7,6 + 19,16	f 8,39 + 5,09

5.26 Skráðu í kílóum og reiknaðu síðan dæmin.

a 1300 g + 350 g	c 6,7 hg + 2800 g	e 47,9 hg + 7090 g
b 580 g + 3400 g	d 3,60 hg + 3900 g	f 5900 g + 7,8 hg

5.27 Hvaða tölur vantar?

a	b	c	d
15,8 + □,□ = 30,0	□□,□ + 50,3 = 100,0	2□,4 + □5,□ = 39,8	12,7 + □6,□ = 49,5

Nr. 5.27

Nemendur finna út hvaða tölur eiga að vera í lituðu reitunum þannig að dæmin verði rétt.

Gott er að rifja rækilega upp þessa blaðsíðu með nemendum þegar vinnu við hana er lokið. Þá þarf að beina athygli þeirra sérstaklega að sætisgildinu og hvernig skipta má 10 tíundu hlutum í 1 einingu og 10 einingum í 1 tug.

- *Hve margir tíundu hlutar eru samtals í dæmi 5.24b? (5 + 8 = 13.)*
- *Hvernig er svarið skrifað? (Við skiptum 10 tíunduhlutum í 1 einingu; þá eigum við eftir 3 tíundu hluta sem skráðir eru í tíundahlutasætið.)*
- *Hvað eru einingarnar þá margar? (3 + 4 = 7 plús 1 eining frá tíundu hlutunum, samtals 8 einingar.)*

▶ Bls. 11

Sýnidæmi

Kennari fer vel og rækilega í gegnum hina hefðbundnu reikningsaðferð að þessu sinni með sérstakri áherslu á að að taka til láns. Sama grundvallarreglan er notuð í öllum sætum tugakerfisins: Einum er skipt í tíu hluta. Þetta á við þegar einu hundraði er skipt í tíu tugi og þegar einum tug er skipt í tíu einingar. Þetta á einnig við þegar einni einingu er skipt í tíu tíundu hluta og þegar einum tíunda hluta er skipt í tíu hundraðshluta o.s.frv.

Nr. 5.28

Nemendur eiga að finna mismuninn á þyngdinni. Best er að þeir geri það með því að setja dæmin upp eins og í sýnidæminu. Ef einhverjir nemendur leysa þessi verkefni á annan hátt er það auðvitað í lagi en rétt er að

Sýnidæmi

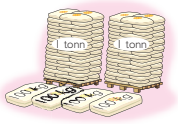
Á vörubrettunum eru hveitisekkir.
Hver er mismunurinn á þyngd þeirra?

$$\begin{array}{r} {}^{10} \\ 4,\not{5}5 \\ -\ 2,19 \\ \hline 2,36 \end{array}$$

Við skiptum einum tíunda hluta í tíu hundraðshluta.

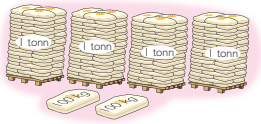
5.28 Reiknaðu mismuninn á þyngdinni.

a



b

c



Reiknaðu dæmin.

5.29

a 5,5	**b** 5,8	**c** 12,6	**d** 15,0
− 2,2	− 3,6	− 9,5	− 3,8

5.30

a 9,76	**b** 29,75	**c** 22,73	**d** 75,30
− 3,55	− 16,94	− 9,57	− 43,88

5.31 Skrifaðu í kílógrömmum og reiknaðu síðan.

a 1530 g – 3,40 hg **c** 7655 g – 13,62 hg **e** 98 hg – 5007 g
b 63 hg – 450 g **d** 3567 g – 21,07 hg **f** 24,7 hg – 2039 g

biðja þá að gera góða grein fyrir hvernig þeir hugsa og hvers vegna svarið er rétt.

Nr. 5.29–5.30

Nemendur setja frádráttardæmin upp, eins og sýnt er í bókinni, og reikna þau.

Nr. 5.31

Nemendur breyta þyngdarmálinu í kg og finna því næst mismuninn.

Hvetja má nemendur, eins og í verkefni 5.26, til að breyta tölunum í grömm eða hektógrömm, reikna síðan dæmin og breyta svarinu í kíló í lokin. Nemendur munu komast að raun um að ekki skiptir máli fyrir svarið hvar komman er staðsett þegar þeir draga frá.

Auðveldari verkefni

Séu nemendur vanir að reikna með því að hoppa á talnalínu geta þeir notað þá aðferð þar sem um er að ræða tveggja og þriggja stafa tölur. Ef tölustafirnir eru fleiri (einkum þar sem hundraðshlutar koma við sögu) er rétt að hvetja þá til að nota hina skriflegu, hefðbundnu reikningsaðferð. Leggja þarf mikla áherslu á að útskýra hvernig tekið er til láns – og nota ef til vill áþreifanleg hjálpargögn til þess. Ef nemendur hafa þetta ekki alveg á valdi sínu geta þeir ef til vill unnið einhver verkefni í kafla 3 í Stiku 2a.

Meiri þjálfun í tíundu hlutum

Á verkefnablöðum 5.66 og 5.67 (*Tíundu hlutar á talnalínu 1* og 2) í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri tiltölulega einföld æfingaverkefni þar sem tíundu hlutar koma við sögu.

Samtals heil tala

Á verkefnablaði 5.75 (*Samtals heil tala*) í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri verkefni þar sem leggja á saman tugabrot og fá út heila tölu.

Hvað kosta vörurnar?

Á verkefnablaði 5.83 (*Hvað kosta vörunar?*) í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri uppsett dæmi þar sem leggja á saman tugabrot. Þessi dæmi eru tengd peningum og nota má peninga og 50 aura sem hjálpartæki. Á verkefnablaði 5.84 (*Myntir*) í sama verkefnahefti má klippa út 50 aura pappamyntir. Í þessum dæmum eru bara tölustafirnir 5 eða 0 í tíundahlutasætinu.

Erfiðari verkefni

Talnaþrautir með tugabrotum

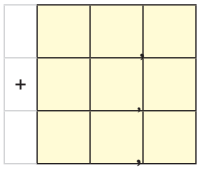
Á verkefnablöðum 6.38a–b (*Hve langt fer lestin?* og *Hve miklir peningar?*) í verkefnahefti Stiku 2a eru heilabrot þar sem nemendur þurfa að nota samlagningu og frádrátt með tugabrotum til að finna svörin.

Töfraþríhyrningar

Nemendur fylla út verkefnablað 6.48 (*Töfraþríhyrningar með tugabrotum*) í verkefnahefti Stiku 2a. Lausnir þrautanna felast í að summa tveggja talna í hornunum á að vera jöfn tölunni í hringnum milli hornanna.

Raunverkefni

Hæsta summan (spil)



Búnaður: Teningur eða spil (án tíu og mannspila).

Leikmenn spila saman í hópum eða pörum. Hver leikmaður býr til rúðunet eins og þetta:

Eftir sex köst hvers leikmanns hafa þeir fyllt út í alla reiti. Nú leggja þeir saman tölurnar tvær. Sá vinnur sem er með hæstu summuna.

Niðurtalning (spil)

Búnaður: Tveir teningar.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Báðir skrifa tölurnar 0,99 á blað. Leikmaður 1 kastar tveimur teningum og notar tölurnar, sem upp koma, til að búa til tölu sem er minni en 1 en með tveimur aukastöfum. Leikmaðurinn dregur þessa tölu frá 0,99. Sá tapar sem getur ekki búið til tölu sem er minni en talan hans hverju sinni.

Viðfangsefni

- Fyrstu skref í algebru: Jöfnur
- Tengsl reikniaðgerðanna fjögurra, hugareikningur

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 12

Verkefni þessi, þrautir úr hversdagslífinu, þjálfa nemendur í að leysa jöfnur. Nemendur kynnast tákninu x sem kemur í stað óþekktrar tölu. Þessi verkefni eru góðar foræfingar áður en nemendur taka til við jöfnureikninginn í næstu bekkjum. Til að nemendur geti skilið jöfnur er nauðsynlegt að þeir geti skilið jöfnumerkið sem svo að „jafn mikið er beggja megin við jöfnumerkið“. Það merkir að ekki skiptir máli hvorum megin jöfnumerkisins tölurnar standa. Í dæminu 17 = 9 + 8 merkir jöfnumerkið hið sama og í dæminu 9 + 8 = 17. Tekið skal fram að ekki er ætlast til að nemendur læri reglur til að leysa jöfnur.

Nr. 5.32

Nemendur finna þyngdina á „óþekkta pokanum“. Þeir leysa þetta með aðferðum sem þeir kjósa sjálfir. Kennari fylgist með og biður þá að útskýra þær hver fyrir öðrum. Yfirleitt er um tvær lausnaleiðir að ræða:

1. Maður reiknar út hve mikið er þeim megin við jöfnumerkið sem x er ekki. Síðan finnur maður út hve miklu þarf að bæta við pokann, sem þekktur er, til að jafnt verði beggja megin við jöfnumerkið. Verkefni a er þá leyst þannig: „Hve mikið þarf ég að bæta við 15 til að þyngdin verði 100?“
2. Maður dregur frá pokann (eða pokana) sem þekktur er x-megin þannig að x-ið standi eitt eftir. Í þessu dæmi er 15 dregið frá öðrum pokanum báðum megin. Þá verður x eitt eftir öðrum megin og 50 + 35 = 85 grömm hinum megin.

Nokkrir nemendur munu því hugsa dæmið sem frádrátt en aðrir sem samlagningu. Dæmið hentar því vel til að sýna fram á tengslin milli samlagningar og frádráttar. Jafnframt eflist færni nemenda í hugareikningi.

Nr. 5.33–5.35

Nemendur finna hvaða tölu x táknar. Miklu skiptir að nemendur finni sjálfir sínar lausnaleiðir. Þeir geta giskað á svarið og athugað síðan hvort jafn mikið er báðum megin við jöfnumerkið. Kennari þarf að stuðla að því að nemendur miðli aðferðum sínum til annarra nemenda. Mikilvægt er að sýna fram á að leysa má verkefnin á marga vegu en passa að jafn mikið sé báðum megin við jöfnumerkið.

▶ Bls. 13

Á þessari blaðsíðu eru þrautalausnaverkefni. Því er rétt að kennari forðist að segja nemendum hvernig þeir geti leyst verkefnin heldur leyfi þeim að finna eigin aðferðir til þess.

Nr. 5.36

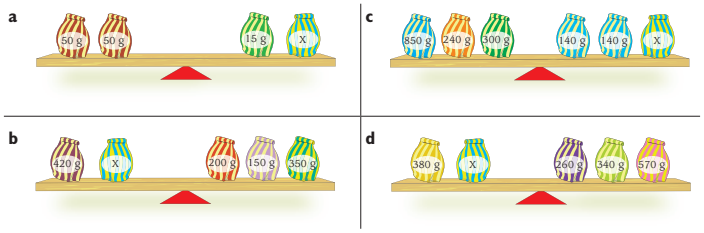
Nemendur finna út hvað hver kassi hlýtur að vega til þess að þeir vegi samtals það sem upp er gefið. Allir kassarnir í hverju dæmi vega jafn mikið. Ef til vill er auðveldast að deila en einhverjir nemendur nota ágiskun og ganga síðan úr skugga um hvort svarið er rétt. Þá giska þeir á þyngd eins kassa, leggja saman þyngd allra kassanna eða margfalda til að ganga úr skugga um hvað þeir vega samtals. Sé svarið rangt verða þeir að breyta ágiskun sinni og reyna aftur.

Í verkefnum á þessari blaðsíðu munu einhverjir nemendur deila en aðrir munu nota samlagningu eða margföldun. Það gefur gott tækifæri til að sýna hvernig þessar reiknings-aðgerðir tengjast: Ef 1500 : 5 er 300 hlýtur 300 • 5 að vera 1500.

Jafn þungt – jöfnur

Jafna kallast það þegar tvær stærðir eru sín hvorum megin við jöfnumerki og eru jafn stórar, t.d. 2 + 3 = 4 + 1 eða 2 + x = 5.

5.32 Hve mikið er í x-pokanum?

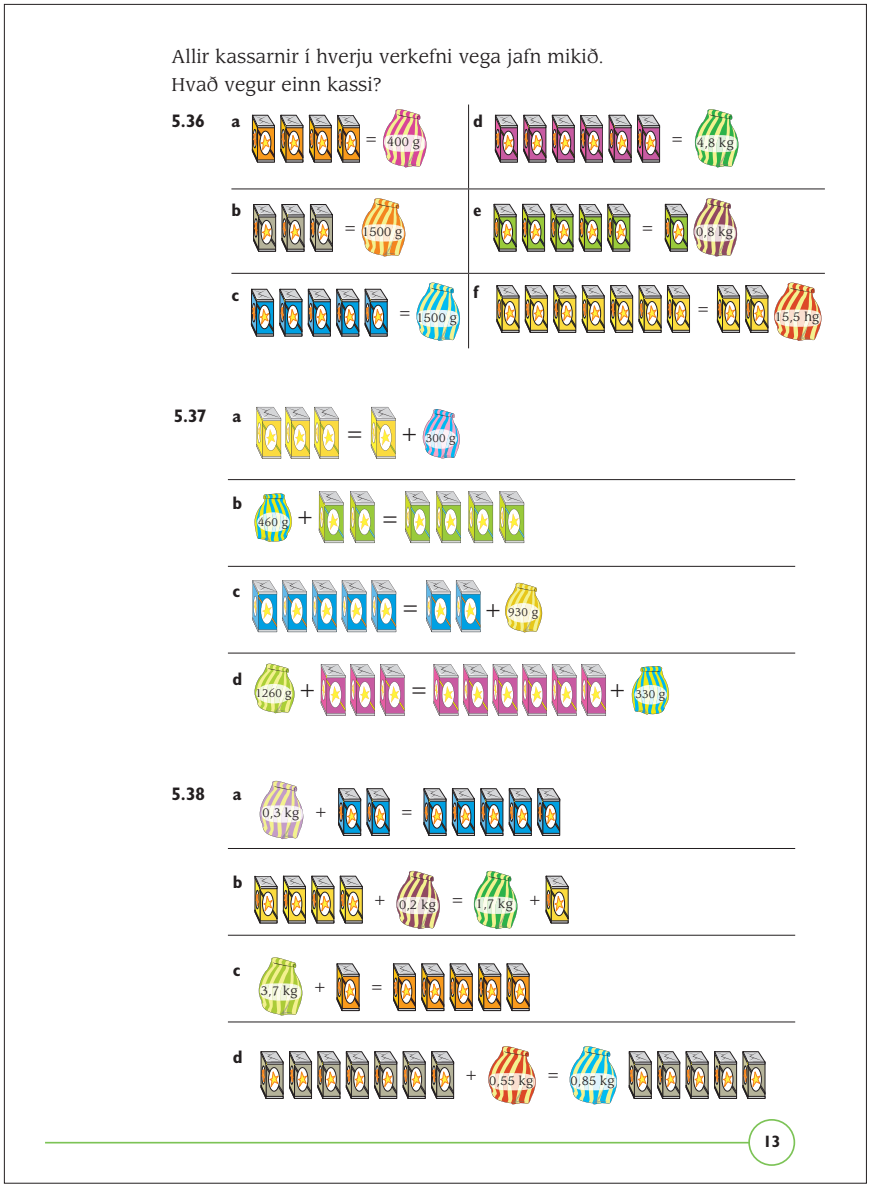


Hvaða tölu táknar x?

5.33
- **a** 10 + 20 = 9 + *x*
- **b** 50 + 10 = *x* + 30
- **c** 120 + *x* = 200 + 20
- **d** 300 + *x* = 400 + 50
- **e** *x* + 520 = 260 + 440
- **f** 980 + 420 = *x* + 500

5.34
- **a** 20 + 25 = 10 + *x*
- **b** 65 + 15 = *x* + 45
- **c** 230 + *x* = 310 + 40
- **d** 550 + *x* = 410 + 230
- **e** *x* + 820 = 1260 + 670
- **f** 3220 + 460 = *x* + 2500

5.35
- **a** 0,3 + 0,2 = 0,1 + *x*
- **b** 0,9 + 0,5 = *x* + 1,0
- **c** 0,15 + *x* = 0,30 + 0,25
- **d** 0,45 + *x* = 4,30 +0,35
- **e** *x* + 5,30 = 2,80 + 3,65
- **f** 0,780 + 0,650 = *x* + 0,550



Nr. 5.37 og 5.38

Nemendur nota upplýsingarnar og finna þyngd kassanna. Hér á einnig við að nota má fleiri en eina aðferð til að finna lausnina. Nemendur prófa sig því áfram á eigin spýtur. Líklega er auðveldast að fjarlægja fyrst jafn margar öskjur báðum megin við jöfnumerkið. Í dæmi 5.37a verður hugsunin þá sú að úr því að einn kassi er líka hægra megin hljóta tveir kassanna vinstra megin að vega jafn mikið og pokinn, þ.e.a.s. 300 g.

Auðveldari verkefni

Gott er að nemendur vinni saman að verkefnum á opnunni. Kennari þarf að meta hvort síðasta verkefnið á bls. 13 hentar fyrir alla nemendur.

Erfiðari verkefni

Meiri þjálfun í x-verkefnum

Á verkefnablaði 6.90 (*X með cuisenaire-kubbum*) eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga að finna hvaða tölu x táknar.

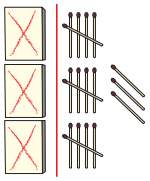
Giska á reiknireglu (spil)

Þetta spil er fyrir nemendur sem hafa skilið hvernig finna má x. Til að ráða við spilið þurfa þeir að hafa skilið hvað t.d. 3x þýðir. Því getur verið gott að láta þá vinna fyrst verkefnið „Hvað er x-ið?“ í kaflanum Raunverkefni hér á eftir. Spilinu „Giska á reiknireglu“ er lýst á bls. 32.

Raunverkefni

Hvað er x-ið?

Verkefnin á þessari opnu eru að mörgu leyti eins konar forsmekkur að jöfnum og algebru sem nemendur munu fást við síðar. Þess vegna er hér gerð tillaga um verkefni, sem byggist á leik og athugun þar sem x er kynnt sem tákn fyrir óþekkta tölu. Verkefnið er gert áþreifanlegt með því að nota eldspýtur eða kubba. Kennari setur eldspýtur og eldspýtnastokka á myndvarpann þannig:

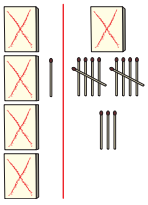


Strikið milli eldspýtnastokka og eldspýtna samsvarar jöfnumerkinu (=). Það merkir að alltaf eiga að vera jafn margar eldspýtur hvorum megin við strikið. Nemendur fá þær upplýsingar að eldspýturnar í hverjum x-stokki séu alltaf jafn margar. Þeir eiga að finna fjölda eldspýtna í hverjum stokki. Einnig má byrja á einföldu dæmi með því að setja einn x-stokk öðrum megin við strikið og fimm eldspýtur hinum megin.

- Hve margar eldspýtur eru í x-stokknum? (Fimm, ef jafnt á að vera báðum megin.)
- Síðan getur kennari sett tvo stokka öðrum megin og t.d. 12 eldspýtur hinum megin. Nú spyr hann nemendur hvernig þeir finna svarið.

Ef stærri tölur eru teknar fyrir má leggja hrúgu af eldspýtum öðrum megin og segja að þær séu t.d. 56. Síðan eru 7 eldspýtnastokkar settir hinum megin. Hve margar eldspýtur eru í hverjum stokki? Það yrði mjög seinlegt að telja allar eldspýturnar og skipta hverri og einni á stokkana. Þess vegna þurfa nemendur að nota þá þekkingu sem þeir hafa þegar til að bera, nefnilega þá að 7 sinnum 8 er 56.

- Hvað væru margar eldspýtur í hverjum stokki ef það væru tveir eldspýtnastokkar og tvær lausar eldspýtur öðrum megin og 14 eldspýtur hinum megin? (6.)



- Hve margar eldspýtur eru nú í hverjum x-stokki? (4.)

Auðveldara er að sjá svarið ef einungis lítið er fjarlægt í einu, t.d. stöku eldspýtuna vinstra megin og þá um leið eina eldspýtu hægra megin.

Viðfangsefni

- Raunverulegar mælingar á rúmmáli
- Breyta einni rúmmálseiningu í aðra, þ.e. úr og í ml, cl, dl og l
- Áætla rúmmál ýmissa íláta
- Að lesa af talnalínunni
- Að finna brot af heilum lítra

Búnaður

- Talnalína 0–0,35 (ljósritunarblað 2 (*Talnalínur*) aftast í þessari bók

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 14

Samræðumynd

Kennari og nemendur rifja upp hinar ýmsu rúmmálseiningar.

- *Hve mikið er einn millilítri?*
- *Hve mikið er einn lítri? Er eitthvert ílát hér í kennslustofunni sem tekur um það bil einn lítra?*
- *Hve mikið er einn desilítri? Hve mikið er einn desilítri í samanburði við einn lítra?*
- *Teskeið tekur um það bil 10 ml. Hvað er það í lítrum? (0,01 lítri.)*
- *Í stórri flösku eru 15 dl. Hvernig er það skrifað í lítrum? (1,5 lítri.)*
- *En í sentilítrum? (150 cl.)*

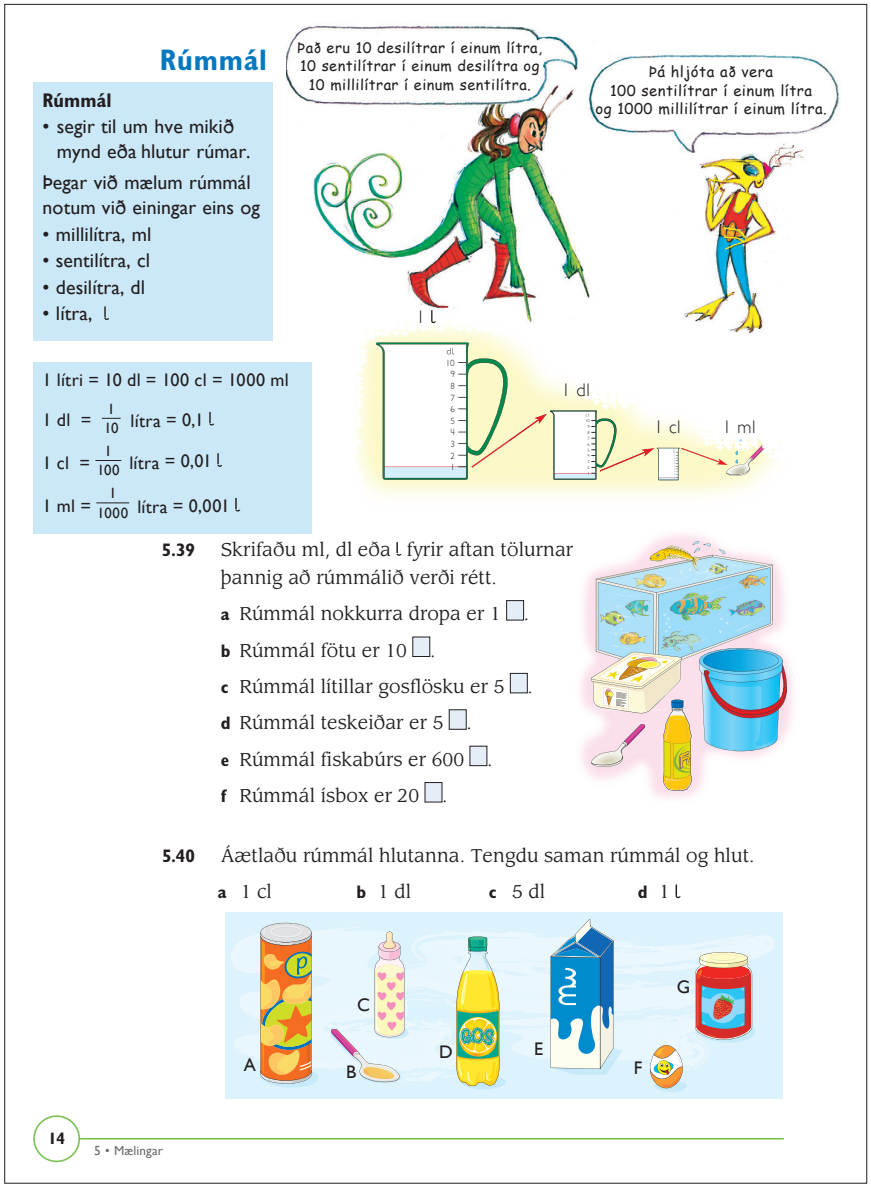
Nr. 5.39

Nemendur eiga að skrifa rétta mælieiningu við málið sem gefið er upp. Gott er að þeir læri nokkrar stærðir til viðmiðunar, t.d. að venjuleg mjólkurferna tekur 1 lítra en mjólkurglas um það bil 1,5 dl. Þennan fróðleik geta nemendur notað seinna til samanburðar þegar þeir eiga að áætla magn.

Nr. 5.40

Nemendur segja til um hvaða hlutir á myndinni taka um það bil 1 cl, 1 dl, 5 dl og 1 *l*.

Nemendur áætla rúmmál annarra íláta úr hversdagslífinu.



Rúmmál

Rúmmál
- segir til um hve mikið mynd eða hlutur rúmar.

Þegar við mælum rúmmál notum við einingar eins og
- millilítra, ml
- sentilítra, cl
- desilítra, dl
- lítra, l

Það eru 10 desilítrar í einum lítra, 10 sentilítrar í einum desilítra og 10 millilítrar í einum sentilítra.

Þá hljóta að vera 100 sentilítrar í einum lítra og 1000 millilítrar í einum lítra.

1 l

1 dl

1 cl

1 ml

1 lítri = 10 dl = 100 cl = 1000 ml

1 dl = $\frac{1}{10}$ lítra = 0,1 l

1 cl = $\frac{1}{100}$ lítra = 0,01 l

1 ml = $\frac{1}{1000}$ lítra = 0,001 l

5.39 Skrifaðu ml, dl eða l fyrir aftan tölurnar þannig að rúmmálið verði rétt.

a Rúmmál nokkurra dropa er 1 ☐.

b Rúmmál fötu er 10 ☐.

c Rúmmál lítillar gosflösku er 5 ☐.

d Rúmmál teskeiðar er 5 ☐.

e Rúmmál fiskabúrs er 600 ☐.

f Rúmmál ísbox er 20 ☐.

5.40 Áætlaðu rúmmál hlutanna. Tengdu saman rúmmál og hlut.

a 1 cl **b** 1 dl **c** 5 dl **d** 1 l

A B C D E F G

14 5 • Mælingar

Athugið: Margir af þessum hlutum taka mjög mismikið þannig að rétt er að ganga úr skugga um hve mikið þeir taka með því t.d. að hella í þá vatni (eða baunum, makkarónum eða öðru) úr mæliglasi.

Hve mikið rúmast í

- *litlum kaffibolla (um það bil 1 dl)*
- *krukku (um það bil 2,5 dl/fjórðungur úr lítra)*
- *stórri gosflösku (1,5 l)*
- *eldspýtnastokki (u.þ.b. 3 cl)*
- *stóru nestisboxi (u.þ.b. 1 lítri)*
- *yddara (u.þ.b. 5 cl)*
- *fótbolta (bolti nr. 3 rúmar 3 lítra, bolti nr. 4 rúmar 4 lítra og bolti nr. 5, sem fullorðnir nota, rúmar 5 lítra.)*

▶ Bls. 15

Nr. 5.41

Nemendur lesa af talnalínunni og skrifa tölurnar sem desilítra. Kennari forðast að útskýra þetta með því að „flytja kommuna um eitt sæti“ en leggur hins vegar áherslu á að 10 dl séu jafnt og 1 lítri. Nemendur geta skráð svörin bæði í desilítrum og sentilítrum:

A = 0,5 dl = 5 cl

Nr. 5.42

Nemendur lesa af talnalínunni og skrifa tölurnar í lítrum.

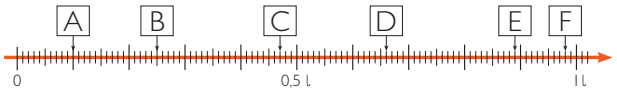
Nr. 5.43

Nemendur teikna talnalínu eða nota ljósritunarblað 2 (*Talnalínur*) aftast í þessari bók. Þeir breyta tölunum í lítra og merkja þær á rétta staði á talnalínunni.

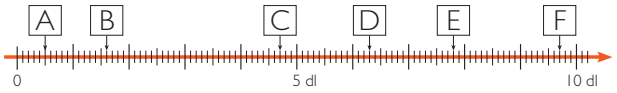
Nr. 5.44

Nemendur skrifa töflurnar upp og skrá tölurnar sem vantar. Sama málið á að vera í hverri röð. Kennari reynir

5.41 Lestu af talnalínunni. Skráðu punktana sem desilítra.



5.42 Lestu af talnalínunni. Skráðu punktana sem lítra.



5.43 Teiknaðu talnalínu eins og þessa.

Merktu þessa punkta á talnalínuna:

A = 3,2 dl	C = 200 ml	E = 18 cl
B = 10 cl	D = 0,55 dl	F = 270 ml

5.44 Teiknaðu töflurnar og fylltu út í tómu reitina.

a

millilítrar	sentilítrar	desilítrar	lítrar
1000 ml	100 cl		
	20 cl		
		4,5 dl	
			0,58 l

b

millilítrar	sentilítrar	desilítrar	lítrar
	765 cl		
			0,087 l
		2,45 dl	
655 ml			

Hve margir desilítrar?

5.45 **a** $\frac{5}{10}$ af 1 l **c** $\frac{3}{10}$ af 1 l **e** $\frac{4}{10}$ af 2 l **g** $\frac{8}{10}$ af 2 l

b $\frac{6}{10}$ af 1 l **d** $\frac{7}{10}$ af 1 l **f** $\frac{1}{10}$ af 3 l **h** $\frac{9}{10}$ af 3 l

5.46 **a** $\frac{1}{2}$ af 1 l **c** $\frac{3}{4}$ af 1 l **e** $\frac{1}{4}$ af 2 l **g** $\frac{3}{4}$ af 3 l

b $\frac{1}{2}$ af 10 l **d** $\frac{3}{4}$ af 10 l **f** $\frac{1}{4}$ af 20 l **h** $\frac{3}{4}$ af 30 l

að koma í veg fyrir að nemendur noti „páfagaukareglu“ þegar þeir breyta um mælieiningu eins og t.d. „að flytja kommuna“. Hann leggur frekar áherslu á að útskýra hvers vegna breytingin frá einni einingu í aðra er eins og raun ber vitni: 10 cl eru í hverjum desilítra og 1000 ml eða 10 dl í hverjum lítra. Uppgötvi einhverjir nemendur að niðurstaðan er sú sama ef þeir flytja kommuna þá er það auðvitað í besta lagi.

Nr. 5.45–5.46

Nemendur breyta brotunum í dl.

Auðveldari verkefni

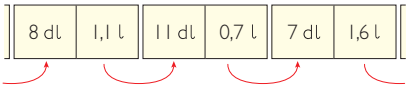
Nemendur framkvæma raunverulegar mælingar. Nemendur, sem hafa litla reynslu af slíku, geta haft mikið gagn af því að fá að vinna með þeim sem eru sterkari á svellinu í þessum efnum, sjá kaflann Raunverkefni hér á eftir.

Til að gera verkefni 5.45 og 5.46 áþreifanlegri má nota cuisenaire-kubba, sjá í kaflanum Raunverkefni á bls. 9.

Mælingardómínó – rúmmál (spil)

Kennari og nemendur útbúa dómínóspjöld þar sem annar helmingur hvers spjald sýnir t.d. sentilítra en hinn helmingurinn lítra. Í spilinu fá nemendur viðbótarþjálfun í að breyta úr einni mælieiningu í aðra.

Nota má tilbúin dómínóspjöld á verkefnablöðum (6.78–6.80 *Mælingardómínó – rúmmál 1–3*). Gott er að plasta spjöldin áður en þau eru klippt út.



Erfiðari verkefni

Þrautalausnir

Nemendur spreyta sig á heilabrotum um mælingar og rúmmál, sjá verkefnablað 6.81 (*Í bláberjamó*).

Raunverkefni

Rúmmálsmælingar í öðrum námsgreinum

Kennari getur notað tækifærið til að láta nemendur framkvæma raunverulegar mælingar í tengslum við aðrar námsgreinar. Rúmmál (og þyngd) eru mikið notuð í heimilisfræði og náttúrufræði.

Rúmmálskeppni

Búnaður: 10–15 box og önnur ílát í ýmsum stærðum, formum og í mismunandi hæð. Vatn, lítil vaskaföt til að safna vatni í og desílítramál, tafla (ljósritunarblað 1 (*Ágiskun og mæling – tafla*)) aftast í þessari bók.

Nemendum er skipt í 3–4 manna lið. Öll ílátin eru merkt með númeri sem límt er á þau og þeim er raðað af handahófi þannig að allir nemendur geta séð þau. Liðin raða nú ílátunum í röð með því að skrá niður tölu hvers íláts frá því sem rúmar minnst til þess sem rúmar mest. Þegar því er lokið eiga liðsmenn að giska á hve mikið hvert ílát rúmar.

Síðan dreifir kennari ílátunum á liðin og biður þau að mæla rúmmál hvers þeirra. Liðin skrá smám saman númer hlutarins og niðurstöðu mælingar á skólatöfluna.

Þegar öll málin hafa verið skráð reikna liðin mismun á ágiskun og hinu rétta máli. Þetta er einnig skráð í svipaða töflu, t.d. eins og þá sem er á ljósritunarblaði 1 (*Ágiskun og mæling – tafla*) aftast í þessari bók.

Hlutur nr.	Rúmmál ágiskun	Rúmmál mæling	Mismunur

Að lokum leggur hvert lið saman mismuninn á áætluðu rúmmáli allra ílátanna og hinu rétta máli. Liðið, sem er með lægstu summuna, vinnur.

Viðfangsefni

- Að reikna flatarmál marghyrninga og yfirborðs flatarmál margflötunga

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 16

Upprifjun á eftirfarandi skilgreiningum:

Marghyrningur: Lokuð, tvívíð flatarmynd sem afmarkast af beinum hliðum, t.d. þríhyrningur, ferhyrningur, fimmhyrningur o.s.frv. Brúnir hyrninga kallast hliðar.

Margflötungur: Þrívíður hlutur eða rúmmynd sem afmarkast af sléttum flötum (marghyrningum), t.d. píramídi, teningur og aðrir strendingar. Brúnir margflötunga kallast hliðarbrúnir.

Teningur: Strendingur sem afmarkast af sex ferningslaga flötum sem eru allir jafn stórir.

Píramídi: Margflötungur þar sem grunnflöturinn er marghyrningur. Allir hliðarfletirnir eru þríhyrningar sem koma saman í topppunktinum.

Kúla: Allir punktar á yfirborði kúlunnar (á radíus hennar) eru jafn langt frá miðju hennar. Segja má að kúlan sé rúmmynd af hring.

Sívalningur: Þrívíður hlutur eða rúmmynd sem hefur tvo grunnfleti og einn ávalan hliðarflöt. Grunnfletirnir eru hringlaga og er annar beint fyrir ofan hinn, þ.e.a.s. hliðarflöturinn er hornréttur á grunnfletina.

Strendingur: Margflötungur með tvo eins samsíða grunnfleti sem eru marghyrningar. Hliðarfletirnir eru rétthyrningar eða samsíðungar; ef hliðarfletirnir eru samsíðungar kallast strendingurinn skástrendingur eða skakkur strendingur.

Keila: Þrívíður hlutur eða rúmmynd með hringlaga grunnflöt og ávalan hliðarflöt sem endar í einum punkti, topppunktinum, sem er beint yfir miðju grunnflatarins.

Nr. 5.47 og 5.48

Nemendur telja reiti, sem eru 1 cm^2, og finna flatarmál allra flata kassanna. Kassarnir eru loklausir þannig að þeir eru settir saman út fimm flötum. Í einhverjum tilvikum eiga nemendur að finna yfirborðsflatarmál kassa eða þrívíðra mynda með loki. Ef um er að ræða rétthyrnda strendinga þurfa þeir að finna flatarmál sex flata. Í slíkum kössum eru mótlægir fletir eins þannig að eiginlega er nóg að finna flatarmál þriggja mismunandi flata og margfalda það með 2. Í teningi eru allir hliðarfletirnir eins þannig að í því tilviki er nóg að finna flatarmál eins flatar og margfalda það með 6.

Kennari forðast að segja nemendum að margfalda saman „lengd og breidd“ til að finna flatarmál rétthyrnings. Hann lætur nemendur telja reitina en verið getur að nemendur sjái að þeir þurfa ekki að telja hvern reit fyrir sig heldur að þeir geti margfaldað saman fjölda reita með fram öðrum jaðrinum með fjölda reita með fram hinum. Það er auðvitað í lagi vegna þess að nemendur munu uppgötva þetta sem fljótlega aðferð við að telja reitina. Reglan er því ekki „lengd sinnum breidd“ heldur „fjöldi reita í hverri röð sinnum fjöldi raða“. Síðastnefnda aðferðin sýnir greinilega að flatarmál er reiknað með því að finna þann fjölda mælieininga sem þekja flötinn.

▶ Bls. 17

Nr. 5.49

Nemendur finna flatarmál allra flata á kössunum. Þeir leggja málin saman til að finna yfirborðsflatarmál hvers kassa og bera þau saman.

Nr. 5.50 og 5.51

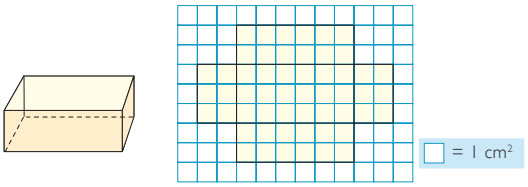
Nemendur finna yfirborðsflatarmál kassanna. Málið er gefið upp í dm þannig að mælieiningin er ferdesimetri (dm^2). Rúðunet hefur ekki verið teiknað á kassana þannig að

Yfirborðsflatarmál og rúmmál ferstrendinga

Flatarmál
- segir til um stærð flatar

Yfirborðsflatarmál
- segir til um flatarmál allra flata þrívíðs hlutar eða myndar

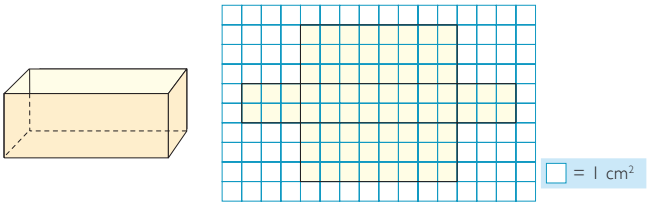
5.47 **a** Hvert er flatarmál botnsins á kassanum?



b Hvert er flatarmál hliðarflatanna fjögurra?

c Leggðu saman flatarmál allra flata kassans. Hvert er yfirborðsflatarmálið?

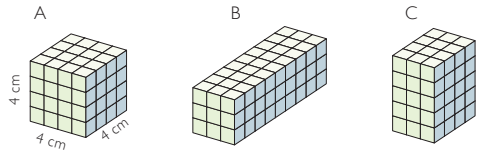
5.48 **a** Hvert er flatarmál botnsins á kassanum?



b Hvert er flatarmál hinna flatanna á kassanum?

c Leggðu saman flatarmál allra flatanna. Hvert er yfirborðsflatarmál kassans?

Strendingur er gerður úr marghyrningum. Grunnfletirnir eða endafletirnir – (botn og lok) eru jafn stórir og samsíða. Ferstrendingur er strendingur með ferhyrnda grunnfleti og fjóra hliðarfleti að auki.

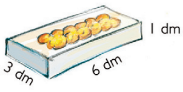


5.49 **a** Hvert er flatarmál grunnflatar hvers ferstrendings?

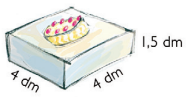
b Hvert er flatarmál hinna fimm flatanna í ferstrendingunum?

c Hvaða ferstrendingur er með stærsta yfirborðsflatarmál?

5.50 Hólabakarí selur vínarbrauð. Þeim er pakkað í kassa eins og sjást hér til vinstri. Teiknaðu skissu af kassanum eins og hann er þegar búið er að fletja hann út. Um það bil hve mikill pappi fer í kassann?



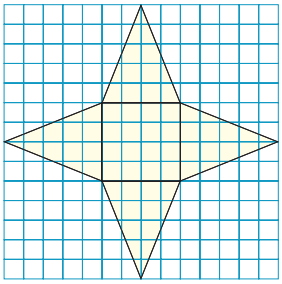
5.51 Rjómakökunum er pakkað í kassa eins og þennan til hægri. Teiknaðu skissu sem sýnir hvernig kassinn er útflattur. Hvert er yfirborðsflatarmál kassans?



5.52 Kassar undir kransakökur líta svona út.

a Hvert er flatarmál botnsins á kassanum?

b Hvert er flatarmál hinna flatanna á kassanum? Leggðu saman flatarmál allra flatanna. Hvert er yfirborðsflatarmál kassans?



17

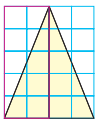
nemendur þurfa að sjá fyrir sér hvernig kassarnir líta út útflattir. Þeir geta ef til vill teiknað rúðunetið á skissurnar sínar.

Nr. 5.52

Kennari spyr nemendur hvaða form verði á kransakökuöskju.

- *Er askjan strendingur? (Nei.)*
- *Hvers vegna er hún ekki strendingslaga? (Askjan er ekki með tvo eins samsíða endafleti. Hliðarfletirnir eru ekki rétthyrningar.)*
- *Hvað kallast þetta form? (Píramídi – vegna þess að formið hefur einungis einn grunnflöt og allir hliðarfletirnir eru þríhyrningar. Nákvæmt heiti á þessu formi er ferstrendur píramídi, með hliðsjón af formi grunnflatarins.)*

Nemendur finna fyrst flatarmál botnflatar öskjunnar en síðan flatarmál hliðarflata. Þeir eru þríhyrningslaga. Vera kann að nemendur eigi auðveldara með að sjá að flatarmálið er helmingur af flatarmáli rétthyrnings ef þeir teikna rétthyrninginn utan um þríhyrninginn.



Auðveldari verkefni

Í verkefni 5.50 og 5.51 geta nemendur teiknað rúðunet inn á skissur sínar Það auðveldar þeim að telja mælieiningarnar.

Kennari fylgist með hvort nemendur telja reitina einn og einn í senn eða hvort þeir nota margföldun. Telji þeir reitina hvern fyrir sig er rétt að hvetja þá til að nota skilvirkari aðferðir, t.d. að telja eina röð í senn (þ.e. nota samlagningu) eða margföldun.

Kennari sér til þess að nemendur fái í töluverðum mæli áþreifanlega reynslu af þrívíðum hlutum. Þeir geta klippt út þríhyrninga og ferhyrninga, límt formin saman og búið þannig til teninga, strendinga og píramída. Gott er að nota málin á verkefnablöðum 6.49–6.55 (*Þrívítt form með pappírsbroti 1–7*) í verkefnahefti Stiku 2a.

Erfiðari verkefni

Heilabrot: Gjafabönd

Nota skal verkefnablað 6.72 (*Gjafabönd*) í verkefnahefti Stiku 2a. Í þessu verkefni eiga nemendur að reikna út ýmsar lengdir á þrívíðum hlutum. Þeir eiga að reikna út ummál flata askjanna með því að hugsa sér að maður skeri kassana í sundur með fram böndunum.

Raunverkefni

Að finna yfirborðsflatarmál

Gott er að nemendur fái fleiri tækifæri til að reikna yfirborðsflatarmál. Nota má umbúðir af matvörum, t.d. kornflögupakka. Þá mæla nemendur lengd, breidd og hæð á pökkunum og reikna síðan út yfirborðsflatarmál. Einnig má láta þá vinna meira við flatarmál þríhyrninga.

Búa til þríhyrninga

Búnaður: Litapappír og skæri.

Nemendur teikna mismunandi þríhyrninga á litaðan pappír og teikna hæðina. Síðan klippa þeir þríhyrningana út og líma þá á rúðustrikað blað. Þess þarf að gæta að grunnlína þríhyrningsins nemi við strik í rúðunetinu. Nemendur eiga nú að finna flatarmál þessara ólíku þríhyrninga. Einnig kemur til greina að sleppa rúðunetinu og láta nemendur frekar mæla með reglustika og reikna flatarmálið með margföldun.

Búa til fleiri þríhyrninga

Nemendur búa til þríhyrninga af þessari stærð:

- 21 cm²
- 32 cm²
- 40,5 cm²

Ein lausnaleiðin er að ganga út frá rétthyrningi og helminga hann t.d. í stærðunum 6 • 7 cm og 8 • 8 cm.

Veiða reiti

Sjá lýsingu á bls. 27.

Viðfangsefni

- Rúmmál ferstrendinga
- Mælieiningar fyrir rúmmál: cm^3, dm^3, m^3

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 18

Samræðumynd

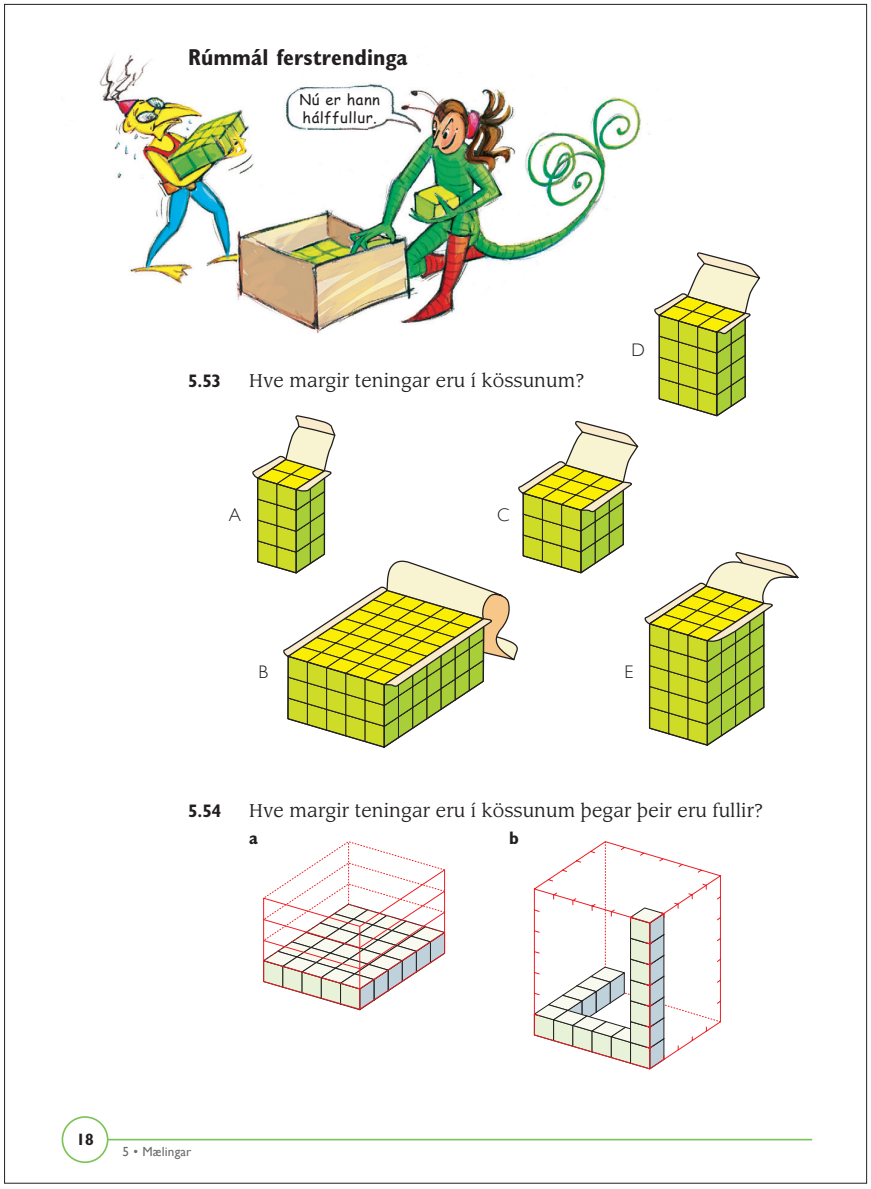
Að mæla rúmmál hlutar (eða myndar) felur í sér að telja fjölda mælieininga sem hluturinn (eða myndin) rúmar. Gott er að kennari sýni nemendum þetta: Hann tekur fram ílát, sem rúmar 1 dl, og notar það sem mælieiningu. Þá rúmar kanna, sem er hálfur lítri að rúmmáli, fimm slíkar einingar. Þetta má sýna nemendum með því að fylla ílátið af vatni fimm sinnum og hella því í könnuna. Þannig má einnig finna hve mikið fata rúmar með því að nota 1 lítra sem mælieiningu. Þá er t.d. eins lítra mjólkurferna fyllt með vatni og því hellt í fötuna þar til hún er full.

Það getur verið nokkuð óhagkvæmt og jafnvel subbulegt að mæla rúmmál með vatni. Önnur leið er að nota teninga sem mælieiningu. Þannig verður mælingin rétt svo fremi mælieiningar fylli nákvæmlega út í allan hlutinn eða ílátið sem mæla skal. Þess vegna má ekki vera neitt tómt rými á milli teninga og heldur ekki milli teninga og hliða hlutar eða íláts. Þetta á einnig við um flatarmælingar: Mælieiningarnar verða að liggja þétt hver upp við aðra og þær verða að þekja allan flötinn. Í verkefnum þessarar opnu passa teningarnir, sem notaðir eru sem mælieiningar, nákvæmlega inn í kassana.

Nr. 5.53

Nemendur reikna hve margir teningar komast fyrir í hverjum kassa. Þeir finna sjálfir aðferðir við útreikningana. Líklega er auðveldast að finna hve margir teningar komast fyrir í neðsta laginu. Þetta samsvarar því að finna flatarmál grunnflatarins.

- *Hve margir teningar eru í neðsta laginu í kassa D? (6.)*
- *Og hve mörg eru lögin í kassa D? (4.)*
- *Hvað komast þá margir teningar fyrir í þessum kassa? (4 • 6 = 24.)*



Nr. 5.54

Nemendur finna hve margir teningar komast fyrir í kössunum. Hér má einnig benda þeim á að finna fyrst fjöldann í neðsta laginu og margfalda þá tölu síðan með fjölda laga. Rétt er að kynna þessa aðferð þannig fyrir nemendum en ekki sem „lengd sinnum breidd sinnum hæð“. Finni einhverjir nemendur fjölda teninga með annarri aðferð er það auðvitað í fínu lagi en þá er rétt að láta þá kynna aðferðir sínar fyrir bekkjarfélögunum. Að lokum segja þeir til um hvaða aðferð þeim finnst auðveldust og skilvirkust.

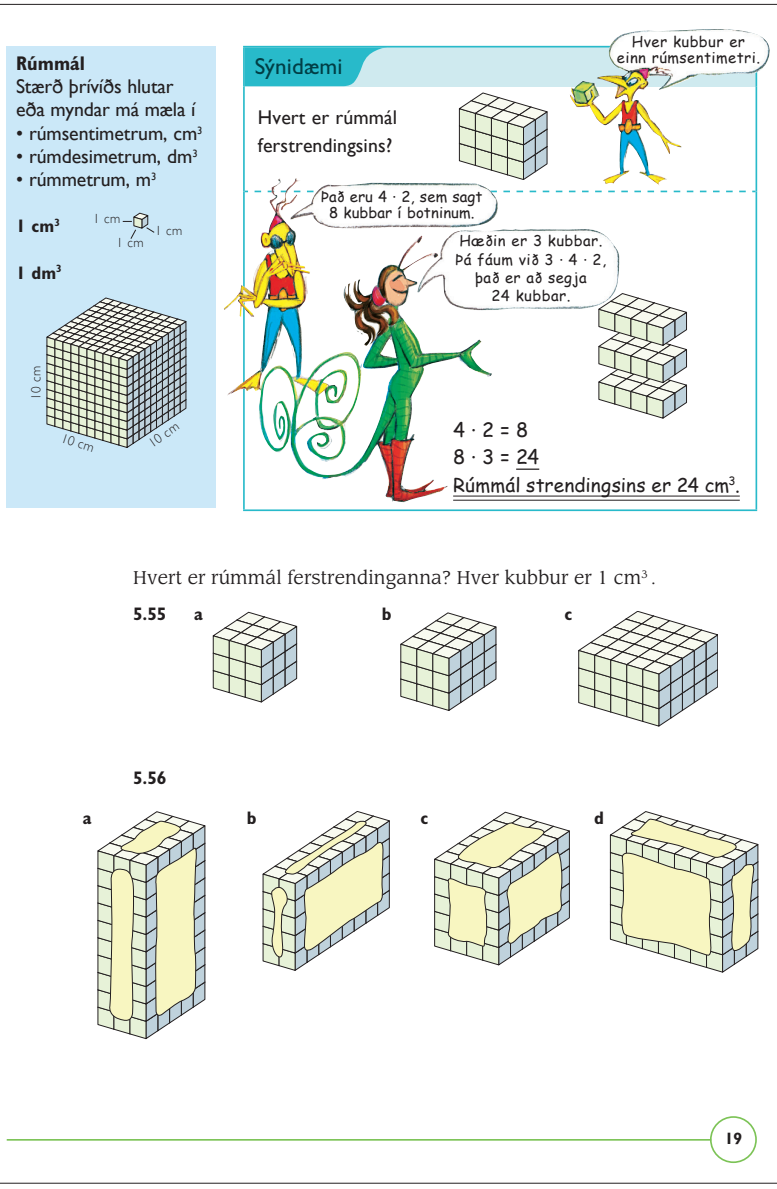
▶ Bls. 19

Sýnidæmi

Bendið nemendum á að mælingar á rúmmáli ferstrendinga, eins og hér er gert, samsvara því sem gert er í skólaeldhúsinu þegar rúmmál er mælt. Í báðum tilvikum þarf að finna hve margar mælieiningar komast fyrir í hlut eða íláti. Munurinn er sá að í eldhúsinu er t.d. mældur vökvi (þ.e. efni sem flýtur) en hér er mældur fjöldi teninga (þ.e. fast efni), sjá textann við samræðumyndina hér á undan.

Nr. 5.55

Hugtökin kubbur og teningur geta átt við sama fyrirbærið. Teningur, þar sem allar hliðarbrúnir eru 1 cm á lengd, er hin staðlaða mælieining fyrir rúmsentimetra. Í verkefninu eiga nemendur að reikna út hve margar slíkar mælieiningar samsvara rúmmáli ferstrendinganna þriggja. Nemendur geta hugsað sér að verkefnið felist í að finna fjölda teninga. Það sem hér er frábrugðið verkefnunum á bls. 18 er að teningarnir eru 1 cm^3.



Nr. 5.56

Nemendur reikna rúmmál ferstrendinganna. Rúðunetin hafa ekki verið teiknuð til fulls á þá. Tilgangurinn með því er að leiða nemendur burt frá hreinum talningaraðferðum yfir í að margfalda til að finna rúmmálið.

Auðveldari verkefni

Nemendur byggja ferstrendinga með teningum, sentikubbum eða einfestukubbum og skoða síðan hve marga slíka teninga þarf.

Þeir geta búið til einhverja ferstrendingana sem koma fyrir á opnunni. Síðan taka þeir teningahlaðann í sundur til að kanna fjölda teninga sem viðkomandi strendingur var byggður úr. Draga þarf athygli nemenda að fjölda teninga í botninum og hve mörg slík lög eru í ferstrendingnum. Sjá auk þess verkefnið *Stærsta rúmmálið* í kaflanum Raunverkefni hér á eftir.

Erfiðari verkefni

Teningstölurnar

Nemendur finna tíu fyrstu teningstölurnar. Teningstala er sú tala sem kemur út þegar önnur tala hefur verið margfölduð með sjálfri sér þrívegis. M.ö.o.: Teningstala er tala sem er í þriðja veldi af heilli tölu. Gott er að nota sentikubbana til að gera þetta verkefni áþreifanlegt.

Lausnir:
Teningstalan 1^3: 1 • 1 • 1 = 1
Teningstalan 2^3: 2 • 2 • 2 = 8
Teningstalan 3^3: 3 • 3 • 3 = 27
Teningstalan $4^3 = 64$; teningstalan $5^3 = 125$; teningstalan $6^3 = 216$; teningstalan $7^3 = 343$; teningstalan $8^3 = 512$; teningstalan $9^3 = 729$; teningstalan $10^3 = 1000$

Raunverkefni

Stærsta rúmmálið (spil)

Búnaður: Teningar, ef til vill spil og sentikubbar.

Nemendur kasta þremur teningum til skiptis. Teningarnir segja til um hvert rúmmálið verður, þ.e.a.s. hve marga sentikubba ferstrendingur rúmar. Tveir teninganna ákvarða hve margir kubbar eru í botninum. Þriðji teningurinn segir til um hæðina.
Dæmi:
Upp kemur á teningunum 3, 4 og 3. Ferstrendingurinn getur þá verið þannig:
– Botninn er 3 • 4 kubbar og hæðin 3 kubbar
– Botninn 3 • 3 kubbar og hæðin 4 kubbar

Spilið verður erfiðara ef það er spilað án sentikubba og með teningum með tölum upp í 10. Einnig má nota spilastokk án mannspila. Leikmenn draga þá þrjú spil í hverri umferð, tvö þeirra segja til um flatarmál botnflatar/grunnflatar og sá þriðji ákvarðar hæð ferstrendingsins. Leikmenn teikna þá skissu af ferstrendingnum sínum, skrá málin á skissuna og að lokum rúmmálið.

Gott er ef nemendur hugleiða hvort það borgar sig að hafa eins stóran grunnflöt og mögulegt er eða hvort best er að hafa hæðina sem mesta – til að fá sem stærst rúmmál.

Búa til ferstrendinga með ákveðið rúmmál

Búnaður: 60 sentikubbar handa hverjum hópi.

Í þessu verkefni er farið „í hina áttina“ ef svo má segja, þ.e. gengið er út frá ákveðnu rúmmáli til að segja til um stærð grunnflatar og hæð.

Nemendur byggja eða teikna ferstrendinga með eftirfarandi rúmmál: 24 cm³, 36 cm³, 60 cm³
Nemendur finna eins margar lausnir og hægt er. Dæmi um lausnir:

24 cm²: 2 • 6 • 2, 2 • 2 • 6
2 • 4 • 3, 3 • 4 • 2, 1 • 12 • 2

36 cm²: 2 • 3 • 6, 3 • 6 • 2
3 • 3 • 4, 2 • 2 • 9, 9 • 2 • 2

60 cm²: 2 • 15 • 2, 2 • 6 • 5
2 • 3 • 10, 4 • 5 • 3

Viðfangsefni

- Rúmmál ferstrendinga
- Tengsl milli dm³ og lítra

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 20

Það er afar mikilvægt að tala ekki um þessa útreikninga sem „lengd sinnum breidd sinnum hæð“ því það er mjög samansúrruð framsetning af því sem gerist. Miklu betra er að tengja útskýringarnar við talningu mælieininga – hér cm³ og dm³. Nemendur finna fjölda teninga í neðsta laginu og margfalda þá tölu með fjölda laga.

Nr. 5.57

Nemendur reikna rúmmál ferstrendinga. Gott er að þeir teikni skissur af ferstrendingunum og rúðunet á hliðarfletina ef það einfaldar málið.

Nr. 5.58

Nemendur reikna rúmmál kassanna.

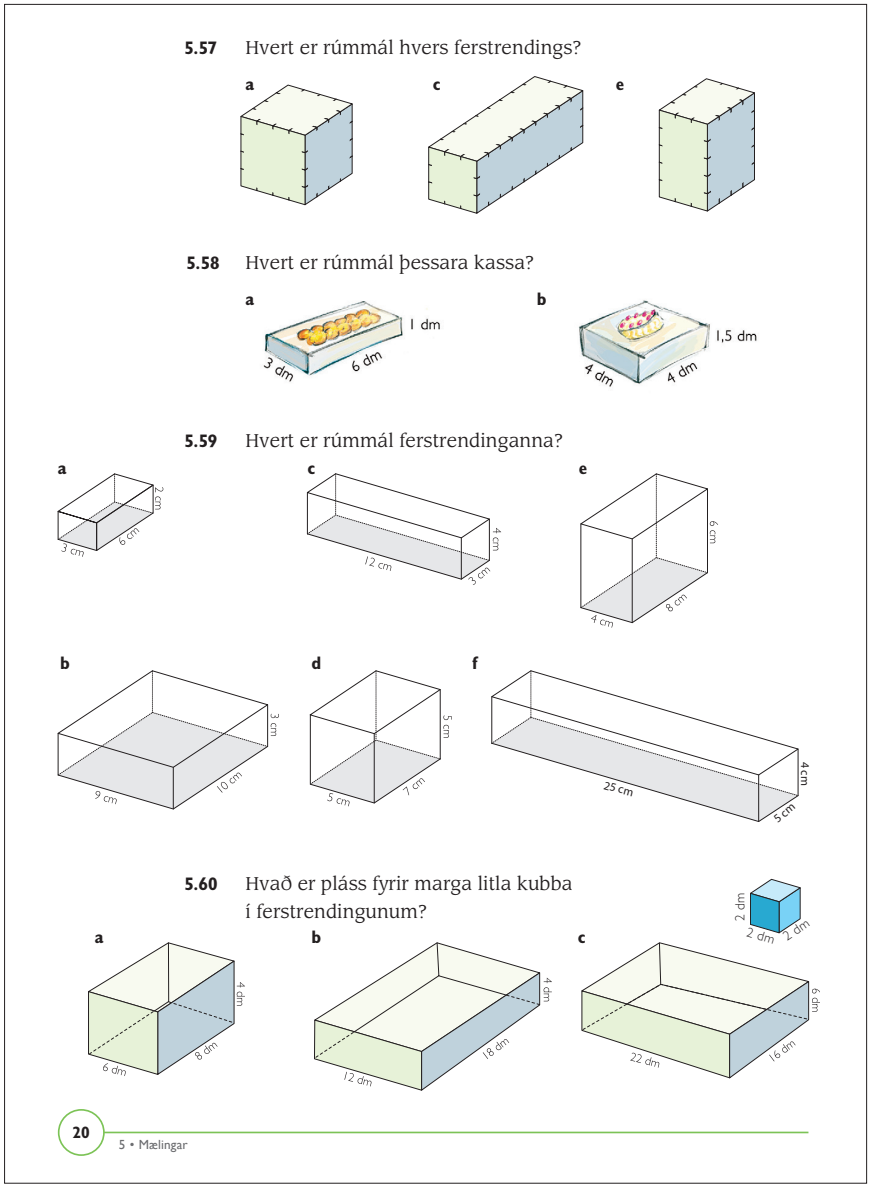
Nr. 5.59

Nemendur reikna rúmmál ferstrendinganna. Þeir geta áætlað stærðina áður en þeir reikna, til dæmis með því að raða ferstrendingunum í röð eftir áætluðu rúmmáli.

Nr. 5.60

Hér hefur mælieiningu verið breytt í tening þar sem hliðarlengdin er 2 cm. Hér eru tillögur um spurningar sem varpa má fram í upprifjun:

- *Hvað er pláss fyrir marga teninga í a-lið? (3 • 4 • 2 = 24.)*
- *Hvað er hver teningur margir rúmdesimetrar? (2 • 2 • 2 = 8 dm³.)*
- *Hvert er rúmmálið í a-lið? (24 • 8 = 192 dm³.)*
- *Hvernig fannstu svarið? (Annaðhvort með því að reikna rúmmálið að nýju eða með því að margfalda svarið í a-lið með 8 vegna þess að það er pláss fyrir 8 dm³ í mælieiningunni eða teningnum sem mælt er með.)*



▶ Bls. 21

Margir nemendur eiga erfitt með að sjá tengslin milli hinna hversdagslegu rúmmálseininga (dl og lítra) og rúmmálsins í útreikningum (eins og t.d. í verkefni 5.59). Kennari þarf að benda nemendum á að í báðum tilvikum er verið að telja mælieiningar. Miðað er við tening þar sem allar hliðar eru annaðhvort 1 cm, 1 dm eða 1 m á lengd. Í eldhúsinu er mælieiningin 1 dm³ mjög heppileg. Þess vegna hefur hún öðlast sérstakt heiti: 1 lítri. Timburhlaðar eða moldarhaugar eru dæmi um efni sem mælt er í m³.

Gott er að hella vatni milli lítramáls og teningslaga íláts eins og er á myndinni á bls. 21. Talning mælieininga gefur sama svar hvort sem 1 lítra teningur er notaður eða lítramálið. Ef athuga skal hve mikið fata rúmar má hella úr 1 lítra teningslaga ílátinu nokkrum sinnum. Ef við reynum að fylla fötuna með slíkum teningum verður allt of mikið pláss milli teninganna ónotað. Hins vegar þegar rúmmál ferstrendings er mælt er ef til vill hægt að fylla út í hann að fullu með teningum. Í þessu tilviki er auðvitað einnig hægt að fylla ferstrendinginn með vatni með því að hella í hann úr teningslaga íláti sem rúmar 1 lítra.

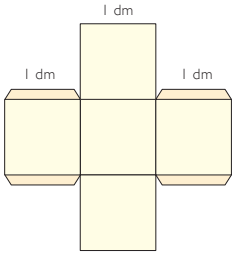
Ef finna skal rúmmál ferstrendinga má nota báðar aðferðirnar en yfirleitt er miklu einfaldara að reikna rúmmálið með því að telja og/eða margfalda.

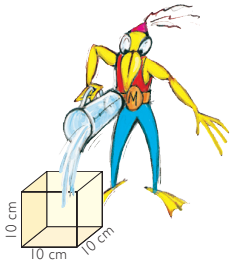
Nr. 5.61

Nemendur búa til kassa án loks. Allar hliðar hans eiga að vera 1 dm þannig að rúmmál kassans verður 1 dm³. Nemendur fylla kassann með baunum, hrísgrjónum eða öðru

5.61 Búðu til kassa sem er 1 dm langur, 1 dm breiður og 1 dm hár. Fylltu hann með hrísgrjónum, sandi eða vatni og mældu í desilítrum hve mikið hann rúmar.

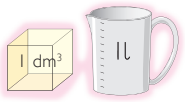
Rúmdesimetri:
1 dm³ = 1 lítri





5.62 Skráðu í lítrum.

a 3 dm³ **c** 7 dm³ **e** 3,2 dm³
b 5 dm³ **d** 4 dm³ **f** 1,7 dm³



5.63 Skráðu í lítrum.

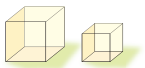
a 5,5 dm³ **c** 0,9 dm³ **e** 12,9 dm³ **g** 0,05 dm³
b 7,9 dm³ **d** 1,58 dm³ **f** 2,09 dm³ **h** 3,08 dm³

5.64 Skráðu í dm³.

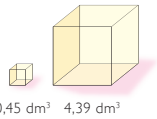
a 4 l **c** 5,5 l **e** 4,7 l **g** 2,09 l
b 6 l **d** 9,56 l **f** 18,59 l **h** 0,07 l

5.65 Hve margir lítrar samtals?

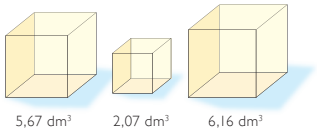
a



b



c



21

þvílíku. Ef fylla skal kassann með vatni þurfa samskeytin að vera vel límd saman og það þarf að gerast þar sem ofurlítið sull kemur ekki að sök! Síðan er innihaldi kassans hellt í lítramál til að nemendur sjái svart á hvítu að hann rúmar nákvæmlega 1 lítra. Einnig má hella í hina áttina, þ.e.a.s. úr lítramáli í kassann. Í stað lítramáls má nota 1 lítra mjólkurfernu.

Nr. 5.62 og 5.63

Nemendur skrá málin í lítrum.

Nr. 5.64

Nemendur skrá málin í dm³.

Nr. 5.65

Nemendur leggja saman rúmmál ferstrendinganna og skrá svarið í lítrum.

Auðveldari verkefni

Líklega er of erfitt fyrir einhverja nemendur að reikna út rúmmál án þess að hafa rúðunet á ferstrendingunum/kössunum á bls. 20 sér til hjálpar. Á verkefnablaði 6.82 (*Rúmmál strendinga 1*) er afrit af bls. 20 þar sem teningar hafa verið teiknaðir inn á alla ferstrendingana.

Erfiðari verkefni

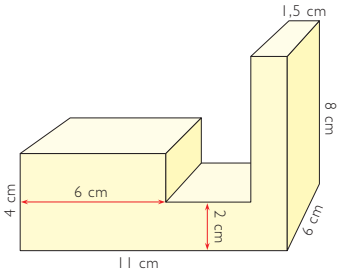
Könnun á rúmmáli íláta úr A4-blöðum

Nemendur búa til mismunandi ílát úr A4-blöðum og kanna rúmmál þeirra. Nánari lýsing á þessu verkefni er í kaflanum Raunverkefni á bls. 33.

Raunverkefni

Meiri þjálfun í rúmmálsreikningum

Á verkefnablöðum 6.83 og 6.84 (*Rúmmál strendinga 2* og *3*) eru fleiri verkefni svipuð þeim sem eru á bls. 20. Á verkefnablaði 6.83 eru tiltölulega einföld verkefni þar sem kassar með reitum og lágum tölum koma við sögu. Verkefnablað 6.84 er allmiklu erfiðara þar sem reikna skal út rúmmál samsettra mynda:

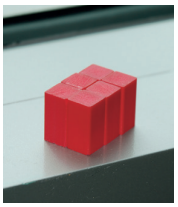


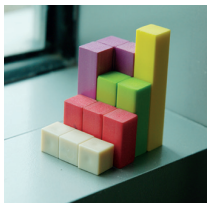
Reikna rúmmál með cuisenaire-kubbum

Búnaður: Cuisenaire-kubbar og ef til vill verkefnablað 6.85 (*Rúmmál kubbabygginga*).

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir byggja mismunandi byggingar úr kubbunum, byggingar sem þurfa ekki endilega að vera ferstrendar. Þegar nemendur hafa byggt nokkra kubbahlaða skiptast þeir á byggingum og reikna út rúmmál byggingar bekkjarfélagans. Minnsti kubburinn, sá hvíti, hefur rúmmálið 1. (Reyndar er rúmmál hvíta kubbsins 1 cm³.)

Dæmi:



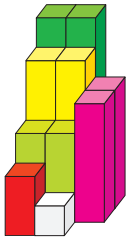


Myndin til vinstri hefur rúmmálið 12 eða 12 cm³, þ.e.a.s. sérhver rauður kubbur er 2 cm³ að rúmmáli og um er að ræða sex slíka kubba.

Myndin til hægri hefur rúmmálið 32 cm³, vegna þess að:

3 • 1 (hvítur) + 3 • 2 (rauðir) +
2 • 3 (ljósgrænir) + 3 • 4 (fjólubláir) +
1 • 5 (gulur) = 32 cm³

Á verkefnablaði 6.85 (*Rúmmál kubbabygginga*) eru verkefni með myndum af cuisenaire-kubbum. Nemendur eiga fyrst að byggja kubbahlaðana og síðan reikna rúmmálið.



Viðfangsefni

- Að raða og flokka gögn og setja þau fram á myndrænan hátt
- Nota stafræn hjálpartæki við tölfræðilegar kannanir
- Skrá gögn og formúlur í töflureikni
- Þyngd við raunhæfar aðstæður

Búnaður

- Tölva – töflureiknir

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 22

Nr. 5.66

Nemendur skrá upplýsingarnar í töflunni efst á blaðsíðunni í töflureikni og búa til myndrit. Þeir flytja sig milli reita í töflureikninum með örvarlyklum á lyklaborði. Í reitina geta þeir skrifað tölur og texta. Auðvelt er að búa til myndrit í töflureikni. Fyrst eru upplýsingar, sem sýna á í myndriti, merktar. Síðan smella nemendur á myndritavalhnapp („Chart“) og velja þar tegund myndritsins. Myndrit má annaðhvort setja á fyrstu síðuna (við hlið töflu sem búin hefur verið til) eða á nýja síðu.

Nr. 5.67

Nemendur giska á hvað einn lítri af hverjum hlut vegur og skrá það í töflu. Síðan vigta þeir einn lítra af þessum hlutum af nákvæmni.

Ekki er nauðsynlegt að nemendur vigti hlutina sem gerð er tillaga um í verkefninu. Þeir mega gjarnan stinga upp á öðrum hlutum. Eitt af því, sem ætlast er til að nemendur uppgötvi í þessu verkefni, er að massi hlutanna er misþéttur. Sumir hlutir eru þungir jafnvel þótt lítið sé af þeim en aðrir hlutir eru léttir.

▶ Bls. 23

Nr. 5.68

Nemendur skrá upplýsingarnar í töflureikni. Í þessu verkefni á að skrifa texta í 1. röðina og í A-dálkinn. Síðan á að skrifa tölur í B-dálk, frá B2 til B7. Í aðra reiti töflureiknisins á að skrifa formúlur.

Formúlur eru gerðar með því að byrja á tákninu =. Formúlan til að margfalda það sem stendur í reit B2 með 20 verður þannig:

=B2*20

Táknið * er því notað sem margföldunartákn. Í röð 8, frá B8 til G8 er skrifuð formúla fyrir summu. Hún byrjar einnig á tákninu =. Í sviganum er skrifað það sem á að leggja saman. Þetta má gera á tvo vegu:

– Tilgreina alla reitina og aðskilja þá með semikommu:
  =SUM(C2;C3;C4;C5;C6;C7)
– Tilgreina fyrsta og síðasta reit í talnaröð sem á að leggja saman. Þetta á við hvort sem um er að ræða dálk eða röð. Þá eru reitirnir aðgreindir með tvípunkti:
  =SUM(C2:C7)

Bent skal á að í töflureikni er punktur notaður í stað kommu í tugabrotum.

Nemendur nota töflureikni til að finna svörin í verkefni b–f. Í b-lið er töflureiknirinn notaður til að finna svörin. Í c-lið þarf að skrá nýju tölurnar inn í dálk B.

Í d-lið eiga nemendur að setja fram tillögu að fjárhagsáætlun um framleiðslu þar sem allt að 100 lítrar af mjólk eru notaðir. Í áætluninni þurfa þeir að gera ráð fyrir að framleiðslan sé mismikil eftir dögum og að hún sé meiri á föstudögum og laugardögum með hliðsjón af því að í liðnum vikum var mest sala þá tvo daga.

Í e-lið þarf að gera fjárhagsáætlun eins og í d-lið þar sem gera skal ráð fyrir að nota eigi sem næst 30 kg af sykri. Í f-lið þurfa nemendur fyrst að finna út hve margar uppskriftir þarf að baka. Síðan eyða þeir öllum tölum í B-dálki í töflureikninum og skrá þar fjölda uppskrifta sem þarf fyrir 700 + 900 bollur.

Töflureiknir

Taflan sýnir sykurneyslu á mann í nokkrum löndum.

	A	B	C
1	Lönd	Sykurneysla, kg	
2	Singapúr	88,2	
3	Bandaríkin	62,1	
4	Ástralía	62,1	
5	Evrópusambandið	40,1	
6	Noregur	40	
7	Kólumbía	31,5	
8	Kenýa	20,8	
9	Indland	17,5	
10	Kína	7,6	
11	Rwanda	1,2	

5.66 **a** Skráðu upplýsingarnar í töflunni inn í töflureikni.

b Búðu til súlurit með því að merkja upplýsingarnar og smella á „Chart“-hnappinn í valstikunni efst á skjánum.

5.67 **a** Giskaðu á þyngd eins lítra af hinu mismunandi efni í töflunni. Skráðu það í töflu.

b Mældu einn lítra af hverju efni og finndu þyngdina. Skráðu það í töfluna.

c Sláðu upplýsingarnar inn í töflureikni.

d Merktu upplýsingarnar og búðu til súlurit.

1 lítri	Ágiskun	Rétt þyngd
vatn		
bómull		
hrísgrjón		
makkarónur		
möl, sandur eða steinar		

5.68 Búðu til töflureikni sem sýnir hvað Hólabakarí notar mikið af hverju efni á viku í bollur. Notaðu þessa töflu sem fyrirmynd.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Fjöldi uppskrifta (fyrir 20 bollur)	Fjöldi bolla	Hveiti (kg)	Sykur (kg)	Mjólk (l)	Smjör (kg)
2	mánudagur	45	= B2 * 20	= B2 * 0.5	= B2 * 0.05		
3	þriðjudagur	50	= B3 * 20				
4	miðvikudagur	55	= B4 * 20				
5	fimmtudagur	65					
6	föstudagur	90					
7	laugardagur	105					
8	Summa	= sum (B2:B7)	= sum (C2:C7)				

20 bollur
500 g hveiti
3 dl mjólk
50 g ger
50 g sykur
100 g smjör
0,5 tsk. salt

a Skrifaðu formúlur í hina reitina og ljúktu við töflureikninn.

b Notaðu töflureikni:
Hve mikill sykur og hve mikið hveiti notaði bakaríið þessa viku?

c Taflan hér á eftir sýnir hve oft bakaríið notaði uppskriftina á hverjum degi í næstu viku.

mánudagur	þriðjudagur	miðvikudagur	fimmtudagur	föstudagur	laugardagur
65	60	55	60	80	95

- Hve margar bollur voru bakaðar í þessari viku?
- Hve mikið hveiti og hve mikið smjör notaði bakaríið þessa viku?

d Á lagernum eru 100 lítrar af mjólk. Þeir eiga að duga í bollur í eina viku. Gerðu tillögu um hve margar bollur bakaríið getur bakað á hverjum degi. Ekki má nota meira en 100 mjólkurlítra.

e Á lagernum eru 30 kg af sykri sem eiga að duga í bollur í heila viku. Gerðu tillögu um hve margar bollur bakaríið getur bakað á hverjum degi og einungis notað 30 kg af sykri.

f Fyrir íþróttamót eru pantaðar 700 bollur fyrir föstudag og 900 bollur fyrir laugardag. Hve mikið af efni þarf bakaríið að nota í bollurnar fyrir þessa tvo daga?

23

Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Einnig þarf kennari að meta hvort einhverjir þurfa að æfa betur að skrá einföld gögn í töflureikninn og búa til myndrit, sbr. bls. 22, frekar en að vinna blaðsíðu 23.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nákvæmni mælinga

Búnaður: Eldhúsvog (ekki stafræn) handa hverjum hópi, tafla (ljósritunarblað 1 (*Ágiskun og mæling – tafla*) aftast í þessari bók).

Nemendur vinna í 3–5 manna hópum. Hver hópur velur sér einn hlut sem er ekki undir 100 g á þyngd og ekki þyngri en 3 kg.

Fyrst ganga hóparnir um og giska á hve þungir hlutir hinna hópanna eru. Síðan mæla nemendur þyngdina á eldhúsvoginni. Hóparnir geta einnig giskað á þyngd síns eigin hlutar og vigtað hann síðan. Þar sem notuð er eldhúsvog, sem er ekki stafræn, er erfitt að mæla hlutina alveg nákvæmlega og án þess að munur verði á milli hópa.

Hver hópur á að búa til töflu eins og þá sem hér er sýnd á eftir. Þá geta nemendur jafnóðum fært inn í hana ágiskun sína og niðurstöður mælinga.

Hlutur A	Ágiskun	Mæling
Hópur B		
Hópur C		
Hópur A		

Að lokum tekur hver hópur töfluna sem tilheyrir hans hlut og skráir upplýsingar inn í töflureikni. Nemendur eiga að:

a) búa til súlurit um mælingarnar,
b) nota myndritið til að gera tillögu um hve þungur hluturinn er í raunveruleikanum. Þeir geta annaðhvort notað miðtöluna eða giskað á svarið;
c) skrá nöfn þeirra þriggja sem komust næst svarinu í ágiskun sinni í b-lið.

Töflureiknir upp í þúsund (spil)

Búnaður: Tölva, ef til vill verkefnablað 6.91 (*SPIL Upp í 1000 með töflureikni*) þar sem spilareglur eru skráðar.

Leikmenn búa til töflureikni með tölum í A- og B-dálkum og formúlur í C-dálki:

	A	B	C
1	10	1	= A1 * B1
2	10	1	= A2 * B2
3	10	1	= A3 * B3
4	10	1	= A4 * B4
5	100	1	= A5 * B5
6			= SUM(C1 : C5)

Leikmenn spila saman tveir og tveir. Þeir eiga að breyta tölu í B-dálki til skiptis. Þá mun summan í reit C6 breytast. Markmiðið er að sú summa verði 1000. Sá leikmaður vinnur sem tekst það. Síðan geta leikmenn búið til nýjar leikreglur.

Hver kemst næst 2000? (spil)

Nemendur búa til þennan töflureikni:

	A	B	C	D	E
1	Næst 2000				
2					
3		Leikmaður A	Summa A	Leikmaður B	Summa B
4	10		= A4 * B4		= A4 * D4
5	20		= A5 * B5		= A5 * D5
6	30		= A6 * B6		= A6 * D6
7	40		= A7 * B7		= A7 * D7
8	50		= A8 * B8		= A8 * D8
9	60		= A9 * B9		= A9 * D9
10	70		= A10 * B10		= A10 * D10
11	80		= A11 * B11		= A11 * D11
12	90		= A12 * B12		= A12 * D12
13			= SUMMER (C4 : C12)		= SUMMER (E4 : E12)

Leikmenn þurfa að fylla út í hið tóma spilaborð!

Leikmenn skrifa tölurnar frá 1 til 9 í dálk B (leikmaður A) og dálk D (leikmaður B). Þeir byrja á röð 4, síðan röð 5 o.s.frv. Þeir mega aðeins nota tölurnar 1–9, eina í senn.

Eftir að hafa skrifað tölurnar 1–9 þá vinnur sá sem hefur heildarsummuna næst 2000 í röð 13.

Einnig má leyfa leikmönnum að skipta út tveimur tölum, einu sinni hvorum, í lokin.

