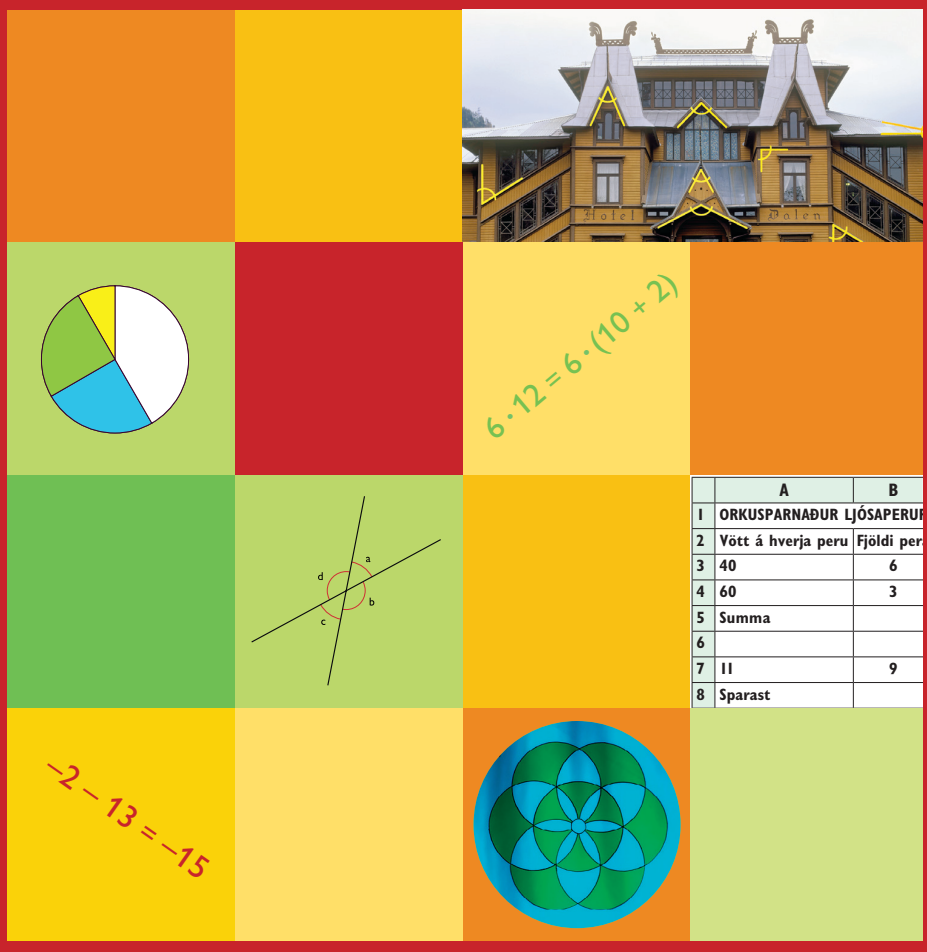
# Stika 3a

KENNARABÓK




| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | ORKUSPARNAÐUR LJÓSAPERUR | |
| 2 | Vött á hverja peru | Fjöldi per |
| 3 | 40 | 6 |
| 4 | 60 | 3 |
| 5 | Summa | |
| 6 | | |
| 7 | 11 | 9 |
| 8 | Sparast | |

# EFNISYFIRLIT


Formáli . . . . . III
Inngangur . . . . . V
Uppbygging Stiku . . . . . VI
Nemendabækur . . . . . VII
Æfingahefti . . . . . VII
Kennarabækur . . . . . VII
Verkefnahefti til ljósritunar . . . . . VIII
Grunnurinn . . . . . IX
Markmið með Stiku 3 . . . . . X
Grundvallarfærni . . . . . XI
Tillaga að ársáætlun . . . . . XIII

**Kennsluleiðbeiningar með Stiku 3a**
**Nemendabók**

1 Tölur . . . . . 4
2 Tölfræði og líkur . . . . . 36
3 Margföldun og deiling . . . . . 64
4 Rúmfræði . . . . . 96

**Ljósritunarblöð**

1 Talnalínur
2 Tómt línurit
3 Tóm skífurit
4 Hundraðreitatöflur
5 Hundraðtöflur
6 SPIL Fjórir í röð
7 Ferningur og þríhyrningur
8 Afrit af myndum á bls. 111 í nemendabók 3A

Til minnis

Bjørnar Alseth • Gunnar Nordberg • Mona Røsseland

# Stika

# 3a

## KENNARABÓK

MENNTAMÁLASTOFNUN

## Formáli

Velkomin í *STIKU!*

Námsefnið *Stika*, sem ætlað er 5.–7. bekk, er framhald af námsefninu *Sprota* sem er fyrir 1.–4. bekk. Við, höfundar *Stiku*, teljum nauðsynlegt að vekja áhuga nemenda á stærðfræði og að stuðla að því að þeir öðlist löngun til að fást við þessa grein. Þeir þurfa að upplifa að leikni í stærðfræði sé mikilvæg fyrir þá, bæði nú og í framtíðinni. Í kennslunni þurfa þeir að fá margbreytilega reynslu af stærðfræði og upplifa á þann hátt hvernig stærðfræði kemur þeim við, einnig eftir að skóladegi lýkur. Þeir þurfa að þróa með sér grundvallarfærni í stærðfræði þannig að þeir geti byggt á henni frekari skólagöngu og stærðfræðinám. Þeir þurfa einnig að öðlast áhuga á faginu og jákvæða afstöðu sem vekur hjá þeim löngun til að halda áfram að læra stærðfræði.

Með *Stiku* viljum við fá kennurum í hendur námsefni sem þeir þurfa á að halda til að uppfylla þessar kröfur. Í *Stiku* er áhersla lögð á fjölbreytilegar kennsluaðferðir þar sem fagleg sjónarmið eru ævinlega höfð að leiðarljósi. Námsefnið er sveigjanlegt þannig að það gerir hinum mismunandi kennurum kleift að kenna eins og þeim hentar best. Ætíð er tekið mið af þörfum nemenda og faglegum þroska þeirra.

Við, undirritaðir höfundar *Stiku*, höfum ólíkan bakgrunn og oft þurfti að takast á við ögrandi verkefni til að komast að sameiginlegri niðurstöðu um námsefnið. Við drögum enga dul á að samning *Stiku* var krefjandi, umfangsmikil og kostaði mikla vinnu. En í okkar huga var þessi vinna uppbyggileg og eru ástæður þess einkum tvær. Í fyrsta lagi vorum við einhuga um það meginatriði að beina sjónum okkar að þörfum nemenda og námi þeirra auk þess sem við áttum það sammerkt að hafa áhuga á stærðfræðikennslu í grunnskólum. Í öðru lagi höfum við samið námsefni sem er sveigjanlegt og endurspeglar hinn margbreytilega skóladag. *Stiku* má nota á margvíslegan hátt; kennarar geta bæði aðlagað námsefnið að mismunandi nemendahópum og að sínum eigin kennsluaðferðum.

Gangi ykkur vel í kennslunni!

*Bjørnar Alseth*
*Gunnar Nordberg*
*Mona Røsseland*

# Inngangur

Í námsefninu *Stiku* höfum við reynt að safna saman reynslu okkar þannig að kennarar og nemendur hafi sem mest gagn af. Námsefnið felur í sér tillögur að mismunandi kennsluaðferðum og kennarar hafa mikið svigrúm til að nota efnið eins og hentar best kennsluaðferðum þeirra: Margir kennarar kjósa að láta nemendur vinna alls kyns verkefni sem eru ekki í nemendabókinni en aðrir leggja á að þjálfa grundvallarfærni út frá verkefnum kennslubókar. Margir kennarar vilja nota drjúgan tíma til að fjalla sameiginlega með allri bekkjardeildinni eða ákveðnum hópum um ákveðinn námsþátt en aðrir vilja að nemendur vinni meira sjálfstætt. Sumir láta nemendur vinna að mestu hvern fyrir sig en aðrir kjósa frekar að skipa nemendum í hópa.

Flestir kennarar munu líklega nota alla þessa möguleika til skiptis. Stika hjálpar kennurum til að nota mismunandi kennsluaðferðir þar sem sjónum er einkum beint að nemendum og möguleikum þeirra til að þróa færni sína í stærðfræði.

**Í námsefninu er sérstök áhersla lögð á þrjú atriði**

- Að nemendur fáist við fjölbreytileg og hagnýt verkefni þar sem tækifæri gefast til að rannsaka og skapa.
- Að nemendur öðlist sameiginlega námsreynslu sem feli jafnframt í sér einstaklingsmiðað nám.
- Að skýr fagleg markmið og framvinda námsins séu höfð að leiðarljósi í samræmi við námskrá.

### Fjölbreytileg verkefni

Í *Stiku* er megináherslan lögð á að verkefni séu af fjölbreytilegum toga. Hver kafli í nemendabók hefst á svokallaðri samræðumynd sem auðvelt er að tengja við alls kyns verkleg viðfangsefni. Samræðumyndir eru einnig víðar í köflunum, einkum í tengslum við kynningu nýrra námsþátta. Út frá samræðumyndunum þróast námsefnið oft yfir í bókleg og óhlutbundin verkefni á næstu blaðsíðum. Þannig þróast hin hagnýta, rannsakandi og skapandi vinna yfir í æ sérhæfðari námsþætti. Námsefnið er því alla jafna nokkuð hlutbundið og áþreifanlegt í upphafi en smám saman verður umfjöllunin óhlutbundnari og formlegri.

Í kennarabókinni eru tillögur að svokölluðum *raunverkefnum* í tengslum við flestar blaðsíður nemendabókar. Þetta eru krefjandi og hvetjandi verkefni sem virkja nemendur til skapandi vinnu. Með því að skipta þannig á milli raunverkefna og verkefna í nemendabók fá nemendur fjölbreytilega kennslu og margþætta reynslu sem stuðlar að auknum skilningi í stærðfræði.

### Einstaklingsmiðað nám

Námsefnið í nemendabókinni er sett fram með það í huga að hægt sé að aðlaga kennsluna að nemendum með mismikla getu í faginu. Jafnvel í 7. bekk hefst vinnan í stærðfræði oft á áþreifanlegu og hagnýtu umfjöllunarefni. Þannig geta nemendur nálgast námsefnið á mismunandi hátt. Smám saman er meiri áhersla lögð á óhlutbundnar og táknrænar vinnuaðferðir. Þannig byggjum við eins konar brú frá hinu hlutbundna til hins óhlutbundna. Einhverjir nemendur munu fljótlega byrja á að nota almenn og táknræn orð og hugtök en aðrir þurfa að fást meira við verkefni, sem tengjast aðstæðum sem þeir þekkja, og tjáningarform sem þeir hafa á valdi sínu.

Í kennarabókinni eru notadrjúgar hugmyndir um einstaklingsmiðaða kennslu. Við hverja opnu nemendabókar eru tillögur um hvernig hægt er að einfalda verkefnin annars vegar (*Auðveldari verkefni*) og hins vegar hvernig má leggja meira krefjandi verkefni fyrir nemendur sem þurfa á slíkum verkefnum að halda (*Erfiðari verkefni*). Þessi aðlögun kennslunnar að nemendum með mismunandi getu er þó ætíð innan sama námssviðs. Með því að leyfa nemendum, sem ráða við það, að kafa dýpra í námsefnið eru *gæði* námsins höfð að leiðarljósi. Við teljum að það sé vænlegra til árangurs en að láta nemendur reikna fleiri dæmi utan nemendabókar og nota þannig *magn* viðfangsefnanna til að laga kennsluna að einstökum nemendum.

### Prófsíður og æfingasíður

Í lok hvers kafla er próf sem sýnir bæði hvað höfundar námsefnisins telja að séu mikilvægustu námsþættirnir í kaflanum og að hvaða marki nemendur eigi að hafa þá á valdi sínu. Prófið mun leiða í ljós hvaða nemendur þurfa á frekari þjálfun að halda. Eftir prófið eru þrjár blaðsíður með æfingaverkefnum fyrir nemendur með mismunandi getu. Æfingasíða 1 er auðveldust. Ef nemendur eiga í erfiðleikum með sérstaka námsþætti á prófinu er rétt að láta þá fást í meira mæli við einmitt þá námsþætti. Slík verkefni eru fyrst og fremst á æfingasíðunum en einnig í æfingaheftunum. Kaflar æfingahefta eru byggðir upp á sama hátt og kaflar í nemendabókum. Fyrstu blaðsíður hvers kafla í æfingaheftum henta nemendum sem þurfa að þjálfa grunnþættina sérstaklega. Nemendur, sem hafa sýnt það á prófinu að þeir hafi náð tökum á námsefni kaflans, geta hins vegar eftir prófið snúið sér strax að æfingasíðu 3 áður en þeir hefja vinnu við þær blaðsíður í æfingahefti sem vísað er til neðst á æfingasíðunum.

### Geturðu þetta?

Síðasta blaðsíða hvers kafla ber yfirskriftina *Geturðu þetta?* Hún krefst aðeins meiri færni af nemendum. Nemendur nota hér á skapandi hátt þá þekkingu sem þeir hafa aflað sér í kaflanum. Samt sem áður er það ekki svo að einungis duglegustu nemendurnir ráði við þessa blaðsíðu. Kennari ætti að leyfa öllum nemendum, sem þess óska, að spreyta sig á henni – og vinna saman í pörum eða smáhópum ef vill. Einnig getur hún haft hlutverk eins konar „stopp-síðu". Það merkir að í kennarabók, þar sem fjallað er um þessa síðu, eru verkefni og raunverkefni sem nemendur, sem lengst eru komnir, geta sökkt sér niður í þar til aðrir nemendur hafa náð þeim í námsefninu. Síðan getur kennarinn látið alla bekkjardeildina/nemendahópinn hefja vinnu sameiginlega við næsta kafla.

### Skýr fagleg markmið, umræður og íhugun

Í inngangi kennarabóka Stiku eru sett fram almenn markmið með námsefninu fyrir hvert námsár. Þar að auki eru fagleg meginmarkmið hvers kafla tilgreind, svo og í umfjöllun kennarabókar um hverja blaðsíðu nemendabókar. Við vonumst til að þetta auðveldi kennurum að gera þessi markmið sýnilegri fyrir nemendur áður en vinnan með námsþættina hefst, á meðan hún fer fram og eftir að vinnu við viðkomandi kafla lýkur.
Það ætti að auðvelda þá mikilvægu samræðu milli kennara og nemenda um eftirtalin atriði:

- Hvað munum við læra núna?
- Hvað höfum við lært af þessum kafla og verkefnunum sem við höfum unnið?

Prófið í lok hvers kafla mun hjálpa kennara að greina færni hinna ólíku nemenda í stærðfræði. Prófið hjálpar kennaranum til að beina athyglinni að þeirri færni sem er sérstaklega mikilvæg að nemendur öðlist í viðkomandi kafla. Miklu skiptir að prófin séu lögð fyrir af gætni í tryggu og traustvekjandi andrúmslofti. Tilgangurinn með þeim er ekki að raða nemendum á nokkurn hátt. Prófunum er einungis ætlað að gefa kennara upplýsingar um nemendur sem ef til vill þurfa á frekari hjálp að halda

Uppbygging námsefnisins, þar sem skipt er milli verklegra viðfangsefna annars vegar og þjálfunar í þekkingaratriðum og færni hins vegar, stuðlar að því að draga fram hina faglegu þætti í báðum kennsluaðferðum. Hin verklegu viðfangsefni (raunverkefnin) nýtast bæði sem grunnur undir aukinn skilning á meginefni kaflanna og jafnframt til þess að nemendur upplifi að þeir geti nýtt stærðfræðiþekkingu sína og færni við aðstæður úr daglegu lífi. Þótt form raunverkefnanna og annarra verkefna sé mjög misjafnt eru þau öll innan sama faglega rammans og stefna því öll að sama marki.

### Reikningshefti

Skráning er stór þáttur í að fást við stærðfræði og læra hana. Aðallega er tvenns konar tilgangur með skráningu. Í fyrsta lagi eiga nemendur að skrifa til að leysa verkefni og þrautir. Miklu skiptir að nemendur fái tækifæri til að skrifa og reikna með þeim aðferðum sem þeir sjálfir telja skynsamlegar. Í öðru lagi þurfa nemendur að skrifa til að geta kynnt lausnir sínar fyrir öðrum. Tilgangurinn getur verið að útskýra fyrir öðrum, sannfæra aðra um að niðurstaðan sé rétt eða aðrar ástæður. Þetta gerir aðrar kröfur til skráningar en þegar hún er einungis framkvæmd til að leysa verkefni eða þraut. Það er einkar þýðingarmikið að útreikningar séu skýrir og skilmerkilegir. Einhverjum nemendum kann að finnast þetta óþarfi og þá skiptir máli að kennari segi þeim ekki einungis hvernig skráning geti og skuli fara fram heldur útskýri hvers vegna hún er gagnleg. Skýrt yfirlit yfir útreikninga kemur sér afar vel ef kynna á útreikninga fyrir öðrum auk þess sem það getur stuðlað að því að lausn finnist.

Að sjálfsögðu skiptir miklu máli að hafa yfirsýn yfir hvaða verkefni nemendur fást við hverju sinni. Það má gera með því að þeir skrifi tölur og ef til vill bókstafi í vinstri spássíu. Auk þess er mikilvægt að auðvelt sé að sjá hvert svarið er. Stuðla má að því með því að nemendur ljúki verkefni ætíð með því að strika eða tvístrika undir svarið. Ef um orðadæmi er að ræða er gott að þeir skrifi svarið með setningu:

Árið 2011 fóru 881 915 farþegar um Keflavíkurflugvöll.

## Uppbygging Stiku

Námsefnið *Stika 3* samanstendur af eftirtöldum einingum: nemendabók 3a, nemendabók 3b, æfingahefti 3a, æfingahefti 3b, kennarabók 3a, kennarabók 3b og verkefnum til ljósritunar a og b sem gefin eru út á vef Menntamálastofnunar.

## Nemendabækur

Nemendabækurnar tvær á að vinna í réttri röð. Í þessari kennarabók er tillaga að tímaáætlun um námsframvindu á námsárinu. Nemendabókunum er skipt í kafla sem bera stærðfræðileg heiti. Það er gert til þess að ljóst sé að námið hafi faglegan tilgang, þ.e. að auka þekkingu og færni nemenda í stærðfræði.

### Þekking og færni í stærðfræði

Traust þekking og færni í stærðfræði veltur á því að takast megi að glæða hina ýmsu þætti námsgreinarinnar lífi og að kennslan sé fjölbreytileg. Þess vegna hefjast allir kaflar nemendabóka á efni úr hversdagslífinu. Þeir byrja á samræðumynd úr daglegu lífi nemenda sem notuð er til að draga fram hina stærðfræðilegu þætti þess og auðvelda kennaranum að tengja námsefnið við bakgrunn nemenda. Oft er samræðumyndin notuð til að sýna eitt eða fleiri raunverkefni sem nemendur geta unnið. Eftir því sem á kaflana líður hopar hið áþreifanlega og hversdagslega í bakgrunninn en æ meiri áhersla er smám saman lögð á hin sérhæfðari viðfangsefni stærðfræðinnar.

Hér á eftir er mynd af aðstoðarmönnum okkar og leiðsögumönnum í 5. til 7. bekk, Kráku og Krúsa. Þessar hjálparhellur munu birtast á mörgum blaðsíðum í tengslum við verkefni nemenda. Helsta hlutverk þeirra er að vera til aðstoðar og útskýra hvað gera skal hverju sinni – auk þess sem þau lífga upp á bækurnar. Þær munu einnig birtast við og við og leggja skrýtnar spurningar fyrir nemendur. Við vonumst til að kennarar grípi tækifærið, þegar þessar hjálparhellur birtast með athugasemdir sínar, og ræði málin við nemendur.

## Æfingahefti

Efninu í æfingaheftunum er raðað eftir efnisþáttum í sams konar kafla og í nemendabókunum. Til hvers kafla í nemendabókum svarar því einn kafli í æfingaheftum með samsvarandi námsefni, skipt í sams konar undirkafla. Þess vegna má nota æfingaheftið sem eins konar heimavinnuhefti. Þar að auki er efninu í grófum drættum skipt í þrjú þyngdarstig. Léttustu verkefnin eru á fyrstu blaðsíðunum. Þar næst koma nokkrar blaðsíður með verkefnum af meðalþyngd. Síðustu 2–4 blaðsíður hvers kafla hafa að geyma erfiðari verkefni sem í einstökum tilvikum eru á hærra faglegu stigi en gert er ráð fyrir á þessu námsári.

## Kennarabækur

Kennarabókin er aðalhandbók kennarans. Inngangurinn, sem þú ert nú að lesa, er einkum notaður til að gera ársáætlun. Í honum er lýsing á hvaða þekkingu og færni nemendur hafa yfirleitt til að bera í stærðfræði þegar þeir hefja nám á þessu námsári. Þannig getur kennari fljótar áttað sig á hvaða nemendur standa illa að vígi með hliðsjón af grunninum.

Í inngangi eru einnig tilgreind fagleg markmið fyrir námsárið, þ.e.a.s. hvaða þekkingu og færni í stærðfræði nemendur þurfa á þessu námsári að ná valdi á (sjá kaflann Grunnurinn). Einnig er lýst hvernig kennari þarf í kennslunni að leggja aðaláherslu á grundvallarfærni í stærðfræði. Loks er í þessum inngangskafla sett fram tillaga að ársáætlun. Afar margir þættir hafa áhrif á slíka áætlun. Þess vegna er mikilvægt að kennarar líti á ársáætlun kennarabókar aðeins sem leiðbeinandi tillögu. Ástæða getur verið til að breyta þeim áherslum, sem lagðar eru á hina ýmsu kafla, og endurraða viðfangsefnum.

### Fylgir nemendabók frá blaðsíðu til blaðsíðu

Kennarabók fylgir nemendabók frá blaðsíðu til blaðsíðu. Í kennarabókinni finnur kennarinn það sem hann þarf til daglegs undirbúnings og skipulagningar kennslustunda. Faglegum markmiðum er lýst og skýringar gefnar við hvert verkefni í nemendabók. Í einhverjum tilvikum eru settar fram stuttar faglegar útskýringar og rökstuðningur þannig að kennurum, sem telja sig vanta nægan stærðfræðilegan bakgrunn, finnist að þeir geti kennt stærðfræði á öruggan, faglegan og áhugavekjandi hátt.

**Samræður nemenda og kennara**
Í kennarabók eru m.a. dæmi um spurningar til nemenda. Slíkar spurningar eru auðkenndar með rauðum punkti og skáletri. Einhverjum kennurum kann að finnast sýnishornin af þessum spurningum óþörf en tilgangurinn með þeim er að setja fram dæmi um ólíkar spurningar og vekja hugmyndir um aðrar. Því fer fjarri að ætlast sé til að farið sé nákvæmlega eftir þeim. Nota má spurningarnar i innlögninni, meðan á vinnu nemenda stendur eða þegar námsefnið er rifjað upp.

**Auðveldari verkefni – Erfiðari verkefni**
Eins og áður hefur komið fram eru í þessum kennsluleiðbeiningum sett fram með hverri blaðsíðu nemendabókar einföld ráð um hvernig gera má námsefnið auðveldara. Auk þessa eru ábendingar með hverri síðu um hvernig aðlaga má námsefnið að þeim nemendum sem þurfa að fá tækifæri til að glíma við ögrandi verkefni.

**Verkleg viðfangsefni – Raunverkefni**
Á hverri opnu eru dæmi um verkleg viðfangsefni, sem í kennarabók kallast raunverkefni. Um er að ræða verkefni utan nemendabókar sem geta bæði verið framhald af verkefnum hennar og gegnt því hlutverki að leyfa nemendum að sökkva sér dýpra niður í námsefnið sem er á dagskrá hverju sinni. Einn og sami nemandi nær því varla að vinna öll raunverkefnin enda er ekki ætlast til þess. Umfangi þessara verkefna er einkum ætlað að fjölga möguleikum kennara á að velja verkefni fyrir nemendur og ákveða fjölda slíkra viðfangsefna. Kennari getur því valið raunverkefni sem henta vel námsefni dagsins. Þessi verkefni eru ætíð tengd verkefnum nemendabókar. Þannig er auðvelt að tengja hið faglega nám við raunverkefnin: Vinnan í og utan nemendabókar tengist saman og stefnir að sama faglega markmiðinu.

**Ljósritunarblöð**
Aftast í kennarabókinni eru nokkur blöð ætluð til ljósritunar. Vísað er í þessi blöð víða í kennsluleiðbeiningunum en þau eru oft nauðsynleg þegar vinna á frekar með námsefni nemendabókar eða í tengslum við raunverkefni utan hennar.

## Verkefnahefti til ljósritunar

Hverri grunnbók í Stiku fylgir verkefnahefti til ljósritunar og eru þau einkum ætluð 5.–7. bekk. Verkefnin eru af margvíslegum toga, misþung og tengjast hinum ýmsum námsþáttum. Í kennarabókunum er jafnan vísað í þessi verkefnablöð sem er ekki raðað eftir námsárum en eru hins vegar tölusett. Þau eru aðgengileg á vef Menntamálastofnunar.

Verkefnablöðin með Stiku 1–3 eru tölusett með númerum sem byrja á 5, 6 eða 7, allt eftir því hvert námsárið er. Númerin eru þannig framhald af númerum verkefnablaða sem fylgja Sprota 1–4 en þau bera númer sem byrja á 1, 2, 3 eða 4, einnig eftir því hvert námsárið er.

Í þessum kennsluleiðbeiningum er einkum vísað í verkefnablöð með Stiku 3a og númers verkefnaheftisins því ekki getið sérstaklega. Í kennsluleiðbeiningum Stiku er hins vegar alloft vísað í verkefnablað sem fylgir öðrum bókum en leiðbeiningarnar fjalla um og er þá númer verkefnaheftisins tilgreint sérstaklega.

**Miðsvetrarpróf og vorpróf**
Með Stiku fylgja próf sem nota má til að leggja línurnar fyrir áframhaldandi kennslu. Eitt nemendahefti fylgir hverju námsári en í því eru tvö próf, miðsvetrarpróf og vorpróf. Fyrrnefnda prófið nær yfir námsefnið sem tekið hefur verið fyrir á haustmisserinu fram að jólum en hið síðarnefnda nær yfir allt árið, þó með áherslu á námsefni vormisserisins. Prófin sýna stöðu nemenda gagnvart námsmarkmiðum sem tilgreind eru hér á eftir. Við hvert prófatriði eru settar fram ábendingar um verkefni sem nemendur, sem eiga í erfiðleikum með námsefnið, geta fengist við til frekari þjálfunar, m.a. með tilvísun í hentug verkefni í *Stiku*.

**Námsefni á vef**
Á vef Menntamálastofnunar, www.mms.is, eru – auk verkefnahefta til ljósritunar – ýmiss konar ítarefni og gagnvirk stærðfræðiverkefni sem hægt er að nota með *Stiku*.

## Grunnurinn

Grunnurinn lýsir þeim meginatriðum sem nemendur þurfa að kunna frá 5. og 6. bekk. Þetta merkir að í upphafi 7. námsárs þarf að fylgjast sérstaklega vel með þeim nemendum sem standa illa að vígi miðað við grunninn. Þegar nemendur hefja nám í 7. bekk eiga þeir að

### Tölur og algebra

- skilja sætiskerfið fyrir heilar tölur og tugabrot, allt frá þúsundustu hlutum til milljóna. Þeir þurfa einnig að skilja hvernig talnakerfið er víkkað út til að rúma negatífar tölur
- geta raðað tölum eftir stærð og staðsett þær á talnalínu
- kunna skilgreininguna á frumtölum og geta sagt til um hvort tala minni en 100 er frumtala eður ei
- geta framkvæmt samlagningu og frádrátt með negatífum tölum og með tugabrotum. Þeir eiga að geta leyst dæmi í huganum og kunna skriflegar reikningsaðferðir eins og hinar hefðbundnu reikningsaðferðir.
- skilja almenn brot sem hluta af heild, sem hlutföll og sem tölur á talnalínu
- geta lengt og stytt brot, finna jafn stór brot og raða brotum eftir stærð
- geta lagt saman og dregið frá með ósamnefndum brotum og margfaldað brot með heilli tölu
- geta þróað með sér og notað margföldunar- og deilingaraðferðir, skilja hina hefðbundnu reikningsaðferð í margföldun og margfaldað saman heilar tölur og tugabrot
- geta notað þekkingaratriði, sem þeir hafa á valdi sínu, í reikniaðgerðunum fjórum, t.d. litlu margföldunartöfluna, og geta notfært sér tengsl milli reikniaðgerða
- geta leyst dæmi úr daglegu lífi þar sem finna þarf fjölda möguleika á að raða hlutum úr mismunandi söfnum á mismunandi vegu
- geta sýnt afgang, sem verður við deilingu, með almennu broti eða tugabroti
- skilja hlutföll í daglegu líf, til dæmis í tengslum við erlenda peninga og kílóverð
- geta notað reikniaðgerðirnar fjórar til að leysa vandamál úr daglegu lífi með því að velja rétta reikniaðgerð, og nota bæði formlegar skriflegar aðferðir, hugareikning og vasareikni
- geta sett fram og útskýrt útreikninga og reiknings-aðferðir og fært rök fyrir ákveðnum lausnaleiðum
- geta áætlað svar, námundað og notað slumpreikning, einnig með tugabrotum
- búa til einfaldar formúlur í töflureikni og nota hann til að framkvæma og kynna einfalda útreikninga
- geta kannað og lýst talnamynstrum, m.a. í tengslum við myndtölur og tugabrot

### Rúmfræði

- geta greint einkenni og eiginleika tví- og þrívíðra mynda, t.d. með því að skoða hornalínur ýmissa tvívíðra mynda og athuga hvað er líkt og hvað ólíkt með mismunandi myndum, t.d. strendingum og píramídum
- geta lýst hlutum og fyrirbærum á sviði tækni, hönnunar og úr hversdagslífinu með rúmfræðilegum hugtökum
- geta búið til þrívíð líkön og teiknað þau frá ólíkum sjónarhornum
- geta teiknað mynd í fjarvídd með hvarfpunkti
- geta hliðrað, speglað og snúið myndum
- geta notað gráðuboga til að mæla horn
- geta notað hnit til að lýsa staðsetningu og hreyfingu í hnitakerfi á blaði eða á stafrænu formi
- geta notað hnit til að reikna út fjarlægðir með hliðsjón af ásunum í hnitakerfinu
- geta notað mælikvarða til að reikna út fjarlægðir og búa til einföld kort og vinnuteikningar til að stækka og minnka rúmfræðilegar myndir

### Mælingar

- geta áætlað og mælt stærðir eins og lengd, magn, rúmmál og tíma og notað tímasetningar og tímabil í einföldum útreikningum
- geta valið viðeigandi mælieiningar og breytt úr einni mælieiningu í aðra, t.d. mm, cm, dm, m og km, svo og dl og l
- geta valið viðeigandi mælitæki og framkvæmt raunverulegar mælingar í tengslum við hið daglega líf og tækni og metið niðurstöðurnar með hliðsjón af nákvæmni og ónákvæmni mælinga
- geta valið viðeigandi mælieiningar og breytt úr einni mælieiningu í aðra, t.d. skipt milli desilítra og lítra, svo og gramma, kílógramma og tonna
- geta tengt magnið einn lítra af vatni við eitt kílógramm

**Tölfræði og líkur**

- geta framkvæmt einfaldar kannanir sem byggjast á spurningakönnunum, ýmsum tegundum upplýsinga og talningu
- geta raðað og flokkað gögn, sem safnað hefur verið, og kynnt niðurstöður á myndrænan hátt
- geta notað stafræn hjálpartæki í tölfræðilegum könnunum
- geta lýst meginniðurstöðum úr könnunum með miðgildi og tíðasta gildi
- geta metið líkur við mismunandi aðstæður á því hvort mjög líklegt eða mjög ólíklegt sé að ákveðinn atburður verði
- geta notað reynslu og tilraunir til að segja til um með tölum hversu líklegt er að ákveðinn atburður verði við tilteknar aðstæður, t.d. að átta sig á að líkurnar á að fá upp töluna sex á teningi er einn sjötti
- geta notað úrtak til að segja til um dreifingu í stærra safni, t.d. um hluta kúlna í mismunandi litum í poka með því að skoða einungis nokkrar kúlnanna