Viðfangsefni

- Tímamælingar: Ártöl fyrir og eftir árið 0
- Setja atburði í tímaröð
- Að lesa af hefðbundinni klukku og stafrænni; útreikningur á tímalengd milli tveggja tímasetninga
- Áætla og mæla tíma og nota tímasetningar og tímalengd í einföldum útreikningum

Búnaður

- Tímalína (ljósritunarblað 3 (*Tímalínur*) aftast í þessari bók
- Kennsluklukka (verkefnablað 5.2 (*Klukka*) í verkefnahefti Stiku 1a)

Kennsluleiðbeiningar

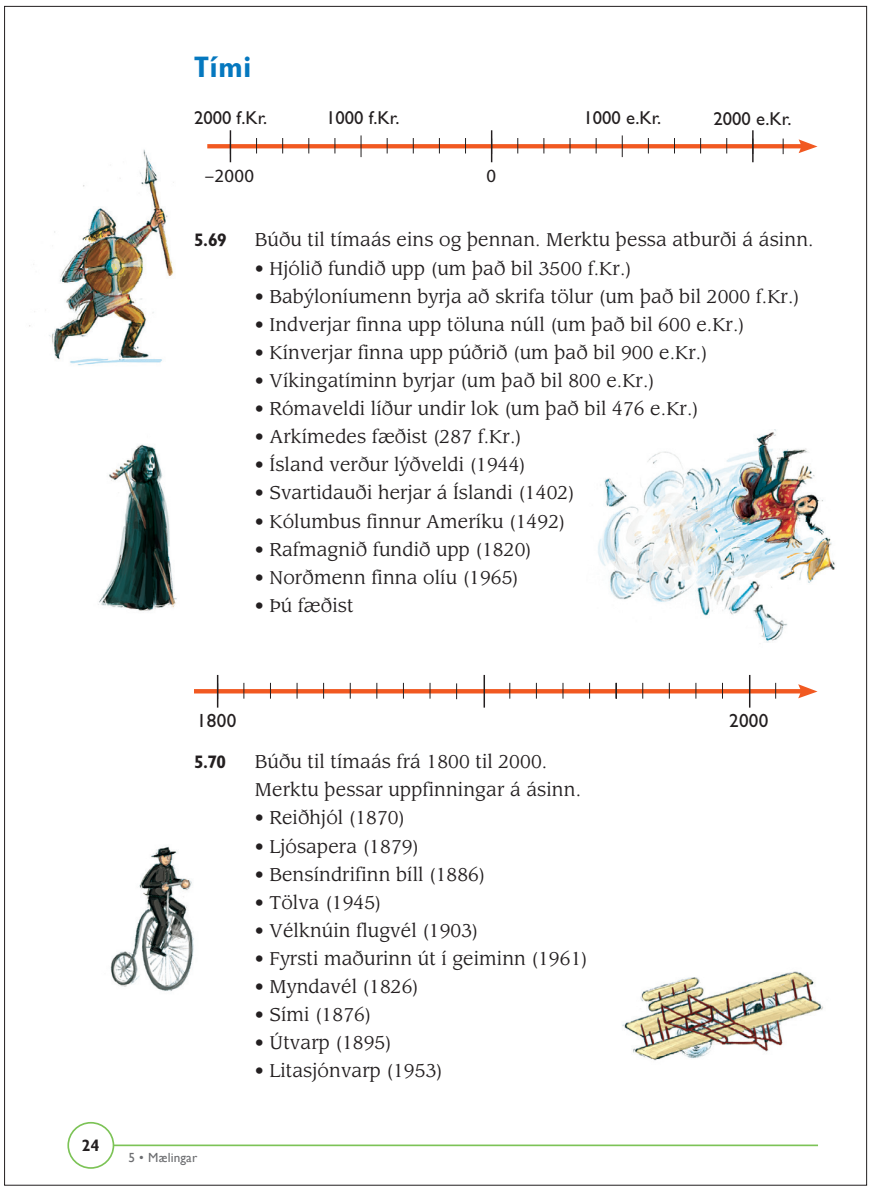
▶ Bls. 24

Tímareikningur og dagatal

Tímatal okkar nú á dögum, sem miðast við fæðingu Jesú, var búið til af rússneska munkinum Dionysiusi en munkurinn var uppi á 6. öld e.Kr. Hann ákvarðaði að árið 0 væri árið sem hann taldi að Jesús hefði fæðst og árið, sem Jesús varð eins árs, var þá árið 1 e.Kr. (eftir Krist). Árin fyrir árið 0 eru því talin aftur á bak frá 0. Hjólið var fundið upp 3500 árum fyrir 0, þ.e.a.s. fyrir um það bil 5500 árum.

Rómverjar miðuðu tímatalið við það ár sem þeir töldu að Róm hefði verið stofnuð. Samkvæmt því fæddist Jesús árið 753.

En allt þetta byggist á sólarhringnum, snúningi jarðar um öxul sinn. Fjöldi sólarhringa í mánuði (kvartilaskipti tungslins) gengur ekki upp í fjölda sólarhringa á ári (árstíðaskipti jarðar). Þar að auki er fjöldi sólarhringa í ári ekki heil tala. Eftir því sem tíminn líður hliðrast því fastir dagar dagatalsins til og nauðsynlegt er að leiðrétta tímann með því að námunda hann. Gríski stjörnufræðingurinn Sosigenes (47 f.Kr.) reiknaði með því að í árinu (sá tími sem það tekur jörðina að fara kringum sólina) væru 365 $\frac{1}{4}$ sólarhringur. Því var það ákveðið að lengd venjulegs árs skyldi vera 365 sólarhringar en fjórða hvert ár skyldi vera hlaupár og í því væru 366 sólarhringar. Þetta tímatal kallast



júlíska (eða júlíanska) tímatalið vegna þess að það var tekið upp af Júlíusi Cesar keisara Rómaveldis.

Í rauninni er árið aðeins styttra, um það bil 365,2422 dagar. Þess vegna hefur allt frá 17. öld verið notað gregoríska (eða gregoríanska) tímatalið, kennt við Gregoríus XIII. páfa. Í þessu tímatali er ekki hlaupár aldamótaárin (1700, 1800 o.s.frv.) nema því aðeins að þau séu deilanleg með 400. Þess vegna var hlaupár árið 2000 en það mun ekki verða árið 2100.

Íslamska tímatalið byggist aftur á móti hreinlega á mánuðunum. Í íslam eru 12 mánuðir í árinu sem er að meðaltali rúmlega 354 dagar. Þetta tímatal miðast við daginn 16. júlí 622 en þann dag flúði spámaðurinn Múhameð frá Mekka til Medina. Í íslamska tímatalinu byrjar hver mánuður þegar fyrri hálfmáninn eftir nýtt tungl birtist.

Nr. 5.69–5.70

Nemendur teikna tímaása og merkja inn á þá mismunandi atburði.

Tillögur að spurningum:

- *Er hægt að merkja nákvæmlega inn á tímaásinn hvenær Arkimedes var fæddur?*
- *Hvers vegna er það ekki hægt? (Vegna þess að bilið milli strikanna spannar 200 ár og þá er ómögulegt að finna nákvæmlega hvar 287 er.)*
- *Hvað er langt síðan Arkimedes fæddist? (287 + núverandi ártal; árið 2013 eru 2300 ár síðan hann fæddist.)*

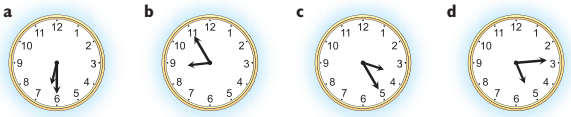
▶ Bls. 25

Hér er gagnlegt að rifja upp hvernig tími er mældur í klukkustundum og mínútum.

- *Hve margar klukkustundir eru í sólarhringnum? (24.)*
- *Hvernig stendur þá á því að á klukkuskífunni eru bara 12 klukku-*

5.71 Skrifaðu tvær tímasetningar við hverja klukku.

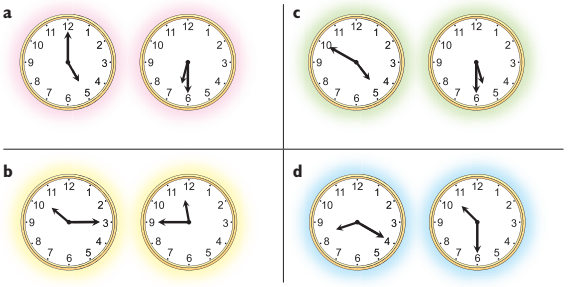
a b c d



5.72 Hve langur tími líður milli tímasetninga?

a c

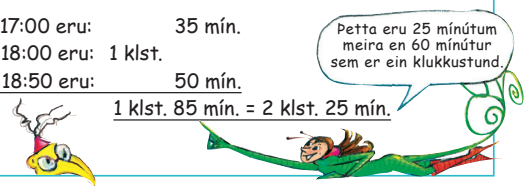
b d



Sýnidæmi

Hve langur tími líður frá kl. 16:25 til kl. 18:50?

Frá 16:25 til 17:00 eru: 35 mín.
Frá 17:00 til 18:00 eru: 1 klst.
Frá 18:00 til 18:50 eru: 50 mín.
1 klst. 85 mín. = 2 klst. 25 mín.



5.73 Hve langur tími líður frá

a kl. 09:50 til kl. 10:35?
b kl. 04:45 til kl. 05:20?
c kl. 15:45 til kl. 17:05?
d kl. 22:30 til kl. 00:25?
e kl. 01:55 til kl. 03:15?
f kl. 20:10 til kl. 23:35?

tímar? (Ástæðan er sú að litli vísirinn fer tvo hringi á sólarhring. Þess vegna sýna vísar klukkunnar tvenns konar tímasetningu, t.d. 7 að morgni eða 7 að kvöldi (kl. 19:00)).

- *Hvaða tímasetningu sýnir klukkan í 5.71b? (Klukkuna vantar fimm mínútur í níu.)*
- *Hvers vegna er sagt „5 mínútur í 9“ þegar stóri vísirinn bendir á 11? (Ástæðan er sú að klukkuskífunni er skipt í tvo mælikvarða. Henni er skipt í 12 hluta sem tilgreina klukkustundirnar. Síðan er henni skipt niður með 60 strikum sem tákna mínúturnar. Það eru því fimm sinnum fleiri strik en klukkustundir. Þess vegna eru fimm strik (mín.) frá 11 til 12.)*

Kennsluklukka er á verkefnablaði 5.2 í verkefnahefti Stiku 1a.

Nr. 5.71

Nemendur lesa af klukkuskífunum og skrá tvær tímasetningarnar.

Nr. 5.72

Nemendur reikna tímalengdina milli tveggja tímasetninga og nota þá aðferð sem þeir kjósa. Einhverjir munu setja útreikningana fram eins og gert er í sýnidæmi fyrir neðan en aðrir telja áfram að svarinu á annan hátt. Í d-lið má t.d. hugsa dæmið þannig:
Frá 8:20 til 8:30 eru 10 mín.
Frá 8:30 til 10:30 eru 2 klst.
Samtals verða þetta 2 klst. og 10 mín.

Nr. 5.73

Nemendur reikna tímalengdina milli tveggja tímasetninga og nota aðferðir sem þeir kjósa sjálfir. Kennari leggur áherslu á að nemendur skrifi útreikninga niður þannig að aðrir geti skilið hvernig þeir hugsuðu og að þeir geti sýnt öðrum aðferðir sínar.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota stóra klukkuskífu með hreyfanlegum vísum. Nota má verkefnablað 5.2 (*Klukka*) í verkefnahefti Stiku 1a. Kennari sýnir hvernig litli vísirinn (klukkustundarvísirinn) færist frá einni klukkustund til annarrar, svo og hvernig stóri vísirinn (mínútuvísirinn) færist frá einni mínútu til annarrar.

Nemendur, sem ekki hafa náð valdi á að lesa af klukku, geta fengist við verkefni sem þjálfa slíka færni. Sjá verkefnablöð 68–73 (*Klukka 1–2, Klukkudóminó 1–4* og *Stilltu klukkurnar*) í verkefnahefti Sprota 2b, verkefnablöð 3.13–3.14 (*Klukkuæfingar 1–2*) í verkefnahefti Sprota 3a og verkefnablöð 4.41–4.49 (*Meira eða minna en ein mínúta?, Klukkuskífur, Klukkumynstur 1–2, Hvað er klukkan?, Dulmálsklukka, Tafla yfir flugtíma, Tafla yfir rútuferðir og Tímabelti*) í verkefnahefti Sprota 4a.

Erfiðari verkefni

Reikna tíma á dagatali

Á verkefnablaði 6.86 (*Dagatal og reikningur*) eiga nemendur að reikna út fjölda daga milli mismunandi dagsetninga, svo og fjölda ára. Af verkefnunum læra þeir hver dagafjöldinn er í mismunandi mánuðum. Þeir þjálfa einnig aldursútreikninga miðað við mismunandi ártöl.

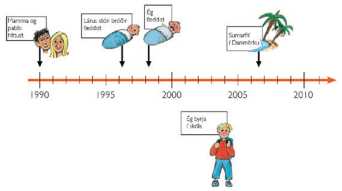
Raunverkefni

Tímaásar

Kennari teiknar tímaása sem tengjast öðrum námsgreinum, t.d. landafræði og náttúrufræði þar sem nemendur merkja mismunandi atburði hvern með hliðsjón af öðrum.

Eigið líf á tímaás

Nemendur búa til sinn eigin tímaás. Þeir teikna talnalínu frá um það bil 1990 til 2015 þar sem fimmta hvert ár er merkt. Einnig geta nemendur merkt hvert ár ef þeir vilja.



Á tímaásinn merkja þeir atvik úr lífi sínu. Það getur t.d. verið heimaverkefni og þá geta þeir fengið aðstoð heima.

Viðfangsefni

- Að reikna tímalengd milli tímasetninga
- Að lesa úr töflu

Búnaður

- Tímatafla yfir rútuferðir frá Reykjavík til Hólmavíkur (ljósritunarblað 4 (*Tímatafla yfir rútuferðir*) aftast í þessari bók

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 26

Nr. 5.74

Nemendur lesa úr töflunni og finna hve oft í viku rútan fer frá Reykjavík til Hólmavíkur og jafnframt á hvaða dögum það er. Í b-lið reikna þeir út hve miklu seinna rútan leggur af stað á sunnudögum en hina tvo dagana sem áætlunarferð er. Nemendur þurfa að geta sýnt hvernig þeir reiknuðu út svarið.

Nr. 5.75

Nemendur reikna hve langan tíma rútan er að aka milli hinna mismunandi staða á leiðinni til Hólmavíkur.

Nr. 5.76

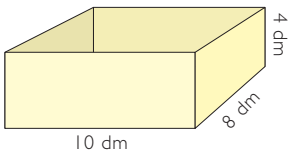
Nota má ljósritunarblað 4 aftast í þessari bók. Nemendur styðjast við útreikninga sína úr verkefni 5.75 og nota upplýsingar um tímalengd milli áningarstaða. Þeir þurfa að ganga út frá því að rútan leggi af stað annars vegar kl. 13:00 og hins vegar kl. 07:15. Nemendur geta gengið úr skugga um hvort rétt hafi verið reiknað með því að athuga hve lengi rútan var á leiðinni frá Reykjavík til Hólmavíkur á þriðjudögum og föstudögum, sbr. 5.75, og bera saman við niðurstöður.

▶ Bls. 27 – Upprifjun

Kennari fer sameiginlega með bekkjardeildinni yfir námsþætti sem fengist hefur við í þessum kafla og rifjar upp það nýmæli sem nemendur hafa lært. Best er ef nemendur geta útskýrt og ekki síður notað hugtök eins og:

- Mælieiningar fyrir þyngd og rúmmál
- Yfirborðsflatarmál mynda
- Rúmmál ferstrendinga – hvernig er það fundið?
- Rúmdesimetri og lítri – tengsl þessara hugtaka

Kennari teiknar ferstrending á töfluna og skráir málin við hliðarnar, til dæmis:



Tillögur um spurningar:

- *Hvert er yfirborðsflatarmál þessa kassa? (224 dm², hér er ekki gert ráð fyrir loki!)*
- *Hvernig er hægt að finna þetta með reikningi?*
- *Hver er munurinn á ferdesimetra og rúmdesimetra? (Ferdesimetrar (dm²) segja til um stærð flatar en dm³ tilgreina hvað hlutur rúmar.)*
- *Hvert er þá rúmmál kassans? (320 dm³.)*
- *Hve marga lítra rúmar kassinn þá? (320 l.)*

Auðveldari verkefni

Nemendur nota stóra klukkuskífu með hreyfanlegum vísum. Nota má verkefnablað 5.2 (*Klukka*) í verkefnahefti Stiku 1a. Kennari sýnir hvernig litli vísirinn (klukkustundarvísirinn) færist frá einni klukkustund til annarrar, svo og hvernig stóri vísirinn (mínútuvísirinn) færist frá einni mínútu til annarrar.

Nemendur, sem ekki hafa náð valdi á að lesa af klukku, geta fengist við verkefni sem þjálfa slíka færni frekar en að vinna verkefnin á bls. 26, sjá verkefnablöð 68–73 (*Klukka 1–2, Klukkudóminó 1–4* og *Stilltu klukkurnar*) í verkefnahefti Sprota 2b,

Þessi tímatafla hópferðafyrirtækis sýnir rútuferðir að vetrarlagi frá Reykjavík til Hólmavíkur.
Taflan sýnir einnig áningarstaðina á leiðinni. Finndu þá á korti.
Farið er þriðjudaga, miðvikudaga, föstudaga og sunnudaga.

Lagt af stað frá:	Þri. og fös.	Sunnud.	Miðvikud.
Reykjavík	08:30	13:00	07:15
Hvalfjarðargöngum	09:05	13:35	
Borgarnesi	09:45		
Baulu	10:00		
Bifröst	10:10	14:40	
Búðardal	11:00		
Skriðulandi	11:25		
Króksfjarðarnesi	11:35	16:05	
Komið til:			
Hólmavíkur	11:50		

5.74 **a** Hve oft í viku fer rútan frá Reykjavík til Hólmavíkur? Á hvaða dögum?

b Hve miklu seinna fer rútan á sunnudögum en á föstudögum?

5.75 Skoðaðu töfluna.
Hve langan tíma er rútan á leiðinni

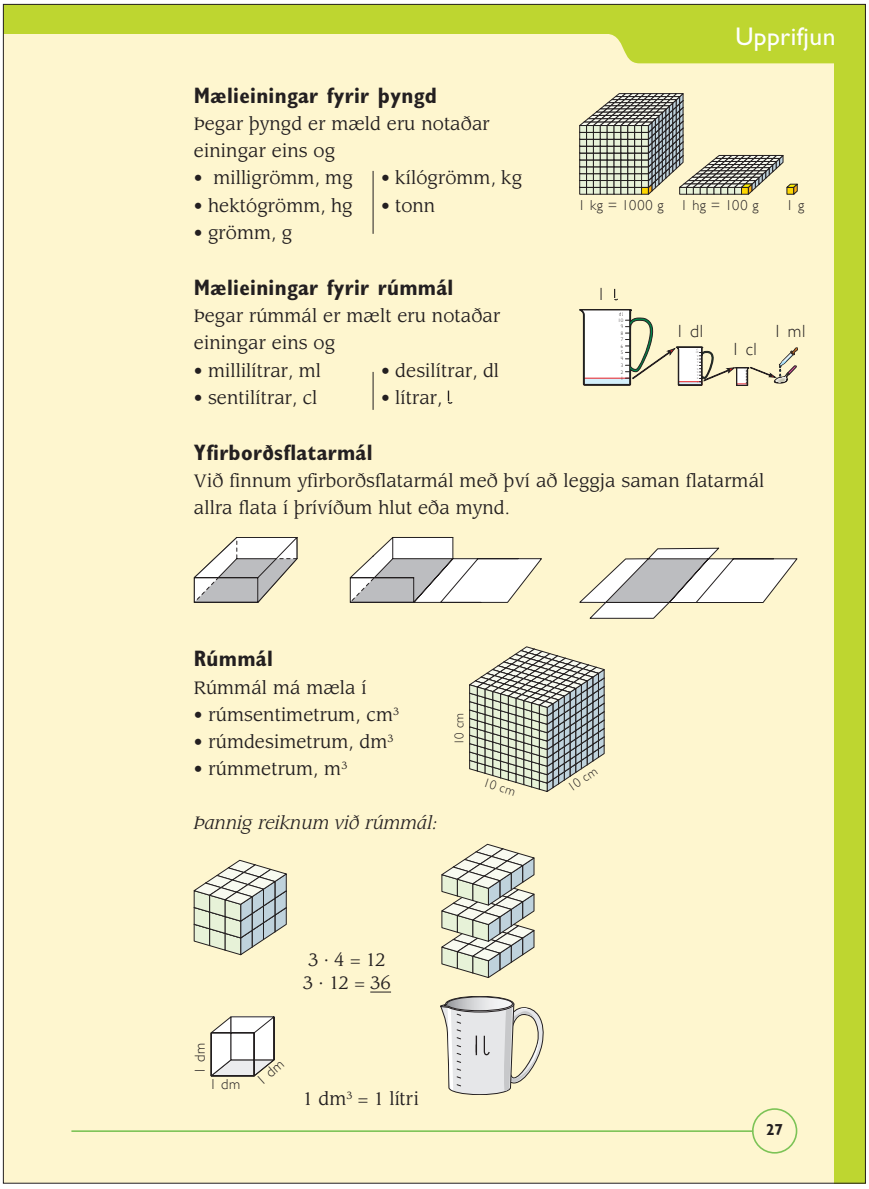
a frá Borgarnesi í Búðardal?

b frá Baulu til Hólmavíkur?

c frá Hvalfjarðargöngum í Bifröst?

d frá Reykjavík til Hólmavíkur?

5.76 Rútan fer líka til Hólmavíkur á sunnudögum og miðvikudögum. Fylltu upp í síðustu tvo dálkana í töflunni.



3.13–3.14 (*Klukkuæfingar 1–2*) í verkefnahefti Sprota 3a og verkefnablöð 4.41–4.49 (*Meira eða minna en ein mínúta?, Klukkuskífur, Klukkumynstur 1–2, Hvað er klukkan?, Dulmálsklukka, Tafla yfir flugtíma, Tafla yfir rútuferðir* og *Tímabelti*) í verkefnahefti Sprota 4a.

Erfiðari verkefni

Breyta má tímasetningunni 07:15 í verkefni 5.76 í 07:35 (nota má aukadálk í töflunni á ljósritunarblaði 4 (*Tímatafla yfir rútuferðir*) aftast í þessari bók). Einnig má biðja nemendur að skrá tímasetningar fyrir rútuna til baka frá Hólmavík til Reykjavíkur á þriðjudögum og föstudögum miðað við að rútan stoppi 30 mín. í Hólmavík. Hún stoppar að sjálfsögðu á sömu áningarstöðum á leiðinni suður.

Þrautalausnir í tengslum við tímaútreikninga

Nemendur leysa þrautir sem varða tíma, sjá verkefnablað 6.87 (*Heilabrot um tíma*).

Raunverkefni

Samvinnuverkefni um tíma

Búnaður: 12 verkefnaspjöld, sjá verkefnablöð 6.88a–d (*Hópverkefni um tíma* og *Hópverkefni um tíma – spjöld 1–3*).

Hver 3–4 manna hópur fær 12 spjöld. Sérhver hópmeðlimur fær nokkur spjöld sem hann ber ábyrgð á. Á hverju spjaldi er vísbending sem er mikilvæg fyrir lausn hins sameiginlega verkefnis. Hver hópmeðlimur á þannig sinn hluta af lausninni.

Hvert spjald er þannig eins konar púsl. Allir lesa spjöldin sín upphátt. Síðan þurfa nemendur að taka ákvörðun um á hvaða púsli eða vísbendingu sé best að byrja.

Hópurinn þarf í sameiningu að raða púslinu saman til að fá „heildarmyndina“. Mikilvægur þáttur í samvinnunni er að flokka mikilvægar upplýsingar saman annars vegar og léttvægar upplýsingar hins vegar til að koma skipulagi á það sem sýnist vera óreiða.

Verkefnið gefur ekki aðeins þjálfun í að reikna tíma og fjarlægðir heldur einnig æfingu í skipulagðri og rökvísri hugsun.

Samvinnuverkefni um þyngd

Búnaður: 12 spjöld, sjá verkefnablöð 6.89a–d (*Hópverkefni um þyngd* og *Hópverkefni um þyngd – spjöld 1–3*).

Þetta verkefni er sams konar verkefni og greint er frá hér á undan nema að því leyti að hér er fjallað um þyngd en ekki tíma.

Nemendur eiga út frá upplýsingunum á spjöldunum að finna út hvaða fjölskylda af þremur á mest af gulli.

Veiða reiti

Nemendur vinna saman í pörum. Hvert par þarf rúðunet með reitum í stærðinni um það bil 1 cm² og 30–40 cm snúru. Binda skal saman snúruendana þannig að snúran myndi lokaðan feril.

Nemendur leggja snúruna á rúðunetið. Mynda má rétthyrning, hring eða eitthvað annað form. Nú teikna nemendur kringum snúruna og telja hversu marga reiti um það bil þeim tókst „að veiða“ með snúrunni.

Nú búa nemendur til tvo öðruvísi lokaða ferla með snúrunni. Þeir teikna í kringum þá og telja hve marga reiti um það bil þeir veiddu.

Nemendur munu af þessu verkefni komast að raun um að jafnvel þótt ummál flatarins, sem snúran afmarkar, sé það sama mun flatarmálið breytast. Búi þeir til mjóan rétthyrning, t.d. 1 cm á breidd, verður flatarmálið 19 cm² ef snúran er 40 cm á lengd. Sé breidd rétthyrningsins hins vegar 5 cm verður lengdin 15 cm og flatarmálið því 75 cm².

Fá má nemendum það verkefni að veiða eins marga reiti og þeir geta með snúrunni. Einnig má biðja þá að búa til þríhyrning og ferhyrning með sem stærst flatarmál.

Viðfangsefni

- Að lesa af talnalínu
- Samlagning og frádráttur tugabrota með 1 eða 2 aukastöfum
- Breyta einni mælieiningunni, g, hg, kg og tonnum, í aðra
- Breyta einni mælieiningunni, ml, cl, dl og l, í aðra
- Að reikna yfirborðsflatarmál og rúmmál ferstrendinga
- Að lesa tímasetningu af klukkuskífu og reikna tíma-lengd milli tveggja tímasetninga

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 28 Próf

Nr. 1
Nemendur lesa af talnalínu og breyta síðan þyngd í hg.

Nr. 2
Nemendur breyta þyngd í grömm.

Nr. 3
Nemendur skrifa töflurnar upp og skrá í þær tölurnar sem vantar. Sama þyngd á að vera í hverri röð.

Nr. 4
Nemendur skrifa dæmin upp og leggja saman tugabrot.

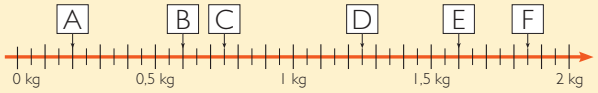
Nr. 5
Nemendur skrifa dæmin upp og finna mismun tugabrota.

Nr. 6
Nemendur finna hvaða tölu x táknar í hverju dæmi þannig að jafn mikið verði báðum megin við jöfnumerkið.

Nr. 7
Nemendur lesa af talnalínu og breyta tölum í lítra.

Próf

1 Lestu af talnalínunni og skráðu í hektógrömmum.



2 Skrifaðu í grömmum:

a 0,300 kg **c** 1,5 hg **e** 0,08 kg **g** 0,145 hg
b 0,55 kg **d** 0,4 hg **f** 1,07 kg **h** 0,705 kg

3 Fylltu út í töflurnar

a

grömm	hektógrömm	kílógrömm
	4,5 hg	
1017 g		
		1,14 kg
	0,56 hg	

b

kílógrömm	tonn
1140 kg	
	0,74 tonn
	3,08 tonn
327 kg	

4 Reiknaðu dæmin.

a $\begin{array}{r} 1{,}3 \\ +\ 2{,}4 \\ \hline \end{array}$ **b** $\begin{array}{r} 5{,}1 \\ +\ 3{,}7 \\ \hline \end{array}$ **c** $\begin{array}{r} 16{,}84 \\ +\ 24{,}12 \\ \hline \end{array}$ **d** $\begin{array}{r} 29{,}45 \\ +\ 13{,}78 \\ \hline \end{array}$

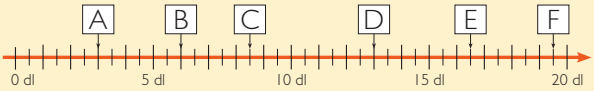
5 Reiknaðu dæmin.

a $\begin{array}{r} 8{,}4 \\ -\ 4{,}2 \\ \hline \end{array}$ **b** $\begin{array}{r} 18{,}9 \\ -\ 9{,}4 \\ \hline \end{array}$ **c** $\begin{array}{r} 33{,}24 \\ -\ 18{,}13 \\ \hline \end{array}$ **d** $\begin{array}{r} 24{,}31 \\ -\ 13{,}97 \\ \hline \end{array}$

6 Hvaða tölu táknar x í hverju dæmi?

a $20 + 10 = 15 + x$ **c** $175 + x = 180 + 25$
b $100 + 40 = x + 50$ **d** $2{,}8 + 1{,}3 = 1{,}1 + x$

7 Lestu af talnalínunni og skráðu í lítrum.



28
5 • Mælingar

▶ Bls. 29 Próf (framhald)

Nr. 8
Nemendur skrifa töflurnar upp og skrá í þær tölurnar sem vantar. Sama rúmmál á að vera í hverri röð.

Nr. 9
Nemendur finna flatarmál allra flatanna sex á ferstrendingunum og leggja saman til að finna yfirborðs-flatarmál hvers þeirra.

Nr. 10
Nemendur finna rúmmál hvers ferstrendings.

Nr. 11
Nemendur lesa af klukkuskífum og skrifa tvær tímasetningar við hverja.

Nr. 12
Nemendur finna tímalengd milli tímasetninganna tveggja sem til-greindar eru.

Auðveldari verkefni

Nemendur, sem eiga í erfiðleikum með prófið, geta snúið sér að verkefnum á æfingasíðunum, svo og unnið blaðsíður æfingaheftisins sem vísað er til á æfingasíðum.

Sérlega þýðingarmikið er að leggja áherslu á eftirfarandi atriði:

- Lesa tugabrot af talnalínu.
- Breyta 10 tíundu hlutum í 1 einingu – og öfugt – og 10 hundraðshlutum í 1 tíunda hluta – og öfugt – í tengslum við samlagningu og frádrátt.
- Algengar þyngdar- og rúmmáls-einingar og breytingu á einni einingu í aðra.

8 Fylltu út í töflurnar

a

desilítrar	lítrar
4 dl	
	0,8 l
28 dl	
	1,6 l

b

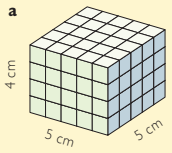
sentilítrar	desilítrar
10 cl	
	0,5 dl
	1,7 dl
140 cl	

c

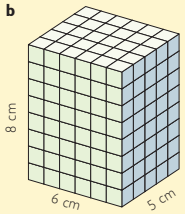
millilítrar	sentilítrar	desilítrar	lítrar
1050 ml			
	48 cl		
		5,97 dl	
			0,804 l

9 Hvert er yfirborðsflatarmál ferstrendinganna?

a

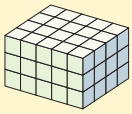


b

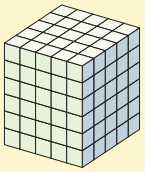


10 Hvert er rúmmál kassanna?

a

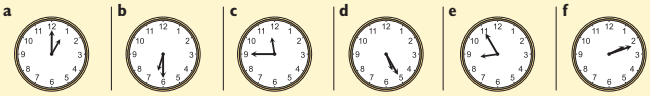


b



11 Skráðu tvær tímasetningar við hverja klukku.

a **b** **c** **d** **e** **f**



12 Hve langur tími líður milli tímasetninganna í hverju verkefni?

a 12:15 14:45 | **b** 07:25 10:35 | **c** 22:58 03:17

Hugmyndir og athugasemdir

- Að skilja rúmmál ferstrendings sem fjölda mælieininga sem ferstrendingurinn rúmar og geta margfaldað til að reikna rúmmálið.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nemendur, sem ráða vel við þessa námsþætti, geta snúið sér strax að æfingasíðu 1 og reikna síðan æfingasíðu 2 og 3 auk Geturðu þetta?-blaðsíðunnar. Þeir geta einnig tekið til við að vinna blaðsíður í æfingahefti sem vísað er til. Loks geta þeir unnið einhver raunverkefnanna sem gerð er tillaga um í köflunum Raunverkefni fyrr í þessum kafla.

Viðfangsefni

- Lesa af talnalínu
- Einingarnar g, hg og kg og breyting úr einni einingunni í aðra
- Einingarnar ml, cl, dl og l og breyting úr einni einungunni í aðra
- Samlagning og frádráttur tugabrota með einum eða tveimur aukastöfum
- Fyrstu skref í algebru: Finna óþekktu töluna x sem gerir stæðurnar báðum megin við jöfnumerkið jafn gildar

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 30 Æfingasíða 1

Nr. 5.77
Nemendur lesa af talnalínu og breyta þyngdarmálum í kílógrömm.

Nr. 5.78
Nemendur lesa af talnalínu og breyta tölum í desilítra.

Nr. 5.79
Nemendur skrifa töflurnar upp og fylla inn í tómu reitina þannig að sama mál verði í hverri línu.

Nr. 5.80
Nemendur skrifa uppsettu dæmin upp og leggja saman.

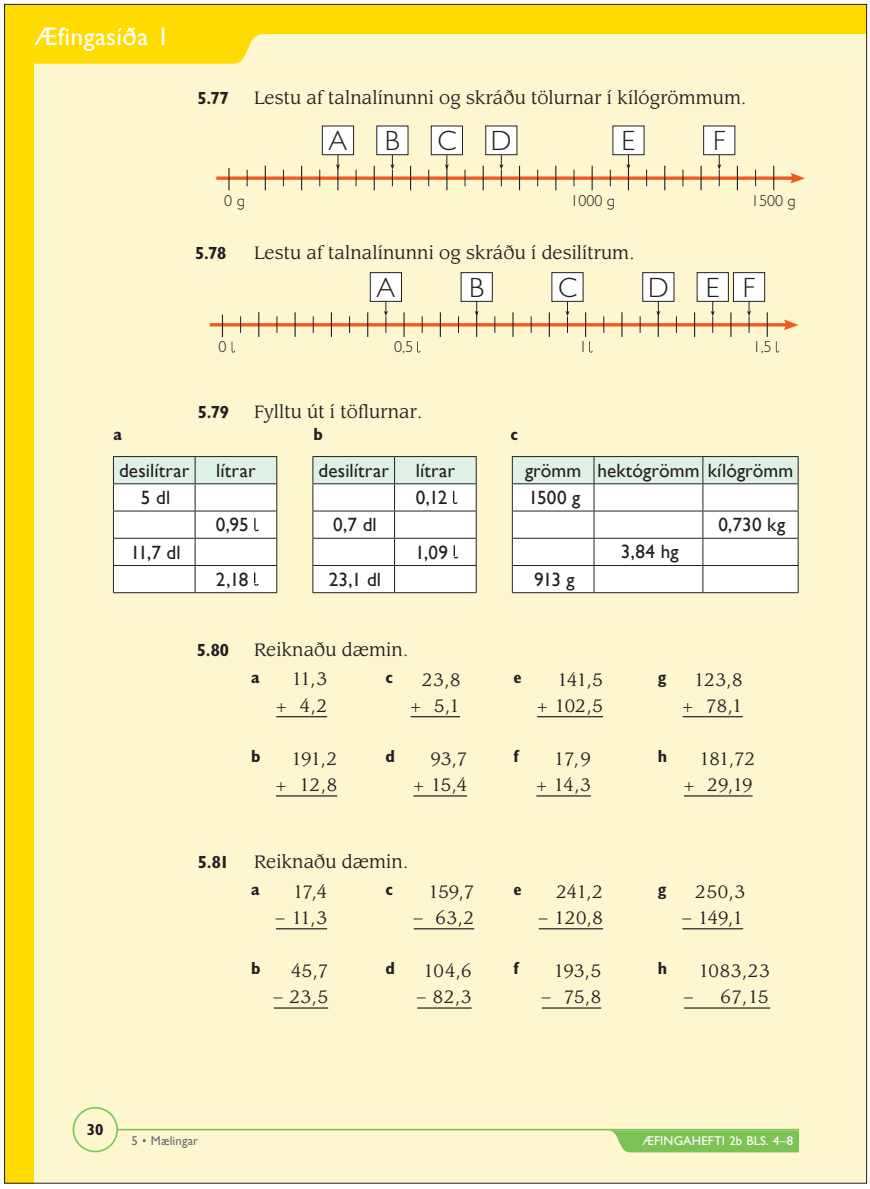
Nr. 5.81
Nemendur skrifa uppsettu dæmin upp og draga frá.

▶ Bls. 31 Æfingasíða 2

Nr. 5.82
Nemendur skrifa uppsettu dæmin upp og leggja saman.

Nr. 5.83
Nemendur skrifa uppsettu dæmin upp og draga frá.

Nr. 5.84
Nemendur lesa af talnalínunni og breyta tölunum í kg. Benda má á að talnalínan byrjar í 1000 g, ekki í 0.



Æfingasíða 1

5.77 Lestu af talnalínunni og skráðu tölurnar í kílógrömmum.

5.78 Lestu af talnalínunni og skráðu í desilítrum.

5.79 Fylltu út í töflurnar.

a

desilítrar	lítrar
5 dl	
	0,95 l
11,7 dl	
	2,18 l

b

desilítrar	lítrar
	0,12 l
0,7 dl	
	1,09 l
23,1 dl	

c

grömm	hektógrömm	kílógrömm
1500 g		
		0,730 kg
	3,84 hg	
913 g		

5.80 Reiknaðu dæmin.

a 11,3 + 4,2 **c** 23,8 + 5,1 **e** 141,5 + 102,5 **g** 123,8 + 78,1

b 191,2 + 12,8 **d** 93,7 + 15,4 **f** 17,9 + 14,3 **h** 181,72 + 29,19

5.81 Reiknaðu dæmin.

a 17,4 − 11,3 **c** 159,7 − 63,2 **e** 241,2 − 120,8 **g** 250,3 − 149,1

b 45,7 − 23,5 **d** 104,6 − 82,3 **f** 193,5 − 75,8 **h** 1083,23 − 67,15

Nr. 5.85
Nemendur breyta fyrst málunum í kg og reikna síðan dæmin. Gert er ráð fyrir að þeir setji dæmin upp þegar þeir reikna en ef til vill er ekki rétt að benda nemendum á þetta. Ef þeim er gefinn laus taumur kunna þeir, sem setja dæmin ekki upp, að lenda í vandræðum. Þetta mun einmitt geta sannfært þessa nemendur um kostina við að setja dæmi upp þegar um er að ræða margra stafa tölur.

Nr. 5.86
Nemendur lesa af talnalínunni og breyta tölum í lítra.

Nr. 5.87
Nemendur breyta fyrst málunum í lítra og reikna síðan dæmin. Hér er einnig gert ráð fyrir að þeir setji dæmin upp þegar þeir reikna.

Nr. 5.88 og 5.89
Nemendur finna út hvaða tölu x táknar í hverju dæmi þannig að jafn mikið verði hvorum megin við jöfnumerkið. Þessi dæmi má leysa á marga vegu þannig að rétt er að leyfa nemendum að finna eigin leiðir til þess. Kennari leggur áherslu á það við nemendur að þeir skrái hjá sér útreikninga því að þeir verði síðar beðnir um að útskýra fyrir bekkjarfélögum hvernig þeir fundu svörin.

Auðveldari verkefni

Rétt er að nota dágóðan tíma í að æfa nemendur í að skipta 10 tíundu hlutum í 1 einingu og 10 hundraðshlutum í 1 tíunda hluta. Kennari sýnir nemendum fram á að þessi aðgerð er sú sama og þegar 10 einingum er skipt í 1 tug og 10 tugum í 1 hundrað. Gott er að sýna skiptinguna með áþreifanlegum hjálpartækjum.

Reiknaðu dæmin.

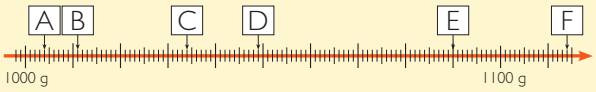
5.82

a	14,24	**b**	217,78	**c**	2174,23	**d**	43,123
	+ 8,15		+ 104,13		+ 324,79		+ 7,945

5.83

a	35,87	**b**	762,95	**c**	297,438	**d**	3298,073
	− 15,19		− 158,97		− 89,219		− 1862,961

5.84 Lestu af talnalínunni og skráðu í kílógrömmum.

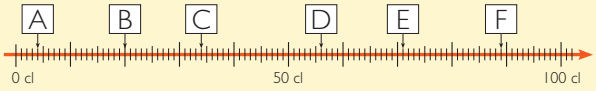


5.85 Skráðu í kílógrömmum og reiknaðu síðan.

a 2345 g + 32 hg **c** 9544 g − 53 hg **e** 14,53 hg − 1092 g

b 83 hg + 405 g **d** 93,45 hg − 123 g **f** 10 451 g − 78,14 hg

5.86 Lestu af talnalínunni og skráðu í lítrum.



5.87 Skráðu í lítrum og reiknaðu síðan.

a 14,05 dl + 100 cl **c** 25,15 dl + 245 cl **e** 12,41 dl − 790 ml

b 80 cl + 4,90 dl **d** 1,05 dl + 8140 ml **f** 36,37 dl − 1409 ml

Hvaða tölu táknar x í hverju dæmi?

5.88

a 3420 + 50 = 2210 + 500 + x **d** 3450 + x + 470= 2410 + 5430

b 2450 + 2415 = 1390+ x + 1030 **e** x + 3520 = 1260 + 4670

c 1120 + x + 320 = 2310 + 40 **f** 6980 + 1460 = 3256 + x + 500

5.89

a 2560 + 1050 = 4050 − x **c** 501 358 − x = 645 100 − 294 900

b 13 515 − 7140 = x + 1640 **d** x + 3195 = 12 073 − 6428

Nemendur geta notað áþreifanleg hjálpartæki, til dæmis með því að klippa út reitina á verkefnablaði 5.72 (*Tugabrot gerð áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku 1a; einnig má nota hugmyndina um A4-blað (sjá lýsingu í spilinu Fyrstur að fá 10 heila í kaflanum Raunverkefni hér á eftir). Nemendur taka fram miða sem tákna einingar og tíundu hluta og leggja saman minnstu miðana. Ef tíundu hlutarnir í bunka nemanda verða 10 eða fleiri skiptir hann miðunum í einn heilan (eina einingu).

Erfiðari verkefni

Töfraferningur

Nemendur búa til rúðunet í stærðinni 3 • 3 reitir. Þeir skrifa tölurnar 2,0 – 2,2 – 2,4 – 2,6 – 2,8 í reitina þannig að summan í öllum röðunum og öllum dálkunum, svo og í báðum hornalínunum, verði sú sama.

Hér eru tvær lausnir.

2,2	2,4	2,6
2,8	2,4	2,0
2,2	2,4	2,6

2,2	2,4	2,0
2,0	2,2	2,4
2,4	2,0	2,2

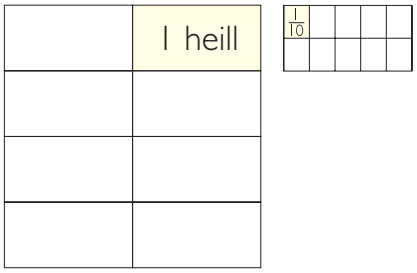
Fleiri lausnir eru til. Ekki er hægt að hafa tölurnar 2,0 og 2,8 í miðjunni. Ef það er gert þurfa þessar tölur að vera í öllum reitunum!

Raunverkefni

Fyrstur að fá 10 heila (spil)

Búnaður: Teningar, áþreifanleg hjálpartæki, til dæmis cuisenaire-kubbar (appelsínugulir og hvítir kubbar).

Nemendur spila saman tveir og tveir eða í hópum. Þeir þurfa tvo teninga og áþreifanleg hjálpartæki. Nota má verkefnablað 5.72 (*Tugabrot gerð áþreifanleg*) í verkefnahefti Stiku 1a. Einnig má búa til hjálpargögn með A4-blaði. Þá er blaðið brotið þrisvar þannig að það skiptist í 8 jafn stóra hluta sem klipptir eru út. Hver þessara búta táknar einn heilan. Síðan geta nemendur tekið tvo búta, skipt hvorum þeirra í 10 jafn stóra hluta og klippt þá út. Þar með hafa þeir í höndunum 20 tíundu hluta.



Hver leikmaður þarf 10 einingar og 15–20 tíundu hluta. Í byrjun eru allar einingarnar og tíundu hlutarnir lagðir í eina hrúgu á borðið mitt á milli leikmanna.

Þeir kasta tveimur teningum til skiptis og leggja saman tölurnar sem upp koma. Þeir eiga að taka úr hrúgunni eins marga tíundu hluta og teningarnir segja til um og leggja þá fyrir framan sig. Í hvert sinn sem leikmaður hefur safnað 10 tíundu hlutum skiptir hann þeim í eina einingu eða einn heilan. Þá skila þeir 10 tíundu hlutunum aftur í hrúguna og taka eina einingu í staðinn. Sá leikmaður vinnur sem er fyrstur að fá 10 heila.

Frímerkjaverkefni

Á verkefnablaði 5.77 (*Gömul frímerki og tugabrot*) í verkefnahefti Stiku 1a eiga nemendur að tengja ýmis frímerki við mismunandi upphæðir.

Meiri þjálfun í að breyta úr einni mælieiningu í aðra

Á verkefnablaði 6.76 (*Að lesa af talnalínu*) eru fleiri þjálfunarverkefni í að breyta úr einni mælieiningu í aðra þar sem talnalína er notuð til hjálpar.

Þrautalausnir

Nemendur leysa þrautir þar sem mælingar og þyngd koma við sögu, sjá verkefnablöð 6.74 og 6.75 (*Heilabrot um þyngd* og *Þyngd*).

Viðfangsefni

- Rúmmál ferstrendinga
- Fyrstu skref í algebru: Finna óþekktu töluna sem gerir stæðurnar beggja vegna jöfnumerkisins jafn stórar

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 32 Æfingasíða 3

Nr. 5.90 og 5.91

Nemendur reikna rúmmál ferstrendinga. Kennari forðast að útskýra rúmmál sem „lengd sinnum breidd sinnum hæð“ en gefa má nemendum vísbendingu um að finna fjölda mælieininga í neðsta laginu (grunnfleti) og margfalda þann fjölda með fjölda slíkra laga (hæð).

Nr. 5.92

Nemendur finna rúmmál gámanna þriggja og bera svörin saman.

Hér skal bent á fleiri verkefni um rúmmál sem eru á bls. 18–21.

▶ Bls. 33 Geturðu þetta?

Nr. 5.93 og 5.94

Nemendur prófa sig áfram og reikna út hve mikið hver poki vegur. Í hverju verkefni eru pokar í sama lit jafn þungir. Það eru því tvær óþekktar stærðir í hverju verkefni. Nemendur verða þess vegna að nota báðar vogarstangirnar í hverju verkefni til að ákvarða þyngd pokanna.

Erfiðari verkefni

Meiri þjálfun í að finna x með cuisenaire-kubbum

Á verkefnablaði 6.90 (*X með cuisinaire-kubbum*) eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga að reikna x. Í þessum verkefnum eru cuisenaire-kubbar notaðir sem hjálpartæki.

Giska á reiknireglu (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Leikmaður A býr til reiknireglu og skrifar hana á miða. Regluna má ýmist skrifa með orðum („Margfalda töluna með 3, draga 2 frá“) eða með tölustöfum og öðrum táknum („3 • x – 2“). Leikmaður B á að reyna að finna út hver reglan er. Það gerist með því að hann stingur upp á tölu. Leikmaður A segir frá hvað kemur út þegar reglunni hefur verið beitt á töluna. Leikmaður B reynir að giska á regluna eftir að hafa stungið upp á eins fáum tölum og hægt er. Þegar hann hefur fundið regluna er hún skráð efst í töflu, sjá hér á eftir.

Ef leikmaður B giskar á rétta reglu eftir eina tölu fær hann 3 stig. Giski hann rétt eftir tvær tölur fær hann 2 stig og eftir þrjár tölur 1 stig. Geti hann ekki giskað á regluna eftir þrjár tölur segir leikmaður A hver reglan er og leikmenn skipta um hlutverk. Dæmi:

Leikmaður A skrifar á miðann: „Leggja 4 við.“ Hann gætir þess að leikmaður B sjái ekki regluna. Leikmaður B býr til töflu og nefnir töluna 1. Leikmaður A reiknar þá 1 + 4 og svarar „5“. Þar næst nefnir leikmaður B töluna 3. Leikmaður A reiknar 3 + 4 og svarar „7“.

Þegar hér er komið lítur taflan svona út:

1	5
3	7

Ef leikmaður B hefur ekki enn getað giskað á rétta reglu stingur hann upp á einni tölu í viðbót, til dæmis 4. Þá svarar leikmaður A með „8“. Giski leikmaður B nú á rétta reglu er hún skráð efst í töfluna.

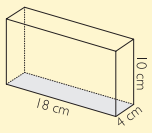
Leggja 4 við	
1	5
3	7
4	8

Leikmaður B fær hér 1 stig.

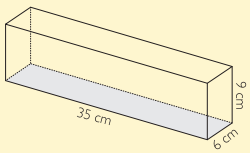
Æfingasíða 3

Hvert er rúmmál ferstrendinganna?

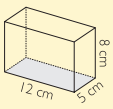
5.90 **a**



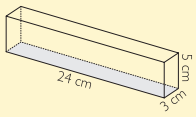
b



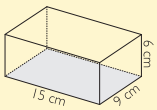
c



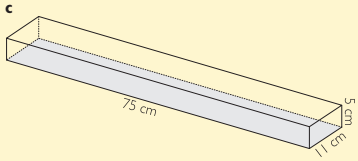
5.91 **a**



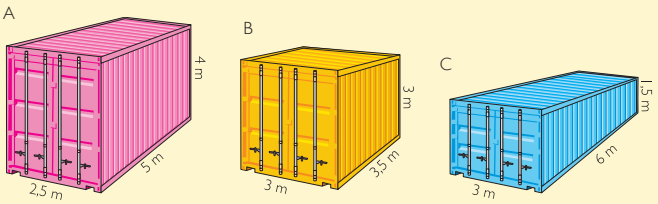
b

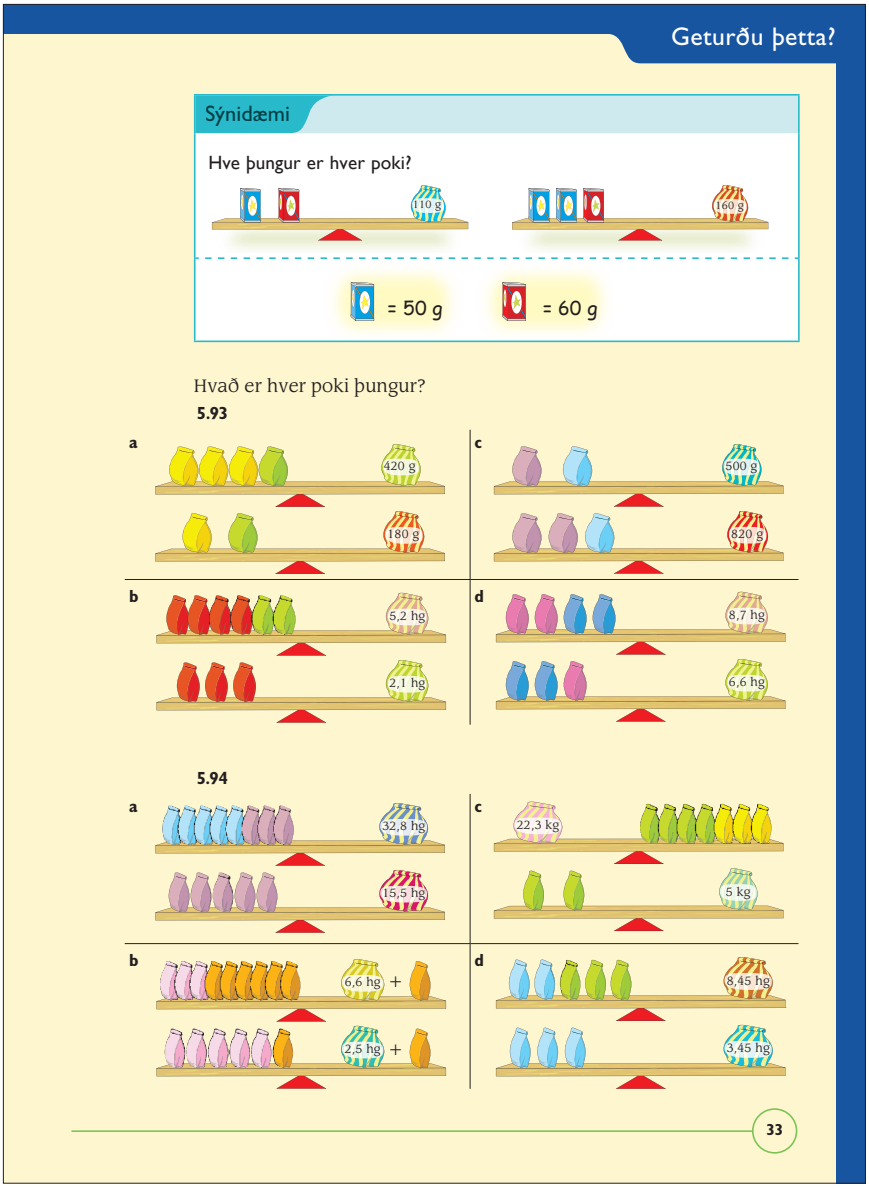


c



5.92 Þóra ætlar að taka gám á leigu, eins stóran og hægt er að fá. Hún getur valið milli þriggja tegunda. Hvaða gám á hún að velja?

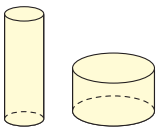




Raunverkefni

Könnun á rúmmáli íláta úr A4-blöðum

Nemendur búa til mismunandi ílát eða öskjur úr A4-blaði. Öll ílátin eiga að vera með loki og lokið þarf einnig að búa til úr sama A4-blaðinu. Ekki er nauðsynlegt að lokið sé fast við ílátið. Ílátið þarf að vera opnanlegt þannig að hægt sé að fylla það. Nemendur geta til dæmis búið til tvo ferstrendinga, tvo sívalninga og tvær keilur. Ílátin úr hverjum tveimur formum þurfa að vera nokkuð ólík þannig að t.d. annar sívalningur sé hár og mjór en hinn lágur og breiður.



Nota skal eins mikið af A4-blaðinu og mögulegt er í báða sívalningana.

Nemendur giska á hve mikið sívalningarnir rúma. Þar næst mæla þeir rúmmálið með því að fylla þá með til dæmis baunum, hrísgrjónum eða öðru álíka sem síðan er hellt í lítramál. Nemendur teikna ílátin og skrá niðurstöðurnar í töflu eins og til dæmis þessa:

Form	Teikning	Ágiskun	Mæling
Mjór sívalningur			
Breiður sívalningur			

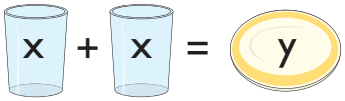
Síðan má fá nemendum það verkefni að búa til ílát úr A4-blaði sem rúmar eins mikið og mögulegt er. Hver býr til ílát með stærsta rúmmálinu?

Leikur með x og y

Áður en nemendur vinna verkefnin á bls. 33 má fá þeim nokkur verkefni þar sem x og y koma við sögu. Þetta má gera með nokkrum pappírsbútum, pappakrús og pappadiski. Krúsin táknar x og diskurinn y. Verkefni nemenda er að finna út gildin á x og y.

Þeir byrja á eftirfarandi verkefni:

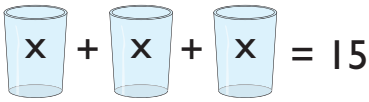
Tvær krúsir gilda jafn mikið og einn diskur, þ.e.a.s. x + x = y



Síðan koma næstu upplýsingar:
Ein krús og einn diskur hafa gildið 15, þ.e.a.s. x + y = 15.

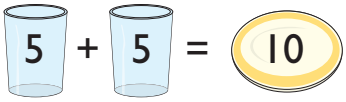
Hvert er gildi x og hvert er gildi y?

Hvað vitum við?
Jú, við vitum að tvær krúsir eru jafn mikið og einn diskur (x + x = y). Þá getum við skipt disknum út fyrir tvær krúsir en haldið summunni 15.



Þá fáum við 15 deilt með 3 og vitum þar með að ein krús hefur gildið 5.

Lausnin verður einföld vegna þess að tvö x eru jöfn einu y. Þá er y = 10.



Kennari býr til svipuð verkefni fyrir nemendur og þeir geta einnig búið sams konar verkefni til hver fyrir annan.

6 Almenn brot

Nemendur fást áfram við hugtakið almenn brot, bæði sem hluta af heild, hluta af safni og sem tölur á talnalínunni. Þeir læra að finna fjöldann, sem ákveðinn hluti felur í sér, þegar heildin er þekkt. Þeir læra einnig að finna heildina þegar hlutinn er þekktur og sá fjöldi sem hann felur í sér.

Þeir munu einnig læra að mismunandi brot geta verið jafn stór (eða jafn gild) og jafnframt læra þeir hvernig finna má jafn stór brot með því að lengja eða stytta brot. Þetta er sérlega gagnlegt við samanburð á stærð brota og við útreikninga með almennum brotum.

Í kaflanum fást þeir við samlagningu og frádrátt samnefndra og ósamnefndra brota. Að auki læra nemendur margföldun almennra brota með heilli tölu.

Viðfangsefni

- Almenn brot í verkefnum úr daglegu lífi
- Almenn brot sem hluti af safni og sem hluti af heild

Búnaður

- Ef til vill kubbar eða önnur áþreifanleg hjálpartæki

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 34

Samræðumynd

Kennari rifjar upp með nemendum það sem þeir vita um almenn brot. Hann varpar fram spurningum út frá myndinni. Mælt er með að kennari noti áþreifanleg hjálpargögn til að gera spurningarnar sýnilegar. Nota má annaðhvort kubba á myndvarpa eða nemendurna sjálfa. Gott er að kennari skrifi brotin á töfluna jafnóðum og hann nefnir þau.

Dæmi um spurningar.

Að finna fjöldann sem ákveðinn hluti felur í sér þegar heild er þekkt:

- *Í bekkjardeild nokkurri eru 20 nemendur. Hvað er einn fimmti hluti þeirra margir nemendur? (4, við skiptum bekkjardeildinni í fimm jafn stóra hópa.)*
- *Einn fjórði hluti af bekkjardeildinni kom í skólann með strætó. Hve margir nemendur voru það? (5, við skiptum bekkjardeildinni í fjóra jafn stóra hópa.)*

Að finna heild þegar hluti er þekktur og fjöldinn sem hann felur í sér.

- *Þriðjungur nemenda í annarri bekkjardeild fór á bókasafnið. Þetta voru 6 nemendur. Hve margir nemendur voru í bekkjardeildinni? (18.)*
- *Hvernig hugsuðuð þið til að finna svarið? (Þrír þriðjuhlutar er heildin. Þess vegna þarf að reikna með 6 nemendum þrisvar sinnum.*
- *Hve stór hluti bekkjardeildar fór ekki á bókasafnið? ($\frac{2}{3}$ sem samsvarar 12 nemendum.)*

Að finna brotið þegar heildin er þekkt, svo og fjöldinn sem ákveðinn hluti af heildinni felur í sér.

- *Tólf af nemendunum á myndinni eru búnir með verkefnin. Hvað er það stór hluti af bekkjardeildinni? ($\frac{12}{20}$ eða $\frac{3}{5}$. Við sjáum að tólf nemendur samsvara fjölda nemenda í þremur hópum, þ.e.a.s. þremur hópum af fimm.)*

Kennari rifjar upp hugtökin teljari og nefnari og merkingu þeirra. Hann reynir að fá nemendur til að nota þessi hugtök þegar þeir svara með almennu broti. Dæmi: „Þetta verða $\frac{3}{5}$. Talan 3 er teljari vegna þess að þrír hópar eru búnir og talan 5 er nefnari vegna þess að hóparnir eru alls fimm.

Kennari leggur áherslu á að almennt brot sýnir hlutfallið milli hluta og heildar. Það þýðir til dæmis að brotið er annað ef heildin

6 Almenn brot

Í þessum kafla muntu læra um

- almenn brot sem hluta af heild og sem hluta af safni
- almenn brot sem eru jafn gild – sem eru jafn stór
- styttingu og lengingu almennra brota
- samlagningu, frádrátt og margföldun almennra brota

Hluti af heild og hluti af safni

6.1 **a** Hvað er Björg stór hluti af hópnum sem hún er í?

b Hvað er Björg stór hluti af allri bekkjardeildinni?

c Hve stór hluti af hópi Bjargar er strákar?

Notaðu myndina á bls. 34.

6.2 Hve stór hluti af bekkjardeildinni

a er strákar?

b er stelpur?

c er í hópnum þar sem eru bara strákar?

6.3 **a** Hvað er Heiða búin að borða stóran hluta af pitsunni sinni?

b Hvað á Viðar eftir að borða stóran hluta af sinni pitsu?

c Í hve marga hluta er hverri pitsu skipt?

6.4 **a** Hver krakkanna þriggja
- hefur borðað mest af pitsu?
- hefur borðað minnst af pitsu?

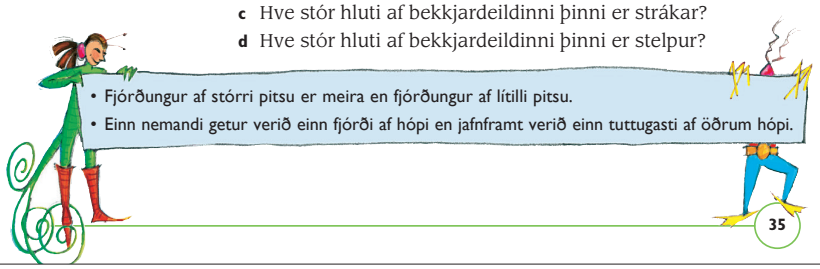
b Útskýrðu hvers vegna krakkarnir borða ekki jafn mikið úr því að þeir borða allir $\frac{1}{4}$ af pitsu.

6.5 **a** Hve stór hluti ert þú af fjölskyldu þinni?

b Hve stór hluti ert þú af bekkjardeildinni þinni?

c Hve stór hluti af bekkjardeildinni þinni er strákar?

d Hve stór hluti af bekkjardeildinni þinni er stelpur?



(nefnarinn) er önnur þótt fjöldi hluta (teljarinn) sé sá sami.

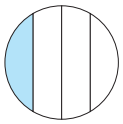
- *Hvort vildir þú frekar eiga einn fjórða af 100 krónum eða einn fjórða af 200 krónum? Er það kannski það sama?*

▶ Bls. 35

Hér hentar vel að vinna þessa blaðsíðu með allri bekkjardeildinni. Einnig má láta nemendur vinna hvern fyrir sig eða í pörum og fara síðan yfir verkefnin sameiginlega með bekkjardeildinni. Gott er að varpa fram fleiri spurningum um myndina á bls. 34 eða nota nemendurna sjálfa. Gott er að láta þá segja frá hvernig þeir finna svörin.

Kennari vekur athygli nemenda á að hlutarnir verða að vera jafn stórir. Hann getur til dæmis teiknað eftirfarandi mynd á töfluna og spurt hve stór hluti sé litaður.

Þetta er ekki fjórðungur vegna þess að hlutarnir eru ekki jafn stórir.



Nr. 6.1 og 6.2

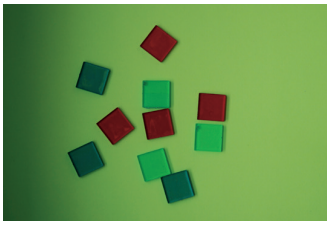
Nemendur nota samræðumyndina á bls. 34 til að leysa þessi verkefni.

Nr. 6.3 og 6.4

Nemendur nota myndirnar til að leysa verkefnin. Öll börnin borðuðu fjórðung en þar sem „heildin“ er misstór eru hlutarnir einnig misstórir. Aðeins er hægt að bera saman brot þar sem heildin er hin sama.

Nr. 6.5

Nemendur eiga að finna brotin. Í a- og b-liðum er hlutinn, eða teljarinn (nemandinn), sá sami en heildin (eða nefnarinn) mismunandi. Þetta má sýna með kubbum á myndvarpa:



- *Hve stór hluti er einn rauður kubbur af öllum kubbunum? ($\frac{1}{10}$.)*
- *Hve stór hluti er einn rauður kubbur af öllum rauðu kubbunum? ($\frac{1}{4}$.)*

Í c- og d-liðum eiga nemendur að skrifa eins einföld brot og hægt er (þ.e. fullstytta brotin). Ef drengirnir í bekkjardeild, þar sem eru 21 nemandi, eru t.d. 12 talsins eru þeir $\frac{12}{21}$ af bekkjardeildinni en einnig má segja að þeir séu $\frac{4}{7}$. Þetta má sýna með því að flokka drengina saman, skipta allri bekkjardeildinni í þrjá og þrjá í senn. Þá verða hóparnir sjö talsins og fjórir af þeim eru strákar en þrír þeirra eru stelpur ($\frac{3}{7}$.)

Kennari lætur nemendur íhuga hvers vegna það var heppilegt að skipta í hópa með þremur nemendum í hverjum.

- *Hvers vegna gátum við ekki skipt nemendunum í fjögurra manna hópa? (Ekki er hægt að deila í 21 með 4, bara með 3 og 7.)*
- *Hvers vegna gátum við þá ekki skipt nemendahópnum í sjö manna hópa (Vegna þess að ekki er hægt að deila í 12 með 7. Það er aðeins hægt að deila með 3 í bæði 12 og 21.)*
- *En ef 11 strákar hefðu verið í bekkjardeildinni? (Þá yrðum við að skrifa $\frac{11}{21}$ vegna þess að ekki er hægt að deila í 11 með neinni tölu nema tölunum 1 og 11. Við munum oft rekast á svipuð verkefni seinna í kaflanum.)*

Auðveldari verkefni

Fyrir marga nemendur er mikilvægt að nota áfram áþreifanleg hjálpargögn og ekki síst myndir.

Til að gera umræðu í bekkjardeildinni um almenn brot áþreifanlega má nota kubba. Til að sýna brot sem hluta af heild má í staðinn teikna hring eða rétthyrning á töfluna.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Sjá tillögur að verkefnum í kaflanum Raunverkefni á bls. 37.

Viðfangsefni

- Að finna brot til að tákna hluta af af heild sem er annaðhvort safn eða mynd
- Að finna heildina þegar brotið eða fjöldinn, sem það felur í sér, er þekkt; ýmist er um að ræða safn eða mynd

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 36

Nr. 6.6

Nemendur nota myndirnar til að skrá hvaða brot segir til um fjölda stelpna og hvaða brot segir til um fjölda stráka.

- *Hvað eru þessi brot samtals? (Einn heill vegna þess að stelpurnar og strákarnir eru samtals heildin: $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8}$.)*

Nr. 6.7

Nemendur nota myndina til að segja til um hve stór hluti af súkkulaðinu hefur verið borðaður og jafnframt hve stór hluti er eftir.

- *Hvað er búið að borða stóran hluta? ($\frac{3}{12}$.)*
- *Er hægt að skrá það með öðru broti? ($\frac{1}{4}$.)*
- *Eru brotin $\frac{3}{12}$ og $\frac{1}{4}$ þá jafn stór? (Já, það sést á myndinni annaðhvort skoðar maður litlu bitana (3 af 12 hafa verið borðaðir) eða „dálkana" 1 af 4 hefur verið borðaður.)*

Nr. 6.8

Nemendur búa til töflu og fylla inn í hverja röð með brotum sem sýna hve stór hluti af kúlunum er í hverjum lit.

- *Hvernig getið þið gengið úr skugga um í hverju verkefni að þið hafið skráð rétt brot? (Summan í hverri röð á að vera 1.)*

Nr. 6.9

Nemendur finna hve stór hluti af hverri mynd er gulur og hve stór hluti er rauður.

Nr. 6.10

Nemendur finna í hvaða myndum þrír fjórðu hlutar eru litaðir. Það á ekki við mynd C vegna þess að hlutarnir, sem myndinni er skipt í, eru misstórir.

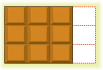
Hve stór hluti?

6.6 **a** Hve stór hluti af nemendunum er stelpur?

b Hve stór hluti af nemendunum er strákar?

6.7 **a** Hve stóran hluta af súkkulaðinu er búið að borða?

b Hve stór hluti af súkkulaðinu er eftir?



6.8 Hve stór hluti af kúlunum er rauður, gulur og blár?
Búðu til töflu og skráðu svörin í hana.

	Rauðar	Gular	Bláar
a	$\frac{3}{12}$		
b			

a

b

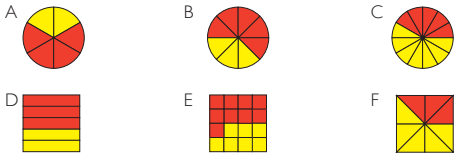
c

d

6.9 **a** Hve stór hluti af hverri mynd hér á eftir er gulur?

b Hve stór hluti af hverri mynd er rauður?

c Í hvaða mynd er meira en helmingurinn rauður?



6.10 Í hvaða myndum er $\frac{3}{4}$ litaður?

▶ Bls. 37

Sýnidæmi

Aðeins er sýndur hluti af mynd. Gefið er upp hve stór hluti hann er af heildarmyndinni.

Þessi verkefni má vinna á mismunandi vegu. Því er rétt að hvetja nemendur til að vera skapandi! Gott er að þeir sýni hver öðrum lausnir sínar þannig að þeir upplifi og sjái fleiri birtingarmyndir brotanna. Ekki er nauðsynlegt að nemendur haldi sér algjörlega við rúðunet en sá hluti myndarinnar, sem gefinn er upp í hverju verkefni, þarf ævinlega að vera rétt brot af hinu endanlega flatarmáli.

Nr. 6.11 og 6.12

Nemendur teikna hlutana upp og síðan hvernig öll myndin (heildin) lítur út.

Nr. 6.13

Nemendur teikna upp allar kúlurnar í hverju verkefni en þær tákna ákveðið brot af heildarfjölda kúlnanna.

- *Hvaða brot vantar í c-lið? ($\frac{3}{8}$.)*
- *Hvernig getum við fundið hvað það eru margar kúlur? (Það getur verið gagnlegt að finna hve margar kúlur eru í $\frac{1}{8}$. Þess vegna þurfum við að skipta kúlunum í fimm hópa. $\frac{1}{8}$ samsvarar 2 kúlum.)*

Nr. 6.14

Nemendur þurfa að fá tækifæri til að brjóta heilann um hvernig þeir geta fundið svörin við spurningunum. Ef til vill finnst einhverjum þeirra erfitt að skilja textann. Rétt er að benda þeim á að lesa hann nokkrum sinnum. Það hjálpar kannski einhverjum að nota áþreifanleg hjálpargögn.

Að finna heildina út frá broti

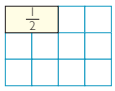
Sýnidæmi

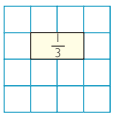
Þessi mynd sýnir $\frac{1}{3}$ af stærri mynd. Teiknaðu alla myndina.

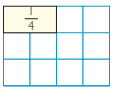
Við getum gert svona:

Og við getum líka gert svona:

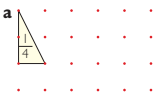
6.11 Teiknaðu alla myndina.

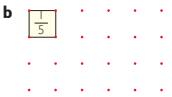
a 

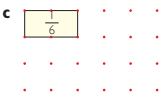
b 

c 

6.12 Teiknaðu alla myndina.

a 

b 

c 

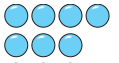
6.13 Teiknaðu allar kúlurnar.

a

$\frac{1}{3}$

b

$\frac{2}{5}$

c 

$\frac{5}{8}$

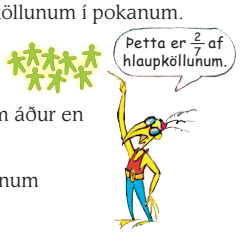
6.14 Silja finnst grænu hlaupkallarnir bestir. Dag nokkurn borðar hún fyrst alla grænu hlaupkallana en þeir eru 8 talsins. Eftir það er hún búin með $\frac{2}{7}$ af öllum hlaupköllunum í pokanum.

Geturðu þetta?

a Hvað er $\frac{1}{7}$ af öllum hlaupköllunum margir hlaupkallar?

b Hve margir hlaupkallar voru í pokanum áður en Silja borðaði hlaupkallana átta?

c Hve margir hlaupkallar eru eftir í pokanum þegar Silja er búin að borða?



Auðveldari verkefni

Nemendur vinna t.d. út frá einum þriðja. Þegar þeir teikna einn slíkan hluta í viðbót fá þeir tvo þriðju hluta og enn einn hluti gefur einn heilan.

Vinna má þessi verkefni á pinnabretti, sjá kaflann Raunverkefni hér á eftir.

Erfiðari verkefni

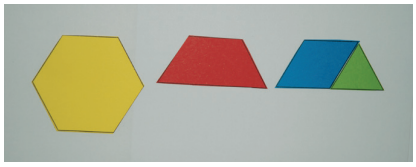
Nemendur finna út hve stór hluti er litaður í verkefni 6.10c. Þegar nemendur skipta ferningi í fjórðu hluta með krossi (plústákni) sjá þeir að sá hluti, sem er ekki litaður, er helmingurinn af einum fjórða, þ.e.a.s. $\frac{1}{8}$. Það þýðir þar með að $\frac{7}{8}$ eru litaðir.

Raunverkefni

Skoða almenn brot með mynstri úr rúmfræðiformum

Búnaður: Rúmfræðikubbar úr plasti eða lituðum pappír (verkefnablað 6.92a–d (*Form fyrir rúmfræðimynstur 1–4*), ef til vill, verkefnablöð 6.93 og 6.94 (*Almenn brot með rúmfræðiformum 1* og *2*) og mynsturblað til að lita, (verkefnablað 6.96 (*Mynsturblað*)).

Verkefnið gengur út á að nemendur skoði tengsl milli hluta og heildar. Þeir vinna saman tveir og tveir. Til þess að vinnan með þennan námsþátt verði sem árangursríkust og nemendur átti sig á mikilvægi hinna stærðfræðilegu hugtaka er nauðsynlegt að rifja öll atriðin upp sameiginlega með bekkjardeildinni.



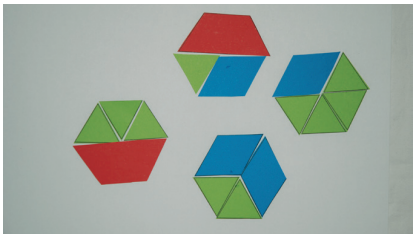
Mælt er með að kennari útbúi stærri myndir af kubbum til að gera kennsluna sýnilegri og hengi þær upp á töfluna. Hann skrifar brotin sem hinar mismunandi myndir tákna, við hlið þeirra.

Dæmi um verkefni til nemenda:

- Reynið að búa til sexhyrning með kubbunum.
- Notið tvo kubba, þrjá, fjóra, fimm eða sex kubba.
- Getið þið notað mismunandi liti til að búa til sama sexhyrning?

Á verkefnablöðum 6.93 og 6.94 (*Almenn brot með rúmfræðiformum 1* og *2*) má fá fleiri tillögur að verkefnum og spurningum.

Nemendur þurfa að teikna hinar mismunandi lausnir og skrá brotin við hverja mynd. Þeir geta notað verkefnablað 6.96 (*Mynsturblað*) til þess að teikna myndirnar á og lita þær. Nemendur kynna lausnir sínar fyrir bekkjarfélögum. Þeir geta t.d. sýnt að tveir grænir þríhyrningar passa nákvæmlega ofan á bláa tígulinn og þar með sést að tígullinn og þríhyrningurinn eru samtals jafn stórir og rauða trapisan.



Brot á pinnabrettinu

Búnaður: Pinnabretti og/eða punktablað, sjá verkefnablað 6.97 (*Punktablað*).

Vinna má verkefni 6.12 á pinnabretti í stað þess að nota rúðunet. Kosturinn við pinnabrettið er að auðveldara er að rannsaka og prófa sig áfram.

Nemendur geta notað tvær teygjur þannig að önnur sýni hlutann, sem gefinn er upp, en hin alla myndina. Síðan teikna nemendur lausnir sínar á punktablað.

Brot á punktablaði

Á verkefnablöðum 5.151 og 5.152 (*Brot á punktablaði 1* og *2*) í verkefnahefti Stiku 1b eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga að teikna heildina út frá tilteknu broti.

Viðfangsefni

- Að finna fjölda þegar brot af tilteknu safni er gefið

Búnaður

- Plastkubbar fyrir myndvarpa

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 38

Sýnidæmi

Mælt er með að kennari noti áþreifanleg hjálpartæki til að sýna hvernig hægt er að finna fjöldann út frá ákveðnum hluta af safni. Gott er að nota kubba á myndvarpa. Kennari leggur til dæmis 24 kubba á myndvarpann og biður nemendur að finna $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ og $\frac{1}{8}$ af kubbunum. Brot tengist mjög deilingu, þ.e. við skiptum safni í jafn stóra hluta – eða söfn. Það skiptir mjög miklu máli að nemendur sjái þessi tengsl. Til að finna þriðjung þarf að skipta heildinni í þrjá jafn stóra hluta. Til að finna tvo þriðju hluta af safni þarf fyrst að skipta því í þrjá jafn stóra hluta og leggja síðan saman tvo þeirra.

Kennari leggur áherslu á að brot sýnir hlutfallið milli hluta og heildar. Það þýðir til dæmis að brotið er annað ef heild er önnur (sem endurspeglast í nefnaranum) þótt fjöldi hlutanna (sem endurspeglast í teljaranum) sé sá sami:

- *Hvort vildir þú eiga einn fjórða af 52 hlaupköllum eða einn fjórða af 100 hlaupköllum – eða kemur það sama út?*

Nr. 6.15

Nemendur finna fjölda gulra hlaupkellinga í pokunum tveimur.

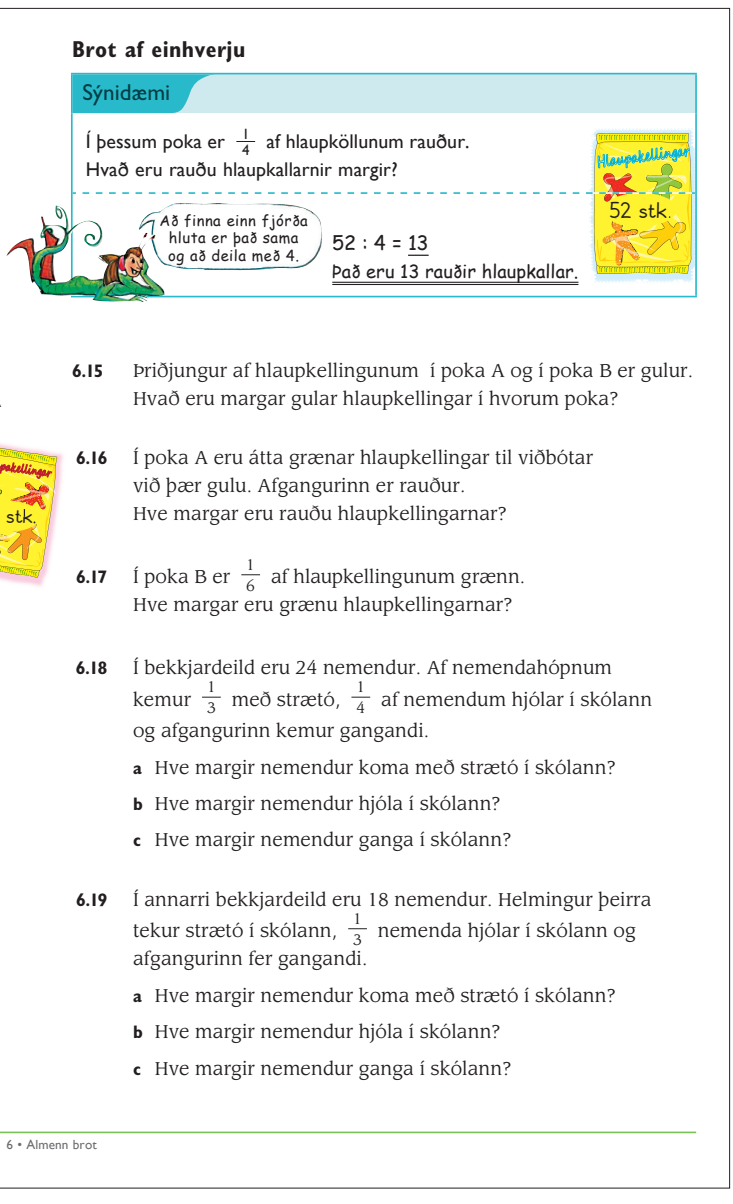
Nr. 6.16

Nemendur leggja saman grænu og gulu hlaupkellingarnar og finna hve þær rauðu hljóta að vera margar ef summan er 27.

Nr. 6.17

Nemendur finna einn sjötta af 36 hlaupkellingum í poka B.

- *Einn sjötti hluti af hlaupkellingum í poka B er grænn. Hve margar eru þær? (6.)*
- *Þriðjungur hlaupkellinga í poka B er gulur. Hve margar eru þær? (12.)*



Brot af einhverju

Sýnidæmi

Í þessum poka er $\frac{1}{4}$ af hlaupköllunum rauður.
Hvað eru rauðu hlaupkallarnir margir?

Hlaupakellingar 52 stk.

Að finna einn fjórða hluta er það sama og að deila með 4.

52 : 4 = 13

Það eru 13 rauðir hlaupkallar.

6.15 Þriðjungur af hlaupkellingunum í poka A og í poka B er gulur. Hvað eru margar gular hlaupkellingar í hvorum poka?

6.16 Í poka A eru átta grænar hlaupkellingar til viðbótar við þær gulu. Afgangurinn er rauður. Hve margar eru rauðu hlaupkellingarnar?

6.17 Í poka B er $\frac{1}{6}$ af hlaupkellingunum grænn. Hve margar eru grænu hlaupkellingarnar?

6.18 Í bekkjardeild eru 24 nemendur. Af nemendahópnum kemur $\frac{1}{3}$ með strætó, $\frac{1}{4}$ af nemendum hjólar í skólann og afgangurinn kemur gangandi.

a Hve margir nemendur koma með strætó í skólann?

b Hve margir nemendur hjóla í skólann?

c Hve margir nemendur ganga í skólann?

6.19 Í annarri bekkjardeild eru 18 nemendur. Helmingur þeirra tekur strætó í skólann, $\frac{1}{3}$ nemenda hjólar í skólann og afgangurinn fer gangandi.

a Hve margir nemendur koma með strætó í skólann?

b Hve margir nemendur hjóla í skólann?

c Hve margir nemendur ganga í skólann?

38 6 • Almenn brot

- *Í þriðjungi eru tvöfalt fleiri en í einum sjötta hluta. Er þetta alltaf þannig? (Já, vegna þess að einn þriðji hluti er jafn stór og tveir sjöttu hlutar, þ.e.a.s tvisvar einn sjötti.*

Nr. 6.18 og 6.19

Nemendur finna fjölda nemenda sem kemur í skólann með strætó og þeirra sem hjóla í skólann. Þeir draga þennan fjölda frá heildarfjölda nemenda í bekkjardeildinni til að finna hve margir ganga í skólann.

▶ Bls. 39

Samræðumynd

Kennari bendir nemendum á að brot táknar alltaf hluta af einhverju. Enda þótt tvö eða fleiri brot séu eins mun hlutinn eða fjöldinn vara mismikill eftir því við hvað er miðað, eftir því hver heildin er.

- *Getið þið komið með aðrar tillögur um einn fjórða hluta af einhverju:*
  - *Einn fjórði hluti af 100 kg er 25 kg*
  - *Einn fjórði hluti af 50 m er 12,50 m*
  - *Einn fjórði hluti af 20 000 manns er 5000 manns.*

Nr. 6.20–6.22

Nemendur finna fjöldann sem brotið felur í sér. Brot, sem hafa teljarann 1, kallast stofnbrot. Engin ástæða er til að nemendur læri þetta hugtak á þessu stigi.

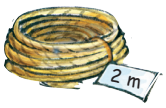
- *Hvernig hugsaðir þú til að finna svarið í dæmi 6.21a? (Ég deili með 6 í 18 og fæ 3.)*
- *Hvernig veistu að þetta er rétt svar? (Vegna þess að skipta á 18 í sjöttu hluta, þ.e. í sex hluta. Þá verður hver hluti 18 : 6 = 3.)*

Nr. 6.23

Kennari gætir þess að nemendur

Í fjórðungi af þessum nemendahópi eru fimm nemendur.

Fjórðungur af þessum peningum er hundraðkall.



Fjórðungur af þessum kaðli er 50 cm.

6.20 Hvað er

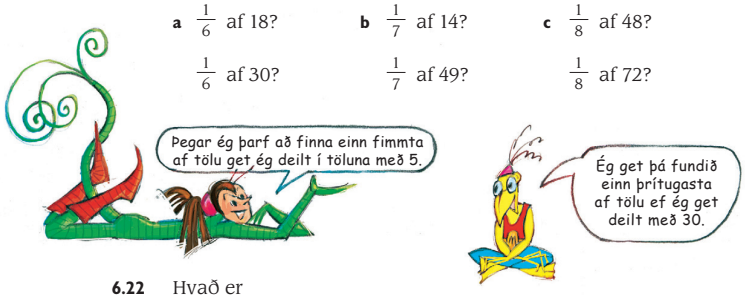
a $\frac{1}{3}$ af 21? **b** $\frac{1}{4}$ af 12? **c** $\frac{1}{5}$ af 25?