## Markmið með Stiku 3

Eftir námið í 7. bekk eiga nemendur að

**Tölur og algebra**

- skilja sætiskerfið hvað varðar heilar tölur og tugabrot, allt frá þúsundustu hlutum til mjög stórra talna, svo og skilja almenn brot og prósentur; skilja hvernig talnakerfið er víkkað út til að ná yfir negatífar tölur; að geta skipt með öryggi úr gildi tölustafs í gildi tölu (t.d. hefur tölustafurinn 7 í tölunni 732 gildið 7 hundruð en gildi tölunnar er 700)
- geta raðað tölum eftir stærð og staðsett þær á talnalínunni
- geta fundið þætti í tölu, þekkja skilgreiningu á frumtölu og geta fundið frumtölur og samsettar tölur
- skilja almenn brot sem hluta af heild, sem hlutföll og sem tölur á talnalínu og geta fundið jafn stór brot
- geta fundið samnefnara og lagt saman, dregið frá og margfaldað almenn brot
- geta breytt prósentum í tugabrot og almenn brot og öfugt
- skilja prósentur sem hundraðshluta og finna einföld prósent af söfnum
- geta þróað með sér og notað aðferðir í öllum reiknireglum fjórum, einnig þar sem negatífar tölur og tugabrot koma við sögu; geta leyst dæmi í huganum og kunna skriflegar aðferðir, t.d. hinar hefðbundnu reikningsaðferðir
- geta notað þekkingaratriði, sem þeir hafa á valdi sínu, t.d. litlu margföldunartöfluna, í reikniaðgerðunum fjórum og geta notfært sér tengsl milli reikniaðgerðanna
- geta leyst viðfangsefni úr daglegu lífi með hlutfallareikningi og fundið fjölda möguleika á að raða hlutum á mismunandi vegu
- geta notað reikniaðgerðirnar fjórar til að leysa verkefni úr daglegu lífi með því að velja rétta reikniaðgerð, bæði með formlegum skriflegum aðferðum, hugareikningi og vasareikni
- geta sett fram og útskýrt útreikninga og aðferðir og rökstutt lausnaleiðir
- geta áætlað svar, námundað og notað slumpreikning, einnig með tugabrotum
- geta reiknað dæmi með svigum, bæði eytt svigum og reiknað út úr svigum
- þekkja forgangsröð reikniaðgerðanna og geta leyst dæmi með mörgum reikniaðgerðum
- geta búið til einfaldar formúlur í töflureikni og notað töflureikni til að gera og kynna einfalda útreikninga
- geta kannað og lýst talnamynstrum, meðal annars í tengslum við myndtölur og tugabrot

**Rúmfræði**

- geta greint eiginleika og einkenni tví- og þrívíðra forma, t.d. með því að athuga hornalínur ýmissa tvívíðra forma og kanna hvað er líkt og hvað ólíkt með mismunandi formum eins og strendingum og píramídum
- geta lýst áþreifanlegum hlutum sem tengjast tækni, hönnun og hinu daglega lífi með því að nota rúmfræðileg hugtök
- geta búið til þrívíð líkön og teiknað þau frá mismunandi sjónarhornum
- geta teiknað í fjarvídd út frá hvarfpunkti
- geta hliðrað, speglað og snúið myndum
- þekkja skilgreiningu á hring og hugtökin geisla (radíus), miðstreng, þvermál og geira
- geta teiknað 60° horn, helmingað horn og fundið helmingalínu horns með teikningu

- geta áætlað og mælt stærð horna, notfært sér topphorn, grannhorn og hornasummu í útreikningum
- geta notað hnit til að lýsa staðsetningu og hreyfingu í hnitakerfi bæði skriflega á blaði og á stafrænan hátt
- geta notað hnit til að reikna út fjarlægðir með hliðsjón af ásunum í hnitakerfi
- geta sýnt fram á hvort myndir eru eins (aljafnar) eða einslaga
- geta notað mælikvarða til að reikna út fjarlægðir, búa til einföld kort og vinnuteikningar og til að stækka og minnka rúmfræðilegar myndir

**Mælingar**

- geta áætlað og mælt stærðir eins og lengd, magn, rúmmál og tíma og notað tímasetningar og tímabil í einföldum útreikningum
- geta skilið uppbyggingu flatarmáls og rúmmáls og reiknað ummál og flatarmál, yfirborðsflatarmál og rúmmál einfaldra tví- og þrívíðra mynda
- geta valið viðeigandi mælieiningu og skipt úr einni mælieiningu í aðra, til dæmis skipt milli mm, cm, dm, m og km, svo og milli $cm^3$, $dm^3$ og lítra
- geta valið viðeigandi mælitæki og framkvæmt raunverulegar mælingar í tengslum við hið daglega líf og tækni og metið niðurstöðurnar með hliðsjón af nákvæmni og ónákvæmni mælinga
- geta valið viðeigandi mælieiningar og breytt úr einni mælieiningu í aðra, t.d. skipt milli desilítra og lítra, svo og gramma, kílógramma og tonna
- geta reiknað dæmi þar sem hraði kemur við sögu

**Tölfræði og líkindareikningur**

- geta framkvæmt margs kyns kannanir sem byggjast á athugunum, spurningalistum eða tilraunum
- geta raðað og flokkað á kerfisbundinn hátt upplýsingum, sem safnað hefur verið, og kynnt þær í myndritum eins og súluritum, línuritum eða skífuritum
- geta notað stafræn tæki í tengslum við tölfræðilegar kannanir
- geta lýst meginniðurstöðum úr tölfræðilegum gögnum með gildum sem lýsa miðsækni í gögnum, þ.e. með miðgildi, tíðasta gildi og meðaltali
- geta metið líkur við mismunandi aðstæður á hvort mjög líklegt eða mjög ólíklegt sé að ákveðinn atburður verði
- geta notað reynslu og tilraunir til að segja til um með tölum hversu líklegt er að ákveðinn atburður verði við tilteknar aðstæður og reikna út líkurnar út frá skiptingu safns.

## Grundvallarfærni

**Að geta tjáð sig munnlega**

Nemendur þurfa að geta sett fram tilgátur, sem hægt er að rannsaka, og spurningar, sem hægt er að svara, með því að nota stærðfræðiþekkingu úr 7. bekk. Einnig þurfa nemendur að geta notað tölur og einfalda útreikninga til að rökstyðja mál sitt. Þetta á bæði við í hagnýtum verkefnum og í stærðfræði þar sem gera þarf grein fyrir röksemdafærslu, aðferð eða hugsanagangi með hjálp stærðfræðinnar. Nemendur þurfa einnig að geta lýst mynstrum og útskýrt hvernig þau þróast.

**Að geta tjáð sig skriflega**

Í vinnu með stærðfræði þurfa nemendur að geta notað ýmsar aðferðir til að tjá sig. Hér er t.d. átt við teikningar og skissur, myndir, töflur og myndrit. Í 7. bekk læra nemendur m.a. að nota sviga í dæmum og stæðum. Þetta myndar mikilvægan grunn undir síðara nám þar sem hin óhlutbundna algebra kemur við sögu. Nemendur vinna áfram að því að setja upp dæmi og reikna þau með aðferð sem er bæði skilmerkileg og skiljanleg öðrum. Í 7. bekk munu nemendur kynnast breytum í tengslum við óþekktar stærðir og formúlur.

**Að geta lesið**

Nemendur þurfa að geta lesið og skilið stærðfræðiverkefni eins og þau koma fyrir í orðadæmum og einföldum textaverkefnum. Þeir þurfa að geta lesið stærðfræðileg tákn; hér er átt við tölustafina og hvernig þeim er raðað saman til að tákna pósitífar og negatífar tölur og tugabrot, svo og tákn fyrir almenn brot og aðgerðartáknin +, –, • og :, svo og =.

Mikil áhersla er lögð á samsett dæmi með fleiri en einni reikniaðgerð. Í þessu tilviki þurfa nemendur að læra í hvaða röð á að reikna slík dæmi. Nemendur þurfa þar að auki að geta aflað sér upplýsinga úr töflum og súluritum.

**Að geta reiknað**
Nemendur þurfa að geta leyst verkefni og kannað stærðfræðileg viðfangsefni sem eiga rætur að rekja til raunverulegra hversdagslegra aðstæðna og eru stærðfræðilegs eðlis. Það krefst þess að þeir hafi náð valdi á og tileinkað sér reikningsaðferðir í reikniaðgerðunum fjórum. Nemendur þurfa því einnig að þróa með sér skilvirkar reikningsaðferðir, bæði í hugareikningi og blaðreikningi. Í 7. bekk er lögð sérstök áhersla á hefðbundnar reikningsaðferðir í margföldun og deilingu. Árangursríkur reikningur og skilningur á reikningsaðferðum byggist að mestu leyti á góðum talnaskilningi og því er lögð áhersla á að þróa slíkan skilning með nemendum samhliða reikningsfærni. Miklu skiptir að nemendur geti notað staðreyndaþekkingu sína og færni til að leysa raunhæf verkefni og að í kennslunni sé sjónum ýmist beint að færniþjálfun eða könnunarverkefnum/þrautalausnum. Nemendur þurfa einnig að átta sig á hvernig ýmislegt tengist í stærðfræðinni. Til dæmis má nefna tengsl milli reikniaðgerðanna fjögurra og milli rúmfræði og reiknings. Á 7. námsári er sjónum sérstaklega beint að því að tengja skilning á prósentum og prósentureikning við almenn brot og tugabrot.

**Að geta notað stafræn tæki**
Í tengslum við reikniaðgerðirnar fjórar eiga nemendur að læra að nota vasareikni af öryggi. Því fylgja nýjar ögranir þegar þeir standa frammi fyrir samsettum reikningsdæmum með eða án sviga. Einnig eiga þeir að læra að nota töflureikni til að framkvæma og hafa yfirsýn yfir útreikninga – til að geta gert kannanir og sett fram og kynnt tölfræðilegar upplýsingar. Nemendur þurfa að upplifa að nota má vasareikni og tölvu með góðum árangri við þrautalausnir, spil, kannanir og til að gera niðurstöður sýnilegar.

## Tillaga að ársáætlun

Tillaga þessi er aðeins til leiðbeiningar.

### Haust

| Vikur | Kaflar | Titlar |
|---|---|---|
| 34 | 1 | Tölur, Tugakerfið – stórar tölur, Samlagning og frádráttur með heilum tölum |
| 35 | | Samlagning og frádráttur með heilum tölum, Negatífar tölur |
| 36 | | Reikningur – svigar |
| 37 | | Tugabrot, Tölur og tölustafir |
| 38–39 | | Námundun og slumpreikningur. Samlagning og frádráttur með tugabrotum |
| 40 | | Haustfrí |
| 41 | 2 | Tölfræði og líkindareikningur, Tölfræðilegar kannanir |
| 42 | | Myndrit, Tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal |
| 43–44 | | Líkur |
| 45 | 3 | Margföldun og deiling. Hlutfallareikningur |
| 46 | | Fjöldi möguleika við röðun, Frumtölur og samsettar tölur |
| 47–48 | | Margföldun og deiling |
| 49 | | Svigar í reikningi. Forgangsröð reikniaðgerða |
| 50-51 | 4 | Rúmfræði, Horn, Hringur, Rúmfræðiteikningar með hringfara o.fl. |

### Vor

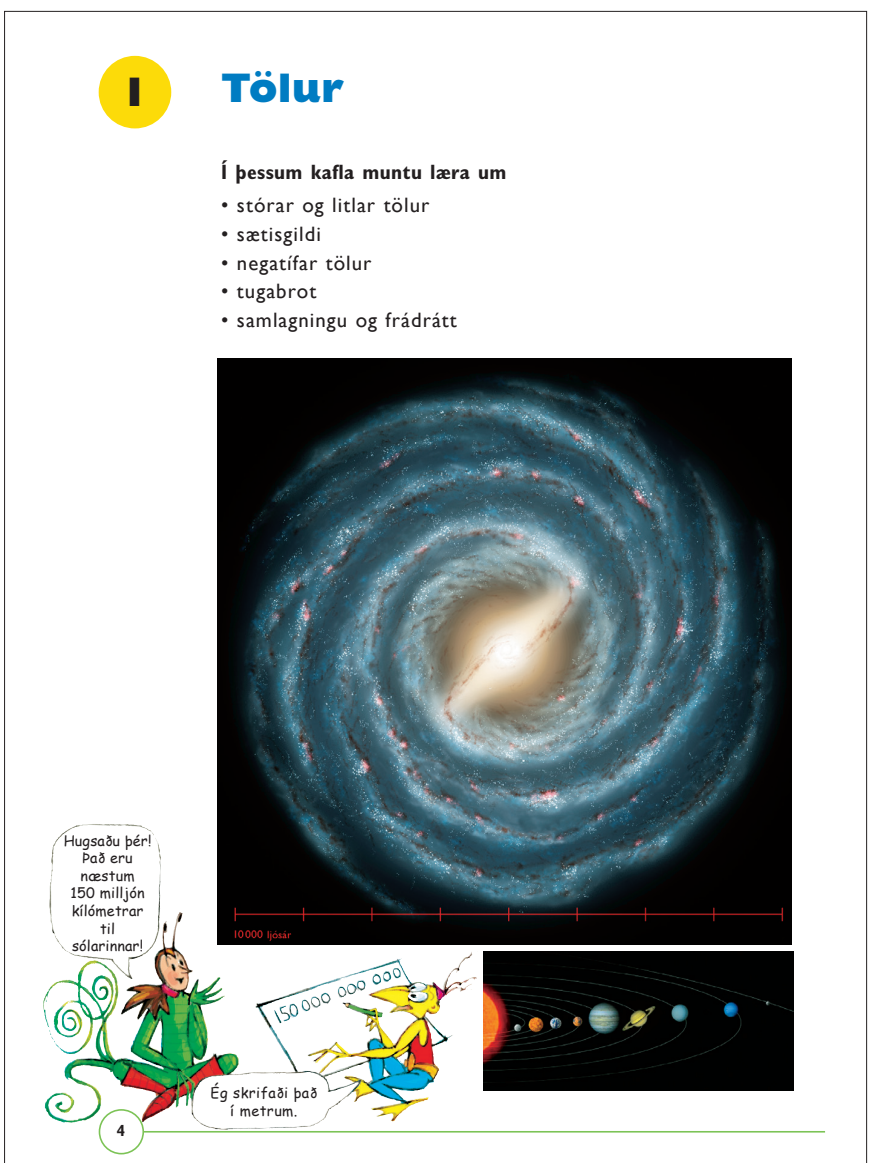
| Vikur | Kaflar | Titlar |
|---|---|---|
| 1–2 | 4 | Rúmfræðiteikningar með hringfara o.fl., Marghyrningar |
| 3–4 | | Eins form og einslaga form, Mælikvarði |
| 5 | 5 | Mælingar, Lengd og lengdarmál |
| 6 | | Flatarmál og ummál marghyrninga |
| 7 | | **Vetrarfrí** |
| 8 | | Yfirborðsflatarmál og rúmmál |
| 9–10 | | Tími og tímareikningur, Vegalengd, hraði og tími |
| 11 | 6 | Almenn brot og prósentur, Almenn brot – hluti af einhverju, Jafn stór brot |
| 12 | | Reikningur með almennum brotum |
| 13 | | **Páskafrí** |
| 14 | | Prósent – hluti af heild |
| 15 | | Almenn brot – tugabrot – prósent |
| 16 | | Prósentureikningur |
| 17 | 7 | Reikningur, Prósentureikningur |
| 18 | | Námundun og slumpreikningur |
| 19 | | Reikniaðgerðirnar fjórar, Negatífar tölur |
| 20 | | Svigar í reikningi, Forgangsröð reikniaðgerðanna, Formúlur í töflureikni |
| 21 | 8 | Mynstur og algebra, Hliðrun, speglun og snúningur |
| 22–23 | | Myndtölur, Talnamynstur og algebra, Formúlur í verkefnum úr daglegu lífi |
| 24 | | Jöfnur. Þrautalausnir |

# 1 Tölur

**Í þessum kafla er talnasviðið víkkað út og athyglinni beint að stórum og litlum tölum. Þetta er gert með því að leggja áherslu á sætiskerfið, þ.e. að gildi hvers tölustafs er háð því hvaða sæti hann skipar í tölunni. Nemendur rifja upp samlagningu og frádrátt talna með mörgum tölustöfum, svo og tugabrota, bæði með slumpreikningi í huganum og með blaðreikningi. Þessu til viðbótar kemur til sögunnar reikningur með tölum í sviga þar sem unnið er út frá viðfangsefnum úr daglegu lífi.**

## Viðfangsefni

- Að lesa stórar tölur, einkum milljón og milljarð
- Reikningur með stórum tölum




## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 4

### Samræðumynd

Þegar tölur verða mjög stórar veldur það flestum okkar vandræðum. Erfitt er að sjá eða telja hve mörg núllin eða tölustafirnir eru og hætt er við að maður gleymi fljótlega hve mörg núll eru í milljarði, billjón eða trilljón. Nemendur hafa heldur ekki þjálfast sérstaklega í að lesa stórar tölur því þeir rekast ekki mjög oft á þær. Þær eru oftast skrifaðar þannig: 120 milljónir eða 2 milljarðar. Kennari ræðir við nemendur um hvar maður sjái stórar tölur eins og þær sem eru stærri en 100 milljónir, milljarður og billjón. Dæmi:

- Tekjur Íslendinga af útflutningi af fiski á ári
- Fjarlægðir í geimnum
- Ljóshraðinn (300 000 km á sekúndu).
- Sólkerfið er í einum armi Vetrarbrautar okkar. Hvert er þvermál hennar? (800 000–1000 000 ljósár.) Vetrarbrautin okkar er eins og diskur í laginu sem er aðeins um það bil 3000 ljósár á þykkt.

▶ Bls. 5

Mælt er með að nemendur vinni þessa blaðsíðu saman í litlum hópum eða í pörum. Um er að ræða verkefni af erfiðari toga þar eð nemendur hafa ekki mikla reynslu af svona stórum tölum. Það er mikill kostur ef þeir geta rætt málin og notað hugtökin sem tengjast stórum tölum.

### Nr. 1.1–1.3

Nemendur lesa úr töflunni til að finna svör við verkefnunum. Í verkefni 1.1 þurfa þeir að finna milljónasætið (milljón kílómetra) þannig að svarið í a-lið er 57,9 milljónir. Í verkefni 1.2 þurfa nemendur að breyta tölunum í metra. Það felur í sér að margfalda fjarlægðirnar með 1000 þar sem 1000 metrar eru í einum kílómetra. Fjarlægðin frá sólu til Jarðar eru því 149,6 milljarðar metra. Í verkefni 1.3 verða nemendur að finna milljarðasætið (milljarðar kílómetra).

Athugið: Reikistjörnurnar ganga eftir sporöskjulöguðum brautum í kringum sólina. Því er ekki um fasta fjarlægð frá sólu að ræða. Til dæmis er fjarlægðin frá sólu til Merkúríusar 46 milljón km þar sem hún er minnst en 70 milljón km þar sem hún er stærst. Tölurnar í töflunni eru eins konar meðaltal. Tölurnar eru nákvæmlega helmingurinn af lengsta þvermáli sporöskjunnar.

- *Hve margar milljónir kílómetra eru frá sólinni til Úranusar? (2870.)*
- *Hve margir milljarðar kílómetra eru*

Stórar tölur og reikistjörnurnar

**Stórar tölur**
1 milljón = 1 000 000 og hefur 6 núll
1 milljarður = 1 000 000 000 og hefur 9 núll
1 billjón = 1 000 000 000 000 og hefur 12 núll
1 billjarður = 1 000 000 000 000 000 og hefur 15 núll
1 trilljón = 1 000 000 000 000 000 000 og hefur 18 núll
þúsund trilljónir = 1 000 000 000 000 000 000 000 og hefur 21 núll

| Reikistjörnurnar | Fjarlægð frá sólu |
|---|---|
| Merkúríus | 57 900 000 km |
| Venus | 108 200 000 km |
| Jörð | 149 600 000 km |
| Mars | 227 600 000 km |
| Júpíter | 778 300 000 km |
| Satúrnus | 1 427 000 000 km |
| Úranus | 2 870 000 000 km |
| Neptúnus | 4 497 000 000 km |

*(Heimild: Caplex 1997)*

**1.1** Hve margar milljónir kílómetra eru frá sólinni til
**a** Merkúríusar? **b** Júpíters?

**1.2** Hve margir metrar eru frá sólinni til
**a** Jarðar? **b** Venusar?

**1.3** Hve margir milljarðar kílómetra eru frá sólinni til
**a** Úranusar? **b** Mars?

**1.4** Hve miklu lengra er frá sólinni til
**a** Jarðar en frá sólinni til Venusar?
**b** Mars en frá sólinni til Jarðar?

**1.5** Ljósið fer gegnum geiminn á 300 000 km hraða á sekúndu. Hve langt fer ljósgeisli á
**a** 10 sekúndum? **b** 1 mínútu? **c** 60 mínútum?

**1.6** Um það bil hve langan tíma tekur það ljósgeisla að fara frá sólinni til
**a** Merkúríusar? **c** Neptúnusar? **e** Satúrnusar?
**b** Jarðar? **d** Venusar?

**1.7** **a** Hve mörg þúsund eru í einni milljón?
**b** Hve margar milljónir eru í einum milljarði?
**c** Hve margar milljónir eru í einni billjón?

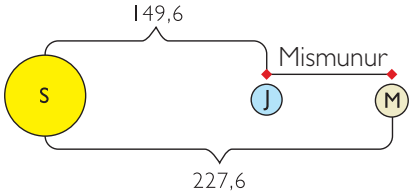
**1.8** **a** Hve margar billjónir metra eru frá sólinni til Úranusar?
**b** Hve margir billjarðar millimetra eru frá sólinni til Mars?

5

*frá sólinni til Mars? (0,227.)*

## Nr. 1.4

Nemendur nota töfluna til að finna mismuninn. Eins og bent var á hér á undan er um að ræða muninn á meðaltalsfjarlægð frá reikistjörnunum til sólarinnar. Þetta má sýna þannig:




Hér verður mismunurinn á fjarlægð sólar til Mars og til Jarðar 227,6 – 149,6.

## Nr. 1.5

Nemendur finna hve langt ljósið fer á 10, 60 og 3600 sekúndum. Þeir eiga helst að svara í milljónum eða milljörðum km.

## Nr. 1.6

Nemendur þurfa að deila í fjarlægðirnar með 300 000 til að finna tímann sem það tekur ljósið að berast frá sólinni til reikistjarnanna. Kennari lætur nemendurna sjálfa finna aðferðir til þess. Svörin þurfa ekki að vera nákvæm. Ein leið til þess arna er að telja upp á við: Á 10 sekúndum berst ljósið 3 milljón km. Á 100 sekúndum berst ljósið 30 milljón km. Ef sú fjarlægð er lögð saman 5 sinnum fást 150 milljón km sem er um það bil fjarlægðin til jarðarinnar. Niðurstaðan er þá sú að ljósið er 5 • 100 = 500 sekúndur frá sólinni til Jarðar. Nánar tiltekið: 500 : 60 = 8 og 20 afgangs, þ.e. 8 mín. og 20 sek. Önnur aðferð er að deila hreinlega með 300 000 í fjarlægðirnar. Nokkuð auðvelt er að deila með 3 en það reynir á að hafa stjórn á núllunum!

## Nr. 1.7

Nemendur nota upplýsingarnar í bláa fróðleiksreitnum og finna hve mörg þúsund eru í einni milljón. Ef maður heldur fingri yfir þrjú síðustu núllin sýnir talan, sem eftir er, hve mörg þúsundin eru. Til að finna hve margar milljónir eru í milljarði hylur maður sex síðustu núllin; talan, sem eftir er, sýnir fjölda milljóna.

## Nr. 1.8

Nemendur finna hve margar billjónir metra eru frá sólinni til Úranusar. Kennari lætur þá sjálfa finna aðferðir til þess. Ef svörin verða ólík þurfa nemendur að fá tækifæri til að ræða málið og komast að sameiginlegri niðurstöðu. Auðveldast er að finna svarið með því að metrafjöldinn er 2 og síðan 9 tölustafir þar á eftir sem sýnir fjölda kílómetra. En þar sem 1000 m eru í 1 km verður fjarlægðin 2 og þar á eftir 12 tölustafir. Það segir okkur jafnframt að tölustafurinn 2 er í billjónasætinu og þess vegna verður svarið 2,87 billjón metrar.

Fjarlægðin frá sólu til Plútós er fundin á sama hátt. Til að breyta km í millimetra þarf að bæta sex núllum við (1 km = 1 000 000 mm).

## Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman. Það er í lagi þótt einhverjir nemendur séu frekar í hlutverki hlustandans en gerandans í þessum verkefnum. Beina þarf athygli þeirra að sætisgildinu. Einnig er gott að gefa allar fjarlægðir upp í milljónum kílómetra, þ.e. með því að sleppa síðustu sex tölustöfunum í tölunum. Kennari lætur nemendur síðan nota vasareikni í útreikningunum.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Hvað kosta dýrustu bílarnir?

Nemendur búa til töflu yfir tíu dýrustu bílana sem eru til sölu. Þeir geta t.d. fundið upplýsingar hjá bílasölum á netinu.

## Viðfangsefni

- Sætiskerfið (tugakerfið), skipting talna í einingar, tugi, hundruð o.s.frv.
- Gildi tölustafa og hvaða tölu þeir tákna
- Að skipta tölum upp eftir sætum með því að skrá töluna sem hver tölustafur táknar

## Búnaður

- Teningar

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 6

**Nr. 1.9**

Nemendur finna hve mörg hundruð eru í hverri tölu. Svarið við a-lið er 7 en ekki 700. Svarið 700 er ekki beinlínis rangt en þá er gengið út frá gildi tölunnar en ekki aðeins gildi tölustafsins.

Munurinn á tölu og tölustaf er sá að tölustafur er tákn fyrir tölu. Tala getur því verið sett saman úr mörgum tölustöfum.

**Nr. 1.10**

Nemendur skrá hve margir tugir þúsunda eru í hverri tölu.

Nemendur lesa tölurnar til að þeir æfist í að nefna tölurnar með orðum. Þetta eykur skilning þeirra á sætiskerfinu vegna þess að sú aðferð, sem notuð er til að lesa tölurnar, endurspeglar einnig gildi tölustafanna. Athugið að orðið „og“ kemur aðeins á undan síðasta orðinu í hverri þriggja tölustafa lotu.

**Nr. 1.11**

Í þessu verkefni eiga nemendur að skrá gildi undirstrikaða tölustafsins í hverri tölu. Gott er ef kennari varpar fram viðbótarspurningum:

- *Hvert er gildi síðasta tölustafsins í fyrstu tölunni? (3 í einingasætinu, gildið er því 3.)*
- *Hvert er gildi fyrsta tölustafsins í c-lið? (4 er í tugþúsundasætinu; gildið er því 40 þúsund.)*

**Nr. 1.12**

Nemendur skrifa tölurnar með tölustöfum. Kennari getur lagt fleiri slík verkefni fyrir nemendur með því að lesa tölurnar upp. Nemendur skrifa þær jafnóðum. Gott er að nota tölur þar sem tölustafurinn 0 kemur fyrir.

**Nr. 1.13**

Nemendur skrifa tölurnar með bókstöfum.

**Nr. 1.14**

Nemendur skrifa tölur sem ýmist eru 10 000 eða 100 000 stærri en þær sem gefnar eru upp. Kennari lætur nemendur útskýra hvernig þeir fundu svörin. Auðveldast er að finna tölustafinn í tugþúsunda- eða hundruðþúsundasætinu og leggja síðan við.

▶ Bls. 7

**Nr. 1.15–1.16**

Nemendur leysa tölurnar upp eftir sætum með því að skrá tölurnar sem tölustafirnir tákna, þ.e. sem samlagningardæmi.

**Nr. 1.17**

Nemendur leggja saman og skrá svarið sem eina tölu.

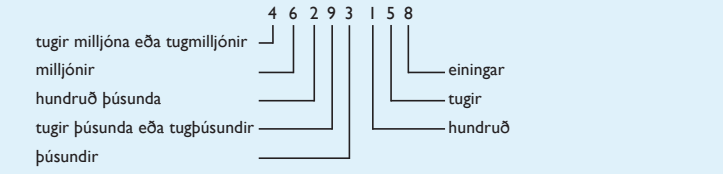
**Nr. 1.18**

Nemendur finna tölurnar sem uppfylla skilyrðin sem sett eru. Í a-lið eiga þeir þá að skrifa tölustafina 5, 3 og 5 í rétt sæti en tölustafurinn 9 er þá í hinum sætunum. Í b-lið eru fleiri en ein lausn. Gott er að hvetja nemendur til að finna stærsta og minnsta mögulega svarið.

**Nr. 1.19 og 1.20**

Nemendur finna hvaða tala á að vera í reitunum til að dæmin verði rétt. Hér er ekki átt við að tölurnar séu leystar upp eftir sætum. Til dæmis er talan 125 í dæmi 1.19c og 11 tugir hinum megin við jöfnumerkið; þá vantar 15 einingar. (110 + 15 = 125.)

### Tugakerfið – stórar tölur




Þessi tala er lesin þannig: fjörutíu og sex milljónir tvö hundruð níutíu og þrjú þúsund eitt hundrað fimmtíu og átta.

**1.9** Hve mörg hundruð eru í þessum tölum?

**a** 758 **b** 2060 **c** 4232 **d** 7901

**1.10** Hve margir tugir þúsunda eru í þessum tölum?

**a** 56 273 **b** 142 983 **c** 2 187 900 **d** 12 783 561

**1.11** Hvað tákna undirstrikuðu tölustafirnir?

**a** 12<u>7</u>3 **e** <u>4</u>50 329
**b** 9<u>7</u>12 **f** 1 9<u>8</u>3 471
**c** <u>4</u>5 178 **g** 12 539 0<u>8</u>2
**d** 25 0<u>1</u>7 **h** 35<u>6</u> 781 423

Í tölunni 25 308 táknar tölustafurinn 5 töluna 5000 vegna þess að hann er í þúsundasætinu.

**1.12** Skrifaðu tölurnar með tölustöfum.

**a** Tuttugu og þrjú þúsund fjögur hundruð níutíu og átta.
**b** Átta hundruð sextíu og fjögur þúsund þrjú hundruð sjötíu og fimm.
**c** Þrjár milljónir fimm hundruð þrjátíu og tvö þúsund sjö hundruð fjörutíu og sjö.

**1.13** Skrifaðu tölurnar með bókstöfum.

**a** 4072 **b** 12 750 **c** 75 035 **d** 87 333 615

**1.14**

**a** Skrifaðu töluna sem er 10 000 stærri en 49 827.
**b** Skrifaðu töluna sem er 100 000 stærri en 937 235.
**c** Skrifaðu stærstu sex stafa töluna sem hægt er að skrifa með þremur mismunandi tölustöfum.
**d** Skrifaðu töluna sem er 5 milljónum stærri en 12 850 000.
**e** Skrifaðu töluna sem liggur mitt á milli 7 milljóna og 8 milljóna.

6 784 253 = 6 000 000 + 700 000 + 80 000 + 4000 + 200 + 50 + 3
Þetta kallast að leysa tölu upp *eftir sætum*.

Leystu tölurnar upp eftir sætum.