$\frac{1}{3}$ af 24? $\frac{1}{4}$ af 36? $\frac{1}{5}$ af 45?

6.21 Hvað er

a $\frac{1}{6}$ af 18? **b** $\frac{1}{7}$ af 14? **c** $\frac{1}{8}$ af 48?

$\frac{1}{6}$ af 30? $\frac{1}{7}$ af 49? $\frac{1}{8}$ af 72?



6.22 Hvað er

a $\frac{1}{4}$ af 80? **b** $\frac{1}{30}$ af 90? **c** $\frac{1}{100}$ af 300?

$\frac{1}{4}$ af 60? $\frac{1}{30}$ af 150? $\frac{1}{100}$ af 700?

6.23 Gunnar á 200 krónur. Hvað á hann eftir í lokin þegar hann

- gefur fyrst mömmu sinni helminginn af peningunum;
- því næst gefur hann systur sinni fjórðung af því sem er eftir;
- síðan kaupir hann ávexti fyrir 35 krónur;
- að lokum gefur hann litla bróður sínum einn fimmta hluta af því sem eftir er.

finni brotið af upphæðinni sem Gunnar á eftir hverju sinni. Gott er að nemendur finni svarið á eigin spýtur og kynni lausnir sínar.

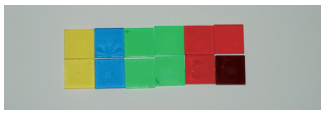
Auðveldari verkefni

Nemendur nota áþreifanleg hjálpartæki, annaðhvort baunir eða kubba. Þannig geta þeir á auðveldari hátt skipt safni í mismunandi hluta. Hér hentar ágætlega að nemendur vinni saman að verkefnum þessarar opnu.

Brot með plastkubbum

Búnaður: 12 plastkubbar/legókubbar/sentikubbar handa hverjum hópi.

Nemendur fá 12 kubba í 4–6 mismunandi litum. Þar næst eiga þeir að lýsa með broti hve margir kubbar eru í hverjum lit. Það þurfa að vera einn, tveir, þrír og fjórir kubbar í hverjum af þessum litum. Biðjið nemendur að raða kubbunum í rétthyrnt form þar sem kubbar í sama lit eru hlið við hlið. Það skiptir nefnilega máli að nemendur sjái að brotið $\frac{4}{12}$ má einnig skrifa sem $\frac{1}{3}$.



Meiri þjálfun í almennum brotum

Á verkefnablöðum 5.171–5.172 (*Almenn brot 1–2*) í verkefnahefti Stiku 1b eru fleiri verkefni um einföld brot, t.d. að segja til um brot af mynd. Verkefni þessi eru ætluð nemendum sem þurfa enn að styðjast við áþreifanleg hjálpartæki og sjónræna framsetningu og finnst hin óhlutbundna vinna með almenn brot erfið.

Erfiðari verkefni

Þrautalausnir

Búnaður: Verkefnablaði 6.98 (*Heilabrot um almenn brot*).

Tveir og tveir nemendur vinna saman að þessum verkefnum. Gott er að þeir kynni fyrir bekkjarfélögum hvernig þeir fundu lausnirnar. Ekki skiptir máli þótt einhverjir nemendur í bekkjardeildinni vinni ekki þessi verkefni.

Lausnir:
Það eru 24 ár síðan eiginmaður frú Markan dó. Ef hún hafði lifað $\frac{7}{10}$ af lífi sínu þegar maðurinn dó hljóta síðustu 24 árin að samsvara $\frac{3}{10}$ af lífi hennar. Þá er hægt að finna að $\frac{1}{10}$ samsvarar 8 árum. Hún er því 80 ára ($\frac{1}{20}$ af 80 árum er 4 ár og $\frac{1}{5}$ af 80 er 16). Hún var 8 ára þegar hún byrjaði í skóla. Hún sótti skóla í 12 ár, þar til hún varð 20 ára. Síðan vann hún í 4 ár áður en hún gifti sig. Hún var gift í 32 ár.

Raunverkefni

Veiða kubba (spil)

Búnaður: Teningur, kubbar

Leikmenn spila saman í pörum. Hvert par þarf einn tening og 30 kubba. Í byrjun eru allir kubbarnir settir í eina hrúgu milli leikmanna.

Leikmenn kasta teningnum til skiptis. Það sem upp kemur segir til um nefnarann í stofnbroti (þar sem teljarinn er 1). Ef leikmaður fær 5 á teningnum verður brotið $\frac{1}{5}$. Ef upp kemur 1 missir leikmaður úr leik. Nemendur taka eins marga kubba úr hrúgunni og brotið segir til um. Ef leikmaður A fær 6 á teningnum á hann að taka $\frac{1}{6}$ af 30 kubbum, þ.e. 5 kubba. Þá eru 25 kubbar eftir í hrúgunni. Ef leikmaður B fær 3 á hann að taka $\frac{1}{3}$ af 25 kubbum. Það er ekki hægt að gera nákvæmlega þannig að leikmaður námundar fjöldann niður á við og tekur $\frac{1}{3}$ af 24 kubbum, þ.e. 8.

Þegar hrúgan er orðin lítil, munu leikmenn ekki alltaf geta tekið sér kubba og þá missir viðkomandi leikmaður úr leik. Ef hvorugur leikmaður getur tekið kubba er spilinu lokið.

Í þessu spili er mikill kostur að kasta fyrstur. Til að spilið verði réttlátt þarf fjöldi spila að vera slétt tala (2, 4, 6, … spil) og þá skiptast leikmenn á að byrja. Eftir hvert spil þarf að skrifa niður hve marga kubba hvor leikmanna hefur veitt. Sá vinnur sem að lokum hefur veitt fleiri kubba samtals í öllum spilunum.

Viðfangsefni

- Að bera saman brot af söfnum
- Að finna heildina þegar hlutinn eða fjöldinn, sem brotið felur í sér, er gefinn

Búnaður

- Bréfaklemmur

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 40

Nr. 6.24–6.26

Nemendur segja til um hvort brotið í hverju verkefni felur í sér stærri tölu. Í öllum dæmunum er um að ræða sama brotið en söfnin, sem hlutinn er reiknaður af, eru misstór. Þar eð brotið er hið sama verður fjöldinn, sem hlutinn felur í sér, alltaf stærstur þegar reiknað er út frá stærsta safninu.

Gott er ef nemendur geta fundið fjöldann, sem hlutinn felur í sér, ef til vill reiknað í huganum. En þeir geta einnig fundið reglu sem gerir það að verkum að þeir þurfa ekki að reikna út hvern hluta. „Fjórði hluti af stórri tölu er meira en fjórðungur af lítilli tölu“.

Nr. 6.27

Nemendur reikna öll dæmin. Sama svarið er við öllum dæmunum í a-lið, einnig í b-lið og sömuleiðis í c-lið. Kennari reynir að fá nemendur til að útskýra hvers vegna þetta er svo. Þeir geta notað kubba eða teikningar sér til hjálpar. Gott er að nokkrir nemendur finni góða skýringu á þessu.

Ástæða þess að sama svarið kemur út úr öllum dæmunum í hverjum tölulið er sú að hið sama kemur út þegar helmingi minna er tekið af því sem er tvöfalt meira. Ef við tökum sama hluta af tvöfalt hærri tölu fáum við tvöfalt hærra svar: Þriðjungur af níu er þrír, þriðjungur af 18 er sex. Talan sex er tvöfalt stærri en þrír.

Nr. 6.28

Nemendur finna hlutana tvo, bera saman og finna hvort svarið er stærra.

6.24 Hvort er meira

a $\frac{1}{4}$ af 12 eða $\frac{1}{4}$ af 20?

b $\frac{1}{5}$ af 20 eða $\frac{1}{5}$ af 30?

c $\frac{1}{3}$ af 12 eða $\frac{1}{3}$ af 21?

d $\frac{1}{10}$ af 70 eða $\frac{1}{10}$ af 110?

6.25 Hvort er minna

a $\frac{1}{4}$ af 16 eða $\frac{1}{4}$ af 24?

b $\frac{1}{6}$ af 30 eða $\frac{1}{6}$ af 24?

c $\frac{1}{7}$ af 21 eða $\frac{1}{7}$ af 28?

d $\frac{1}{8}$ af 80 eða $\frac{1}{8}$ af 72?

6.26 Hvort er meira?

a $\frac{1}{5}$ af 17 eða $\frac{1}{5}$ af 23?

b $\frac{1}{6}$ af 4500 eða $\frac{1}{6}$ af 3800?

6.27 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{1}{3}$ af 9 $\quad \frac{1}{6}$ af 18 $\quad \frac{1}{12}$ af 36

b $\frac{1}{5}$ af 10 $\quad \frac{1}{10}$ af 20 $\quad \frac{1}{20}$ af 40

c $\frac{1}{6}$ af 18 $\quad \frac{1}{12}$ af 36 $\quad \frac{1}{24}$ af 72

d Ef þú reiknar rétt færðu sama svar við öllum dæmunum í hverjum dálki. Útskýrðu hvers vegna?

6.28 Hvort er meira

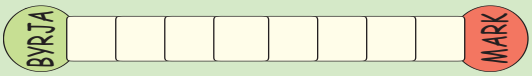
a $\frac{1}{3}$ af 24 eða $\frac{1}{4}$ af 20?

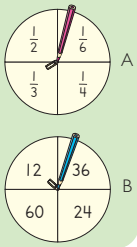
b $\frac{1}{5}$ af 30 eða $\frac{1}{7}$ af 28?

c $\frac{1}{4}$ af 32 eða $\frac{1}{2}$ af 16?

d $\frac{1}{7}$ af 21 eða $\frac{1}{6}$ af 42?

SPIL Hver fær mest?





Almennu brotin í spilaskífu A segja til um hve stóran hluta þú átt að taka af tölunni í spilaskífu B. Dæmi: $\frac{1}{4}$ af 36 er 9.

- Leikmaður 1 notar báðar spilaskífurnar og reiknar út hvað hann fær.
- Leikmaður 2 gerir hið sama.
- Sá sem fær hærri tölu flytur spilapening sinn um einn reit í áttina að markinu.
- Sá vinnur sem er á undan í mark.

Hvor fær meira? (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvor leikmaður setur kubb á byrjunarreitinn. Þeir snúa hvor um sig bréfa-klemmu á báðum spilaskífunum og fá þannig ákveðna tölu. Ef leikmaður fær $\frac{1}{3}$ og 24 verður talan hans 8 (þriðjungur af 24). Ef önnur bréfa-klemman stoppar mitt á milli tveggja svæða þarf að snúa henni aftur.

Báðir leikmenn snúa bréfaklemmum á spilaskífunum tveimur og reikna út tölu sína. Sá sem fær hærri tölu flytur kubbinn einn reit í átt að marki. Sá vinnur sem er á undan í MARK.

▶ Bls. 41

Sýnidæmi

Kennari spyr nemendur hvort þeir geti hugsað sér hvernig finna megi heildina ef brotið og fjöldinn, sem í brotinu felst, er gefið. Kennari byrjar með einföld dæmi og notar áþreifanleg hjálpargögn til að sýna hvað gerist.

- *Ef helmingurinn af tölu er 9 – hver er þá talan? (18.)*
- *Ef þriðjungur af tölu er 4 – hver er þá talan? (12.)*

Nefnarinn segir til um í hve marga hluta heildinni er skipt. Þegar brotið er $\frac{1}{3}$ þarf að margfalda fjöldann, sem þriðjungur felur í sér, með 3 til að finna heildina.

- *En hvað gerum við ef við fáum að vita að $\frac{2}{3}$ er 8? (Þá verðum við fyrst að finna hve mikið $\frac{1}{3}$ er og margfalda þá tölu síðan með þremur til að finna heildina.)*

Nr. 6.29

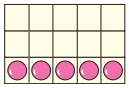
Nemendur finna heildina út frá

Að finna heildina

Sýnidæmi

$\frac{1}{3}$ af tölu er 5. Hver er talan?

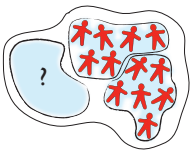
$3 \cdot 5 = 15$
Talan er 15.



6.29 Hver er talan?

a $\frac{1}{4}$ af tölu er 5.
b $\frac{1}{5}$ af tölu er 6.
c $\frac{1}{4}$ af tölu er 8.
d $\frac{1}{8}$ af tölu er 4.
e $\frac{1}{6}$ af tölu er 7.
f $\frac{1}{7}$ af tölu er 9.

6.30 Í poka eru $\frac{2}{3}$ af hlaupköllunum rauðir. Þeir eru 12 talsins. Hve margir hlaupkallar eru í pokanum?



6.31 Í öðrum poka eru $\frac{2}{7}$ af hlaupköllunum grænir. Þeir eru 8 talsins. Hve margir hlaupkallar eru í pokanum.

6.32 Nemendur í 6. HK fara á skíði einn daginn. Af þeim vilja $\frac{3}{4}$ æfa skíðastökk en það eru 18 nemendur. Hve margir nemendur eru í bekkjardeildinni?

6.33 Í ávaxtakörfu eru $\frac{3}{8}$ af ávöxtunum epli. Alls eru 9 epli í körfunni. Hve margir ávextir eru alls í þessari körfu?

6.34 Í bekkjardeild eru 12 strákar. Þeir eru $\frac{4}{7}$ af öllum nemendum. Hve margir nemendur eru í bekkjardeildinni?

upplýsingum sem gefnar eru.

Nr. 6.30–6.34

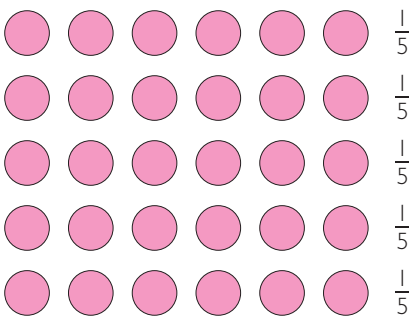
Nemendur nota upplýsingarnar, sem gefnar eru í textanum, til að finna svörin. Dæmin eru erfiðari fyrir þá sök að ekki er um stofnbrot (brot með teljaranum 1) að ræða. Auðveldast er að finna fjöldann sem stofnbrot felur í sér. Í verkefni 6.32 þarf því að deila í fjöldann með þremur til að finna fjöldann í einum fjórða hluta. Því næst á að margfalda þá tölu með fjórum til að finna heildarfjöldann í bekkjardeildinni.

Kennari lætur nemendur sjálfa um að finna lausnirnar. Vera kann að einhverjir nemendur leysi þetta með öðrum aðferðum en hér hefur verið lýst. Það er auðvitað í lagi. Gerist það er rétt að þessir nemendur fái tækifæri til að greina bekkjarfélögum frá aðferðum sínum.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota kubba til að tákna tölurnar sem um ræðir hverju sinni. Þá getur nemandi fundið einn þriðja hluta af 24 (t.d. dæmi 6.28a) með því að taka fram 24 kubba og flokka þá í þrjár jafn stórar hrúgur, þ.e. með 8 kubbum í hverri.

Til að leysa verkefnin á bls. 41 getur verið gagnlegt að teikna:



Sjá annars verkefnið *Brot með formum fyrir rúmfræðimynstur* í kaflanum Raunverkefni hér á eftir.

Erfiðari verkefni

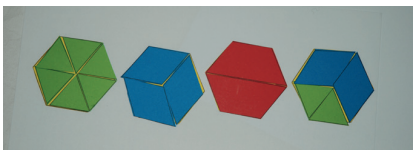
Breyta má tölunum í skífunni neðst á blaðsíðu 40 í 60, 72, 96 og 84.

Raunverkefni

Brot með formum fyrir rúmfræðimynstur

Búnaður: Form fyrir rúmfræðimynstur úr plasti eða úr lituðum pappír (verkefnablöð 6.92a–d (*Form fyrir rúmfræðimynstur 1–4*), ef til vill verkefnablað 6.95 (*Almenn brot með rúmfræðiformum 3*) og mynsturblað til að lita, verkefnablað 6.96 (*Mynsturblað*)).

Þetta verkefni er útvíkkun á verkefni sem lýst er á bls. 35. Hér eiga nemendur að kanna tengslin milli mismunandi hluta og heildar þegar heildin er fjórir hlutar. Í þessu verkefni er það ekki sexhyrningur sem táknar heildina heldur tveir, þrír eða fleiri sexhyrningar. Nemendur vinna saman tveir og tveir. Kennari getur stjórnað verkefninu með því að setja fram ýmsar spurningar og nemendur eiga að leita svara með kubbunum jafnóðum; Nemendur geta einnig unnið sjálfstætt með verkefnablöðunum.



Hér eru dæmi um spurningar sem leggja má fyrir nemendur.

Ef heildin er tveir sexhyrningar:

- Hve stór hluti er þá einn sexhyrningur? ($\frac{1}{2}$.)
- Hve stór hluti er trapisa? ($\frac{1}{4}$.)
- Hve stór hluti er tígull? ($\frac{1}{6}$.)
- Hve stór hluti er þríhyrningur? ($\frac{1}{12}$.)
- En ef heildin væri þrír sexhyrningar eða fjórir – hve stór hluti af heildinni væru hin mismunandi form þá?

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur samnefndra brota

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 42

Sýnidæmi

Kennari ræðir við nemendur um samlagningu almennra brota. Sem inngang að þessum námsþætti má láta nemendur fá einfalt samlagningardæmi eins og það sem er í bókinni: $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ eða eitthvað svipað. Kennari spyr nemendur hvert svarið er og hvort þeir geti útskýrt það. Dæmið má gera sýnilegt eins og gert er í nemendabók, annaðhvort á talnalínu eða með skífuriti/kökuriti. Einnig má hugsa sér dæmið sem samlagningu fimmtu hluta:
2 fimmtu hlutar + 1 fimmti hluti = 3 fimmtu hlutar. Þetta dæmi er sambærilegt dæminu: 2 epli + 1 epli = 3 epli. Það er betra að útskýra samlagninguna á þennan hátt heldur en að nota reglur eins og: „Leggja saman teljarana en halda nefnaranum óbreyttum.“

Þegar skífurit er notað þarf að tákna brotin, sem leggja á saman, í sama skífuritinu. Sá misskilningur er algengur að þegar leggja á saman brot, t.d. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, eigi að taka $\frac{1}{3}$ frá heilum, til dæmis úr einni pitsu, og bæta síðan $\frac{1}{3}$ við úr annarri pitsu. Þá eru eftir tveir bitar af sex og svarið verður þá $\frac{2}{6}$, ekki $\frac{2}{3}$. Villan felst í því að heildinni, sem á að vera ein pitsa, er breytt í tvær pitsur. Hlutarnir tveir, sem leggja á saman, verða að vera hlutar úr sömu heild.

Nr. 6.35–6.36

Nemendur reikna samlagningardæmin.

Nr. 6.37 og 6.38

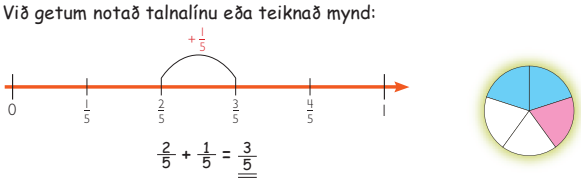
Nemendur finna teljarann sem vantar þannig að jafnt verði báðum megin við jöfnumerkin.

Samlagning og frádráttur með almennum brotum

Sýnidæmi

Hvað er $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$?

Við getum notað talnalínu eða teiknað mynd:



$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

6.35 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{5} + \frac{2}{5}$ c $\frac{3}{8} + \frac{4}{8}$

b $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$ d $\frac{5}{12} + \frac{2}{12}$

6.36 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$ c $\frac{7}{18} + \frac{8}{18}$ e $\frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \frac{4}{15}$

b $\frac{7}{14} + \frac{4}{14}$ d $\frac{12}{24} + \frac{5}{24}$ f $\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9}$

Hvaða tölu vantar?

6.37 a $\frac{2}{7} + \square + \frac{7}{7} = 1$ c $\square + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1$ e $\frac{3}{8} + \square + \frac{8}{8} = \frac{5}{8}$

b $\square + \frac{5}{6} + \frac{6}{6} = 1$ d $\frac{7}{14} + \square + \frac{14}{14} = 1$ f $\square + \frac{3}{10} + \frac{10}{10} = \frac{9}{10}$

6.38 a $\square + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{8}{10}$ c $\square + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{12}{8}$

b $\frac{7}{14} + \square + \frac{2}{14} = \frac{12}{14}$ d $\frac{7}{20} + \frac{5}{20} + \square = \frac{15}{20}$

- *Hvaða teljara vantar í a-lið? (5.)*
- *Hvers vegna er svarið 5? (Vegna þess að 2 sjöundu hlutar og 5 sjöundu hlutar eru samtals 7 sjöundu hlutar, þ.e.a.s. 1.)*
- *Hvaða teljari væri í b-lið ef summan væri 2? (7 því að 7 + 5 = 12.)*

▶ Bls. 43

Sýnidæmi

Kennari ræðir við nemendur um frádrátt almennra brota. Það má gera samtímis því sem fjallað er um samlagningu á blaðsíðunni á undan. Sem inngang að þessum námsþætti má láta nemendur fá einfalt frádráttardæmi eins og það sem er í bókinni: $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$ eða eitthvað svipað. Kennari spyr nemendur hvert svarið er og hvort þeir geti útskýrt það. Dæmið má gera sýnilegt eins og gert er í nemendabók, annaðhvort á talnalínu eða með skífuriti/kökuriti. Einnig má hugsa sér dæmið sem frádrátt með sjöttu hlutum:

5 sjöttu hlutar – 2 sjöttu hlutar = 3 sjöttu hlutar. Þetta dæmi er sambærilegt dæminu: 5 epli – 2 epli = 3 epli. Það er betra að útskýra frádráttinn á þennan hátt heldur en að nota reglur eins og: „Draga teljara frá teljara en halda nefnaranum óbreyttum.“ Þess þarf að gæta að nemendur noti sömu heild þegar hlutarnir eru dregnir frá eins og lýst er í leiðbeiningum með sýnidæminu á bls. 42.

Nr. 6.39–6.40

Nemendur reikna frádráttardæmin og skrá svörin.

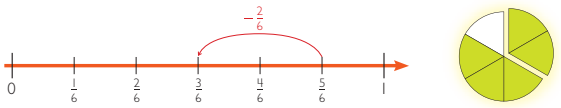
Nr. 6.41

Nemendur finna teljarann sem vantar þannig að jafnt verði báðum megin við jöfnumerkin.

Sýnidæmi

Hvað er $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$?

Við getum notað talnalínu eða teiknað mynd:



$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$

6.39 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}$

c $\frac{7}{10} - \frac{4}{10}$

b $\frac{6}{8} - \frac{3}{8}$

d $\frac{9}{12} - \frac{3}{12}$

6.40 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{8}{9} - \frac{4}{9}$

b $\frac{7}{12} - \frac{2}{12}$

c $\frac{9}{10} - \frac{4}{10}$

d $\frac{20}{24} - \frac{8}{24}$

e $\frac{3}{15} + \frac{4}{15} - \frac{5}{15}$

f $\frac{5}{12} + \frac{5}{12} - \frac{4}{12}$

6.41 Hvaða tölu vantar?

a $\frac{7}{8} - \square = \frac{3}{8}$

b $\square - \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$

c $\square - \frac{7}{12} = \frac{3}{12}$

d $\frac{7}{15} + \square - \frac{8}{15} = \frac{6}{15}$

6.42 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{4}{7} - \frac{2}{7}$

b $\frac{7}{9} - \frac{3}{9}$

c $\frac{7}{12} - \frac{3}{12}$

d $\frac{14}{15} - \frac{11}{15}$

e $\frac{15}{20} - \frac{8}{20}$

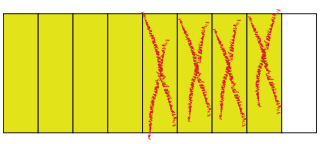
f $\frac{21}{30} - \frac{15}{30}$

Nr. 6.42
Nemendur reikna frádráttardæmin.

Auðveldari verkefni

Kennari ræðir við nemendur um sýnidæmin og athugar hvort þeir skilji aðra aðferðina við að leggja saman eða draga frá með almennum brotum betur en hina. Sé svo er rétt að hvetja þá til að nota þá aðferð við önnur verkefni opnunnar. Einnig geta nemendur teiknað rétthyrninga og skipt þeim í eins marga hluta og nefnarinn segir til um. Síðan lita nemendur þá hluta sem teljarinn segir til um. Þegar um frádrátt er að ræða geta þeir krossað yfir þá hluta sem draga skal frá.

$$\frac{8}{9} - \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$$



Nemendur sem hafa ekki enn náð tökum á einfaldri samlagningu og frádrætti almennra brota geta unnið fleiri verkefni af sama toga. Nota má verkefnablöð 5.162 (*Samlagning með almennum brotum*), svo og 5.171 og 5.172 (*Almenn brot 1* og *2*), öll í verkefnahefti Stiku 1b.

Erfiðari verkefni

Kennari skrifar eftirfarandi dæmi þar sem nemendur eiga að finna hvaða tölur vantar. Ekki þarf sama svarið að vera í öllum dæmunum. Nemendur finna fleiri en eina lausn í b-, c- og d-lið. Búa má til samsvarandi dæmi í frádrætti.

a $\frac{4}{11} + \frac{\square}{11} = 2$

b $\frac{\square}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9} + \frac{\square}{9}$

c $\frac{2}{5} + \frac{\square}{5} = \square$

d $\frac{\square}{12} + \frac{7}{12} = \frac{\square}{2}$

Lausnir:

a Þar eð nefnarinn vinstra megin við jöfnumerkið er 11 hljóta teljararnir samtals að vera 22. Þar með hlýtur óþekkta talan í reitnum að vera 18.

b Til dæmis 4 og 1. Nota má allar tölur svo fremi talan í fyrri reitnum sé 3 hærri en talan í hinum reitnum. Það þýðir að 4 og 1 er minnsti möguleiki á lausn.

c Til dæmis 3 og 1. Til að summa brotanna verði heil tala hlýtur talan í fyrri reitnum að vera 2 minni en tala í 5-töflunni.

d Til dæmis 11 og 3. Hér verður summa brotanna að vera tala sem deilt er í með 2, þ.e.a.s. $\frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}$ o.s.frv. Þá þarf fyrri teljarinn að vera 5, 11, 17, 23 o.s.frv. (hækkar um 6 í hverju skrefi.)

Raunverkefni

Finna einn heilan

Búnaður: Verkefnablað 5.167 (*Finna einn heilan*) í verkefnahefti Stiku 1b.
Nemendur eiga að finna brot í rúðunetinu sem samtals eru 1.

$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$
$\frac{6}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$

Þrautalausnir

Á verkefnablaði 6.99 (*Heilabrot um almenn brot 2*) eru nokkur heilabrot þar sem leggja á saman eða draga frá með almennum brotum.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur samnefndra brota
- Almenn brot stærri en 1
- Að stytta brot

Búnaður

- Brotarenningar (ljósritunarblað 4 (*Að bera saman almenn brot 1*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 44

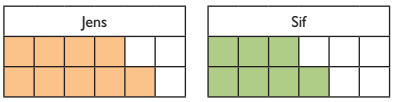
Sýnidæmi

Bera á saman brotin, þ.e.a.s. finna á mismuninn milli þeirra.

- *Hversu miklu stærra brot sýnir græni hringurinn sá en guli? (Græni hringurinn sýnir 10 tólftu hluta og sá guli sýnir 7 tólftu hluta. Græni hringurinn er því 3 tólftu hlutum stærri.)*

Hér er hægt að byrja að fjalla um hversdagslegar aðstæður:

Jens og Sif eiga hvort sitt súkkulaðistykki sem eru alveg eins. Í því eru 12 molar. Hér á myndinni sést hve mikið þau hafa borðað:



Hve miklu meira á Jens eftir af súkkulaðinu sínu en Sif? Nemendur eiga að svara með almennu broti.

Dæmið verður svona: $\frac{9}{12} - \frac{7}{12} = \frac{2}{12}$.

Hver moli er einn tólfti hluti þannig að: „9 tólftu hlutar – 7 tólftu hlutar = 2 tólftu hlutar“.

Kennari ræðir við nemendur um jafn stór brot. Stundum verður útkoma úr dæmum brot sem hægt er að stytta en þá er gjarnan auðveldara að skilja svarið.

Nr. 6.43

Nemendur finna mismun lituðu reitanna. Dæmin á að setja upp sem frádráttardæmi með almennum brotum og svarið á einnig að vera almennt brot.

Nr. 6.44

Nemendur eiga að velja úr almennu brotunum í skýinu til vinstri til að finna svörin. Sjá einnig umfjöllunina í kaflanum Auðveldari verkefni hér á eftir.

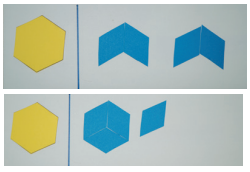
▶ Bls. 45

Sýnidæmi

Í sýnidæminu verður svarið stærra en 1. Gott er að sýna þetta dæmi á töflunni og nemendur finna svarið. Leggja þarf áherslu á að fá nemendur til að sýna útreikninga og rökstyðja svarið.

Orða má dæmið þannig: „5 sjöttu hlutar + 3 sjöttu hlutar = 8 sjöttu hlutar“. Nú finnum við út hve marga heila svarið felur í sér og skrifum $1\frac{2}{6}$. Á talnalínunni verður útreikningurinn svipaður án tillits til þess hvort farið er yfir einn heilan eða ekki. Skífurit verður aftur á móti öðruvísi þar sem ein skífa dugar ekki lengur.

Gott er að nota form fyrir rúmfræðimynstur (verkefnablöð 6.92a–d (*Form fyrir rúmfræðimynstur 1–4*)) til að skoða fleiri dæmi. Myndin sýnir samlagningardæmi: $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$.



Nr. 6.45–6.47

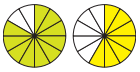
Nemendur reikna dæmin. Í byrjun er rétt að leyfa þeim að nota aðferðir að vild, hvort sem þeir nota tölustafi, talnalínu eða skífurit. Það er afar gott ef þeir geta notað talnalínuna eða skífurit á eftir til að útskýra hvers vegna svarið er rétt.

Nr. 6.48

Það getur reynst erfitt að skilja þessi verkefni og leysa þau. Mikilvægt er að nemendur fái nægan tíma til þess og kennari þarf að gæta þess að koma ekki með tillögu að lausn. Fyrsta

Sýnidæmi

Finndu mismuninn á milli lituðu svæðanna. Skrifaðu dæmið og reiknaðu síðan.

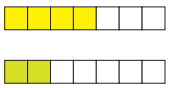


$\frac{10}{12} - \frac{7}{12} = \frac{3}{12}$

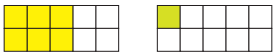
Við getum stytt brotið $\frac{3}{12}$ í $\frac{1}{4}$.

6.43 Finndu mismuninn á milli lituðu svæðanna. Skrifaðu dæmið og reiknaðu síðan.

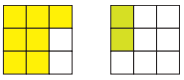
a



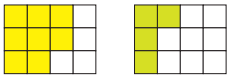
c



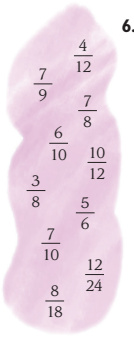
b



d



6.44 Notaðu almennu brotin til vinstri til að leysa verkefnin hér á eftir.



a Finndu tvö almenn brot sem eru jafn stór.

b Hvaða brot er jafn stórt og $\frac{1}{3}$?

c Finndu tvö brot sem eru þannig að mismunur þeirra er $\frac{1}{2}$ þegar búið er að stytta svarið.

d Hvaða brot eru stærri en $\frac{1}{2}$?

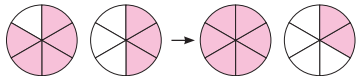
e Hvort brotið er stærra: $\frac{3}{8}$ eða $\frac{12}{24}$?

f Notaðu brotin hér til vinstri og búðu til þrjú dæmi. Reiknaðu dæmin og skráðu svörin.

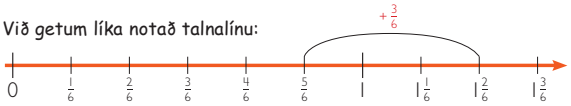
Sýnidæmi

Hvað er $\frac{5}{6} + \frac{3}{6}$?

Við getum teiknað mynd:



Við getum líka notað talnalínu:



$\frac{5}{6} + \frac{3}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{2}{6}$

Reiknaðu dæmin.

6.45 **a** $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ **c** $\frac{9}{10} + \frac{6}{10}$ **e** $\frac{3}{15} + \frac{7}{15} + \frac{5}{15}$

b $\frac{7}{8} + \frac{4}{8}$ **d** $\frac{10}{15} + \frac{10}{15}$ **f** $\frac{5}{20} + \frac{15}{20} + \frac{15}{20}$

6.46 **a** $\frac{5}{7} + \frac{4}{7}$ **c** $1\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ **e** $2\frac{3}{15} + 1\frac{2}{15}$

b $\frac{12}{18} + \frac{14}{18}$ **d** $1\frac{4}{15} + \frac{6}{15}$ **f** $3\frac{7}{20} + 1\frac{13}{20}$

6.47 **a** $1\frac{5}{8} - \frac{4}{8}$ **c** $1\frac{2}{5} - \frac{4}{5}$ **e** $2\frac{6}{12} - 1\frac{9}{12}$

b $2\frac{6}{7} - \frac{3}{7}$ **d** $1\frac{2}{9} - \frac{5}{9}$ **f** $7\frac{7}{9} - 3\frac{5}{9}$

6.48 Gróa ætlar að halda teiti og kaupir fjórar pitsur, allar jafn stórar. Hún skiptir hverri þeirra í 8 jafn stórar sneiðar. Friðrik borðar $\frac{5}{8}$, Jóna borðar $\frac{3}{8}$ og Haraldur borðar $\frac{4}{8}$.

a Hve mikið borðuðu þau öll þrjú alls?

b Eftir teitið er $1\frac{1}{8}$ af pitsu afgangs. Hve mikið borðuðu allir hinir gestirnir?

vísbendingin, sem gefa má nemendum svo fremi þeir komist ekki af stað með verkefnið, er að benda þeim á að reyna að teikna eitthvað af því sem sagt er frá í textanum.

Auðveldari verkefni

Verkefni 6.44 getur reynst einhverjum erfitt. Þeim getur verið mikil hjálp í því að nota áþreifanleg hjálpartæki við brotavinnuna. Nota má brotarenningana, t.d. af ljósritunarblaði 5 aftast í þessari bók. Nemendur geta þá litað brotin og borið þau saman.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Almenn brot með cuisenaire-kubbum

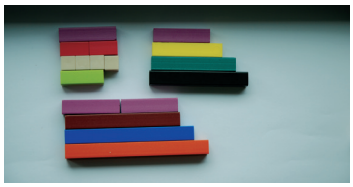
Búnaður: Cuisenaire-kubbar, tafla (verkefnablað 6.100 (*Almenn brot með cuisenaire-kubbum – könnun*)).

Af þessu verkefni geta nemendur fengið áþreifanlega reynslu af því að segja til um brot sem hluta af heild og leggja saman hluta til að fá einn heilan. Nemendur munu einnig kynnast brotum þar sem heildin er mismunandi frá einu verkefni til annars. Best er að byrja þetta verkefni með því að láta nemendur kanna eiginleika cuisenaire-kubbanna. Þeir þurfa að átta sig á eftirfarandi:

- Hvaða litur er á kubbunum sem raða má saman í sömu lengd og brúni kubburinn. Ef til vill þarf að nota fleiri en einn kubb af sama lit í lausninni. Er hægt að búa til jafn langa lengju og brúni kubburinn með fleiri en einum lit/kubb? (Úr hvítum, rauðum og fjólubláum.)

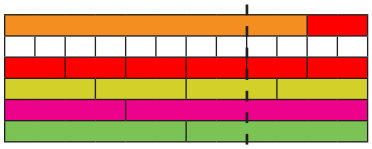
- Ef fjólublái kubburinn er heildin, hvert er þá gildi hinna kubbanna?

Kennari sýnir nemendum hvernig nota má hina kubbana við að finna út hve stór hluti hinir mismunandi kubbar eru af heildinni hverju sinni. Til að finna stærð ljósgræna kubbsins í samanburði við þann fjólubláa, þ.e. hve stór hluti ljósgræni kubburinn er af þeim fjólubláa, má nota þrjá hvíta. Við vitum að einn hvítur er $\frac{1}{4}$ af fjólubláa kubbnum, þá hlýtur ljósgræni kubburinn að vera $\frac{3}{4}$ af þeim fjólubláa.



Nemendur geta fyllt út í töflu eins og þá sem er á verkefnablaði 6.100 (*Almenn brot með cuisenaire-kubbum – könnun*).

Útvíkkun á verkefninu:
Víkka má verkefnið út með því að leggja saman tvo mismunandi liti og segja að þeir tveir samtals séu heildin, t.d. einn appelsínugulur og einn rauður. Nemendur eiga að finna kubb/lit sem hægt er að nota til að búa til þessa heild með því að nota fleiri en einn slíkan kubb. Nota má hvíta ($\frac{1}{12}$), rauða ($\frac{1}{6}$), ljósgræna ($\frac{1}{4}$), fjólubláa ($\frac{1}{3}$) og græna ($\frac{1}{2}$).



- Hvað eru 8 hvítir kubbar stór hluti af heildinni? ($\frac{8}{12}$.)
- Getið þið sýnt $\frac{8}{12}$ á fleiri vegu? (Með rauðum: $\frac{4}{6}$; með fjólubláum: $\frac{2}{3}$.)
- Hvaða brot táknar $\frac{8}{12}$ með lægsta teljara og lægsta nefnara, þ.e.a.s. fullstytt brot? (Það er brotið sem fjólubláu kubbarnir tákna: $\frac{2}{3}$.)

Kennari býr til heilan úr tveimur appelsínugulum kubbum og einum fjólubláum (táknar 24). Nemendur finna $\frac{1}{4}$ af heildinni á eins marga vegu og þeir geta. (6 hvítir = $\frac{6}{24}$, 3 rauðir = $\frac{3}{12}$, 2 ljósgrænir = $\frac{2}{8}$, 1 grænn = $\frac{1}{4}$.) Nemendur eiga að segja til um hvert þessara brota er einfaldasta brotið, þ.e. fullstytt.

Viðfangsefni

- Jafn stór – eða jafn gild – brot
- Teljari og nefnari
- Samanburður ósamnefndra brota

Búnaður

- Brotarenningar (ljósritunarblað 6 (*Að bera saman almenn brot 2*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

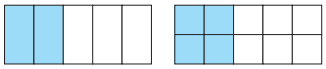
▶ Bls. 46

Sýnidæmi

Nota má hvort sem er orðasambandið „jafn stór brot“ eða „jafn gild brot“ um sama fyrirbærið. Í nemendabók er notað orðasambandið „jafn stór brot“. Mikilvægt er að nemendur öðlist góðan skilning á því hvað átt er við með „jafn stór brot“.

Brot sem eru jafn stór, má tákna eins og gert er í bókinni með rétthyrningum eða hringjum sem skipt er í marga hluta. Myndirnar af pitsunum í sýnidæminu efst á blaðsíðunni sýna að $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Enn er mælt með að vinna með almenn brot sé gerð áþreifanleg. Kennari getur til dæmis teiknað rétthyrning á töfluna, skipt honum í fimmtu hluta og litað tvo fimmtu.



- *Hve stór hluti er litaður? ($\frac{2}{5}$.)*

Síðan skiptir hann rétthyrningnum í tíundu hluta með því að draga lárétt strik eftir miðju hans.

- *Hve stór hluti rétthyrningsins er nú litaður? ($\frac{4}{10}$.)*
- *Þýðir það að stærri hluti af rétthyrningnum sé nú litaður en áður? (Nei, jafn stór hluti er litaður.)*

Nú teiknar kennari annan rétthyrning, skiptir honum í sex jafn stóra hluta og litar $\frac{2}{6}$.

- *Hve stór hluti rétthyrningsins er litaður? ($\frac{2}{6}$.)*
  Kennari þurrkar burt láréttu línuna þannig að myndinni sé bara skipt í þrjá hluta.
- *Hve stór hluti er núna litaður? ($\frac{1}{3}$.)*
- *Þýðir það að hlutinn, sem er litaður, hafi minnkað eða stækkað? (Hvorugt, hann er jafn stór og áður.)*

Jafn stór brot

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

Þótt tölurnar séu mismunandi
þá eru öll brotin þrjú jafn stór.

teljari → brotastrik → $\frac{3}{4}$ ← nefnari

6.49 **a** Teiknaðu rétthyrninginn í reikningsheftið þitt.

$\frac{1}{3} = \frac{\square}{6}$

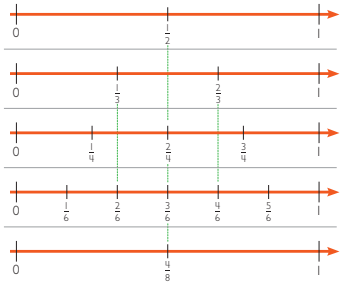
b Skiptu honum í sjöttu hluta.

c Hve margir sjöttu hlutar eru litaðir?

6.50 **a** Teiknaðu rétthyrninginn í reikningsheftið þitt.

b Skiptu honum í sextándu hluta.

c Hve margir sextándu hlutar eru litaðir?



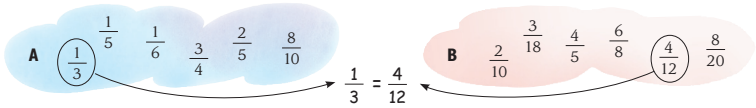
6.51 Skrifaðu brot sem eru jafn stór og brotin hér á eftir.

a $\frac{1}{3}$ **b** $\frac{1}{2}$ **c** $\frac{1}{4}$ **d** $\frac{2}{3}$

6.52 Skrifaðu tvö brot sem eru jafn stór og brotin hér á eftir.

a $\frac{3}{4}$ **b** $\frac{2}{6}$ **c** $\frac{1}{5}$ **d** $\frac{2}{5}$

6.53 Veldu brot úr A og B sem eru jafn stór. Finndu öll pörin.



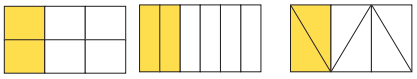
46 • 6 • Almenn brot

Önnur aðferð við að útskýra þetta er að líta á brot sem hluta af safni, til dæmis taka fyrir nemendahópa: Í liði í boðhlaupi á helmingurinn af þátttakendum að vera af hvoru kyni. Hve margir strákar þurfa þá að taka þátt ef sex manns eiga að vera í liði? En ef 10 manns eru í liðinu? Kennari skráir þessar upplýsingar þannig:
$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$.

Þriðja aðferðin er að nota almenn brot á talnalínu, sjá t.d. talnalínurnar milli verkefna 6.50 og 6.51. Þar sést að brotin $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ og $\frac{4}{8}$ er á sama stað á talnalínunni og öll brotin tákna hálfan.

Nr. 6.49

Nemendur teikna rétthyrning sem skipt er í þriðjunga og lita einn þeirra. Síðan skipta þeir rétthyrningnum í sjöttu hluta. Auðveldast er að gera það með því að draga lárétt strik eftir miðju rétthyrningsins en það má einnig gera á fleiri vegu:



Nemendur þurfa að gæta þess að hlutarnir sex séu jafn stórir.

Nr. 6.50

Nemendur teikna rétthyrninginn upp og skipta honum í fjóra hluta og lita einn hlutann. Síðan á að skipta rétthyrningnum í sextándu hluta. Best er að gera það með því að skipta hverjum reit í fjóra hluta sem gera má á mismunandi vegu. Mestu skiptir að hlutarnir sextán séu jafn stórir.

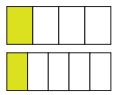
Nr. 6.51

Nemendur finna tvö brot í hverju verkefni sem eru jafn gild.

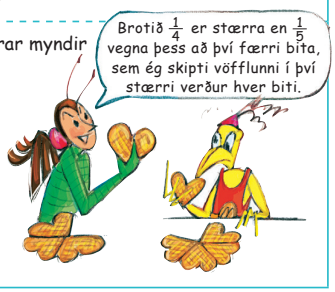
Sýnidæmi

Hvort brotið er stærra, $\frac{1}{4}$ eða $\frac{1}{5}$?

Við getum teiknað tvær jafn stórar myndir og skipt þeim í smærri hluta.



$\frac{1}{4}$ er stærra en $\frac{1}{5}$.



6.54 Hvort brotið er stærra?

a $\frac{1}{5}$ eða $\frac{1}{4}$? **b** $\frac{1}{6}$ eða $\frac{1}{8}$? **c** $\frac{1}{5}$ eða $\frac{1}{3}$?

6.55 Hvort brotið er stærra?

a $\frac{2}{5}$ eða $\frac{2}{4}$? **b** $\frac{3}{6}$ eða $\frac{3}{8}$? **c** $\frac{2}{5}$ eða $\frac{2}{3}$?

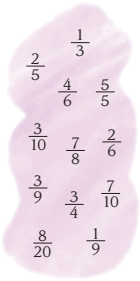
6.56 Hvort brotið er stærra?

a $\frac{5}{10}$ eða $\frac{5}{12}$? **b** $\frac{3}{8}$ eða $\frac{3}{10}$? **c** $\frac{4}{15}$ eða $\frac{4}{16}$?

6.57 Skrifaðu brotin eftir stærð. Byrjaðu á minnsta brotinu.

a $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$ og $\frac{1}{3}$

b $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{15}$ og $\frac{1}{13}$



6.58 Hver af almennu brotunum til vinstri

a eru jafn stór?

b eru jöfn einum heilum?

c hafa teljara sem er einum minni en nefnarinn?

d jafngilda einum heilum ef þau eru lögð saman?

e er stærst af þeim brotum sem eru minni en einn heill?

Nr. 6.52
Nemendur finna tvö brot í hverju verkefni sem eru jafn gild/jafn stór.

Nr. 6.53
Nemendur finna tvö brot í hverju verkefni, sem sem eru jafn stór, hvort úr sínu talnaskýi.

▶ Bls. 47

Sýnidæmi

Kennari og nemendur bera saman brotin. Eins og gert var á bls. 46 má bera brotin saman með því að teikna rétthyrninga eða með því að raða brotunum á talnalínu.

- *Getur verið rétt að $\frac{1}{4}$ sé stærra en $\frac{1}{5}$? Talan 5 er sannarlega stærri en 4. (Já, vegna þess að nefnararnir eru mismunandi. Því stærri sem nefnarinn er því fleiri hluta er heildinni skipt í. Og því fleiri hluta sem einhverju er skipt í því minni verður hver hluti.)*

Nr. 6.54–6.56
Nemendur bera saman brotin og finna hvort brotið er stærra.

Nr. 6.57
Nemendur raða brotunum eftir stærð, fyrst minnsta brotið.

Nr. 6.58
Nemendur finna brot í talnaskýinu til vinstri sem uppfylla skilyrðin sem sett eru í hverju verkefni.

Auðveldari verkefni
Í verkefnum 6.51 og 6.52 á bls. 46 geta nemendur teiknað brotin sem rétthyrninga ef þeim finnst það betra. Að lengja brotin á bls. 46 er gert með því að skipta rétthyrningnum í fleiri hluta, eins og gert var í verkefnum 6.49 og 6.50. Mikilvægt er að við skiptinguna sé þess gætt að allir hlutarnir verði jafn stórir, bæði þeir sem eru litaðir og hinir. Önnur aðferð er að nemendur noti talnalínur eða brotarenninga. Á ljósritunarblaði 6 (*Að bera saman almenn brot 2*) aftast í þessari bók geta nemendur lagt reglustiku lóðrétt frá einu broti til annars og borið þau beinlínis saman á þann hátt.

Á bls. 47 er mikilvægt að fyrstu rétthyrningarnir tveir séu jafn stórir.

Á verkefnablaði 5.155 (*Brotarenningar*) í verkefnahefti Stiku 1b eru brotarenningar sem samsvara talnalínumyndum undir verkefni 6.50 og gera verkefnin áþreifanleg.

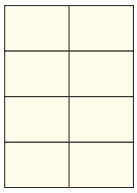
Til að gera verkefnin áþreifanleg er líka gott að nota cuisenaire-kubba, sjá verkefnislýsingu í kaflanum Raunverkefni á bls. 45.

Erfiðari verkefni
Þrautalausnir

Á verkefnablöðum 5.148 (*Orðaleit*), 5.156–5.157 (*Heilabrot um almenn brot 1–2*), 5.164 og 5.175 (*Heilabrot um almenn brot 3 og 4*), öll í verkefnahefti Stiku 1b, svo og nr. 6.98–6.99. (*Heilabrot um almenn brot 1–3.*)

Raunverkefni
Stríð (spil)

Búnaður: Spjöld úr þykkum pappír, ef til vill plöstuð.



Nemendur klippa út spjöld úr A4-blöðum. Ef þeir brjóta blaðið þrisvar og opna það svo aftur kemur í ljós að blaðinu hefur verið skipt í átta jafn stóra hluta sem klippa má út. Hver nemandi þarf (að minnsta kosti) 16 slík spjöld en skemmtilegra er að hver og einn hafi fleiri spjöld. Á hvert spjald á að skrifa eitt almennt brot (milli 0 og 1). Einnig má nota verkefnablöð 5.158 (auðveldari) eða 5.159 (erfiðari) í verkefnahefti Stiku 2b.

Leikmenn spila saman tveir og tveir. Töluspjöldin eru stokkuð og skipt milli leikmanna þannig að hvor leikmaður fær sinn bunka og setur hann á hvolf fyrir framan sig. Leikmenn snúa efsta spilinu. Sá sem er með stærra brot fær bæði spjöldin og setur þau neðst í bunkann sinn. Sá vinnur sem eignast fleiri spjöld þegar bunkinn er tómur.

Viðfangsefni

- Jafn stór almenn brot
- Að lengja og stytta almenn brot
- Að finna þætti í tölu

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 48

Samræðumynd

Mjög mikilvægt er að nemendur öðlist grundvallarskilning á jafngildum brotum. Þeir þurfa að fá reynslu með fjölbreytilegu móti af því að stærð almenns brots breytist ekki þótt heildinni sé skipt í fleiri hluta. Hlutfallið milli hluta og heildar er óbreytt þótt hverjum hluta sé skipt upp í tvo eða fleiri (minni) hluta.

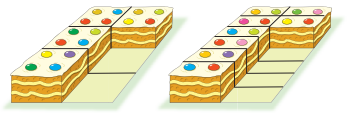
- *Hve margir bitar eru eftir af kökunni til vinstri? (4 bitar.)*
- *Hve stór hluti er það? ($\frac{4}{6}$.)*
- *Hve margir bitar eru eftir af kökunni til hægri? (8.)*
- *Hve stór hluti er það? ($\frac{8}{12}$.)*
- *Er það meira eða minna en það sem er eftir af hinni kökunni? (Jafn mikið, hlutföllin eru hin sömu.)*

Brotin $\frac{4}{6}$ og $\frac{8}{12}$ eru jafn stór vegna þess að í seinna brotinu hefur hverjum hluta verið skipt í tvo minni, þannig að hlutarnir verða tvöfalt fleiri en í fyrra brotinu. Með öðrum orðum má margfalda bæði teljara og nefnara fyrra brotsins með 2.

Nr. 6.59

Nemendur byrja með hvítt A4-blað. Þeir brjóta blaðið eftir miðjunni og lita annan helminginn rauðan. Síðan brjóta þeir blaðið aftur, að þessu sinni í fjóra jafn stóra hluta. Þá opna þeir blaðið og sjá að litaði helmingurinn er nú $\frac{2}{4}$ af blaðinu. Þeir brjóta nú blaðið í þriðja sinn og mynda þar með átta jafn stóra hluta, opna blaðið og sjá að helmingurinn samsvarar nú $\frac{4}{8}$ af blaðinu. Loks brjóta þeir blaðið í fjórða sinn og 16 jafn stóra hluta. Nú er helmingurinn orðinn $\frac{8}{16}$ af blaðinu.

Að lengja og stytta brot



$\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$

6.59 **a** Brjóttu A-4 blað í tvo jafn stóra hluta. Litaðu annan helminginn rauðan.

b Brjóttu A4-blaðið oftar þannig að fyrst skiptist það í fjóra hluta, síðan í 8 hluta og að lokum í 16 hluta.
Hve stór hluti af öllu blaðinu er nú rauður?
Skráðu það sem almennt brot.

$\frac{1}{2} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{8} = \frac{\square}{16}$

Að lengja brot er gert með því að margfalda teljara og nefnara með sömu tölu.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$ Brotin $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{4}$ eru jafn stór.

6.60 Hvaða tölur vantar?

a $\frac{1}{2} = \frac{\square}{8}$ **b** $\frac{1}{3} = \frac{\square}{12}$ **c** $\frac{2}{3} = \frac{\square}{15}$

6.61 Lengdu brotin með 3.

a $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} =$ **b** $\frac{1}{4}$ **c** $\frac{2}{3}$ **d** $\frac{4}{7}$

6.62 Lengdu brotin með 5.

a $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} =$ **b** $\frac{3}{4}$ **c** $\frac{4}{9}$ **d** $\frac{6}{8}$

6.63 Með hvaða tölu hafa brotin verið lengd?

a $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ **b** $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$ **c** $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$ **d** $\frac{5}{8} = \frac{40}{64}$

6.64 Hvaða tölur vantar?

a $\frac{1}{5} = \frac{4}{\square}$ **b** $\frac{3}{8} = \frac{15}{\square}$ **c** $\frac{2}{9} = \frac{12}{\square}$ **d** $\frac{2}{11} = \frac{12}{\square}$

Vekið athygli nemenda á að þegar blaðið er brotið einu sinni enn tvöfaldast fjöldi hlutanna. Þetta er einmitt nefnari brotsins. Þar að auki verða lituðu hlutarnir einnig tvöfalt fleiri. Það er teljari brotsins. Þegar bæði teljari og nefnari tvöfaldast helst hlutfallið milli þeirra óbreytt. Brotin eru því jafn stór – jafn gild. Hlutfallið milli teljara og nefnara er óbreytt þegar þeir eru margfaldaðir með sömu tölu. Þetta kallast að *lengja brot*.

Nr. 6.60

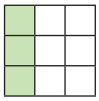
Nemendur eiga að skrifa réttan teljara þannig að brotin séu jafn stór. Gott er að nota myndirnar til hjálpar.

- *Í hve marga hluta hefur helmingnum í a-lið verið skipt? (Í 4 hluta. Brotið hefur því verið lengt með 4.)*

Nr. 6.61 og 6.62

Nemendur lengja brotin með 3 og 5. Það þýðir að margfalda skal bæði teljara og nefnara með 3 og 5. Útkoman verður jafn stór brot.

- *Nú á að lengja brotið $\frac{1}{3}$ með 3. Getur einhver sýnt á töflunni hvernig þetta er gert? (Hverjum hluta þarf að skipta í þrjá minni hluta. Best er að draga tvö lárétt strik eftir endilöngum rétthyrningnum.)*



Nr. 6.63

Nemendur finna með hverju brotin hafa verið lengd. Í b-lið þarf að margfalda teljarann 3 með 4 til að fá 12. Líti nemendur einungis á teljarana (eða nefnara) þurfa þeir samt að ganga úr skugga um að lengingin eigi líka við um nefnarann. Í b-lið er 4 rétt svar vegna þess að sú tala á einnig við um nefnarann (4 • 7 = 28.)

$\frac{4}{12}$ af nemendum eru með húfu. $\frac{2}{6}$ af pörunum eru með húfu.

$\frac{1}{3}$ af hópunum er með húfu.

Brotin $\frac{4}{12}$, $\frac{2}{6}$ og $\frac{1}{3}$ tákna öll jafn stóran hluta af öllum nemendum.

Að stytta brot er gert með því að deila í teljara og nefnara með sömu tölu

$\frac{4}{12} = \frac{4:4}{12:4} = \frac{1}{3}$ Brotin $\frac{4}{12}$ og $\frac{1}{3}$ eru jafn stór.

6.65 Styttu brotin með 5.

a $\frac{10}{25} = \frac{10:5}{25:5} =$ **b** $\frac{15}{45}$ **c** $\frac{40}{50}$ **d** $\frac{25}{35}$

6.66 Styttu brotin með 3.

a $\frac{3}{21}$ **b** $\frac{6}{27}$ **c** $\frac{9}{12}$ **d** $\frac{24}{33}$

6.67 Með hvaða tölu hafa brotin verið stytt?

a $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ **b** $\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ **c** $\frac{35}{49} = \frac{5}{7}$ **d** $\frac{36}{60} = \frac{6}{10}$

6.68 Styttu brotin.

a $\frac{4}{24}$ **b** $\frac{5}{45}$ **c** $\frac{6}{8}$ **d** $\frac{12}{15}$

6.69 Með hvaða tölu get ég stytt brotið $\frac{6}{24}$?

6.70 Með hvaða tölu get ég stytt brotið $\frac{15}{45}$?

Nr. 6.64

Nemendur finna út með hvaða tölu teljararnir hafa verið margfaldaðir og margfalda nefnarann með sömu tölu til að búa til jafn stór brot.

▶ Bls. 49

Samræðumynd

Á myndinni eru $\frac{4}{12}$ af nemendunum með húfu. Ef þeir para sig saman, eins og á myndinni, sést auðveldlega að $\frac{1}{3}$ af hópunum er með húfu. Þetta kallast að stytta brot. Sú aðgerð er gagnstæð þeirri að lengja brot. Til að breyta brotinu $\frac{4}{12}$ í $\frac{2}{6}$ þarf að deila í teljarann og nefnarann með 2 og brotin verða samt sem áður jafn stór. Þetta má skýra með því að við getum lengt $\frac{2}{6}$ og fengið $\frac{4}{12}$. Brotin hljóta því að vera jafn gild.

(Deiling með 2 er það sama og að margfalda með 0,5. Að stytta brot með 2 er því hið sama og að lengja það með 0,5. Þetta er einnig röksemd fyrir því að brotin hljóta að vera jafn stór.)

Nr. 6.65 og 6.66

Nemendur eiga að stytta brotin með 5 og 3, þ.e. deila í teljara og nefnara með sömu tölu.

Nr. 6.67

Nemendur finna með hvaða tölu brotin hafa verið stytt. Þeir þurfa að gæta að því að styttingin eigi líka við um nefnarann.

Gott er að kennari sýni að lenging og stytting eru andhverfar aðgerðir: Brotið $\frac{36}{60}$ er stytt í $\frac{6}{10}$ með því að deila í teljara og nefnara með 6. Andstætt þessu má lengja $\frac{6}{10}$ í $\frac{36}{60}$ með því að margfalda teljara og nefnara með 6.

Nr. 6.68

Nemendur stytta brotin. Brotið í a-lið má stytta annaðhvort í $\frac{2}{12}$ eða $\frac{1}{6}$. Hvort tveggja er rétt en best er að segja nemendum að menn hafi mestan áhuga á eins einföldu broti og hægt er, þ.e. fullstyttu broti.

Nr. 6.69 og 6.70

Nemendur finna allar tölur sem hægt er að stytta brotin $\frac{6}{24}$ og $\frac{15}{45}$ með. Til að geta stytt brot þarf talan, sem deilt er með, að vera þáttur í bæði teljara og nefnara brotsins.

- *Er hægt að stytta brotið $\frac{6}{24}$ með 5? (Nei, vegna þess að hvorki er hægt að deila í 6 né 24 með 5.)*

Nemendur fá hér þjálfun í að finna þætti teljaranna og nefnaranna í almennu brotunum. Þættir í 6 eru 2, 3 og 6. Þættir í 24 eru 2, 3, 4, 6, 8, 12 og 24. Sameiginlegir þættir eru 2, 3 og 6. Því er hægt að stytta brotið $\frac{6}{24}$ með þessum tölum.

Auðveldari verkefni

Nemendur teikna rétthyrninga sér til hjálpar þegar lengja á eða stytta brot, sjá verkefni 6.60 og 6.65.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Meiri þjálfun í að stytta brot

Á verkefnablaði 6.101 (*Að stytta almenn brot*) eru fleiri verkefni þar sem á að fullstytta brotin.

Brotakapphlaup (spil)

Búnaður: Spilaborð verkefnablöð 5.173a og 5.174a (*Brotakapphlaup 1* og *2*), spilaskífa verkefnablöð 5.173b og 5.174b (*Spilaskífa með brotakapphlaupi 1* og *2*), svo og tveir spilapeningar handa hverju liði.

Tvö lið spila hvort á móti öðru. Liðin snúa bréfaklemmu á spilaskífunni til skiptis og setja annan af spilapeningunum tveimur í reit, sem brotið eða jafn stórt brot og bréfaklemman bendir á, er í. Aðeins má setja spilapening í reit sem er upp við hlið reits sem spilapeningur var í úr fyrri umferð. Þetta merkir að fyrst geta liðin aðeins valið einn af þremur reitum sem liggja upp við byrjunarreitinn. Það lið vinnur sem er á undan að komast yfir spilaborðið með báða spilapeningana.

Viðfangsefni

- Lengja tvö brot til að gera þau samnefnd

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 50

Samræðumynd

Minna þarf nemendur á samlagningu samnefndra brota.

- *Hvað er $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$? ($\frac{5}{7}$.)*

Þetta er auðvelt því við þurfum bara að telja hve margir sjöundu hlutarnir eru samtals.

- *En hvernig leggjum við saman almenn brot þegar nefnararnir eru mismunandi? Hvað er t.d. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$? (Nemendur koma með svartillögur.)*

Best er að lengja brotin þannig að þau verði samnefnd. Hér er hægt að gera það með því að lengja $\frac{1}{2}$ í $\frac{2}{4}$. Þá verður dæmið þannig: $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Kennari sýnir þetta á skólatöflunni: Hvað er $\frac{1}{6} + \frac{1}{12}$?

- *Getum við breytt $\frac{1}{6}$ í tólftu hluta? (Við getum skipt öllum hlutunum í tvennt og fengið þannig tvöfalt fleiri, þ.e.a.s. við margföldum teljara og nefnara með 2.)*

Nr. 6.71 og 6.72

Nemendur lengja annað brotið þannig að brotin tvö verða samnefnd.

Gott er að kennari fari munnlega í gegnum þessi dæmi. Síðan varpar hann fram svipuðum dæmum, helst fyrst þar sem aðeins þarf að lengja annað brotið:

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ $\quad$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$

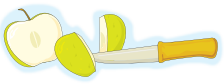
$\frac{3}{5} + \frac{3}{10}$ $\quad$ $\frac{1}{4} + \frac{5}{8}$

Ef þetta gengur vel má leggja fyrir nemendur dæmi þar sem lengja þarf bæði brotin.

- *Hvort brotið, $\frac{1}{3}$ eða $\frac{1}{4}$, viljið þið lengja til að fá samnefndara? (Bæði brotin þarf að lengja.)*
- *Hvers vegna nægir ekki að lengja bara annað brotið? (Því hvorugur nefnaranna gengur upp í hinum.)*
- *Hvernig getum við vitað hver samnefnarinn á að vera? (Við verðum að finna tölu sem bæði 3 og 4 eru þættir í.)*

Ósamnefnd brot

Hve mikið af eplinu borðuðu Krúsi og Kráka samtals eða hve mikið er $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$? Á teikningunni sést hve mikið þau borðuðu en hvernig á að skrifa það? Mikið væri gott ef hægt væri að skrifa þetta sem eina tölu eða sem eitt brot! Ef hálfa eplinu er skipt í tvo jafn stóra hluta er auðveldara að sjá þetta.



Sýnidæmi

Hvað er $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$?

Við getum skrifað þetta svona:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

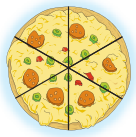
$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

6.71 Eva og Bragi skipta einni pitsu. Eva borðar $\frac{1}{2}$ og Bragi borðar $\frac{1}{4}$.

a Hve mikið borða Eva og Bragi samtals?

b Hve mikið er eftir af pitsunni?

6.72 Jón borðar $\frac{1}{2}$ af pitsu og Ingvar borðar $\frac{1}{6}$ úr pitsu.



a Hve mikið borða Jón og Ingvar samtals?

b Hve mikið er eftir af pitsunni?

Kennari skrifar svörin í 3-töflunni og 4-töflunni á skólatöfluna. Hann spyr nemendur hvort þeir finni svar í töflunum sem eru sameiginleg í 3- og 4-töflunni.

- *Hvaða tölur geta verið samnefnari brotanna $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$? (10, 20, 30 o.s.frv.)*

▶ Bls. 51

Sýnidæmi

Þegar bera á saman tvö brot er það auðvelt þegar þau eru samnefnd.

- *Hvort brotið er stærra, $\frac{4}{9}$ eða $\frac{5}{9}$? ($\frac{5}{9}$ vegna þess að í því broti er einum níunda hluta fleira en í $\frac{4}{9}$.)*

Það getur verið erfitt að bera saman ósamnefnd brot. Í sýnidæminu er annað brotið því lengt þannig að brotin verði samnefnd.

Nr. 6.73 og 6.74

Nemendur lengja annað brotið í hverju verkefni þannig að brotin tvö verði samnefnd. Síðan segja þeir til um hvort brotið er stærra.

Nr. 6.75

Í þessum dæmum þarf að lengja bæði brotin til að gera þau samnefnd. Þetta er sýnt í sýnidæminu.

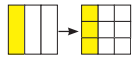
Til að finna samnefnara þarf að lengja bæði brotin. Finna þarf tölu sem báðir nefnararnir ganga upp í.

Nemendur þurfa að finna út úr því sjálfir hver samnefndarinn getur verið. Auðveldast er að lengja brotin með nefnara hins brotsins. Í a-lið þýðir þetta að brotið $\frac{1}{2}$ er lengt með 3 en $\frac{1}{3}$ er lengt með 2. Það er í góðu lagi ef nemendur fara þessa leið. Í f-lið er samt sem áður ekki nauðsynlegt að lengja brotin svo mikið. Báðir nefnararnir ganga upp í 24 þannig að sú tala getur verið samnefnari. Þá nægir að lengja $\frac{3}{8}$ með 3 og $\frac{5}{12}$ með 2.

Erfitt getur verið að bera saman brot með mismunandi nefnara. Þá getum við oft lengt annað brotið þannig að brotin verði *samnefnd*.

Sýnidæmi

Hvort brotið er stærra, $\frac{1}{3}$ eða $\frac{2}{9}$? Byrjaðu á að finna *samnefnarann*.



$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{3}{9}$ $\frac{2}{9}$

$\frac{1}{3}$ er stærra en $\frac{2}{9}$.

6.73 Hvort brotið er stærra?

a $\frac{1}{9}$ eða $\frac{1}{3}$ **c** $\frac{1}{10}$ eða $\frac{1}{5}$ **e** $\frac{3}{8}$ eða $\frac{1}{2}$

b $\frac{1}{4}$ eða $\frac{2}{12}$ **d** $\frac{1}{6}$ eða $\frac{4}{18}$ **f** $\frac{1}{8}$ eða $\frac{5}{32}$

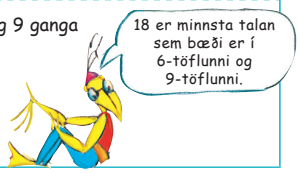
6.74 **a** $\frac{2}{4}$ eða $\frac{2}{8}$ **c** $\frac{1}{4}$ eða $\frac{3}{16}$ **e** $\frac{2}{6}$ eða $\frac{5}{30}$

b $\frac{3}{4}$ eða $\frac{7}{12}$ **d** $\frac{5}{6}$ eða $\frac{15}{18}$ **f** $\frac{4}{9}$ eða $\frac{25}{45}$

Sýnidæmi

Lengdu brotin $\frac{1}{6}$ og $\frac{2}{9}$ þannig að þau verði samnefnd.

Við þurfum að finna tölu sem bæði 6 og 9 ganga upp í.



$\frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{3}{18}$ og $\frac{2 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{4}{18}$

Samnefnarinn er 18.

6.75 **a** $\frac{1}{2}$ eða $\frac{1}{3}$ **c** $\frac{1}{4}$ eða $\frac{2}{5}$ **e** $\frac{8}{15}$ eða $\frac{3}{4}$

b $\frac{1}{4}$ eða $\frac{1}{3}$ **d** $\frac{1}{6}$ eða $\frac{1}{5}$ **f** $\frac{3}{8}$ eða $\frac{5}{12}$

51

Auðveldari verkefni

Hér er mikil hjálp í að teikna rétthyrninga sem skipt er í reiti. Þá er hægt að sýna lenginguna eins og í sýnidæminu efst á bls. 51 með því að skipta rétthyrningnum í fleiri hluta. Hlutarnir verða alltaf að vera jafn stórir.

Fyrir nemendur, sem kunna ekki ennþá margföldunartöflurnar utan að, geta þessi verkefni verið erfið. Sér til hjálpar geta nemendur haft margföldunartöflur hjá sér og athugað hvaða tölur eru sameiginlegar:

2: 2–4–6–8–10–12–14–16–18–20–22–24 og þannig áfram

3: 3–6–9–12–15–18–21–24–27–30 – 33 – 36 …

4: 4–8–12–16–20–24–28–32–36–40 – 44 – 48 …

- *Hvaða tölur eru sameiginlegar í 3- og 4-töflunni? (12, 24, (36).)*
- *Hver er minnsta sameiginlega talan? (12.)*

Erfiðari verkefni

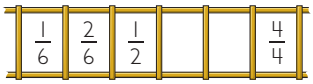
Talnastigi (spil)

Búnaður: Spilastokkur.

Leikmenn spila saman í pörum eða í litlum hópum. Hver leikmaður býr sér til spilaborð sem er láréttur „stigi“ með 6–8 „þrepum“ (reitum).

Leikmenn draga tvö spil til skiptis. Lægra spilið segir til um teljarann en stærra spilið nefnarann. Ásinn getur annaðhvort verið 1 eða 14. Dragi leikmaður t.d. þrist og kóng (13) verður brotið $\frac{3}{13}$. Leikmaður setur brotið sitt í laust þrep í stiganum. Raða þarf brotunum þannig að þau verði í stækkandi röð, minnsta brotið lengst til vinstri. Stærsta brotið, sem leikmaður getur fengið, er 1 (til dæmis $\frac{9}{9}$) og það brot á þá að vera í þrepinu lengst til hægri.

Fái leikmaður brot sem þegar hefur verið skráð verður hann að sitja hjá í þeirri umferð. Hið sama gildir um jafn stór brot: Ef leikmaður fær $\frac{3}{6}$ og búið er að skrá $\frac{1}{2}$ verður hann að sitja hjá. Hann verður líka að sitja hjá ef brotið, sem hann fær, er milli tveggja brota í stiganum en ekkert laust þrep er á milli þeirra. Ef spilaborð lítur svona út er ekki hægt að skrá brotið $\frac{1}{2}$:



Sá vinnur sem er fyrri til (eða fyrstur) að fylla út í öll þrepin.

Raunverkefni

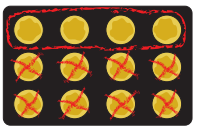
Bolluplötur

Búnaður: Blað með bolluplötum með 12, 24 og 36 bollum (verkefnablað 6.102 (*Bolluplötur*)), ef til vill plastkubbar til að tákna bollurnar og verkefnablað 6.103 (*Bolluplötur – verkefni*).

Þetta verkefni veitir nemendum meiri þjálfun í að fást við almenn brot jafnframt því sem þeir fá æfingu í að sjá tengsl milli jafn stórra brota.

Hér á eftir fara dæmi um spurningar við bolluplötu með 12 bollum. Gott er að gera verkefnin sýnileg með kubbum á myndvarpa:

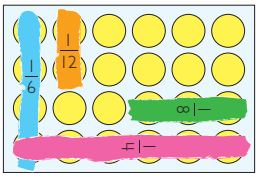
- *Ef þú borðar sex bollur – hve stór hluti þeirra er eftir? ($\frac{6}{12}$ eða $\frac{1}{2}$.)*
- *Ef þú borðar tvær bollur í viðbót – hve stór hluti þeirra er þá eftir? ($\frac{4}{12}$, $\frac{2}{6}$ eða $\frac{1}{3}$.)*



- *Ef þú borðar sex bollur af plötunni með 24 bollum og sex bollur frá plötunni með 36 bollum – frá hvorri plötunni tókstu stærri hluta? (Brotið $\frac{6}{24}$ ($\frac{1}{4}$) er stærra en $\frac{6}{36}$ ($\frac{1}{6}$).)*

Kennari heldur áfram að fjarlægja bollur og biður nemendur jafnóðum að skrifa hve stór hluti er eftir á plötunni. Nemendur kanna mismunandi leiðir til að lýsa brotunum. Þeir geta til dæmis sýnt hvað $\frac{1}{4}$ er mikið á mismunandi plötum.

Nemendur búa til pappírsrenninga sem þekja mismunandi brot af plötunum. Hér er dæmi sem sýnir brot á plötu með 24 bollum.



Viðfangsefni

- Lenging brota til að finna samnefnara tveggja brota
- Samanburður og samlagning ósamnefndra brota

Búnaður

- Bréfaklemmur

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 52

Nr. 6.76

Nemendur lengja bæði brotin þannig að þau verði samnefnd. Kennari segir nemendum að það þýði að lengja þarf nefnarana svo að þeir verði tala sem báðir nefnararnir ganga upp í. Þetta má gera á ýmsa vegu þannig að nemendur þurfa að finna samnefnarann upp á eigin spýtur. Ekki er víst að þeir noti til þessa einföldustu aðferðina en meðan þeir lengja brotin rétt er í lagi þótt þeir finni ekki minnsta samnefnarann. Auðveldast fyrir nemendur er líklega að leita að tölu sem er í margföldunartöflum beggja nefnaranna. Í a-lið geta þeir ef til vill séð að 10 er bæði í 2-töflunni og 5-töflunni. Þess vegna getur 10 verið samnefnari.

Ein aðferð við að finna samnefnara með lengingu er að lengja hvort brot um sig með nefnara hins brotsins. Í a-lið er þetta gert með því að lengja $\frac{1}{2}$ með 5 og $\frac{2}{5}$ með 2.

Það er í lagi ef nemendur gera þetta en það getur haft í för með sér að samnefnarinn verður óþarflega stór. Þetta á við dæmið í b-lið. Með því að lengja $\frac{1}{4}$ með 6 og $\frac{1}{6}$ með 4 verður samnefnarinn 24.

- *Er einhver tala bæði í 4- og 6-töflunni sem er minni en 24? (Já, 12.)*

Ástæða þess að til er minni nefnari er að 2 er þáttur í báðum nefnurunum (4 og 6). Þetta má nýta þegar finna skal samnefnara. Talan 2 er þá einnig þáttur í samnefnaranum. Það sem vantar frá fyrsta nefnaranum er 2 ($4 = 2 \cdot 2$) og það sem vantar frá hinum nefnaranum er 3 ($6 = 2 \cdot 3$). Minnsti samnefnarinn er þá $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$. Nemendur munu komast að raun um þetta með því að prófa sig áfram. Lítinn samnefnara sem þennan er hægt að finna þegar nefnararnir hafa sameiginlegan þátt eins og við á í b, d-, e- og f-lið.

6.76 Lengdu brotin þannig að þau verði samnefnd.

a $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{5}$ **c** $\frac{1}{3}$ og $\frac{3}{4}$ **e** $\frac{3}{10}$ og $\frac{12}{25}$

b $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{6}$ **d** $\frac{1}{6}$ og $\frac{4}{21}$ **f** $\frac{3}{8}$ og $\frac{7}{12}$

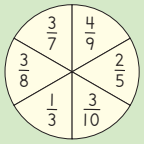
6.77 Hver af tölunum fjórum í hverri línu er minnsti samnefnari brotanna?

a	$\frac{1}{3}$ og $\frac{1}{5}$	5	8	15	30
b	$\frac{1}{6}$ og $\frac{2}{9}$	9	18	12	54
c	$\frac{1}{8}$ og $\frac{7}{20}$	20	40	80	16
d	$\frac{4}{9}$ og $\frac{5}{12}$	24	36	60	48
e	$\frac{3}{10}$ og $\frac{2}{15}$	10	40	30	30

SPIL Brotakeppnin mikla

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn.
Hver leikmaður setur spilapening í byrjunarreit.
Leikmenn skiptast á og fara þannig að:

- Flytja spilapening um einn reit áfram.
- Snúa bréfaklemmu á spilaskífunni.
- Ef bréfaklemman lendir á broti, sem er stærra en brotið sem spilapeningurinn er á, flytur leikmaðurinn hann áfram um tvo reiti.
- Lendi bréfaklemman á broti sem er jafn stórt því sem spilapeningurinn er á flytur leikmaður hann áfram um fjóra reiti.
- Ef bréfaklemman lendir á broti, sem er minna en brotið sem spilapeningurinn er á, er hann ekkert hreyfður.
- Sá vinnur sem er fyrstur í mark!



BYRJA	2/6	4/9	5/10	1/4	3/8	3/12	3/10	1/6	2/5	3/7	5/12
											1/3
MARK	4/10	3/8	1/2	4/12	2/7	1/3	4/9	2/5	2/8	3/7	3/10

Nr. 6.77

Nemendur eiga að rannsaka hver talnanna fjögurra er minnsti samnefnari almennu brotanna tveggja sem gefin eru upp.

- *Getur 5 verið samnefnari í a? (Nei.)*
- *Hvers vegna ekki? (Vegna þess að ekki er hægt að deila í 5 með 3 – eða vegna þess að 5 er ekki í 3-töflunni.)*
- *Hver er minnsti samnefnari í b-lið? (18.)*
- *Hvers vegna er það svo? (Vegna þess að 6 gengur upp í 18 ($3 \cdot 6 = 18$) og 9 gengur upp í 18 ($2 \cdot 9 = 18$.))*
- *Er hægt að nota einhverja af hinum tölunum sem samnefnara fyrir $\frac{1}{6}$ og $\frac{2}{9}$? (Já, 54 vegna þess að $6 \cdot 9 = 54$.)*

Brotakeppnin mikla (spil)

Best er að leikmenn spili saman tveir og tveir (eða par á móti pari) – þá er biðtími minnstur. Hver leikmaður leggur kubb á byrjunarreitinn. Leikmenn skiptast á um eftirfarandi: Þeir flytja fyrst spilapening sinn einn reit áfram. Því næst snúa þeir bréfaklemmu á lukkuhjólinu. Bera á brotið á svæðinu, sem bréfaklemman lendir á, saman við brotið í reitnum þar sem spilapeningurinn er.

Athugið: Leikmönnum ber skylda til að skrá brotin tvö á blað og lengja þau til að gera þau samnefnd.

Ef bréfaklemman lendir á broti, sem er stærra en brotið sem spilapeningurinn er á, skal spilapeningurinn fluttur um tvo reiti áfram. Stöðvist bréfaklemman á broti

Samlagning og frádráttur

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

Við lengjum brotin þannig að þau verði samnefnd.

$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$

$\frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} =$ 15 er samnefnari vegna þess að bæði 3 og 5 ganga upp í 15.

$\frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$

Lengdu bæði brotin þannig að þau verði samnefnd.
Reiknaðu síðan dæmin.

6.78 **a** $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ **c** $\frac{2}{5} + \frac{2}{6}$ **e** $\frac{2}{6} + \frac{3}{7}$

b $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ **d** $\frac{3}{6} + \frac{1}{5}$ **f** $\frac{2}{9} + \frac{1}{5}$

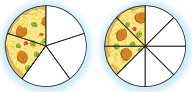
6.79 **a** $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ **c** $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$ **e** $\frac{4}{9} + \frac{1}{4}$

b $\frac{2}{4} + \frac{3}{8}$ **d** $\frac{3}{6} + \frac{8}{21}$ **f** $\frac{3}{8} + \frac{2}{6}$

6.80 Lína og Lárus kaupa hvort um sig jafn stóra pitsu.
Lína borðar $\frac{3}{5}$ af sinni pitsu og Lárus borðar $\frac{5}{8}$ af sinni.

a Hve mikið af pitsu borða þau samtals?

b Hve mikið af pitsu er afgangs?



6.81 Þrír vinir eiga saman fjórhjól. Brotin hér á eftir sýna hve stóran hluta af fjórhjólinu hver þeirra hefur borgað:

Árni $\frac{3}{20}$, Birgitta $\frac{4}{15}$ og Katrín $\frac{7}{12}$.
Katrín borgaði 350 000 kr.

a Hvað kostaði fjórhjólið í heild?

b Hve mikið borgaði Árni?

c Hve mikið borgaði Birgitta?

53

sem er jafn stórt og brot spilapeningsins flytur leikmaður spilapeningsinn um fjóra reiti áfram.

Sá vinnur sem er fyrstur í mark.

▶ Bls. 53

Sýnidæmi

Í sýnidæminu er sýnt hvernig lengja má tvö brot þannig að auðvelt verði að leggja þau saman. Einhverjir nemendur sleppa því ef til vill að skrá útreikningana (aðra línu) í sýnidæminu. Samt sem áður er rétt að hvetja þá til að sýna lenginguna skriflega eins og sýnt er í sýnidæminu – ekki vegna þess að það sé nauðsynlegt til að finna svar heldur til að auðveldara verði fyrir aðra að sjá hvernig viðkomandi nemandi reiknaði. Það er því afar gagnlegt ef nemendur sýna útreikningana á þennan hátt auk þess sem það getur verið hjálp í því til að reikna út svarið.

Nr. 6.78 og 6.79

Nemendur lengja ýmist bæði annað brotið eða bæði til að finna samnefnara og leggja þau síðan saman.

Nr. 6.80

Í þessu verkefni eiga nemendur að lengja bæði brotin til að finna svörin.

Nr. 6.81

Hér er um þraut að ræða þannig að kennari þarf að gæta þess að hjálpa nemendum ekki um of. Best er að þeir lesi textann nokkrum sinnum eða kennari lesi textann fyrir nemendur. Hann lætur þá glíma nokkra stund við verkefnið áður en þeir fá vísbendingu eins og t.d. í þessa veru: „Ef til vill er auðveldara að sjá hve stóran hluta hver þeirra á ef brotin væru samnefnd.“ Minnsti samnefnari er 60 og þá á Árni 9, Birgitta 16 og Katrín 35 hluta. Úr því að Katrín hefur borgað 350.000 kr. hlýtur hver hluti að kosta 10.000 kr. Það þýðir að fjórhjólið kostar alls 600.000 kr. Árni er búinn að borga 90.000 kr. og Birgitta 160.000 kr.

Auðveldari verkefni

Þessi verkefni geta verið erfið fyrir nemendur sem kunna ekki margföldunartöflurnar utan að. Það getur verið hjálp í því að skrifa upp öll svörin í töflunum þannig að nemendur geti fundið hvaða tölur eru sameiginlegar í ákveðnum margföldunartöflum.

Nemendur, sem eiga í basli með spilið á bls. 52, geta notað brotabingó í staðinn, sjá hér á eftir.

Rétt er að nemendur teikni myndir þegar þeir leysa þrautirnar á bls. 53. Síðasta verkefnið er erfitt þannig að rétt er að láta suma nemendur spreyta sig á auðveldari þrautum, sjá eftirfarandi verkefnablöð: 5.148 (*Orðaleit*), 5.156–5.157 (*Heilabrot um almenn brot 1–2*), 5.164 (*Heilabrot um almenn brot 3*) og 5.175 (*Heilabrot um almenn brot 4*), öll í verkefnahefti Stiku 1b.

Brotabingó (spil)

Búnaður: Bingóspilaborð með myndum af mismunandi brotum (verkefnahefti 5.149 (Brotabingó), spilaskífa með brotum á verkefnablaði 5.150 (*Spilaskífa fyrir brotabingó*), bæði í verkefnahefti Stiku 1b), blýantur eða kubbar.

Erfiðari verkefni

Þrautalausnir

Á verkefnablöðum 6.104 og 6.105 (*Heilabrot um almenn brot 3* og *4*) eru fleiri svipuð heilabrot eins og í verkefni 6.81 þar sem finna á samnefnara.