**1.15** **a** 517 **b** 902 **c** 3472 **d** 8045 **e** 65 452 **f** 21 150 **g** 30 058 **h** 12 700

**1.16** **a** 127 453 **b** 395 761 **c** 555 222 **d** 760 099 **e** 4 520 019 **f** 7 501 124 **g** 32 063 548 **h** 695 800 542

**1.17** Skráðu sem eina tölu.
**a** 3 000 000 + 800 000 + 70 000 + 5000 + 100 + 80 + 5
**b** 7 000 000 + 800 000 + 20 000 + 2000 + 300 + 90 + 4
**c** 9 000 000 + 50 000 + 4000 + 500 + 6
**d** 1 000 000 + 700 000 + 500 + 90

**1.18** **a** Búðu til stærstu sjö stafa töluna sem hefur 5 í hundruðþúsundasætinu, 3 í þúsundasætinu og 5 í tugasætinu.
**b** Búðu til átta stafa slétta tölu þar sem tölustafurinn í tug-þúsunda-sætinu er þremur stærri en tölustafurinn í hundraðasætinu og tölustafurinn í tug-milljóna-sætinu er 5.

Hvaða tölur vantar?

**1.19** **a** 135 = 13 tugir og ☐ einingar **b** 438 = ☐ tugir og 8 einingar **c** 125 = 11 tugir og ☐ einingar **d** 345 = ☐ tugir og 25 einingar

**1.20** **a** 43 tugir og 5 einingar = ☐ **b** 12 tugir og 22 einingar = ☐ **c** 455 = 43 tugir og ☐ einingar **d** 417 = ☐ tugir og 17 einingar

**SPIL**
Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Þeir kasta þremur teningum til skiptis. Þeir nota tölurnar, sem upp koma, til að búa til þriggja stafa tölu. Leikmenn ákveða sjálfir hvaða teningur eigi að tákna hundruð, tugi eða einingar. Ef upp koma 2, 6 og 5 er hægt að búa til tölurnar 265, 256, 526, 562, 625 eða 652.
Leikmenn skrifa tölurnar í reitina á spilaborðinu en þær verða að vera í stækkandi röð, sú minnsta til vinstri og sú stærsta til hægri. Ef leikmaður getur ekki skrifað tölu á spilaborðið þannig að talnaröðin fari stækkandi má hann ekki skrifa neina tölu í þeirri umferð. Sá vinnur sem er fyrstur að skrifa átta tölur í stækkandi röð.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |



## Spil

Leikmenn nota hver sitt spilaborð. Þeir kasta þremur teningum til skiptis og nota tölurnar, sem upp koma, til að búa til þriggja stafa tölu. Ef upp kemur 1, 3 og 5 er hægt að búa til tölurnar 135, 153, 315, 351, 513 eða 531. Töluna, sem valin er, á að skrifa í reit á spilaborðinu.

Skrifa á tölurnar í stækkandi röð, minnstu töluna lengst til vinstri og þá stærstu lengst til hægri. Ef reitur er ekki laus þannig að ekki er hægt að skrifa tölurnar í stækkandi röð verður viðkomandi leikmaður að sitja hjá í þeirri umferð. Sá vinnur sem er fyrstur að skrifa á spilaborðið átta tölur sem fara stækkandi.

## Auðveldari verkefni

Nemendur geta notað sætisgildistöflu til að skrá tölurnar í; þá er auðveldara að sjá gildi tölustafanna, sjá verkefnablað 7.1a *(Sætiskerfið 1)*.

| billjónir | | | milljarðar | | | milljónir | | | þúsundir | | | einingar | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 000 000 000 | 10 000 000 000 | 1 000 000 000 | 100 000 000 | 10 000 000 | 1 000 000 | 100 000 000 | 10 000 000 | 1 000 000 | 100 000 | 10 000 | 1000 | 100 | 10 | 1 |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |

Kennari þarf að meta hvort allir þurfi að vinna verkefni 1.18–1.20 sem eru heldur erfiðari en hin.

## Búa til tölur

Einhverjir nemendur geta þurft meiri þjálfun í verkefnum eins og nr. 1.12 og 1.13. Láta má þessa nemendur fá 5–10 teninga. Þeir kasta öllu teningunum í einu, raða tölustöfunum saman og búa til tölur. Þeir geta unnið saman, skrá tölurnar með bókstöfum og lesið þær upphátt hver fyrir annan.

## Erfiðari verkefni

Nemendur geta búið til verkefni hliðstæð nr. 1.18 hver fyrir annan.

### Talnagátur: Hver er talan?

Nemendur nota tölurnar 0–9. Aðeins má nota hvern tölustaf einu sinni í hverri gátu.

1. Talan er stærsta fjögurra stafa tala sem hægt er að búa til. Hver er talan? (9876.)
2. Talan er minnsta fimm stafa talan sem hægt er að búa til. Hver er talan? (12 345.)
3. Talan er stærsta sex stafa talan sem hægt er að búa til með tölustafnum 3 í hundraðasætinu. Hver er talan? (987 365.)
4. Talan er stærsta fimm stafa talan sem hægt er að búa til einungis með oddatölum. Hver er talan? (97 531.)
5. Talan er stærsta tíu stafa talan sem hægt er að búa til með tölustafnum 1 í þúsundasætinu, 5 í hundraðþúsundasætinu og 7 í milljónasætinu. Hver er talan? (9 867 541 320.)

### Samþætting við aðrar námsgreinar: Yfirlit yfir reikistjörnurnar

Nemendur búa til mynd/ líkan yfir hve langt er milli hinna mismunandi reikistjarna. Hægt er að miða við að fjarlægðin frá sólinni til Neptúnusar sé 45 cm á myndinni. Það merkir þá að 1 cm tákni 100 milljón km (mælikvarðinn er þá 1 : 100 000 000). Nemendur finna nú hin málin með því að nota upplýsingarnar í töflu í nemendabókinni á bls. 5.

Fjarlægðir frá sól til reikistjarna
Mælikvarði: 1 : 100 000 000

| Reikistjarna | Fjarlægð frá sólu (km) | Mál á líkaninu. 1 cm táknar 100 milljón km |
|---|---|---|
| Merkúríus | 57 900 000 km | Um það bil 0,6 cm |
| Venus | 108 200 000 km | Um það bil 1 cm |
| Jörð | 149 600 000 km | Um það bil 1,5 cm |
| Mars | 227 600 000 km | Um það bil 2,3 cm |
| Júpíter | 778 300 000 km | Um það bil 7,8 cm |
| Satúrnus | 1 427 000 000 km | Um það bil 14,3 cm |
| Úranus | 2 870 000 000 km | Um það bil 28,7 cm |
| Neptúnus | 4 497 000 000 km | Um það bil 45 cm |

Einnig má gera líkan í mælikvarðanum 1 : 100 000 og sýna einnig stærðarmun reikistjarnanna.

## Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur með blaðreikningi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 8

**Sýnidæmi**

Nemendur útskýra aðferðina í hinni hefðbundnu reikningsaðferð sem sýnd er í sýnidæminu. Þessi aðferð gengur út á að leggja saman tölur í hverju sæti fyrir sig. Þá munu nemendur rekast á það nokkrum sinnum að svar verður stærra en 9. Þar sem einungis á að vera einn tölustafur í hverju sæti þarf að breyta 10 í 1 (þ.e. að geyma 1) í næsta sæti til vinstri þar sem eru stærri tölur. Þess vegna er 10 einingum breytt í 1 tug, 10 tugum í 1 hundrað o.s.frv.

Kennari biður nemendur að íhuga hvers vegna hin hefðbundna reikningsaðferð er eins og raun ber vitni:

- *Nú ætla ég að leggja saman tölurnar 147 og 78. Get ég sett þær upp svona:*

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 4 | 7 |
| + | 7 | 8 | |
| | | | |

*(Nei, vegna þess að leggja á saman einingarnar sérstaklega fyrir sig og síðan tugina á sama hátt.)*

- *Ég þarf að setja dæmin þannig upp að einingar komi undir einingum og tugir undir tugum. Þá fæ ég 7 + 8 = 15 einingar. Hvers vegna þarf ég að skipta tíu einingum í tug, get ég ekki bara skipt 9 einingum? Þá eru eftir sex einingar. (Nei, vegna þess að tölustafurinn 1, sem er geymdur, er í tugasætinu. Það merkir einn tug eða 10 en ekki 9.)*

### Nr. 1.21–1.24

Nemendur leggja tölurnar saman með því að skrifa þær hvora undir aðra og leggja saman hvern dálk fyrir sig.

### Nr. 1.25

Nemendur leggja saman í huganum. Í a-lið má líta á tölurnar sem 20 milljónir + 40 milljónir; svarið er því 60 milljónir.

## Samlagning og frádráttur með heilum tölum

**Sýnidæmi**

Reiknaðu dæmið 16 476 + 35 252.

Við getum reiknað dæmið með því að setja það upp. Þá reiknum við tölurnar í hverjum dálki fyrir sig, einingarnar sérstaklega, tugina sömuleiðis o.s.frv.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ \ 1\ \ \ } \\ 16\,476 \\ +\ 35\,252 \\ \hline 51\,728 \end{array}$$

Reiknaðu dæmin.

**1.21**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** | 5235 + 2514 | **c** | 14 852 + 13 295 | **e** | 236 667 + 125 918 |
| **b** | 5235 + 5645 | **d** | 59 609 + 8 772 | **f** | 60 236 + 359 598 |

**1.22**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** | 7532 + 3310 + 1844 | **b** | 24 741 + 65 413 + 30 125 | **c** | 352 615 + 503 829 + 23 441 |

**1.23** Settu dæmin upp og reiknaðu þau.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **a** | 2545 + 5617 | **c** | 3179 + 991 | **e** | 86 327 + 16 623 |
| **b** | 8059 + 9362 | **d** | 685 + 2794 | **f** | 80 143 + 113 497 |

**1.24** Reiknaðu dæmin.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **a** | 125 868 + 458 325 | **c** | 563 982 + 827 354 | **e** | 459 792 + 329 418 |
| **b** | 3 589 264 + 2 655 398 | **d** | 5 063 749 + 1 888 465 | **f** | 6 981 823 + 2 975 255 |

**1.25** Reiknaðu dæmin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** | 20 000 000 + 40 000 000 | **c** | 12 000 000 + 38 000 000 |
| **b** | 90 000 000 + 30 000 000 | **d** | 150 000 000 + 450 000 000 |

**1.26** Reiknaðu dæmin

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** | 4,5 milljónir + 3,2 milljónir | **c** | 43 milljarðar + 7 milljarðar |
| **b** | 1,25 milljónir + 4,60 milljónir | **d** | 142 milljarðar + 87 milljarðar |



### Nr. 1.26

Nemendur leggja saman í huganum eða setja dæmin upp. Hvetja má nemendur til að skrifa tölurnar að fullu og fá þeir þá þannig viðbótarþjálfun í að skrá fjölda núlla í milljón og milljarði.

▶ Bls. 9

**Sýnidæmi**

Nemendur útskýra aðferðina í hinni hefðbundnu reikningsaðferð sem sýnd er í sýnidæminu. Þessi aðferð gengur út á að vinna út frá hverju sæti fyrir sig. Þá munu nemendur rekast á það nokkrum sinnum að draga á frá tölu sem er stærri en sú sem draga á frá (frádráttarstofn). Þar sem einungis á að vera einn tölustafur í hverju sæti þarf að breyta 1 í næsta sæti til vinstri í 10 þar sem eru stærri tölur. Þess vegna er 10 einingum breytt í 1 tug, 10 tugum í 1 hundrað o.s.frv., þ.e. tekið til láns.

Þegar svo hefur verið gert má hugsa framhaldið á tvo vegu. Í sýnidæminu er 1 hundraði skipt í 10 tugi. Þegar draga á töluna 7 frá má draga hana frá 10 og bæta svo 1 við í lokin. Hin aðferðin er að leggja fyrst saman 10 + 1 = 11 og draga í lokin 7 frá 11. Í báðum tilvikum verður svarið að sjálfsögðu rétt og nemendur geta því valið hvernig þeir vilja leysa þetta.

Kennari biður nemendur að íhuga hvers vegna hin hefðbundna reikningsaðferð er eins og raun ber vitni. Gott er að styðjast við samsvarandi umræður í tengslum við samlagningarnar á blaðsíðunni á undan.

### Nr. 1.27–1.30

Nemendur reikna frádráttardæmin með því að setja dæmin upp, þ.e. setja lægri töluna undir þá hærri, og reikna út úr hverju sæti fyrir sig.

**Sýnidæmi**

Reiknaðu dæmið 35 618 – 27 475.

Við getum reiknað dæmið með því að setja það upp. Þá reiknum við tölurnar í hverjum dálki fyrir sig, einingarnar sérstaklega, tugina sömuleiðis o.s.frv.

$$\begin{array}{r} {}^{10} \\ 35\,618 \\ -\ 27\,475 \\ \hline 8\,143 \end{array}$$

**1.27** Reiknaðu dæmin.

**a** 638 − 574 **c** 25 025 − 14 865 **e** 71 471 − 9364

**b** 3734 − 2142 **d** 624 529 − 148 283 **f** 947 556 − 358 172

Settu dæmin upp og reiknaðu þau.

**1.28** **a** 2548 – 755 **c** 1189 – 349 **e** 9000 – 4862
**b** 5217 – 193 **d** 2780 – 1629 **f** 8000 – 5238

**1.29** **a** 45 938 – 18 612 **c** 89 706 – 63 728 **e** 650 962 – 238 302
**b** 65 638 – 17 578 **d** 79 251 – 32 771 **f** 312 992 – 65 881

**1.30** Reiknaðu dæmin.

**a** 8 521 431 − 7 625 150 **b** 6 925 387 − 2 497 273 **c** 23 890 000 − 12 950 000

**1.31** Reiknaðu dæmin.

**a** 700 000 – 200 000 **c** 260 000 – 130 000
**b** 850 000 – 720 000 **d** 250 000 000 – 185 000 000

**1.32** Reiknaðu dæmin.

**a** 6,5 milljónir – 3,5 milljónir **c** 77 milljarðar – 33 milljarðar
**b** 78 milljónir – 35 milljónir **d** 418 milljarðar – 58 milljarðar

**1.33** Hvaða tölur vantar?

**a** 600 000 + ☐ = 1 000 000 **c** 50 000 + ☐ = 1 000 000
**b** ☐ + 150 000 = 1 000 000 **d** ☐ + 660 000 = 1 000 000



**Nr. 1.31–1.33**
Nemendur reikna dæmin í huganum án þess að setja þau upp.

## Auðveldari verkefni

### Meiri þjálfun með minni tölum

Gott er að nemendur, sem eiga í basli með hina hefðbundnu reikningsaðferð í samlagningu og frádrætti, fáist við minni tölur, þ.e.a.s. upp í sex stafa tölur. Á verkefnablaði 7.3 *(Meiri þjálfun í samlagningu og frádrætti)* er að fá frekari þjálfun í samlagningu og frádrætti með minni tölum.

Nemendur geta notað peninga til að gera reikninginn áþreifanlegri. Afar mikilvægt er að beina sjónum að gildi hinna mismunandi tölustafa og að skiptingu, þ.e. að geyma og taka til láns. Gott er að nota krónupeninga, tíkalla, hundraðkalla og þúsundkrónaseðla til að sýna hvernig við skiptum tölunum upp eftir sætum og leggjum þær saman eða drögum frá í hverju sæti fyrir sig. Þegar um er að ræða skiptingu er aðalatriðið að nemendur skilji að tölurnar, sem fengist er við, eru jafn stórar hvort sem um er að ræða 1 tug eða 10 einingar, 1 hundrað eða 10 tugi o.s.frv. Með peningum má auðveldlega sýna nemendum þetta á kunnuglegan hátt.

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir

Á verkefnablöðum 6.9 og 6.10 *(Bílferð og vegalengd og Mauraflutningarnir miklu)* í verkefnahefti Stiku 2a eru þrautir þar sem nemendur þurfa að reikna með stórum tölum.

## Raunverkefni

### Fjárfestingarspilið

Búnaður: Leikreglurnar á verkefnablaði 6.11a, spilaborð á 6.11b, spjöld 1 yfir eignir á 6.11c, spjöld með spurningum á 6.11d–g, peningar á 6.11h, öll í verkefnahefti Stiku 6a, svo og teningur og spilapeningar.