Raunverkefni

Meiri þjálfun í að finna samnefnara

Á verkefnablaði 6.106 (*Finna samnefnara*) eru fleiri dæmi sem þjálfa nemendur í að finna samnefnara.

Viðfangsefni

- Að lengja til að finna samnefnara
- Samlagning og frádráttur ósamnefndra brota
- Talnarunur með almennum brotum

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 54

Nr. 6.82

Nemendur lengja annað brotið til að brotin verði samnefnd. Í hverju verkefni þarf því að finna með hvaða tölu þarf að margfalda minni nefnarann til að margfeldið verði jafnt stærri nefnaranum. Þar næst reikna nemendur dæmið.

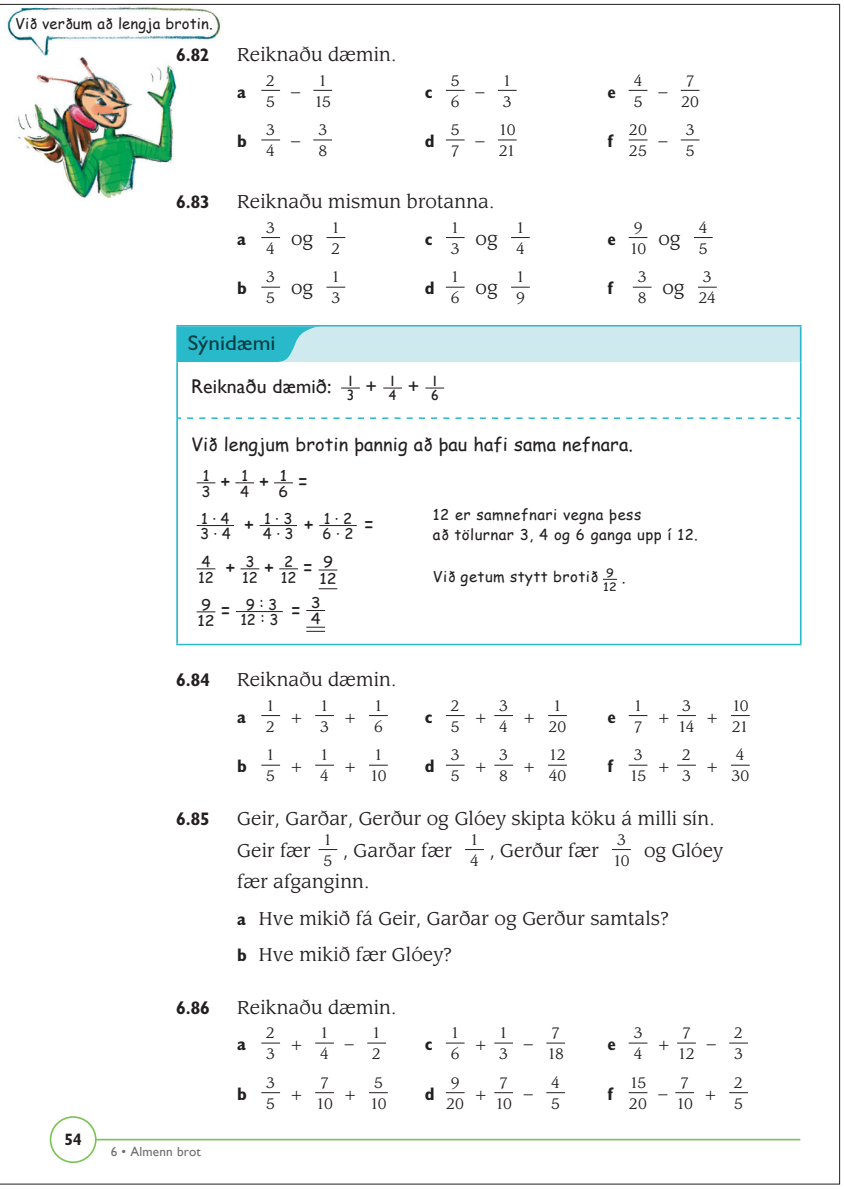
Nr. 6.83

Hér þarf – eins og í dæminu fyrir ofan – að lengja. Í dæmi b, c og d þarf að að lengja bæði brotin til að fá samnefnara. Auðveldast er að finna tölu sem er svar í margföldunartöflum beggja nefnaranna. Í b-lið þýðir það að finna þarf tölu sem er svar bæði í 3- og 5-töflunni, til dæmis talan 15.

Hér má því nota aðferðina, sem greint var frá á blaðsíðunni á undan, um að lengja hvort brotið um sig með nefnara hins. Það er í góðu lagi ef nemendur nota þá aðferð. Í d-lið verður ekki um minnsta samnefnarann að ræða þegar þessi aðferð er notuð. Ef brotið $\frac{1}{6}$ er lengt með 9 og $\frac{1}{9}$ með 6 verður samnefnarinn 54. En þar sem talan 3 er sameiginlegur þáttur í nefnurunum 6 og 9 er hægt að finna minni samnefnara. Það sem þá vantar er þátturinn 2 frá fyrrnefnda nefnaranum ($6 = 2 \cdot 3$) og 3 frá hinum síðarnefnda ($9 = 3 \cdot 3$). Minnsti samnefnari verður þá $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$. Nemendur munu geta fundið þetta með því að leita að tölu sem er bæði í 6-töflunni og 9-töflunni.

Nr. 6.84

Nemendur finna samnefnarann í hverju verkefni. Þeir lengja öll brotin þannig að þau verði samnefnd og leggja síðan saman.



6.82 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{5} - \frac{1}{15}$ **c** $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ **e** $\frac{4}{5} - \frac{7}{20}$

b $\frac{3}{4} - \frac{3}{8}$ **d** $\frac{5}{7} - \frac{10}{21}$ **f** $\frac{20}{25} - \frac{3}{5}$

6.83 Reiknaðu mismun brotanna.

a $\frac{3}{4}$ og $\frac{1}{2}$ **c** $\frac{1}{3}$ og $\frac{1}{4}$ **e** $\frac{9}{10}$ og $\frac{4}{5}$

b $\frac{3}{5}$ og $\frac{1}{3}$ **d** $\frac{1}{6}$ og $\frac{1}{9}$ **f** $\frac{3}{8}$ og $\frac{3}{24}$

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

Við lengjum brotin þannig að þau hafi sama nefnara.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$

$\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} =$ 12 er samnefnari vegna þess að tölurnar 3, 4 og 6 ganga upp í 12.

$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12}$ Við getum stytt brotið $\frac{9}{12}$.

$\frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$

6.84 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ **c** $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{1}{20}$ **e** $\frac{1}{7} + \frac{3}{14} + \frac{10}{21}$

b $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10}$ **d** $\frac{3}{5} + \frac{3}{8} + \frac{12}{40}$ **f** $\frac{3}{15} + \frac{2}{3} + \frac{4}{30}$

6.85 Geir, Garðar, Gerður og Glóey skipta köku á milli sín. Geir fær $\frac{1}{5}$, Garðar fær $\frac{1}{4}$, Gerður fær $\frac{3}{10}$ og Glóey fær afganginn.

a Hve mikið fá Geir, Garðar og Gerður samtals?

b Hve mikið fær Glóey?

6.86 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ **c** $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{7}{18}$ **e** $\frac{3}{4} + \frac{7}{12} - \frac{2}{3}$

b $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} + \frac{5}{10}$ **d** $\frac{9}{20} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5}$ **f** $\frac{15}{20} - \frac{7}{10} + \frac{2}{5}$

54 6 • Almenn brot

Nr. 6.85

Nemendur finna hve stóran hluta af kökunni fyrstu þrjár persónurnar fá. Þetta er gert með því að lengja brotin þannig að þau verði samnefnd. Síðan eru þau lögð saman. Að lokum finna nemendur hve stór hluti er eftir af allri kökunni.

Nr. 6.86

Nemendur lengja brotin til að gera þau samnefnd. Síðan reikna þeir dæmin.

▶ Bls. 55

Nr. 6.87

Nemendur finna hve stóran hluta af tveimur síðustu myndunum á að lita til að mynstrið haldi áfram. Líta má á þessa blaðsíðu sem eins konar inngang að margföldun almennra brota sem byrjar á næstu blaðsíðu.

Athugið: Kennari gætir þess að nota orðasambandið „hve stór hluti af myndinni“, ekki „hve margir reitir“.

- *Hve stór hluti af hvorri mynd á að vera litaður í tveimur síðustu myndunum í b-lið? ($\frac{11}{20}$ og $\frac{16}{20}$.)*
- *Getur þú lýst þessu mynstri? (Fyrst stækkar litaði hlutinn – eða önnur talan – um $\frac{1}{20}$, síðan um $\frac{2}{20}$, síðan um $\frac{3}{20}$. Mismunurinn stækkar alltaf um $\frac{1}{20}$ eða um einn reit með hverri nýrri mynd eða tölu.)*
- *Hvaða tala kemur næst ef við bætum einni tölu enn við mynstrið? ($\frac{22}{20}$ eða 1 heill og $\frac{2}{20}$.)*

Nr. 6.88 og 6.89

Nemendur skrifa næstu þrjár tölur í hverri talnarunu.

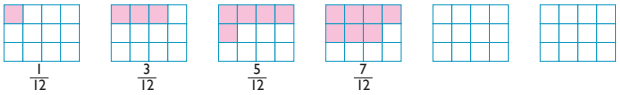
Nr. 6.90 og 6.91

Nemendur skrifa næstu þrjár tölur í hverri talnarunu. Þar að auki eiga þeir að lýsa mynstrinu í talnarununum.

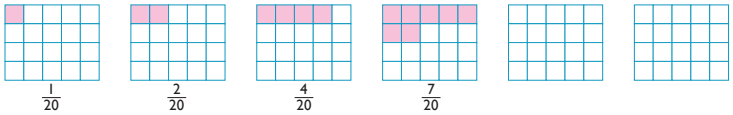
Almenn brot og talnarunur

6.87 Hvað á eftir að lita stóran hluta af reitunum í síðustu tveimur myndunum?

a



b



Skrifaðu þrjú næstu brotin í hverri talnarunu.

6.88 **a** $\frac{2}{15}, \frac{4}{15}, \frac{6}{15}, \frac{8}{15}, \ldots$ **c** $\frac{1}{80}, \frac{2}{80}, \frac{4}{80}, \frac{8}{80}, \ldots$

b $\frac{1}{16}, \frac{3}{16}, \frac{5}{16}, \frac{7}{16}, \ldots$ **d** $\frac{1}{16}, \frac{2}{16}, \frac{4}{16}, \frac{7}{16}, \ldots$

6.89 **a** $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, 1, 1\frac{2}{5}, \ldots$ **c** $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{4}, 1\frac{3}{4}, \ldots$

b $\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, 2, 2\frac{2}{3}, \ldots$ **d** $\frac{2}{7}, \frac{6}{7}, 1\frac{3}{7}, 2, \ldots$

Skrifaðu þrjú næstu brotin í talnarunum.
Lýstu mynstrinu í hverri talnarunu.

6.90 **a** $\frac{14}{15}, \frac{13}{15}, \frac{12}{15}, \frac{11}{15}, \ldots$ **c** $5\frac{1}{10}, 4\frac{7}{10}, 4\frac{3}{10}, 3\frac{9}{10}, \ldots$

b $\frac{15}{18}, \frac{13}{18}, \frac{11}{18}, \frac{9}{18}, \ldots$ **d** $4\frac{1}{4}, 3\frac{3}{4}, 3\frac{1}{4}, 2\frac{3}{4}, \ldots$

6.91 **a** $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \ldots$ **b** $\frac{24}{10}, \frac{21}{10}, \frac{18}{10}, \frac{15}{10}, \ldots$

c Skrifaðu þessar tvær talnarunur sem tugabrot.

Í nr. 6.91c eiga nemendur að breyta talnarunum í a- og b-lið í tugabrot.

Auðveldari verkefni

Brotaspilið á verkefnablaði 5.176 (*Brotaspil 2*) í verkefnahefti Stiku 1b má nota í staðinn fyrir verkefnin á bls. 54. Í spilinu eiga leikmenn einnig að finna samnefnara áður en þeir leggja saman brot en tölurnar eru einfaldari, þ.e. bara hálfur, fjórðu hlutar, áttundu hlutar og sextándu hlutar. Fá má nemendum í hendur A4-blað sem brotið hefur verið fjórum sinnum (þá myndast sextándu hlutar) sem gerir brotin áþreifanlegri. Leggja þarf áherslu á að nemendur skrái niður útreikninga í spilinu.

Brotaspil (spil)

Búnaður: Spilaborð verkefnablöð 5.176 (*Brotaspil 2*) í verkefnahefti Stiku 1b eða nr. 6.107 (Brotaspil), svo og teningur.

Erfiðari verkefni

Þrautalausnir

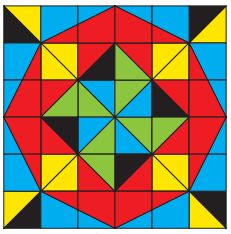
Á verkefnablöðum 6.104 og 6.105 (*Heilabrot um almenn brot 3* og *4*) eru margar þrautir þar sem finna á samnefnara.

Raunverkefni

Listaverk á tölvu með almennum brotum

Búnaður: Teikniforrit í tölvu, til dæmis Paint.

Nemendur teikna mynstur með teikniforriti í tölvu. Þeir eiga annaðhvort að lita mynstrið í samræmi við uppgefin brot eða búa fyrst til mynstrið og ákveða síðan hve stór hluti þess á að vera í hinum ýmsu litum. Nemendur geta einnig skipst á listaverkum og sagt til um hve stór hluti af mynstrinu sé í mismunandi litum í listaverki bekkjarfélagans. Nemendur eiga helst að skrifa brotið í hverjum lit fullstytt.



Í myndinni hér á undan skiptast litirnir þannig:

Blár: $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$
Gulur: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
Rauður: $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$
Grænn: $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
Svartur: $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Vinnuaðferð í forritinu Paint:
Búa til rúðunet í stærðinni 6 • 6 reitir í ritvinnsluforriti með valinu „Insert“ – „Table“. Síðan er rúðunetið afritað inn í teikniforritið.

Búa til þríhyrninga og mynstur með valinu „Shapes“ í valstikunni.

Fylla þrí- og ferhyrningana með lit með því að velja „Fill with colour“.

Hugmyndir og athugasemdir

Viðfangsefni

- Margföldun almennra brota með heilli tölu

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 56

Sýnidæmi

Líta má á margföldun almennra brota með heilli tölu sem endurtekna samlagningu. Í sýnidæminu má líta svo á að áttundu hlutar séu margfaldaðir með 3, þ.e. 3 • 2 áttundu hlutar eru 6 áttundu hlutar á sama hátt og 3 • 2 krónur = 6 krónur. Þetta samsvarar því sem lýst er til hægri í sýnidæminu, þ.e. $3 \cdot \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$.

Í verkefnunum getur kennari spurt: „Hve stór hluti …“ eða „hve stóran hluta …“ úr því að brotin segja til um hluta af köku. Nemendur eiga því ekki að reikna út „Hve mikið borða þeir“ eða eitthvað þvílíkt. Til að geta svarað því þurfum við að vita hve stór öll kakan er.

Nr. 6.92

Nemendur reikna út hve stóran hluta af kökunni persónurnar þrjár borða. Gott er ef þeir geta útskýrt þetta bæði sem samlagningu og margföldun.

Nr. 6.93

Nemendur reikna út hvað strákarnir þrír borða samtals stóran hluta af súkkulaðiplötunni.

Nr. 6.94

Nemendur reikna út hvað strákarnir borða stóran hluta af kökunni. Síðan reikna þeir hve stór hluti er eftir.

Nr. 6.95

Nemendur reikna út hvað stelpurnar fimm borða stóran hluta af kökunni og síðan hve stór hluti er eftir.

Nr. 6.96

Um er að ræða þrautalausnaverkefni þannig að leyfa þarf nemendum að prófa sig áfram nokkurn tíma áður en kennari hjálpar þeim. Gott er að nemendur lesi textann vandlega, helst nokkrum sinnum, og teikni sér til hjálpar ef þeir komast ekki áfram með verkefnið.

Sýnidæmi

Köku er skipt í 8 jafn stóra hluta.
Þrír mathákar borða $\frac{2}{8}$ hver.
Hvað borða þeir mikið af kökunni samtals?

Við getum lagt saman:

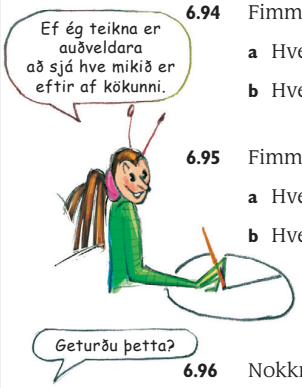
$\frac{2}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$

Við getum margfaldað:

$3 \cdot \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$

6.92 Köku er skipt í 10 jafn stóra hluta.
Þrír krakkar borða $\frac{3}{10}$ hver.
Hve mikið af kökunni borða þeir samtals?

6.93 Súkkulaðiplötu er skipt í 12 jafn stóra hluta.
Fimm strákar borða $\frac{2}{12}$ hver.
Hve stóran hluta af súkkulaðinu borða þeir samtals?



6.94 Fimm strákar borða $\frac{2}{16}$ hver af tertu.

a Hve stóran hluta af tertunni borða þeir samtals?

b Hve stór hluti af tertunni er afgangs?

6.95 Fimm stelpur borða $\frac{3}{20}$ hver af skúffuköku.

a Hve stóran hluta af kökunni borða þær samtals?

b Hve stór hluti af kökunni er eftir?

6.96 Nokkrar stelpur borða hver um sig $\frac{3}{24}$ af köku.
Hve margar stelpur geta fengið slíkan bita af kökunni áður en búið er að borða helminginn af henni?

▶ Bls. 57

Sýnidæmi

Þetta dæmi er óhlutbundin útgáfa af sýnidæminu á bls. 56. Hér er margföldun almennra brota með heilli tölu sýnd sem endurtekin samlagning, sem margföldunardæmi og sem hopp á talnalínu. Á sama hátt og á bls. 56 geta nemendur hugsað dæmið þannig: 3 • 1 fjórði hluti = 3 fjórðu hlutar (á sama hátt og: 3 • 1 króna = 3 krónur).

Nr. 6.97

Nemendur reikna út hvaða lengd á gjafaböndum Geir þarf til að búa til tvær slaufur og því næst fimm slaufur.

Í verkefni 6.97 og 6.98 er um að ræða brot af einum metra. Þess vegna á hér við að spyrja um „Hve mikið?“ í viðbót við spurninguna „Hve stór hluti?“

- *Hvaða svar fenguð þið í b-lið? (10 fimmtu hluta.)*
- *Hvernig funduð þið svarið? (Það verða fimm sinnum 2 fimmtu, eða 2–4–6–8–10 fimmtu hlutar.)*
- *Já, en 10 fimmtu hlutar af hverju? (Af heildinni sem er einn metri.)*
- *Hve langt er 10 fimmtu hlutar af metra? (Það eru 2 metrar vegna þess að 5 fimmtuhlutar af metra er einn metri.)*

Nr. 6.98

Nemendur reikna út hve langa borða Fríða þarf til að búa til þrjár, fimm og tíu slaufur. Að lokum reyna þeir að finna hvaða lengd í metrum brotin tákna.

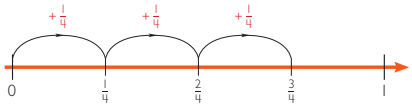
Nr. 6.99 og 6.100

Nemendur geta reiknað dæmin með því að nota einungis tölustafi, með því að hoppa á talnalínu eða með því að teikna rétthyrninga eða hringi. Það er í lagi þótt þeir hugsi um

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $3 \cdot \frac{1}{4}$

Við getum sýnt dæmið á talnalínu:



I $3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

II $3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

6.97 Geir skreytir pakka með slaufum. Í hverja slaufu notar hann $\frac{2}{5}$ úr metra.

a Hve mikið notar hann í tvær slaufur?

b Hve mikið notar hann í fimm slaufur?

6.98 Fríða býr til slaufur og notar $\frac{3}{10}$ úr metra í hverja slaufu.

a Hve mikið notar hún í þrjár slaufur?

b Hve mikið notar hún í fimm slaufur?

c Hve mikið notar hún í 10 slaufur?

Reiknaðu dæmin.

6.99
a $3 \cdot \frac{1}{5}$ **b** $2 \cdot \frac{3}{8}$ **c** $4 \cdot \frac{1}{7}$ **d** $5 \cdot \frac{2}{12}$ **e** $6 \cdot \frac{1}{9}$ **f** $3 \cdot \frac{4}{15}$ **g** $5 \cdot \frac{2}{12}$ **h** $3 \cdot \frac{5}{20}$

6.100
a $5 \cdot \frac{1}{6}$ **b** $4 \cdot \frac{2}{5}$ **c** $6 \cdot \frac{2}{7}$ **d** $5 \cdot \frac{5}{15}$ **e** $8 \cdot \frac{3}{14}$ **f** $7 \cdot \frac{4}{24}$ **g** $6 \cdot \frac{3}{7}$ **h** $9 \cdot \frac{3}{20}$

57

verkefnin í byrjun sem endurtekna samlagningu en rétt er að hvetja þá smám saman til að hugsa um þau sem margföldun og nota margföldunartöflurnar.

Auðveldari verkefni

Nemendum getur verið hjálp í því að teikna kökurnar á bls. 56, eina köku fyrir hvert dæmi. Vera kann að í sumum tilvikum sé auðveldast að skipta rétthyrndri köku. Kakan, sem myndin er af hér á eftir, tilheyrir dæmi 6.95; á myndinni er sýnt hve mikið stelpurnar fimm borðuðu:

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Eindregið er mælt með að dágóður tími sé notaður í þrautalausnir. Nemendur vinna þá saman tveir og tveir en upprifjun fer fram sameiginlega með öllum nemendahópnum. Kennari gætir þess að hjálpa nemendum ekki um of. Miklu skiptir að nemendur læri „að hugsa“ og brjóta heilann um vandamálin. Með því að láta nemendur fást við þrautir fá þeir tækifæri til að þróa skilning sinn í stærðfræði og hæfileikann til að nota hann.

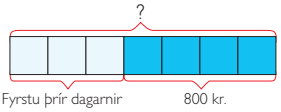
Heilabrot með almennum brotum

1. Kristján notaði dag hvern $\frac{1}{7}$ af vikulaununum. Þremur dögum eftir að hann hafði fengið útborguð vikulaunin átti hann 800 kr. eftir. Hve mikla peninga notaði Kristján þrjá fyrstu dagana?

2. Stína selur dagblöð á hverjum sunnudegi. Hún tekur 42 blöð í hvert skipti og selur $\frac{2}{3}$ þeirra. Hve mörg blöð hefur hún selt samtals fimm sunnudaga.

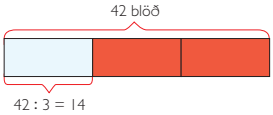
Lausnir:

1. 600 kr. Til að leysa dæmið þarf fyrst að finna hvað $\frac{1}{7}$ er mikið. Það er ekki ýkja auðvelt vegna þess að við vitum ekki hver heildin er. Þess vegna þarf að byrja á því sem við vitum, þ.e.a.s. að $\frac{4}{7} = 800$. Líklega er best að teikna mynd:



Peningunum, sem hann átti eftir, 800 kr., þarf að skipta í fjóra hluta til að finna gildi brotsins $\frac{1}{7}$. Það verða þá 800 : 4 = 200. Kristján notar því 3 • 200 = 600 kr. fyrstu þrjá dagana.

2. 140 blöð. Lausnaleiðir eru nokkrar. Finna má hve stóran hluta Stína seldi samtals fimm sunnudaga: $5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$; síðan má finna blaðafjöldann þegar heildin er 42 blöð. $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$. Það verða þá 3 • 42 = 126 plús $\frac{1}{3}$ af 42 sem er 14:



Einhverjir nemendur munu ef til vill fyrst finna hvað $\frac{2}{3}$ er af 42 og margfalda svarið með 5. Einnig má finna fyrst $\frac{1}{3}$ af 42, margfalda svarið með 2 og loks margfalda það svar með 5 í lokin.

Hver er fyrstur upp í 10? (spil)

Búnaður: Talnalína frá 0 til 10 sem skipt er í tíundu hluta (verkefnablað 5.165 (*Talnalínur*) í verkefnahefti Stiku 1b eða cuisenaire-kubbar), teningur og spilaskífa verkefnablað 6.109 (*Spilaskífa*).

Leikmenn kasta teningi og snúa bréfaklemmu á spilaskífunni til skiptis.

Teningurinn ákvarðar hve oft margfalda á brotið á spilaskífunni. Dæmi: Upp kemur 4 á teningnum og bréfaklemman stoppar á $\frac{3}{10}$. Þá á leikmaður að hoppa 12 tíundu hluta (1 heilan og $\frac{2}{10}$) áfram á talnalínunni. Sá vinnur sem er fyrstur upp í 10.

Bera saman brot með brotarenningum

Þetta verkefni veitir þjálfun í að bera saman stærð almennra brota. Því er lýst á bls. 65.

Viðfangsefni

- Hugtakið prósent og merking þess: af hundraði eða hundraðshlutar
- Að finna 100%, 50%, 25% og 10% af tölu
- Að átta sig á tengslum prósenta og algengra almennra brota
- Að tilgreina hve mörg prósent af hundraðreitatöflu eru lituð

Kennsluleiðbeiningar

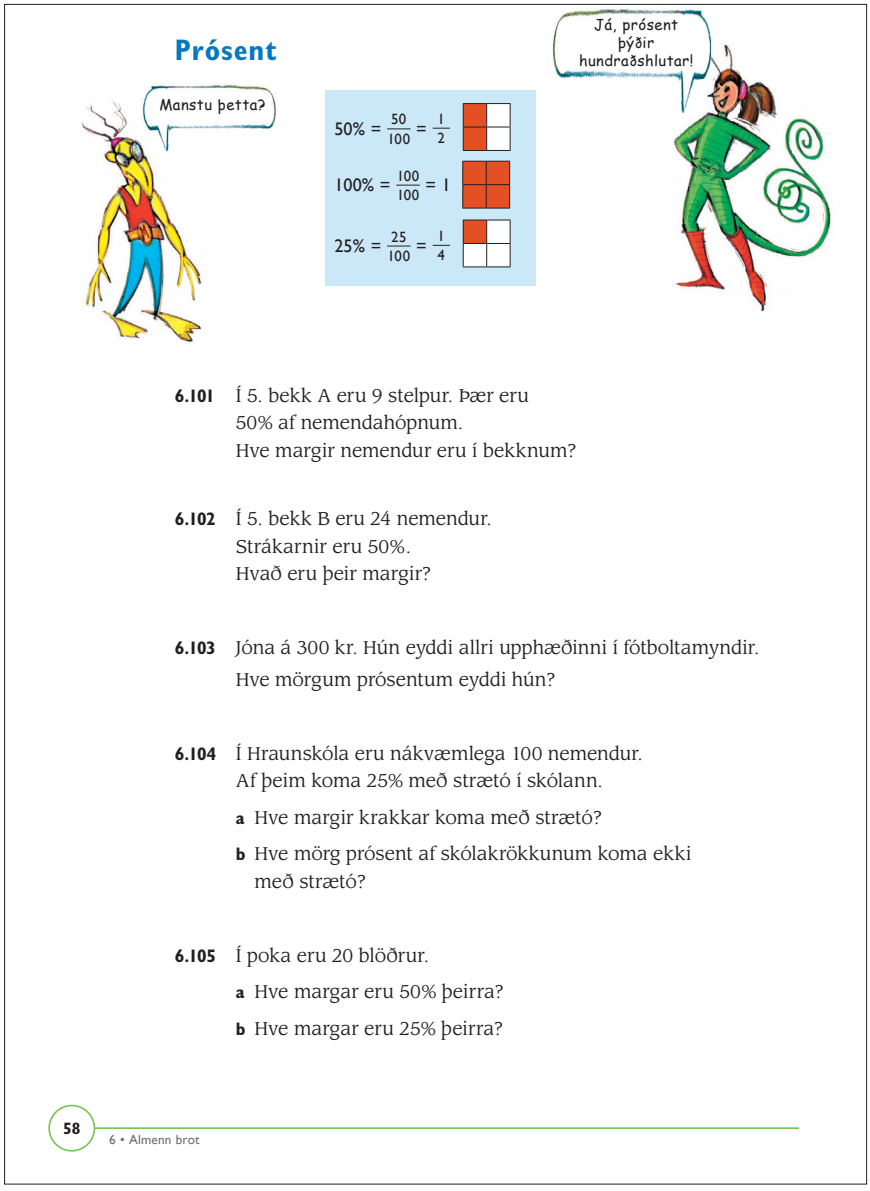
▶ Bls. 58

Fróðleiksreitur

Kennari rifjar upp hugtakið prósent með nemendum, sem kynnt var til sögunnar í Stiku 1b. Þá voru einungis tekin fyrir 50% og100% og lítillega minnst á 10% og 1%. Nú bætast 25% við.

Kennari getur byrjað á að skrifa stórt prósentutákn á töfluna og spyr nemendur hvort þeir muni hvað táknið þýði.

- *Munið þið hvaða þetta tákn þýðir? (Prósent, af hundraði, hundraðshlutar.)*
- *Hvernig lesið þið þetta: 50%? (Þetta má lesa: Fimmtíu prósent eða fimmtíu af hundraði eða fimmtíu hundraðshlutar.)*
- *Munið þið hvað 50% af einhverju merkir? (Helmingur.)*
- *Getið þið séð það á myndinni efst á blaðsíðunni? (Já, helmingur efstu myndarinnar er litaður, þ.e. 50% eru lituð.)*
- *En hvað þýðir þá 100%? (Öll myndin, heildin, einn heill.)*
- *Og hvað þýðir þá 25%? (Það þýðir fjórðungur, það sést á myndinni neðst í fróðleiksreitnum.)*
- *Ef ég hef lesið 70% af bókunum mínum – hvað á ég þá eftir að lesa mörg prósent þeirra? (30% vegna þess að 70% + 30% eru 100% sem samsvara öllum bókunum.)*
- *Ef Kalli notar 40% af vasapeningunum sínum einn daginn – hvað á hann þá mörg prósent eftir? (60% því að 40% + 60%% = 100% sem samsvara öllum vasapeningunum.)*



Nr. 6.101

Nemendur þurfa að átta sig á að 9 stelpur eru helmingurinn (50%) af nemendahópnum. Þar með hlýtur allur nemendahópurinn að telja 18 nemendur.

Nr. 6.102

Nemendur þurfa að finna 50% (helminginn) af 24 nemendum, þ.e. 12.

Nr. 6.103

Þessu verkefni er ætlað að skerpa skilning nemenda á að 100% merkir „alla upphæðina“. Jóna eyðir því 100% af 300 krónunum sem hún á, þ.e. eyddi 300 krónum.

Nr. 6.104

Í þessu dæmi vill svo til að nemendafjöldi er 100 sem samsvarar því að 100% nemenda eru einmitt 100 nemendur. Í fróðleiksreitnum sést að 25% samsvara einum fjórða hluta. Rétt er benda nemendum á að skoða myndina. Þeir þurfa því að finna $\frac{1}{4}$ af 100 nemendum, sem eru 25 nemendur.

Í b-lið þurfa nemendur að reikna hve mörg prósent eru eftir af 100% þegar 25% eru dregin frá, þ.e. 75% . Það eru því 75% nemenda sem koma ekki með strætó í skólann.

Nr. 6.105

Hér er frekari æfing í að finna 50%, þ.e. helminginn, af tölu, svo og 25%, þ.e. fjórðung.

▶ Bls. 59

Fróðleiksreitur

Hér eru 10% rifjuð upp og jafnframt tengslin við almenn brot. Enn og aftur er hundraðreitatafla notuð til að útskýra merkingu prósenta, þ.e.

10% er sama og einn tíundi!

$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

6.106 Finndu 10% af

a 100 kr.

b 200 kr.

c 300 kr.

d

6.107 **a** Hve stór hluti krakkanna er í gulri peysu?

b Hvað er það mörg prósent?

6.108 Hve stór hluti reitanna er

a rauður?

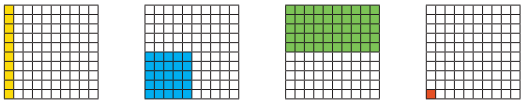
b gulur?

c grænn?

6.109 Skráðu svörin við verkefni 6.108 í prósentum.

a rauður? **b** gulur? **c** grænn?

6.110 Breyttu þessum almennu brotum í prósentur.



a $\frac{10}{100}$ **b** $\frac{25}{100}$ **c** $\frac{50}{100}$ **d** $\frac{1}{100}$

að þau merki hundraðshluta. Sýnt er á myndinni efst á blaðsíðunni að 10% samsvara einum tíunda hluta.

Nr. 6.106

Nemendur eiga að finna 10% af 100 kr. , 200 kr., 300 kr. og 500 kr. Peningamyndirnar auðvelda nemendum að finna einn tíunda af hverri upphæð.

Nr. 6.107

Einn krakki af 10 er í gulri peysu. Nemendur skrá fyrst brotið (í a-lið) og breyta því síðan í prósentur (í b-lið). Með því að skoða myndina efst á blaðsíðunni geta nemendur séð að $\frac{1}{10}$ er jafnt og $\frac{10}{100}$ sem er jafnt og 10%.

Nr. 6.108

Nemendur skrá með almennum brotum hve stór hluti er litaður.

Nr. 6.109

Nemendur breyta almennu brotunum, þ.e. hundraðshlutunum, úr dæmi 6.108 í prósentur.

Nr. 6.110

Þetta verkefni sýnir vel að hundraðshluta má tákna með prósentutákninu, þ.e. $\frac{32}{100}$ = 32% enda er 32% oft lesið: 32 af hundraði eða 32 hundruðustu.

Auðveldari verkefni

Kennari rifjar upp með nemendum að í stað hundraðshluta sé gjarnan notað táknið %, þ.e. í stað $\frac{3}{100}$ sé oft skrifað 3%.

Nemendur nota kubba til að tákna fjöldann, sem um ræðir hverju sinni, eða kennslupeninga þegar dæmin fjalla um peninga. Þá er auðvelt að skipta kubbunum til að finna 50% (helminginn). Í dæmi 6.104 geta nemendur t.d. hjálpast að við að raða upp 100 kubbum og finna 25% (fjórðung) þeirra.

Erfiðari verkefni

Kennari leggur erfiðari verkefni fyrir nemendur. Þeir finna fjöldann í hverju verkefni.

- 50% af 420 krökkum í Hæðarskóla lásu í bók síðasta laugardagskvöld.
- 100% af 420 krökkum í Hæðarskóla borðuðu fisk í síðustu viku.
- 10% af 420 krökkum í Hæðarskóla tefla skák vikulega.
- 25% af 420 krökkum í Hæðarskóla spila blak.
- 75% af 420 krökkum í Hæðarskóla hafa bragðað kæsta skötu.
- 20% af 420 krökkum í Hæðarskóla hafa ferðast til Spánar.
- Um það bil 1% af 420 krökkum hafa lagst á sjúkrahús.

Raunverkefni

Nemendur leita í dagblöðum eða öðrum blöðum að dæmum þar sem prósentumerkið er notað. Þeir klippa þessi dæmi út, líma þau á veggspjald og hengja upp í kennslustofunni. Loks geta nemendur valið sér úrklippu af veggspjaldinu, búa til dæmi út frá því og leggja fyrir bekkjarfélaga. Dæmi: Úrklippan fjallar um afslátt af vöruverði. Dæmi nemanda getur gengið út á að reikna hvað afsláttur-inn er í krónum og hvert verðið er þegar afslátturinn hefur verið dreginn frá.

Hugmyndir og athugasemdir

Viðfangsefni

- Að finna brotið, heildina eða fjöldann, sem í hlutanum felst, út frá upplýsingum sem gefnar eru
- Að lengja og stytta brot

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 60 Upprifjun

Upprifjun

Kennari fer yfir efni þessa kafla sameiginlega með bekkjardeildinni og dregur fram hvaða nýja námsþætti nemendur hafa lært. Gott er ef nemendur geta útskýrt og ekki síður notað hugtökin teljari, nefnari og brotastrik, svo og útskýrt hvað felst í broti af heild og broti af safni; Kennari kannar hvort nemendur hafi skilning á hvað átt er við með jafn stór brot (eða jafn gild brot) og hvernig og hvers vegna við lengjum og styttum brot. Nemendur þurfa að geta borið saman brot og skrifað brot sem er stærri en einn heill. Þeir þurfa einnig að geta lagt saman og dregið frá með samnefndum og ósamnefndum brotum og margfaldað brot með heilli tölu. Jafnframt er rifjað upp hugtakið prósent og að það merki „af hundraði“ eða „hundraðshlutar“; að 50% samsvari helmingi af safni, 25% fjórðungi og 100% einum heilum eða heildinni.

▶ Bls. 61 Próf

Nr. 1

Nemendur skrá brotið sem táknar litaða hlutann í hverjum tölulið.

Nr. 2

Brotið segir til um hve stór hluti kúlnanna er teiknaður. Nemendur eiga að ljúka við að teikna alla kúlurnar þannig að heildin sjáist.

Nr. 3

Nemendur finna fjöldann sem brotið segir til um.

Upprifjun

Almenn brot

• Hluti af heild:

$\frac{3}{8}$ af hringnum eru gulir.

• Hluti af safni:

$\frac{5}{12}$ af börnunum eru í rauðri peysu.

Jafn stór brot

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

Við *lengjum* brot með því að margfalda teljara og nefnara með sömu tölu. $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$

Við *styttum* brot með því að deila í teljara og nefnara með sömu tölu. $\frac{4}{10} = \frac{4 : 2}{10 : 2} = \frac{2}{5}$

Samlagning og frádráttur með almennum brotum

Samnefnd brot: $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

Við leggjum saman teljarana.

Ósamnefnd brot: $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8} - \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

Við finnum samnefnara og reiknum síðan.

Margföldun almennra brota

$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$ Við getum skrifað margföldun sem endurtekna samlagningu.

$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$ Við getum margfaldað teljarann með heilu tölunni.

Prósent

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ $100\% = \frac{100}{100} = 1$ $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

60

6 • Almenn brot

Nr. 4

Nemendur finna töluna (heildina) þegar brot af henni er gefið og fjöldinn sem það felur í sér.

Nr. 5

Nemendur finna fyrst hve mörg epli einn sjöundi ávaxtanna er og þar næst heildarfjöldann í körfunni.

Nr. 6

Nemendur lengja brotin í hverju verkefni með 5 (margfalda teljara og nefnara með 5) og búa þannig til jafn stór brot.

Nr. 7

Nemendur ská nefnarann sem vantar til að brotin í hverju verkefni verði jafn gild.

Nr. 8

Nemendur stytta brotin.

Auðveldari verkefni

Hafi nemendur notað áþreifanleg hjálpartæki fyrr í kaflanum eiga þau einnig ágætlega við hér.

Erfiðari verkefni

Viðbótarverkefni í prósentureikningi

1 Birna á 8 000 kr. í sparifé en Björn á 20 000 kr. Birna keypti gjöf fyrir 50% af sparipeningunum sínum en Björn keypti fyrir 25% af sínu sparifé. Hvort þeirra keypti fyrir hærri upphæð?

2 Jón á 2000 kr. og Gunna á 5000 kr. Jón eyðir 20% af peningunum sínum í fótboltamyndir en Gunna 10% af sinum peningum. Hvort þeirra eyðir meiri peningum í fótboltamyndir?

3 Páll á 400 frímerki og Jóna á 500 frímerki.
Páll gefur 5% af sínum frímerkjum

Próf

1 Hve stór hluti af hverri mynd er rauður?

a **b** **c**

2 Teiknaðu allar kúlurnar.

a $\frac{1}{2}$ **b** $\frac{1}{3}$ **c** $\frac{5}{8}$

3 Hvað er

a $\frac{1}{3}$ af 18? **b** $\frac{1}{4}$ af 24? **c** $\frac{2}{3}$ af 27?

4 Hver er talan?

a $\frac{1}{3}$ af tölu er 6.

b $\frac{1}{5}$ af tölu er 3.

c $\frac{1}{7}$ af tölu er 4.

5 Í stórri ávaxtakörfu eru $\frac{2}{7}$ af ávöxtunum epli.
Í körfunni eru 4 epli.

a Hvað er $\frac{1}{7}$ af ávöxtunum mörg epli?

b Hve margir ávextir eru alls í körfunni?

6 Lengdu brotin með 5.

a $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} =$ **b** $\frac{2}{4}$ **c** $\frac{2}{7}$

7 Hvaða tölustaf vantar?

a $\frac{1}{3} = \frac{4}{\square}$ **b** $\frac{2}{7} = \frac{10}{\square}$ **c** $\frac{3}{4} = \frac{21}{\square}$

8 Styttu brotin.

a $\frac{4}{20}$ **b** $\frac{5}{35}$ **c** $\frac{6}{9}$ **d** $\frac{15}{25}$

61

en Jóna gefur 4% af sínum. Hvort þeirra gefur fleiri frímerki?

Lausnir:

1 Birna kaupir gjöf fyrir 4000 kr. en Björn fyrir 5000 kr. Björn notar því hærri upphæð.

2 Jón eyðir 400 kr. en Gunna 500 kr. Gunna eyðir því hærri upphæð.

3 Páll og Jóna gefa jafn mörg frímerki, þ.e. 20. Líklega er auðveldast að finna fyrst hvað 10% eru mörg. Af 400 frímerkjum jafngilda 10% 40 frímerkjum. Þá eru 5% helmingi færri, þ.e. 20 frímerki. Af 500 frímerkjum jafngilda 10% 50 frímerkjum. Eitt prósent eru þá 10 sinnum færri, þ.e. 5 frímerki. Þá eru 4% 4 • 5 = 20 frímerki.

Fleiri krefjandi verkefni

Sjá kaflana Erfiðari verkefni og Raunverkefni á bls. 62–63.

Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur samnefndra og ósamnefndra brota
- Margföldun brota með heilli tölu
- Að finna 50%, 25% og 10% af tölu
- Að finna brotið og fjöldann, sem í hlutanum felst, út frá upplýsingum sem gefnar eru
- Að finna fjöldann þegar brotið og heildin eru gefin
- Að lengja og stytta brot

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 62 Próf (framhald)

Nr. 9
Nemendur reikna dæmin.

Nr. 10 og 11
Nemendur finna teljarana sem vantar þannig að dæmin verði rétt.

Nr. 12
Nemendur finna samnefnarann og leggja saman brotin tvö til að finna hve stóran hluta af súkkulaðinu Dagur og Magnús borðuðu samtals. Síðan finna nemendur hve stór hluti er eftir af súkkulaðinu.

Nr. 13
Nemendur lengja annað brotið – og bæði brotin í c-lið – til að gera brotin tvö í hverju verkefni samnefnd.

Nr. 14
Nemendur finna hve stóran hluta af kökunni stelpurnar fjórar borða samtals og hve stór hluti er eftir.

Nr. 15
Nemendur reikna dæmin.

Próf

9 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{5}{12} + \frac{6}{12}$ **b** $\frac{21}{25} - \frac{11}{25}$ **c** $\frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{7}{10}$

10 Hvaða tölustaf vantar?

a $\frac{3}{8} + \frac{\square}{8} = \frac{8}{8}$ **b** $\frac{\square}{15} + \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$

11 Hvaða tölustaf vantar?

a $1 - \frac{\square}{8} = \frac{3}{8}$ **b** $\frac{\square}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

12 Dagur borðar $\frac{1}{3}$ af súkkulaði og Magnús $\frac{1}{2}$ af sama súkkulaði.

a Hve mikið borða Dagur og Magnús samtals?

b Hve stór hluti er eftir af súkkulaði?

13 Lengdu bæði brotin í hverju verkefni þannig að þau verði samnefnd. Reiknaðu síðan dæmin.

a $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ **b** $\frac{5}{12} + \frac{1}{3}$ **c** $\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$

14 Fjórar stelpur borða $\frac{2}{15}$ hver af köku.

a Hve stóran hluta af kökunni borða þær samtals?

b Hve stór hluti af kökunni er eftir?

15 Reiknaðu dæmin.

a $3 \cdot \frac{1}{4}$ **c** $2 \cdot \frac{3}{7}$ **e** $6 \cdot \frac{2}{3}$

b $4 \cdot \frac{2}{9}$ **d** $5 \cdot \frac{2}{12}$ **f** $4 \cdot \frac{5}{6}$

16 Hvað er

a 50% af 40 kr.? **b** 25% af 40 kr.? **c** 10% af 40 kr.?

62 • Almenn brot

Nr. 16
Nemendur finna hvað tilteknar prósentur eru mikið af ákveðinni upphæð.

▶ Bls. 63 Æfingasíða 1

Nr. 6.111
Nemendur finna hvaða brot myndirnar tákna af heildinni (öllum myndunum).

Nr. 6.112
Nemendur finna hvað brotin, sem gefin eru, samsvara mörgum ávöxtum af heildarfjöldanum.

Nr. 6.113
Nemendur finna í hverju verkefni fjöldann út frá brotinu og heildarfjöldanum sem gefinn er.

Nr. 6.114
Nemendur bera saman hlutana í hvoru verkefni.

Nr. 6.115
Nemendur reikna dæmin.

Nr. 6.116
Nemendur lengja öll brotin með 4 og búa þannig til jafn stór brot.

Nr. 6.117
Nemendur stytta öll brotin með 5 og búa þannig til jafn gild brot.

Auðveldari verkefni

Hér á hið sama við og á fyrri prófblaðsíðu að áþreifanleg hjálpartæki fyrr í kaflanum eiga ágætlega við hér.

Gott er að þeir sem eiga í erfiðleikum með prófið vinni verkefni á æfingasíðu 1 og æfingasíðu 2 á bls. 64. Einnig má nota spil og raunverkefni sem bent hefur verið á fyrr í kaflanum, svo og þær blaðsíður í æfingaheftinu sem vísað er til.

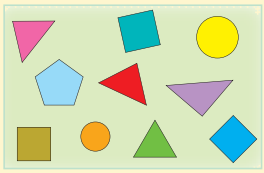
6.111 Hve stór hluti af myndunum er

a þríhyrningar?

b hringir?

c fimmhyrningar?

d ekki hringir?

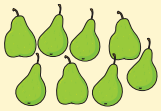


6.112 Hve margir ávextir?

a

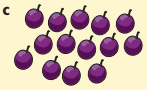
$\frac{1}{3}$ af 6

b



$\frac{1}{4}$ af 8

c



$\frac{1}{7}$ af 14

6.113 Hve mikið er

a $\frac{1}{3}$ af 21? **b** $\frac{1}{5}$ af 35? **c** $\frac{1}{8}$ af 32? **d** $\frac{1}{6}$ af 42?

6.114 Hvort er stærra?

a $\frac{1}{2}$ af 10 eða $\frac{1}{2}$ af 12? **b** $\frac{1}{5}$ af 30 eða $\frac{1}{6}$ af 30?

6.115 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{8} + \frac{3}{8}$ **b** $\frac{7}{12} + \frac{4}{12}$ **c** $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$

6.116 Lengdu brotin með 4.

a $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} =$ **b** $\frac{1}{5}$ **c** $\frac{3}{4}$ **d** $\frac{5}{6}$

6.117 Styttu brotin með 5.

a $\frac{5}{15} = \frac{5:5}{15:5} =$ **b** $\frac{10}{25}$ **c** $\frac{30}{45}$ **d** $\frac{35}{60}$

ÆFINGAHEFTI 2b BLS. 22–28

Erfiðari verkefni

Meiri þrautalausnir

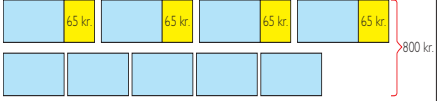
Fá má nemendum, sem eru fljótir með prófið, þrautir til að leysa.

Anna og Tommi hafa sparað saman 800 kr. Fjórðungur af sparipeningum Tomma er 65 kr. meira en fimmtungur af sparipeningum Önnu. Hversu miklu meira hefur Tommi sparað en Anna?

Lausn:

Tommi hefur sparað 500 kr. og Anna 300 kr.

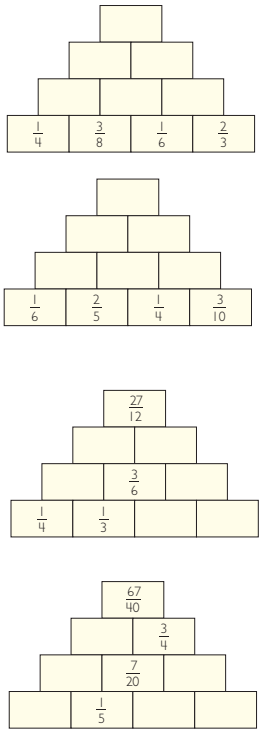
Í þessu tilviki er hjálp í því að teikna.



Mikilvægt er að nemendur átti sig á öllum upplýsingunum í textanum:

Peningum Tomma er skipt í fjóra hluta en Önnu peningum í fimm hluta. Einn fjórði hluti Tomma er jafn einum fimmta hluta Önnu að viðbættum 65 krónum. Þetta sést í teikningunni hér á undan. Hið eina sem er vitað er að sparifé þeirra er samtals 800 kr. og að Tommi á fjórum sinnum 65 krónum meira en nemur fjórðu hlutunum sem eru jafnir fimmt hlutum Önnu. Þar með fáum við 4 • 65 = 260 kr. Þá fæst 800 – 260 = 540. Þessar 540 kr. þarf nú að deila í níu hluta (fjórðu hluta Tomma og fimmtu hluta Önnu). Hver hluti er þá 60 kr. Anna á fimm slíka (5 • 60 = 300) og Tommi á fjóra slíka (4 • 60 = 240 plús 260 kr.).

Fleiri brotaverkefni



Raunverkefni

Stærra brotið (spil)

Búnaður: Spilastokkur, yfirlitsblað til að skrá stigin, rúðunet í stærðinni 5 • 5 reitir (verkefnablað 5.169 (*Brotaspil 1*) í verkefnahefti Stiku 1b) þar sem má sjá spilareglurnar. Athugið: Í spilareglunum stendur að nota skuli spilaskífu en hér er mælt með spilastokki í staðinn.

Spilið er fyrir 2 leikmenn. Þeir draga tvö spil hvor til skiptis og búa til brot. Minni talan segir til um teljarann og sú stærri nefnarann. Brotið skal skrá á eyðublað leikmannsins. Þegar leikmenn hafa búið til hvor sitt brot dregur sá sem er með stærra brot hring um það. Sá vinnur sem á fleiri brot með hringjum utan um þegar eyðublaðið er fullt eða þegar tíminn, sem ákveðinn var fyrir spilið, er liðinn.

Dæmi: Leikmaður 1 dregur tvö spil og fær tölurnar 5 og 11 (gosa). Hann býr þá til brotið $\frac{5}{11}$ og skráir það á eyðublaðið sitt. Leikmaður 2 fær tölurnar 1 (ás) og 13 (kóng) og býr til brotið $\frac{1}{13}$ sem hann skráir á sitt blað. Leikmaður 1 dregur hring utan um brotið sitt vegna þess að $\frac{5}{11}$ er stærra en $\frac{1}{13}$.

Ábending um að finna hvort brotið er stærra: Nemendur nota vasareikni og deila með nefnara í teljara. Stærri talan segir til um stærra brotið!

Viðfangsefni

- Að finna jafn stór almenn brot
- Að bera saman stærð almennra brota
- Að leggja saman og draga frá með samnefndum og ósamnefndum brotum, einnig með blöndnum tölum
- Að margfalda almenn brot með heilli tölu
- Fyrstu skref í algebru: Jöfnur

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 64 Æfingasíða 2

Nr. 6.118
Nemendur finna brot í talnaskýinu til hægri sem uppfylla skilyrðin sem sett eru.

Nr. 6.119
Nemendur leggja saman brotin og finna hve stór hluti af pitsunni er afgangs.

Nr. 6.120
Nemendur reikna dæmin. Bæði er um samnefnd og ósamnefnd brot að ræða.

Nr. 6.121
Nemendur finna hve langt Jónas hjólar á tveimur dögum og fimm dögum og nota til þess annaðhvort endurtekna samlagningu eða margföldun.

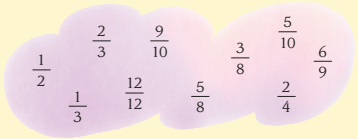
Nr. 6.122
Nemendur reikna dæmin.

Nr. 6.123
Í þessu verkefni eiga nemendur að finna brot af safni (heild). Í a- og b-lið er brotið (nefnarinn) óþekkt en í c er heildin óþekkt.

▶ Bls. 65 Geturðu þetta?
Verkefnin á þessari blaðsíðu eru í þrautalausnaformi þannig að nemendur þurfa að fá tækifæri til að brjóta heilann um verkefnin dágóða stund áður en kennari veitir einhverja hjálp. Gott er að nemendur vinni saman í pörum eða þrír saman. Fyrsta vísbending – eftir að nemendur hafa reynt að leysa verkefnin um stund – getur falist í að benda þeim á að teikna eða nota kubba.

Æfingasíða 2

6.118 Hvaða brot hér til hliðar
- **a** eru jafn stór?
- **b** eru jöfn einum heilum?
- **c** hafa teljara sem er einum minni en nefnarinn?
- **d** verða jöfn einum heilum ef þau eru lögð saman?
- **e** er stærst af þeim brotum sem eru minni en einn heill?



6.119 Silja og Egill skipta milli sín pitsu.
Silja borðar $\frac{3}{12}$ og Egill $\frac{5}{12}$.
- **a** Hve mikið borða þau samtals?
- **b** Hve stór hluti pitsunnar er afgangs?

6.120 Reiknaðu dæmin.
- **a** $2\frac{3}{7} + 1\frac{4}{7}$
- **b** $1\frac{1}{9} + 2\frac{4}{9}$
- **c** $4\frac{6}{15} - 3$
- **d** $\frac{2}{6} + \frac{5}{12}$
- **e** $\frac{1}{7} + \frac{1}{5}$
- **f** $\frac{8}{15} - \frac{2}{5}$

6.121 Jónas gengur út að strætóstöð á hverjum degi.
Vegalengdin er $\frac{3}{10}$ úr km.
- **a** Hve langt gengur Jónas á tveimur dögum?
- **b** Hve langt gengur hann á fimm dögum?

6.122 Reiknaðu dæmin.
- **a** $4 \cdot \frac{1}{5}$
- **b** $7 \cdot \frac{1}{12}$
- **c** $12 \cdot \frac{1}{12}$
- **d** $6 \cdot \frac{3}{40}$

6.123 Hvaða tölu táknar x?
- **a** $\frac{1}{x}$ af 20 er jafnt og 5.
- **b** $\frac{1}{x}$ af 36 er jafnt og 6.
- **c** $\frac{1}{5}$ af x er jafnt og 6.

64 6 • Almenn brot ÆFINGAHEFTI 2b BLS. 29–40

Nr. 6.124
Nemendur nota mismunandi aðferðir.

Auðveldast er ef til vill að prófa sig áfram. Úr því að Tómas er þrjár klukkustundir að mála vegginn hlýtur sá tími, sem þau hjálpast að við verkið, að vera styttri en það. Ef við giskum á tvo klukkutíma mun Tómas á þeim tíma mála $\frac{2}{3}$ veggjarins. Þóra mun á þessum tveimur klukkutímum mála $\frac{2}{6}$, sem er jafnt og $\frac{1}{3}$ veggjarins. Samtals mála þau allan vegginn (heildina) og þar með hefur vandinn verið leystur!

Nr. 6.125
Nemendur leysa verkefnið með ýmsum aðferðum.

Við vitum að þriðjungur af 51 hentu er valhnetur, þ.e. 17 valhnetu. Einnig er gefið upp að jarðhneturnar eru 10 talsins. Afgangurinn er þá pekanhnetur og heslihnetur. Það merkir að 51 – 17 – 10 = 24 pekanhnetur og heslihnetur. Pekanhneturnar eru tvöfalt fleiri en heslihneturnar. Hægt er að orða það þannig að af hverjum þremur hnetum er ein heslihneta og tvær pekanhnetur. Það þýðir að einn þriðji hluti af 24, þ.e. 8, er heslihnetur en tveir þriðjuhlutar, þ.e. 16, eru pekanhnetur.

Nr. 6.126–129
Nemendur brjóta heilann um hvaða tala x hlýtur að vera í hverju verkefni til að jafnt verði báðum megin við jöfnumerkið. Þeir geta komið fram með ýmsar tillögur og prófað sig áfram.

6.124 Bæði Þóra og Tómas hafa reynslu af því að mála. Þess vegna vita þau nokkurn veginn hve langan tíma þau þurfa til að mála einn stofuvegginn.

Þóra þarf 6 klukkustundir og Tómas 3 klukkustundir til að mála vegginn. Hve langan tíma eru þau að mála vegginn ef þau hjálpast að við verkið.

6.125 Í poka með blönduðum hnetum er 51 stykki. Þriðjungurinn er valhnetur. Jarðhneturnar eru 10 talsins. Pekanhneturnar eru tvöfalt fleiri en heslihneturnar. Hve margir hnetur eru af hverri tegund í pokanum?

Hvaða tölu táknar x?

6.126 **a** $\frac{10+5}{3} = x$ **b** $\frac{8+8}{4} = x$ **c** $\frac{38-2}{9} = x$

6.127 **a** $\frac{3+x}{2} = 5$ **b** $\frac{20-x}{3} = 4$ **c** $\frac{19+x}{6} = 5$

6.128 **a** $\frac{20}{x} = 5$ **b** $\frac{20}{x+2} = 4$ **c** $\frac{12}{x-3} = 2$

6.129 **a** $\frac{x+4}{3} = 8$ **b** $\frac{31-x}{3} = 9$ **c** $\frac{63}{x-3} = 9$

„Þumalfingursaðferðin“ hentar einkar vel við að leysa þetta. Þá setur maður þumalfingurinn yfir stæðuna með x-inu. Í dæmi 6.127a þýðir þetta að maður heldur þumalfingrinum yfir 3 + x. Þá verður spurningin þessi: „Í hvaða tölu á að deila með 2 svo að út komi 5?“ Svarið við þessari spurningu er 10 og þar með hlýtur það sem er undir þumalfingrinum að vera 10. Þar stendur 3 + x og þá hlýtur x að vera 7. Nemendur geta svarað þessu einhvern veginn í þessa veru:

x = 7 vegna þess að 3 + 7 = 10 og $\frac{10}{2} = 5$.

Í dæmi 6.128b setur nemandi – samkvæmt þumalfingursaðferðinni – þumalfingurinn yfir x + 2. Spurningin verður þá: „Með hvaða tölu á að deila í 20 svo að út komi 4?“ Svarið er 5 og þess vegna hlýtur x + 2 að vera 5. Það þýðir að x hlýtur að vera 3.

Auðveldari verkefni

Minna þarf nemendur á að það getur komið sér vel að teikna. Verkefni 6.123 verður miklu einfaldara með áþreifanlegum hjálpartækjum. Við a-liðinn nota nemendur þá 20 kubba, skipta þeim í hópa með fimm kubbum í hverjum og athuga hve margir hóparnir verða.

Fleiri þrautalausnir

Sjá verkefnablöð 5.156–5.157, 5.164, 5.175, öll í verkefnahefti Stiku 1b, svo og 6.98–6.99, 6.104–6.105, 6.108 og 6.113.

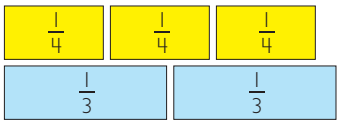
Erfiðari verkefni

Bera saman brot með brotarenningum

Búnaður: Pappírsrenningar í mismunandi litum, skæri, verkefnablað 6.112 (*Brotarenningar*), umslög eða rennilásapokar til að geyma renningana í.

Af verkefninu fá nemendur áþreifanlega reynslu af því að bera saman stærð brota og nota til þess renninga. Nemendur fá í hendur sett með sex jafn stórum pappírsrenningum í sex mismunandi litum. Renningarnir geta verið jafn langir og breiddin á A4-blaði og um það bil 2 cm á breidd.

Nemendur eiga nú að búa til brotarenninga. Einn renningurinn táknar heildina og nemendur skrifa á hann t.d. „Einn heill“. Síðan taka þeir annan renning í öðrum lit, skipta honum í tvo hluta og skrifa $\frac{1}{2}$ á hvorn hluta. Þannig halda þeir áfram og skipta hinum renningunum í fjóra hluta ($\frac{1}{4}$), átta hluta ($\frac{1}{8}$), þrjá hluta ($\frac{1}{3}$) og sex hluta ($\frac{1}{6}$).



Dæmi um verkefni:

- Hvaða önnur brot eru jafn gild $\frac{1}{2}$? (t.d. $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$.)
- Hvert er hlutfall teljara og nefnara í þessum brotum? ($\frac{1}{2}$, þ.e. teljari er helmingi minni en nefnari.) Getið þið nefnt önnur brot sem hafa sama mynstur? (Öll brot sem eru jöfn $\frac{1}{2}$, til dæmis ($\frac{6}{12}, \frac{7}{14}, \frac{8}{16}, \frac{9}{18}, \frac{10}{20}$.)
- Hægt er að tákna brotið $\frac{1}{2}$ með öllum renningunum, þ.e. með helmingunum, fjórðu hlutunum, sjöttu hlutunum, áttundu hlutunum, en ekki með þriðju hlutunum. Hvers vegna ekki? (Ekki er hægt að skipta þriðjungunum í tvo jafn marga hluta; fjórðu hlutunum má t.d. skipta í tvo og tvo hluta, sjöttu hlutunum í þrjá og þrjá, áttundu hlutunum í fjóra og fjóra o.s.frv. Þetta þýðir að með engu broti með oddatölu í nefnara er hægt að tákna $\frac{1}{2}$.)
- Hvaða önnur brot verða jafn stór $\frac{2}{3}$? ($\frac{4}{6}, \frac{8}{12}$ o.fl.)

Nemendur geta nú leyst verkefnin á verkefnablaði 6.112 (*Brotarenningar*). Þeir nota brotarenningana til að bera saman ósamnefnd brot og raða þeim í stærðarröð. Dæmi: Hvort brotið er stærra, $\frac{3}{4}$ eða $\frac{2}{3}$?

Kennari reynir að fá nemendur til að uppgötva að því minna sem stofnbrot (brot með teljaranum 1) er því stærri er nefnarinn. Þá er brotið $\frac{1}{7}$ minna en $\frac{1}{6}$ og $\frac{1}{16}$ er stærra en $\frac{1}{17}$.

7 Margföldun og deiling

Í þessum kafla læra nemendur ýmsar aðferðir í margföldun og deilingu, bæði að nota huga-reikning, vasareikni og blaðreikn-ing. Hin hefðbundna, skriflega reikningsaðferð í margföldun verður kynnt fyrir nemendum. Þeir læra að reikna bæði með heilum tölum og tugabrotum. Nemendur munu nota bæði margföldunar- og deilingarhugtakið við mismunandi aðstæður og þeir læra um tengsl þessara tveggja reikniaðgerða. Þeir munu nota þessi hugtök í tengslum við hagnýt verkefni, m.a. í orðadæmum.

Nemendur munu búa til marg-földunardæmi út frá uppgefnum tölum og læra um leið að finna þætti talnanna.

Viðfangsefni

- Margföldun og deiling í hagnýtum verkefnum

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 66

Samræðumynd

Kennari ræðir við nemendur um hvað þeir muna í tengslum við margföldun og deilingu. Kennari varpar fram spurningum sem varða daglegt líf og notar helst einfaldar tölur til að byrja með.

- *Í íþróttasal er handboltakeppni í gangi. Þrír leikir eru spilaðir samtímis og 7 leikmenn eru í hverju liði. Hve margir leikmenn eru þá að spila í einu? (6 lið, tvö lið í hverjum leik; leikmenn verða þá 6 • 7 = 42 talsins.)*
- *Félag sendir 35 börn á íþróttamót. Hve marga bíla þarf til að flytja þau á staðinn þegar pláss er fyrir 4 börn í hverjum bíl? (9 • 4 = 36.)*
- *Bankinn á staðnum vill styrkja blaklið með því að borga fyrir 8 búninga. Hver búningur kostar 1500 kr. Hve mikið þarf bankinn að borga? (12000 kr.; 8 • 1500 = 8 • 1000 + 8 • 500 = 8000 + 4000 = 12000.)*
- *Handboltaliðið, sem vinnur, hefur skorað alls 270 mörk í mótinu. Liðið lék 9 leiki. Ef gert er ráð fyrir að liðið hafi skorað jafn mörg mörk í hverjum leik – hve mörg mörk eru það? (30 mörk; 270 : 9 = 30.)*

Kennari þarf að athuga hve vel nemendur muna margföldunartöfl-urnar. Gott er að hann leggi fyrir nemendur margföldunarpróf, sjá í kaflanum Raunverkefni hér á eftir. Nemendur þurfa að kunna flest svörin í margföldunartöflunum. Þar að auki þurfa þeir að hafa aðferðir á valdi sínu til að reikna út svörin sem þeir kunna ekki utan að.

Hvernig getur maður reiknað erfið margföldunardæmi ef maður man ekki margföldunartöfluna?

- 7 • 6 – til dæmis að tvöfalda 7 • 3.
- 8 • 7 – til dæmis 8 • 5 + 8 • 2.
- 9 • 7 – til dæmis 10 • 7 – 7.

Sjá einnig kaflann Auðveldari verkefni hér á eftir.

▶ Bls. 67

Það hentar mjög vel hér að nem-endur vinni þessi verkefni saman í litlum hópum, með 2–3 nemendum í hverjum hópi.

Nr. 7.1–7.3

Nemendur lesa textann vandlega. Þeir margfalda tímann, sem athafn-irnar taka, með þeim fjölda skipta sem þær eru endurteknar.

Í verkefni 7.3 er gert ráð fyrir að tíminn í töflunni sé margfaldaður með 30. Telji einhverjir nemendur að börnin framkvæmi þessar athafnir aðeins á virkum dögum er það auðvitað í góðu lagi. Þá margfalda þeir tímann annaðhvort með 20 (4 vikur og 5 dagar í hverri) eða með 22 (þar sem 30 er tveimur dögum meira en fjórar vikur).

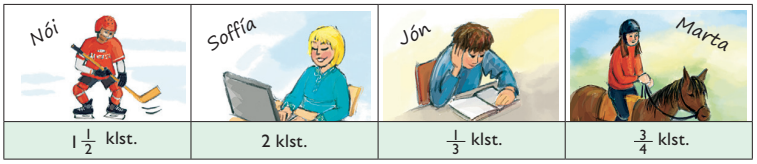
7 Margföldun og deiling

Í þessum kafla muntu læra

- um skriflegar reikningsaðferðir í margföldun og deilingu
- að reikna dæmi úr daglegu lífi
- að margfalda tugabrot
- að nota vasareikni
- margföldunartöflurnar og að nota hugareikning

7.1 Lena æfir handbolta þrisvar í viku. Þar að auki er handboltaleikur um hverja helgi. Hver æfing og leikurinn taka um það bil $1\frac{1}{2}$ klst.
Hve margar klukkustundir notar Lena í handbolta
a í hverri viku? **b** á einum mánuði (4 vikum)?

7.2 Lárus æfir blak 2 klst. á viku. Að auki tekur hann þátt í blakleik um hverja helgi sem tekur $1\frac{1}{2}$ klst. Hve marga klukkutíma notar hann í blak á einum mánuði (4 vikum)?



7.3 Þessi tafla sýnir hve mikinn tíma fjögur börn nota til ákveðinna athafna á hverjum degi. Hve mikinn tíma notar hvert barn í þessa iðju á einum mánuði (30 dögum)?

7.4 Fjórtán krakkar í blokkinni baka skinkuhorn fyrir tiltektardaginn í garðinum. Hver krakki bakar 25 skinkuhorn.
a Hve mörg skinkuhorn baka krakkarnir alls?

Þau kaupa appelsínusafa fyrir 1540 kr. og skipta kostnaðinum jafnt á milli sín.
b Hvað borgar hvert barn?

Í lok dagsins kaupa þau eplatertu og skipta á milli sín. Hvert barn borgar 60 kr.
c Hvað kostar eplatertan?

7.5 Steinn ætlar að byrja að æfa íshokkí. Hann kaupir notaðan útbúnað frá vini sínum. Skautarnir kosta 4000 kr., hlífðarbúnaður 10 000 kr. og kylfa 2000 kr.
a Hvað borgar Steinn alls?

Hann spilar í liði með átta öðrum leikmönnum. Þeir kaupa tvo pökka hver á 200 kr. stykkið.
b Hvað kosta allir pökkarnir samtals?

Nr. 7.4–7.5
Nemendur lesa textann vandlega og nota upplýsingarnar til að finna svör við verkefnunum. Í dæmi 7.5b þurfa þeir að átta sig á að leikmennirnir eru 9 talsins, ekki 8.

Auðveldari verkefni

Kennari fylgist sérstaklega með nemendum sem eiga í basli með margföldunartöflurnar. Annars vegar þurfa þessir nemendur að vinna vel til að verða öruggari að þessu leyti. Þetta á einkum við einfaldari töflurnar eins og 2-, 3-, 4-, 5- og 10-töfluna. Nauðsynlegt er að nemendur hafi þessar margföldunartöflur á valdi sínu, bæði í tengslum við margföldun og deilingu; hins vegar kann svo að vera að þessir nemendur hafi staglast mikið á margföldunartöflum nú þegar. Ef svo er kemur vel til greina að nemendur æfi sig í þeim á annan máta, t.d. eins og bent var á hér á undan varðandi 7 • 6, 8 • 7 og 9 • 7; einnig kemur til greina að leyfa þeim að nota vasareikni oftar en öðrum nemendum. Miklu skiptir að þessir nemendur búi yfir þekkingu sem byggist á skilningi frekar en á utanaðbókarlærdómi án skilnings. Sem dæmi um aðrar aðferðir, sem geta verið árangursríkar fyrir þá sem kunna ekki töflurnar til hlítar, má nefna:
– Að tvöfalda og bæta síðan einu safni við (3-taflan)
– Að tvöfalda tvisvar (4-taflan)
– Helmingurinn af svarinu í 10-töflunni (5-taflan)
– Að tvöfalda einföld margföldunardæmi, t.d. 6 • 4 = tvisvar 3 • 4 (6-taflan)
– Fimm-taflan plús eitt safn í viðbót (6-taflan)
– Að tvöfalda 4-töfluna (8-taflan)
– Einu safni minna en svarið úr 10-töflunni (9-taflan)

Erfiðari verkefni

Þrautalausnir

Það er útsala í íþróttabúð. Handboltar eru seldir á 60 kr. og fótboltar á 90 kr. Íþróttafélagið Garpar keypti 29 bolta og borgaði 2100 kr. alls. Hvað keypti félagið marga bolta af hvorri tegund?

Lausn: 17 handbolta og 12 fótbolta.

Lausnaleiðir:
Aðferð 1: Giska og prófa, t.d.
14 handbolta og 15 fótbolta:
14 • 60 + 15 • 90 = 2190 (of hátt)
15 • 60 + 14 • 90 = 2160 (of hátt)

En upphæðin lækkaði um 30 kr. Þá prófum við með tveimur handboltum í viðbót og tveimur fótboltum færri:
17 • 60 + 12 • 90 = 2100 (rétt svar)

Aðferð 2: Nota rökhugsun
Ég hugsa mér að þeir kaupi einungis handbolta: 29 • 60 = 1740 (sem er 360 kr. of lítið.) Það þýðir að félagið hlýtur líka að hafa keypt einhverja fótbolta. Þeir eru 30 kr. dýrari. Þá reiknum við dæmið 360 : 30 sem er 12. Það þarf því 12 fótbolta til að upphæðin verði 360 kr. hærri.

Raunverkefni

Þjálfun í margföldunartöflum

Á verkefnablöðum 5.34 (*Margföldunardæmi*) í verkefnahefti Stiku 1a og 5.180 (*Dæmi úr margföldunartöflum*) í verkefnahefti Stiku 1b eru æfingadæmi í margföldun. Einnig má nota dæmin þannig að kennari tekur tímann sem nemendur þurfa til að vinna alla blaðsíðuna. Mælt er með að þetta sé gert þannig að nemendur keppi ætíð við sjálfa sig.

Margföldunarbingó (spil)

Búnaður: Rúðunet með 5 • 5 eða 6 • 6 reitum og spilastokkur (án mannspila og ása).

Leikmenn skrifa í rúðunetið svör úr 2-töflunni upp í 10-töfluna. Skrifa má sömu tölu oftar en einu sinni en í spilinu má aðeins krossa yfir eina tölu í einu.

Kennari dregur tvö spil og les þau upp eða skrifar tölurnar á töfluna. Leikmenn margfalda tölurnar saman og krossa yfir svarið á spilaborðinu.

Fyrst er rétt að hafa þá reglu að sá vinni sem fær 5 eða 6 tölur í röð. Síðar vinnur sá sem er með fullt spilaborð.

Viðfangsefni

- Flatarmálsreikningur og margföldun í rúðuneti
- Margföldun tveggja stafa talna
- Margföldunartöflurnar

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 68

Nr. 7.6

Nemendur margfalda saman hliðarlengdir til að finna flatarmál.

Nr. 7.7

Nemendur telja hve margir reitir eru í hverri röð og margfalda þá tölu með fjölda raða. Nemendur geta skipt rúðunetinu í minni hluta en það má gera á marga mismunandi vegu. Til dæmis má leysa verkefnið í d-lið þannig:

- 8 • 10 + 8 • 4 = 80 + 32 = 112
- 8 • 7 + 8 • 7 = 56 + 56 = 112
- 8 • 15 – 8 = 80 + 40 – 8 = 120 – 8 = 112

Nr. 7.8

Nemendur finna flatarmálið. Þeir geta, ef vill, notað tómt rúðunet sér til hjálpar, sjá kaflann Auðveldari verkefni hér á eftir.

▶ Bls. 69

Nr. 7.9

Nemendur teikna töflurnar upp og fylla þær út. Tölurnar í efstu röð á að margfalda með tölunum í vinstri dálki. Í b-lið þurfa nemendur fyrst að finna út hvaða tölur eiga að vera í vinstri dálki.

Nr. 7.10

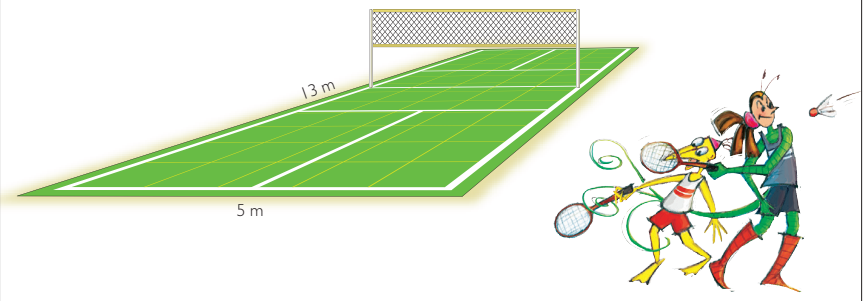
Nemendur skrá næstu fjórar tölur í talnarununum. Í þessum verkefnum eru tölurnar svör í margföldunartöflunum.

Nr. 7.11

Nemendur skrá næstu fjórar tölur í talnarununum. Tölurnar eru að þessu sinni ekki fengnar úr margföldunartöflunum. Í hverri talnarunu finnst næsta tala með því að bæta sömu tölu við í hvert skipti.

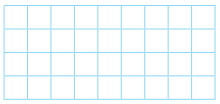
- *Hver er mismunur talnanna í b-lið? (7.)*
- *Hverjar verða þá næstu tölur? (75, 82, 89, 96, …)*

7.6 Hvað er flatarmál badmintonvallarins í fermetrum, m²?

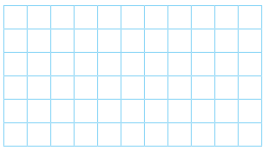


7.7 Notaðu rúðunetin til að búa til margföldunardæmi. Hvað eru reitirnir margir?

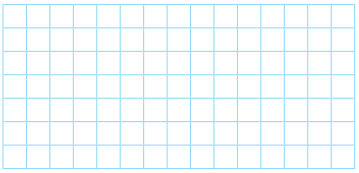
a



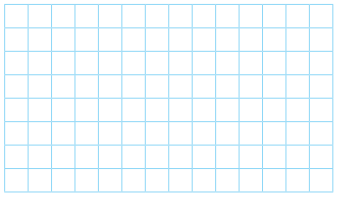
c



b



d



7.8 **a** Lítill leikvöllur er 13 m breiður og 21 m langur. Hvert er flatarmál hans?

b Tennisvöllur er 24 m langur og 11 m breiður. Er hann stærri að flatarmáli en leikvöllurinn?

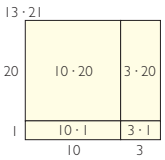
- *Hver er afgangurinn þegar þú deilir 7 í 54? (5.)*
- *Hver er afgangurinn þegar þú deilir 7 í 61? (5.)*
- *Verður afgangurinn alltaf 5 þegar deilt er í tölurnar í þessari talnarunu með 7? (Já.)*
- *Hvers vegna er það svo? (Vegna þess að talnarunan er búin til þannig að í henni eru tölur í 7-töflunni plús 5. Þegar við deilum með 7 verða þess vegna alltaf 5 afgangs.)*

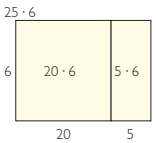
Nr. 7.12–7.15

Nemendur reikna dæmin og leysa eins mörg þeirra og þeir geta í huganum. Afganginn leysa þeir með blaðreikningi. Mjög mikilvægt er að kennari reyni að finna út hvernig hinir mismunandi nemendur hugsa þegar þeir leysa dæmin. Kennari spyr nemendur um þetta meðan hann gengur um og aðstoðar þá meðan þeir vinna. Þannig fær hann yfirlit yfir vinnu nemenda og getur notað það þegar verkefnin eru rifjuð sameiginlega upp með bekkjardeildinni.

Auðveldari verkefni

Gera má margföldun með tveggja stafa tölum auðveldari ef dæmin eru sett upp sem talning reita í svokölluðu tómu rúðuneti. Gengið er út frá rúðuneti eins og í verkefni 7.7; nemendur leysa þá dæmi með stórum tölum með því að skipta rúðunetinu í minni fleti. Þannig verða til minni margföldunardæmi og svörin eru síðan lögð saman í lokin. Hagkvæmast er að skipta rúðunetinu í tugi. Nemendur sem ráða við þetta þurfa ekki að teikna alla reitina.





7.9 Teiknaðu töflurnar í reikningsheftið þitt og fylltu út í þær.

a

·	2	3	5	7	8	10
3	6	9				
6						
7						
9						

b

·	2	3	5	8	11	20
	8		20			
		24				
				88		
		45				

7.10 Hverjar eru næstu fjórar tölur í hverri talnarunu?

a 9, 18, 27, 36, ...

b 28, 32, 36, ...

c 24, 32, 40, ...

7.11 Hverjar eru næstu fjórar tölur í hverri talnarunu?

a 123, 128, 133, 138, ...

b 54, 61, 68, ...

c 126, 135, 144, ...

Leystu dæmin. Reiknaðu eins mörg og þú getur í huganum.

7.12 **a** 13 · 7 **b** 25 · 6 **c** 15 · 9 **d** 19 · 8

7.13 **a** 53 · 4 **b** 31 · 9 **c** 62 · 5 **d** 24 · 7

7.14 **a** 28 · 4 **b** 19 · 6 **c** 32 · 8 **d** 13 · 9

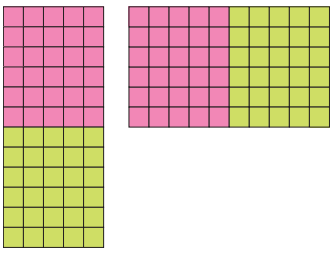
7.15 **a** 45 · 5 **b** 71 · 8 **c** 27 · 11 **d** 41 · 12

69

Þetta er grunnurinn undir skýringuna á hinni hefðbundnu reikningsaðferð í margföldun sem sýnd er á bls. 72–73.

Að tvöfalda og helminga þættina

Góð hjálparaðferð í margföldun er að tvöfalda og helminga þætti. Ef maður tvöfaldar annan þáttinn og helmingar hinn kemur út sama svar. Þetta getur kennari sýnt á myndvarpanum með kubbum.



Hér má sjá að 12 • 5 = 6 • 10.

Gott er að kennari sýni fleiri dæmi á skólatöflunni og ræði við nemendur um við hvoru dæminu sé auðveldara að sjá svarið.

5 • 36 = 10 • 18

18 • 8 = 9 • 16

Á verkefnablaði 6.18 (*Margföldun með því að tvöfalda og helminga*) í verkefnahefti Stiku 2a eru fleiri verkefni þar sem nemendur geta æft sig frekar í að tvöfalda og helminga þætti.

Talnarunur í margföldunartöflum

Góð aðferð til að læra margföldunartöflurnar er að þjálfa nemendur í að telja með því að „hoppa á talnalínunni“, t.d. 4 – 8 – 12 – 16 – 24 o.s.frv. Nemendur sem eiga í erfiðleikum með að læra töflurnar utan að geta fengið það verkefni að búa til talnarunur með svörum úr þeim.

Erfiðari verkefni

Búa til fleiri talnarunur

Nemendur búa til fleiri talnarunur handa bekkjarfélögunum. Tölurnar í talnarununum geta þeir fundið með því að búa til töflur eins og þær sem hér fara á eftir; bekkjarfélagarnir eiga síðan að reyna að finna út hvernig tölurnar í talnarununni stækka með því að fá einungis gefnar upp tölurnar (þ.e.a.s. svörin).

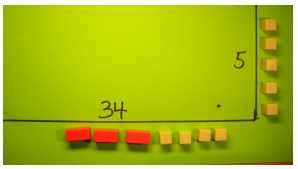
x	5 · x + 2
1	5 · 1 + 2 = 7
2	5 · 2 + 2 = 12
3	5 · 3 + 2 = 17

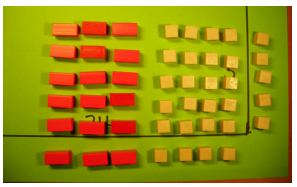
x	4 · x – 3
1	4 · 1 – 3 = 1
2	4 · 2 – 3 = 5
3	4 · 3 – 3 = 9

Raunverkefni

Margföldun með áþreifanlegum hjálpartækjum

Búnaður: Cuisenaire-kubbar eða kubbar í mismunandi litum.





Þetta verkefni felst í því að gera áþreifanlegt það sem gerist þegar margfaldað er. Á myndinni sést hvernig cuisenaire-kubbarnir hafa verið notaðir í þessu skyni. Rauðu kubbarnir tákna tugi og þeir gulu einingar. Dæmið er 34 • 5 (sjá fyrri myndina). Síðari myndin sýnir hvernig tugirnir þrír hafa verið margfaldaðir með 5 og svarið er 15 tugir; einingarnar fjórar hafa einnig verið margfaldaðar með 5 og svarið er 20 einingar.

Útreikningurinn er þessi:

34 • 5 =

30 • 5 + 4 • 5 =

150 + 20 = 170

Viðfangsefni

- Þáttun, frumtölur
- Margföldunartöflurnar
- Að margfalda með heilum tugum, hundruðum eða þúsundum
- Tengsl margföldunar og deilingar

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 70

Sýnidæmi

Kennari gerir dæmin áþreifanleg með kubbum á myndvarpa eða notar snertitöflu. Kennari raðar 22 fernings-laga kubbum til að búa til mismunandi rétthyrninga. Lausnirnar eru bara tvær, nefnilega 1 • 22 og 11 • 2.

Sjá einnig verkefnið Búa til rétthyrninga í Kennarabók Stiku 2a, bls. 25.

Nr. 7.16

Nemendur búa til margföldunardæmi fyrir hverja tölu. Nota má þá aðferð að fara í gegnum margföldunartöfl-urnar til að finna í hvaða margföld-unartöflu viðkomandi tala er. Kennari vekur athygli nemenda á víxlreglunni: Úr því að 24 er jafnt og 8 • 3 þá hlýtur 24 einnig að vera 3 • 8.