Í þessu spili þjálfast nemendur í að reikna með stórum tölum. Þeir geta notað kennslupeninga sér til hjálpar eða kennari ákveður að nemendur skuli sjálfir hafa yfirsýn yfir hve mikla peninga þeir eiga hverju sinni með því að skrá það á blað. Einnig geta nemendur gert hvort tveggja.

Það er kostur að stækka spilaborðið í A3-stærð. Einnig er mælt með að hin ýmsu spjöld séu ljósrituð í mismunandi litum og plöstuð. Það er betra ef peningarnir eru einnig í mismunandi litum eftir gildi þeirra.

Hvetja má nemendur til að búa til spil í svipuðum dúr. Þannig er hægt að aðlaga þyngdarstigið að því talnasviði sem hinir mismunandi nemendur ráða við. Þeir geta teiknað spilaborðið á A3-blað.

### Meiri þjálfun: Samlagningar- og frádráttarspilið

Hver leikmaður býr til rúðunet eins og þetta fyrir samlagningu:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| + | | | | |
| | | | | |

Og þetta fyrir frádrátt:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| − | | | | |
| | | | | |

Leikmenn kasta teningi til skiptis. Þeir skrá töluna, sem upp kemur, í einn reitinn. Þannig er haldið áfram þar til leikmenn hafa fyllt inn í alla reitina sína. Síðan reikna þeir dæmið. Sá vinnur sem er með hæsta svarið.

Í stað þess að kasta teningi má einnig draga spil eða nota spilaskífu (með tölunum 1–9) til að fá tölustafina. Einnig má nota stærri tölur. Í samlagningu má einnig leggja saman fleiri en tvær tölur.

Í frádrætti þarf talan, sem byrjað er með, að hafa einum tölustaf fleiri en neðri talan til að koma í veg fyrir að svarið verði negatíf tala.

## Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur með stórum tölum í verkefnum úr daglegu lífi
- Að lesa og túlka orðadæmi
- Að nota vasareikni
- Hinar hefðbundnu reiknings-aðferðir í samlagningu og frádrætti

## Búnaður

- Vasareiknir

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 10

**Nr. 1.34–1.39**

Nemendur lesa textann og nota upplýsingarnar til að leysa verkefnin. Einhverjum mun þykja erfitt að skilja slíka texta og torvelt að átta sig á hvaða reikniaðgerð nota skal. Tilgangurinn með þessari blaðsíðu er einmitt þessi: Að æfa nemendur í að lesa þessa tegund texta og finna út hvaða reikniaðgerð þeir eiga að nota. Þess vegna er mikilvægt að þeir fái nægan tíma til þess arna og að kennari haldi sig til hlés en hjálpi þeim ekki um of.

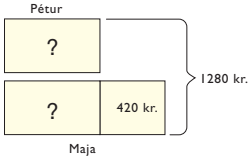
Kennari hjálpar nemendum mikið með því að biðja þá að ganga úr skugga um að svörin séu rétt og bera svörin saman við upplýsingarnar í textanum.

**Nr. 1.40–1.41**

Ef einhverjir nemendur misskilja til dæmis textann og halda að Maja eigi 420 kr. og að Pétur eigi 1280 – 420 = 860 kr. þurfa þeir að athuga svarið betur og lesa orðadæmið einu sinni enn: „Maja á 420 kr. meira en Pétur“.

- *Sýnir þitt svar að hún eigi 420 kr. meira en Pétur? (Nei, í mínu svari á hún 860 – 420 = 440 kr. minna!)*
- *Hmm, þú verður að athuga þetta betur!*

Bendið nemendum á að það getur verið gagn í því að búa til hjálpar-teikningu.



**1.34** Katrín seldi brúna húsið fyrir 3 450 000 kr. Hún keypti stærra hús sem var 780 000 kr. dýrara. Hve mikið borgaði Katrín fyrir nýja húsið?

**1.35** Verð gula hússins er 3,2 milljónir kr. en rauða hússins 2 890 000 kr. Hve miklu dýrara er gula húsið?

| Hús | Verð í millj. kr. |
|---|---|
| A | 2,25 |
| B | 2,18 |
| C | 1,82 |
| D | 2,34 |

**1.36** Taflan sýnir verð raðhúsanna fjögurra.

**a** Reiknaðu hvað húsin fjögur kosta samtals?

**b** Hve miklu munar á verði dýrasta og ódýrasta hússins?

**c** Hvað kostar hús B miklu meira en 2 000 000 kr.?

**d** Hve mikið vantar upp á að verð þessara fjögurra húsa verði samtals 10 milljónir?

**1.37** Steinn átti heima í húsi B. Hann seldi það fyrir 2 050 000 kr. Hve miklu tapaði hann miðað við verðgildi hússins?

**1.38** Kristinn keypti hús D fyrir fimm árum. Þá borgaði hann 1 620 000 kr. Hve mikið hefur verðið á húsinu hækkað?

**1.39** Þór vann sér inn 385 730 kr. á einum mánuði. Rósa vann sér inn 412 160 kr. sama mánuð.

**a** Hve miklar tekjur höfðu þau Þór og Rósa samtals?

**b** Hvað vann Rósa sér inn miklu meira en Þór?

**1.40** Maja á 420 kr. meira en Pétur. Samtals eiga þau 1280 kr. Hvað á hvort þeirra?

**1.41** Hanna á tvöfalt meira af peningum í bankanum en Nína. Samtals eiga þær 22 200 kr. Hve mikið á hvor þeirra?



▶ Bls. 11

**Nr. 1.42–1.43**

Nemendur skrifa töflurnar upp; síðan leggja þeir tölurnar í vinstri dálki við tölurnar í efstu röðinni og skrá svörin í reitina. Nemendur mega nota vasareikni í einni röðinni í verkefni 1.42 og í tveimur röðum í verkefni 1.43. Hin dæmin leysa þeir í huganum. Nemendur meta sjálfir hvaða raðir eru erfiðastar og nota þá vasareikninn til að reikna þær.

**Nr. 1.44**

Nemendur teikna píramídann. Leggja á saman tölurnar í tveimur reitum, sem eru hlið við hlið, og skrá svarið í reitinn fyrir ofan þá báða. Í lausa reitinn til vinstri í 2. röð á því að skrifa 6000, vegna þess að 3400 + 2600 = 6000.

Í nokkrum tilvikum þarf að nota frádrátt til að reikna „niður á við“ í píramídanum. Í reitnum til hægri í neðstu röð á að standa 4700 þar sem 8700 – 4000 = 4700. Einhverjir nemendur munu frekar hugsa sem svo að leggja þurfi 4700 við 4000 til að fá 8700. Þessi aðferð er auðvitað í góðu lagi.

**Nr. 1.45–1.46**

Nemendur finna hvaða tölur eiga að vera í litareitunum til að svörin verði rétt.

Nemendur útskýra hvernig þeir hugsuðu til að finna svörin:

- *Hvernig fannstu tölurnar sem eru í felum í fyrsta dæminu?*

## Auðveldari verkefni

Hér er lögð áhersla á að nemendur æfi sig í að lesa texta sem þessa í stærðfræðináminu. Þess vegna er nauðsynlegt að þeir fái tækifæri til að æfa sig í því. Eftir nokkra hríð getur

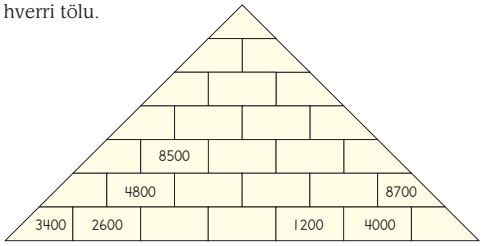
**1.42** Leggðu saman og fylltu út í tómu reitina í töflunni.
Þú mátt nota vasareikni en aðeins til að reikna eina röð.

| + | 23 789 | 15 890 | 120 320 | 275 210 | 4 451 512 |
|---|---|---|---|---|---|
| 20 000 | | | | | |
| 17 600 | | | | | |
| 453 560 | | | | | |
| 33 000 | | | | | |

**1.43** Dragðu frá og fylltu út í tómu reitina í töflunni.
Þú mátt nota vasareikni til að reikna tvær raðir.

| – | 263 875 | 352 986 | 505 805 | 1 646 000 | 2 141 515 |
|---|---|---|---|---|---|
| 40 000 | | | | | |
| 222 000 | | | | | |
| 200 000 | | | | | |
| 76 549 | | | | | |

**1.44** Teiknaðu píramídann upp og fylltu út í hann. Allar tölurnar eru summan af tölunum í reitunum tveimur sem eru undir hverri tölu.




Hvaða tölustafir leynast bak við litasvæðin.

**1.45** **a**
$$\begin{array}{r} 6\,7\,8\square 2 \\ +\ 6\square\,5\,9\square \\ \hline 1\square\,2\,4\,4\,4 \end{array}$$

**b**
$$\begin{array}{r} 2\,5\square\,6\,5\square \\ +\ 3\square\,1\,8\square 2 \\ \hline \square\,4\,2\square\,1\,5 \end{array}$$

**1.46** **a**
$$\begin{array}{r} 4\,7\,3\,4\square \\ -\ 2\square\,5\square 7 \\ \hline \square\,6\square\,2\,0 \end{array}$$

**b**
$$\begin{array}{r} \square\,2\,4\square 0\,2 \\ -\ 3\square\,0\,9\square 2 \\ \hline 2\,4\square\,6\,2\square \end{array}$$



kennari samt lesið verkefnin upphátt fyrir nemendur. Nemendur, sem eiga í basli með þessi verkefni, geta notað vasareikni við báðar blaðsíðurnar því aðalatriðið er að þeir læri að túlka textann og velja rétta reikniaðgerð.

Í verkefnum 1.42 og 1.43 mega nemendur nota vasareikni til að leysa dæmin í tveimur röðum en leysa hin dæmin í huganum.

## Erfiðari verkefni

### Fleiri orðadæmi og þrautalausnir

Á verkefnablöðum 7.4 og 7.5 (*Hvað þurfa þau að borga?* og *Hvert er verðið?*)eru fleiri orðadæmi og þrautalausnir þar sem nemendur reikna með stórum tölum.

## Raunverkefni

### Spyrja og fá (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvor þeirra skrifar efst á blað leynitölu með 8–10 tölustöfum (einnig má nota minni tölur) þar sem allir tölustafirnir eru mismunandi. Leikmenn hylja töluna sína meðan á spilinu stendur.

Leikmenn eiga nú til skiptis að spyrja og fá tölu frá hinum. Það er gert á eftirfarandi hátt:

Leikmaður 1 segir til dæmis: „Láttu mig fá tölustafinn 3.“

Ef leikmaður 2 hefur tölustafinn 3 í tölunni sinni á hann að upplýsa um hvaða tölu hann tákni. „Þú færð 30 000 000“, sjá dæmið hér fyrir neðan. Leikmaður 1 á þá að leggja 30 000 000 við summuna sína en leikmaður 2 dregur tilsvarandi tölu frá sinni summu.

**Hugmyndir og athugasemdir**

| | |
|---|---|
| 5 761 093 842 | 7 432 569 108 |
| + 30 000 000 | – 30 000 000 |
| 5 791 093 842 | 7 402 569 108 |

Leynitalan mun að sjálfsögðu breytast eftir því sem bætt er við hana eða dregið frá henni. Það getur því komið fyrir að sami tölustafur komi tvisvar fyrir í tölunni. Dæmi: 354 732.

Ef andstæðingurinn segir að hann vilji fá 3 getur hinn, sem ef til vill er með 3 í fleiri en einu sæti í tölunni sinni, ákveðið hvaða tölustaf hann lætur frá sér. Hafandi töluna 354 732 gefur hann frá sér töluna 30 en þegir þunnu hljóði yfir tölunni 300 000 sem einnig er í tölunni hans.

Ef tölustafurinn 3 er ekki í tölu leikmanns fær andstæðingurinn ekkert. „Þú færð 0,“ svarar sá sem spurður er.

Þegar báðir leikmenn hafa spurt þrívegis sýna þeir hvor öðrum tölurnar sínar. Sá vinnur sem er með hærri tölu. Leikmenn sýna einnig hvor öðrum útreikninga sína.

Ef byrjað er með fjögurra eða fimm stafa tölu skal einungis nota tölurnar 1–6 þar sem möguleikarnir eru ella of margir á að velja tölu sem er ekki í tölu andstæðingsins.

## Viðfangsefni

- Negatífar tölur í daglegu lífi í tengslum við frost og peninga
- Samlagning og frádráttur með negatífum tölum

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 12

**Samræður um negatífar tölur**

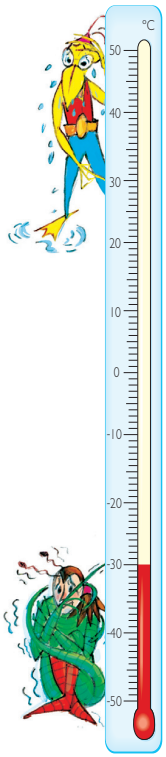
Hér á eftir eru dæmi um spurningar:

- *Veit einhver hvaða tölur maður notar til að sýna að frost sé úti? (Tölur með mínus fyrir framan, þ.e.a.s. negatífar tölur.)*
- *Hvað merkir það að tölur séu negatífar?*
- *Getur það gengið að tala sé minni en 0?*

Kennari og nemendur ræða um hvernig talnalínan heldur áfram til hægri eins lengi og við kærum okkur um og tölurnar á henni verða æ stærri. Reyndar er talnalínan óendanlega löng. Til þess að tákna þetta er teiknuð ör á enda línunnar. En talnalínan heldur einnig áfram til vinstri. Tölurnar verða þá æ minni, alveg þangað til við komum niður í núll. Þá þarf að lengja talnalínuna áfram niður fyrir núll en nemendur þekkja það áreiðanlega af reynslu sinni af hitamæli. Það getur orðið kaldara í veðri en 0 gráður. Þá er talað um „frost“ og notaðar pósitífar tölur: „Það er fjögurra stiga frost“ eða: „Það er fjögurra gráðu frost.“ Einnig má tilgreina frost með negatífum tölum og þá er mínusmerkið notað fyrir framan töluna: „Hitinn er –4 gráður“ eða: „Hitinn er –4 stig.“ Ef hitinn er 0 gráður er ekki talað um frost.

Erfitt getur reynst að sýna negatífar tölur með dæmum úr daglegu lífi að frátöldu frostinu. Margir nemendur munu hugsa sem svo að 0 tákni ekkert og erfitt sé að eiga eitthvað sem er minna en það. Maður getur t.d. átt 0 kg af eplum en maður getur ómögulega átt –2 kg af eplum. Hins vegar getur maður skuldað 2 kg af eplum. Því getur verið auðveldara að skilja negatífar tölur í tengslum við peninga. Ef maður skuldar vini sínum 100 kr. má segja að skuldarinn eigi –100 kr. jafnvel þótt hann sé ekki beinlínis með –100 kr. í vasanum.

### Negatífar tölur




**1.47** **a** Í hvaða borg er kaldast?
**b** Hve miklu kaldara er í Múrmansk en í Reykjavík?
**c** Hve miklu heitara er í Kaíró en í Winnipeg?
**d** Hve miklu kaldara er í Reykjavík en í Santíagó?

| Borg | Hitastig |
|---|---|
| Múrmansk | –26 °C |
| Reykjavík | –2 °C |
| Kaíró | 23 °C |
| Santíagó | 31 °C |
| Winnipeg | –37 °C |

**1.48** Hver er mismunurinn á hitastiginu?

**a** 6° og 19° **b** -5° og 9° **c** -7° og 15° **d** 6° og -19° **e** -15° og -28° **f** -22° og 41° **g** -31° og -8° **h** 35° og -27°

**1.49** Hver verður hitinn þegar hann er

**a** 4 gráður og lækkar um sex gráður?
**b** –7 gráður og lækkar um fimm gráður?
**c** –15 gráður og hækkar um sjö gráður?