Kennari ákveður hvort talan margfölduð með 1 sé gilt svar.

Aðeins tvær lausnir eru varðandi tölurnar 19 og 23 og það er talan sjálf margfölduð með 1 og talan 1 margfölduð með tölunni (víxlreglan). Slíkar tölur eru kallaðar frumtölur.

Skilgreining á frumtölum:

Frumtala er heil tala stærri en 1 sem er ekki svar í neinni margföldunar-töflu nema 1-töflunni. Með öðrum orðum: Engin heil tala nema talan 1 og talan sjálf gengur upp í henni.

Skilgreining á þætti

Þættir í tölu eru þær tölur sem margfaldaðar saman mynda upphaf-legu töluna. Þættir tölunnar 12 eru 2 og 6 vegna þess að 2 • 6 = 12; reyndar einnig tölurnar 3 og 4.

Sýnidæmi

Búðu til margföldunardæmi við töluna 22.
Hvað geturðu búið til mörg?

Víxlreglan gildir í margföldun
2 · 3 = 3 · 2

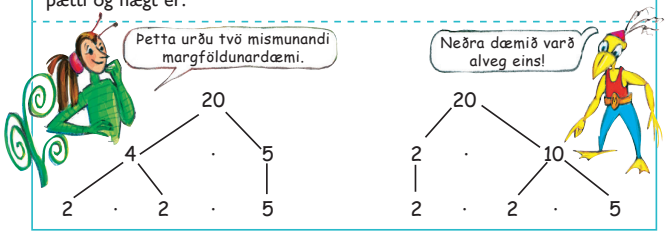
22 = 1 · 22 = 22 · 1
22 = 2 · 11 = 11 · 2

7.16 Búðu til margföldunardæmi við þessar tölur.
Hve mörg dæmi getur þú búið til?

a 24 **b** 19 **c** 12 **d** 23 **e** 25 **f** 30 **g** 57 **h** 65

Sýnidæmi

Búðu til margföldunardæmi þar sem svarið er 20. Notaðu eins marga þætti og hægt er.



7.17 Búðu til margföldunardæmi við þessar tölur.
Notaðu eins marga þætti og hægt er.

a 14 **b** 15 **c** 25 **d** 29 **e** 31 **f** 40 **g** 56 **h** 74

7.18 Við hvaða tölu minni en 100 er hægt að búa til flest margföldunardæmi?

7.19 Finndu þættina í þessum tölum. Hverjar þeirra eru frumtölur?

a 11 **b** 18 **c** 27 **d** 34 **e** 43 **f** 72 **g** 87 **h** 112

Nr. 7.17

Nemendur búa til margföldunardæmi með eins mörgum þáttum og hægt er. Í þessu verkefni kemur einnig fyrir þáttun frumtalna. Ekki er þörf á að nota hugtakið „þáttun“ í kennslunni.

Þættir í frumtölu eru aðeins talan sjálf og talan 1 eins og áður sagði.

Nr. 7.18

Nemendur rannsaka við hvaða tveggja stafa tölu er hægt að búa til flest margföldunardæmi. Hér er einungis gert ráð fyrir margföldunar-dæmum með tveimur þáttum.

Nr. 7.19

Nemendur finna þætti talnanna og finna hverjar þeirra eru frumtölur.

▶ Bls. 71

Nr. 7.20–7.22

Nemendur reikna dæmin í huganum. Kennari forðast að láta nemendur nota reglur sem þeir skilja ekki, t.d.: „Fjarlægja núllin, margfalda saman og bæta núllunum við í lokin.“ Frekar þarf að leggja áherslu á sætisgildi tölustafanna. Dæmið 9 • 200 er því reiknað út eins og 9 • 2 hundruð sem er 18 hundruð. Ef þessi tala er skráð í rétt sæti í tugakerfinu er tölustafurinn 8 skráð í hundraða-sætið og tölustafurinn 1 í þúsunda-sætið. Ekki er um neina tugi og einingar að ræða þannig að tölu-stafurinn 0 verður þá í þeim sætum báðum. Gott er að láta nemendur nota vasareikni til að kanna hvort svörin séu rétt.

Nr. 7.23

Nemendur búa til margföldunar-dæmi, þar sem tölurnar sem gefnar eru upp, eru svör.

Reiknaðu dæmin.

7.20 **a** 8 · 10 **c** 4 · 20 **e** 5 · 30
b 10 · 6 **d** 20 · 7 **f** 40 · 8

7.21 **a** 5 · 100 **c** 9 · 200 **e** 7 · 400
b 100 · 13 **d** 200 · 6 **f** 500 · 8

7.22 **a** 9 · 1000 **c** 8 · 2000 **e** 6 · 5000
b 1000 · 25 **d** 3000 · 7 **f** 7000 · 7

7.23 Búðu til að minnsta kosti fjögur margföldunardæmi þar sem svarið er
a 600 **b** 2000 **c** 10 000

Hvaða tölu táknar x?

7.24 **a** $5 \cdot x = 40$ **c** $8 \cdot 200 = x$ **e** $x \cdot 60 = 420$
b $x \cdot 4 = 36$ **d** $x \cdot 6 = 360$ **f** $500 \cdot x = 2500$

7.25 **a** $x \cdot 10 = 50$ **c** $7 \cdot x = 56$ **e** $4 \cdot 3000 = x$
b $x \cdot 300 = 2100$ **d** $x \cdot 9 = 72$ **f** $x \cdot 7 = 490$

7.26 **a** Skrifaðu tölurnar í 8-töflunni.
b Strikaðu undir tölustafinn í einingasætinu í öllum tölunum.
Lýstu mynstrinu sem kemur fram.

7.27 **a** Skrifaðu síðari tölustafinn í öllum tölunum í 2-töflunni.
b Lýstu mynstrinu sem kemur fram. Berðu það saman við mynstrið í 8-töflunni.

7.28 Skoðaðu síðari tölustafinn í öllum tölunum í 4-töflunni og 6-töflunni. Lýstu mynstrinu sem kemur fram.

7.29 Reiknaðu dæmin.
a 6 · 700 **c** 4 · 6000 **e** 8 · 40 000
b 300 · 9 **d** 8000 · 5 **f** 90 000 · 6

Nr. 7.24 og 7.25

Nemendur skrifa dæmin upp eins og þau eru í nemendabókinni. Síðan reikna þeir út svörin aðallega með hugareikningi. Gott getur verið að gefa einhverjum nemendum vísbendingu með því að biðja þá að hugsa þannig: Með hvaða tölu þarf ég að margfalda 5 til að fá 40? Það er 8. Svarið skal skrá þannig: x = 8.

Nr. 7.26

Nemendur skrifa tölurnar í 8-töflunni og draga strik undir tölustafina í einingasætinu:
8–16–24–32–40–48–56–64–72–80

Tölustafirnir í einingasætinu eru 8 – 6 – 4 – 2 – 0 og síðan endurtaka þeir sig aftur. Ástæða þessa er að þegar haldið er áfram með 8-töfluna leggjast 2 lægri en 10 við í hverju skrefi. Þess vegna hækkar talan í tugasætinu (oftast) um 1 en hún lækkar um 2 í einingasætinu.

Nr. 7.27

Nemendur skoða alla tölustafina í 2-töflunni. Þær verða: 2 – 4 – 6 – 8 – 0 sem síðan endurtaka sig. Hér hækkar tölustafurinn um 2 í hverju skrefi að sjálfsögðu vegna þess að 2 eru lagðir við í hvert sinn.

Ef sjónum er aðeins beint að einingasætinu bætast 2 við í 2-töflunni en 2 dragast frá í 8-töflunni; 8 – 6 – 4 – 2 – 0. Að leggja 8 við jafngildir því að leggja 10 við og draga síðan frá 2. Þess vegna verða tölurnar í þessum tveimur talnarunum í gagnstæðri röð.

Nr. 7.28

Nemendur skoða tölustafina í einingasætinu í 4-töflunni og í 6-töflunni. Í 4-töflunni verður röðin þessi: 4 – 8 – 2 – 6 – 0 sem endurtekur sig. Í 6-töflunni hins vegar verður röðin 6 – 2 – 8 – 4 – 0 sem endurtekur sig. Hér er talnarunan í 6-töflunni einnig gagnstæð tölunum í 4-töflunni. Ástæðan er sú sama vegna þess að þegar talan 6 er lögð við jafngildir það því að leggja 10 við og draga síðan 4 frá í einingasætinu. Ef aðeins er litið á einingasætið er talan 4 lögð við í 4-töflunni en 4 er dregin frá í 6-töflunni.

Nr. 7.29

Nemendur margfalda saman tölurnar. Rétt er að hvetja nemendur til að margfalda í huganum.

Auðveldari verkefni

Þeir sem hafa ekki lært margföldunartöflurnar utan að þurfa talsverða upprifjun, t.d. með því að nota spil. Sjá verkefnablöð 5.32 (*Margföldunarbingó*), 5.47–5.53 og 5.130 (*Búa til ferninga 1–2, Punktablað, SPIL Fjórir í röð 1–2, Tóm slanga, Veiða tölur* og *Trúðaspil*), öll í verkefnahefti Stiku 1a.

Þar að auki er mörgum margföldunarspilum lýst í Kennarabókum Stiku 1a og 1b, sjá einkum kafla 1 og 7.

Við verkefnin á bls. 71 geta nemendur teiknað til að leysa verkefnin. Dæmið 5 • 30 má leysa með því að reikna 5 • 3 tugi sem er 15 tugir. Og hve mikið er 15 tugir?

Eigi nemendur einnig í erfiðleikum með þetta má nota kennslupeninga.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Að margfalda með 10, 100 og 1000

Á verkefnablaði 6.114 (*Margföldun með tugum, hundruðum og þúsundum*) eru dæmi sem þjálfa margföldun með 10, 100 og 1000.

Frumtöluhringurinn (spil)

Búnaður: Spilastokkur (ásinn hefur gildið 1), spilaborð (verkefnablað 6.115 (*Frumtöluhringurinn*)) og einn spilapeningur handa hverjum leikmanni.

Hvað er x?

Verkefnin á bls. 71 eru á margan hátt undanfari jafna og algebru sem nemendur munu fást við síðar í stærðfræðináminu. Hér er því mælt með verkefni sem byggist á leik og íhugun þar sem x er kynnt sem tákn fyrir óþekkta tölu.

Sjá nánari lýsingu á verkefninu í Kennarabók Stiku 2a, bls. 37.

Viðfangsefni

- Margföldun tveggja stafa talna með blaðreikningi, þ. á m. hin hefðbundna reikningsaðferð

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 72

Sýnidæmi

Sýnidæmið sýnir hvernig skipta má tveggja stafa tölu upp í tugi og einingar þannig að hægt sé að margfalda tugina sérstaklega, svo og einingarnar. Að lokum eru margfeldin lögð saman. Flestir nemenda munu geta þetta einungis með því að horfa á tölurnar en allir munu hafa gagn af því að rifja upp hvers vegna þetta er rétt. Það má gera með rúðuneti. Í sýnidæminu er notað „tómt rúðunet". Litlu reitunum er því sleppt; því þarf að minna nemendur á að eiginlega eru 6 reitir í hverjum dálki og 24 reitir í hverri röð.

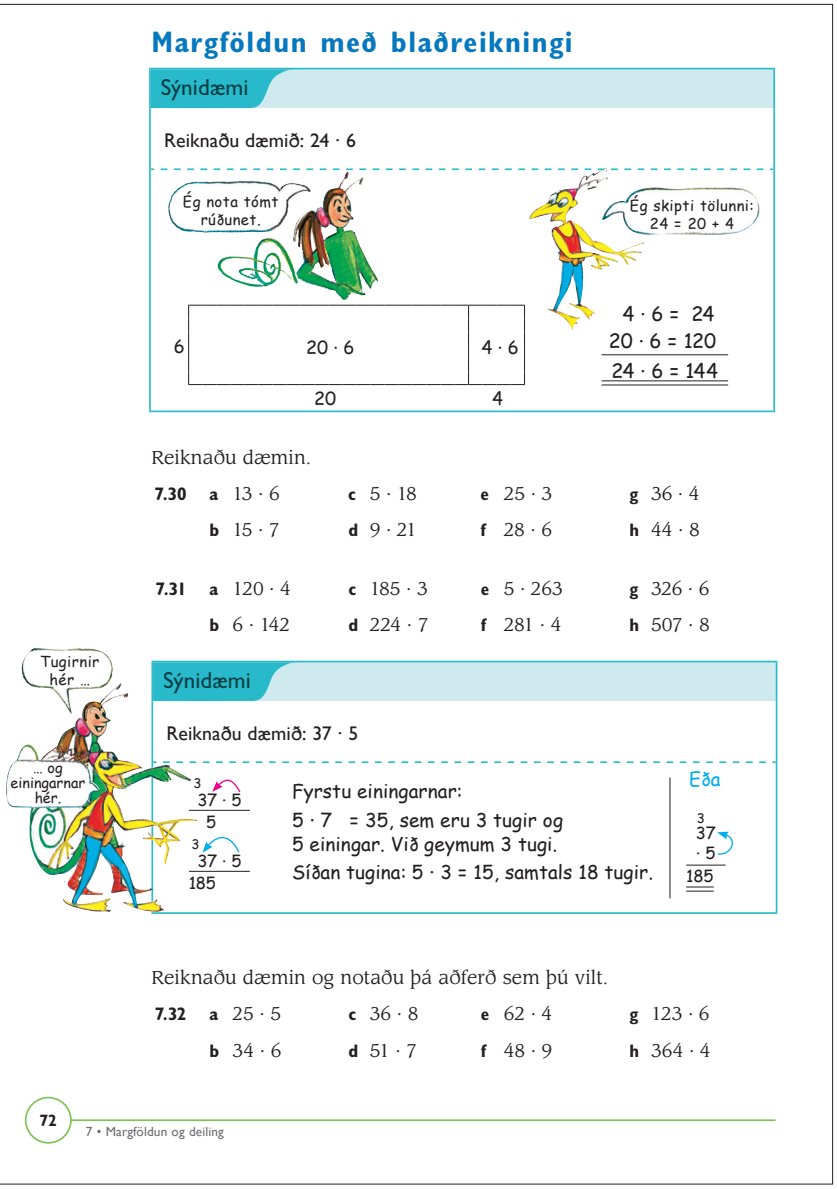
- *Hefðum við getað skipt rúðunetinu öðruvísi? (Já, það má gera á marga mismunandi vegu. Til dæmis getum við skipt dálkunum 24 í 10 – 10 – 4. Þá verður svarið 60 + 60 + 24.)*

Önnur aðferð við notkun rúðunetsins er að nota peninga til að sýna að tveggja stafa tölunni er skipt í tugi og einingar; tugirnir eru þá margfaldaðir fyrir sig og síðan einingarnar. Þá þarf 6 sinnum 24 krónur. Það samsvarar því að taka 20 krónur sex sinnum plús fjóra krónupeninga 6 sinnum. Með svigum er þetta skrifað þannig:
24 • 6 = (20 + 4) • 6.

Í 7. bekk munu nemendur fást við slík dæmi. Mikilvægt atriði í þessu sambandi er að þegar tölur í sviga eru margfaldaðar með ákveðinni tölu þarf að margfalda alla liðina í sviganum.

Nr. 7.30 og 7.31

Nemendur reikna dæmin með því að skipta tveggja og þriggja stafa tölunum í einingar og tugi (nr. 7.30) og í hundruð (nr. 7.31). Hver tala fyrir sig er margfölduð og að lokum er lagt saman eins og sýnt er hægra megin í sýnidæminu efst á síðuni. Ef nemendum finnst hjálp í tóma rúðunetinu er rétt að þeir teikni rúðunet við hvert dæmi.



Margföldun með blaðreikningi

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið: 24 · 6

Reiknaðu dæmin.

7.30 **a** 13 · 6 **b** 15 · 7 **c** 5 · 18 **d** 9 · 21 **e** 25 · 3 **f** 28 · 6 **g** 36 · 4 **h** 44 · 8

7.31 **a** 120 · 4 **b** 6 · 142 **c** 185 · 3 **d** 224 · 7 **e** 5 · 263 **f** 281 · 4 **g** 326 · 6 **h** 507 · 8

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið: 37 · 5

3 37 · 5 = 5
3 37 · 5 = 185

Fyrstu einingarnar:
5 · 7 = 35, sem eru 3 tugir og 5 einingar. Við geymum 3 tugi.
Síðan tugina: 5 · 3 = 15, samtals 18 tugir.

Eða
3 37 · 5 = 185

Reiknaðu dæmin og notaðu þá aðferð sem þú vilt.

7.32 **a** 25 · 5 **b** 34 · 6 **c** 36 · 8 **d** 51 · 7 **e** 62 · 4 **f** 48 · 9 **g** 123 · 6 **h** 364 · 4

Sýnidæmi

Hér er sýnd hin hefðbundna reikningsaðferð í margföldun tveggja stafa tölu með eins stafs tölu. Fleiri en ein útgáfa er til af hinni hefðbundnu reikningsaðferð. Kennari útskýrir hina hefðbundnu reikningsaðferð vandlega fyrir nemendum og leggur mikla áherslu á hvernig hún endurspeglar aðferðina í sýnidæminu efst til hægri á blaðsíðunni. Aðferðirnar eru alveg eins að því leyti að við margföldum einingarnar fyrir sig og síðan tugina. Munurinn er sá að í hinni hefðbundnu reikningsaðferð eru margfeldin tvö lögð saman í huganum. Til að gera það auðveldara notum við tölustaf sem auðveldar okkur að muna það sem geymt er. Ef horft er á sýnidæmið vinstra megin í rammanum þá felst fyrri hluti þess í að margfalda einingarnar: 5 • 7 = 35. Einingarnar 5 skrifum við í rétt svarsæti. Tugina þrjá getum við ekki skrifað í svarsætið vegna þess að fleiri tugir munu bætast við í seinni hlutanum. Þess vegna geymum við 3 fyrir ofan tugina til að við munum eftir þeim. Seinni hlutinn felst í að margfalda tugina: 5 • 3 = 15. Þrír tugir voru geymdir úr fyrri hlutanum þannig að tugirnir eru alls 18 eða 1 hundrað og 8 tugir.

Ef við hefðum margfaldað þriggja stafa tölu hefðum við aðeins getað skrifað 8 tugi í svarsætið, geymt 1 hundrað í hundraðasætinu og lagt það við svarið í þriðja hlutanum (hundruðin margfölduð). Nemendur reikna slík dæmi í verkefni 7.31. Kennari leyfir þeim fyrst að velta vöngum yfir því hvernig þeir geti leyst dæmin.

Nr. 7.32

Nemendur geta skrifað dæmin upp

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið: 27 · 12

	20	7
10	20 · 10	7 · 10
2	20 · 2	7 · 2

7 · 2 = 14
20 · 2 = 40
7 · 10 = 70
20 · 10 = 200
27 · 12 = 324

Reiknaðu dæmin.

7.33 **a** 16 · 13 **c** 18 · 25 **e** 25 · 32 **g** 37 · 46
b 7 · 21 **d** 24 · 19 **f** 28 · 16 **h** 42 · 58

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið 23 · 45.

1
23 · 45
115

Fyrst með einingunum:
23 · 5 = 115

1
23 · 45
115
920
1035

Síðan með tugunum.
23 · 4 = 92

Reiknaðu dæmin. Notaðu þá aðferð sem þú vilt.

7.34 **a** 24 · 15 **c** 42 · 28 **e** 45 · 56 **g** 51 · 37
b 31 · 19 **d** 36 · 23 **f** 60 · 93 **h** 38 · 42

7.35 Reiknaðu flatarmál íþróttavallanna.

		Lengd, m	Breidd, m
a	blakvöllur	18	9
b	handboltavöllur	40	20
c	íshokkívöllur	61	30
d	körfuboltavöllur	28	15

eins og hægra megin í sýnidæminu efst á blaðsíðunni en rétt er að hvetja þá til að nota samanþjappaðri aðferðina, þ.e. í síðara sýnidæminu.

▶ Bls. 73

Sýnidæmi

Þessi blaðsíða er byggð upp eins og blaðsíðan á undan. Margföldun með tveggja stafa tölum er hér sýnd, fyrst með því að taka fyrir alla töluna, tölustaf fyrir tölustaf, eins og sést hægra megin í rammanum. Það er nokkuð flókið að skilja að alla tölustafina þarf að margfalda hvern með öðrum. Í sýnidæminu er talan 20 margfölduð bæði með 10 og 2, auk þess sem 7 er margfölduð með 10 og 2. Tóma rúðunetið er því notað til að sýna hvaða margföldunardæmi þarf að leysa. Í sýnidæminu á miðri blaðsíðunni er hin hefðbundna reikningsaðferð síðan tekin fyrir.

Nr. 7.33

Best er að nemendur noti aðferðina hægra megin í sýnidæminu.

Sýnidæmi

Kennari sýnir nemendum hvernig þetta tengist aðferðinni sem notuð er á blaðsíðunni á undan. Tölurnar má einnig skrifa hvora undir annarri eins og þar er einnig sýnt. Hér er tölunni 45 skipt í 40 og 5. Fyrst er talan 23 margfölduð með 5. Þar næst er talan 23 margfölduð með 40. Ef maður hugsar um 40 sem fjóra tugi samsvarar það því sem gert var á fyrri blaðsíðu – þó með einni mikilvægri undantekningu: Þegar 23 er margfölduð með tölustafnum 4 er átt við 4 tugi. Eins og áður er byrjað á því að margfalda 3 með 4 sem er jafnt og 12. Við skrifum tölustafinn 2 og geymum 1. Þar sem um er að ræða tvo tugi þarf að skrifa tölustafinn 2 í tugasætið en það sem er geymt er skrifað fyrir ofan hundraðasætið. Kennari sýnir þetta reikningsdæmi með sömu aðferð og gert er hægra megin í sýnidæminu efst á blaðsíðunni. Hann bendir nemendum á að þetta séu einmitt sömu margföldunardæmin og margfeldin síðan lögð saman: 5 • 3, 5 • 20, 40 • 3 og 40 • 20. Munurinn er sá að í hinni hefðbundnu reikningsaðferð er tvær línur í senn sameinaðar. Það krefst þess að reikna þarf meira í huganum jafnóðum en hins vegar er auðveldara að leggja saman í lokin.

Nr. 7.34

Hér hentar vel að nota hina hefðbundnu reikningsaðferð en það er í lagi þótt einhverjir noti aðferðina sem sýnd er efst til hægri. Mikilvægast er að nemendur skilji hvað felst í útreikningunum.

Nr. 7.35

Nemendur reikna út flatarmál íþróttavallanna með því að margfalda saman lengd og breidd. Kennari getur teiknað á skólatöfluna rúðunet sem sýnir að flatarmálið er fjöldi fermetra í hverri röð (lengdin) margfaldaður með fjölda raða (breiddin).

Auðveldari verkefni

Betra er að nota góðan tíma í að reikna fá dæmi en að keppast við að reikna öll. Nemendur nota tóm rúðunet, skipta þeim upp í minni hluta og margfalda saman til að finna fjöldann í hverjum hluta. Að lokum eru öll margfeldin lögð saman. Séu margfeldin mjög mörg geta nemendur notað vasareikni. Mestu skiptir að þeir læri af þessari opnu að skipta margföldunardæmi upp í viðráðanlega hluta. Þeir þurfa að átta sig á að mjög hagkvæmt er að skipta tölunum í tugi og einingar. Sjá auk þess verkefnablöð 6.116a–b (*Skrifleg margföldun 1–2*).

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Þrautalausnir

Nemendur þjálfa sig meira í margföldun tveggja og þriggja stafa talna með því að spreyta sig á þrautum, sjá verkefnablað 6.117 (*Þrautir 1*).

Viðfangsefni

- Aðferðir í deilingu með blaðreikningi

Búnaður

- Teningar

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 74

Sýnidæmi

Kennari rifjar upp með nemendum hvernig hægt er að setja upp og deila með stórum tölum. Í sýnidæminu fær hvert barnanna fjögurra 100 kr. Þá hverfa 400 kr. „úr pottinum“ og eftir eru 148 kr. til skiptanna. Síðan fær hvert barn 30 kr. til viðbótar og þar með hverfa 120 kr. úr pottinum. Eftir eru 28 kr. til skiptanna þannig að hvert barn fær 7 kr. í viðbót.

Í þessari deilingaraðferð felast tvenns konar útreikningar. Í fyrsta lagi er reiknað hve mikið hver fær og í öðru lagi hve mikið er eftir til skiptanna hverju sinni. Mikilvægur munur er á þessari aðferð og hinni hefðbundnu reikningsaðferð sem felst í að í fyrrnefndu aðferðinni eru tölurnar skrifaðar að fullu, ekki er látið nægja að skrifa aðeins tölustafina, sem notaðir eru hverju sinni, í rétt sæti. Þetta felur í sér að nemendur geta skipt tölunni, sem deilt er í, í þeirri röð sem þeir óska, t.d.:

```
 548 : 4
-  8      2
 540
-  40     10
 500
- 400     100
 100
- 100     25
   0    = 137
```

Aðferðin líkist mjög hinni hefðbundnu reikningsaðferð. Eini munurinn er sá að nokkur viðbótarnúll eru undir tölunni 548 auk þess sem svarið í sýnidæminu er skrifað þannig: 100 + 30 + 7, ekki svona: 1–3–7. Ástæðan fyrir hversu mjög þessu svipar saman er sú að reynt er að skipta eins miklu og mögulegt er í byrjun. Kosturinn við það er að þá er hægt að skipta hærri upphæð fyrst þannig að einfaldari deilingardæmi eru eftir.

Deiling með blaðreikningi

Sýnidæmi

Fjögur börn eiga að skipta milli sín 548 krónum. Hve mikið fær hvert barn?

```
 548 : 4 =
-400      100
 148
-120    +  30
  28
 - 28   +   7
   0      137
```

Hvert þeirra fær 137 krónur.

Fyrst læt ég hvern og einn hafa 100 krónur. Par með er búið að skipta 400 kr. og eftir eru 148 kr. Par næst læt ég hvern hafa 30 kr. Þá eru 28 kr. eftir. Að lokum læt ég hvern hafa 7 kr.

7.36 Lára, Linda og Lína ætla að skipta milli sín 165 kr. Hve mikið fær hver þeirra?

7.37 Fjögur kíló af eplum kosta 736 kr. Hvað kostar hvert kíló?

7.38 Afi gefur Leó gamla reikningsbók með 649 dæmum sem Leó ætlar að reikna. Hve mörg dæmi þarf hann að reikna á viku til að ljúka við bókina á

a 3 vikum? **b** 5 vikum? **c** 7 vikum?

Reiknaðu dæmin.

7.39 **a** 172 : 4 **b** 237 : 3 **c** 225 : 5 **d** 310 : 5 **e** 654 : 3 **f** 654 : 6 **g** 1002 : 6 **h** 952 : 7

7.40 **a** 390 : 2 **b** 786 : 3 **c** 999 : 3 **d** 565 : 5 **e** 620 : 4 **f** 448 : 8 **g** 1000 : 5 **h** 906 : 6

7.41 Í frumtölu, sem er stærri en 50, er deilt með eins stafs frumtölu. Svarið er um það bil 12. Hverjar eru þessar tvær frumtölur?

□□ : □ ≈ 12

Nemendur geta notað þá deilingaraðferð sem þeir vilja.

Nr. 7.36–7.38

Nemendur leysa orðadæmin með því að styðjast við sýnidæmið efst.

Nr. 7.39–7.40

Nemendur reikna dæmin með þeim aðferðum sem þeir kjósa. Noti einhverjir hina hefðbundnu reikningsaðferð er það í góðu lagi – svo fremi þeir skilji hvers vegna hún virkar og að þeir sjái tengslin við aðferðina í sýnidæminu.

Nr. 7.41

Nemendur þurfa að að deila með frumtölu í nokkrar frumtölur til að reyna að fá um það bil svarið 12. Kennari rifjar upp með nemendum hvað frumtala er. Hann dregur allar frumtölur upp í 10 fram áður en nemendur hefjast handa með verkefnið (2, 3, 5, 7). Vísbending getur falist í að spyrja nemendur: Hvaða tölu þarf að margfalda með 12 til að svarið verði stærra en 50? Nemendur geta notað vasareikni í rannsóknarvinnu sinni þar sem lausnir geta verið fleiri en ein. (59 og 61 deilt með 5 og 83 deilt með 7). Sjá nánar verkefni í kaflanum Raunverkefni hér á eftir.

▶ Bls. 75

Sýnidæmi

Notuð er sama aðferð hér og á bls. 74 en dæmið gengur ekki upp þannig að afgangur verður. Mælt er með að notuð sé aðferðin í sýnidæminu.

Nr. 7.42–7.45

Nemendur nota allnokkurn tíma til að lesa textann í hverju verkefni. Þeir deila með sömu aðferð og á bls. 74.

Sýnidæmi

Skipta á 115 nemendum í 7 manna fótboltalið.
Hvað verða liðin mörg?

```
 115:7=
- 70    10
  45
- 42     6
   3    16 og 3 eru afgangs
```

Það verða 16 lið og 3 nemendur eru afgangs.

7.42 Skipta á 147 nemendum í 6 manna blaklið.
Hvað verða liðin mörg?

7.43 Skipta á 139 nemendum í 5 manna körfuboltalið.
Hvað verða liðin mörg?

7.44 Emma æfir skíðagöngu og skrifar þjálfunardagbók. Í janúar gekk hún samtals 135 km, mest á braut sem er 6 km löng.

a Hvað samsvara 135 km mörgum umferðum á brautinni?

Eftir veturinn hefur hún gengið 440 km á skíðum.

b Hvað samsvarar það mörgum umferðum á brautinni?

7.45 Allir nemendur Markarskóla, 219 að tölu, fara í safnferð í nokkrum smárútum. Í hverja rútu komast 8 nemendur. Hvað þarf margar smárútur?

SPIL

Spilið er fyrir 2–4 nemendur. Þeir þurfa tvo hvíta og einn svartan tening og leika til skiptis, þannig:

- Leikmaður kastar teningunum þremur.
- Hann býr til tveggja stafa tölu með hvítu teningunum. ⚀ og ⚅ og velur annaðhvort 16 eða 61.
- Hann deilir í töluna með því sem upp kemur á svarta teningnum.
- Hann finnur afganginn sem segir til um stigin sem hann fær í þessari umferð.
- Sá vinnur sem er fyrstur að fá 20 stig.

Þeir geta deilt í tölurnar eins og þeir kjósa sjálfir en nauðsynlegt er að þeir skrái deilinguna eins og gert er í sýnidæminu, annars vegar útreikningana og hins vegar svarsetningu tvíundirstrikaða.

Verkefni 7.45 fjallar um nemendur sem eiga að ferðast í rútu. Þess vegna getur ekki orðið afgangur af nemendum! Þess í stað þarf hreinlega að nota eina rútu í viðbót.

Spil

Nemendur kasta þremur teningum til skiptis, tveimur hvítum og einum svörtum. Teningarnir þrír eru notaðir til að búa til deilingardæmi þannig: Hvítu teningunum tveimur er raðað saman til að búa til tveggja stafa tölu sem deila skal í með tölunni sem kemur upp á svarta teningnum.

Auðveldari verkefni

Nemendur skipta nokkrum sinnum með kennslupeningum (verkefnablöð 5.182 og 5.183 (*Myntir og Myntir og seðlar*) í verkefnahefti Stiku 1b) og nota aðferðina í sýnidæminu á bls. 74. Nemendur geta einnig teiknað peninga og sýnt deilinguna á teikningunni. Smám saman er þó rétt að hvetja nemendur til að skrifa deilinguna með tölum eins og gert er vinstra megin í sýnidæminu á bls. 74. Mikilvægt er að nemendur noti áþreifanleg hjálpartæki og/eða teikningar og ennfremur allnokkurn tíma til að átta sig á hvernig þróa má aðferðina yfir í að nota einungis tölustafi.

Erfiðari verkefni

Spilið á bls. 75 verður erfiðara ef notaðir eru fjórir teningar. Raða á saman tölunum á tveimur teningum og búa til tveggja stafa tölu sem er margfölduð með tölunni á þriðja teningnum. Síðan er deilt í margfeldið með tölunni á þeim fjórða.

□□ · □ : □ =

Enn er það afgangurinn sem segir til um fjölda stiga í hverri umferð.

Raunverkefni

Á frumtöluveiðum

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 5.179 (*Hundraðtafla*) í verkefnahefti Stiku 1b) og vasareiknir.

Nemendur finna allar frumtölur frá 1–100. Þeir geta notað eftirfarandi minnisreglur til að finna út hvort tala er deilanleg með öðrum tölum en 1 og tölunni sjálfri:

2-taflan: Allar tölur sem enda á sléttri tölu eru í 2-töflunni eða með öðrum orðum: eru deilanlegar með 2.

3-taflan: Allar tölur, þar sem þversumman er 3, 6 eða 9, eru deilanlegar með 3. Dæmi: Talan 762 (7 + 6 + 2 = 15 og 1 + 5 = 6) er deilanleg með 3.

4-taflan: Allar tölur, sem eru deilanlegar með 4, hljóta að vera sléttar tölur (en ekki er hægt að deila í allar sléttar tölur með 4).

5-taflan: Allar tölur, sem enda á 0 eða 5, eru deilanlegar með 5.

6- og 9-taflan: Til að hægt sé að deila í tölu með 6 eða 9 verður þversumman að vera 3,6 eða 9 (en hins vegar er ekki hægt að deila í allar tölur, sem hafa þessar þversumur, með 6 eða 9).

Sléttar tölur: Margfeldi af öllum sléttum tölum er slétt tala, þ.e.a.s. 8-, 12-, 14-taflan o.s.frv.

11-taflan: Svörin í 11-töflunni, sem eru lægri en 100, einkennast af því að í þeim eru jafn margir tugir og einingar (22, 33, 44, … 99).

Til að tryggja að nemendur finni allar frumtölurnar þurfa þeir sérstaklega að aðgæta tölurnar frá 77–100, sem uppfylla ekki skilyrðin sem lýst er hér á undan, og athuga hvort þær eru deilanlegar með 7. Nemendur geta notað vasareikni til þess að kanna þetta.

Frumtölur minni en 100 eru þessar:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

Viðfangsefni

- Deiling í tveggja, þriggja og fjögurra stafa tölur
- Deiling sem felst í að finna hve oft tala *gengur upp í* annarri tölu
- Að lesa orðadæmi
- Stærðfræði í verkefnum úr daglegu lífi

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 76

Nr. 7.46

Nemendur reikna deilingardæmin. Þeir skipta tölunum eins og þeir vilja en rétt er að hvetja þá til að skipta eins miklu og hægt er til að byrja með. Noti þeir mismunandi aðferðir gefst gott tækifæri til að biðja einhverja að sýna lausnir sínar á skólatöflunni. Síðan geta nemendur rætt um hvaða aðferð þeim fannst auðveldust og hver skilvirkust.

Nr. 7.47–7.48

Nemendur lesa orðadæmin. Þeir þurfa að lesa þau vandlega.

Hjálparhellurnar Krúsi og Kráka á spássíunni setja dæmið fram þannig: Hve oft *gengur* deilirinn *upp í deilistofninum*: Hve oft gengur 3 upp í 48? Hve oft gengur 2 upp í 54? Svarið í báðum tilvikum er heil tala vegna þess að 3 gengur 16 sinnum upp í 48 og 2 gengur 27 sinnum upp í 54. Þá er talan 3 þáttur í 48 og 2 er þáttur í 54. Að auki er sagt að 48 sé margfeldi af 3 og 54 sé margfeldi af 2.

Ekki er gert ráð fyrir að nemendur læri þessi hugtök. Aðalatriðið er að nemendur nái valdi á orðasambandinu „að ganga upp í“. Það er afar gagnlegt með hliðsjón af ákveðinni gerð hagnýtra verkefna. Þar að auki er þessi hugsunarháttur mjög nytsamlegur til að leysa deilingardæmi með almennum brotum og tugabrotum sem nemendur munu kynnast síðar.

Nr. 7.49

Nemendur vinna þessi verkefni á þann hátt sem þeir óska sjálfir. Orðasambandið „að ganga upp í“ mun leiða einhverja á þá braut að nota endurtekna samlagningu. Í a-lið geta þeir til dæmis hugsað þannig: „Eftir 10 skipti er ég kominn upp í 30, eftir 20 skipti er ég kominn upp í 60. Þá eru eftir 18 þannig að ég þarf í viðbót sex sinnum þrjá. Þá gengur 3 samtals 26 sinnum upp í 78.“

Mikilvægt er að nemendur skrifi þetta verkefni sem deilingardæmi. Hvernig sem þeir leysa verkefnið eiga þeir að skrifa svarið þannig: 78 : 3 = 26

Nr. 7.50

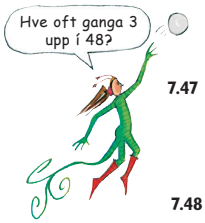
Nemendur kanna hve oft hver eining í uppskriftinni gengur upp í 15. Í upprifjuninni er mikilvægt að fá fram hinar ýmsu aðferðir sem nemendur notuðu. Einnig skiptir máli að tengja þetta við deilingu.

- *Hve margar lummur bakaði Ella? (30.)*
- *Hvernig fannstu svarið? Til dæmis: („Tvær lummur fást úr 1 desilítra. Desilítrarnir eru 15 og þá hljóta lummurnar að verða 30.)*
- *Hvernig skrifar þú þetta sem reikningsdæmi? (15 : 0,5 = 30.)*
- *Getur svar við deilingardæmi verði stærri tala en deilistofninn, þ.e. talan sem deilt er í? (Já, þegar deilt er með tölu sem er minni en 1. Þá mun sú tala ganga oftar upp í deilistofninum en heil tala.)*
- *Hvað bakaði Júlíus margar vöfflur? (20.)*
- *Hvernig fannstu svarið? (Til dæmis gengur 0,75 tíu sinnum upp í 7,5 dl sem er helmingurinn af 15.)*
- *Hvernig er það skrifað sem deilingardæmi? (15 : 0,75 = 20.)*

▶ Bls. 77

Nr. 7.51–7.56

Nemendur lesa orðadæmin af nákvæmni. Þeir leysa dæmin með aðferðum sem þeir kjósa sjálfir. Rétt



7.46 Reiknaðu dæmin.

a 228 : 5	**c** 537 : 4	**e** 500 : 7	**g** 1000 : 5
b 345 : 6	**d** 550 : 3	**f** 500 : 6	**h** 1000 : 8

7.47 Áróra er mikill markaskorari í körfubolta. Hún fær 3 stig fyrir hvert skot í körfuna. Í einum leik skoraði hún 48 stig. Hve oft hitti hún í körfuna?

7.48 Í einum leik á íshokkímóti var leikmanni vísað af vellinum samtals í 54 mínútur fyrir að fella andstæðing. Hver brottvísun stendur í 2 mínútur.

a Hve oft var manninum vísað af leikvellinum?

Á sama móti var leikmönnum vísað af leikvelli samtals í 142 mínútur fyrir að kræka með kylfunni í andstæðinginn. Hver brottvísun stóð í 2 mínútur.

b Hve margar brottvísanir voru á mótinu?

7.49 Skrifaðu eftirfarandi sem deilingardæmi og reiknaðu þau. Hve oft

a ganga 3 upp í 78? **c** ganga 4 upp í 244?

b ganga 5 upp í 105? **d** ganga 6 upp í 396?

7.50 Uppskriftin hér til hliðar gefur um það bil 15 desilítra af vöffludeigi. Nói, Elín og Júlíus hræra hvert sinn skammt af deiginu.

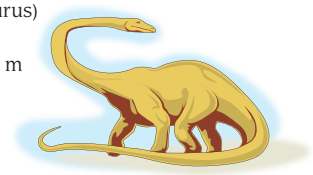
Vöfflur, 15 dl
3 egg
1,5 dl sykur
180 g brætt smjör
4,5 dl léttmjólk
6,5 dl hveiti
2 tsk. lyftiduft

a Nói bakar stórar pönnukökur úr sínu deigi. Hann notar um það bil 3 dl af deiginu í hverja pönnuköku. Hve margar verða pönnukökurnar?

b Elín steikir lummur. Hún notar um það bil 0,5 dl af deiginu í hverja lummu. Hvað verða lummurnar margar?

c Júlíus bakar vöfflur. Hann notar um það bil 0,75 dl af deigi í hverja vöfflu. Hve margar vöfflur getur hann bakað?

7.51 Risaeðlan finngálkn (brachiosaurus) varð 30 m löng endanna á milli. Venjulegur bíll er um það bil 4,5 m á lengd. Hve mörgum bílum er hægt að leggja hverjum á eftir öðrum til að þeir myndi u.þ.b. jafn langa röð?



7.52 Finngálkn (brachiosaurus) var um 50 000 kg á þyngd. Ljón getur vegið um 250 kg. Hve mörg ljón þarf til að vega jafn mikið og ein svona risaeðla?

7.53 Risaeðlan skolleðla (allosaurus) varð um það bil 10 m löng. Hve margir krakkar í 6. bekk þurfa að leggjast hver á eftir öðrum í röð til að búa til jafn langa lengju?

7.54 Kambeðla (stegosaurus) vó um það bil 4500 kg. Hve margir fullorðnir menn, sem vega 75 kg, eru jafn þungir og kambeðla?

7.55 Mannsheili vegur um það bil 1400 grömm en heili kambeðlu vó um það bil 80 grömm. Hve marga kambeðluheila þarf til að vega jafn mikið til samans og einn mannsheili?

7.56 Höfuðbein nashyrningsrisaeðlu (triceratops) vó um það bil 900 kg. Hve marga fullorðna menn, sem eru 75 kg á þyngd, þarf til að ná þunga höfuðbeins einnar nashyrningseðlu.

77

er að hvetja nemendur til að skrifa útreikningana niður þannig að aðrir geti skilið hvernig þeir leystu dæmin. Þar að auki er best að þeir skrifi svarsetningu og tvístriki undir hana. Dæmi: Leggja þarf fleiri en sex bílum hverjum á eftir öðrum til að bílaröðin nái lengd risaeðlunnar.

Eins og oft á við í stærðfræði úr hversdagslífinu ganga þessi dæmi ekki upp. Nemendur verða því að meta hvort bílaröðin á að vera aðeins of stutt eða aðeins of löng. Ekki er hægt að aðlaga svörin með því að notast við hálfa bíla eða hálfar risaeðlur. Gott er að nemendur gangi úr skugga um með vasareikni hvort svörin eru rétt.

Auðveldari verkefni

Ef nemendur eiga erfitt með deilinguna geta þeir teiknað peninga eða notað kennslupeninga. Þá þurfa þeir að fá nóg af slíkum hjálpargögnum til að þeir geti skipt myntum í aðra myntir, sjá kennslupeninga á verkefnablöðum 5.182 og 5.183 (*Myntir* og *Myntir og seðlar*) í verkefnahefti *Stiku* 1b. Mikilvægt er að nemendur skrifi deilingarútreikningana niður, hvort sem þeir teikna eða nota áþreifanleg hjálpartæki. Þannig getur myndast eins konar brú yfir í aðferðina sem lýst er í nemendabók efst á bls. 74.

Kennari þarf að meta hvort einhverjir nemendur eigi að nota vasareikni til að leysa dæmin á bls. 77. Þótt svo sé þurfa þeir samt sem áður að skrifa niður hvernig þeir hugsa til að finna lausnirnar.

Erfiðari verkefni

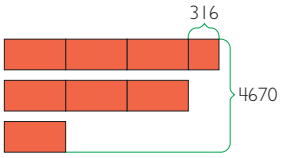
Þrautalausnir

Sigurður, Þórir og Karl höfðu sparað samtals 4.670 kr. Þórir hafði sparað 316 kr. minna en Sigurður. Þórir hafði hins vegar sparað þrisvar sinnum meira en Karl.

Hve mikið af peningum hafði hver þeirra sparað?

Lausnir:
Sigurður hafði sparað 2.182 kr. Þórir 1.866 kr. og Karl 622 kr.

Lausnaleiðin:
Það getur verið gagnlegt að teikna:



Best er að byrja á því sem við vitum, nefnilega að Sigurður hafði safnað 316 kr. meira en Þórir og að Þórir hafði sparað þrisvar sinnum meira en Karl. Við byrjum á að draga 316 kr. frá heildarupphæðinni. Þá vitum við að af afganginum hafa Sigurður og Þórir safnað jafn miklu. Þeir hafa þá báðir safnað þrisvar sinnum meira en Karl. Í afganginn, 4.354 kr., þarf þá að deila með 7. Þá fáum við þrjá hluta handa Sigurði, þrjá hluta handa Þóri og einn hluta handa Karli. Þetta má sjá á teikningunni hér fyrir ofan.

Raunverkefni

Kapphlaup með afgöngum (spil)

Búnaður: Spilastokkur með spilunum 1–9 eða teningar.

Nemendur spila saman tveir og tveir eða í litlum hópum. Þeir byrja á að búa til „braut“ úr 20–40 reitum frá BYRJA í MARK. (Spilaborð má fá á verkefnablaði 5.43 (*Kapphlaup með afgöngum*) í verkefnahefti Stiku 1a.)

BYRJA								MARK

Leikmenn setja spilapeninga á byrjunarreitinn. Fyrst þarf að ákveða hvaða margföldunartöflu skal nota. Því hærri margföldunartafla, sem notuð er, því lengri þarf brautin að vera.

Leikmenn draga til skiptis tvö spil og nota þau til að búa til tveggja stafa tölu. Leikmaðurinn deilir í þá tölu með 7 og finnur afganginn. Dragi leikmaður t.d. 2 og 6 getur hann annaðhvort búið til 26 eða 62. Ef hann velur 26 þá er 26 : 7 = 3 og afgangurinn er 5. Hins vegar er 62 : 7 = 8 og afgangurinn er 6. Leikmaður flytur spilapening sinn um eins marga reiti og afgangurinn segir til um. Hér borgar sig því að velja 62 frekar en 26.

Sá vinnur sem er á undan í mark.

Viðfangsefni

- Tengsl margföldunar og deilingar
- Að margfalda og deila í huganum og með vasareikni
- Fyrstu skref í algebru: Finna óþekktu töluna, x

Búnaður

- Vasareiknir

Tengsl margföldunar og deilingar

7.57 Hvaða tölu táknar x?

a
- $x \cdot 5 = 40$
- $40 : 5 = x$
- $40 : x = 5$

c
- $x \cdot 3 = 126$
- $126 : 3 = x$
- $126 : x = 3$

b
- $2 \cdot x = 316$
- $316 : 2 = x$
- $316 : x = 2$

d
- $4 \cdot x = 172$
- $172 : 4 = x$
- $172 : x = 4$

7.58 Hvaða tölu táknar x?

a
- $x \cdot 4 = 96$
- $96 : 4 = x$
- $96 : x = 4$

c
- $x \cdot 5 = 325$
- $325 : 5 = x$
- $325 : x = 5$

b
- $3 \cdot x = 165$
- $165 : 3 = x$
- $165 : x = 3$

d
- $6 \cdot x = 258$
- $258 : 6 = x$
- $258 : x = 6$

7.59 Reiknaðu dæmin í töflunum og fylltu þær út. Þú mátt nota vasareikni til að reikna tvo dálka í hvorri töflu. Hina dálkana skaltu fylla út annaðhvort með hugareikningi eða blaðreikningi.

a

·	11			19
5			165	
7				
13		117		

b

·		12		
4				100
9			135	
12	132			

78 7 • Margföldun og deiling

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 78

Nr. 7.57–7.58

Nemendur finna töluna sem x táknar í hverju verkefni. Þeir kanna hvort x er sama talan í dæmunum þremur í hverju verkefni.

- *Hvernig leystuð þið dæmið 7.58a? („Til dæmis: „Ég reiknaði fyrst 96 : 4. Það er 24 vegna þess að 100 : 4 = 25 og 96 er fjórum minna en 100. Það þýðir að 24 • 4 = 96 og 96 : 24 = 4. Þá er x =24 í öllum dæmunum þremur“.*
- *Ertu viss um að 96 : 24 = 4? (Já, vegna þess að 24 ganga fjórum sinnum upp í 96 vegna þess að 24 + 24 = 48 og 48 + 48 = 96.)*

Nr. 7.59

Nemendur skrifa töflurnar upp og skrá í þær tölurnar sem vantar. Tölurnar í efstu röðinni á að margfalda með tölunum í vinstri dálki. Nemendur mega nota vasareikni til að fylla út í tvo dálka. Til að fylla út í hina dálkana verða þeir annaðhvort að nota hugareikning eða blaðreikning. Þess vegna þurfa nemendur fyrst að meta í hvaða dálkum auðveldustu dæmin eru. Áður en þeir ákveða sig er gott að þeir reikni hvaða tölur eiga að vera í efstu röðinni.

▶ Bls. 79

Nr. 7.60

Nemendur skrifa rétt merki milli stæðnanna. Kennari rifjar upp með þeim hvað táknin < og > merkja, að „opið“ bendi á stærri töluna.

Benda má nemendum á að þeir þurfa ekki að reikna út úr stæðunum. Þeir eiga einungis að velja rétt merki. Í flestum tilvikum geta þeir fundið svarið með rökhugsun án þess að reikna út.

a Jafnt er báðum megin vegna þess að talan 35 hægra megin á einnig að margfalda 10 – 1 = 9 sinnum.

b Vinstri hliðin er stærri vegna þess að hægra megin er talan 27 aðeins margfölduð 10 + 1 = 11 sinnum.

c Jafnt er báðum megin vegna þess að talan 43 er margfölduð 39 sinnum báðum megin

d Vinstri hliðin er stærri vegna þess að útkoman úr henni er stærri en 57 en hægra megin er útkoman minni en 57.

e Vinstri hliðin er minni vegna þess að útkoman úr henni er helmingurinn af 69 en hægra megin gengur 0,5 næstum því 140 sinnum upp í 69.

f Eins og e-liður. Vinstri hliðin er minni en 84 en hægri hliðin er stærri en 84.

Nr. 7.61

Nemendur skrifa töfluna upp og fylla út í hana.

Margs konar mynstur eru í töflunni. Í fyrsta lagi er hún samhverf um hornalínuna, þ.e. á ská niður frá vinstri til hægri. Ástæðan er sú að víxlreglan gildir í margföldun, 111 • 11 er jafnt og 11 • 111.

Í öðru lagi myndast mynstur eftir áðurnefndri hornalínu: 1 – 121 – 12321 – 1234321. Ástæðan fyrir þessu er að margföldun umræddra talna samsvarar því að taka fyrst töluna í einingasætinu, síðan í tugasætinu, síðan í hundraðasætinu o.s.frv. og leggja þær síðan saman. Ef við hugsun um dæmið 111 • 111 má hugsa þannig að við margföldun fyrst 111 með einni einingu, síðan 111 með einum tug og 111 með einu hundraði.

111 · 111 eða 111 • 111

7.60 Reiknaðu í huganum. Veldu rétt merki: > , < eða = .
Þegar þú hefur lokið við dæmin skaltu athuga svörin með vasareikni.

a 35 · 9 ☐ 35 · 10 - 35

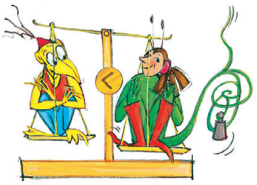
b 27 · 12 ☐ 27 · 10 + 27

c 43 · 30 + 43 · 9 ☐ 43 · 40 - 43

d 57 · 1,5 ☐ 57 : 1,5

e 69 · 0,5 ☐ 69 : 0,5

f 84 · 0,9 ☐ 84 : 0,9



7.61 **a** Reiknaðu dæmin í töflunni og fylltu hana út.
Reiknaðu eins mikið og þú getur í huganum.

·	1	11	111	1111	11111
1					
11			1221	12221	
111					
1111					
11111					

b Lýstu mynstrinu sem kemur fram í töflunni.

7.62 Reiknaðu dæmin með því að tvöfalda annan þáttinn og helminga hinn.

a 3,5 · 12 = 7 · 6 =

b 3,5 · 16

c 3,5 · 18

d 4,5 · 14

e 4,5 · 18

f 4,5 · 12

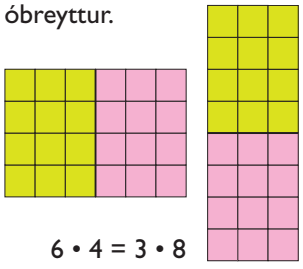
Ef hin hefðbundna margföldunaraðferð er notuð lítur dæmið svona út:

		I	I	I	·	I	I	I
		I	I	I				
	I	I	I	0				
I	I	I	0	0				
I	2	3	2	I				

Í myndinni hér á undan sést að í svarinu fær einingasætið sinn skerf einungis úr fyrstu röðinni. Tugasætið fær sinn skerf úr tveimur fyrstu röðunum, hundraðasætið úr öllum röðunum þremur, þúsundasætið úr síðustu tveimur röðunum og tugþúsundasætið aðeins úr síðustu röðinni. Þess vegna kemur fram eins konar „tröppumynstur“ í svarinu.

Nr. 7.62

Nemendur reikna margföldunardæmin með því að tvöfalda annan þáttinn og helminga hinn. Gott er að kennari sýni nemendum fram á – með einfaldari dæmum – að sama svar kemur út: 4 • 6 er jafnt og 8 • 3. Þetta má líka útskýra með rúðuneti. Að helminga annan þáttinn og tvöfalda hinn er hið sama og að skipta rúðunetinu í tvo jafna hluta samhliða annarri hliðinni og flytja annan helminginn að þeirri hlið sem á að tvöfalda. Fjöldi reita helst óbreyttur.



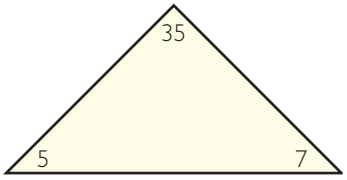
6 • 4 = 3 • 8

Auðveldari verkefni

Gott er að einhverjir nemendur þjálfist meira í verkefnum sem sýna tengslin milli margföldunar og deilingar og nota þá einfaldar tölur.

Þríhyrningsspjöld

Útbúa þarf þríhyrningsspjöld úr pappa eins og sýnt er á myndinni hér á eftir. Talan efst á spjaldinu er margfeldi talnanna tveggja sem eru í hinum hornunum. Það er mjög góð æfing fyrir nemendur ef þeir búa spjöldin til sjálfir. Þá geta þeir valið tölur að vild. Önnur leið til þessa er að gefa nemendum upp margfeldið og þeir eiga síðan að finna þættina.



Þegar kortin eru tilbúin má nota þau beinlínis sem æfingadæmi eða sem spil. Ef fyrrnefnda leiðin er farin geta tveir og tveir nemendur unnið saman; þeir draga spjald halda í eitt hornið þannig að talan sjáist ekki og eiga síðan að segja upphátt hver talan er.

Ef spjöldin eru notuð sem spil má fara eins að en að þessu sinni fær leikmaðurinn að halda spjaldinu ef hann svarar rétt. Leikmenn keppast um að eiga sem flest spjöld þegar bunkinn er uppurinn.

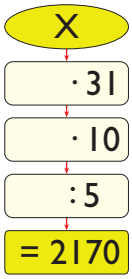
Tengsl margföldunar og deilingar – meiri þjálfun

Sjá lýsingu á spilinu Búa til ferninga á bls. 95 í þessari bók.

Erfiðari verkefni

Erfiðari talnadæmi

Gott er að láta nemendur fá samsett verkefni sem endurspegla tengsl margföldunar og deilingar. Á verkefnablaði 6.123 (*Hvaða tala er x*) eru fleiri slík verkefni:



Raunverkefni

Að tvöfalda og helminga þætti

Á verkefnablaði 6.18 (*Margföldun með því að tvöfalda og helminga*) í verkefnahefti Stiku 2a eru dæmi þar sem nemendur geta æft sig frekar í að tvöfalda og helminga þætti.

Viðfangsefni

- Þáttun
- Frumtölur

Búnaður

- Teningar

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 80

Nr. 7.63

Nemendur velja fjórar tölur sem eru hver upp við aðra í rúðuneti í stærðinni 2 • 2 reitir. Þeir margfalda saman tölurnar tvær sem eru á hornalínunum. Velji nemandi eftirfarandi tölur verða margföldunardæmin þessi: 15 • 24 og 18 • 20. Svarið verður 360 í báðum tilvikum. Nemendur endurtaka leikinn fimm sinnum á mismunandi stöðum í töflunni.

15	20
18	24

Ef nemendur reikna öll dæmin með hinni hefðbundnu reikningsaðferð fá þeir mikla þjálfun í henni. Taki það of langan tíma má leyfa þeim að nota vasareikni.

Í b-lið eiga nemendur að reyna að rökstyðja hvers vegna svarið verður alltaf hið sama. Gott er að rifja þetta rækilega upp þegar nemendur eru búnir með verkefni 7.64.

Til að útskýra þetta er best að horfa á tölurnar á jöðrunum. Þær eru þættirnir sem margfaldaðir saman verða tölurnar inni í töflunni. Þættir í tölunum í dæminu hér fyrir ofan eru:

	3	4
5	15	20
6	18	24

Þegar við margföldum saman 15 og 24 samsvarar það (5 • 3) • (4 • 6). Þegar við margföldum saman 18 og 20 samsvarar það (6 • 3) • (5 • 4).

4	6
6	9

7.63 Notaðu þessa margföldunartöflu. Veldu fjórar tölur sem standa saman í rúðuneti sem er 2 · 2 reitir. Margfaldaðu saman tölurnar eftir hornalínunum og berðu svörin saman. Í sýnidæminu verða dæmin 6 · 6 og 4 · 9. Svörin við báðum dæmunum er 36.

·	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

a Veldu aðrar fjórar tölur á sama hátt og sýnt er hér fyrir ofan. Margfaldaðu saman tölurnar eftir hornalínunum og skráðu þær og svörin í töflu. Gerðu þetta fimm sinnum.

b Útskýrðu hvers vegna svörin verða alltaf eins.

7.64 **a** Búðu til nýja margföldunartöflu þar sem þessar tölur eru á jöðrunum:

·	2	3	5	8	10
5					
7					
9					
11					
15					

b Veldu fjórar tölur sem eru hlið við hlið og margfaldaðu saman tölurnar eftir hornalínunum. Gerðu þetta fimm sinnum.

c Útskýrðu hvers vegna svarið verður alltaf hið sama, einnig þegar tölum á jöðrum er breytt.

Í báðum tilvikum er niðurstaðan sú að við margföldum saman þættina 3, 4, 5 og 6. Röð þáttanna er að vísu mismunandi en hún skiptir ekki máli. Svarið hlýtur að verða hið sama.

Nr. 7.64

Nemendur búa til sína eigin margföldunartöflu með þáttunum á jöðrunum sem gefnir eru upp. Þar næst finna þeir fjórar tölur og margfalda tvær og tvær saman eins og í verkefni 7.63. Svarið verður einnig hið sama vegna þess að sömu þættir á jöðrunum eru margfaldaðir saman þótt röð þeirra sé mismunandi. Ekki skiptir máli þótt þættirnir séu ekki í hækkandi röð.

▶ Bls. 81

Frumtöluspilið

Leikmenn setja spilapening sinn á byrjunarreitinn. Þeir kasta tveimur teningum til skiptis. Leikmaður hefur um tvo kosti að velja í hverju kasti og hann verður að segja til um hvort hann velur kost 1 eða 2.

1 Leikmaður getur tekið báða teningana gilda og flytur spilapening sinn áfram um jafn marga reiti og mismunur talnanna á teningunum segir til um. Fái leikmaður 3 og 5 flytur hann spilapeninginn 2 reiti áfram.
2 Leikmaður getur tekið annan teninginn gildan og kastað hinum aftur. Ef hann getur búið til frumtölu með teningunum tveimur má hann flytja spilapeninginn fimm reiti áfram. Geti hann hins vegar ekki búið til frumtölu verður hann að flytja spilapeninginn einn reit aftur á bak. Leikmaður getur t.d. haldið tölunni 3 og kastað hinum teningnum aftur. Ef hann fær töluna 4 getur hann

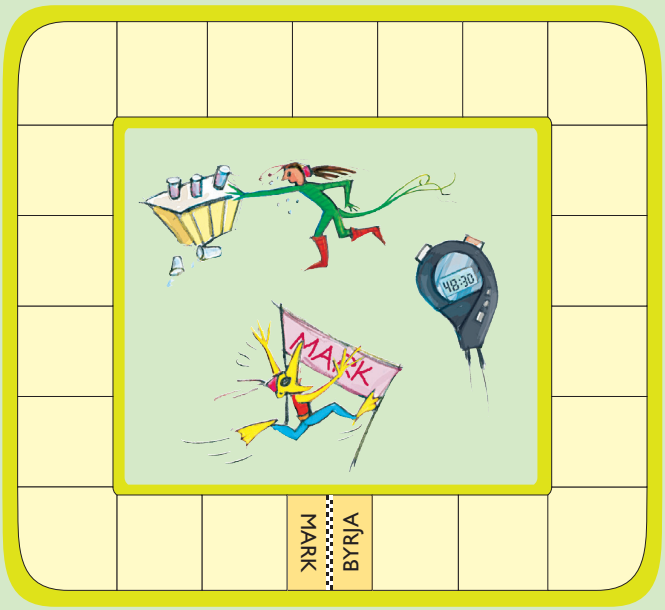
SPIL Frumtöluspilið

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Hver leikmaður setur spilapening á byrjunarreit. Síðan leika þeir til skiptis, þannig:

Leikmenn kasta tveimur teningum.
Þeir geta annaðhvort

- fundið mismun talnanna sem upp koma og flutt spilapeninginn áfram um eins marga reiti og mismunurinn segir til um eða
- kastað öðrum teningnum upp aftur, búið til tveggja stafa tölu með tölustöfunum sem koma upp. Ef upp koma t.d. tölurnar 1 og 5 má annaðhvort búa til töluna 15 eða 51. Ef leikmaður getur búið til frumtölu má hann flytja spilapeninginn 5 reiti áfram. Ef hann getur ekki búið til frumtölu verður hann að flytja spilapeninginn einn reit aftur á bak.

Sá vinnur sem er fyrstur í mark.



81

annaðhvort búið til 34 eða 43. Ef hann velur 43 getur hann flutt spilapeninginn fimm reiti áfram vegna þess að 43 er frumtala.

Auðveldari verkefni

Nemendur, sem þess þurfa, geta notað vasareikni. Gott er að allir séu með í rannsóknarverkefnunum á bls. 80 og skoði tengslin milli svaranna.

Erfiðari verkefni

Víkka má verkefni 7.63 út og velja níu tölur í rúðuneti sem er 3 • 3 reitir að stærð. Tölurnar í hornunum eru margfaldaðar saman. Í rúðunetinu hér á eftir er talan 24 þá margfölduð með 48 og 32 með 36. Nemendur bera síðan saman svörin.

24	**28**	**32**
30	**35**	**40**
36	**42**	**48**

Í þessu tilviki kemur einnig sama svarið út og ástæðan er einnig hin sama og í rúðunetinu með 2 • 2 reiti.

Raunverkefni

Þrautalausnir

Nemendur, sem hafa náð valdi á bæði margföldun og deilingu, þurfa að fá að spreyta sig á þrautum sem eru samsettar úr tveimur eða fleiri verkefnum. Á eftirfarandi verkefnablöðum er slíkar þrautir að fá: Nr. 5.40a–5.42 (*Hve mikið af ávöxtum?*, *Er pitsa afgangs?* *Tjaldferð* og *Sléttar tölur – oddatölur*), 5.54–5.60 (*Upp á toppinn*, *Kínamúrinn*, *Anakondaslangan*, *Peningagátur*, *Sparnaður*, *Sælgætið hennar ömmu* og *Gátur um sælgæti og bakpoka*), öll í verkefnahefti Stiku 1a, svo og 5.184–5.189 (*Heilabrot 2–3* og *Orðadæmi 2–4*), 5.194 (*Heilabrot um tölur*), öll í verkefnahefti Stiku 1b, svo og loks 6.117–6.122 (*Þrautir 1–6*).

Þættir á fullri ferð (spil)

Búnaður: Spilaborð (verkefnablað 5.178 (*SPIL Þættir á fullri ferð*) í verkefnahefti Stiku 1b) og litblýantar.

Spilið er fyrir tvo leikmenn sem nota eitt spilaborð. Hvor þeirra þarf litblýant í sínum lit.

Leikmaður 1 krossar yfir eina tölu í rúðunetinu. Leikmaður 2 á nú að krossa yfir alla þætti í tölunni svo fremi ekki hafi verið krossað yfir þá áður. Leikmaðurinn má einnig krossa yfir tölurnar sem eru margfeldi af upphaflegu tölunni.

Ef leikmaður 1 krossar yfir töluna 9 getur leikmaður 2 krossað yfir tölurnar 1 og 3 (þættir í 9 vegna þess að 1 • 9 = 9 og 3 • 3 = 9, svo og tölurnar 18 og 27 (svör í 9-töflunni, þ.e. eru margfeldi af 9) ef þessar tölur eru lausar.

Nú er komið að leikmanni 2 að velja tölu til að krossa yfir en leikmaður 1 krossar yfir alla þætti hennar og margfeldi af henni. Þannig skiptast þeir á þar til búið er að krossa yfir alla reitina í rúðunetinu. Sá vinnur sem á fleiri krossa í lokin.

Vonandi munu leikmenn smám saman þróa með sér ákveðna kænsku þegar þeir velja tölu, til dæmis frumtölu, og átta sig á hvaða tölur er óhagkvæmt að velja, til dæmis 24 sem í eru margir þættir.

Einnig geta leikmenn notað stærra spilaborð, til dæmis alveg upp í 100. Á verkefnablaði 5.179 (*Hundraðtafla*) í verkefnahefti Stiku 1b er einmitt rúðunet með tölum upp í 100. Því spili er lýst undir heitinu *Þættir og margfeldi* á bls. 35 í Kennarabók Stiku 2a.

Viðfangsefni

- Margföldun tugabrota

Búnaður

- Vasareiknir
- Ef til vill áþreifanleg hjálpartæki

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 82

Nr. 7.65

Nemendur finna hvað boltarnir fjórir vega samtals. Þetta má gera á mismunandi vegu og er því rétt að nemendur segi frá reikningsaðferðum sínum og sýni þær.

Nr. 7.66

Nemendur reikna út þyngd hinna mismunandi kassa og finna hver þeirra er þyngstur.

Nr. 7.67

Nemendur velja búnað úr kössunum þannig að þyngdin samtals verði eins nálægt 15 kg og hægt er. Hver komst næst því?

Sýnidæmi

Gott er að sýna dæmið með áþreifanlegum hjálpargögnum, t.d. cuisenaire-kubbum, sætisgildiskubbum eða sentikubbum.

- *Hve margir tíundu hlutar eru í einum heilum? (10.)*
- *Hvað eru tíundu hlutarnir margir hér? (Þrír.)*
- *Hve oft eigum við að margfalda þessa þrjá tíundu hluta? (Sjö sinnum.)*
- *Hvað verða tíundu hlutarnir þá margir? (3 • 7 tíundu hlutar = 21 tíundi hluti.)*
- *Hvað er 21 tíundi hluti mikið – er það meira en einn heill? (Já, vegna þess að í einum heilum eru aðeins 10 tíunduhlutar. Þess vegna er 21 tíundi hluti tveir heilir og einn tíundi hluti.)*

Nr. 7.68–7.69

Í þessum dæmum á að margfalda tíundu hluta með heilli tölu. Hugsa má dæmið 0,6 • 4 þannig: 6 tíundu hlutar • 4 er jafnt og 24 tíundu hlutar. Síðan þarf að skrifa þá tölu sem tugabrot, þ.e. 2,4. Nemendur skrá þetta á sama hátt og sýnt er í sýnidæminu.

▶ Bls. 83

Sýnidæmi

Hér er sýnt hvernig heilu hlutar tölunnar og tíundu hlutarnir eru margfaldaðir hverjir fyrir sig. Síðan eru margfeldin lögð saman.

Nr. 7.70

Nemendur reikna dæmin og skrá útreikningana á sama hátt og sýnt er í sýnidæminu.

Sýnidæmi

Margföldun tveggja stafa tugabrota er sambærileg við að margfalda tveggja stafa heila tölu eins og sýnt er á bls. 72.

Mestu skiptir að hafa yfirsýn yfir gildi talnanna. Fyrst eru tíundu hlutarnir margfaldaðir og ef til vill þarf að geyma einingu eða einingar. Síðan eru einingarnar margfaldaðar og talan, sem ef til vill var geymd, er lögð við. Kennari bendir nemendum á að þetta er sama aðferð og sýnd er í sýnidæminu efst á blaðsíðunni nema að því leyti að nú eru svörin við margföldunardæmunum tveimur ekki skrifuð til fulls. Í stað þess er tala geymd. Þannig er minna að skrifa en hins vegar þarf að gæta meira í huganum að gildi talnanna.

Nr. 7.71–7.72

Nemendur reikna svörin með aðferðum sem þeir kjósa. Þeir geta notað aðferðina, sem sýnd er efst á blaðsíðunni, eða hina samþjöppuðu aðferð sem sýnd er í sýnidæminu á miðri blaðsíðunni.

Margföldun og deiling tugabrota

7.65 Í neti eru fjórir æfingaboltar sem vega 1,5 kg hver. Hvað eru boltarnir þungir samtals?

7.66 Hve mikið vegur hver kassi?

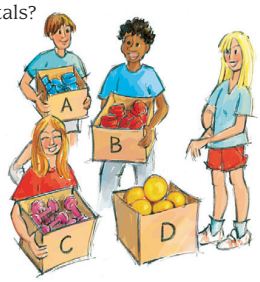
a Í kassa A eru þrjú blá ökklalóð.

b Í kassa B eru sjö rauð ökklalóð.

c Í kassa C eru fimm bleik handlóð.

d Í kassa D eru tíu gulir æfingaboltar.

e Hvaða kassi er þyngstur?



7.67 Pétur ætlar að þjálfa með því að nota 15 kíló. Veldu búnað úr kössunum hér fyrir ofan þannig að þyngdin verði eins nálægt 15 kg og hægt er. Geturðu fundið búnað sem vegur nákvæmlega 15 kg?

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið 0,3 · 7.

$0{,}3 \cdot 7 = \underline{\underline{2{,}1}}$

Reiknaðu dæmin.

7.68

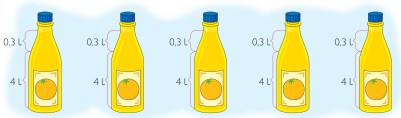
a	0,6 · 4	**c**	0,8 · 3	**e**	0,9 · 5	**g**	0,7 · 6
b	0,3 · 6	**d**	0,5 · 7	**f**	0,8 · 7	**h**	0,6 · 8

7.69

a	0,3 · 8	**c**	0,7 · 7	**e**	0,5 · 8	**g**	0,7 · 4
b	0,4 · 6	**d**	0,6 · 5	**f**	0,9 · 10	**h**	0,9 · 6

Þegar við margföldum tugabrot margföldum við einingarnar sér-staklega og tíundu hlutana sömuleiðis. Síðan leggjum við saman.

Sýnidæmi



Hvað rúmast mikið í þessum flöskum samtals?

$$\begin{array}{rl} 0{,}3 \cdot & 5 = 1{,}5 \\ 4 \cdot & 5 = 20 \\ \hline 4{,}3 \cdot & 5 = 21{,}5 \end{array}$$

7.70 Reiknaðu dæmin.

a $1{,}7 \cdot 5$ **b** $2{,}3 \cdot 4$ **c** $4{,}6 \cdot 3$ **d** $3{,}5 \cdot 6$ **e** $1{,}9 \cdot 8$ **f** $4{,}8 \cdot 7$ **g** $7{,}7 \cdot 5$ **h** $5{,}6 \cdot 9$

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið $2{,}6 \cdot 4$.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2}\,2{,}6 \cdot 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

Fyrst tíundu hlutana: $4 \cdot 6$ tíundu hlutar = 24 tíundu hlutar sem er 2 heilir og 4 tíundu hlutar.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2}\,2{,}6 \cdot 4 \\ \hline 10{,}4 \end{array}$$

Síðan einingarnar: $4 \cdot 2$ einingar = 8 einingar og $8 + 2 = 10$ einingar.

Reiknaðu dæmin. Þú ræður hvaða aðferð þú notar.

7.71 **a** $1{,}6 \cdot 3$ **b** $1{,}4 \cdot 5$ **c** $4{,}3 \cdot 6$ **d** $2{,}5 \cdot 6$ **e** $3{,}8 \cdot 4$ **f** $9{,}6 \cdot 7$ **g** $8{,}7 \cdot 9$ **h** $6{,}8 \cdot 8$

7.72 **a** $3{,}4 \cdot 4$, $34 \cdot 4$ **b** $1{,}8 \cdot 3$, $18 \cdot 3$ **c** $7{,}6 \cdot 5$, $76 \cdot 5$ **d** $6{,}9 \cdot 8$, $69 \cdot 8$

7.73 Reiknaðu með vasareikni.

a $25 \cdot 3$, $250 \cdot 3$, $2{,}5 \cdot 3$ **b** $32 \cdot 5$, $320 \cdot 5$, $3{,}2 \cdot 5$ **c** $48 \cdot 6$, $480 \cdot 6$, $4{,}8 \cdot 6$ **d** $9 \cdot 29$, $9 \cdot 290$, $9 \cdot 2{,}9$

Nr. 7.73

Nemendur reikna dæmin með vasareikni. Nemendur munu sjá að tölustafirnir í svörunum eru þeir sömu; aðeins er misjafnt í hvaða sætum þeir eru. Munurinn er sá að í fyrstu röðinni er svarið 75 einingar, í annarri röð 75 tugir og í þriðju röð 75 tíundu hlutar.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota áþreifanleg hjálpargögn við vinnu þessarar opnu, t.d. margs konar kubba. Einnig má búa til áþreifanleg hjálpartæki með A4-blaði. Þá er blaðið brotið þrisvar þannig að út komi 8 jafn stórir hlutar sem klipptir eru út. Hver þeirra táknar einn heilan. Síðan taka nemendur tvo slíka hluta og skipta hvorum um sig í 10 jafn stóra hluta sem klippa á út. Þar með hafa þeir 20 tíundu hluta, sjá mynd í kaflanum Raunverkefni á bls. 31.

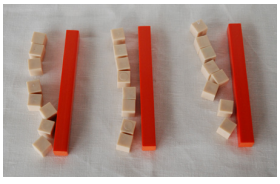
Varðandi bls. 83

Kennari útskýrir fyrir nemendum að margföldun tugabrota með tveimur eða fleiri tölustöfum samsvarar því að margfalda tveggja eða þriggja stafa heilar tölur: Við skiptum tölunni upp eftir sætum og margföldum einn tölustaf í einu. Síðan eru margfeldin lögð saman. Gott er að nota aðferðina sem sýnd er efst á bls. 83 við öll verkefnin á þeirri blaðsíðu.

Að gera verkefnin áþreifanleg með cuisenaire-kubbum

Nota skal cuisenaire-kubba til að gera verkefnin áþreifanleg. Lengsti kubburinn (sá appelsínuguli) táknar einingar og sá stysti (hvítur) tíundu hluta.

Myndin hér á eftir sýnir dæmið $3 \bullet 1{,}8$:



Með því að nota áþreifanleg hjálpargögn við dæmin fá nemendur tækifæri til að nota fleiri reikningsaðferðir. Verið getur að nóg sé fyrir einhverja nemendur að dæmin séu gerð sýnileg en aðrir þurfa hreinlega að geta „þreifað á tugabrotunum“ með því að flytja kubba til og telja einingar og tíundu hluta.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Meiri reikningsþjálfun

Á verkefnablöðum 6.39 (*Búa til dæmi og finna rétt svar*) og 6.42 (*Dragðu hring um rétt svar*) í verkefnahefti Stiku 2a eru verkefni sem prófa skilning nemenda á margföldun tugabrota. Um er að ræða orðadæmi sem nemendur eiga að búa til talnadæmi við og áætla hvert svarið verður um það bil.

Á verkefnablaði 6.40 (*Margföldun tugabrota*) í verkefnahefti Stiku 2a eru uppsett dæmi þar sem nemendur fá færniþjálfun í margföldun tugabrota.

Margföldunarhark (leikur)

Búnaður: Vasareiknir, tafla, verkefnablöð 6.43 a–b (*Margföldunarhark – Hvaða tölur leynast bak við x?* og *Margföldunarhark – tafla*) í verkefnahefti Stiku 2a.

Leikmenn finna hvaða tölu x táknar með því að áætla svarið og kanna með vasareikninum hvort ágiskunin var rétt. Athugið: Leikmenn eiga ekki að deila í margfeldið með þættinum, sem gefinn er upp, heldur prófa sig áfram. Leikmenn skrá allar tillögur að lausnum og útreikningana í töflu. Í töflunni hér á eftir kemur fram að leikmanni tókst að finna rétt svar í fimmtu tilraun. Þar með fær hann fimm stig í þessari umferð, eitt stig fyrir hverja tilraun. Sá vinnur sem er með fæstu stigin eftir fimm reikningsdæmi.

Dæmi:

$\times \cdot 8 = 34{,}32$		
X	Margföldunardæmi	Svör
4	$4 \cdot 8$	32
4,5	$4{,}5 \cdot 8$	36
4,3	$4{,}3 \cdot 8$	34,4
4,25	$4{,}25 \cdot 8$	34
4,29	$4{,}29 \cdot 8$	34,32

Viðfangsefni

- Deiling tugabrota

Búnaður

- Vasareiknir
- Ef til vill áþreifanleg hjálpargögn

Kennsluleiðbeiningar

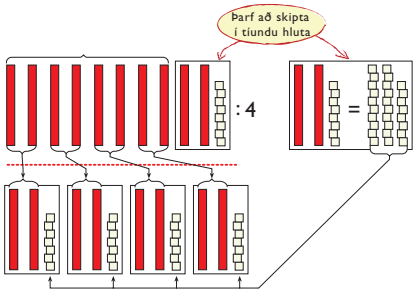
▶ Bls. 84

Sýnidæmi

Í þessu dæmi á að skipta 10,8 km í fjóra jafn langa áfanga. Hér er farið með deilingu á sama hátt og áður, þ.e. við skrifum dæmið eins og sýnt er á bls. 74. Aðferðin felst einnig hér í að framkvæma tvenns konar útreikninga, annars vegar að sýna hve mikið hver fær hverju sinni (í þessu dæmi hve mikið fer í hvern áfanga) og hins vegar að hafa yfirlit yfir hve mikið er afgangs til að skipta. Eins og fyrr geta nemendur skipt öðruvísi en hér er sýnt. Svarið verður samt sem áður rétt vegna þess að unnið er út frá gildi talnanna – ekki einungis tölustöfunum. Til dæmis má leysa dæmið þannig:

10,8 : 4	
− 0,8	0,2
10,0	
− 8	2
2,0	
− 2	0,5
0	2,7

Enn og aftur getur verið gagnlegt að sýna hvað gerist með því að nota áþreifanleg hjálpargögn eða mynd:



Nr. 7.74

Nemendur eiga að skipta vegalengdum í jafn langar leiðir. Þeir nota aðferðir að vild en skrá deilinguna eins og gert er í sýnidæminu.

Sýnidæmi

Skóli nokkur ætlar að halda boðhlaup. Brautin er 10,8 km löng og skipt í 4 jafnlanga áfanga. Hvað er hver áfangi langur?

10,8 : 4 =	
8	2
2,8	
2,8	+ 0,7
0	2,7

Hver áfangi er 2,7 km.

7.74 Í eftirfarandi verkefnum eiga allir áfangar að vera jafn langir. Hvað er hver áfangi langur?

a Brautin er 13,6 km og áfangarnir eru fjórir.

b Brautin er 8,7 km og áfangarnir eru þrír.

c Brautin er 23 km og áfangarnir eru fimm.

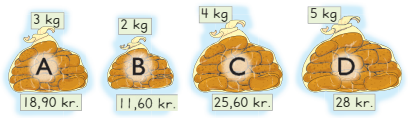
d Brautin er 15,6 km og áfangarnir eru sex.

Sýnidæmi

Hvað kostar 1 m af snæri?

37,2 : 3 =	
30	10
7,2	
6	+ 2
1,2	
1,2	+ 0,4
0	12,4

Hver metri kostar 12,40 kr.



7.75 **a** Reiknaðu kílóverðið í hverjum kartöflupoka.

b Hvaða poki er með lægsta kílóverðið?

Nr. 7.75

Nemendur reikna út kílóverðið í pokunum fjórum.

▶ Bls. 85

Nr. 7.76–7.77

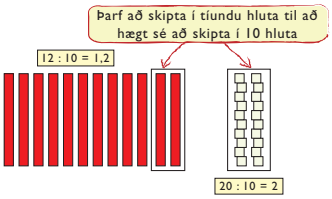
Nemendur reikna dæmin og skrá svörin. Þeir nota þá aðferð sem þeir kjósa en skrá deilinguna eins og gert er í sýnidæmunum á bls. 84.

Rétt er að hvetja nemendur smám saman til að skipta eins miklu í einu í byrjun og mögulegt er, þ.e. skipta fyrst tugunum, síðan einingunum og loks tíundu hlutunum. Ein aðferðin til þess er að láta nemendur, sem deila á mismunandi vegu, skrifa aðferðir sínar á skólatöfluna. Þá munu nemendur geta séð að þeir sem skipta litlu í einu eða sem byrja á lágum tölum þurfa gjarnan að glíma við flóknari samlagningar- og frádráttardæmi.

Nr. 7.78

Í þessum dæmum munu nemendur komast að því að deiling með 10 samsvarar því að breyta hundruðum í tugi, tugum í einingar, einingum í tíundu hluta og tíundu hlutum í hundraðshluta.

Kennari forðast að orða þetta þannig að nóg sé „að flytja komman“ vegna þess að nemendur kunna að skilja þetta sem eins konar töfrabrögð sem enginn skilningur er á bak við. Þess vegna er hér mælt með að nota áþreifanleg hjálpargögn til að sýna þetta. Ef deilt er í einn heilan með 10 kemur út einn tíundi hluti. Ef deilt er í 12 með 10 kemur út einn heill og tveir tíundu hlutar.



Reiknaðu dæmin.

7.76 **a** 12,6 : 2 **c** 16,2 : 3 **e** 34,4 : 4 **g** 23,5 : 5
b 17,4 : 2 **d** 38,4 : 3 **f** 45,6 : 4 **h** 86,0 : 5

7.77 **a** 47,1 : 3 **c** 98 : 4 **e** 20,5 : 5 **g** 86,8 : 7
b 45,8 : 2 **d** 97 : 2 **f** 60,9 : 3 **h** 108 : 8

7.78 Notaðu vasareikni til að reikna dæmin.
a 430 : 10 **c** 52 : 10 **e** 72 : 10 **g** 35,3 : 10
b 1250 : 10 **d** 168 : 10 **f** 485 : 10 **h** 78,9 : 10

7.79 Reiknaðu dæmin. Þú ræður hvaða aðferðir þú notar. Athugaðu síðan með vasareikni hvort svörin eru rétt.
a 45 : 5 **b** 32 : 8 **c** 42 : 7 **d** 60 : 10
4,5 : 5 3,2 : 8 4,2 : 7 6,0 : 10

7.80 Reiknaðu dæmin. Þú ræður hvaða aðferðir þú notar. Athugaðu síðan með vasareikni hvort svörin eru rétt.
a 60 : 5 **b** 48 : 4 **c** 69 : 3 **d** 105 : 5
6,0 : 5 4,8 : 4 6,9 : 3 10,5 : 5

7.81 Vilhjálmur Einarsson vann silfurverðlaun á Ólympíuleikunum í Melbourne sumarið 1956 þegar hann stökk 16,26 m í þrístökki. Hve langt var hvert stökk ef þau voru jafn löng?

7.82 Erlingur Jóhannsson setti Íslandsmet þegar hann hljóp 800 metra á 1:48,8 í Ósló sumarið 1987. Þessi tími samsvarar 108,8 sekúndum. Hve langan tíma var hann að hlaupa hverja 100 m ef hann hljóp jafn hratt allan tímann?

7.83 Marta Ernstdóttir setti Íslandsmet í Belgíu sumarið 1994 er hún hljóp 5000 m (5 km) á 15:55,9 en sá tími samsvarar 955,90 sekúndum.
a Hve margar sekúndur var hún að hlaupa hvern kílómetra ef hún hljóp jafn hratt allan tímann?
b Breyttu svarinu í mínútur og sekúndur.

Nr. 7.79–7.80
Nemendur munu komast að því að sömu tölustafir verða í svörunum tveimur í hverjum lið en efri talan er ætíð tíu sinnum stærri en sú neðri. Ástæða þess er sú að ef deilt er í 45 með 5 jafngildir það því að deila í 45 tíundu hluta með 5 nema að því leyti að svarið úr fyrrnefnda dæminu eru einingar en svarið við síðarnefnda dæminu eru tíundu hlutar.

Nr. 7.81–7.83
Nemendur lesa textann og finna svörin við dæmunum.

Árið 2012, þegar bók þessi kom út, höfðu Íslandsmetin, sem getið er í dæmunum, ekki verið slegin enn.

Auðveldari verkefni

Varðandi bls. 84

Kennari hjálpar nemendum ef til vill að lesa textann og notar dágóðan tíma í hvert verkefni. Gott er að láta nemendur, sem standa nokkurn veginn jafnt að vígi í stærðfræðináminu, vinna saman að þessum verkefnum. Þau henta einkar vel fyrir samræður. Nemendur útskýra hver fyrir öðrum hvernig þeir hugsa og sýna skýrt og greinilega hvernig þeir leysa verkefnin.

Varðandi bls. 85

Ef til vill er rétt að láta einstaka nemendur nota vasareikni til að leysa þrjú síðustu verkefnin.

Erfiðari verkefni

Þrautalausnir

Býflugan framleiðir hunang með því að safna nektar úr blómum. Menn hafa komist að raun um að til að framleiða 30 g af hunangi þarf býflugan að fara meira en 1500 ferðir til blómanna og fljúga samtals um það bil 3,2 km.

Hve langt hefur býflugan flogið ef hún hefur framleitt 360 g af hunangi?

Lausn: 38,4 km
360 : 30 = 12; flugan þarf að fara 12 sinnum 3,2 km.
3,2 • 12 = 38,4 km

Raunverkefni

Tugabrotabingó – deiling með 10

Nemendur fylla út í tómt bingóspjald í stærðinni 5 • 5 reitir með eftirfarandi tölum:

2,3 – 7,4 – 8,8 – 9,5 – 2,1 – 5,6 – 3,4 – 7,1 – 9,3 – 11,6 – 55,6 – 12,3 – 34,7 – 31,6 – 44,1 – 21,9 – 66, 7 – 18,9 – 13,8 – 32,9 – 44,7 – 65,3 – 91,2 – 65,5 – 47,3

Kennarinn velur hvort hann skrifar tölurnar á skólatöfluna eða les þær upp. Nemendur ákveða sjálfir í hvaða reiti þeir skrifa tölurnar.

Síðan fá nemendur þær upplýsingar að þeir eigi að deila í allar tölurnar, sem kennari les upp, með 10. Þeir finna svarið á bingóspjaldinu og krossa yfir það.

Kennari les nú upp allar tölurnar, sem taldar eru upp hér á undan, margfaldaðar með 10 en breytir röð þeirra: 667 – 74 – 123 – 347… o.s.frv.

Nemendur fá bingó þegar þeir hafa krossað yfir fimm reiti í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Hugmyndir og athugasemdir

Viðfangsefni

- Margföldun og deiling í verkefnum úr hversdagslífinu
- Að lesa orðadæmi
- Deilanleiki

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 86

Blaðsíður 86 og 87 henta afar vel til samvinnu nemenda. Að venju er hér lögð áhersla á hversu mikilvægt er að rifja sameiginlega upp með þeim hvaða aðferðir þeir hafa notað.

Nr. 7.84
Nemendur nota upplýsingarnar, sem gefnar eru á myndinni efst á blaðsíðunni, til að reikna dæmin.

Nr. 7.85
Nemendur finna út – hver fyrir sig – hve langan tíma þeir nota til heimanáms á ári með því að margfalda fjölda klukkustunda á viku með 38 vikum.

Nr. 7.86
Nemendur reikna út – hver fyrir sig – hve langan tíma þeir nota á einni viku til að fara að og frá skóla. Ef til vill er betra að þeir breyti tímaeiningunni, sem þeir nota, í hentugri einingu, til dæmis mínútum í klukkustundir.

Nr. 7.87
Nemendur reikna út – hver fyrir sig – hve langan tíma þeir sofa á nóttu og margfalda það með 7 til að finna svefntímann á viku.

Nr. 7.88
Nemendur reikna út hve marga klukkutíma þeir eru í skólanum á hverjum degi, í hverri viku og á ári. Gera má ráð fyrir að skólaárið sé 38 vikur.

▶ Bls. 87

Nr. 7.89
Nemendur nota upplýsingarnar, sem gefnar eru, til að finna „leynitölurnar“ í hverju dæmi.

Ýmis dæmi

Börnin á myndinni sýna hvað þau eiga heima langt frá skólanum. Notaðu upplýsingarnar til að leysa verkefnin. Mundu að þau fara í skólann og heim aftur á hverjum degi!

7.84
a Eina vikuna eru börnin í skólanum í fjóra daga. Hve langa vegalengd fer Þóra að og frá skóla þessa viku?
b Hve langt fer Selma að og frá skóla þessa fjóra daga?
c Hve langt fer Lúðvík til og frá skóla alla fimm dagana í venjulegri viku?
d Maríu er ekið í skólann en hún fer gangandi heim. Hve langt gengur hún á fimm dögum?
e Þórir fer gangandi í skólann og heim. Hve langt gengur hann á einum mánuði ef skóladagarnir eru 18 talsins þennan mánuð?

7.85
a Hve mikinn tíma notar þú á einni viku til að læra heima?
b Hve mikill tími er það á ári ef skólaárið er 38 vikur?

7.86
a Hve langan tíma ert þú að fara að og frá skóla á dag?
b Hve langan tíma ert þú að fara að og frá skóla á viku?

7.87 Hvenær ferðu venjulega að sofa á kvöldin og hvenær ferðu á fætur á morgnana?
a Hvað er það margra klukkutíma svefn?
b Hvað er það margra klukkutíma svefn á viku?

7.88
a Hve langur er venjulegur skóladagur?
b Hvað ertu marga klukkutíma í skólanum á viku?
c Hvað ertu marga klukkutíma í skólanum á ári?

Nr. 7.90
Aðferðin felst í að skrifa fyrri tölustafinn í hundraðasætið og síðari tölustafinn í einingasætið; summa þessara tölustafa er síðan skrifuð í tugasætið. Nemendur ganga úr skugga um að aðferðin gefi rétt svar í dæmunum fjórum í a-lið. Síðan eiga þeir í b-lið að rökstyðja hvers vegna aðferðin virkar.

Ein af aðferðunum við að rökstyðja þetta er eftirfarandi: Við hugsum okkur að töluna 25 eigi að margfalda 11 sinnum. Það samsvarar 25 tíköllum plús 25 einingum; Í 25 tíköllum eru 2 hundruð plús 5 tíkallar en 25 einingar eru jafnt og 2 tíkallar og 5 einingar. Samtals verða þetta 2 hundruð, 7 tugir (2 + 5 = 7) og 5 einingar. Ef nemendur reikna dæmið með hinni hefðbundnu reikningsaðferð kemur sama svarið í ljós.

Í c-lið virkar aðferðin ekki lengur vegna þess að fara þarf yfir tug þegar tölustafirnir eru lagðir saman. Aðferðin er samt sem áður rétt ef við breytum henni lítillega: „Skrifa síðari tölustafinn í einingasætið og summu tölustafanna tveggja í tugasætið. Ef summan er stærri en 9 skal einungis skrifa einingarnar í tugasætið en geyma 1. Fyrri tölustafurinn að viðbættri tölunni sem var geymd er nú skrifuð í hundraðasætið.“

Í d-lið eiga nemendur að rannsaka hvernig nota má samsvarandi aðferð til að margfalda þriggja stafa tölu með 11. Þeir prófa sig áfram og nota til þess dágóðan tíma. Vera kann að þeir finni aðferðina á auðveldastan hátt með því að reikna dæmin með hinni hefðbundnu reikningsaðferð:

$$\begin{array}{r} 321 \cdot 11 \\ \hline 321 \\ 3210 \\ \hline 3531 \end{array}$$

7.89 Finndu tölurnar:

a Talan er tveggja stafa tala. Summa tölustafanna í tölunni er 9. Hægt er að deila í töluna bæði með 3 og 7.

b Talan er tveggja stafa tala sem hægt er að deila í með 4, 5 og 6.

c Talan er tveggja stafa tala stærri en 50. Hægt er að deila í hana með 17. Summa tölustafanna er frumtala.

d Talan er þriggja stafa tala sem er deilanleg með 7 en ekki með 2. Summa tölustafanna er 4.

e Talan er þriggja stafa tala minni en 300. Hægt er að deila í hana með 2 og 5 en ekki með 4. Summa tölustafanna er 7.

f Talan er þriggja stafa tala í 5-töflunni. Tölustafurinn í tugasætinu er þrefalt stærri en tölustafurinn í hundraðasætinu. Summa tölustafanna er 13.

7.90 **a** Notaðu aðferðina hans Krúsa á þessi dæmi:
• 25 · 11 • 36 · 11 • 43 · 11 • 72 · 11

b Hvers vegna kemur alltaf rétt svar með þessari aðferð?

c Notaðu aðferðina á þessi dæmi. Lýstu því sem gerist.
• 38 · 11 • 46 · 11 • 57 · 11 • 85 · 11

d Leystu dæmin hér á eftir. Geturðu notað sams konar aðferð?
• 321 · 11 • 245 · 11 • 317 · 11 • 452 · 11

87

Reglan verður sem sagt sú að skrifa síðasta tölustafinn í einingasætið og fyrsta tölustafinn í þúsundasætið. Summa tveggja fyrstu tölustafanna er skrifuð í hundraðasætið og summa tveggja síðustu tölustafanna í tugasætið.

Hið sama á við hér og í c-lið að aðferðin virkar ekki ef fara þarf yfir tug í tugasætinu eða hundraðasætinu. Í slíkum tilvikum þarf að geyma.

Auðveldari verkefni

Varðandi bls. 86

Miklu skiptir að nemendur fái nægan tíma og skilji hvernig svörin eru fundin. Ef til vill er nóg fyrir suma þeirra að leysa aðeins verkefni 7.84. Nemendur geta notað tóma talnalínu, teiknað eða nota áþreifanleg hjálpargögn við útreikningana.

Ef til vill er rétt að leyfa nemendum að nota vasareikni við verkefni 7.85–7.88.

Varðandi bls. 87

Verkefni 7.89 getur verið erfið fyrir einhverja nemendur og ekki er nauðsynlegt að láta þá strita við það. Láta má þessa nemendur finna tölur sem eru deilanlegar með 2, 3 og/eða 5. Á verkefnablaði 6.19 (*Tölur deilanlegar með 2, 3 og 5*) í verkefnahefti Stiku 2a eru fleiri verkefni þar sem nemendur fá þjálfun í minnisreglum um hvaða tölur eru deilanlegar með 2, 3 og 5.

Ef verkefnin á bls. 87 eru of erfið fyrir einhverja nemendur geta þeir unnið einhver raunverkefnanna sem bent er á fyrr í þessum kafla.

Nemendur geta rannsakað dæmin í verkefni 7.90 og leitað að mynstri með því að nota vasareikni. Samt er mikilvægara að þeir fái meiri þjálfun í einfaldari margföldunar- og deilingardæmum.

Erfiðari verkefni

Þrautalausnir

Vatnskrani nokkur er óþéttur og það dropar alltaf úr honum. Einn dropi fellur aðra hverja sekúndu. Tuttugu dropar samsvara um það bil 1,5 ml.

Hve mikið vatn fer til spillis á einni viku? Nægir það til að fylla vatnsglas, vaskafat, vatnsfötu eða jafnvel eitthvað stærra?

Lausn: 22,68 lítrar á viku
Fjöldi dropa á mínútu:
60 sek. : 2 = 30 dropar.
Fjöldi dropa á klst. (60 mín.):
60 • 30 = 1800 dropar/klst.
Fjölda dropa breytt í ml og dl:
1800 : 20 = 90; 90 • 1,5 ml = 135 ml = 1,35 dl á klst.
Fjöldi dl á sólarhring: 24 • 1,35 = 32,4 dl
Fjöldi dl á viku: 7 • 32,4) 226,8 dl = 22,68 lítrar

Raunverkefni

Í hvað fer tíminn?

Nemendur gera yfirlit yfir hvernig þeir nota tímann. Yfirlitið á að sýna hve mikinn tíma þeir nota í hinar ýmsu athafnir dag hvern, á viku og á mánuði. Athafnirnar þurfa að vera aðrar en þær sem spurt er um á bls. 86, til dæmis þessar:

Nafn: Jóna Jónsdóttir			
Athöfn	Á dag	Á viku	Á mánuði
Borða	1 klst.	7 klst.	30 klst.
Horfa á sjónvarp	1,5 klst.	10,5 klst.	45 klst.
Leika fótbolta	25 mín.	3 klst.	12 klst. og 30 mín.

Það er í lagi að reikna með 30 dögum í mánuði. Ekki er jafn skynsamlegt eða þægilegt að reikna út allar athafnirnar sem nemendur kunna að nefna. Ef Jóna er í fótbolta 1 klst. þrisvar í viku er hægt að skrifa það eins og gert er í töflunni hér á undan. Einnig má fara þessa leið: 3 • 60 mín. = 180 mínútur og deila í þær með 7. Það eru 25 og 5 eru afgangs þannig að nemandinn getur skrifað 25 mínútur í reitinn. Þá má reikna tímann á mánuði þannig: 30 • 25 mín. = 750 mínútur sem samsvara 12 klst. og 30 mínútum.

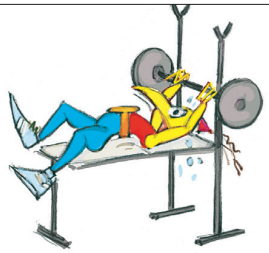
Nemendur skrifa athafnir sem þeir kjósa sjálfir og nota aðferðir að vild. Nauðsynlegt er að þeir skrifi niður alla útreikninga en láti ekki nægja að skrifa einungis svörin.

Viðfangsefni

- Færni í blaðreikningi í margföldun og deilingu
- Notkun vasareiknis

Búnaður

- Vasareiknir



Reiknaðu dæmin.

7.91 **a** $13 \cdot 4$ **b** $14 \cdot 6$ **c** $16 \cdot 7$ **d** $22 \cdot 9$ **e** $26 \cdot 5$ **f** $24 \cdot 8$ **g** $129 \cdot 3$ **h** $247 \cdot 7$

7.92 **a** $15 \cdot 13$ **b** $13 \cdot 16$ **c** $24 \cdot 19$ **d** $36 \cdot 22$ **e** $23 \cdot 21$ **f** $42 \cdot 34$ **g** $74 \cdot 28$ **h** $57 \cdot 49$

7.93 **a** $1{,}5 \cdot 3$ **b** $1{,}6 \cdot 4$ **c** $2{,}3 \cdot 6$ **d** $2{,}4 \cdot 6$ **e** $3{,}4 \cdot 4$ **f** $4{,}2 \cdot 5$ **g** $14{,}5 \cdot 7$ **h** $26{,}9 \cdot 8$

Hvaða tölu táknar x?

7.94 **a** $5 \cdot x = 45$ **b** $x \cdot 7 = 42$ **c** $x \cdot 10 = 130$ **d** $7 \cdot 200 = x$ **e** $x \cdot 200 = 1200$ **f** $x \cdot 10 = 500$

7.95 **a** $9 \cdot x = 72$ **b** $x \cdot 11 = 121$ **c** $x \cdot 20 = 3000$ **d** $16 \cdot 1000 = x$ **e** $500 \cdot x = 4000$ **f** $x \cdot 70 = 4900$

Reiknaðu dæmin.

7.96 **a** $162 : 3$ **b** $256 : 4$ **c** $435 : 3$ **d** $450 : 6$ **e** $250 : 5$ **f** $265 : 5$ **g** $744 : 6$ **h** $378 : 7$

7.97 **a** $502 : 4$ **b** $195 : 4$ **c** $488 : 3$ **d** $700 : 8$ **e** $533 : 3$ **f** $857 : 2$ **g** $400 : 9$ **h** $352 : 7$

7.98 **a** $13{,}6 : 2$ **b** $14{,}4 : 3$ **c** $26{,}8 : 4$ **d** $23{,}5 : 5$ **e** $41{,}1 : 3$ **f** $62{,}0 : 4$ **g** $151 : 2$ **h** $81{,}0 : 6$

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 88

Nr. 7.91–7.93

Nemendur reikna dæmin með blaðreikningi. Gott er ef þeir nota hina hefðbundnu reikningsaðferð en ef einhverjir vilja nota aðferðir, sem sýna á nákvæmari hátt hvað í útreikningunum felst, sbr. efst á bls. 83, er það auðvitað í góðu lagi.

Markmiðið með þessum dæmum er að æfa aðferðina þannig að nemendur nái valdi á henni. Hér er gott tækifæri fyrir nemendur, sem nota viðameiri reikningsaðferðir, að fikra sig yfir í það að nota hina hefðbundnu reikningsaðferð.

Nr. 7.94–7.95

Nemendur eiga að finna hvaða tölu x táknar í hverju dæmi. Flest dæmin munu þeir geta leyst í huganum.

- *Hvert er svarið við dæmi 7.94e? (6.)*
- *Hvernig fannstu svarið? (Ég hugsaði þannig að eitt þúsund og tvö hundruð væri það sama og tólf hundruð og 6 • 2 hundruð er 12 hundruð þannig að talan 6 passar.)*

Nr. 7.96–7.98

Nemendur reikna dæmin með blaðreikningi. Best er að þeir noti aðferðina í sýnidæmunum á bls. 75 og 84 en auðvitað getað þeir deilt með aðferðum sem þeir kjósa.

Markmiðið með þessum dæmum er að æfa aðferðina þannig að nemendur nái valdi á henni. Í verkefni 7.98 þarf kennari að fylgjast sérstaklega með því hvort nemendur ná valdi á að skipta tíundu hlutum.

▶ Bls. 89

Nr. 7.99–7.103

Nemendur búa til reikningsdæmi þannig að þegar þau eru stimpluð inn á vasareikninn verði svarið talan sem gefin er upp. Nemendur þurfa að skrifa dæmin niður, t.d. eins og í sýnidæminu. Kennari vekur athygli nemenda á að hér er notuð ör til að aðskilja reikningsdæmin. Einhverjir nemendur munu setja jöfnumerki þar sem örin er en þá verður dæmið rangt vegna þess að vinstri hliðin (45) er ekki jöfn hægri hliðinni (45 : 3).

Í öllum verkefnunum eru fleiri en ein lausn; því er rétt að nemendur, sem eru fljótir að leysa þessi verkefni, reyni að finna fleiri lausnir.

Nr. 7.104

Hér er um rannsóknarverkefni að ræða þar sem nemendur þurfa að nota tengsl reikniaðgerðanna til að finna lausnirnar. Til dæmis má leysa dæmið 14 • 28 þannig:

7 • 2 • 28
eða 15 • 28 – 28
eða 13 • 28 + 28
eða 9 • 28 + 5 • 28
28 • 28 : 2

Auðveldari verkefni

Nemendur nota rúðunet, helst tómt rúðunet, til að leysa margföldunardæmin. Þeir byrja þá að teikna rétthyrninginn og skrá tölurnar við jaðrana. Síðan skipta þeir rúðunetinu í smærri rétthyrninga og finna svo fjölda reita í hverjum rétthyrningi. Nemendur gera það með aðferðum sem þeir kjósa en rétt er að reyna að fá þá til að finna fjöldann á stærri svæðum í einu, til dæmis með því að skipta rúðunetinu í tugi. Dæmið 23 • 9 verður þá svona:

Vasareiknir

Í verkefnunum á þessari blaðsíðu geturðu notað allar reikningsaðgerðirnar fjórar: +, −, × og ÷.

Sýnidæmi

Notaðu aðeins tölutakkana 3, 5 og 9 á vasareikninum. Búðu til töluna 15.

$5 \cdot 9 = \underline{45} \rightarrow 45 : 3 = \underline{\underline{15}}$

7.99 Notaðu aðeins tölutakkana 2, 3 og 4.
Þú þarft að nota alla takkana að minnsta kosti einu sinni.

a Búðu til töluna 9. **b** Búðu til töluna 11.

7.100 Notaðu aðeins tölutakkana 3, 5 og 9.
Þú verður að nota alla takkana að minnsta kosti einu sinni.

a Búðu til töluna 50. **b** Búðu til töluna 70.

7.101 Notaðu aðeins tölutakkana 4, 7 og 9.
Þú verður að nota alla takkana að minnsta kosti einu sinni.

a Búðu til töluna 50. **b** Búðu til töluna 70.

7.102 Notaðu aðeins tölutakkana 2, 4 og 6.
Þú verður að nota alla takkana að minnsta kosti einu sinni.

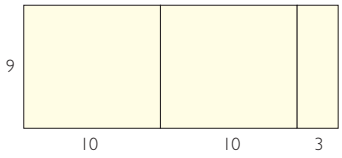
a Búðu til töluna 36. **b** Búðu til töluna 104.

7.103 Notaðu aðeins tölutakkana 5, 6 og 7.
Þú verður að nota alla takkana að minnsta kosti einu sinni.

a Búðu til töluna 65. **b** Búðu til töluna 455.

7.104 Á vasareikninum er 4-takkinn bilaður. Hvernig geturðu samt notað hann til að reikna þessi dæmi?

a $4 \cdot 7$ **b** $14 \cdot 28$ **c** $44 + 57$ **d** $424 + 149$ **e** $400 : 5$



Önnur aðferð er að nota peninga til að gera dæmin áþreifanlegri. Tveggja stafa upphæðinni er þá skipt í tíkalla og krónupeninga; síðan eru tíkallarnir margfaldaðir sérstaklega og krónurnar sömuleiðis.

Gott er að kennari sýni hvernig þessar tvær aðferðir til að gera dæmin áþreifanleg tengjast. Ef nemendur ruglast af því að fjallað er um tvær aðferðir er rétt að láta þá halda sig við aðra þeirra. Mikilvægt er að þessir nemendur fáist mikið við dæmi sem þessi og geti þess vegna fikrað sig smám saman frá því að nota áþreifanleg hjálpargögn yfir í skilvirkari og óhlutbundnari (eða táknrænni) aðferðir.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Um það bil 100 (spil)

Búnaður: Vasareiknir

Leikmenn vinna saman tveir og tveir eða þrír og þrír. Þeir fá uppgefna byrjunartölu sem þeir skrifa á blað. Síðan skrifar hver og einn tölu sem hann ætlar að margfalda byrjunartöluna með þannig að svarið verði eins nálægt 100 og mögulegt er. Hver kemst næst 100?

Dæmi: Byrjunartalan er 30. Leikmaður 1 giskar á 3 og leikmaður 2 giskar á 3,5. Þeir taka vasareikninn fram og margfalda:

$3 \cdot 30 = 90$

$3{,}5 \cdot 30 = 105$

Hér vann leikmaður 2 þessa umferð.

Nota má eftirfarandi byrjunartölur. Hver vinnur flestar umferðir?

a 40 *b* 27 *c* 14 *d* 70 *e* 200 *f* 6 *g* 150 *h* 90 *i* 2,5 *j* 500

Veiða tölur (spil)

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 5.179 (*Hundraðtafla*) í verkefnahefti Stiku 1b, þrír teningar handa hverjum hópi og litblýantur fyrir hvern leikmann. Auðveldara afbrigði er að nota rúðunet með tölunum 1–50 (sjá verkefnablað 3.73 (*Tölurnar 1–50*) í verkefnahefti Sprota 3b).

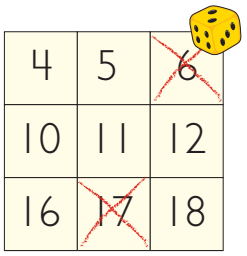
Leikmenn kasta þremur teningum til skiptis. Þeir eiga að búa til dæmi þar sem allar tölurnar þrjár koma fyrir einu sinni hver. Þeir mega velja hvaða reikniaðgerð þeir nota. Markmiðið er að búa til dæmi með svari sem er í einhverjum reit á spilaborðinu. Þegar leikmaður hefur búið til slíka tölu getur hann krossað yfir hana á spilaborðinu. Aðeins má krossa yfir eina tölu í hverri umferð.

Til dæmis koma upp á teningunum tölurnar 2, 4 og 6. Þá má búa til þessi dæmi:

4 • 6 = 24; 24 : **2** = 12. Leikmaðurinn krossar þá yfir töluna 12.

Reglur um stigagjöf geta verið þessar: Leikmaður fær 1 stig fyrir hvern reit sem hann krossar yfir. Þar að auki fær hann 1 stig fyrir hvern reit sem er við hlið reits sem hann hefur áður hreppt eða tengist honum á hornunum.

Dæmi: Hér á eftir er bútur af spilaborðinu. Búið er að krossa yfir tölurnar 6 og 17.



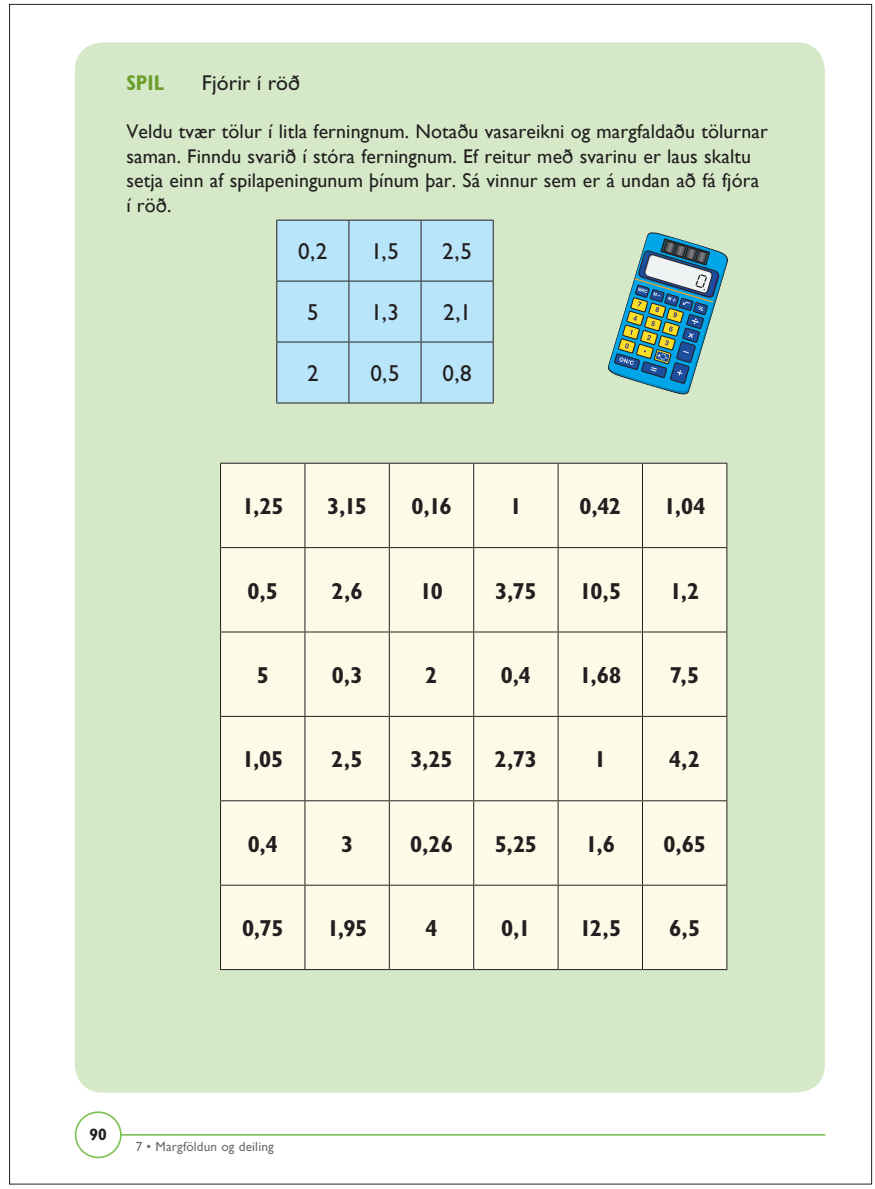
Leikmaður býr til töluna 12 og krossar yfir hana. Hann fær þá 3 stig: eitt stig fyrir reitinn með tölunni 12, annað stig fyrir töluna 6 sem er við hliðina á 12 og 1 stig fyrir að reiturinn 17 og 12 tengjast á hornunum.

Viðfangsefni

- Margföldun tugabrota
- Upprifjun á efni kaflans

Búnaður

- Vasareiknir, kubbar



SPIL Fjórir í röð

Veldu tvær tölur í litla ferningnum. Notaðu vasareikni og margfaldaðu tölurnar saman. Finndu svarið í stóra ferningnum. Ef reitur með svarinu er laus skaltu setja einn af spilapeningunum þínum þar. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð.

0,2	1,5	2,5
5	1,3	2,1
2	0,5	0,8

1,25	3,15	0,16	1	0,42	1,04
0,5	2,6	10	3,75	10,5	1,2
5	0,3	2	0,4	1,68	7,5
1,05	2,5	3,25	2,73	1	4,2
0,4	3	0,26	5,25	1,6	0,65
0,75	1,95	4	0,1	12,5	6,5

90 7 • Margföldun og deiling

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 90

Fjórir í röð (spil)

Búnaður: Vasareiknir, spilapeningar í tveimur litum.

Spilið er fyrir tvo leikmenn sem spila hvor gegn öðrum, eða fyrir fjóra leikmenn þar sem tveir leika saman gegn hinum tveimur, þ.e. par gegn pari. Hvert par þarf vasareikni og spilapeninga í tveimur litum. Hægt er að ljósrita blaðsíðuna þannig að leikmenn geti litað í reitina með litunum sínum.

Leikmenn velja til skiptis tvær tölur í bláa ferningnum og margfalda þær saman með vasareikni. Ekki má skipta um tölu eftir að búið er að margfalda.

Ef reitur með svarinu er laus leggur leikmaðurinn spilapening í sínum lit á reitinn. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð. Smám saman munu margir leikmenn átta sig á að það borgar sig að hugsa fyrir fram hvaða tölur er best að velja til að fá tölu á spilaborðinu sem þeir sækjast eftir. Ef leikmanni hefur tekist að fá þrjár tölur í röð vill hann að sjálfsögðu fá þá fjórðu í röðinni. Segjum að í þeim reit standi 0,4. Þá þarf leikmaðurinn að velja tvær tölur sem hann heldur að margfaldaðar saman séu 0,4. Sá sem getur séð það fyrir sér, áður en hann velur tölurnar tvær, hefur allmikið forskot.

Best er ef nemendur geta spilað spilið nokkrum sinnum. Þá munu þeir öðlast staðreyndaþekkingu sem nýtist í margföldun tugabrota. Miklu skiptir að nemendur fái reynslu af því að margfalda með tölum sem eru minni en 1.

Svarið við dæminu 5 • 0,8 er 4 en það undrast nemendur mjög í byrjun. Ástæðan er að þeir eru vanir að nota aðeins heilar tölur og reynsla þeirra er sú að svörin í margföldunardæmi séu alltaf stærri en tölurnar sem margfaldaðar eru saman.

▶ Bls. 91

Upprifjun

Mælt er með að upprifjunin eigi sér stað sameiginlega með allri bekkjardeildinni. Kennari ræðir við nemendur um hvað fengist hefur verið við í þessum kafla, hvað þeir kunnu fyrir og hvað þeir hafa lært af kaflanum.

Auðveldari verkefni

Á verkefnablöðum 6.44–6.46 (*Fjórir í röð 1–3 – tugabrot*) í verkefnahefti Stiku 2a eru einfaldari afbrigði af spilinu á bls. 90. Í þeim eiga nemendur að margfalda tugabrot aðeins með heilli tölu.

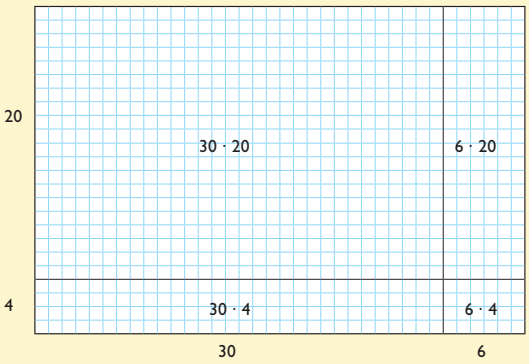
Erfiðari verkefni og raunverkefni

Þrautalausnir

Nemendur, sem ráða bæði við margföldun og deilingu, þurfa að fá tækifæri til að spreyta sig á samsettum þrautalausnum. Á eftirfarandi verkefnablöðum er slíkar þrautir að finna: 5.40a–5.42 (*Hve mikið af ávöxtum?, Er þitsa afgangs?, Tjaldferð* og *Sléttar tölur – oddatölur*), 5.54–5.60 (*Upp á toppinn, Kínamúrinn, Anakondaslangan, Peningagátur, Sparnaður, Sælgætið hennar ömmu* og *Gátur um sælgæti og bakpoka*), öll í

Margföldun

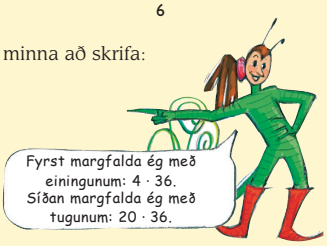
Þegar við margföldum saman tveggja stafa tölur, til dæmis 36 · 24, skiptum við tölunum upp. Rúðunetið sýnir hvaða margföldunardæmi þarf að leysa:



6 · 4 = 24
30 · 4 = 120
6 · 20 = 120
30 · 20 = 600
36 · 24 = 864

Með þessari aðferð er minna að skrifa:

2
36 · 24
144
720
864

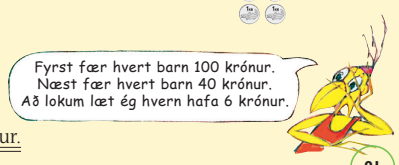


Deiling

Þegar við skiptum stórum upphæðum skráum við jafnóðum hvað hver fær og hve mikið er eftir til skiptanna.

Þrjú börn eiga að skipta 438 krónum á milli sín.
Hvað fær hvert barn?

438 : 3 =
300 100
138
120 + 40
18
18 + 6
0 146



Hvert barn fær 146 krónur.

91

verkefnahefti Stiku 1a, einnig á verkefnablöðum 5.184–5.189 (*Heilabrot 2–3* og *Orðadæmi 1–4*) og 5.194 (*Heilabrot um tölur*), öll í verkefnahefti Stiku 1b og loks 6.117–6.122 (*Þrautir 1–6*).

Dulmál í margföldun

Verkefnablað 6.47 (*Dulmál í margföldun*) í verkefnahefti Stiku 2a hentar vel til að æfa margföldun tugabrota. Nemendur leysa margföldunardæmin þrjú og leggja saman svörin í reitunum þremur. Tölunni skal nú breytt í bókstaf samkvæmt kerfi sem birt er neðst á blaðsíðunni og þannig leysist dulmálið.

Viðfangsefni

- Þáttun
- Margföldun og deiling tveggja, þriggja og fjögurra stafa talna, einnig tugabrota
- Verkefni úr daglegu lífi

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 92 Próf

Nr. 1
Nemendur finna alla þætti talnanna.

Nr. 2–4
Nemendur reikna dæmin í huganum.

Nr. 5–6
Nemendur reikna dæmin í huganum. Þeir finna hvaða tala x getur verið til að margföldunardæmin verði rétt.

Nr. 7–9
Nemendur reikna með aðferðum sem þeir kjósa en rétt er að hvetja þá til að skrifa útreikningana niður þannig að auðvelt sé að sjá hvernig þeir reiknuðu dæmin.

Nr. 10–11
Nemendur geta einnig hér reiknað með aðferðum sem þeir kjósa en rétt er að hvetja þá til að skrifa útreikningana niður þannig að auðvelt sé að sjá hvernig þeir reiknuðu dæmin.

▶ Bls. 93 Próf (framhald)

Nr. 12
Nemendur skrá dæmin sem deilingardæmi, reikna þau og skrá svörin.

Nr. 13
Nemendur reikna með aðferðum sem þeir kjósa en rétt er að hvetja þá til að skrifa útreikningana niður þannig að auðvelt sé að sjá hvernig þeir reiknuðu dæmin.

Nr. 14
Nemendur skrifa hve margir tugir eru í hverri tölu. Kennari þarf að gera nemendum ljóst að ekki er einungis átt við tölustafinn í tugasætinu heldur hve margir tugirnir eru samtals í tölunni allri. Svarið við b-lið er því 31 tugur.

Nr. 15
Nemendur skrifa hve mörg hundruð eru í hverri tölu.

Nr. 16
Nemendur skipta aðgöngumiðunum jafnt milli sex liða.

Nr. 17
Nemendur nota upplýsingarnar í textanum til að leysa verkefnin. Í a-lið þurfa nemendur að deila með 6 í 90 til að finna fjölda kílómetra sem Oddur hleypur á 1 ½ klukkustund. Í b-lið þarf að margfalda 6 með 42 til að finna tímann sem hann notar í einu maraþoni. Gott er að nemendur breyti tímanum í klukkustundir og mínútur.

Nr. 18
Nemendur finna kostnaðinn, sem Máni mun greiða af áskrift að hverjum tölvuleikjanna þriggja. Best er að byrja á að reikna hve marga mánuði Máni ætlar að spila, þ.e. hvað eru 42 vikur margir mánuðir. Hér er miðað við að 4 vikur séu í mánuði: 42 : 4 = 10,5 mánuðir. Máni ætlar að spila tölvuleik í 10 ½ mánuð.

Fyrir tölvuleik A þarf Máni að greiða a.m.k. 12 mánaða áskrift og svarið verður þá 12 • 395 = 4.740 kr.

Verðið fyrir tölvuleik B miðast við áskrift í a.m.k. 1/3 ár en 1/3 ár eru 12 : 3 = 4 mánuðir; 2/3 ár eru þá 8 mánuðir þannig að það dugar ekki ef Máni ætlar að spila í 10 ½ mánuð. Hann verður því að kaupa áskrift allt árið, þ.e. 12 • 425 kr. = 5.100 kr.

Próf

1 Finndu þættina í þessum tölum.

a 8 **b** 17 **c** 33 **d** 41 **e** 13 **f** 21 **g** 35 **h** 50

Reiknaðu dæmin.

2 **a** 3 · 10 **b** 5 · 20 **c** 6 · 30 **d** 10 · 7 **e** 20 · 6 **f** 40 · 4

3 **a** 4 · 100 **b** 6 · 200 **c** 8 · 400 **d** 100 · 11 **e** 200 · 8 **f** 500 · 10

4 **a** 6 · 1000 **b** 6 · 2000 **c** 5 · 4000 **d** 1000 · 15 **e** 3000 · 4 **f** 6000 · 8

Hvaða tölu táknar x?

5 **a** $3 \cdot x = 24$ **b** $x \cdot 5 = 45$ **c** $x \cdot 10 = 60$ **d** $9 \cdot 200 = x$ **e** $x \cdot 200 = 1200$ **f** $x \cdot 6 = 300$

6 **a** $8 \cdot x = 56$ **b** $x \cdot 9 = 36$ **c** $x \cdot 30 = 3000$ **d** $4 \cdot 2000 = x$ **e** $500 \cdot x = 2000$ **f** $x \cdot 8 = 640$

Reiknaðu dæmin.

7 **a** 12 · 8 **b** 15 · 6 **c** 25 · 5 **d** 134 · 4

8 **a** 14 · 12 **b** 23 · 17 **c** 25 · 26 **d** 30 · 27

9 **a** 1,7 · 3 **b** 1,6 · 5 **c** 2,4 · 6 **d** 6,7 · 8

Reiknaðu dæmin.

10 **a** 136 : 4 **b** 185 : 5 **c** 465 : 3 **d** 900 : 6

11 **a** 252 : 3 **b** 260 : 5 **c** 616 : 4 **d** 1000 : 7

92 7 • Margföldun og deiling

12 Búðu til deilingardæmi og reiknaðu þau.
Hve oft

a ganga 3 upp í 54? **c** ganga 4 upp í 348?

b ganga 5 upp í 115? **d** ganga 6 upp í 756?

13 Reiknaðu dæmin.

a 14,8 : 2 **b** 17,4 : 2 **c** 22,5 : 3 **d** 23,2 : 4

14 Finndu hve margir tugir eru í

a 80 **b** 310 **c** 1250

15 Finndu hve mörg hundruð eru í

a 900 **b** 4600 **c** 20 000

16 Á fótboltamóti á að skipta 750 boðsmiðum milli sex íþróttafélaga. Hve marga miða fær hvert félag?

17 Oddur hleypur á jöfnum hraða. Hann er 6 mínútur að hlaupa einn kílómetra.

a Hve marga kílómetra hleypur hann á $1\frac{1}{2}$ klukkustund (90 mínútum)?

b Hve lengi er hann að hlaupa maraþon (42 km) ef hann heldur þessum hraða?

Áskrift að tölvuleikjum

Tölvuleikur A, 1 ár: 395 kr. á mánuði

Tölvuleikur B, $\frac{1}{3}$ ár: 425 kr. á mánuði

Tölvuleikur C, kort tíu skipti: 1200 kr.

18 Máni ætlar að kaupa áskrift að tölvuleik. Hann ákveður að spila einu sinni í viku í 42 vikur.
Hvað þarf hann að borga fyrir hvern tölvuleik, A, B og C?

Fyrir tölvuleik C borgar Máni 1200 kr. fyrir kort með 10 skiptum. Hann ætlar að spila einu sinni í viku í 42 vikur, þ.e. hann ætlar að spila 42 skipti. Ekki nægir að hann kaupi fjögur kort með 10 skiptum þannig að hann þarf að kaupa fimm kort: 5 • 1200 kr. = 6000 kr.

Auðveldari verkefni

Prófið getur verið of viðamikið fyrir einhverja nemendur. Kennari metur hvort láta eigi þessa nemendur sleppa tveimur síðustu dæmunum í hverju verkefni. Þetta eru erfiðustu dæmin. Einnig má fara þá leið að láta nemendur, sem eiga í vandræðum með prófið, aðeins vinna blaðsíðu 92. Einnig þarf að láta nemendur, sem þess þurfa, nota áþreifanleg hjálpargögn í prófinu.

Nemendur, sem áttu erfitt með að leysa prófið, snúa sér í framhaldinu að æfingasíðu 1 á bls. 94. Þar næst taka þeir fyrir þær blaðsíður í æfingaheftinu, sem vísað er til, ellegar snúa sér að æfingasíðu 2, bls. 95.

Erfiðari verkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta haldið áfram á æfingasíðu 2 og 3 á bls. 95 og 96, og síðan tekið fyrir blaðsíðurnar í æfingaheftinu sem vísað er til. Ef æfingaheftin eru ekki tiltæk geta þessir nemendur snúið sér að Geturðu þetta?-blaðsíðunni, bls. 97, eða unnið einhver raunverkefnin sem gerð er tillaga um fyrr í þessum kafla.

Raunverkefni

Þættir á fullri ferð í hundraðtöflu

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 5.179 (*Hundraðtafla*) í verkefnahefti Stiku 1b).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvor þeirra þarf spilapeninga í sínum lit. Leikmaður 1 velur slétta tölu á spilaborðinu (hundraðtöflunni) sem hann annaðhvort krossar yfir eða leggur spilapening í sínum lit á. Leikmaður 2 verður að velja tölu sem er annaðhvort þáttur í fyrstu tölunni eða margfeldi af henni.

Dæmi:
Leikmaður 1 velur töluna 18. Þá getur leikmaður 2 valið einhverja af eftirfarandi tölum:
Þættir í 18: 1, 2, 3, 6, 9 og 18.
Margfeldi af 18: 36 (2 • 18), 54, 72, 90.
Leikmaðurinn getur valið allar þessar tölur nema 18 þar sem búið er að velja hana.

Sá tapar sem er fyrri til að komast í þá stöðu að geta ekki krossað yfir neina tölu á spilaborðinu.

Annað dæmi:
Leikmaður velur 49 (sem er þáttur í 98). Ef búið er að krossa yfir 1, 7 og 98 getur hinn leikmaðurinn ekki krossað yfir neina tölu sem er annaðhvort þáttur í 49 eða margfeldi af henni. Hann tapar því spilinu.

Einfaldara afbrigði af spilinu er að nota spilaborðið aðeins upp í 40 eða 50 í stað þess að nota það alveg upp í 100.

Viðfangsefni

- Margföldun og deiling tveggja, þriggja og fjögurra stafa talna
- Tengsl margföldunar og deilingar
- Verkefni úr daglegu lífi

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 94 Æfingasíða 1

Nr. 7.105
Nemendur reikna út hve miklir peningarnir eru alls.

Nr. 7.106
Nemendur skipta tölunum í tugi og einingar. Síðan margfalda þeir tugina fyrir sig með hinum þættinum og einingarnar sömuleiðis. Að lokum leggja þeir svörin úr þessum margföldunardæmum saman til að finna margfeldið. Nemendur þurfa að skrifa þetta skýrt og skilmerkilega upp, t.d. (b-liður):

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 7 = 14 \\ 10 \cdot 7 = 70 \\ \hline 12 \cdot 7 = 84 \end{array}$$

Nr. 7.107–7.110
Nemendur reikna dæmin. Þeir skipta tölunum eins og áður í tugi og einingar. Þeir geta notað þá aðferð sem þeir kjósa, sjá neðra sýnidæmið á bls. 72.

Nr. 7.111
Nemendur reikna út hvaða tölu x táknar. Nemendur rannsaka hvort x tákni virkilega sömu tölu í öllum dæmunum þremur í hverju verkefni.

▶ Bls. 95 Æfingasíða 2

Nr. 7.112
Nemendur reikna dæmin, gjarnan með aðferðinni sem sýnir tölurnar að fullu, þ.e. þar sem tíundu hlutarnir eru margfaldaðir fyrir sig og síðan einingarnir. Nemendur, sem hafa náð fullu valdi á hinni hefðbundnu reikningsaðferð, geta notað hana.

Nr. 7.113–7.115
Nemendur reikna dæmin og nota aðferðina sem sýnd var fyrr í kaflanum. Þannig geta þeir skipt tölunni eins og þeir vilja en þess þarf að gæta að skrá skiptinguna skilmerkilega niður jafnóðum.

Nr. 7.116–7.117
Nemendur reikna eins mörg dæmanna og þeir geta í huganum. Afganginn af dæmunum reikna þeir með vasareikni. Mikilvægt er að nemendum sé ekki kennd regla eins og „að flytja kommuna“ heldur sé stefnt að því að þeir skilji hvers vegna mynstrið er eins og raun ber vitni: Að margfalda með 10 gerir það að verkum að einingar verða að tugum, tugirnir verða að hundruðum o.s.frv. en ef deilt er með 10 gerist einmitt hið gagnstæða.

Nr. 7.118
Nemendur nota upplýsingarnar í textanum til að finna hve mörg skref Birna gengur á einni viku. Hér þarf að margfalda 4500 með 7. Best er að skipta tölunni upp og reikna fyrst 7 • 4000, síðan 7 • 500 og leggja síðan saman svörin.

Nr. 7.119
Nemendur finna fjölda skrefa sem Geir þarf að ganga á dag til að þau verði 50 000 á einni viku. Deilinguna má framkvæma á mismunandi vegu. Það er ekki tekið sérstaklega fram að Geir gangi jafn langt á hverjum degi. Geir dreifir mismuninum á skrefafjölda daganna nokkuð jafnt yfir vikudagana. Nemendur hljóta því að geta samþykkt að hann gengur t.d. 7000 skref á virkum dögum og laugardegi en 8000 skref á sunnudögum.

Nr. 7.120
Nemendur finna hvað Elsa gengur mörg skref að og frá skóla á 20 dögum. Þetta dæmi má leysa á

Æfingasíða 1

Reiknaðu dæmin.

7.105
a 20 · 4
b 30 · 5
c 20 · 8
d 40 · 4

7.106 Skiptu tveggja stafa tölunum í tugi og einingar og reiknaðu síðan.

a 13 · 4	**c** 14 · 6	**e** 50 · 4	**g** 60 · 3
b 12 · 7	**d** 21 · 5	**f** 50 · 6	**h** 80 · 5

Reiknaðu dæmin.

7.107 **a** 21 · 3 **b** 23 · 4 **c** 27 · 4 **d** 5 · 26

7.108 **a** 15 · 3 **b** 13 · 5 **c** 18 · 6 **d** 4 · 19

7.109 **a** 25 · 4 **b** 22 · 5 **c** 26 · 7 **d** 6 · 28

7.110 **a** 34 · 3 **b** 33 · 5 **c** 38 · 6 **d** 8 · 35

7.111 Hvaða tölu táknar x?

a $x \cdot 4 = 44$ → $44 : 4 = x$, $44 : x = 4$
b $x \cdot 3 = 120$ → $120 : 3 = x$, $120 : x = 3$
c $5 \cdot x = 100$ → $100 : 5 = x$, $100 : x = 5$
d $7 \cdot x = 350$ → $350 : 7 = x$, $350 : x = 7$

94 7 • Margföldun og deiling ÆFINGAHEFTI 2b BLS. 41–44

Reiknaðu dæmin.

7.112 **a** 1,8 · 2 **c** 2,8 · 4 **e** 1,4 · 3 **g** 6,3 · 6
b 2,1 · 3 **d** 3,5 · 4 **f** 3,9 · 4 **h** 8,7 · 5

7.113 **a** 81 : 3 **c** 444 : 3 **e** 165 : 3 **g** 858 : 6
b 136 : 4 **d** 420 : 5 **f** 228 : 4 **h** 301 : 7

7.114 **a** 248 : 5 **c** 500 : 3 **e** 882 : 4 **g** 544 : 8
b 361 : 6 **d** 937 : 5 **f** 616 : 7 **h** 1000 : 6

7.115 **a** 16,8 : 3 **c** 14,8 : 4 **e** 33,6 : 4 **g** 50,1 : 3
b 37,4 : 2 **d** 23,7 : 3 **f** 37,5 : 5 **h** 62,4 : 6

Reiknaðu í huganum dæmin sem þú getur. Leystu hin með vasareikni.

7.116 **a** 10 · 46 **c** 81 · 100 **e** 34 · 20 **g** 73 · 30
b 128 · 10 **d** 100 · 105 **f** 84 · 20 **h** 27 · 50

7.117 **a** 620 : 10 **c** 290 : 10 **e** 460 : 20 **g** 850 : 50
b 62 : 10 **d** 29 : 10 **f** 380 : 20 **h** 1200 : 200

7.118 Birna fór einn daginn í göngu með skrefateljara. Þann dag gekk hún 4500 skref.
Hve mörg skref gengur hún á viku ef hún gengur jafn langt á hverjum degi?

7.119 Geir gengur líka með skrefateljara. Hann ætlar að ganga 50 000 skref á einni viku. Hve mörg skref þarf hann að ganga á hverjum degi?

7.120 Elsa gengur um það bil 1800 skref í skólann og jafn mörg skref heim aftur.
Hve mörg verða skrefin á einum mánuði (20 skóladögum)?

ÆFINGAHEFTI 2b BLS. 45–55

95

mismunandi vegu. Fljótlegast er líklega að tvöfalda 1800 tvisvar: Fyrst upp í 3600 og síðan upp í 7200. Þar með er búið að finna hve mörg skref hún gengur á tveimur dögum. Síðan má margfalda þann fjölda með 10.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota rúðunet en einnig má nota peninga til að gera dæmin áþreifanleg. Þá er tveggja stafa tölunni skipt í tíkalla og krónupeninga, tugirnir margfaldaðir fyrir sig og síðan krónupeningarnir. Ef þessi opna er of erfið fyrir einhverja nemendur er hér mælt með að þeir vinni einhver raunverkefnanna, sjá kaflann Raunverkefni hér á eftir.

Skurðpunktar í litum

Búnaður: Pappír og litblýantar.

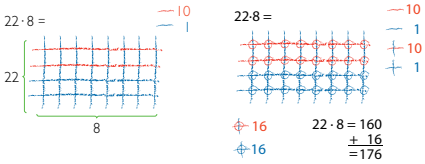
Hér er á ferðinni auðveld aðferð til að margfalda tveggja stafa tölu.

Tugirnir fá einn lit og einingarnar annan. Á myndinni hér á eftir eru tugirnir rauðir og einingarnar bláar. Myndin sýnir dæmið 8 • 22. Lóðrétt eru dregin átta blá strik til að tákna einingarnar 8. Til að tákna töluna 22 eru dregin lárétt tvö rauð strik til að tákna tvo tugi og tvö blá strik þar undir til að tákna einingarnar tvær. Þar næst skal telja skurðpunktana.

Skurðpunktur úr bláum og rauðum strikum táknar tug.

Skurðpunktur úr tveimur bláum strikum táknar einingu.

Ef margfalda hefði átt saman tvær tveggja stafa tölur hefðu myndast skurðpunktar úr tveimur rauðum strikum sem hefðu þá táknar hundrað.



Erfiðari verkefni

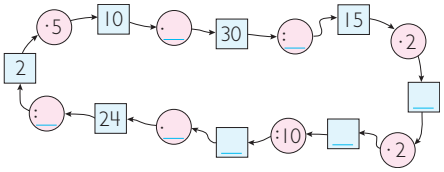
Þrautalausnir

Margar góðar og ögrandi þrautir eru á verkefnablöðum 5.40a–b og 5.41 (*Hve mikið af ávöxtum?, Er þitsa afgangs?* og *Tjaldferð*), 5.54–5.61 (*Upp á toppinn, Kínamúrinn, Anakondaslangan, Peningagátur, Sparnaður, Sælgætið hennar ömmu, Gátur um sælgæti og bakpoka* og *Lestin*), öll í verkefnahefti Stiku 1a, einnig 5.184–5.189 (*Heilabrot 2–3* og *Orðadæmi 1–4*), 5.194 (*Heilabrot um tölur*) í verkefnahefti Stiku 1b, og loks 6.115–6.120 (*Frumtöluhringurinn, Skrifleg margföldun 1–2* og *Þrautir 1–6*).

Raunverkefni

Dæmahringbrautir

Nemendur búa til eigin dæmahringbrautir fyrir bekkjarfélagana í stíl við þá sem sýnd er á myndinni hér á eftir. Hringbrautirnar mega ekki hafa hærri tölu í byrjunarreitnum en 100. Hærri tölur má nota seinna fyrir nemendur sem geta spreytt sig á erfiðari verkefnum.



Á verkefnablöðum 5.45 (auðveldari) og 5.46 (erfiðari) (*Dæmahringbrautir 1* og *2*) í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri sams konar dæmahringbrautir.

Búa til ferninga (spil)

Búnaður: Punktablað með punktum með 3ja cm millibili. Deilingardæmi eru skráð milli fjögurra punkta. Nota má verkefnablað 5.47 og 5.48 (*Búa til ferninga 1* og *2*) í verkefnahefti Stiku 1a, þar sem búið er að skrifa deilingardæmin í bilin, eða verkefnablað 5.49 (*Punktablað*) í sama verkefnahefti þar sem bilin milli punktanna eru tóm.

Verkefnablöðin hafa því að geyma tvö misþung afbrigði af spilinu.

Leikmenn, 2–3 í hópi, draga strik milli tveggja punkta á blaðinu til skiptis. Sá sem dregur síðasta strikið kringum deilingardæmi (býr til ferning) reiknar dæmið inni í ferningnum. Ef svarið verður rétt má leikmaðurinn lita reitinn í sínum lit. Sá vinnur sem á flesta reiti í lokin.

Viðfangsefni

- Margföldun tveggja og þriggja stafa talna

Búnaður

- Vasareiknir

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 96 Æfingasíða 3

Nr. 7.121

Í a- og b-lið: Nemendur finna fjölda reita í rúðunetunum. Þeir skipta rúðunetunum að vild. Ef einhverjir skipta öðruvísi en í tugi og einingar er rétt að þeir beri aðferðir sínar saman við aðferðir nemenda sem skipta í tugi og einingar.

Í c-lið: Nemendur reikna svörin í hverju dæmapari.

Í d-lið: Nemendur lýsa mynstrinu sem kemur fram í a-, b- og c-lið. Þeir reikna fyrst fjölda reita (eða flatarmálið) í ferningi. Því næst er reiknaður fjöldi reita í rétthyrningi þar sem raðirnar eru einni fleiri og dálkarnir einum færri en í ferningnum. Þá verða reitirnir alltaf einum færri.

Líklega er auðveldast að sýna fram á þetta með rúðuneti. Maður tekur ílanga rétthyrninginn og reynir að breyta honum í ferning. Á myndinni efst á blaðsíðunni er hægt að gera þetta með því „að klippa“ neðstu röðina af rétthyrningnum. Þá verður hann með jafn margar raðir og ferningurinn. En röðin, sem klippt er af, verður alltaf einum reit styttri en tilsvarandi dálkur í ferningnum. Þess vegna verður rétthyrningurinn alltaf með einum reit minna en ferningurinn.

Nr. 7.122

Nemendur finna tvær tölur, eina í hvorum kassa, sem margfaldaðar saman gefa margfeldi sem spurt er um.

▶ Bls. 97 Geturðu þetta?

Nr. 7.123

Nemendur nota tölustafi í talnaskýinu og búa til tölur sem uppfylla skilyrðin í hverju verkefni a–f. Aðeins má nota hvern tölustaf einu sinni. Nemendur mega nota vasareikni við útreikningana.

Nr. 7.124–7.125

Nemendur lesa textann vandlega til að setja sig inn í þrautirnar. Þeir þurfa að fá nógan tíma til að finna með hvaða aðferð þeir vilja leysa þær. Kennari gætir þess að halda sig til hlés með að veita hjálp sem leitt getur til lausnar. Besta hjálpin – að minnsta kosti í byrjun – er að hjálpa nemendum að skilja þessi verkefni úr hversdagslífinu. Síðan má gefa þeim vísbendingar, t.d.:

- *Ef báðir strætóarnir fara fram hjá klukkan 9, hvenær mun þá leið 50 fara næst fram hjá? (Kl. 9:08.)*
- *Geturðu teiknað þér til hjálpar?*
- *Geturðu kannað hvenær leiðirnar tvær fara fram hjá húsi Egils? Geturðu gert það á skipulegan hátt?*
- *Getur verið sniðugt að skrá tölurnar í töflu?*

En fyrst og fremst skiptir máli að nemendur fái nægan tíma til að prófa sig áfram á eigin spýtur. Því er rétt að hvetja þá áfram til að þeir gefist ekki upp of fljótt. Varðandi dæmi 7.125 má benda nemendum á að búa til töflu yfir tímasetningar hverrar leiðar.

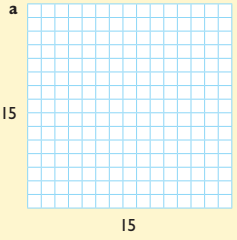
Auðveldari verkefni

Best er að nemendur geti hjálpast að við þessi verkefni. Það mun ýta undir stærðfræðilegar umræður og skilning. Í verkefni 7.123 munu nemendur að líkindum í upphafi hreinlega prófa sig áfram en gott er ef þeir byrja – eftir því sem á verkefnið líður – á því að meta niðurstöðurnar áður en þeir gera tilraunir með tölur á vasareikninum.

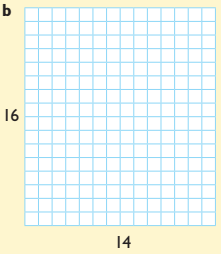
Æfingasíða 3

7.121 Hve margir reitir eru í hvoru rúðuneti?

a



b

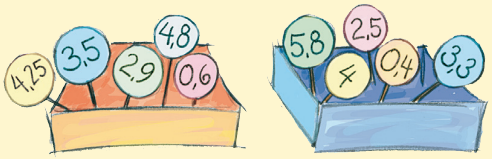


c Reiknaðu dæmin.

A	B	C
13 · 13 12 · 14	24 · 24 23 · 25	46 · 46 45 · 47

d Lýstu mynstrinu sem kemur í ljós. Rökstyddu hvers vegna mynstrið er rétt.

7.122 Veldu eina tölu úr hvorum kassa og búðu til margföldunardæmi sem passa við lýsingarnar hér á eftir.



a Margfeldi talnanna er 8,75.

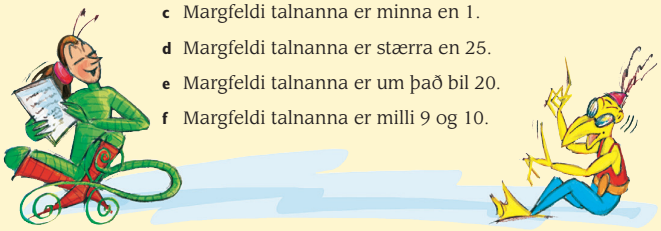
b Margfeldi talnanna er 17.

c Margfeldi talnanna er minna en 1.

d Margfeldi talnanna er stærra en 25.

e Margfeldi talnanna er um það bil 20.

f Margfeldi talnanna er milli 9 og 10.



96 7 • Margföldun og deiling ÆFINGAHEFTI 2b BLS. 48–55

Geturðu þetta?

7.123 Notaðu þessa tölustafi og búðu til dæmi eins og lýst er hér á eftir. Notaðu vasareikni. Aðeins má nota hvern tölustaf einu sinni í hverju dæmi.

a Margfeldi eins stafs tölu og tveggja stafa tölu er 126.

b Margfeldi þriggja stafa tölu og eins stafs tölu er 2728.

c Margfeldi tveggja stafa tölu og þriggja stafa tölu er milli 13 000 og 14 000.

d Þegar deilt er í tveggja stafa tölu með eins stafs tölu verður svarið 26.

e Þegar deilt er í þriggja stafa tölu með tveggja stafa tölu verður svarið milli 5 og 6.

f Þegar deilt er í tveggja stafa frumtölu með annarri tveggja stafa frumtölu verður svarið um það bil 5.

7.124 Leið 50 fer fram hjá húsi Egils 8. hverja mínútu.
Leið 60 fer fram hjá húsinu hans 12. hverja mínútu.
Klukkan 9:00 fara báðir vagnarnir fram hjá húsinu.
Hvenær gerist það næst?

7.125 Á skiptistöð vagnanna gerist þetta: Leið 70 kemur 20. hverja mínútu. Leið 80 kemur 15. hverja mínútu og leið 90 kemur 18. hverja mínútu. Nú er klukkan 18:00 og allar leiðirnar þrjár koma einmitt núna.

a Hvenær koma tveir af vögnunum þremur næst á sama tíma?

b Hvenær koma allir vagnarnir þrír næst á sama tíma?

Slíkt mat er gott að gera með bekkjarfélaga frekar en að hugsa allt á eigin spýtur.

Varðandi dæmi 7.125 má benda nemendum á að búa til tímatöflu yfir leiðirnar, t.d.:

Leið 70 á 20. mín. fresti	Leið 80 á 15. mín. fresti	Leið 90 á 18 mín. fresti
Kl.	Kl.	Kl.
18:00	18:00	18:00
18:20	18:15	18:18
18:40	18:30	18:36
19.00	18:45	18:54

o.s.frv.

Ef nemendur halda áfram með töfluna munu þeir komast að raun um að tvær leiðanna (þ.e. leið 70 og leið 80) eru á skiptistöðinni kl. 19 og allar leiðirnar eru þar kl. 21.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Fleiri talnaþrautir

Á verkefnablöðum 5.57 (*Peningagátur*) í verkefnahefti Stiku 1a og 6.13–6.15 (*Hvaða tölu hugsa ég mér?, Hverjar eru tölurnar tvær?* og *Talnalínur*) í verkefnahefti Stiku 2a eru margar svipaðar talnaþrautir.

Fleiri spil

Fyrr í þessum kafla hafa mörg spil og raunverkefni verið kynnt til sögunnar. Gagnlegt er að taka einhver þeirra fyrir nokkrum sinnum. Til upprifjunar fer hér á eftir yfirlit yfir nokkur þessara spila:

Margföldun og deiling með tölunum 1–10

Margföldunarbingó, sjá bls. 67.
Veiða tölur, sjá bls. 89
Búa til ferninga, sjá bls. 95

Margföldun og deiling með tveggja stafa tölum

Að tvöfalda og helminga þættina, sjá bls. 69
Að margfalda með 10, 100 og 1000, sjá bls. 71
Kapphlaup með afgöngum – með spjöldum, sjá bls. 77

Þáttun

Frumtöluhringurinn, sjá bls. 71
Á frumtöluveiðum, sjá bls. 75
Frumtöluspilið, sjá bls. 80–81
Þættir á fullri ferð, sjá bls. 81
Þættir á fullri ferð í hundraðtöflu, sjá bls. 93

Margföldun og deiling tugabrota

Margföldunarhark, sjá bls. 83
Tugabrotabingó – deiling með 10, sjá bls. 85
Um það bil 100, sjá bls. 89

Hugmyndir og athugasemdir

8 Hnitakerfi og hlutföll

Þessi kafli skiptist í tvo hluta. Í þeim fyrri læra nemendur um staðsetningu og hreyfingu á korti og í hnitakerfi. Um er að ræða kort þar sem tilvísun á við reiti en aðaláherslan er á hnitakerfi þar sem tilvísun (hnit) á við punkt. Nemendur læra að lesa af og staðsetja punkta í hnitakerfi, m.a. með því að spegla punkta um annan ásinn. Þeir læra einnig að reikna fjarlægðir milli punkta sem eru jafn langt frá öðrum ásnum í hnitakerfinu. Enn fremur læra þeir að lýsa hreyfingu í hnitakerfi sem felst í hliðrun meðfram x-ásnum og y-ásnum.

Í síðari hluta kaflans kynnast nemendur hlutfallareikningi í tengslum við ýmis atriði úr daglegu lífi, t.d. hraða, mælikvarða, safablöndu, kílóverð og erlendan gjaldeyri. Nemendur læra að margfalda eða deila með hlutfallstölu til að finna óþekkta stærð.

Viðfangsefni

- Algild og afstæð staðsetning á korti
- Mælikvarði á landakorti

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 98

Samræðumynd

- *Til hvers notum við landakort? (Það gefur yfirlit yfir landsvæði. Við viljum t.d. vita hvar við erum stödd eða hvert ferðinni er heitið ef við erum í fjallgöngu, erum í ókunnri borg eða í stórum garði.)*
- *Eru notuð kort þegar maður ferðast á sjó? (Já, þá eru notuð sjókort.)*
- *Hvernig er hægt að finna bát eða skip sem er í nauðum statt? (Áhöfnin þarf að gefa upp tilvísun í reit á korti, þ.e. í staðinn sem báturinn er á – annars yrði mjög erfitt að finna hann).*
- *Munið þið hvað átt er við tilvísun í reit á korti? (Það eru bókstafir og númer á jöðrum kortsins sem segja til um hvar reiturinn er.)*
- *Getið þið vísað í reitinn á kortinu þar sem Ósló er? (B2.)*

Við kortið eru bókstafir og tölur með fram jöðrunum. Það er nokkuð misjafnt við hvorn jaðarinn tölurnar eða bókstafirnir eru því röðin skiptir ekki miklu máli þar sem ekki er hægt að misskilja merkingarnar. Rétt er að nemendur byrji á að gefa fyrst upp táknin sem liggja með fram lárétta jaðrinum til að undirbúa aflestur í hnitakerfi þar sem röðin skiptir máli.

Kennari rifjar upp með nemendum hvernig við vísum í reiti, þ.e. með bókstaf og tölu þar sem táknið meðfram x-ásnum er nefnt fyrst.

Nemendur nota rúðunetið á kortinu til að lýsa því hvar hinir ýmsu staðir á kortinu eru.

- *Hvaða eyjar eru er í reit C3? (Álandseyjar og Gotland.)*
- *Getið þið fundið einn eða fleiri bæi í reit A2. (T.d. Kristiansand og Stavanger.)*

Hér er um að ræða algilda tilvísun í reit á korti. Þá eru staðirnir staðsettir með hliðsjón af föstum merkingum á jöðrum kortsins. Hin leiðin er að lýsa staðsetningunni með því að nota afstæða tilvísun. Þá eru staðirnir staðsettir með hliðsjón af öðrum stöðum á kortinu, sbr. verkefni 8.2, bls. 99. Fjallað verður um afstæðar tilvísanir í tengslum við hnitakerfi á bls. 107–109 sem er undanfari umfjöllunar um vektora.

Kortið er teiknað í mælikvarðanum 1 : 8 000 000. Kennari rifjar upp með nemendum að það þýði að 1 cm á kortinu tákni 8 000 000 cm í raunveruleikanum sem samsvarar 80 km.

8.1 Í hvaða reit er

a Stokkhólmur? **b** Helsinki? **c** Ósló? **d** Kaupmannahöfn? **e** Kristiansand? **f** Álaborg?

8.2 Finndu borg á kortinu sem er

a einum reit fyrir norðan Óðinsvé

b einum reit fyrir sunnan Helsinki

c tveimur reitum fyrir austan Ósló

8.3 Notaðu merkingarnar á jöðrum kortsins til að lýsa hvar þessar eyjar eru:

a Borgundarhólmur **b** Fjón **c** Álandseyjar

8.4 Notaðu merkingarnar á jöðrum kortsins til að lýsa hvar þessir staðir eru:

a Sjáland **b** Vänern **c** Turku

Kortið er í mælikvarðanum 1: 8 000 000
Það merkir að 1 cm á kortinu samsvarar 80 kílómetrum

8.5 Hvað er loftlínan um það bil löng milli borganna

a Óslóar og Stokkhólms?
b Óslóar og Kaupmannahafnar?
c Stokkhólms og Kaupmannahafnar?
d Tallinn og Vilnius?

8.6 Fjölskylda tekur ferju frá Álandseyjum til Gotlands, frá Gotlandi til Borgundarhólms og þaðan til Kaupmannahafnar. Hvað er siglingaleiðin löng?

99

Þar næst má nota þessar upplýsingar til að reikna út um það bil hverjar ýmsar fjarlægðir eru í raunveruleikanum. Í þessu sambandi þarf að ákveða að reikna fjarlægðir milli staða eftir loftlínum en ekki eftir vegi.

- *Hve margir sentimetrar eru á kortinu milli Gautaborgar og Jönköping? (U.þ.b. 2 cm.)*
- *Hve langt er það í raunveruleikanum? (U.þ.b. 160 km.)*
- *Bátur siglir frá Ósló til Kaupmannahafnar. Hversu langt er það í raunveruleikanum? (Um.þ.b. 6 • 80 km = 480 km.)*

▶ Bls. 99

Mælt er með samvinnu nemenda og að góður tími sé notaður til upprifjunar og samræðna í lokin.

Nr. 8.1

Nemendur nota kortið á bls. 98 til að finna reitina sem borgirnar eru í.

Nr. 8.2

Nemendur finna fyrst borgirnar sem gefnar eru upp í hverju verkefni. Þeir nota afstæðar tilvísanir, finna réttan reit og því næst borg í þeim reit.

Nr. 8.3–8.4

Nemendur nota kortið á bls. 98 til að finna reitina þar sem staðirnir eru.

Nr. 8.5

Nemendur mæla fjarlægðirnar eftir loftlínu milli borganna og nota mælikvarðann til að finna hinar raunverulegu fjarlægðir (þ.e. margfalda með sentimetrafjölda).

Nr. 8.6

Nemendur mæla fjarlægðir t.d. fyrst frá Álandseyjum til Gotlands og þaðan til Borgundarhólms; loks frá Borgarundarhólmi til Kaupmannahafnar. Best er að námunda vegalengdina í lokin að heilum sentimetrum. Síðan margfalda þeir 80 km með sentimetrafjöldanum.

Auðveldari verkefni

Mörg atriði geta verið erfið fyrir einhverja nemendur, m.a. nokkur hugtök. Nota þarf góðan tíma til samræðna um orð eins og tilvísun í reit á korti og mælikvarði. Orðatiltækið tilvísun í reit á korti merkir bókstafinn og töluna sem notuð eru til að vísa í reit þar sem bókstafurinn og talan mætast.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Bílferð milli landa

Nemendur þurfa að nota nákvæmara landakort og lýsa bílferð frá Ósló gegnum Svíþjóð til Kaupmannahafnar. Þeir skrá borgirnar sem ekið er í gegnum og reikna út um það bil hve langt er farið.

Í raunveruleikanum væri eðlilegast að aka yfir Eyrarsundsbrúna frá Malmö til Kaupmannahafnar. Önnur leið er að taka ferju frá Gautaborg til Frederikshavn á Norður-Jótlandi. Ef ekki er ekið í gegnum Svíþjóð er hægt að taka ferju til Hirtshals eða Frederikshavn frá Ósló, Larvik, Skien (Langasund) og Kristiansand.

Nemendur mæla fjarlægðirnar milli áfangastaða með reglustiku og nota mælikvarðann til að reikna út hina raunverulegu fjarlægð í heild. Ef einhverjir nemendur gera tillögu um stystu leiðina eftir E6-hraðbrautinni má benda þeim á að lýsa líka annarri leið sem m.a. fer í gegnum að minnsta kosti eina borg/bæ á austurströnd Svíþjóðar.

Samþætting stærðfræði og landafræði

Nemendur leysa samsvarandi verkefni með kortabók. Láta má þá fá lista yfir staði sem þeir fletta upp í efnisyfirliti og finna þannig tilvísanir í reitina. Þar næst finna þeir staðina á kortinu. Best er að þeir byrji á að finna staði á sama korti, þ.e. á sömu blaðsíðu í kortabók. Um getur verið að ræða kort yfir nærumhverfið, yfir Ísland eða eitthvað annað land á Jörðinni.

Nemendur geta einnig búið til verkefni hver fyrir annan: þeir biðja bekkjarfélaga sína að finna tilvísanir í reiti með ákveðnum borgum, stöðum, ám o.s.frv. á korti.

Viðfangsefni

- Að lesa úr og staðsetja punkta í hnitakerfi og í rúðunet

Búnaður

- Reglustika
- Ef til vill ljósrit af hnitakerfi (Ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók). Í þessum kafla þurfa nemendur að nota hnitakerfi oft. Nauðsynlegt er að þeir teikni einhver þeirra sjálfir en ekki er rétt að láta þá gera það í öllum verkefnunum. Þess vegna getur komið sér vel að ljósrita ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) og eiga dágóðan bunka í handraðanum

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 100

Nr. 8.7

Nemendur lýsa hvaða litur er á peysum og húfum persónanna í sætunum og tilgreina hvort þeir séu með húfu eður ei.

Nr. 8.8

Nemendur finna í hvaða reitum skerin og bátarnir eru.

▶ Bls. 101

Samræðumynd

Í hnitakerfi eru punktar sem myndast þegar tvær talnalínur skerast og mynda 90° horn. Þetta er því frábrugðið landakorti þar sem talað er um heila reiti en ekki punkta. Í hnitakerfi vísar talnapar aðeins á einn punkt. Með því að nota tugabrot og negatífar tölur, eins og í verkefni 8.11, er hægt að vísa– með talnapari – til hvers einasta punkts á fletinum.

Í hnitakerfi eru tölur með fram báðum ásunum. Til dæmis eru punktarnir (1, 4) og (4, 1) tveir mismunandi punktar. Benda þarf nemendum á þetta. Lárétta línan er kölluð x-ásinn og sú lóðrétta y-ásinn. Punktar eru gefnir upp með talnapari sem kallast hnit. Fyrri tölustafurinn segir til um hvar viðkomandi punktur er með hliðsjón af x-ási en síðari tölustafurinn hvar punkturinn er með hliðsjón af y-ási.

Sýnidæmi

Lýstu persónunni sem situr í röð 5, sæti 7.

Hún er í blárri peysu með rauða derhúfu.

8.7 Lýstu þeim sem situr í

a röð 1, sæti 2 **c** röð 6, sæti 6 **e** röð 1, sæti 7

b röð 4, sæti 5 **d** röð 4, sæti 2 **f** röð 3, sæti 4

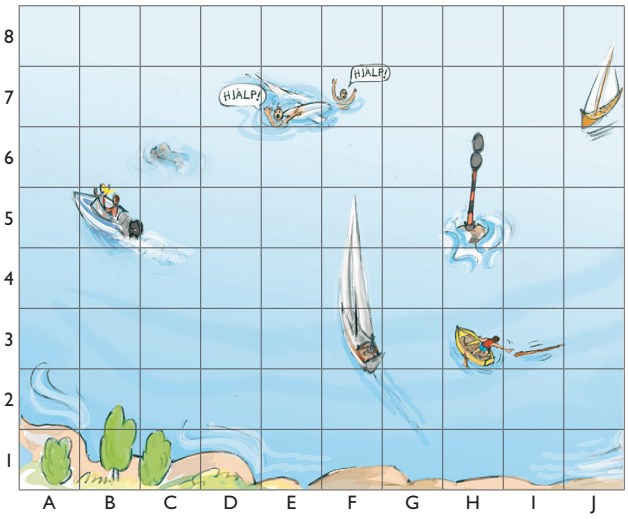
8.8 Í hvaða reitum eru eftirfarandi sker og bátar?

a Skerið með stönginni.

b Skerið sem aðeins sést í.

c Róðrarbáturinn þar sem maðurinn hefur misst árina.

d Báturinn sem hefur oltið á hliðina.

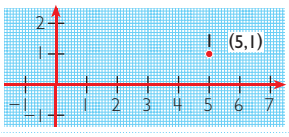


Nr. 8.9

Nemendur lesa úr hnitakerfinu hvar punktarnir eru og skrá hnit þeirra.

Nr. 8.10

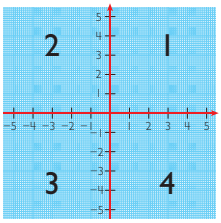
Nemendur teikna hnitakerfi (eða fá ljósrit af því, sjá ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók) og merkja inn á það á rétta staði alla punktana sem taldir eru upp. Nemendur skrifa viðkomandi bókstaf við hlið punktsins. Einnig geta nemendur skrifað hnit punktanna við hlið þeirra í hnitakerfinu:



Nemendur þurfa að búa til hnitakerfi sem er nógu stórt til að merkja megi alla punktana á það. Kennari gætir þess að vekja ekki athygli þeirra á þessu fyrir fram. Búi einhverjir nemendur til of lítið hnitakerfi verða þeir líklega að byrja að nýju. Það getur auðvitað valdið nemendum nokkurri gremju en það eykur skilning þeirra á hvers vegna skynsamlegt er að skipuleggja verkefnið fyrir fram.

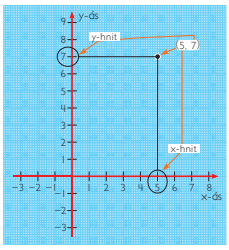
Nr. 8.11

Nemendur lesa af hnitakerfinu og skrifa hnit punktanna. Þegar hnitakerfi er teiknað mynda ásarnir tveir kross sem skiptir hnitakerfinu í fjögur svæði. Kennari teiknar mynd sem þessa á töfluna:



- *Í hverju svæðanna fjögurra er punkturinn B (–4, 6)? (Svæði 2.)*
- *Í hvaða svæði er punkturinn (4, –6)? (Svæði 4.)*

Hnitakerfi



Staðsetning í hnitakerfinu

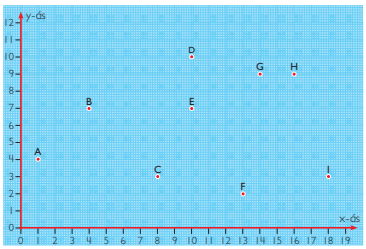
Staðsetningu punkts í hnitakerfi er lýst með tveimur tölum sem skrifaðar eru í sviga með kommu á milli.

Við finnum fyrri töluna á lárétta ásnum, á x-ásnum. Hún kallast x-hnit.

Við finnum síðari töluna á lóðrétta ásnum, y-ásnum. Hún kallast y-hnit.

Þessar tvær tölur kallast hnit punktsins.

8.9 Skráðu hnit punktanna.

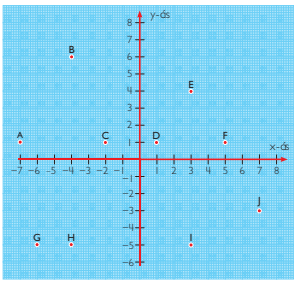


A (1, 4)

8.10 Merktu eftirfarandi punkta inn í hnitakerfi.

A (5, 9) B (2, 7) C (17, 1) D (10, 8)
E (4, 11) F (18, 3) G (9, 9) H (1, 5) I (5, 1)

8.11 Skráðu hnit punktanna.



A (–7, 1)

- *Í hvaða svæði er punktur þar sem báðar tölurnar eru pósitífar? (Svæði 1.)*
- *Í hvaða svæði er punktur þar sem er mínus fyrir framan báðar tölurnar? (Svæði 3.)*

Auðveldari verkefni

Ýmis hugtök geta reynst erfið fyrir einhverja nemendur. Því er mikilvægt að kennari noti tíma til samræðna. Gott er að fara yfir hin ýmsu hugtök sem tengjast hnitakerfinu. Nemendur þurfa að þekkja orðið *hnit* og vita að um er að ræða talnapar. Rifja má upp hugtökin x-ás og y-ás og út frá þeim ræða um fyrra hnit og síðara hnit. Flestir nemendur hafa ekki heldur áður kynnst hnitakerfi sem hefur verið stækkað þannig að það nái einnig yfir negatífar tölur. Kennari bendir nemendum á að gæta þarf að því að gefa alltaf upp x-hnitið fyrst, þ.e. töluna sem er á x-ásnum.

Erfiðari verkefni

Skák

Kunni einhverjir nemendur að tefla má fá þeim skrifaða skák og athuga hvort þeir geta leikið hana með taflmönnunum. Skákleikir eru skrifað þannig: **1**. e4 c5 **2**. Rf3 a6 **3**. c3 d5 **4**. exd5 Dxd5.

Í fyrsta leik leikur hvítur peði (ekki táknað með bókstaf, aðeins tilvísun í reit) fram á e4 en svartur leikur peði á c5. Í öðrum leik leikur hvítur riddari (R) á f3 en svartur peði á a6. Í þriðja leik leikur hvítur peði á c3 og svartur á d5. Í fjórða leik drepur (táknað með x) hvítur með peðinu á e4 peð svarts á d5. Svartur svarar með því að drepa peð hvíts á d5 með drottningunni (D).

Raunverkefni

Fjórir í röð (spil)

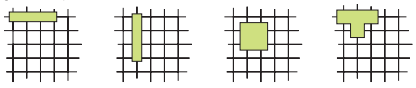
Búnaður: Fjórir teningar í tveimur litum. Hnitakerfi upp í að minnsta kosti 12 á báðum ásum. Nota má ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók.

Tveir leikmenn kasta til skiptis fjórum teningum, tveimur og tveimur í hvorum lit. Teningarnir tveir í sama lit eru lagðir saman þannig að leikmenn fá tvær tölur í hverju kasti. Þeir velja hvor talan á að vera x-hnit og hvor y-hnit. Dæmi: Upp koma á rauðu teningunum tölurnar 3 og 5; þá má velja summuna 8 eða –8. Á bláu teningunum koma upp tölurnar 1 og 6 og leikmaður getur valið 7 eða –7. Leikmaður hefur þar með hnitin 7 eða –7 og 8 eða –8. Hann velur hvort hann krossar í punktana (7, 8), (7, –8), (–7, 8), (–7, –8), (8, 7), (8, –7), (–8, 7) eða (–8, –7).