**1.50** Tómas les af hitamælinum á hverjum morgni áður en hann fer í skólann. Á mánudag var hitinn –1°, á þriðjudag var tveimur stigum kaldara, á miðvikudag lækkaði hitinn um þrjú stig og á fimmdag hækkaði hann um sex gráður. Á föstudag var hitinn 3°.

**a** Hver var hitinn á þriðjudag?
**b** Hver var hitinn á fimmtudag?
**c** Hve mikið hækkaði hitinn frá fimmtudegi til föstudags?

**1.51** Reiknaðu dæmin.

**a** 51 – 27 **b** 14 – 19 **c** -7 + 22 **d** 16 – 43 **e** -15 – 23 **f** -2 – 6 **g** -43 + 72 **h** -17 + 37

**1.52** Hver er mismunurinn á tölunum í A og B?

**a**

| A | B | Mismunur |
|---|---|---|
| 34 | 21 | |
| 78 | –12 | |
| –45 | –15 | |
| –71 | 71 | |
| 94 | –26 | |

**b**

| A | B | Mismunur |
|---|---|---|
| 215 | –85 | |
| 250 | –150 | |
| –750 | –650 | |
| –235 | –436 | |
| 485 | –515 | |



### Nr. 1.47

Nemendur nota tölurnar í töflunni til að leysa verkefnin.

Kennari teiknar lárétta talnalínu frá –40 til +40 á töfluna. Síðan eru tölur staðsettar á hana eða hún notuð til að reikna dæmin í verkefninu og þeim sem á eftir koma.

### Nr. 1.48–1.49

Nemendur reikna út mismun á hitastiginu í dæmi 1.48 en í 1.49 þurfa nemendur ýmist að lækka eða hækka hitastigið sem gefið er.

### Nr. 1.50

Nemendur lesa textann og nota upplýsingarnar til að reikna út hitastigið.

### Nr. 1.51–1.52

Nemendur reikna dæmin. Ef talnalína hefur verið teiknuð á töfluna getur kennari og/eða nemendur sýnt á henni hvernig hægt er að hoppa fram og til baka til að finna rétt svar.

Kennari býr til samsvarandi dæmi og biður nemendur að reikna í huganum:

- *Hvaða tala er 30 stærri en mínus 8? (22.)*
- *Hvernig hugsaðir þú til að finna svarið?*
- *Hvaða tala er 7 minni en mínus 5? (Mínus 12.)*

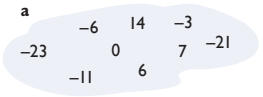
▶ Bls. 13

### Nr. 1.53

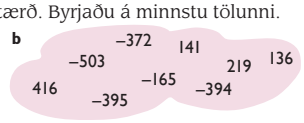
Nemendur raða tölunum eftir stærð þannig að minnsta talan sé skráð fyrst.

**1.53** Skrifaðu tölurnar í röð eftir stærð. Byrjaðu á minnstu tölunni.

**a**




**b**




**1.54** Davíð skuldar Friðriki 325 kr. Dag nokkurn fær Davíð 115 kr. að láni til viðbótar. Hvað mikið skuldar hann þá?

**1.55** Gyða skuldar Pétri 175 kr. Dag nokkurn borgar hún Pétri 500 kr. Hve mikið skuldar Pétur þá Gyðu?

**1.56** **a** Búðu til orðadæmi sem passar við þetta dæmi.
650 − 380 + 920 − 790
**b** Reiknaðu dæmið og finndu svarið.

**1.57** Kostnaður við búð í íþróttamiðstöð er um það bil 12 þúsund krónur á dag. Tekjurnar fara eftir hve margir versla í búðinni. Taflan til hægri sýnir tekjurnar í þúsundum króna eina vikuna.

| Dagur | Tekjur |
|---|---|
| mánud. | 15 |
| þriðjud. | 8 |
| miðvikud. | 7 |
| fimmtud. | 11 |
| föstud. | 5 |
| laugard. | 18 |
| sunnud. | 21 |

**a** Reiknaðu út hagnaðinn á hverjum degi og skráðu niðurstöðurnar í töflu eins og þessa:

| Dagur | Tekjur | Gjöld | Hagnaður |
|---|---|---|---|
| mánud. | 15 | 12 | |
| þriðjud. | 8 | 12 | |

**b** Hver var hagnaðurinn í heild þessa viku?

**1.58** Taflan sýnir tekjur og gjöld í sömu búð að sumarlagi í sex vikur. Þá versla miklu fleiri í búðinni.

**a** Búðu til töflu eins og þessa og fylltu hana út.

**b** Reiknaðu út niðurstöðuna samtals þessar sex vikur.

| Vika | Tekjur | Gjöld | Hagnaður |
|---|---|---|---|
| 1 | 24 000 | 15 000 | |
| 2 | 21 500 | | 5500 |
| 3 | 12 800 | 15 500 | |
| 4 | | 15 200 | −1500 |
| 5 | 27 400 | 16 700 | |
| 6 | | 14 200 | 5600 |



**Nr. 1.54–1.55**
Nemendur leysa orðadæmin og skrá bæði útreikningana og svörin.

**Nr. 1.56**
Nemendur búa til reikningssögur sem passa við stæðuna.

Gott er að nemendur búi til fleiri en eitt orðadæmi sem innihalda negatífar tölur, t.d. þrjú dæmi hver. Kennari safnar þeim saman og velur nokkur sem allir eiga að leysa. Dæmunum má annaðhvort safna saman á blað til ljósritunar eða kennari getur lesið þau upp, eitt í einu.

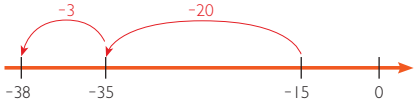
**Nr. 1.57**
Nemendur eiga að reikna út hagnaðinn á dag með því að draga fastan kostnað upp á 12 000 kr. frá tekjunum. Þeir geta einnig reiknað hagnaðinn alls alla vikuna. Bendið nemendum á að tölurnar í töflunni tákna þúsund.

**Nr. 1.58**
Nemendur fylla út í töfluna með tölunum sem vantar og reikna út tekjur fyrirtækisins á sex vikum.

## Auðveldari verkefni

Nemendur nota talnalínu, helst tóma talnalínu.

− 15 − 23 =




### Staðsetja tölur á talnalínu

Á verkefnablaði 5.5 (*Staðsetja tölur á talnalínu*) í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga að staðsetja negatífar tölur á talnalínuna.

## Erfiðari verkefni

### Hagnaður eða tap?

Á verkefnablaði 7.6 *(Hagnaður eða tap?)* eru verkefni með lýsingum á ýmsum viðskiptahugmyndum. Nemendur eiga að reikna út hvað þarf til að fá hagnað af starfseminni.

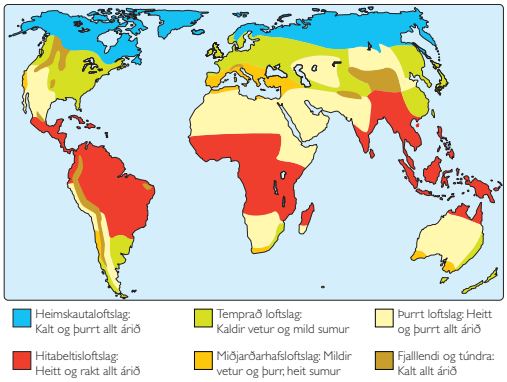
### Margföldun með negatífum tölum

Á verkefnablaði 7.7 *(Margföldun negatífra talna)* eru verkefni þar sem margfalda á með negatífum tölum. Tilgangurinn með þessum verkefnum er að nemendur sjái mynstrið, sem myndast, og upplifi hvers vegna svarið við margföldun negatífra talna með negatífum tölum verður pósitíf tala.

## Raunverkefni

### Samþætting við landafræði
### Loftslagsbelti – yfirlit yfir hitastig

Nemendur búa til yfirlit eða töflu yfir hitastigið í hinum ýmsu heimshlutum. Gott er að miða við loftslagsbeltin. Þeir geta einnig búið til töflu sem sýnir hvernig hitastigið breytist á einu ári á ýmsum stöðum á Jörðinni.




### Heilabrot

Nemendur leysa þrautir með negatífum tölum, sjá verkefnablað 5.6 *(Heilabrot 1)* og 5.7 *(Orðadæmi með negatífum tölum)* í verkefnahefti Stiku 1a.

### Ýmis spil

Á verkefnablöðum 5.8 *(Fjórir í röð)* og 5.9 *(Fyrstur upp!)* í verkefnahefti Stiku 1a fá nemendur meiri þjálfun í að reikna með negatífum tölum.

## Viðfangsefni

- Fyrstu skref í algebru: Svigar í frádráttardæmum

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 14

**Sýnidæmi**

Reikna má þetta dæmi á tvo vegu. Byrja má með 20 og draga fyrst 11 frá og síðan 7. Þetta er sýnt vinstra megin í sýnidæminu. Hin aðferðin er að leggja saman verðið á hlutunum tveimur, sem Úlfar kaupir, og draga þá summu frá 20 í lokin.

Í aðferðinni til vinstri má skrá dæmið þannig:

20 – 11 – 7

Í aðferðinni til hægri má nota sviga til að draga tölurnar saman og skrá eitt dæmi þannig:

20 – (11 + 7)

Mikilvægt er að benda nemendum á að sviginn sýnir hvað á að reikna fyrst. Það þýðir að nemendur eiga að draga frá báðar tölurnar, 11 og 7. Mínusmerkið fyrir framan svigann sýnir að við þurfum að draga frá bæði 11 og 7. Það má því gera bæði með því að draga 11 frá fyrst og 7 á eftir eða með því að leggja 11 og 7 saman og draga síðan summuna frá.

### Nr. 1.59–1.63

Kennari leyfir nemendum að velja hvaða aðferð þeir nota. Þegar þessi vinna er rifjuð upp þarf að skrifa báðar aðferðirnar á töfluna þannig að nemendur geti séð tengslin milli þeirra.

Í dæmi 1.59 er aðferðin til hægri í sýnidæminu þannig: „Ég dreg frá 150 + 120 = 270“:

400 – (150 + 120) = 400 – 270 = 130

Aðferðin til vinstri í sýnidæminu verður þannig: „Ég dreg fyrst frá 15 og síðan 12“:

400 – 150 – 120 = 250 – 120 = 130

### Nr. 1.64

Nemendur reikna svörin út með því að reikna fyrst út úr svigunum.

- *Hefðum við getað leyst þetta dæmi með aðferðinni til vinstri í sýnidæminu? (Já, fyrsta dæmið verður þá þannig: 20 – 8 – 5 = 12 – 5 = 7.)*

### Nr. 1.65

Nemendur búa til reikningssögu eða orðadæmi við stæðuna og reikna síðan gildi hennar.

▶ Bls. 15

**Sýnidæmi**

Þessi blaðsíða samsvarar þeirri fyrri nema að því leyti að nú er frádráttur inni í sviganum. Í aðferðinni til hægri í sýnidæminu er reiknað út hvað þarf að borga í búðinni. Því næst er mismunurinn dreginn frá byrjunartölunni. Í aðferðinni til vinstri er vöruverðið dregið fyrst frá og því næst er skilagjaldið fyrir flöskurnar lagt við.

Ef þetta er skrifað sem talnadæmi verður hægri aðferðin í sýnidæminu þannig:

50 – (34 – 7)

Með aðferðinni til vinstri í sýnidæminu verður talnadæmið þannig:

50 – 34 + 7

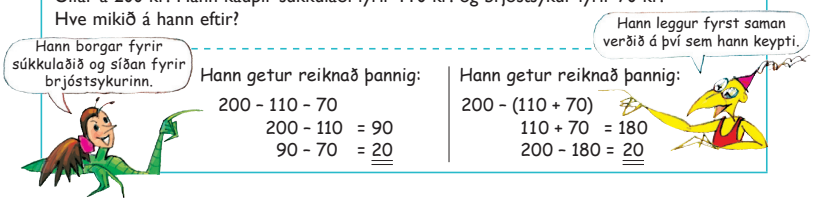
Það getur reynst mörgum nemendum erfitt að skilja að þessar tvær stæður hafa sama gildi.

Á sama hátt og á bls. 14 er mjög mikilvægt að tengja útskýringarnar á þessu við dæmi úr daglegu lífi en ekki við reglur í stíl við þessa: „Þegar mínus er fyrir framan sviga breytast merkin inni í sviganum.“ Betra er að segja: „Til að finna út hve mikið er eftir af peningunum tökum við peningana, sem við eigum, og drögum vöruverðið frá. Ef við fáum líka greitt skilagjald fyrir flöskur eigum við að draga minna frá en sem nemur vöruverðinu. Í sýnidæminu á að draga 7 krónum minna frá. Ef við drögum 34 frá höfum við dregið 7 krónum of mikið frá þannig að við þurfum að bæta 7 við.

## Reikningur – svigar

**Sýnidæmi**

Úlfar á 200 kr. Hann kaupir súkkulaði fyrir 110 kr. og brjóstsykur fyrir 70 kr. Hve mikið á hann eftir?




**Dæmi með sviga**

Við notum sviga til að segja til um hvaða tölur á að reikna saman.

40 – (15 + 12)
Við leggjum fyrst saman tölurnar inni í sviganum:
15 + 12 = 27

Þá verður dæmið þannig:
40 – 27 = 13

**1.59** Sara á 400 kr. Hún kaupir rúnnstykki fyrir 150 kr. og safa fyrir 120 kr. Hve mikið á hún eftir?

**1.60** Markús á 5000 kr. Hann kaupir húfu á 1700 kr. og bol á 1400 kr. Hve mikið á hann eftir?

**1.61** Júlía ætlar að ferðast kringum landið á þremur dögum. Vegalengdin er 1500 km. Fyrsta daginn ekur hún 650 km en á öðrum degi 260 km. Hve langt ekur hún þriðja daginn?

**1.62** Andrés ætlar að mála íbúðina. Hann kaupir 15 lítra af málningu. Fyrsta daginn notar hann 4,5 lítra og annan daginn 6,7 lítra. Hve mikið er eftir af málningunni?

**1.63** Inga á 12500 kr. Hún fer á útsölur og kaupir peysu á 4200 kr. og buxur á 3900 kr. Þar að auki kaupir hún jakka á 3000 kr. Hve mikið á hún eftir af peningunum?

**1.64** Finndu svörin með því að reikna fyrst út úr sviganum.

| | | |
|---|---|---|
| **a** 20 – (8 + 5) | **d** 30 – (20 + 5) | **g** 75 – (35 + 25) |
| **b** 15 – (5 + 7) | **e** 40 – (20 + 15) | **h** 90 – (45 + 20) |
| **c** 25 – (15 + 5) | **f** 50 – (15 + 15) | **i** 95 – (65 + 25) |

**1.65** **a** Búðu til orðadæmi sem passar við dæmið hér á eftir:
460 - (125 + 245) =
**b** Reikna dæmið og skráðu svarið.

**Sýnidæmi**

Sylvía og Elías eiga 500 kr. Þau versla fyrir 340 kr. og fá 70 kr. í skilagjald fyrir flöskur.
Hve mikið eiga þau eftir af peningunum?

| 500 - 340 + 70 | 500 - (340 - 70) |
|---|---|
| 500 - 340 = 160 | 340 - 70 = 270 |
| 160 + 70 = 230 | 500 - 270 = 230 |

Þau eiga 230 kr. eftir.

**1.66** Alma á 600 kr. Hún kaupir ávexti fyrir 340 kr. og fær 200 króna skilagjald fyrir flöskur. Hve mikið á hún eftir?

**1.67** Björn á 1500 kr. Hann kaupir vörur fyrir 980 kr. og fær 420 kr. í skilagjald. Hve mikið á hann eftir?

**1.68** Nanna fer með 4500 kr. í bókabúð. Hún kaupir bók sem kostar 3900 kr. en skilar bók sem kostar 2400 kr. Hve mikið á Nanna eftir af peningunum?

**1.69** Jónas fer í leikfangaverslun með 5000 kr. í veskinu. Hann kaupir bolta á 3900 kr. en skilar spili sem kostar 2700 kr. Hve mikið á Jónas eftir af peningunum?