Annar leikmaðurinn notar X til að merkja sína punkta en hinn notar O. Leikmenn geta ekki merkt í punkt sem búið er að merkja. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð lárétt, lóðrétt eða á ská. Í stað þess að merkja punktana með X eða O má nota spilapeninga í tveimur litum; þá er hægt að nota spilaborðið aftur og aftur.

Sjóorrusta (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvor þeirra notar tvö hnitakerfi, sjá ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók. Í annað þeirra teikna þeir fjóra kafbáta sem líta svona út:



Leikmaður skýtur á kafbáta andstæðingsins með því að nefna hnit. Hinn leikmaðurinn merkir í hnitakerfið, þar sem kafbátarnir eru teiknaðir, hvar kúla andstæðingsins lenti og segir til um hvort kúlan hitti einhvern kafbátanna hans hans eður ei. Sá fyrrnefndi merkir í hitt hnitakerfið hvaða reiti hann skýtur á og hvort hann hitti. Þegar búið er að skjóta alla reitina fjóra, sem skip nær yfir, hefur því verið sökkt. Sá vinnur sem er á undan að sökkva öllum skipum andstæðingsins.

Einfaldara afbrigði af þessu spili er á verkefnablaði 4.6 (*Sjóorrusta* (spil) í verkefnahefti Sprota 4a).

Viðfangsefni

- Að lesa hnit punkta og merkja punkta í hnitakerfi
- Eiginleikar og einkenni marghyrninga
- Fjarlægðir milli punkta í hnitakerfi

Búnaður

- Reglustika
- Ef til vill hnitakerfi (ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 102

Nr. 8.12

Nemendur skrá hnit hornpunktanna í hverri mynd. Þá geta nemendur séð að punktar sem hafa sama x-hnit eru á hliðinni sem er samsíða y-ásnum. Þetta á við hliðarnar AD og BC. Á sama hátt eru punktar, sem hafa sama y-hnit, á hliðum sem eru samsíða x-ásnum. Þetta á t.d. við hliðarnar EF, AB, LM og HI.

- *Hver eru hnit punktanna E og F? (E er (–10, 2) og F er (–3, 2).)*
- *Finnið aðra punkta á hliðinni EF og hnit þeirra. Er eitthvað eins hjá hnitum þessara punkta? (Allir punktarnir hafa x-hnitið 2.)*
- *Getið þið lýst hliðinni EF? (Hún er lárétt og samsíða x-ásnum.)*

Á þennan hátt munu ýmsir eiginleikar marghyrninga einkenna hnitin þegar marghyrningarnir eru teiknaðir í hnitakerfi. Kennari bendir nemendum á þetta atriði, bæði í tengslum við þetta verkefni og önnur verkefni á blaðsíðunni:

Í rétthyrndum þríhyrningi, eins og EFG helst x-hnitið óbreytt á hliðinni EG en y-hnitið helst óbreytt á hliðinni EF.

Í trapisu eins og LMNO hafa punktar á hliðunum, sem eru samsíða, sama y-hnit ef trapisan er teiknuð þannig að þessar tvær hliðar séu láréttar.

Í samsíðungnum bætist það við að til að fara frá H til K stækka x- og y-hnitin jafn mikið og þegar farið er frá I til J. Frá H til K stækkar x-hnitið um 3 en y-hnitið um 4. Sama á við þegar farið er frá I til J.

Athugið: Þetta á aðeins við ef marghyrningarnir eru teiknaðir þannig að einhverjar hliðar þeirra eru samsíða ásunum í hnitakerfinu. Ef rétthyrningur er t.d. teiknaður „á ská“ munu engin hnit verða eins frá punkti til punkts.

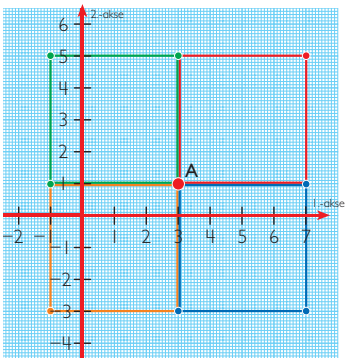
Nr. 8.13

Nemendur teikna hnitakerfi (eða nota ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók) og merkja punktinn (–2, 1). Síðan teikna þeir rétthyrning og skrá hnit allra hornpunktanna fjögurra.

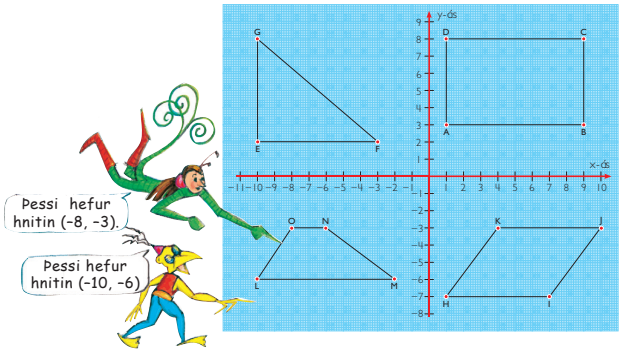
- *Skoðið nú öll hnit hornpunktanna í rétthyrningnum. Hvað er líkt og hvað er ólíkt? (Í þeim tilvikum þar sem línurnar eru samsíða verður annað hnitið óbreytt en hitt hnitið breytist.)*

Nr. 8.14

Nemendur merkja punktinn (3, 1) inn í hnitakerfi. Þeir teikna nú ferning með hliðarlengdina 4 og einn hornpunktinn í (3, 1). Nemendur geta annaðhvort teiknað ferninginn fyrst (með hliðarlengdinni 4) og athugað síðan hnit hornpunktanna eða reiknað út og merkt hornpunktana fyrst og teiknað ferninginn á eftir. Ef punkturinn (3, 1) er hornið A má teikna ferninginn á fjóra mismunandi vegu:



8.12 Skráðu hnit hornpunktanna í hverri mynd.



8.13 Teiknaðu rétthyrning í hnitakerfi þar sem einn hornpunkturinn hefur hnitin (–2, 1).

8.14 Teiknaðu ferning þar sem eitt hornið er í punktinum (3, 1). Hliðarlengdin á að vera 4.

8.15 Teiknaðu rétthyrndan þríhyrning þar sem eitt hornið er í punktinum (2, –9).

8.16 Teiknaðu samsíðung þar sem eitt hornið er í punktinum (–8, 3).

8.17 **a** Merktu þessa punkta í hnitakerfi:
A (1, 1), B (6, 1), C (7, 4) og D (2, 4)

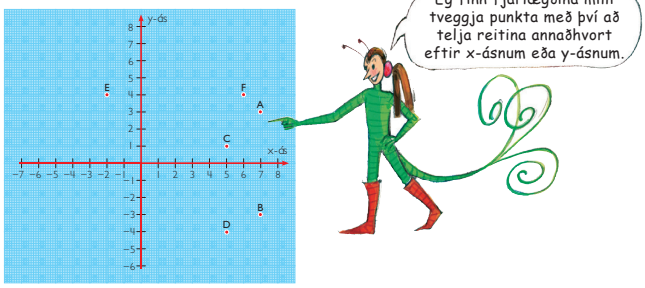
b Dragðu strik á milli punktanna.
Hvaða mynd teiknaðirðu?

8.18 **a** Merktu þessa punkta í hnitakerfi:
A (–2, –2), B (5, –2), C (2, 2) og D (–1, 2)

Dragðu strik á milli punktanna.

b Hvaða mynd teiknaðirðu?

Fjarlægðir í hnitakerfi



Sýnidæmi

Hvað er langt milli punktanna A (7, 3) og B (7, –3)?

Milli A og B eru 6 reitir.

8.19 Hvað er langt á milli punktanna

a C og D? **b** E og F?

8.20 **a** Merktu þessa punkta í hnitakerfi:
A (4, –1), B (4, –5), C (–7, 3), D (–7, –7), E (2, –3) og F (5, –3).

b Hvað er langt á milli punktanna

• A og B? • C og D? • E og F?

8.21 **a** Teiknaðu rétthyrning í hnitakerfi.
Merktu hornin með bókstöfunum A, B, C og D.

b Hvað er langt frá punktinum A til B?

c Hvað er langt frá A til D?

8.22 Teiknaðu rétthyrning sem er 5 reitir á lengd með fram x-ásnum og tveir reitir með fram y-ásnum.

Nr. 8.15 og 8.16

Nemendur merkja punktinn sem gefinn er upp inn í hnitakerfi. Síðan teikna þeir marghyrninginn. Það má gera á marga mismunandi vegu. Því er gott að láta nemendur kynna lausnir sínar hvern fyrir öðrum þannig að þeir geti skoðað hvað er líkt og hvað ólíkt.

Nr. 8.17 og 8.18

Nemendur merkja punktana, sem gefnir eru upp, inn í hnitakerfi. Síðan draga þeir strik milli punktanna og skrá heiti myndarinnar sem birtist.

- *Skoðið hnitin. Hvers vegna er myndin í verkefni 8.17 samsíðungur? (Vegna þess að hliðarnar AB og CD eru með sama y-hnit og þess vegna eru þessi strik samsíða. Þar að auki hljóta AD og BC að vera samsíða vegna þess að x-hnitin og y-hnitin hækka jafn mikið frá A til D og frá B til C.)*

▶ Bls. 103

Sýnidæmi

Kennari sýnir nemendum hvernig finna má fjarlægðir milli punkta í hnitakerfi með því að telja reiti. Hann setur fingurinn á A og telur einn og einn reit niður að B. Í neðri bekkjum grunnskóla er aðeins fengist við fjarlægðir milli punkta samsíða ásunum, þ.e. annaðhvort lóðrétt eða lárétt. Ef finna á fjarlægðir milli punkta sem liggja á skálínu þarf að mæla með reglustiku. Til að reikna út slíkar fjarlægðir er nauðsynlegt að kynna Pýþagórasar-regluna en hún er ekki á dagskrá fyrr en í efri bekkjum grunnskóla.

Nr. 8.19

Nemendur finna fjarlægðina milli punktanna í hnitakerfinu efst á blaðsíðunni með því að telja reiti eða styðjast við tölurnar á ásunum.

Nr. 8.20

Nemendur teikna hnitakerfi og merkja punktana sem gefnir eru upp. Síðan finna þeir fjarlægðirnar milli A og B, C og D svo og E og F.

- *Hve langt er milli E og F? (3 reitir.)*
- *Hvernig fannstu svarið? (Ég taldi reitina á myndinni.)*
- *Getum við reiknað fjarlægðina án þess að horfa á hnitakerfið, aðeins með því að skoða hnitin eins og þau eru skrifuð í bókinni ykkar? (Já, við sjáum að y-hnitin eru hin sömu (–3) en x-hnitin hækka frá 2 í 5, þ.e.a.s. um þrjá reiti.)*

Nr. 8.21

Nemendur teikna rétthyrninginn ABCD í hnitakerfi og finna lengdir hliðanna AB og AD.

Nr. 8.22

Nemendur teikna rétthyrning í hnitakerfi sem uppfyllir skilyrðin sem sett eru. Þeir geta sett hann hvar sem er í hnitakerfinu en alla vega þarf mismunur á x-hnitum hornpunktanna á hliðinni með fram x-ásnum að vera 5 og mismunur á y-hnitum hornpunktanna sem er með fram y-ásnum, að vera 2.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota hnitakerfi einungis með pósitífum tölum, sjá verkefnablað 6.124 (*Hnitakerfi*). Kennari teiknar einfalda mynd, til dæmis ílangan rétthyrning, og biður nemendur að skrá hnitin. Þeir teikna sjálfir þríhyrning og skrá síðan hnitin. Kennari dregur athygli nemenda að samhenginu milli hnitanna og forms myndarinnar; t.d. hafa punktar, sem liggja eftir lóðréttu striki, sama x-hnit.

Erfiðari verkefni

Nemendur spreyta sig á erfiðari verkefnum og teikna punkta í hnitakerfi:

– Merkið punktinn A (3, 4).
– Merkið annan punkt, B, sem hefur tvöfalt stærra x-hnit en A.
– Merkið enn einn punkt, C, sem hefur sama x-hnit og B en tvöfalt stærra y-hnit.
– Dragið strik milli hnitanna. Hvaða mynd kemur í ljós?
– Hve langt er á milli punktanna A og B og milli B og C?

Viðfangsefni

- Að lesa hnit punkta og staðsetja punkta í hnitakerfi
- Speglun
- Fjarlægðir milli punkta

Búnaður

- Reglustika
- Ef til vill hnitakerfi (ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 104

Nr. 8.23

Nemendur finna hnit punktanna B, C, D, E og F og fjarlægðina milli B og E og milli C og F. Þeir skrifa töfluna upp og ljúka við hana.

Nemendur reyna að finna mynstur og tengsl.

- *Er eitthvað líkt með punktunum A og D? (Þeir hafa sama y-hnit og tölustafurinn í x-hnitinu er einnig eins nema hvað varðar merkin fyrir framan tölustafina: Í punktinum D er x-hnitið 6 en í A er það –6.)*

Þetta á við allar myndir sem speglaðar eru um y-ásinn. Þetta sýnir ágætlega að negatífu tölurnar eru speglun pósitífu talnanna um 0.

- *Hvernig getum við fundið fjarlægðina frá A til D? (Við getum talið reitina.)*
- *Er hægt að finna fjarlægðina með öðru móti? (Frá y-ásnum eru sex reitir bæði til A og D þannig að fjarlægðin verður 2 • 6 = 12.)*

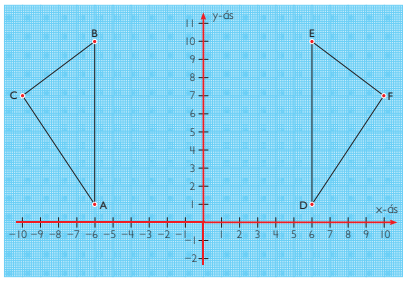
Nr. 8.24

Nemendur teikna hnitakerfi eða nota ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók og teikna ferhyrninginn ABCD. Þeir spegla alla hornpunktana um x-ásinn, merkja þá og draga strik milli þeirra. Þannig myndast ferhyrningurinn EFGH. (Forsenda þessa er að y-ásinn á hnitakerfinu nái alla vega niður í –7.) Nemendur finna fjarlægðirnar milli samsvarandi punkta og skrifa niðurstöðurnar í töflu eins og í verkefninu næst á undan.

Speglun í hnitakerfi

8.23 Búið er að spegla þríhyrninginn ABC um y-ásinn. Spegilmyndin er þríhyrningurinn DEF.

Finndu hnit punktanna og ljúktu við töfluna.

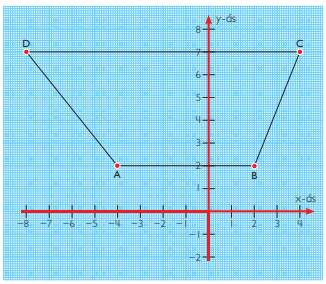


Mynd ABC	Mynd DEF	Fjarlægð
Punktur A (–6, 1)	Punktur D (_, _)	12 reitir lárétt
Punktur B	Punktur E	
Punktur C	Punktur F	

8.24 **a** Speglaðu ferhyrninginn um x-ásinn.

b Skráðu hnit punktanna A, B, C og D.

c Skráðu hnit hornpunktanna í báðum ferhyrningunum og búðu til töflu eins og í 8.23.



8.25 **a** Teiknaðu þríhyrning ABC í hnitakerfi. Hnitin eru þessi: A (3, 1), B (6, 3) og C (2, 7).

b Speglaðu þríhyrninginn um y-ásinn. Kallaðu nýja þríhyrninginn DEF.

c Skráðu hnit þríhyrningsins DEF.

Nr. 8.25

Nemendur teikna hnitakerfi (eða nota áðurnefnt ljósritunarblað 7) og teikna þríhyrninginn ABC. Síðan spegla þeir hornpunktana um y-ásinn og merkja punktana DEF. Þeir skrá hnit hornpunkta hins nýja þríhyrnings og draga strik milli þeirra. Þannig myndast þríhyrningurinn DEF.

▶ Bls. 105

Nr. 8.26

Nemendur nota hnitakerfi og teikna þríhyrninginn ABC. Þeir spegla hornpunktana um x-ásinn, merkja punktana DEF og skrá hnit þeirra. Síðan draga þeir strik milli þeirra og teikna þannig þríhyrninginn DEF.

Nr. 8.27

Nemendur fara að eins og í verkefni 8.26 en teikna sína eigin mynd; punkturinn (0, 0) má ekki vera í myndinni. Þeir geta teiknað þrí-, fjór- eða fimmhyrning. Þeir velja sjálfir hvort þeir spegla hyrninginn um x-ásinn eða y-ásinn.

Verkefnið verður erfiðara ef myndin, sem spegla skal, er báðum megin við speglunarásinn. Svo er til dæmis raunin ef ferhyrningurinn í verkefni 8.24 er speglaður um y-ásinn.

Nr. 8.28

Nemendur nota hnitakerfi og teikna í það ferhyrninginn ABCD. Þeir hugsa sér að þeir spegli ferhyrninginn um y-ásinn en reyna að skrifa hnit nýju hornpunktanna E, F, G og H án þess að merkja punktana eða teikna ferhyrninginn EFGH.

Nr. 8.29

Nemendur nota hnitakerfi og teikna þríhyrninginn ABC. Þeir spegla fyrst

8.26 **a** Teiknaðu þríhyrninginn ABC í hnitakerfi: A (–2, 2), B (3, 2) og C (0, 5).

b Speglaðu þríhyrninginn um x-ásinn. Kallaðu nýja þríhyrninginn DEF.

c Skráðu hnit hornpunktanna í DEF.

8.27 Teiknaðu mynd að eigin vali í hnitakerfi. Punkturinn (0, 0) má ekki vera í myndinni.

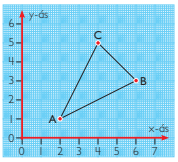
a Skráðu hnit hornpunktanna í myndinni þinni.

b Speglaðu myndina annaðhvort um x-ásinn eða y-ásinn. Skráðu hnit hornpunktanna í nýju myndinni. Búðu til töflu.

8.28 **a** Teiknaðu ferhyrninginn ABCD í hnitakerfi. Hnitin eiga að vera A (1, 2), B (5, 2), C (5, 6) og D (1, 6).

b Hugsaðu þér að þú speglir ABCD um y-ásinn. Þá færðu annan ferhyrning sem þú getur kallað EFGH. Skráðu hnit hornpunkta EFGH án þess að teikna hann.

8.29 **a** Teiknaðu þríhyrninginn ABC í hnitakerfi.



b Speglaðu þríhyrninginn um y-ás.

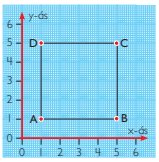
c Speglaðu nýja þríhyrninginn um x-ás.

d Speglaðu síðasta þríhyrninginn um y-ás.

e Speglaðu loks þríhyrninginn í d-lið um x-ásinn.

f Skráðu hnit hornpunktanna í síðasta þríhyrningnum. Hvað sérðu?

8.30 **a** Teiknaðu ferhyrninginn ABCD í hnitakerfi.



b Speglaðu ferhyrninginn um y-ásinn.

c Speglaðu nýja ferhyrninginn um x-ás.

d Speglaðu síðasta ferhyrninginn um y-ás.

e Speglaðu loks ferhyrninginn í d-lið um x-ás. Skráðu hnit hornpunktanna.

Hugmyndir og athugasemdir

hornin um y-ásinn og síðan um x-ásinn, þar næst um y-ásinn aftur og að síðustu einu sinni enn um x-ásinn. Nemendur skrá hnit hornpunkta síðasta þríhyrningsins. Eftir að þríhyrningurinn hefur verið speglaður fram og til baka um bæði x-ásinn og y-ásinn lendir hann að lokum á upphafsstaðnum.

Nr. 8.30

Nemendur fara eins að og í verkefninu á undan nema að þessu sinni teikna þeir ferhyrning. Kennari varpar þeirri spurningu til nemenda hvort myndirnar endi alltaf í lokin á upphafsstaðnum eftir fjórar slíkar speglanir.

Auðveldari verkefni

Ef einhverjum nemendum finnst þessi verkefni sérstaklega erfið metur kennari hvort nauðsynlegt sé að þeir vinni öll verkefnin. Í stað bls. 105 geta þessir nemendur unnið verkefnablað 6.125 (*Hnitakerfi og speglun*). Þar er einnig um speglun í hnitakerfi að ræða en verkefnin eru af léttari toga.

Erfiðari verkefni

Nemendur rannsaka snúning mynda í hnitakerfi. Snúningurinn þarf að vera 90°, annaðhvort réttsælis eða rangsælis, um punktinn (0, 0). Þeir þurfa að reyna að komast að því hvernig reikna má hvar punktarnir lenda eftir slíkan snúning. Þeir byrja til dæmis með þríhyrninginn í verkefni 8.29 og snúa honum 90° rangsælis. Þá lenda punktarnir þannig:

– A frá (2, 1) til (–1, 2)
– B frá (6, 3) til (–3, 6)
– C frá (4, 5) til (–5, 4)

Eigi nemendur í basli við að reikna þetta út geta þeir í byrjun teiknað hnitakerfi á tvö blöð, teiknað myndina á annað blaðið en leggja hitt blaðið ofan á hið fyrsta. Síðara blaðið þarf að vera gegnsætt þannig að myndin sjáist í gegn. Síðan snúa nemendur neðra blaðinu með myndinni en efra blaðinu er haldið kyrru. Eftir snúninginn geta nemendur teiknað myndina á efra blaðið.

Raunverkefni

Samvinnuverkefni um hnitakerfi

Búnaður: 12 verkefnaspjöld og eitt hnitakerfi, sjá verkefnablað 6.126a–e (*Hópverkefni um hnitakerfið, Hnitakerfi fyrir hópverkefnið* og *Hópverkefni um Hnitakerfi – spjöld 1–3*).

Viðfangsefni

- Að lesa hnit punkta í hnitakerfi
- Skrá tölur og búa til punktarit með strikum í töflureikni
- Lýsa hreyfingu í hnitakerfi með afstæðum tilvísunum

Búnaður

- Tölva og töflureiknir
- Reglustika
- Ef til vill hnitakerfi (ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 106

Sýnidæmi

Kennari ræðir við nemendur um hvernig nota má hnit til að búa til myndir í töflureikni. Fyrst eru punktarnir skrifaðir í töflureikninn. Hvert talnapar er skráð í eina röð þannig að x-hnitið er skráð í einn dálk og y-hnitið í annan. Síðan eru allar tölurnar merktar og myndin búin til.

Til að myndin verði með samhangandi strikum (lokaður ferill) er nauðsynlegt að listinn yfir punktana byrji og endi á sama punktinum. Í sýnidæminu er síðasti punkturinn þess vegna (1, 1), þ.e. fyrsti punkturinn endurtekinn.

Myndin, sem nemendur búa til, er ekki línurit heldur punktarit þar sem punktarnir eru tengdir saman með strikum.

Nr. 8.31

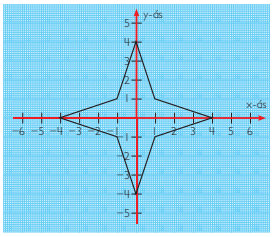
Nemendur skrá hnit punktanna í töflunni inn í töflureikni og búa til punktarit eins og í sýnidæminu. Annaðhvort geta nemendur prentað myndina út eða teiknað hana í hnitakerfi í reikningsheftin sín.

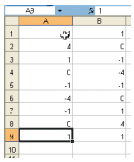
Nr. 8.32

Nemendur búa sjálfir til lista yfir hnit punkta til að skrifa í töflureikni. Þeir byrja þá á því að teikna mynd í hnitakerfi. Punktar myndarinnar þurfa að liggja þannig að bein strik séu á milli þeirra. Nemendur finna hnit allra hornpunktanna og skrifa

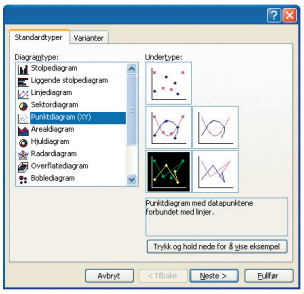
Staðsetning punkta í töflureikni

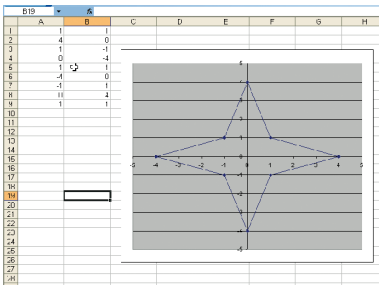
Björn býr til mynd í töflureikni með því að nota hnit. Fyrst teiknar hann mynd í hnitakerfi og finnur hnit hornpunktanna.





Hann skrifar hnitin í töflureikni. Þar næst skrifar hann x-hnitin í A-dálk og y-hnitin í B-dálk. Síðan merkir hann punktana, velur „Insert“ og loks „Scatter“ og „Line“.

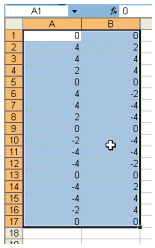




8.31 **a** Skráðu hnitin í töflunni til hægri í töflureikni.

b Merktu punktana og farðu eftir lýsingunni hér fyrir ofan.

c Teiknaðu myndina, sem þú færð, í reikningsheftið þitt.



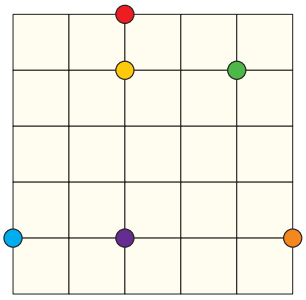
8.32 **a** Teiknaðu mynd í hnitakerfi og skráðu hnit hornpunktanna.

b Láttu bekkjarfélaga þinn fá hnitin. Getur hann teiknað myndina í töflureikni?

þau niður. Áður en þeir hefjast handa við töflureikninn geta þeir skipst á listum þannig að myndin, sem þeir búa til með töflureikninum, sé önnur en þeirra eigin mynd. Að lokum bera nemendur saman mynd töflureiknisins og upprunalegu myndina.

▶ Bls. 107

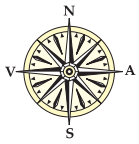
Kennari teiknar rúðunet á skólatöfluna eða ljósritar slíkt á glæru sem hann sýnir með myndvarpa. Hann merkir nokkra punkta á rúðunetið, sjá eftirfarandi mynd:

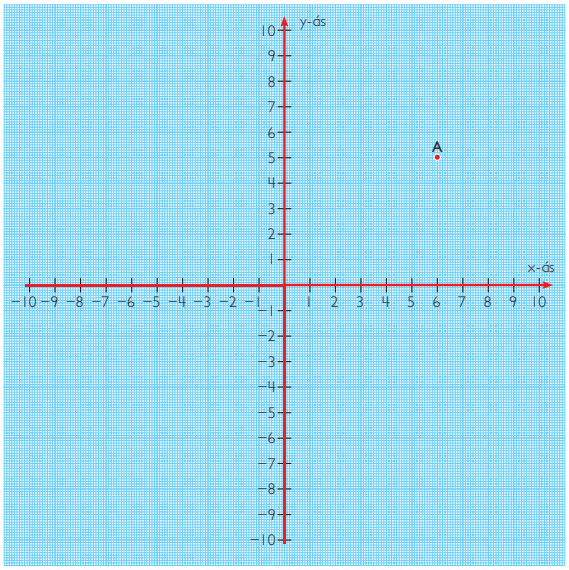


Nemendur segja nú til um staðsetningu punktanna út frá staðsetningu annarra punkta. Best er að nota fyrst punkta sem eru á sömu línu annaðhvort lóðrétt eða lárétt. Þar næst geta nemendur fengið punkta sem liggja á skálínu:

- *Hvar er fjólublái punkturinn miðað við gula punktinn. (Fjólublái punkturinn er fyrir sunnan þann gula.)*
- *Hve langt fyrir sunnan? (Hann er þremur reitum sunnar.)*
- *Hvar er blái punkturinn miðað við þann appelsínugula? (Hann liggur í fimm reita fjarlægð í vestur.)*
- *En græni punkturinn miðað við þann fjólubláa? (Hann er fyrir norðaustan þann fjólubláa.)*
- *Hve langt þarf að fara í norður og hve langt í austur? (Tvo reiti í austur og þrjá reiti í norður eða þrjá reiti í norður og tvo reiti í austur.)*

Hreyfing í hnitakerfi





8.33 Byrjaðu alltaf í punktinum A (6, 5).
Í hvaða punkti lendirðu ef þú ferð

a 3 reiti í vestur og 2 reiti í norður?

b 10 reiti í suður og 2 reiti í austur?

c 6 reiti í vestur og 5 reiti í norður?

d 2 reiti í austur, 5 reiti í suður og 7 reiti í vestur?

8.34 **a** Merktu punktinn A (2, 1) í hnitakerfi.

b Lýstu því hvernig þú kemst í punktinn B (–2, 5) með því að fara fyrst með fram x-ásnum og síðan með fram y-ásnum.

c Skrifaðu hvernig þú kemst frá punktinum B í punktinn C (5, –3) með því að fara fyrst með fram x-ásnum og síðan með fram y-ásnum.

Nr. 8.33

Í hnitakerfi er einnig hægt að lýsa staðsetningu með afstæðum tilvísunum. Þá er litið á staðsetningu punkts með hliðsjón af öðrum punktum í stað þess að taka mið af ásunum tveimur.

Í bæði a-, b- , c- og d-lið eiga nemendur að byrja í punktinum A (6, 5). Þeir flytja sig eins og fyrirmæli eru um og finna hnit punktsins sem þeir lenda á.

Kennari setur fram fleiri verkefni, eins og t.d. þetta:

- *Ég byrja í A. Hvar lendi ég ef ég flyt mig þrjá reiti í vestur og fjóra í suður? (Í 3, 1.)*
- *Ég byrja í punktinum A og flyt mig til punktsins (4, 6). Hvernig flyt ég mig þá? (Tvo reiti í austur og fimm í norður.)*

Nr. 8.34

Nemendur merkja punktinn a (2, 1) í hnitakerfi og lýsa því hvernig þeir komast til punktsins B og þaðan í punktinn C.

Auðveldari verkefni

Hvert fer flugan?

Kennari teiknar mynd í hnitakerfi og segir nemendum að þetta sé leið sem fluga nokkur hafi farið. Nemendur eiga að skrá leið flugunnar með því að gefa upp hnit punkta.

Hugmyndir og athugasemdir

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Hver finnur fjársjóðinn? (leikur)

Þetta spil þjálfar nemendur í að lýsa hreyfingu í hnitakerfi. Nemendur fá í hendur hnitakerfi, t.d. ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók.

Spilið gengur út á að leikmaður (gjarnan kennarinn í fyrsta sinn sem spilað er) velur sér punkt þar sem „fjársjóðurinn“ er falinn. Hnit punktsins eru skráð á töfluna og hulin með blaði – eða hnitin eru skrifuð á blað.

Leikmenn eiga að velja einhvern punkt í hnitakerfinu og merkja hann. Síðan eiga leikmenn að hreyfa sig eftir fyrirmælum kennarans:
– Farið tvo reiti í vestur. Setjið þar nýjan punkt.
– Farið þrjá reiti í suður. Setjið þar nýjan punkt.
– Farið fjóra reiti í norður og tvo reiti í austur. Setjið þar nýjan punkt.
– Farið tvo reiti í norður og þrjá reiti í vestur. Setjið þar nýjan punkt.

Ef leikmenn lenda fyrir utan hnitakerfið þegar þeir fara eftir fyrirmælum kennarans verða þeir að vera kyrrir á punktinum sem þeir voru á.

Allir leikmenn koma nú upp að töflu og skrifa hnit þeirra punkta sem þeir lentu á í lokin. Sá vinnur sem lenti á sama punkti og fjársjóðurinn er falinn á. Ef enginn lenti á þeim punkti vinnur sá sem komst næst því.

Viðfangsefni

- Að lesa hnit punkta
- Að lýsa hreyfingu í hnitakerfi með afstæðum tilvísunum

Búnaður

- Ef til vill hnitakerfi (ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 108

Nr. 8.35

Nemendur teikna hnitakerfi og teikna leiðina sem ræninginn flúði. Þeir byrja á að merkja punktinn A (–7, –8). Síðan nota þeir leiðarlýsingarnar og merkja punktana B, C o.s.frv.

Líklegasti staðurinn til að geyma þýfið á er ef til vill punkturinn (–3, 3), þ.e. inni í húsinu en auðvitað geta nemendur stungið upp á öðrum stöðum.

▶ Bls. 109

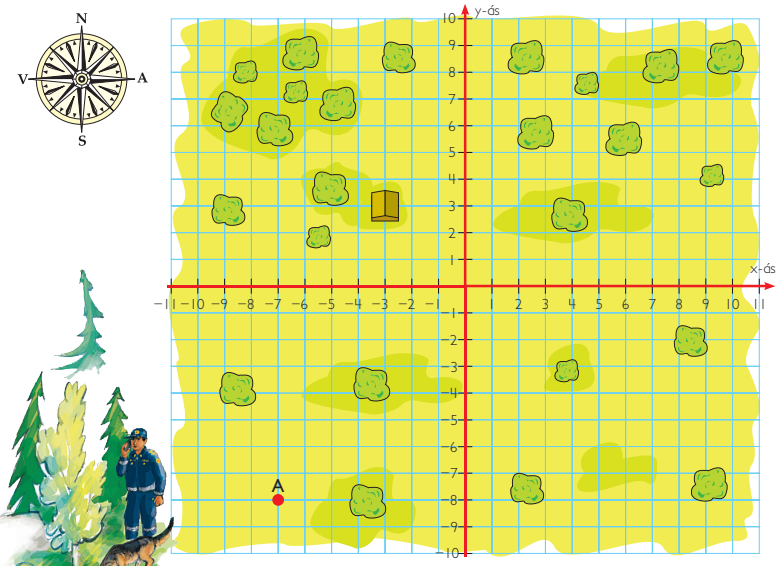
Nr. 8.36

Nemendur skrá í töflu alla punktana, sem vélmennið fer um, eins og byrjað er á. Í hvert sinn sem nýr punktur er skráður skal lýsa hvernig vélmennið er forritað, þ.e. tilgreina hreyfinguna. Til að komast frá A til B þarf vélmennið að fara 9 A, 3 S. Til að komast frá B til C þarf hann að fara 19 A, 4 S o.s.frv.

Nr. 8.37

Vélmennið byrjar í punktinum A (11, –9). Síðan gefa nemendur vélmenninu ný fyrirmæli með því að skrá hreyfinguna í miðdálkinn. Að lokum skrá þeir í hægri dálkinn punktinn sem vélmennið fer til hverju sinni.

Nemendur geta unnið þetta verkefni í pörum. Þá leggja þeir til skiptis fram tillögu um hreyfingu vélmennisins. Annar nemandinn segir hvernig vélmennið á að hreyfa sig og báðir reikna út punktinn sem það lendir í; hinn nefnir punktinn. Ef þeir hafa komist að sömu niðurstöðu skipta þeir um hlutverk og síðarnefndi nemandinn lýsir nú næstu hreyfingu.



8.35 Lögreglan handtók bankaræninga en honum tókst að fela þýfið áður en löggan gómaði hann. Lögguhundurinn Hrói fann leiðina sem ræninginn hljóp í gegnum skóginn. Lúlli lögga gaf skýrslu um leiðina sem ræninginn fór: Ræninginn fór inn í skóginn í punktinum A (–7, –8).

Síðan fer hann þessa leið:

- 3 N og 2 A. Settu þar punktinn B.
- 4 A og 3 N. Settu þar punktinn C.
- 2 V og 5 N. Settu þar punktinn D.
- 3 N og 7 A. Settu þar punktinn E.
- 3 N og 4 V. Settu þar punktinn F.

a Teiknaðu í hnitakerfi leiðina sem ræninginn flúði gegnum skóginn. Skráðu hnit punktanna þar sem ræninginn stoppaði hverju sinni til að kasta mæðinni.

b Ræninginn faldi peningana á einum af stöðvunum þar sem hann stoppaði. Hvar heldurðu að það hafi verið?

Auðveldari verkefni

Til að vinna verkefni 8.37 mun það áreiðanlega vera einhverjum nemendum til hjálpar að nota hnitakerfi með færri reitum, sjá ljósritunarblað 8 (*Hnitakerfi 2*) aftast í þessari bók.

Erfiðari verkefni

Verkefni fyrir áttavitarósina (með 8 áttum)

Í nemendabókinni er mynd af áttavitarós efst í vinstra horni. Þar eru merktar höfuðáttirnar fjórar norður, austur, suður og vestur. Á verkefnablaði 6.127 (*Hreyfing í hnitakerfinu*) eru erfiðari verkefni þar sem áttirnar NA (norðaustur), SA (suðaustur o.s.frv. koma við sögu. Í þeim verkefnum þurfa nemendur einnig að taka snúningsgráður með í reikninginn.

Raunverkefni

Finna fjársjóð (spil)

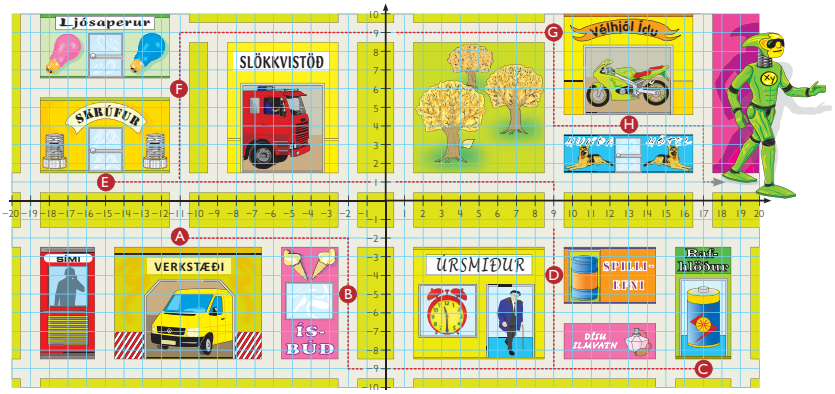
Búnaður: Hnitakerfi (ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvor þeirra er með hnitakerfi þar sem þeir merkja fimm sprengjur og fjóra fjársjóði á ákveðnum punktum en allir fjársjóðirnir fjórir eiga að vera á einni línu (láréttri, lóðréttri eða á ská).

Leikmennirnir tveir verða að sitja þannig að þeir sjái ekki á hnitakerfi hvor annars. Þeir skiptast á að nefna hnit punkts og andstæðingurinn á að merkja þann punkt á sitt hnitakerfi. Báðir reyna að finna alla fjársjóði andstæðingsins.

Eftirfarandi reglur gilda:

Ef leikmaður finnur fjársjóð má hann „gera aftur“, þ.e. nefna hnit aftur. Ef hann hittir sprengju má andstæðingurinn spyrja tvisvar í



8.36 Vélmennið er forritað til að fara ákveðna leið.

a Farðu leið vélmennisins og skráðu hnit hvers staðar þar sem hann stoppar.

b Lýstu leiðinni milli stoppistöðvanna. Búðu til töflu.

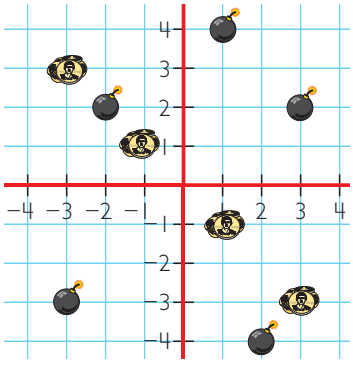
Frá punktinum	Til punktsins	Hreyfing
A (–11, –2)	B (–2, –5)	9 A, 3 S
B (–2, –5)	C (17, –9)	
C (17, –9)	D	
D		

8.37 Forritaðu vélmennið og láttu hann fara nýja leið. Byrjaðu í punktinum A (11, –9).

Punktur	Hreyfing	Nýr punktur
A (11, –9)		B (....)
B (....)		

næsta leik. Ef hann hittir á tóman punkt á hinn leikmaðurinn leik.

Dæmi:



Leikmaður 1 byrjar á því að spyrja: „Er fjársjóður í punktinum (–1, 1)?“
Leikmaður 2 svarar: „Já, þú mátt spyrja aftur.“
Leikmaður 1: „Er fjársjóður í punktinum (–1, 4)?“
Leikmaður 2: „Nei, og nú er komið að mér að spyrja.“

ROBOLAB – að forrita Legó-vélmenni

ROBOLAB-forritið er hluti af legó og má nota til að byggja, forrita og stjórna vélmennum. ROBOLAB er þróað af Legó Dacta sem er sá hluti af Legó sem framleiðir legókubba til kennslu. Þetta forrit er hannað í þeim tilgangi að stjórna vélmennum.

Nemendur búa vélmennin til sjálfir með því að nota legó. Til að fá þau til að hreyfa sig þurfa nemendur að búa til einfalt forrit á PC-tölvu áður en hægt er að yfirfæra það á legó-vélmennið. Ferlinu til þess arna er vel lýst í bæklingum sem fylgja með ROBOLAB.

Hugmyndir og athugasemdir

Viðfangsefni

- Hlutfallareikningur í tengslum við margs konar atvik og aðstæður úr daglegu lífi, t.d. hraða, blöndur úr safa og vatni, svo og kílóverð

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 110

Samræðumynd

Nemendur munu nú læra nýtt hugtak, hlutfall, þar sem margföldun kemur við sögu. Áður hafa þeir lært margföldun með jafn stórum söfnum og margföldun í rúðuneti. Hlutfall segir til um hve stór hluti ein stærð er af annarri. Þetta kemur fram við mismunandi aðstæður:

– *Hlutfall milli sömu eininga*
– *Hlutfall milli mismunandi eininga*
– *Hlutfall milli eininga í blöndum*

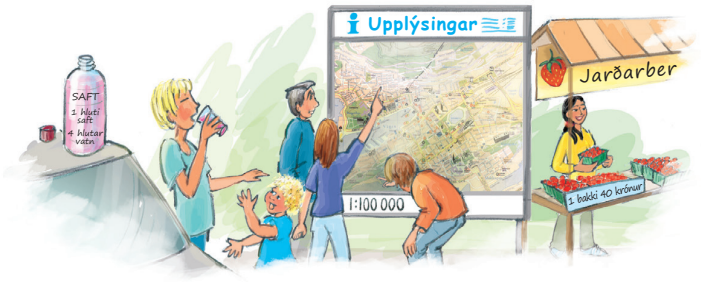
Ef tvær stærðir hafa sömu mælieiningu verður hlutfallið án mælieiningar. Þetta á við um mælikvarða þar sem önnur stærðin er lengd á korti (til dæmis cm) og hin stærðin er lengdin í raunveruleikanum (í sömu mælieiningu).

Ef stærðirnar tvær hafa mismunandi mælieiningar er hlutfallið táknað sem einingafjöldi fyrri stærðar á hverja einingu síðari stærðar. Þetta á t.d. við um hraða þar sem hlutfallið er táknað sem fjöldi kílómetra sem ekið er á einum klukkutíma. Annað dæmi er t.d. kílóverð þar sem hlutfallið er táknað sem fjöldi króna á eitt kíló.

Hvað blöndur varðar er málið nokkuð flóknara. Í þeim tilvikum er ekki aðeins litið á stærðirnar tvær því þriðja stærðin bætist við þar sem fyrrnefndu stærðirnar tvær sameinast. Þegar safa og vatni er blandað saman í hlutfallinu 1 : 5 er t.d. blandað saman 2 dl af safa og 10 dl af vatni. Þannig bætist við þriðja stærðin, hin tilbúna blanda, 12 dl.

Í kaflanum er fengist við hlutföll í verkefnum úr daglegu lífi. Í stærðfræði eru hlutföll auk þess notuð í margs konar samhengi. Dæmi um þetta eru:

Hlutfallareikningur



Vegalengdin, sem bíl er ekið á tilteknum tíma, er í hlutfalli við hraða bílsins:

- Bíll, sem er ekið 70 km á einni klukkustund, fer 140 km á tveimur klukkustundum.
- Bíll, sem er ekið 80 km á einni klukkustund, fer 160 km á tveimur klukkustundum.

Hve mikið bensín er notað er í hlutfalli við hve langt er ekið:

- Til að aka einn kílómetra þarf um það bil 0,12 lítra af bensíni.
- Til að aka fimm kílómetra þarf um það bil 0,60 lítra af bensíni.

Raunverulegar fjarlægðir, sem sýndar eru á korti, eru í hlutfalli við mælikvarðann sem notaður er:

- Ef mælikvarðinn er 1 : 1000 táknar 1 cm á kortinu 1000 cm eða 10 metra í raunveruleikanum.
- Ef mælikvarðinn er 1 : 10 000 táknar 1 cm á kortinu 10 000 cm eða 100 metra í raunveruleikanum.

Styrkleiki safans er í hlutfalli við hve mikið vatn er notað.

- Ef við blöndum saman einum hluta af safa á móti einum hluta af vatni verður safinn mjög sterkur.
- Ef við blöndum saman einum hluta af safa á móti tíu hlutum af vatni verður safinn mjög veikur.

Hve mikið bananar kosta er í hlutfalli við hve mörg kíló eru keypt.

- Eitt kíló af banönum kostar 300 krónur.
- Fimm kíló af banönum kosta þá 1500 krónur.

– *Brot sem sýna hlutfallið milli tveggja heilla talna*
– *Prósentur, sem eru brot af sérstakri gerð, þar sem heildinni er skipt í hundraðshluta*
– *Líkur sem líta má á sem hlutfallið milli tiltekinna atburða og mögulegra útkomna*
– *Rúmfræði þar sem einslægar hliðar í einslaga myndum eru í föstum hlutföllum.*

Þrjár stærðir koma við sögu í hlutfallareikningi, þ.e. hlutfallstalan h, og stærðirnar tvær, a og b: $h = \frac{a}{b}$ (t.d. hraði = $\frac{\text{vegalengd}}{\text{tími}}$)

Við þessa blaðsíðu nemendabókar er því hægt að búa til þrenns konar verkefni, allt eftir því hvaða stærð er óþekkt. Kennari leggur slík verkefni fyrir nemendur, annaðhvort á undan eða eftir að þeir hafa unnið verkefnin á bls. 111. Dæmin hér á eftir tengjast hraða:

a er óþekkt:

1 Bíl er ekið með hraðanum 60 km/klst. Hve langt fer hann þá á 3 klst.? (180 km)

2 Hve langt fer hann þá á hálftíma? (30 km)

b er óþekkt:

3 Bíl er ekið með hraðanum 50 km/klst. Hve langan tíma er hann að fara 200 km? (4 klst.)

h er óþekkt:

4 Bíll fer 150 km á 2 klst. Hver er hraði bílsins ef hann fer jafn hratt allan tímann? (75 km)

8.38 Á kortinu eru 5 cm milli tveggja staða. Hver er raunveruleg fjarlægð?

Mælikvarðinn 1 : 100 000 táknar að 1 cm á kortinu samsvari 1 km í raunveruleikanum.

8.39 Hver er fjarlægðin í raunveruleikanum milli tveggja staða ef hún er

a 7 cm á kortinu?

b 12 cm á kortinu?

c 4,5 cm á kortinu?

8.40 Bíl er ekið með 70 km hraða á klukkustund. Hversu langt fer hann á 4 klukkustundum?

8.41 Bíl er ekið með 75 km hraða á klukkustund. Hversu langt fer hann á

a 2 klukkustundum?

b 6 klukkustundum?

c 4 klukkustundum?

8.42 Safa og vatni er blandað í hlutföllunum 1 á móti 4. Það þýðir að í 1 lítra af safa eru settir 4 lítrar af vatni.

a Hve marga lítra af vatni þarf í 2 lítra af safa?

b Hve marga lítra af vatni þarf í 10 lítra af safa?

8.43 Safa og vatni er blandað í hlutföllunum 1 á móti 5. Það þýðir að í 1 lítra af safa er blandað 5 lítrum af vatni.

a Hve marga lítra af vatni þarf í 5 lítra af safa?

b Hvað verður blandan þá margir lítrar?

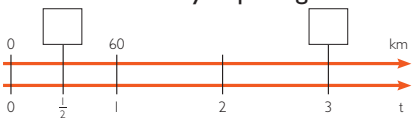
8.44 Hvað kosta

a 3 kíló af banönum?

b 10 kíló af banönum?

8.45 Eva kaupir banana fyrir 2100 kr. Hvað kaupir hún mörg kíló?

Góð aðferð til að sýna hlutföll er að nota tvær talnalínur. Dæmi 1 og 2 hér á undan má sýna þannig:



Önnur dæmi úr daglegu lífi, sem lýsa hlutföllum, eru:

– Í hverri viku erum við fimm daga í skólanum. Hve marga daga erum við þá í skólanum á þremur vikum? (15, þ.e. 3 • 5.)
En á 5 vikum? (25, þ.e. 5 • 5.)
En á 6 vikum? (30, þ.e. 6 • 5.)
(Hlutfallið milli vikna og skóladaga er 1 : 5).

– Þú færð eina pitsu ókeypis eftir hverja tíundu pitsu sem þú kaupir. Hve margar pitsur þarftu að kaupa til að fá þrjár ókeypis? (*3 • 10 = 30.*)
Fimm ókeypis? (5 • 10 = 50.)
(Hlutfallið milli pitsa, sem keyptar eru, og ókeypis pitsa er 10 : 1.)

▶ Bls. 111

Verkefnin á þessari blaðsíða má gjarnan vinna sameiginlega með allri bekkjardeildinni. Kennari getur búið til fleiri samsvarandi verkefni.

Nemendur þurfa að velja aðferð og fá að ákveða hvernig þeir hugsa til að leysa verkefnin.

Nr. 8.38 og 8.39

Nemendur nota mælikvarða til að leysa dæmin. Einn cm á kortinu samsvarar 1 km í raunveruleikanum þannig að engra útreikninga er þörf; aðeins þarf að breyta um mælieiningu. Gott er að kennari rifji upp með nemendum hinar mismunandi mælieiningar fyrir lengd:

1 km = 1000 m
1 m = 100 cm

Þetta er nauðsynlegt til þess að nemendur taki það ekki bara gott og gilt án umhugsunar að 1 cm á kortinu samsvari 1 km. Á næstu blaðsíðu er nefnilega annar mælikvarði á kortinu.

Nr. 8.40 og 8.41

Nemendur margfalda tímann með hraðanum til að finna vegalengdirnar.

Nr. 8.42 og 8.43

Nemendur nota hlutföllin til að finna magnið. Í verkefni 8.42a á að blanda saman 2 lítrum af safa og 8 lítrum af vatni. Þar með verður blandan 10 lítrar. Þetta atriði er einkennandi fyrir blöndur.

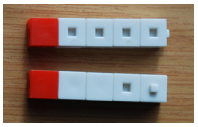
Nr. 8.44 og 8.45

Nemendur nota kílóverðið til að finna vöruverðið í verkefni 8.44 og fjölda kílóanna sem Eva kaupir í verkefni 8.45.

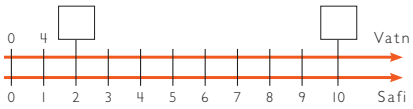
Auðveldari verkefni

Nemendur teikna sér til hjálpar eða nota áþreifanleg hjálpargögn. Þeir geta til dæmis notað sentikubba. Sýna má verkefni 8.42, þar sem um er að ræða 1 lítra af safa í 4 lítra af vatni, þannig:

Hve marga lítra af vatni þarf í blönduna ef nota á 2 lítra af safa?



Einnig má nota tvær talnalínur við öll verkefnin. Verkefni 8.42 er þá sýnt þannig:



Erfiðari verkefni og raunverkefni

Fleiri verkefni

Á verkefnablöðum 6.130–6.135 (*Hraði og tími, Erlendir peningar* og *Hlutföll 1–4*) eru fleiri verkefni þar sem fjallað er um hlutföll.

Viðfangsefni

- Hlutfallareikningur: Mælikvarði
- Að breyta úr einni lengdareiningu í aðra

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 112

Sýnidæmi

Á kortinu í bókinni er mælikvarðinn 1 : 1500 000. Það merkir að 1 cm á kortinu samsvarar 1 500 000 cm í raunveruleikanum. Kennari sýnir nemendum hvernig hægt er að breyta sentimetrunum í skiljanlegri mælitölu með því að nota aðra mælieiningu, t.d. km. Þá samsvara 15 milljónir sentimetrar 15 km.

Nemendur vinna þessi verkefni eins og þeim hentar best en þó þarf að vanda vel til tveggja atriða. Í fyrsta lagi þurfa þeir að gæta þess að nota jöfnumerkið rétt. Til dæmis má ekki skrifa: 4,5 = 4,5 • 20 = 90. Hér er ekki jafnt báðum megin við fyrra jöfnumerkið. Í sýnidæminu er því notuð ör í staðinn.

Í öðru lagi er best ef nemendur svara með einni málsgrein. Tvö strik undir svarsetningu sýna að hún er hið endanlega svar.

Í sýnidæminu eru mælieiningarnar cm og km notaðar, einnig þar sem útreikningar eru sýndir. Venjulega er ekki mælt með því að mælieiningar séu notaðar í útreikningum. Ástæða þess að það er gert í þessu tilviki er að betur komi fram hvað er mæling á korti og hvað gildir í raunveruleikanum. Ef kennari vill hins vegar ráða nemendum frá því að nota mælieiningar í útreikningum, einnig í þessu tilviki, þá gerir hann það að sjálfsögðu.

Nr. 8.46

Nemendur mæla vegalengdina frá Selfossi að Hellu á kortinu með reglustiku og námunda að hálfum og heilum sentimetrum. Síðan margfalda þeir sentimetrafjöldann eins og mælikvarðinn segir til um (15 km) til að finna hina raunverulegu vegalengd.

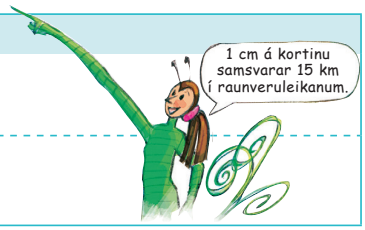
Mælikvarði

Kortið er teiknað í mælikvarðanum 1 : 1 500 000.
Þá eru allar fjarlægðir á kortinu 1 500 000 sinnum stærri í raun.
1 cm → 1 500 000 cm í raunveruleikanum.
1 500 000 cm = 15 km

Sýnidæmi

Milli tveggja staða eru 2 cm á kortinu.
Hvað er það langt í raunveruleikanum?

2 cm → 2 · 15 km = 30 km
Fjarlægðin er 30 km í raunveruleikanum.



8.46 Birna ætlar að fara frá Selfossi til Hellu.
- **a** Hvað eru það um það bil margir sentimetrar á kortinu?
- **b** Hvað eru það margir kílómetrar í raun?

8.47 Mældu fjarlægðirnar á kortinu og reiknaðu út hverjar þær eru um það bil í raunveruleikanum.
- **a** Frá Hellu til Hvolsvallar.
- **b** Frá Hvolsvelli til Víkur.
- **c** Frá Hveragerði til Hvolsvallar.
- **d** Frá Selfossi að Laugarvatni (loftlínan).

8.48 Gerum ráð fyrir að bíl sé ekið um það bil 90 km á klukkustund. Hve langan tíma tekur að aka
- **a** frá Hellu í Þykkvabæ og til baka aftur?
- **b** frá Hveragerði í Vík?

Nr. 8.47

Nemendur mæla fjarlægðirnar á kortinu með reglustiku (námunda að hálfum og heilum sentimetrum) og margfalda þá tölu eins og mælikvarðinn segir til um til að finna hina raunverulegu vegalengd.

Nr. 8.48

Nemendur nota upplýsingar um hraða, mæla vegalengdir og reikna um það bil hve langan tíma það tekur að aka vegalengdirnar sem spurt er um. Þeir þurfa ekki að reikna af nákvæmni. Vegalengdin í a-lið er um það bil 1 cm á kortinu en það samsvarar 15 km, þ.e. 30 km fram og til baka. Ef bíllinn fer 90 km á 1 klst. fer hann 30 km á 1/3 klst., þ.e. 20 mín.

Varðandi b-lið: Frá Hveragerði í Vík eru u.þ.b. 10 cm á kortinu, þ.e. 10 · 15 = 150 km í raun.

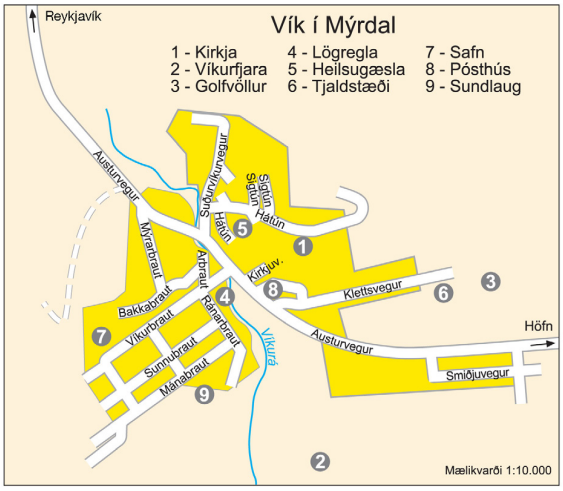
▶ Bls. 113

Nr. 8.49

Nemendur mæla á kortinu með reglustiku og nota þar á eftir mælikvarðann til að finna hinar raunverulegu vegalengdir. Gott er að kennari fari í gegnum það með nemendum hvernig mælikvarðinn er notaður. Mælikvarðinn segir til um að 1 cm á kortinu samsvari 10 000 cm í raunveruleikanum og 10 000 cm = 100 m. Minna má nemendur á að sjálfsagt sé að námunda sentimetrana að hálfum eða heilum.

Nr. 8.50

Nemendur mæla fjarlægðir á kortinu með reglustiku. Síðan nota þeir mælikvarðann til að reikna hinar raunverulegu vegalengdir. Þessar mælingar eru nokkru flóknari en í verkefninu á undan þar sem yfirleitt þarf að lyfta reglustikunni og mæla



8.49 Hve langt er um það bil í raunveruleikanum frá

a lögreglustöð að safni?
b tjaldstæði að pósthúsi?
c pósthúsi í Víkurfjöru?
d kirkju að sundlaug?

8.50 Hvað er um það bil langt í raun

a frá pósthúsi að Smiðjuvegi eftir Austurvegi?
b með bíl frá Suðurvíkurvegi að safni?

8.51 Um það bil hve langar eru þessar götur?

a Sunnubraut
b Smiðjuvegur
c Ránarbraut

8.52 Tómas er á tjaldstæðinu og ætlar að skokka um bæinn. Hann hleypur um það bil 1000 m á tíu mínútum. Skrifaðu leiðarlýsingu þar sem hann skokkar í

a 10 mínútur
b 20 mínútur
c 30 mínútur

113

tvívegis. Svörin kunna að verða mismunandi en það er í góðu lagi þar sem tilgangurinn er að nemendur geti notað mælikvarða til að finna raunverulegar vegalengdir.

Nr. 8.51

Nemendur mæla fjarlægðir á korti og nota mælikvarða til að finna vegalengdir. Gert er ráð fyrir að aðeins sé tekið mið af því sem sést af götunum á kortinu. Enn skal minnt á að ekki þarf að taka alvarlega þótt svör verði mismunandi þar sem ekki er krafist nákvæmra mælinga; áherslan er á að nemendur geti notað mælikvarða.

Nr. 8.52

Nemendur búa til leiðarlýsingu sem byrjar og endar á tjaldstæðinu. Þeir þurfa að taka mið af þeim tíma sem Tómas hleypur hverju sinni.

Nemendur munu áreiðanlega velja mismunandi leiðir fyrir Tómas og líklega munu þeir einnig nota ólíkar aðferðir til þess arna. Þetta verkefni gefur því gott tilefni til að nemendur kynni lausnir sínar fyrir bekkjarfélögunum. Auðveldast er líklega að byrja á því að hugsa sem svo að Tómas hlaupi 100 m (1 cm á kortinu) á 1 mínútu. Verkefnið mun þá felast í að finna leiðir sem eru 10 cm, 20 cm og 30 cm á kortinu.

Auðveldari verkefni

Nemendur sem kunna ekki enn margföldunartöfluna nota vasareikni við verkefni þessarar opnu. Hér skiptir öllu máli að þeir skilji hlutföll og mælikvarða. Á kortinu á bls. 113 má benda nemendum á að mælikvarðinn 1 : 10 000 merkir að 1 cm á kortinu tákni 100 m í raun.

Verkefni 8.52 verður nokkuð erfitt fyrir einhverja nemendur og geta þeir þá sleppt því.

Erfiðari verkefni

Hvar á fótboltavöllurinn að vera?

Ætlunin er að útbúa fótboltavöll í Vík. Flatarmál hans verður 7000 m². Breiddin verður 70 m.

a Er pláss fyrir hann á svæðinu milli Víkurbrautar og Sunnubrautar?
b Er pláss fyrir hann á græna svæðinu sunnan Austurvegar austast í þorpinu?

Nemendur þurfa að finna lengd vallarins. Ef breiddin er 70 m og flatarmálið er 7000 m² hlýtur lengdin að vera 7000 : 70 = 100 m.

Nemendur mæla síðan svæðið í a-lið og komast að raun um að svæðið milli gatnanna tveggja er of mjótt þótt lengdin myndi ef til vill sleppa. Þar yrði einnig erfitt að koma áhorfendum fyrir.

Raunverkefni

Samþætting stærðfræði, leikfimi og samfélagsfræði

Kennari ljósritar kort af nærumhverfinu, merkir ákveðna staði á kortinu eins og gert er á bls. 125. Nemendur mæla fjarlægðir milli staðanna og nota mælikvarða til að finna hve langt er milli þeirra í raunveruleikanum. Best er að nemendur mæli

– loftlínu milli staða
– vegalengdir eftir stígum, utan um hóla, mýri, tjarnir o.s.frv. þar sem best er fyrir hlaupara, hjólreiðamenn eða göngufólk að fara.

Síðan bera nemendur saman þessar tvenns konar fjarlægðir. Oft er það svo að gönguleið eða hjólaleið er tvöfalt lengri en loftlínan.

Kort af skólaumhverfinu

Ef fyrir hendi er kort yfir umhverfi skólans má búa til frekari verkefni sem varða kort og mælikvarða. Ef kort er ekki tiltækt má nota verkefnablað 5.142a (*Kort yfir Gerðaskóla og umhverfi hans*) í verkefnahefti Stiku 1b. Fleiri spurningar eru á verkefnablaði 5.142b (*Verkefni við kortið yfir Gerðaskóla*) sem er framhald af verkefnablaði 5.142a.

Viðfangsefni

- Hlutföll í tengslum við mælikvarða: Stækkun og minnkun

Búnaður

- Reglustika

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 114

Kennari ræðir við nemendur um að oft þurfi að gera myndir, teikningar af einhverju. Þá breytist oft stærðin þannig að annaðhvort er myndin stærri en hin raunverulega fyrirmynd eða minni.

- *Munið þið eftir einhverjum dæmum um myndir af einhverju sem er minna á myndunum en það er í raunveruleikanum? (Flestar ljósmyndir eru þannig, t.d. af húsum og mönnum, og einnig teikningar af hinu sama; þar að auki kort, hnattlíkön o.fl.)*
- *Munið þið eftir dæmum um myndir af einhverju sem er stærra á myndunum en það er í raunveruleikanum? (Myndir af skordýrum, teikningar af því sem sést í smásjá o.fl.)*

Í tilvikum sem þessum eru teikningarnar venjulega eins og fyrirmyndin í raunveruleikanum nema að því er varðar stærðina. Ef mælikvarðinn er gefinn upp er hægt að reikna hve stór fyrirmyndin er í raun.

Nr. 8.53

Mælikvarði lýsir hlutfallinu milli myndar og raunveruleikans. Eins og segir í bláa fróðleiksreitnum skiptir röð talnanna tveggja höfuðmáli. Fyrri talan segir til um lengdir á myndinni, sem teiknuð er af fyrirmyndinni, en síðari talan tilgreinir tilsvarandi lengdir í raunveruleikanum. Mælikvarðinn 2 : 1 táknar því stækkun en 1 : 2 minnkun.

Nemendur teikna myndirnar tvær þannig að lengdirnar verði tvöfalt eða þrefalt stærri.

Nr. 8.54

Nemendur mæla hliðar þríhyrningsins og teikna nýja þríhyrninga þar sem hliðarnar eru ýmist helmingi styttri (deilt með 2) í a-lið eða þrefalt styttri (deilt með 3) í b-lið.

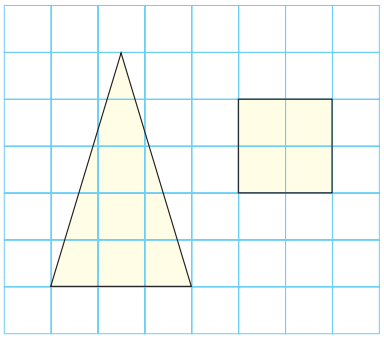
Mælikvarði
Þegar tveir eða fleiri hlutir hafa sama form en eru misstórir mælum við muninn á þeim í ákveðnum mælikvarða. Hann segir til um hve oft lengd myndar hefur verið stækkuð eða minnkuð borið saman við raunveruleikann.

Mælikvarði 1 : 2
Þetta þýðir að mynd hefur verið minnkuð. Mælikvarðinn táknar að 1 cm á teikningunni samsvarar 2 cm í raunveruleikanum.

Mælikvarði 2 : 1
Þetta þýðir að mynd hefur verið stækkuð. Mælikvarðinn táknar að 2 cm á myndinni samsvara 1 cm í raunveruleikanum.

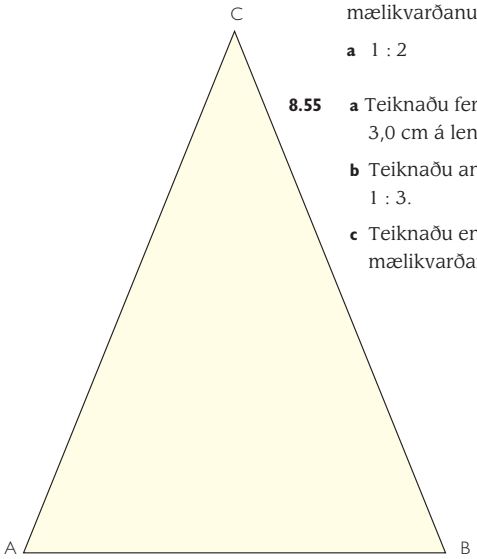
8.53 Teiknaðu þessar myndir í mælikvarðanum

a 2 : 1 **b** 3 : 1



8.54 Teiknaðu jafnarma þríhyrninginn ABC í mælikvarðanum

a 1 : 2 **b** 1 : 3



8.55 **a** Teiknaðu ferning þar sem hliðarnar eru 3,0 cm á lengd.

b Teiknaðu annan ferning í mælikvarðanum 1 : 3.

c Teiknaðu enn annan ferning í mælikvarðanum 3 : 1.

Nr. 8.55

Nemendur teikna ferning með hliðarlengdina 3 cm. Síðan teikna þeir ferning í mælikvarðanum 1 : 3 (þ.e.a.s. hliðarnar eiga að vera 1 cm) og annan ferning í mælikvarðanum 3 : 1 (hliðarnar eiga að vera 9 cm).

▶ Bls. 115

Nr. 8.56

Nemendur finna hlutfallið milli hæða húsanna tveggja og milli lengdar þeirra. Þar sem húsin eru einslaga verður hlutfallið hið sama, þ.e. um það bil 3 : 1. Hér er litið á minna húsið (A) sem „hið raunverulega hús“ og stærra húsið því stækkuð mynd af því.

Nr. 8.57

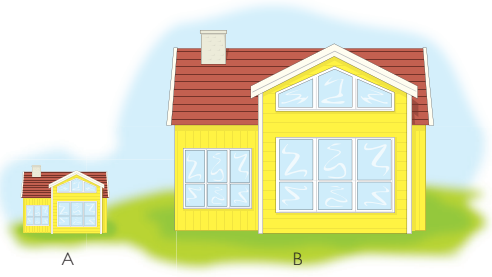
Nemendur mæla hliðarlengdir hyrninganna og teikna myndir þar sem hliðarlengdirnar eru tvöfalt lengri.

Nr. 8.58

Nemendur reikna hliðarlengd ferhyrninganna miðað við að þeir hafi verið teiknaðir í mælikvarðanum sem gefinn er upp. Á verkefnablaði 6.128 (*Mælikvarði 1*) eru fleiri svipuð verkefni þar sem nemendur eiga að reikna út hliðarlengdir miðað við uppgefna mælikvarða án þess að teikna.

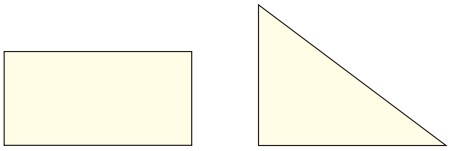
Auðveldari verkefni

Erfitt getur verið fyrir nemendur að muna hvort um er að ræða stækkun eða minnkun með því einungis að horfa á mælikvarðana. Minnisregla getur falist í að minna nemendur á að fyrri talan vísar alltaf í teikninguna (kortið) og síðari talan í „raunveruleikann“. Það merkir að ef stærri talan er skráð á undan hlýtur teikningin að sýna stækkun því að þá er teikningin stærri en raunveruleikinn.

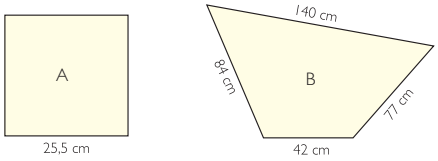


8.56 **a** Hvað er hús B mörgum sinnum hærra en hús A?

b Hvað er hús B mörgum sinnum breiðara en hús A?



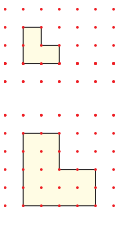
8.57 Mældu hliðarnar á rétthyrningnum og þríhyrningnum. Teiknaðu þá síðan í mælikvarðanum 2 : 1.



8.58 **a** Hve langar verða hliðarnar í ferningnum A ef hann er teiknaður í mælikvarðanum 3 : 1?

b Hve langar verða hliðarnar í ferhyrningnum B ef hann er teiknaður í mælikvarðanum 1 : 7?

Mælikvarði á pinnabretti eða punktablaði



Búnaður: Pinnabretti, teygjur og punktablað

Nemendur búa til einfalda mynd á pinnabretti eða teikna hana á punktablað. Gott er ef kennari getur sýnt þetta á myndvarpa. Hann biður nemendur að stækka myndina á pinnabrettinu sínu eða punktablaðinu.

Kennari hvetur nemendur til að stækka myndirnar meira en sem nemur mælikvarðanum 2 : 1. Þegar þeir hafa búið myndirnar til á pinnabretti geta þeir teiknað lausnirnar á punktablað.

Erfiðari verkefni

Þegar mynd er endurgerð í ákveðnum mælikvarða eða mynd teiknuð af hlut eru það lengdirnar sem stækka eða minnka. Fá má nemendum það verkefni að kanna hve mikið flatarmál eykst þegar eitthvað er stækkað í mælikvarðanum 2 : 1 eða 3 : 1. Nota má ferningana í verkefnum 8.53a og 8.55c í þessu skyni.

Svar: Þegar hliðar í ferningi eru margfaldaðar með 2 verður flatarmálið fjórum sinnum stærra. Þegar hliðarnar í ferningi eru margfaldaðar með 3 verður flatarmálið níu sinnum stærra. Nemendur geta fengið góða reynslu af þessu ef þeir vinna verkefnið *Að búa til límmiða* sem fjallað er um hér á eftir.

Raunverkefni

Meiri þjálfun í að teikna myndir eftir mælikvörðum

Nemendur fá fleiri myndir, sem teikna skal í ákveðnum mælikvarða, annaðhvort til að stækka þær eða minnka. Gott er að nota verkefnablöð 5.140 og 5.141 (*Mælikvarði 1* og 2) í verkefnahefti Stiku 1b.

Nemendur geta einnig teiknað eigin myndir, til dæmis samsettar rúmfræðimyndir. Gott er að nota rúðustrikuð blöð í þessu skyni. Nemendur gefa upp mælikvarða sem þeir segja að myndin sé teiknuð í. Því næst skiptast þeir á myndum og eiga að teikna myndir hver annars í réttri („raunverulegri“) stærð.

Reikna lengdir út frá mælikvarða

Á verkefnablaði 6.128 (*Mælikvarði 1*) eru svipuð verkefni eins og verkefni 8.58 þar sem reikna á út hliðarlengdir út frá gefnum mælikvarða án þess að teikna myndirnar.

Finna réttan mælikvarða

Á verkefnablaði 6.129 (*Mælikvarði 2*) eru verkefni sem svipar til verkefnis 8.56 þar sem nemendur eiga að mæla ýmsar einslaga myndir og finna hlutfallið milli þeirra, þ.e.a.s. mælikvarðann.

Búa til límmiða

Búnaður: Rúðustrikaður pappír, skæri, límmiðablöð eða litaður pappír.

Nemendur eiga að teikna mynd sem þeir yfirfæra síðan yfir á límmiða í stærðinni 2 : 1.

Nemendur teikna mynd á rúðustrikað blað. Síðan teikna þeir sömu mynd á annað rúðustrikað blað en þá eiga allar hliðarnar að vera helmingi styttri.

Áður en nemendur byrja á að minnka myndina ræðir kennari við þá um hve stór þeir haldi að nýja myndin verði í hlutfalli við þá stóru. Margir munu líklega halda því fram að myndin verði helmingi minni. Það verður hún ekki því að hún verður fjórðungur af upphaflegu myndinni. Ástæðan er sú að við helmingum myndina í tvær áttir, bæði breidd og lengd.

Viðfangsefni

- Hlutföll í verkefnum úr daglegu lífi: vegalengdir og hraði svo og kaup og sala

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 116

Vel kann að vera að nemendur hafi ekki hugsað út í hvað orðasambandið „kílómetrar á klukkustund“ þýðir. Kennari þarf að ganga úr skugga um þetta og benda þeim á að þetta merki þá vegalengd sem bíl er ekið í ákveðinn tíma; í þessu dæmi merkir orðatiltækið þann fjölda kílómetra sem bíl er ekið á einni klukkustund. Í Bandaríkjunum er hraði gefinn upp í mílum sem bíl er ekið á klukkutíma. Þar sem míla er 1,6 km samsvarar hraðinn 50 mílur á klukkustund 50 • 1,6 = 80 km/klst.

Nr. 8.59

Nemendur finna hve langt bíl er ekið á 2, 3, 4 og 6 klukkutímum þegar hraðinn er 60 km á klukkustund.

Nr. 8.60

Nemendur finna hve langt bíl er ekið á mismunandi löngum tíma þegar hraðinn er 80 km á klukkustund.

Nr. 8.61

Nemendur finna hve langt bíl er ekið á mislöngum tíma þegar hraðinn er 60 km á klukkustund.

- *Hve langt fer bíllinn á*

– tveimur og hálfri klukkustund? (150 km)
– hálftíma? (30 km)
– einni mínútu (1 km)

Gott er að kennari teikni klukku til að sýna hvernig reikna má út hve langt bíl er ekið á einni klukkustund. Eftir að kennari hefur notað 60 km/klst. sem útgangspunkt getur hann gert hið sama en notað t.d. 80 km/klst.

- *Hve langt er þessum bíl ekið á*

– einum og hálfum tíma? (80 + 40 = 120 km)
– einu korteri? (20 km)
– 45 mínútum? (40 + 20 = 60 km)
– 10 mínútum? (honum er ekið 40 km á 30 mín.; 40 : 3 ≈ 13,3 km)

Nr. 8.62 og 8.63

Nemendur finna hraða bíls ef honum er ekið 210 km vegalengd á 3 eða 4 klukkustundum svo fremi bíllinn haldi jöfnum hraða allan tímann. Nemendur deila í kílómetrana, sem ekið er, með fjölda klukkustunda.

- *Hraðskreiðustu hlauparar heims hlaupa 100 metra á 10 sekúndum. Hve langt hlaupa þeir á einni sekúndu? (10 metra. Hraði þeirra er þannig 10 metrar á sekúndu.)*
- *Hestur getur hlaupið næstum tvöfalt hraðar. Ef hann hleypur 20 metra á sekúndu – hve langt hleypur hann þá á einni mínútu? (60 • 20 = 1200 m = 1,2 km.)*
- *Getur bíll ekið svo hratt?*
- *Hve hratt hleypur hesturinn í km á klukkustund, þ.e.a.s. hve langt hleypur hann á einni klukkustund? (60 mín. • 1,2 km = 72 km.)*

▶ Bls. 117

Nemendur leysa verkefnin með aðferðum sem þeir velja sjálfir en svarið á að vera í einni málsgrein. Hugsa má lausnirnar á mismunandi vegu. Nemendur þurfa að fá tækifæri til að kynna aðferðir sínar fyrir bekkjarfélögunum.

Nr. 8.64–8.66

Nemendur nota verðið, sem gefið er upp, til að reikna út hvað vörurnar kosta. Á myndinni kosta fimm gulrætur 150 krónur þannig að verðið á einni gulrót er 30 krónur. Verð á einni peru er 160 kr. : 4 = 40 kr.

Nr. 8.67

Nemendur reikna út hve margar perur þeir geta keypt fyrir 1000 kr. þegar fjórar perur kosta 160 kr.

Nr. 8.68

Nemendur finna fyrst verð á einni köku og síðan á fimm og fimmtán kökum þegar átta kökur kosta 120 kr.

Vegalengd og hraði

Sýnidæmi

Bíl er ekið á 70 km hraða á klukkustund.
Hve langt er honum ekið á 3 klukkustundum á sama hraða?

$3 \cdot 70 = 210$
Bíllinn fer 210 km.

8.59 Bíl er ekið með 60 km hraða á klukkustund.
Hve langt fer bíllinn á

a 2 klukkustundum? **c** 4 klukkustundum?
b 3 klukkustundum? **d** 6 klukkustundum?

8.60 Öðrum bíl er ekið á hraðanum 80 km/klst.
Hve langt fer bíllinn á

a 2 klukkutímum? **c** $\frac{1}{2}$ klukkutíma?
b 5 klukkutímum? **d** $4\frac{1}{2}$ klukkutíma?

8.61 Bíl er ekið á hraðanum 60 km/klst. Hve langt fer hann á

a 15 mínútum? **c** 20 mínútum?
b 10 mínútum? **d** 70 mínútum?

8.62 Bíllinn, sem þú sérð á myndinni, er 3 klst. til Hafnar.
Hve langt fer bíllinn á einni klukkustund?

8.63 Annar bíll er samtals 4 klukkutíma til Hafnar.
Hve langt fór hann á einum klukkutíma?

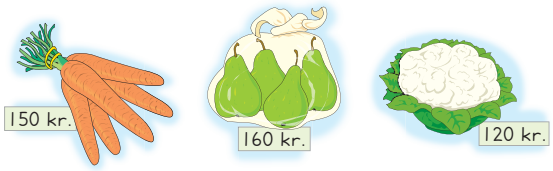
Kaup og sala

Sýnidæmi

a Hvað kostar ein appelsína?
b Hvað kosta þrjár appelsínur?

a Ein appelsína kostar:
120 : 4 = 30 — Ein appelsína kostar 30 krónur.

b Þrjár appelsínur kosta:
3 · 30 = 90 — Þrjár appelsínur kosta 90 krónur.



8.64 Hvað kosta
a 2 blómkálshausar? **c** 5 blómkálshausar?
b 4 blómkálshausar?

8.65 Hvað kosta(r)
a 2 búnt af gulrótum? **c** 20 búnt af gulrótum?
b 3 búnt af gulrótum?

8.66 Hvað kosta(r)
a 1 pera? **b** 6 perur? **c** 12 perur?

8.67 Hvað geturðu keypt margar perur fyrir 1000 krónur?

8.68 8 kexkökur kosta 120 kr. Hvað kosta(r) þá
a 1 kexkaka? **b** 5 kexkökur? **c** 15 kexkökur?

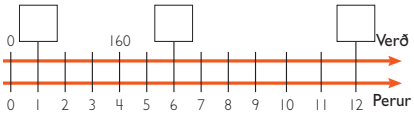
8.69 Fimm kíló af klaka kosta 420 kr.
Hvað kosta þá níu kíló af klaka?

Nr. 8.69

Nemendur finna verð á níu kílóum af klaka þegar fimm kíló kosta 420 krónur. Kennari gætir þess að gefa nemendum ekki vísbendingu of snemma! Líklega er besta aðferðin að finna fyrst verðið á einu kílói en samt sem áður skal leyfa nemendum að finna eigin aðferðir.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota tvær talnalínur til að sýna hlutföllin. Perudæmið nr. 8.66 á bls. 117 getur litið þannig út:



Til að finna verð á einni peru geta nemendur fyrst fundið verðið á tveimur, sem er helmingurinn af 160. Verðið á einni peru er þá helmingurinn af 80 kr., þ.e.a.s. 40 kr.

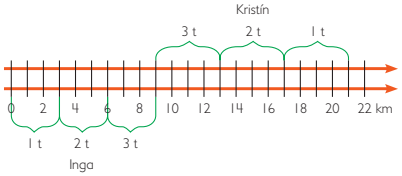
Í dæmi 8.67 eiga nemendur að finna hve margar perur þeir geta keypt fyrir 1000 kr. Það má gera með því að skrifa fleiri tölur yfir verð á talnalínuna. Til dæmis verður verðið á átta perum tvöfalt meira en verðið á fjórum, þ.e. 320 kr. Ef verðið á einni peru er 40 kr. verður verðið á 10 perum 400 kr.

Erfiðari verkefni

Þrautalausnir: hraði og tími

Inga og Kristín eiga sumarbústað í 21 km fjarlægð hvor frá annarri. Einn daginn ákveða þær að hittast. Báðar leggja af stað gangandi kl. 9. Inga gengur 3 km á klst. en Kristín 4 km á klst. Hvenær munu þær hittast og hve langt hefur hvor þeirra gengið?
Lausn: Þær hittast eftir þrjá klukkutíma og þá er Kristín búin að ganga 12 km (3 • 4) og Inga 9 km (3 • 3).

Margir nemendur munu sjá lausnina á auðveldari hátt ef þeir teikna eða nota talnalínu.



Fleiri þrautalausnir

Á verkefnablaði 6.130 (*Hraði og tími*) eru fleiri heilabrot um hraða og tíma.

Raunverkefni

Reikna hraða og tíma

Kennari skrifar nöfnin á eftirfarandi dýrum á töfluna og biður nemendur að raða þeim eftir því hvaða dýr þeir haldi að hlaupi hraðast, síðan næsthraðast o.s.frv. Einnig getur kennari skrifað nöfn dýra og mismunandi hraða upp á töfluna og beðið nemendur að tengja saman dýr og réttan hraða.

Björn 50 km/klst.
Hlébarði 110 km/klst.
Fíll 40 km/klst.
Ljón 80 km/klst.
Hreindýr 50 km/klst.

Hlaupa 50 m og taka tímann

Mæla þarf 50 m vegalengd og nemendur hlaupa hana meðan tekinn er tíminn sem það tekur. Þegar komið er aftur inn í kennslustofuna eiga nemendur að finna út hvort þeir geti hlaupið á svipuðum hraða og einhver dýrin í töflunni hér á undan. Þá þurfa þeir að reikna út í km/klst. hve hratt þeir hlaupa. Nemendur geta notað vasareikni við þessa útreikninga.

Hjálpa má nemendum með því að láta þá fást við einfaldari tölur fyrst.

- *Hvernig funduð þið hraðann í verkefni 8.62? Þá vissum við vegalengdina og tímann. (Við deildum tímanum í vegalengdina.)*

Það er einmitt það sem við eigum að gera núna. Við vitum vegalengdina og tímann sem við notuðum og eigum að finna hraðann. Við verðum þá fyrst að deila með tímanum, sem það tók að hlaupa, í 50 m. Þá finnum við metra á sekúndu (m/sek.).

Nemendur hugsa sjálfir hvað gera þarf næst til að finna hraðann í metrum á klukkutíma og síðan í km á klst.

Viðfangsefni

- Hlutföll í verkefnum úr daglegu lífi: kaup og sala og erlendur gjaldeyrir
- Margföldun tugabrota

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 118

Sýnidæmi

Á þessari blaðsíðu er haldið áfram með hlutföll í tengslum við kaup og sölu. Nú eru tölurnar nokkru erfiðari því tugabrot koma við sögu. Til þess að hægt sé að nota tugabrot í tengslum við verð á Íslandi eru dæmin miðuð við verð „í gamla daga“ en þá voru aurar í notkun.

Gott er að kennari fari í gegnum sýnidæmið með nemendum og minni þá á hvernig skipta má margföldunardæmum upp og margfalda með hverjum tölustaf fyrir sig.

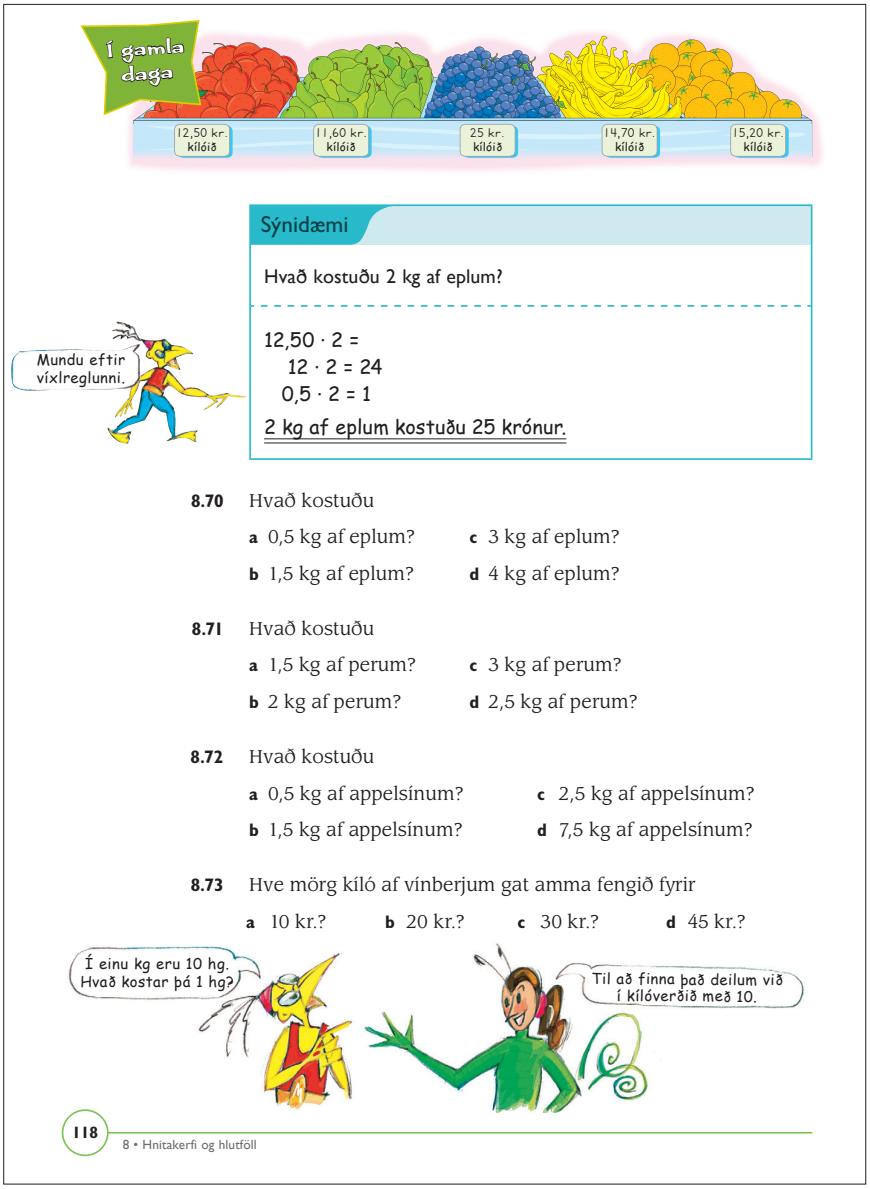
Nr. 8.70–8.72

Nemendur finna – út frá verðinu sem gefið er upp efst á blaðsíðunni – hvað mismunandi magn af ávöxtum kostaði „í gamla daga“. Setja má dæmin upp og reikna þau á mismunandi vegu og nemendur nota aðferðir sem þeir kjósa. Leggja skal áherslu á að þeir útskýri aðferðir sínar hver fyrir öðrum. Þeir þurfa því að setja útreikningana fram þannig að aðrir geti skilið hvað gert var til að reikna dæmið.

Til dæmis má reikna út verðið fyrir 7,5 kg af appelsínum (dæmi 8.72d) með því að margfalda verðið fyrir 2,5 kg (sem er í c-lið) með 3. Viðameiri aðferð er að margfalda án þess að nota niðurstöðu úr fyrri dæmi. Þá reiknar maður fyrst hvað 7 kg kosta og hvað 0,5 kg kosta og leggja saman í lokin:

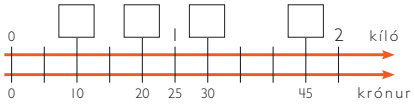
$$\begin{aligned} 10 \cdot 7 &= 70 \\ 5 \cdot 7 &= 35 \\ 0{,}2 \cdot 7 &= 1{,}4 \\ 10 \cdot 0{,}5 &= 5 \\ 5 \cdot 0{,}5 &= 2{,}5 \\ 0{,}2 \cdot 0{,}5 &= 0{,}1 \\ 15{,}2 \cdot 7{,}5 &= 114{,}0 \end{aligned}$$

Ef nemendur – eftir að hafa unnið kafla 7 – hafa á valdi sínu samþjappaðri aðferð eins og t.d. hina hefðbundnu reikningsaðferð í margföldun, er betra að þeir noti hana.



Nr. 8.73

Nemendur reyna að finna svar við spurningunum. Nú er a-liðurinn erfiðastur. Þegar svarið við honum er í höfn er auðvelt að leysa hin dæmin. Ein aðferð við að finna svarið við a-lið er að fylgja ráðleggingum frá hjálparhellunum Krúsa og Kráku. Eitt hg kostar 2,50 kr. þannig að 4 hg kosta þá 10 kr. Það getur verið nemendum til gagns að nota tvær talnalínur. Hér eru upphæðirnar settar á neðri talnalínuna.



▶ Bls. 119

Erlendum gjaldeyri er skipt í ákveðnum föstum hlutföllum. Hlutfallið milli evru og íslenskrar krónu var fyrir nokkrum árum 1 : 80. Það þýðir að ein evra samsvaraði 80 íslenskum krónum.

Nr. 8.74 og 8.75

Nemendur margfalda evrurnar með 80 til að finna samsvarandi upphæð í íslenskum krónum.

Nr. 8.76

Nú þarf að deila með 80 í verðið til að vinna samsvarandi upphæð í evrum.

Auðveldari verkefni

Það getur hjálpað mörgum nemendum ef þeir nota áþreifanleg hjálpartæki við þessi verkefni. Sjá eftirfarandi mynd sem tengist verkefni 8.73. rauði cuisenaire-kubburinn táknar 1 kg af vínberjum á 25 kr. kílóið.

Erlendir peningar

Sýnidæmi

Gengi evru var 80 íslenskar krónur. Hve margar íslenskar krónur fengust þá fyrir 15 evrur?

$5 \cdot 80 = 400$
$10 \cdot 80 = 800$
$15 \cdot 80 = 1200$

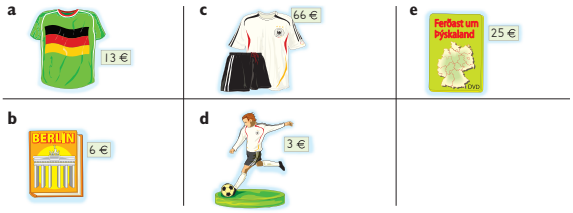
Fyrir 15 evrur fengust 1200 krónur.

Fyrir nokkrum árum kostaði 1 evra 80 krónur.
Hlutfallið milli evru og íslenskrar krónu var þá 1 : 80.

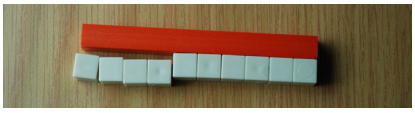
8.74 Hve margar íslenskar krónur fengust fyrir

a 5 evrur? **b** 8 evrur? **c** 20 evrur? **d** 80 evrur?

8.75 Hvað kostuðu vörurnar í íslenskum krónum?



8.76 Bolti kostaði 480 krónur á Íslandi.
Hvað kostaði boltinn í evrum?



- *Ef við skiptum einu kílógrammi í hg hve mörg verða hektógrömmin? (10, og það er sýnt með hvítu kubbunum.)*
- *Hvað kostar þá hvert hg? (25 kr. : 10 = 2,5 kr.)*
- *Ef hvert hektógramm kostar 2,50 kr. – hve mörg þarftu þá til að verðið verði nákvæmlega 10 kr.? (4.)*

Einnig má láta einhverja nemendur nota vasareikni. Mikilvægast er að þeir skilji hlutföll og hugsanaganginn að baki því að reikna út kílóverð og verð á erlendum peningum í stað þess að æfa hugsunarlaust ákveðna færni í margföldun og deilingu. Hér er alls ekki átt við að allir nemendur noti vasareikni því þessi verkefni eru góð upprifjun og sýna margföldun notaða við verkefni í daglegu lífi.

Erfiðari verkefni

Biðjið nemendur að reikna út hve mörg kíló þeir hefðu getað keypt af hverri ávaxtategund (á bls. 118) fyrir 200 kr. Þeir geta námundað svörin að næsta hálfa kílói.

Lausnir: Epli: 16 kg
Perur: um það bil 17 kg
Vínber: 8 kg
Bananar: um það bil 13,5 kg
Appelsínur: um það bil 13 kg

Fleiri verkefni um gjaldeyri:

100 rúblur jafngilda um það bil 400 kr.

- Í Rússlandi kosta hanskar 1000 rúblur. Hvað kosta þeir í íslenskum krónum? (4000 kr.)
- Í Rússlandi kostar taska 1600 rúblur. Hvað kostar hún í íslenskum krónum? (6400 kr.)

Raunverkefni

Netið

Nemendur finna vörur á netinu og búa til lista yfir hluti sem þá langar í. Á listanum tilgreina nemendur verð vörunnar í mynt upprunalandsins, hvert gengið er og hvað varan kostar í íslenskum krónum. Sem dæmi um heimasíðu, sem nemendur geta notað, má nefna Amazon, sem er í Bandaríkjunum, Bretlandi og Þýskalandi þannig að nemendur geta skoðað verð í mismunandi myntum:
– www.amazon.com ($)
– www.amazon.co.uk (£)
– www.amazon.de ( )

Hugmyndir og athugasemdir

Viðfangsefni

- Hlutföll í daglegu lífi: uppskriftir og blöndur

Búnaður

- Ef til vill plastkubbar til að gera verkefnin sjáanleg

Kennsluleiðbeiningar

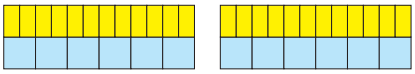
▶ Bls. 120

Samræðumynd

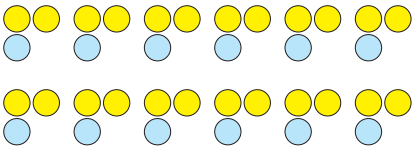
Þegar ætlunin er að búa til trölladeig þurfa hlutföllin milli efnanna í deigið að vera hin sömu og í uppskriftinni. Einhverjir nemendur halda ef til vill að maður fái rétta blöndu með því að leggja saman. Kennari þarf að vera á verði gagnvart þeim nemendum sem leggja saman í stað þess að margfalda.

- *Á móti sex bollum af vatni á að nota 12 bolla af hveiti. Það eru því sex fleiri bollar af hveiti en af vatni. Ef við byrjum með 12 bolla af vatni þurfum við þá einnig að bæta 6 bollum við til að finna hve marga bolla af hveiti á að nota, þ.e. 18 bolla af hveiti? (Nei, því við þurfum 12 bolla af hveiti í hvert sinn sem við notum 6 bolla af vatni.)*

Þetta má sýna með eftirfarandi mynd:



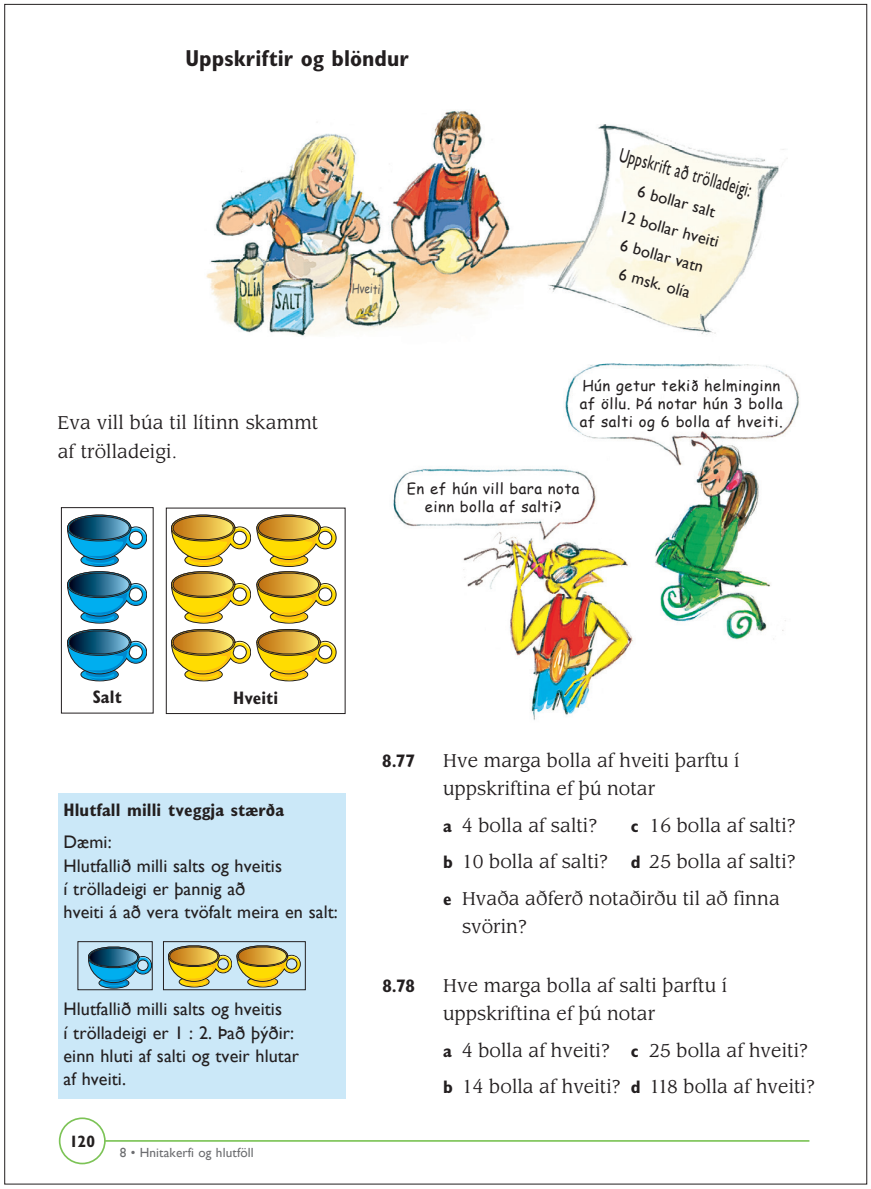
Eða:



Í báðum myndunum hefur uppskriftinni verið fylgt tvívegis með sex bollum af vatni (bláir hringir) og 12 bollum af hveiti (gulir hringir). Samtals verða þetta 12 bollar af vatni og 24 bollar af hveiti.

- *Skiptir máli hversu stórir bollarnir eru? (Nei, í rauninni ekki meðan allt efnið er mælt í bollum. Þá þarf aðeins að gæta þess að hlutföllin innbyrðis séu rétt.)*

(Athuga þarf að olían er mæld í matskeiðum. Það þýðir að tiltölulega mikið getur orðið af olíu ef bollarnir eru mjög litlir og tiltölulega lítið af olíu ef bollarnir eru mjög stórir. Olíumagnið þarf ekki að vera eins nákvæmt og hlutfallið milli hinna þriggja efnanna.)



Nr. 8.77

Nemendur finna fjölda hveitibolla þegar fjöldi saltbolla er gefinn. Það er gert með því að tvöfalda magnið.

Nr. 8.78

Nemendur finna fjölda saltbolla þegar fjöldi hveitibolla er gefinn. Það er þá gert með því að helminga magnið. Í c-lið þýðir þetta að saltmagnið þarf að vera $12\frac{1}{2}$ bolli.

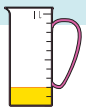
▶ Bls. 121

Þegar blöndur eiga í hlut bætist við einn þáttur sem getur gert útreikningana erfiðari. Hér á undan hefur verið fengist við hlutföll milli tveggja ólíkra stærða, t.d. þyngdar og vöruverðs miðað við kílóverð. Í blöndum er einnig um að ræða hlutfall milli tveggja stærða en í þessu tilviki myndast þriðja stærðin þegar hinum tveimur er blandað saman. Það þýðir að til viðbótar margfeldishlutföllum þarf að nota samlagningu, þ.e. þegar fyrri stærðirnar tvær eru lagðar saman. Þegar tveimur hlutum af safa er blandað í vatn í hlutfallinu 1 : 4 er talan 4 margfölduð með 2 til að finna vatnsmagnið, þ.e. 8 hlutar. Þá verður blandan samtals 2 + 8 = 10 hlutar. Verkefni 8.82 og 8.83 beinast sérstaklega að þessu.

Þetta er auðvelt að sýna með áþreifanlegum hjálpargögnum. Hér sést að einn hluti af safa í fjóra hluta af vatni verða samtals 5 hlutar samtals.

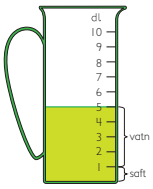
Sýnidæmi

Hve mikið vatn þarf í 2 dl af safa þegar hlutfallið milli safa og vatns er 1 : 4?



Það á að vera fjórum sinnum meira vatn en safi.

$4 \cdot 2 = 8$ Það þarf 8 dl af vatni.



8.79 Safa og vatni er blandað saman í hlutfallinu 1 : 4.
Hve mikið vatn þarf í

a 4 dl af safa? **b** 8 dl af safa? **c** 1 l af safa? **d** 2,5 dl af safa?

8.80 Hve mikinn safa þarf í

a 4 dl af vatni?

b 12 dl af vatni?

c 2 l af vatni?

8.81 Sirrý blandar saman safa og vatni í hlutfallinu 1 : 5.
Hve mikið vatn þarf hún í

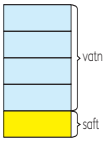
a 3 dl af safa? **b** 5 dl af safa? **c** 1,4 l af safa?

8.82 Safa og vatni er blandað saman í hlutfallinu 1 : 4.
Hve mikið vatn og hve mikill safi er í

a 1 lítra af blöndu?

b 2 lítrum af blöndu?

c 4,5 lítrum af blöndu?



8.83 Anna blandar saman safa og vatni í hlutfallinu 1 : 5.
Hún þarf að fá 12 lítra af blöndu.

a Hvað þarf hún marga lítra af safa?

b Hvað þarf hún marga lítra af vatni?

c Hve marga lítra af safa þarf hún ef hún ætlar að búa til 60 lítra af blöndu?

Á myndinni hér á eftir sést að í 2 hluta af safa þarf 8 hluta af vatni sem samtals eru 10 hlutar.

Að venju er upprifjun mjög mikilvæg þegar nemendur hafa lokið við þessa opnu. Gott er að þeir kynni fyrir bekkjarfélögum hvernig þeir leystu verkefnin, einkum nr. 8.82 og 8.83.

Nr. 8.79

Nemendur finna vatnsmagnið þegar safa og vatni er blandað saman í hlutfallinu 1 : 4. Vatnið á sem sagt að vera fjórum sinnum meira en safinn.

Nr. 8.80

Nemendur eiga að finna magn safans sem þarf í vatnsmagnið sem gefið er upp. Safinn á að vera $\frac{1}{4}$ af vatnsmagninu, þ.e.a.s. deila þarf í vatnsmagnið með 4.

Nr. 8.81

Nemendur finna vatnsmagnið þegar safa og vatni er blandað í hlutfallinu 1 : 5. Vatnið á því að vera fimm sinnum meira en safinn.

Nr. 8.82

Í þessu verkefni þurfa nemendur að skipta hinni tilbúnu blöndu í tvær stærðir þannig að hlutfallið milli þeirra verði 1 : 4. Það merkir að af fimm hlutum tilbúinnar blöndu á einn hluti að vera safi og fjórir hlutar vatn.

Nemendur reyna á eigin spýtur að finna svörin.

Ein leið til þess er að skipta tilbúnu blöndunni í hverju dæmi í fimm hluta. Í a-lið þýðir þetta að í hverjum hluta eru 2 dl. Einn slíkur er þá hluti safans en hinir fjórir hlutarnir eru þá hlutar vatnsins, þ.e. 8 dl.

Önnur leið til þess að reikna þetta út er að hugsa þannig að fyrir hvern hálfan lítra af tilbúinni blöndu er 1 dl af safa og 4 dl af vatni. Í c-lið eru níu slíkir hálflítrar þannig að af safanum eru 9 dl og 9 • 4 = 36 dl af vatni.

Nr. 8.83

Nemendur eiga að finna magnið af safa og vatni í 12 lítrum af blöndu þegar hlutfallið milli þeirra er 1 : 5. Síðan finna þeir hversu mikill safi er í 60 lítrum af blöndu sem gerð er í sömu hlutfölum.

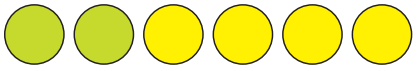
- Ef við vitum hvert hlutfallið er milli safa og vatns, sem hér er 1 : 5, og hvert magnið er af blöndunni – hvernig getum við þá komist að því hve mikið magn er af hvoru efninu, safa og vatni? (Við vitum að í hlutfallinu 1 : 5 eru samtals 6 hlutar. Við þurfum þá að vita hve mikið er af hvorum hluta. Þá þarf að deila með 6 í 12 og finna þannig að einn hluti samsvarar 2 dl, þ.e. af safanum.

Auðveldari verkefni

Kennari útskýrir hlutföll með tveimur talnalínum eða með kubbum, sbr. myndina á bls. 120 þar sem sýnidæmið efst á bls. 121 er sýnt með kubbum.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Kennari býr til verkefni með kubbum og nemendur finna hlutfallið milli mismunandi lita.



- Hvert er hlutfallið milli gulu og grænu kubbanna? (2 : 4.)

Fleiri verkefni af þessum toga eru á verkefnablaði 6.132 (*Hlutföll 1*).

Viðfangsefni

- Hlutföll í daglegu lífi: uppskriftir og blöndur

8.84 Eftirlætisdrykkur Tótu er 3 hlutar af appelsínusafa og 5 hlutar af ananassafa. Hve mikið af hvorri tegund þarf hún til að búa til

a 1,6 lítra af blöndunni? **b** 2,4 lítra af blöndunni? **c** 3,2 lítra af blöndunni?

8.85 Pétri finnst gott að pressa appelsínur út í safa úr blönduðum ávöxtum. Í hálfan lítra af safanum notar hann þrjár appelsínur.

a Hve margar appelsínur þarf hann í einn lítra af safanum?

b Hve margar appelsínur þarf hann í 10 lítra af safanum?

c Hve marga lítra af safanum notar hann með 15 appelsínum?

8.86 Tóta og Pétur ætla að búa sér til nýjan drykk. Þau ætla að blanda saman ananassafa og greipsafa.

Tótu og Pétri finnst hreinn ananassafi of sætur og hreinn greipsafi of súr. Þau gera því tilraunir með eftirfarandi blöndur:

Tilraun	Ananassafi	Greipsafi	Hlutfallið ananas : greip	Stig
1	1	4	1 : 4	10
2	2	3	2 : 3	33
3	3	2	3 : 2	49
4	4	1	4 : 1	18

a Hvaða blanda finnst þeim best?

b Þau ætla að búa til 10 lítra af bestu blöndunni. Hve mikið þurfa þau af hvorum safa?

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 122

Nr. 8.84

Nemendur finna magn hvors safa þegar appelsínusafa og ananassafa er blandað saman í hlutfallinu 3 : 5. Heppilegasta aðferðin er líklega að skipta blöndunni í hverju verkefni í heildarfjölda hluta, þ.e. í átta hluta.

Í b-lið á því að skipta 2,4 lítrum í 8 hluta; hver hluti verður þá 0,3 lítrar. Í blönduna á þá að fara 3 • 0,3 *l* = 0,9 *l* af appelsínusafa og 5 • 0,3 *l* = 1,5 lítrar af ananassafa.

Nr. 8.85

Nemendur finna hve margar appelsínur þarf – eða lítra af safa – þegar blandan er í hlutfallinu 3 : $\frac{1}{2}$.

Nr. 8.86

Nemendur lesa úr töflunni og finna hvaða blanda börnunum tveimur finnst best. Stigin segja til um hversu góður þeim þykir drykkurinn. Síðan finna nemendur hve mikið af ananassafa og greipsafa á að vera í 10 lítrum af blöndunni.

Síðara verkefnið má leysa á marga ólíka vegu. Nemendur finna þá leið sem þeim hentar best. Ein leiðin er að hugsa sem svo að í hvern lítra af blöndu hljóti að vera 6 dl af ananassafa og 4 dl af greipsafa. Í 10 lítra hljóti því að vera 10 sinnum þetta magn, þ.e.a.s. 6 lítrar af ananassafa og 4 lítrar af greipsafa.

▶ Bls. 123 Upprifjun

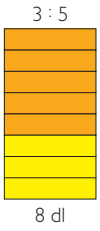
Kennari og nemendur fara sameiginlega yfir námsþættina sem fengist hefur verið við í þessum kafla og þau nýju atriði sem nemendur hafa lært. Gott er ef nemendur geta útskýrt og ekki síst notað hugtök eins og:

- hnit og talnapar; að staðsetja talnapar, sem gefið er upp, í hnitakerfi
- x-ás og y-ás

Og að nemendur

- viti hvar merkja skal punkt sem spegla skal annaðhvort um x-ásinn eða y-ásinn
- geti lýst fjarlægð milli tveggja punkta í hnitakerfi með því að nota höfuðáttirnar fjórar
- geti gert grein fyrir hvað átt er við með hugtakinu hlutfall, meðal annars sýnt hlutfallið 2 : 3 með kubbum

Auðveldari verkefni



Enn og aftur er mælt með að nemendur teikni eða noti áþreifanleg hjálpargögn sér til hjálpar. Mynd sem þessi getur hjálpað mörgum til að vinna verkefni 8.84

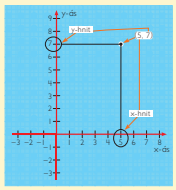
Gefa má nemendum vísbendingu með því að spyrja:

- Hve margir slíkir skammtar með 8 desilítrum (3 dl af appelsínusafa og 5 dl af ananassafa) eru í 1,6 *l* eða 16 dl? (Tveir slíkir skammtar þannig að hér þarf 6 dl af ávaxtasafa og 10 dl af ananassafa.)

Erfiðari verkefni

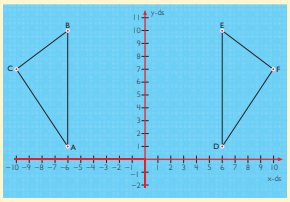
Þrautalausnir með hlutföllum

Á verkefnablöðum 6.133–6.135 (*Hlutföll 2–4*) eru fleiri verkefni þar sem hlutföll koma við sögu.



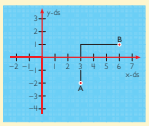
Staðsetning í hnitakerfi

Við lýsum staðsetningu punkts í hnitakerfi með tveimur tölum sem kallast hnit punktsins. Fyrri talan miðast við x-ásinn. Síðari talan miðast við y-ásinn.



Speglun í hnitakerfi

Þríhyrningurinn ABC hefur verið speglaður um y-ásinn. Spegilmyndin er þríhyrningurinn DEF. Punkturinn A liggur jafn langt frá y-ásnum og D. Hið sama má segja um punktana B og E, svo og punktana C og F.



Hreyfing í hnitakerfinu

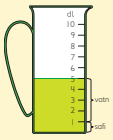
Lýsa má fjarlægð milli tveggja punkta í hnitakerfinu með höfuðáttunum fjórum. Fjarlægðin milli A og B er þrír reitir í norður og þrír reitir í austur.

Hlutfallareikningur

Hlutfall lýsir tengslum tveggja stærða. Þegar önnur stærðin er þekkt er hægt að margfalda eða deila með hlutfallstölunni til að finna hina.

Mælikvarði lýsir m.a. hlutfalli milli vegalengdar á korti og vegalengdar í raunveruleikanum: 6 cm á korti í mælikvarðanum 1:100 samsvara 6 · 100 = 600 cm.

Hraði er hlutfallið milli vegalengdar og tíma: Bíl, er ekið 70 km á klukkustund. Á 4 klukkustundum fer hann 4 · 70 = 280 km.



Gengi gjaldmiðils segir til um hlutfallið milli tveggja gjaldmiðla. Ein norsk króna samsvarar um það bil 20 íslenskum krónum. Það þýðir að 200 íslenskar krónur samsvara 200 : 20 = 10 norskum krónum.

Uppskrift sýnir hlutfallið milli hinna ýmsu efna í uppskriftinni. Ef við blöndum saman safa og vatni í hlutfallinu 1 : 4. Í 5 lítra af safa þarf þá 4 · 5 = 20 lítra af vatni. Blandan verður þá 5 + 20 = 25 lítrar.

Hugmyndir og athugasemdir

Raunverkefni

Brúðuhlutföll

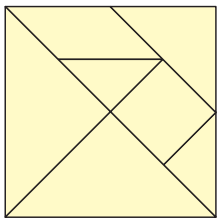
Nemendur mæla lengd brúðu og finna hlutfallið milli hæðar brúðunnar og eigin hæðar. Brúðan á myndinni er 28 cm á hæð. Hlutfallið milli brúðu og nemanda, sem er 140 cm á hæð, er nákvæmlega 1 : 5.

Nemendur nota hlutfallið til að reikna hve stórt höfuð brúðunnar, hve langir fingur hennar, handleggir, fætur o.s.frv. væru ef hún væri jafn há og nemandinn. Í þessu dæmi þýðir þetta að allar lengdir brúðunnar þarf að margfalda með 5. Ef fætur hennar eru um það bil 15 cm langir væru þeir 5 • 15 = 75 cm á lengd ef hún hefði verið 140 cm há.

Nemendur skrifa niðurstöðurnar í töflu:

Brúðan Brynhildur		
Hvað mælt	Lengd brúðunnar	Raunveruleg lengd
Hæð	28 cm	140 cm
Fætur	15 cm	75 cm
...		

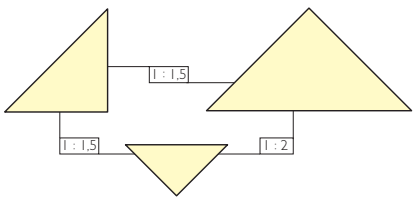
Könnun á hlutfallinu milli þríhyrninga í tangram



Búnaður: Tangram (verkefnablað 5.97 (*Tangram*) í verkefnahefti Stiku 1a).

Nemendur reyna að finna hlutfallið milli stærðar þriggja mismunandi þríhyrninga í tangram. Þeir mæla þá lengdir hliðanna og finna hve mörgum sinnum lengri eða styttri hliðarnar í einum þríhyrningnum eru en samsvarandi hliðar í öðrum.

Lausn:



Viðfangsefni

- Að staðsetja punkta og lesa hnit punkta í hnitakerfi
- Speglun punkta og fjarlægðir milli punkta í hnitakerfi
- Hlutföll í verkefnum úr daglegu lífi: mælikvarði, hraði, stykkjaverð og blöndur

Búnaður

- Reglustika
- Ef til vill ljósrit af hnitakerfi (ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 124 Próf

Nr. 1
Nemendur lesa hnit punktanna í hnitakerfinu.

Nr. 2
Nemendur lesa hnit punktanna í hnitakerfinu.

Nr. 3
Nemendur teikna hnitakerfi eða nota ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók og merkja punktana á rétta staði. Síðan draga þeir strik milli punktanna, frá A til B, frá B til C, frá C til D og frá D til A. Loks skrá nemendur heiti formsins sem þeir teiknuðu.

Nr. 4
Nemendur búa til töflu sem inniheldur hnit punktanna A–F. Þeir finna mismun á hnitum punktanna A og D, B og E svo og C og F og skrá hann í töfluna.

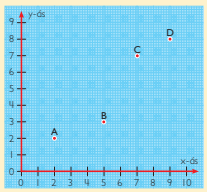
▶ Bls. 125 Próf (framhald)

Nr. 5
Nemendur mæla fjarlægðirnar á kortinu og nota mælikvarðann til að reikna hve löng loftlínan er í raunveruleikanum.

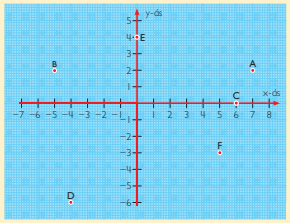
Nr. 6
Nemendur teikna rétthyrning í stærðinni sem gefin er upp. Því næst teikna þeir tvo nýja rétthyrninga sem eru ýmist minnkun (1 : 2) eða stækkun (4 : 1) á upphaflega rétthyrningnum.

Próf

1 Skráðu hnit punktanna A, B, C og D.



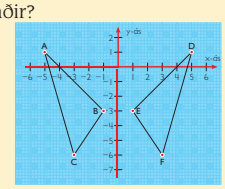
2 Skráðu hnit punktanna A, B, C, D, E og F.



3 **a** Merktu þessa punkta í hnitakerfi:
A (–2, 1), B (5, 1), C (5, 4) og D (–2, 4).

b Dragðu strik á milli punktanna í réttri röð.
Hvað kallast myndin sem þú teiknaðir?

4 Þríhyrningurinn ABC hefur verið speglaður um y-ásinn. Þá myndaðist þríhyrningurinn DEF.



a Skráðu hnit punktanna A, B og C.

b Skráðu hnit punktanna D, E og F.

c Berðu saman hnit punktanna A og D, punktanna B og E og punktanna C og F. Lýstu muninum á hnitum punktaparanna. Búðu til töflu yfir niðurstöðurnar.

Mynd ABC	Mynd DEF	Munur
Punktur A (–5, 1)	Punktur D (5, 1)	10 reitir lárétt
Punktur B	Punktur E	
Punktur C	Punktur F	

124 8 • Hnitakerfi og hlutföll

Nr. 7
Nemendur finna út hve langt bíl er ekið á tímanum, sem gefinn er upp, þegar hraðinn er 70 km á klst. og helst stöðugur.

Nr. 8
Nemendur finna verðið á einum, tveimur og fimm súkkulaðistykkjum þegar sex súkkulaðistykki kosta 480 kr.

Nr. 9
Nemendur finna magnið af safa í 1,5 lítrum af blöndu og magnið af vatni í 2 lítrum af blöndu þegar hlutfallið milli safa og vatns er 1 : 4.

Auðveldari verkefni

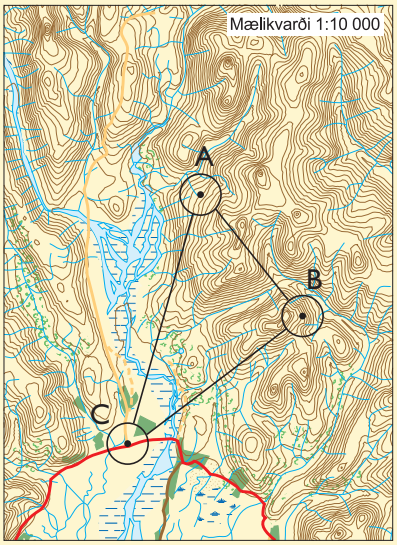
Eigi nemendur í erfiðleikum með að leysa prófið er rétt að þeir snúi sér að æfingasíðu 1, bls. 126. Síðan geta þeir unnið þær blaðsíður í æfingaheftinu, sem vísað er til, eða byrjað á æfingasíðu 2, bls. 127.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta snúið sér að æfingasíðu 2 á bls. 127 og Geturðu þetta?-síðunni á bls. 128. Síðan taka þeir til við að vinna blaðsíðurnar í æfingaheftinu sem vísað er til. Nemendur geta einnig spreytt sig á verkefnum sem tilgreind eru í köflunum Erfiðari verkefni og Raunverkefni sem bent hefur verið á fyrr í þessum kafla.

Þrautalausnir með hlutföllum

Á verkefnablöðum 6.128–6.135 (*Mælikvarði 1–2, Hraði og tími, Erlendir peningar* og *Hlutföll 1–4*) eru fleiri verkefni þar sem hlutföll koma við sögu.



Kortið er í mælikvarðanum 1 : 10 000. Það merkir að 1 cm á kortinu samsvarar 100 m í raunveruleikanum.

5 Hversu langt er í raun á milli

a A og B?

b A og C?

c B og C?

6 **a** Teiknaðu rétthyrning með hliðarlengdirnar 6,0 cm og 4,0 cm.

b Teiknaðu annan rétthyrning í mælikvarðanum 1 : 2.

c Teiknaðu enn annan rétthyrning í mælikvarðanum 4 : 1.

7 Bíl er ekið á hraðanum 70 km á klukkustund. Hve langt fer bíllinn á

a 3 klukkustundum?

b 6 klukkustundum?

c $\frac{1}{2}$ klukkustund?

d $4\frac{1}{2}$ klukkustund?

8 Sex súkkulaðistykki kosta 480 kr. Hve mikið kosta(r)

a 1 stykki?

b tvö stykki?

c fimm stykki?

9 Friðrik blandar saman safa og vatni í hlutfallinu 1 : 4.

a Hve mikinn safa þarf hann í 1,5 lítra af blöndu?

b Hve mikið vatn þarf hann í 2 lítra af blöndu?

Hugmyndir og athugasemdir

Viðfangsefni

- Að staðsetja punkta, lesa hnit punkta og hliðra punktum til í hnitakerfi
- Fjarlægðir milli punkta í hnitakerfi
- Hlutfallareikningur í verkefnum úr daglegu lífi

Búnaður

- Ef til vill ljósrit af hnitakerfi (ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók)

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 126 Æfingasíða 1

Nr. 8.87

Nemendur lesa úr hnitakerfinu hnit punktanna. Síðan finna þeir fjarlægðina milli punktanna sem gefnir eru upp.

Nr. 8.88

Nemendur teikna hnitakerfi eða nota ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*) aftast í þessari bók. Þeir merkja punktana A–D í hnitakerfið og draga strik milli þeirra þannig: A til B, B til C, C til D og D til A. Næst skrá þeir heiti formsins sem þeir teiknuðu.

Nr. 8.89

Nemendur byrja í hverju verkefni í punktinum (–4, –5) og finna punktinn sem þeir enda í þegar þeir flytja sig samkvæmt fyrirmælunum.

Nr. 8.90

Nemendur teikna hnitakerfi eða nota ljósritunarblað 7 (*Hnitakerfi 1*). Þeir merkja punktinn A í hnitakerfi. Nú flytja þeir sig eins og lýst er í fyrstu fyrirmælunum, merkja þar punktinn B og draga strik milli A og B. Þannig halda þeir áfram og draga jafnóðum strik milli punktanna. Síðan skrifa þeir heiti formsins sem þeir teiknuðu og skrá hnit allra punktanna.

▶ Bls. 127 Æfingasíða 2

Nr. 8.91

Nemendur skrifa hlutfallið milli grænu og gulu reitanna í mynstrinu. Gæta þarf að því að röð tölustafanna skiptir máli en hlutfallið er 1 : 2. Hins vegar er hlutfallið milli gulu og grænu reitanna 2 : 1. Í b-lið eiga nemendur að finna fjölda grænna perla í perlufesti sem gerð er eftir mynstrinu.

Nr. 8.92

Nemendur finna hlutfallið milli litanna í mynstrunum þremur. Gæta þarf að því að röð talnanna í hlutföllunum sé rétt. Nemendur geta því ekki skrifað „3 : 1“ til að lýsa hlutfallinu í fyrsta mynstrinu; bæta þarf við að þetta sé „hlutfallið milli appelsínugulu og bláu reitanna. Auðvitað er í lagi ef einhverjir nemandi hafa þetta í öfugri röð.

- *Hvert er hlutfallið milli bláu og appelsínugulu reitanna? (1 : 3.)*

Venja er að gefa hlutfall upp með eins lágum tölum og hægt er; hins vegar er auðvitað ekki rangt að segja að hlutfallið milli appelsínugulu og bláu reitanna í fyrsta mynstrinu sé 6 : 2 eða 9 : 3.

Í b-lið eiga nemendur að finna fjölda perla í hvorum lit ef 60 perlur eru í perlufestinni í hverju mynstri.

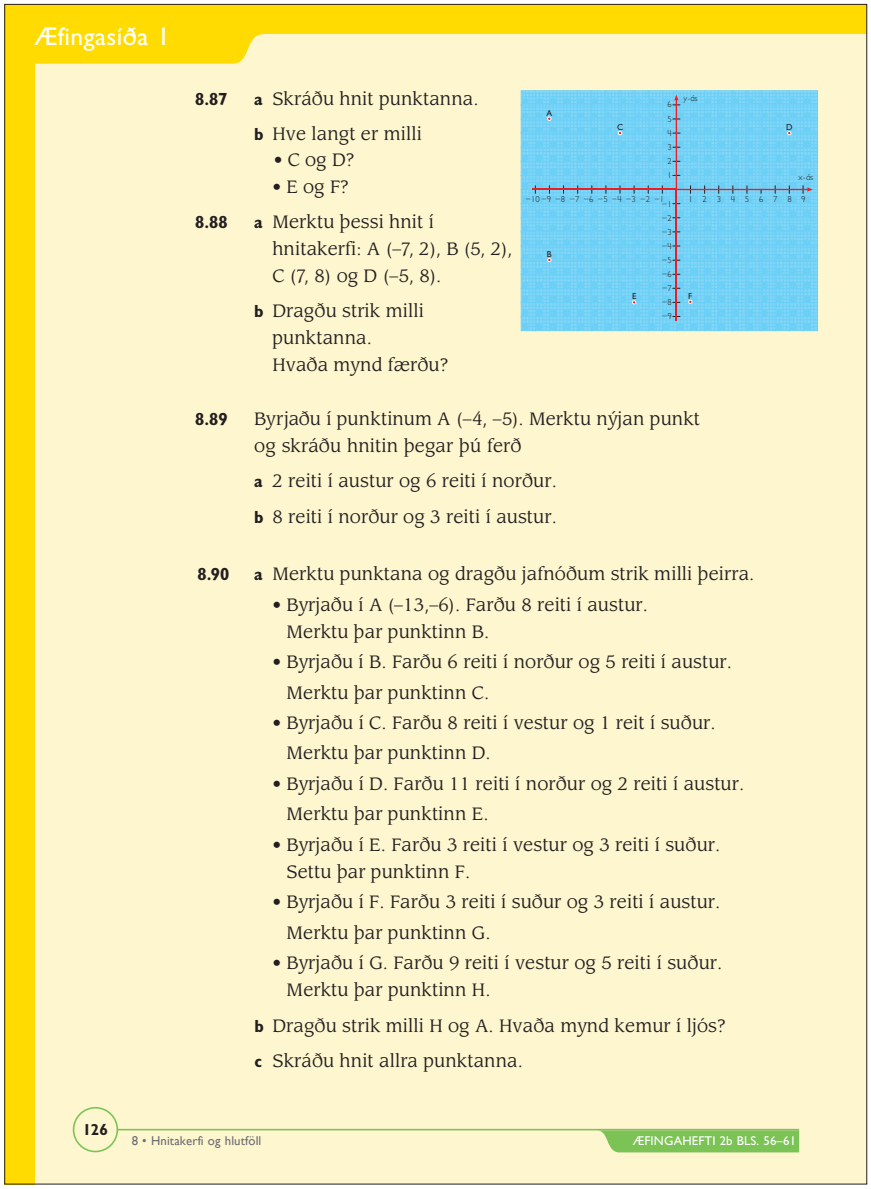
Nr. 8.93

Nemendur finna hve mörg vínberin og jarðarberin eru þegar hlutfallið milli þeirra í pokanum er 5 : 1.

Nr. 8.94

Nemendur finna magnið af kjöti sem fullorðni hlébarðinn og unginn fá þegar hlutfallið milli kjötsins sem þeir fá er 6 : 2 (eða 3 : 1). Þess þarf að gæta að nemendur margfaldi ekki með 6.

- *Hvað fær fullorðni hlébarðinn mörgum sinnum meira af kjöti en unginn? (Þrisvar sinnum meira.)*



Æfingasíða 1

8.87 **a** Skráðu hnit punktanna.

b Hve langt er milli
- C og D?
- E og F?

8.88 **a** Merktu þessi hnit í hnitakerfi: A (–7, 2), B (5, 2), C (7, 8) og D (–5, 8).

b Dragðu strik milli punktanna. Hvaða mynd færðu?

8.89 Byrjaðu í punktinum A (–4, –5). Merktu nýjan punkt og skráðu hnitin þegar þú ferð

a 2 reiti í austur og 6 reiti í norður.

b 8 reiti í norður og 3 reiti í austur.

8.90 **a** Merktu punktana og dragðu jafnóðum strik milli þeirra.
- Byrjaðu í A (–13,–6). Farðu 8 reiti í austur. Merktu þar punktinn B.
- Byrjaðu í B. Farðu 6 reiti í norður og 5 reiti í austur. Merktu þar punktinn C.
- Byrjaðu í C. Farðu 8 reiti í vestur og 1 reit í suður. Merktu þar punktinn D.
- Byrjaðu í D. Farðu 11 reiti í norður og 2 reiti í austur. Merktu þar punktinn E.
- Byrjaðu í E. Farðu 3 reiti í vestur og 3 reiti í suður. Settu þar punktinn F.
- Byrjaðu í F. Farðu 3 reiti í suður og 3 reiti í austur. Merktu þar punktinn G.
- Byrjaðu í G. Farðu 9 reiti í vestur og 5 reiti í suður. Merktu þar punktinn H.

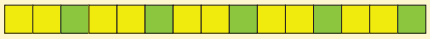
b Dragðu strik milli H og A. Hvaða mynd kemur í ljós?

c Skráðu hnit allra punktanna.

126 8 • Hnitakerfi og hlutföll ÆFINGAHEFTI 2b BLS. 56–61

Æfingasíða 2

8.91 **a** Hvert er hlutfallið milli græna litarins og þess gula í mynstrinu?



b Kristín býr til perlufesti í þessu mynstri. Hún notar 12 gular perlur. Hve margar grænar perlur þarf hún?

8.92 **a** Hvert er hlutfallið milli litanna í þessum þremur mynstrum?

1

2

3

Björn býr til perlufesti í öllum mynstrunum þremur.
Í hverri festi eru 60 perlur.
b Hve margar perlur eru í hvorum lit í hverri festi?

8.93 Í poka eru tvenns konar ávextir. Fyrir hver fimm vínber er eitt jarðarber. Hlutfallið er 5 : 1.

a Hve mörg eru vínberin ef jarðarberin eru 10 talsins?

b Hve mörg jarðarber eru í pokanum ef vínberin eru 50?

c Hve margir ávextir eru af hvorri tegund ef 90 ávextir eru í pokanum?

8.94 Fullorðinn hlébarði í dýragarði fær 6 kg af kjöti á móti 2 kílóum sem unginn fær.

a Ef unginn fær 4 kg af kjöti – hvað fær þá fullorðni hlébarðinn?

b Hve mikið kjöt fær fullorðni hlébarðinn þegar unginn fær
• 6 kg? • 10 kg? • 12 kg?

c Hve mikið kjöt fær unginn þegar fullorðni hlébarðinn fær
• 9 kg? • 12 kg?

d Hve mikið fær hvor þeirra um sig, unginn og fullorðni hlébarðinn, þegar heildarmagnið sem þeir fá er
• 24 kg? • 36 kg?

ÆFINGAHEFTI 2b BLS. 62–64

127

Auðveldari verkefni

Það er mikill kostur ef einhverjir nemendur geta stuðst við áþreifanleg hjálpartæki í vinnunni við verkefnin á bls. 127. Þeir geta notað plastkubba, perlur eða sentikubba.

Erfiðari verkefni og raunverkefni

Finna hlutfallið milli hvítra og brúnna bauna

Búnaður: Krukka með 40 baunum, 20 hvítum og 20 brúnum. Önnur krukka með 45 baunum, 30 hvítum og 15 brúnum, handa hverjum nemendahópi, tafla (verkefnablað 6.136 (*Hvítar og brúnar baunir*) og vasareiknir.

Nemendur vinna saman í 2–3 manna hópum. Þeir eiga að finna hlutfallið milli hvítra og brúnna bauna í krukkunni.

Kennari notar krukkuna með 40 baununum til að kynna verkefnið fyrir nemendum. Hann segir þeim að 40 baunir séu í krukkunni og að 20 þeirra séu hvítar. Síðan spyr hann.

- *Ég hristi nú krukkuna vel og tek 20 baunir upp úr henni. Hve margar þessara bauna haldið þið að séu hvítar? (10 þeirra, vegna þess að í krukkunni er helmingurinn hvítur. Einnig má segja að hlutfallið milli hvítra og brúnna bauna sé 1 : 1.)*
- *Ef ég tek upp 12 baunir – hve margar haldið þið að verði brúnar? (6 vegna þess að við gerum ráð fyrir að helmingurinn sé brúnn.)*

Kennari hristir nú krukkuna, tekur nokkrar baunir og leggur þær á borðið. Einn nemandi kemur upp að borðinu og telur baunirnar. Kennari spyr hina nemendurna hvað þeir haldi að hvítu baunirnar séu margar. Þeir munu líklega stinga upp á helmingnum. Nemandinn, sem kom upp að borðinu, telur nú hvítu baunirnar. Líklega mun það ekki gerast að helmingurinn sé hvítur. Ef það gerist samt sem áður má spyrja nemendur hvort þetta muni alltaf gerast og endurtaka tilraunina. Kennari ræðir við nemendur um að það eru tilviljanir sem ráða hér niðurstöðunni. Líklegast er að helmingurinn verði hvítur en ef maður tekur 10 baunir eru aðeins um það bil 25% líkur á að fimm þeirra verði hvítar.

Nemendahóparnir fá nú krukkurnar með 45 baunum í hendur og þeir eiga að gera samsvarandi tilraunir. Kennari bendir nemendum á að hlutfallið milli hvítra og brúnna bauna í krukkunum sé ekki hið sama og í krukku kennarans. Þeir eiga því alls ekki að telja hve margar hvítu og brúnu baunirnar eru. Þeir taka handfylli af baunum úr krukkunni í hverri tilraun, telja heildarfjölda bauna, sem þeir tóku úr krukkunni, og hve margar hvítu baunirnar eru. Niðurstöðurnar skrá nemendur í töflu (verkefnablað 6.136 (*Hvítar og brúnar baunir*)). Tilraunina gera nemendur átta sinnum. Þeir setja allar baunirnar aftur í krukkuna eftir hverja tilraun og hrista vel á milli.

Tilraun nr.	Hvítar baunir Fjöldi	Brúnar baunir Fjöldi	Hlutfallið	Hlutfallið skráð á einfaldasta hátt
1	8	4	8 : 4	2 : 1
2	9	6	9 : 6	3 : 2
3	13	5	13 : 5	13 : 5
4	12	6	12 : 6	2 : 1

Í töfluna á að skrifa hlutfallið milli hvítra og brúnna bauna. Helst eiga nemendur að skrifa hlutfallið með sem lægstum tölum. Þetta þýðir að ef hægt er að deila í tölurnar tvær, sem fram koma, með sömu tölu þá skal það gert.

Hóparnir ræða saman og athuga hvort þeir geta fundið út eða giskað á hvert hlutfallið er milli allra hvítu og brúnu baunanna í krukkunni.

Ef einhverjir hópar hafa ekki stytt hlutfallið er það í lagi. Það má gera sameiginlega með bekkjardeildinni.

- *Getum við skrifað hlutfallið 9 : 6 á einfaldari hátt, þ.e. getum við stytt tölurnar í hlutfallinu? (Já, við getum deilt í báðar tölurnar með 3. Þá kemur út 3 : 2.)*

Viðfangsefni

- Að lesa hnit punkta og hreyfing í hnitakerfinu
- Hlutfallareikningur í verkefnum úr daglegu lífi

Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 128 Geturðu þetta?

Kennari gætir þess að gefa nemendum ekki of fljótt vísbendingu um hvernig þeir geta leyst verkefnin á þessari blaðsíðu. Hins vegar má hjálpa þeim að skilja textann en þeir þurfa sjálfir að reyna að finna lausnaleiðirnar og lausnirnar.

Í tengslum við verkefni 8.95 getur vísbending falist í að benda nemendum á að teikna stelpu- og strákalið.

Vekja þarf athygli nemenda á að í fyrstu fjórum verkefnunum skiptir röð talnanna í hlutfallinu höfuðmáli. Þegar segir að hlutfallið milli fullorðinna og barna á ferjunni sé 3 : 1 þýðir það að þrír fullorðnir séu á móti hverju barni – ekki öfugt!

Nr. 8.95

Nemendur finna fjölda stelpuliða þegar heildarfjöldinn eru 32 lið og hlutfallið milli stelpna og stráka er 3 : 5.

Nr. 8.96

Nemendur finna fjölda stelpna í salnum þegar heildarfjöldinn er 30 börn og hlutfallið milli stráka og stelpna er 2 : 3.

Nr. 8.97

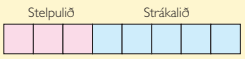
Nemendur finna fjölda barna í strætó þegar þar eru alls 20 manns og hlutfallið milli fullorðinna og barna er 3 : 1.

Nr. 8.98

Nemendur finna fjölda leiðsögumanna fyrir 48 ferðamenn þegar hlutfallið milli þeirra er 1 : 8.

Geturðu þetta?

8.95 Í fótboltamóti taka 32 lið þátt. Hlutfallið milli stelpna- og strákaliða er 3 : 5.
Hvað eru stelpuliðin mörg?



8.96 Í bíósal eru 30 börn. Hlutfallið milli stráka og stelpna er 2 : 3.
Hve margar stelpur eru í salnum?

8.97 Í strætó eru 20 manns. Hlutfallið milli fullorðinna og barna er 3 : 1. Hve mörg börn eru í strætó?

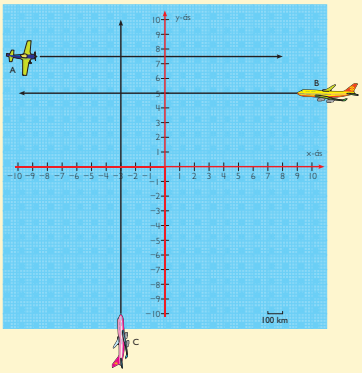
8.98 Í jöklaferð er einn leiðsögumaður fyrir hverja 8 ferðamenn. Alls eru ferðamennirnir 48 talsins. Hve margir leiðsögumenn eru í jöklaferðinni?

8.99 Flugvél A flýgur í austur á 200 km hraða á klukkustund.
Flugvél B flýgur í vestur með 400 km hraða á klukkustund.
Flugvél C flýgur með 500 km hraða á klukkustund.
Allar flugvélarnar fljúga í sömu hæð. Flugumferðarstjóri, sem stjórnar því hvar þær fljúga, gefur merki um að hætta sé á ferðum. Hann er hræddur um að tvær flugvélanna muni rekast á nema önnur þeirra breyti um hæð eða stefnu.

a Hvaða tvær flugvélar geta rekist á?

b Í hvaða punkti munu þær rekast á?

c Hve langur tími mun líða áður en þær lenda saman?

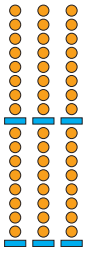


Þetta dæmi er frábrugðið fyrri dæmunum þremur þar sem hér er heildarfjöldinn ekki gefinn upp heldur fjöldinn í öðrum hópnum.

Nr. 8.99

Nemendur nota upplýsingarnar til að reikna út hvar flugvélarnar eru á mismunandi tímum.

Auðveldari verkefni



Auðvelda má nemendum dæmi 8.98 með því að vinna það á hlutbundinn hátt með kubbum.

Í ljós kemur að leiðsögumennirnir þurfa að vera sex. Ef nemendur leysa verkefnið án kubba má benda þeim á að í hverjum hópi ferðamanna eru 8 og þar sem ferðamennirnir eru alls 48 þá þarf að deila með 8 í 48.

Raunverkefni

Gullinsnið

Gullinsnið byggist á skiptingu striks.

Strikinu er skipt þannig að hlutfallið milli lengri hlutans og þess styttri er um það bil 1,6. Þetta er einnig hlutfallið milli striksins í heild og lengri hlutans.

$\frac{a}{b} \approx 1{,}62 \quad \frac{AC}{AB} \approx 1{,}62$

A4-blað og gullinsnið

A4-blaði er í samræmi við hlutfallið 1,62 sem við köllum gullinsnið. Nemendur rannsaka þetta með því að mæla lengdir beggja hliða blaðsins og deila með styttri hliðinni í þá lengri. Nemendur nota vasareikni við þessa útreikninga.

Síðan brjóta þeir A4-blaðið til

helminga og fá þannig út A5-blað. Þeir mæla lengri og styttri hliðina og deila með styttri hliðinni í þá lengri. Einnig geta þeir deilt með lengri hlið A5-blaðsins í lengri hlið A4-blaðsins. Hvaða tölur koma út? Þannig má halda áfram með því að brjóta blaðið einu sinni, búa þannig til A6-blað og mæla aftur.

Gullinsnið og líkaminn

Ef teikna á mannslíkamann eða búa til líkan af honum má nota stærðfræði til að afraksturinn verði góður. Ákveðið hlutfall þarf nefnilega að vera milli líkamshlutanna til að myndin sé eðlileg á að líta.

Leonardo da Vinci (1452–1519) rannsakaði mikið hlutfallið milli hinna mismunandi hluta mannslíkamans. Hann hélt því fram að hlutfallið milli hæðar manns og lengdar neðri hluta líkamans (frá nafla og niður) ætti að vera hið sama og milli lengdar neðri hluta líkamans og hins efri. Þessi hlutföll endurspegluðu hinn fullkomna líkama. Það merkir að á fullorðnum manni, sem er 180 cm á hæð, á hæð upp í nafla að vera 112 cm. Hann sagði einnig að ef líkaminn er mældur frá hvirfli til ilja sé hann jafn langur og frá fingurgómi til fingurgóms.

$$\frac{\text{Hæð manns}}{\text{Lengd neðri hluta líkamans}} = \frac{\text{Lengd neðri hluta líkamans}}{\text{Lengd efri hluta líkamans}} = 1{,}6180$$

Nemendur mæla hæð sína og rannsaka hvort kenning Leonardos da Vinci passar við þeirra eigin líkama. Einnig er sagt að fingur manna séu í samræmi við gullinsniðið. Nemendur geta einnig kannað hvort þetta sé rétt. Við þessa rannsóknarvinnu nota nemendur að sjálfsögðu vasareikni.

Hugmyndir og athugasemdir

Ljósritunarblöð

1 Ágiskun og mæling – tafla

2 Talnalínur

3 Tímaásar

4 Tímatafla yfir rútuferðir

5 Að bera saman almenn brot 1

6 Að bera saman almenn brot 2

7 Hnitakerfi 1

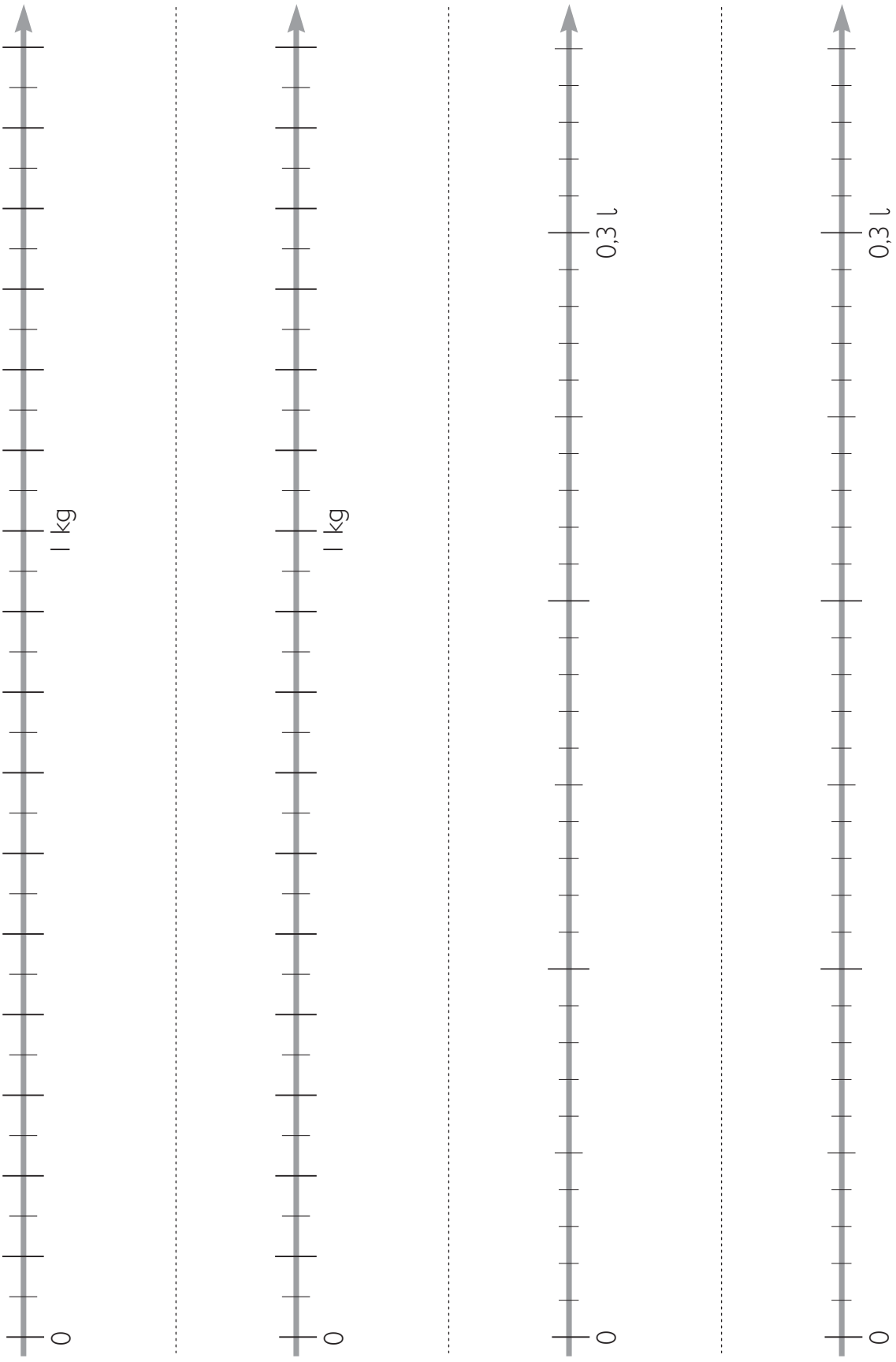
8 Hnitakerfi 2

Til minnis

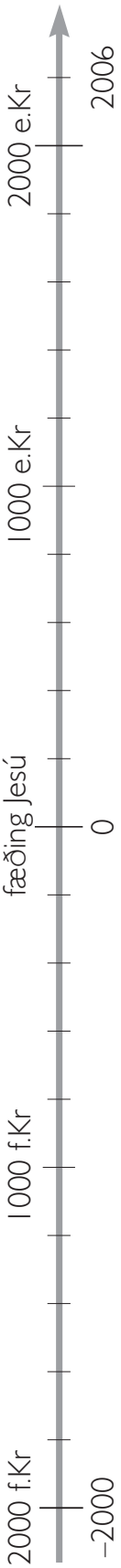
Ágiskun og mæling – tafla

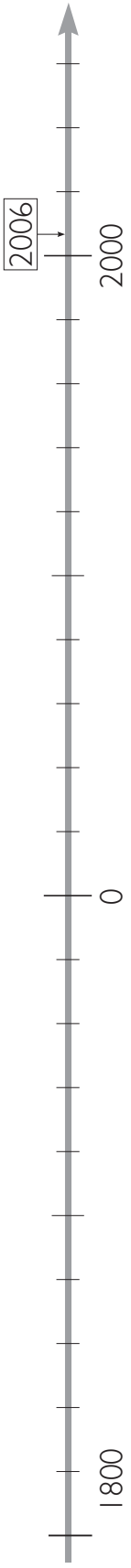
Hlutur nr.	Ágiskun	Mæling	Mismunur

Talnalínur



Tímaásar


2006
2000 e.Kr
1000 e.Kr
fæðing Jesú
0
1000 f.Kr
2000 f.Kr
–2000

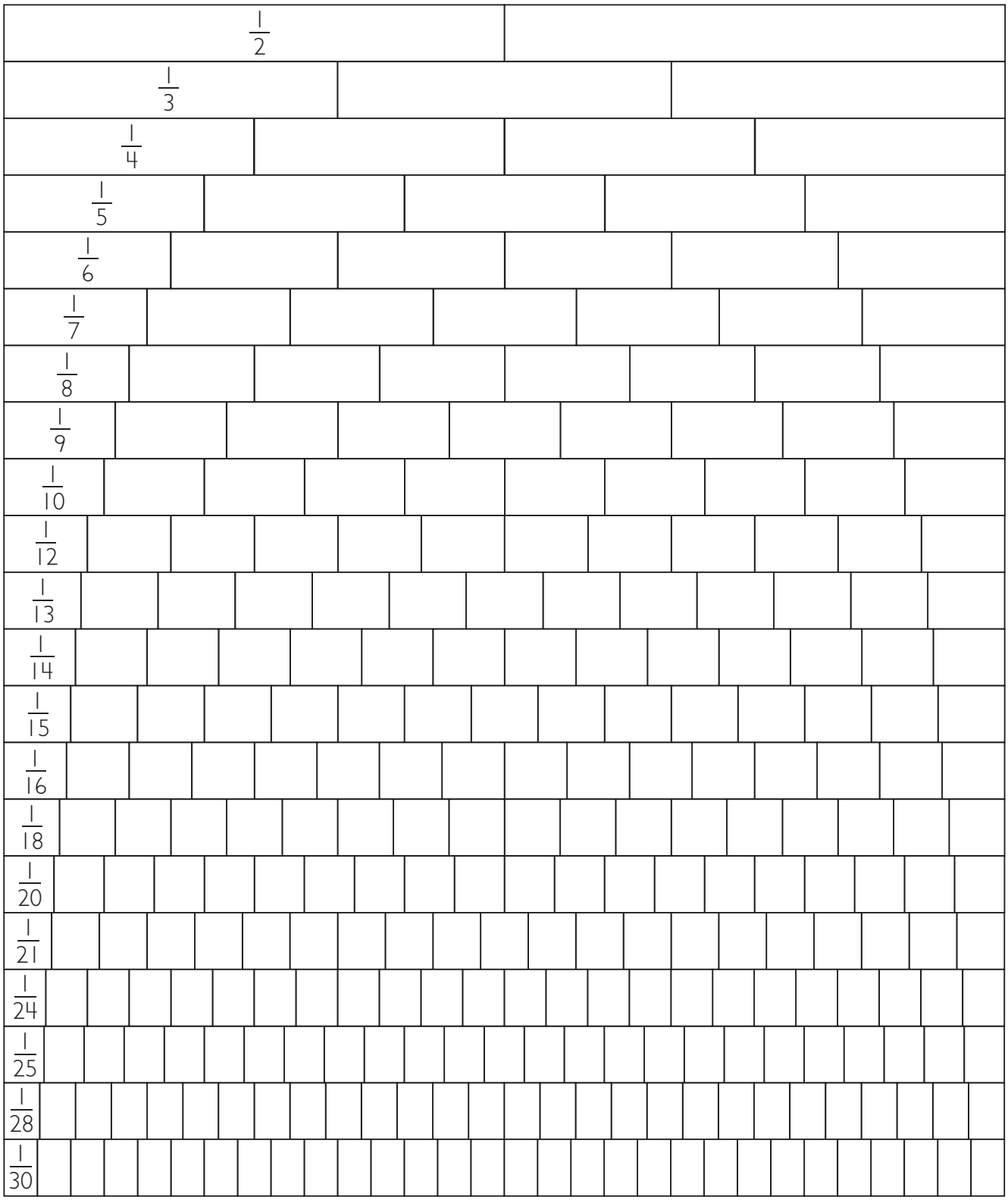

2006
2000
0
1800

Tímatafla yfir rútuferðir

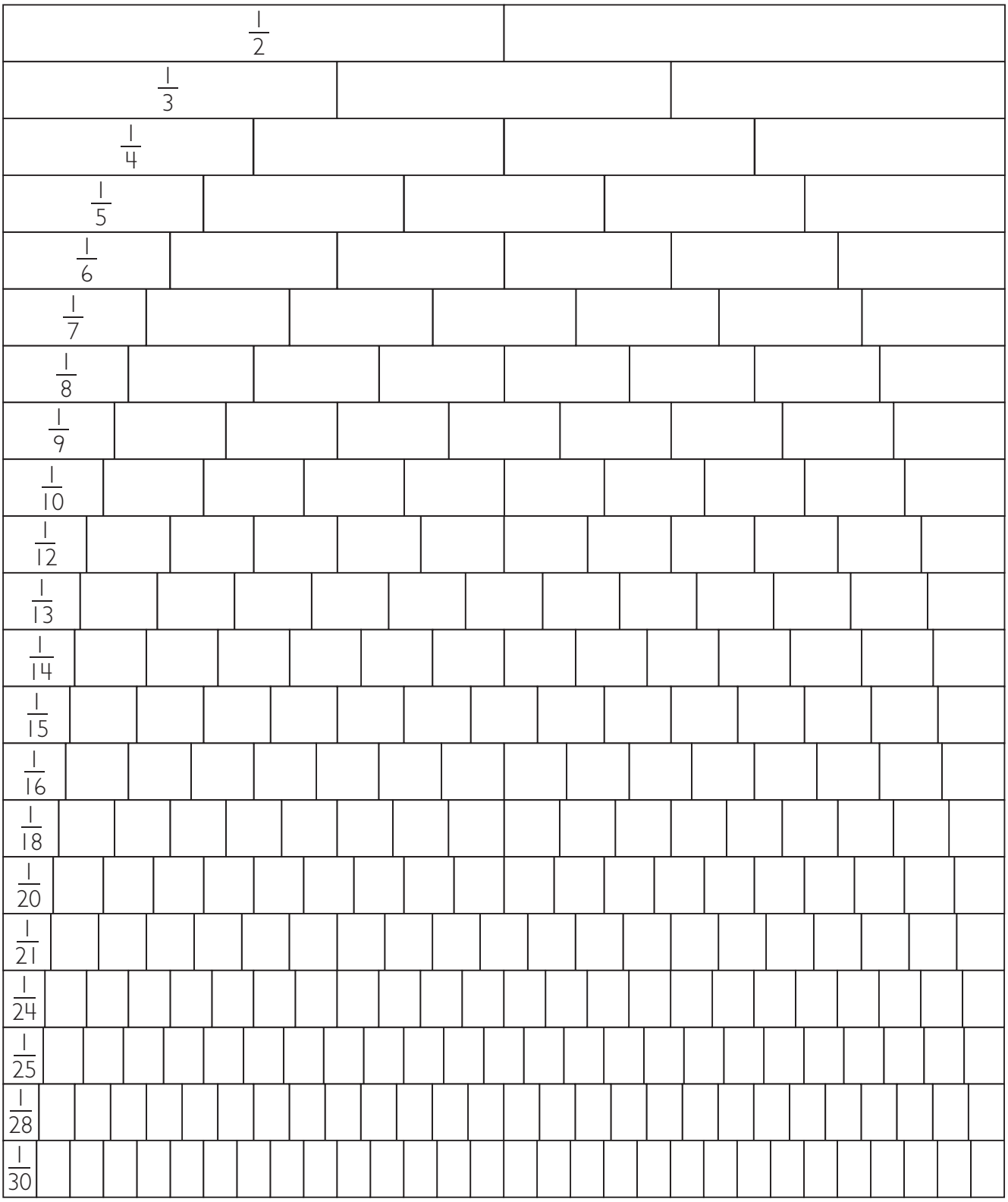
Þessi tímatafla hópferðafyrirtækis sýnir rútuferðir að vetrarlagi frá Reykjavík til Hólmavíkur.
Taflan sýnir einnig áningarstaðina á leiðinni. Finndu þá á korti.
Farið er þriðjudaga, föstudaga, sunnudaga og miðvikudaga.

Lagt af stað frá:	Þri. og fös.	Sunnud.	Miðvikud.	
Reykjavík	08:30	13:00	07:15	
Hvalfj.göngum	09:05	13:35		
Borgarnesi	09:45			
Baulu	10:00			
Bifröst	10:10	14:40		
Búðardal	11:00			
Skriðulandi	11:25			
Króksfjarðarnesi	11:35	16:05		
Komið til:				
Hólmavíkur	11:50			

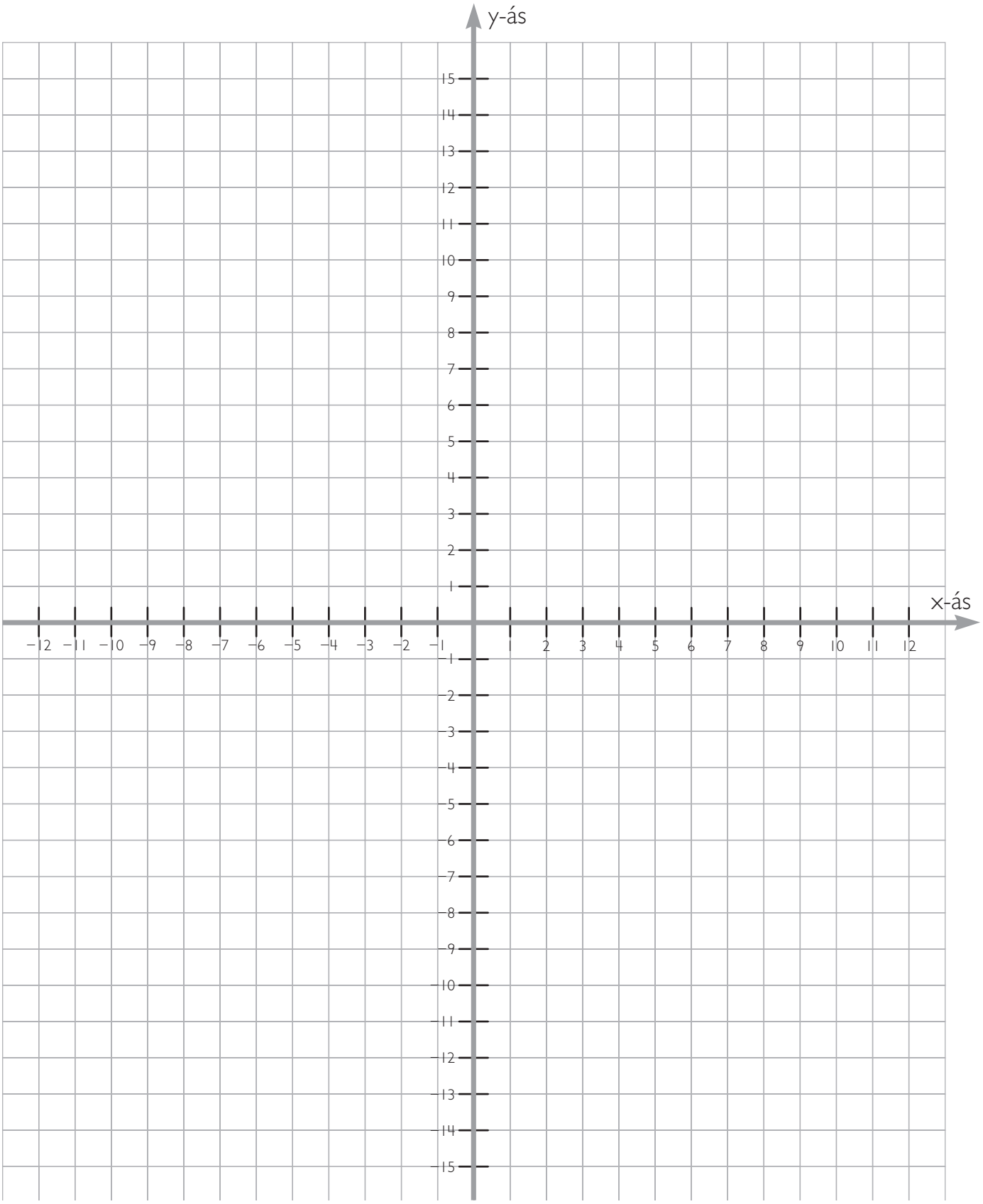
Að bera saman almenn brot I



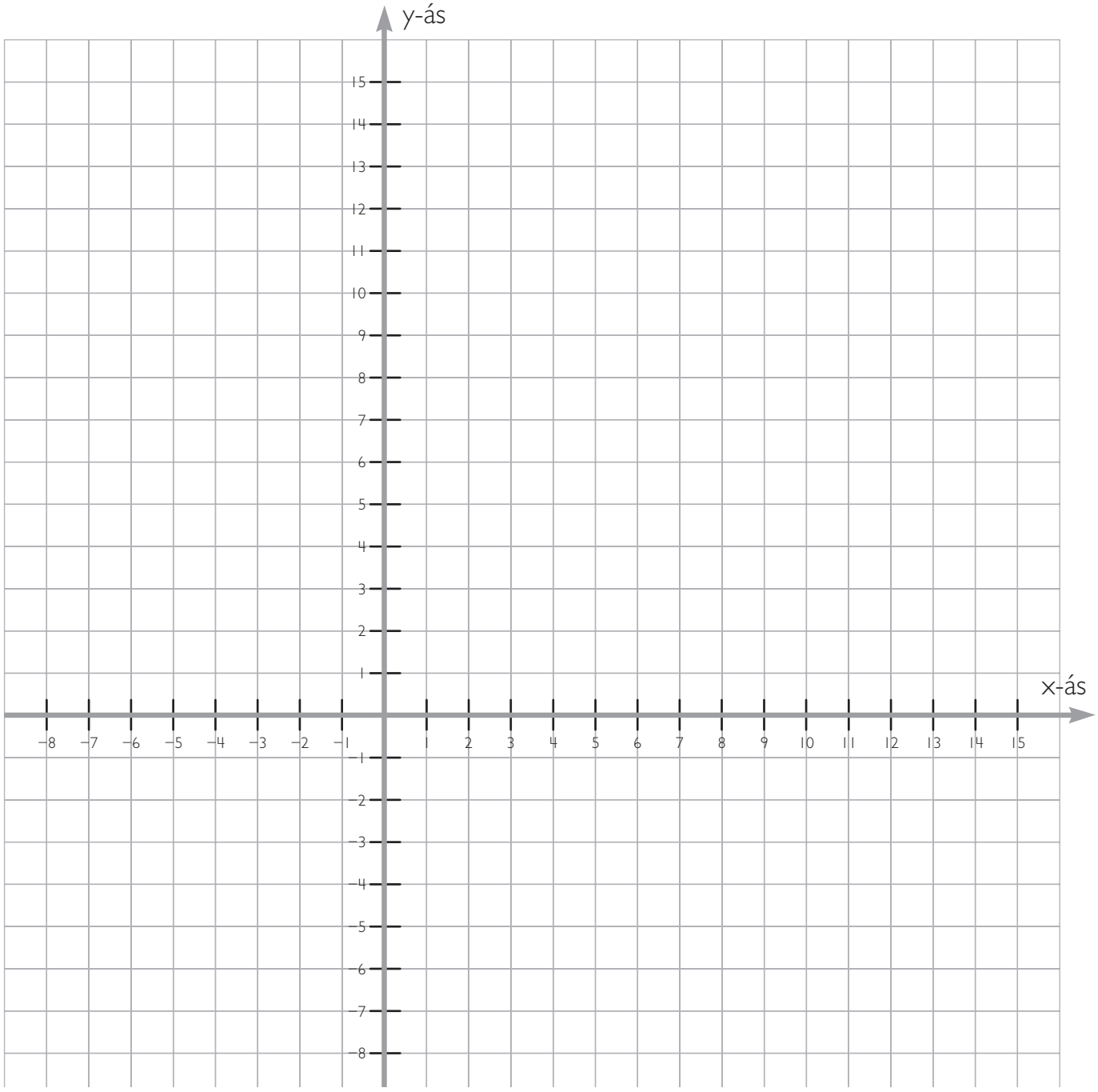
Að bera saman almenn brot 2



Hnitakerfi I



Hnitakerfi 2



Til minnis

Til minnis

Til minnis

Til minnis

Stika 2b
Kennarabók
ISBN 978-9979-0-1647-2

© Gyldendal Norsk Forlag AS 2008
Heiti á frummálinu: Multi 6b Lærerens bok
1. útgáfa

Ritstjóri norsku útgáfunnar: Thor-Atle Refsdal
Hönnun og útlit: Heidi Larsen
Kápuhönnun: Hanne Dahl
Mynd á forsíðu: Børre Holth

© 2013 Bjørnar Alseth, Gunnar Nordberg, Mona Røsseland
© 2013 teikningar: Anne Tryti
© 2013 stærðfræðiteikningar: Børre Holth
© 2013 ljósmyndir: Mona Røsseland
© 2013 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Ritstjóri þýðingar: Hafdís Finnbogadóttir

Öll réttindi áskilin
1. útgáfa 2013
2. útgáfa rafræn 2019
Menntamálastofnun
Kópavogi

Umbrot: Námsgagnastofnun
Prentvinnsla: Ísafoldarprentsmiðja ehf. – Umhverfisvottuð prentsmiðja

Þeim sem lásu yfir handrit og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð eru færðar bestu þakkir.

Bók þessa má eigi afrita með neinum hætti, svo sem með ljósmyndun, prentun, hljóðritun eða á annan sambærilegan hátt, að hluta til eða í heild, án skriflegs leyfis höfunda, þýðanda og útgefanda.

Stika Stærðfræði fyrir grunnskóla

Stika býður upp á sveigjanleika í stærðfræðikennslunni með því að gefa kennurum möguleika á að nota mismunandi kennsluaðferðir og styðja þá í þeirri viðleitni. STIKA felur í sér örvandi, innihaldsríkan og skemmtilegan leiðarvísi til stærðfræðinnar.

Áhersla er lögð á:
- Hagnýt, fjölbreytileg verkefni þar sem tækifæri gefast til að rannsaka og skapa.
- Einstaklingsmiðað nám sem felur jafnframt í sér sameiginlega námsreynslu nemendahópsins.
- Örugga framvindu námsins og skýr fagleg markmið í samræmi við námskrá.

Megineinkenni **Stiku**:
- Tengir saman fræðilega umfjöllun og hagnýt verkefni.
- Fjallað er markvisst og ítarlega um hvern námsþátt í nokkurn tíma.
- Textar eru stuttir og auðlesnir.
- Kennslan er löguð að nemendum með mismunandi námsgetu.
- Hagnýtar og notendavænar kennarabækur fylgja.
- Markmið hvers kafla eru nákvæmlega tilgreind.

Stika 2 samanstendur af:
- nemendabókum 2a og 2b
- kennarabókum 2a og 2b
- æfingaheftum 2a og 2b
- verkefnum til ljósritunar 2a og 2b

Höfundar:
Bjørnar Alseth
Gunnar Nordberg
Mona Røsseland

Hanna Kristín Stefánsdóttir þýddi og staðfærði.

ISBN 978-9979-0-1647-2

MENNTAMÁLASTOFNUN
07132