**1.70** **a** Búðu til orðadæmi sem passar við þetta dæmi:
650 - (520 - 190) =
**b** Reiknaðu dæmið.

**1.71** Búðu til töflu eins og þessa og skrifaðu dæmin. Reiknaðu fyrst út úr sviganum og því næst hvað er eftir af peningunum.

| | Peningaeign | Kaupi fyrir | Fæ í skilagjald | Dæmi | Afgangs |
|---|---|---|---|---|---|
| | 850 kr. | 550 kr. | 200 kr. | 850 - (550 - 200) | 850 - 350 = 500 |
| **a** | 1450 kr. | 1420 kr. | 190 kr. | | |
| **b** | 2160 kr. | 1980 kr. | 270 kr. | | |
| **c** | 3820 kr. | 1290 kr. | 310 kr. | | |
| **d** | 1230 kr. | 1500 kr. | 370 kr. | | |
| **e** | 470 kr. | 1290 kr. | 860 kr. | | |



### Nr. 1.66–1.69

Nemendur velja þá aðferð sem þeir kjósa að nota. Þegar þessi vinna er rifjuð upp þarf að skrifa báðar aðferðirnar á töfluna þannig að nemendur geti séð tengslin milli þeirra.

Í dæmi 1.66 er aðferðin til hægri í sýnidæminu þannig:
600 – (340 – 200) = 600 – 140 = 460

Aðferðin til vinstri í sýnidæminu verður þannig:
600 – 340 + 200 = 260 + 200 = 460

### Nr. 1.70

Nemendur búa til reikningssögu eða orðadæmi við dæmið og reikna það síðan.

### Nr. 1.71

Nemendur skrifa dæmi út frá hverri röð í töflunni og reikna það síðan.

## Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman. Þannig geta þeir nemendur, sem t.d. eiga erfitt með lesturinn, fengið hjálp hjá bekkjarfélögum við að túlka textann. Mikilvægt er að nemendur flokki og skrifi niður upplýsingarnar í textanum.

- *Hve mikla peninga á persónan?*
  *Hvað kostar það sem hún keypti?*
  *Hvað fær hún í skilagjald?*

Kennari þarf að meta hvort einstakir nemendur eigi að nota vasareikni í sjálfum útreikningunum. Mikilvægast við þessi orðadæmi er að nemendur geti skrifað talnadæmin og valið rétta reikniaðgerð.

## Erfiðari verkefni

Kennari skrifar á töfluna:
0, 1, 2, 5, 5, 7, +, –, •

Síðan skrifar hann 24 þar fyrir neðan og eftirfarandi dæmi:
2 • (5 + 7) = 24

- Nemendur búa til nokkur dæmi þar sem svarið er 24. Þeir mega nota hvaða tölur sem þeir vilja af þeim sem standa á töflunni og hvaða reikniaðgerð sem er af þeim þremur sem tilgreindar eru.
- Nemendur nota eins margar tölur af þeim sem skrifaðar voru á töfluna og þeir geta. Geta einhverjir notað fjórar tölur? En fimm tölur? Getur einhver notað allar tölurnar sex og fengið út 24? Þeir koma upp að töflu og skrifa dæmin sín á töfluna.

Dæmi:
5 + (5 • 1) + (2 • 7) + 0 = 24
5 • (7 – 2) + (5 • 0) – 1 = 24
Hér er rétt að nota tækifærið og sýna nemendum að alltaf kemur út 0 ef margfaldað er með 0. Ef ég á 1234 eplakassa með 0 eplum í hverjum á ég samt einungis 0 epli: 1234 • 0 = 0; víxlreglan gildir þannig að 0 • 1234 = 0.

## Raunverkefni

### Kasta teningi og búa til dæmi

Búnaður: 4–6 teningar fyrir hvern hóp.

Nemendur kasta teningunum (eða draga spil). Gott er að tveir og tveir nemendur vinni saman. Þeir nota það sem upp kemur á teningunum og búa til dæmi þar sem fyrir kemur samlagning, frádráttur og svigi. Breyta má þessu verkefni í spil en þá fá leikmennirnir stig fyrir hvert dæmi sem þeir geta búið til með mismunandi svörum. Leikmaður, sem býr til dæmi með lægsta svarinu í hverri umferð fær 5 stig. Einnig má láta þann sem býr til dæmi með svarinu 0 – eða næstum því núll – fá aukastig.

Dæmi: Upp koma á teningunum tölurnar 2, 3, 5 og 5.

Þá má til dæmis búa til eftirfarandi dæmi:
(2 + 3) + (5 + 5) = 15
(3 − 2) − (5 − 5) = 1
(5 + 3) + (5 − 2) = 11
(2 − 5) − (3 − 5) = −5
(2 − 3) − (5 + 5) = −11

## Viðfangsefni

- Fyrstu skref í algebru: Svigar í samlagningu og frádrætti

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 16

**Sýnidæmi**

Hér skal einkum bent á tvö meginatriði. Annað er það að svigi er notaður til að tákna hvað reikna á út fyrst. Þess vegna er 7 – 4 – 2 annað en 7 – (4 – 2). Gildi fyrri stæðunnar er fundið með því að reikna frá vinstri til hægri, þ.e. 7 – 4 = 3 og síðan 3 – 2 = 1. Í síðarnefndu stæðunni skal reikna fyrst 4 – 2 = 2 og því næst 7 – 2 = 5.

Hitt meginatriðið er að hægt er að eyða sviga þannig að finna má gildi stæðunnar með því að reikna frá vinstri til hægri. Þá þarf að gæta vel að formerkjunum. Ef mínusmerki er fyrir framan sviga breytast formerki talnanna inni í sviganum. Í sýnidæminu breytist 42 í –42 og –12 breytist í +12. Í sýnidæminu á miðri blaðsíðunni og í verkefni 1.75 er plústákn fyrir framan svigann. Þá þarf ekki að breyta formerkjum talnanna inni i sviganum heldur má reikna gildi stæðunnar óbreyttrar: 350 + 1200 = 1550 og síðan 1550 – 400 = 1150.

Eins og fram kom á bls. 14 er mikilvægt að nemendur vinni þessi verkefni með skilningi en ekki með því að læra reglu utan að um hvernig eyða má sviga. Kennari getur notað dæmin úr daglega lífinu á fyrri blaðsíðu til að skýra út hvers vegna talan verður „+12“ í stæðunni hægra megin í sýnidæminu, þ.e.a.s. um er að ræða skilagjald sem við fáum.

**Nr. 1.72–1.73**

Nemendur velja sjálfir hvort þeir reikna fyrst út úr svigunum, eins og sýnt er vinstra megin í sýnidæminu, eða hvort þeir vilja eyða sviganum fyrst, sbr. hægri hlið sýnidæmisins. Kennari fær nemendur upp að töflu til að leysa einhver dæmanna þannig að báðar aðferðirnar séu notaðar.

**Sýnidæmi**

Þetta sýnidæmi er öðruvísi en þau sem á undan eru komin. Hægra megin í sýnidæminu er sýnt að 1200 krónurnar eru fyrst lagðar við það sem Inga átti fyrir áður en 400 krónurnar eru dregnar frá. Með sviganum er líka hægt að reikna fyrst út það sem gerðist í búðinni: 350 + (1200 – 400) = 350 + 800 = 1150.

Þegar sviga með plústákninu fyrir framan er eytt þarf ekki að breyta neinum formerkjum:

350 + 1200 – 400

Þá er reiknað frá vinstri til hægri:

350 + 1200 – 400 = 1550 – 400 = 1150

Enn og aftur: Kennari gætir þess að útskýra þetta ekki með reglu heldur vísar í verkefni úr daglegu lífi. Fyrst er reiknað út hve mikla peninga Inga á eftir að hún hefur fengið 1200 kr. Því næst drögum við verðið á blaðinu frá.

**Nr. 1.74**

Nemendur eiga að skrá dæmið eins og 240 + 350 – 290 eða 240 + (350 – 290).

**Nr. 1.75–1.76**

Nemendur reikna dæmin annaðhvort með því að eyða svigunum eða með því að reikna út úr svigunum fyrst.

Nemendur taka fyrir nokkur dæmi og sýna báðar aðferðirnar þannig að tengslin milli þeirra komi í ljós.

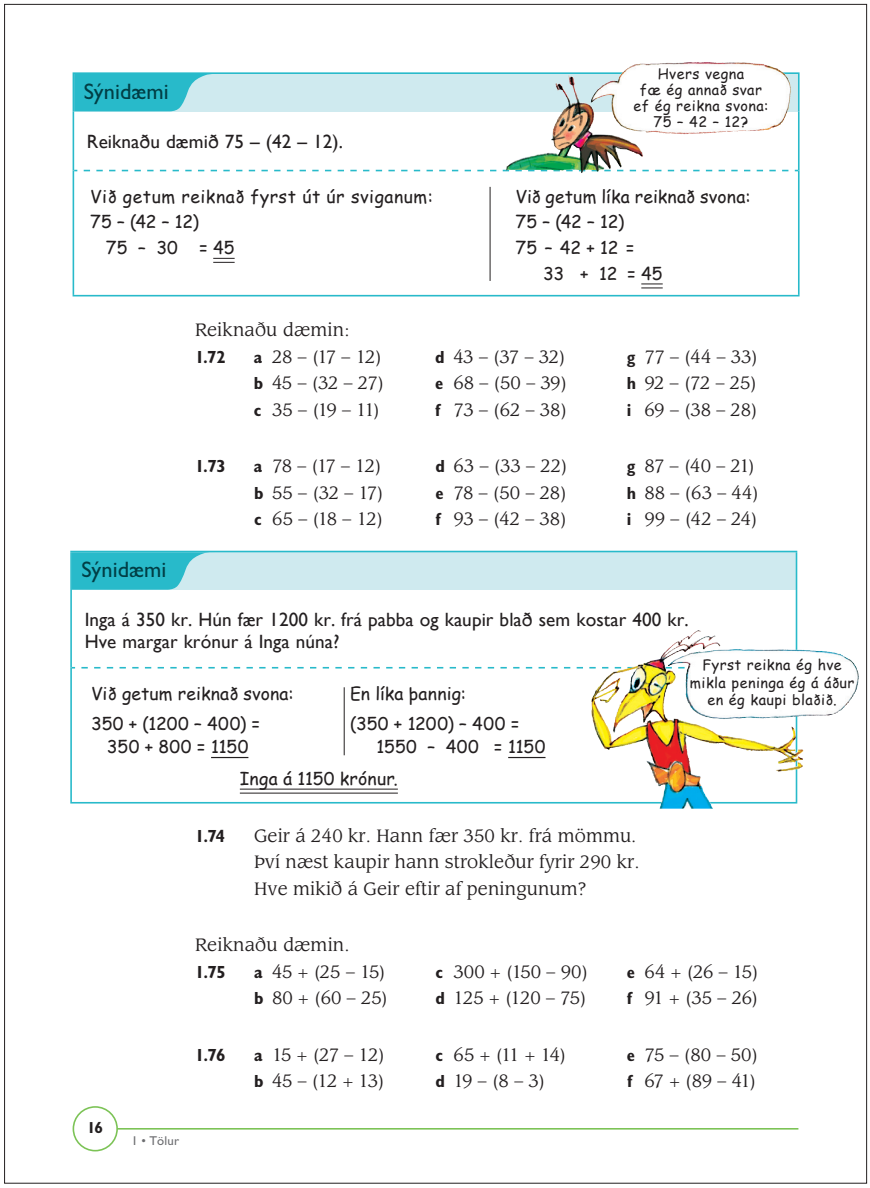
▶ Bls. 17

**Nr. 1.77–1.79**

Nemendur reikna dæmin annaðhvort með því að eyða svigunum eða með því að reikna út úr þeim fyrst.

**Nr. 1.80**

Nemendur velja úr tölunum 0–9 og skrá eina í hvern reit þannig að svörin við dæmunum verði rétt. Aðeins má nota hverja tölu einu sinni í hverju dæmi. Um er að ræða eins konar rannsóknarverkefni þar sem nemendur verða að prófa sig



Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið 75 – (42 – 12).

Hvers vegna fæ ég annað svar ef ég reikna svona: 75 - 42 - 12?

Við getum reiknað fyrst út úr sviganum:
75 - (42 - 12)
75 - 30 = 45

Við getum líka reiknað svona:
75 - (42 - 12)
75 - 42 + 12 =
33 + 12 = 45

Reiknaðu dæmin:

**1.72**
**a** 28 – (17 – 12)
**b** 45 – (32 – 27)
**c** 35 – (19 – 11)
**d** 43 – (37 – 32)
**e** 68 – (50 – 39)
**f** 73 – (62 – 38)
**g** 77 – (44 – 33)
**h** 92 – (72 – 25)
**i** 69 – (38 – 28)

**1.73**
**a** 78 – (17 – 12)
**b** 55 – (32 – 17)
**c** 65 – (18 – 12)
**d** 63 – (33 – 22)
**e** 78 – (50 – 28)
**f** 93 – (42 – 38)
**g** 87 – (40 – 21)
**h** 88 – (63 – 44)
**i** 99 – (42 – 24)

Sýnidæmi

Inga á 350 kr. Hún fær 1200 kr. frá pabba og kaupir blað sem kostar 400 kr.
Hve margar krónur á Inga núna?

Við getum reiknað svona:
350 + (1200 - 400) =
350 + 800 = 1150

En líka þannig:
(350 + 1200) - 400 =
1550 - 400 = 1150

Inga á 1150 krónur.

Fyrst reikna ég hve mikla peninga ég á áður en ég kaupi blaðið.

**1.74** Geir á 240 kr. Hann fær 350 kr. frá mömmu. Því næst kaupir hann strokleður fyrir 290 kr. Hve mikið á Geir eftir af peningunum?

Reiknaðu dæmin.

**1.75**
**a** 45 + (25 – 15)
**b** 80 + (60 – 25)
**c** 300 + (150 – 90)
**d** 125 + (120 – 75)
**e** 64 + (26 – 15)
**f** 91 + (35 – 26)

**1.76**
**a** 15 + (27 – 12)
**b** 45 – (12 + 13)
**c** 65 + (11 + 14)
**d** 19 – (8 – 3)
**e** 75 – (80 – 50)
**f** 67 + (89 – 41)

16
1 • Tölur

Reiknaðu dæmin.

**1.77** **a** 780 + (170 + 320) **c** 3550 – 1150 – (650 + 850)
**b** 4500 – (1250 + 2450) **d** 6250 – (4700 – 2350) – 3500

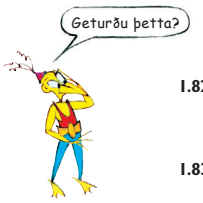
**1.78** **a** 350 – (70 + 170) **d** 280 + 320 – (45 + 170)
**b** 720 – (250 + 260) **e** 1250 + 3700 – (2450 + 1150)
**c** 1200 – (750 – 330) **f** 24 000 + 56 000 – (18 500 + 29 500)

**1.79** **a** (19 + 17) – (21 – 12) **d** (570 + 210) – (350 + 170)
**b** (12 – 7) – (54 – 39) **e** (4250 – 3750) – (1250 – 750)
**c** (25 + 18) + (32 – 19) **f** (1250 – 630) – (320 + 190)

**1.80** Notaðu tölurnar frá 0 til 9. Skrifaðu eina tölu í hvern reit þannig að svörin verði rétt. Aðeins má nota hverja tölu einu sinni í hverju dæmi.
Hvaða tölur eiga að vera í reitunum? Hægt er að finna fleiri en eitt svar.

**a** ( □ + □ ) + ( □ – □ ) = 12 **e** ( □ – □ ) + ( □ – □ ) = 3
**b** ( □ + □ ) – ( □ – □ ) = 8 **f** ( □ – □ ) – ( □ – □ ) = 5
**c** ( □ – □ ) + ( □ + □ ) = 11 **g** ( □ – □ ) + ( □ + □ ) = 7
**d** ( □ – □ ) + ( □ + □ ) = 12 **h** ( □ + □ ) + ( □ + □ ) = 24

**1.81** Settu sviga þannig að svörin verði rétt.
**a** 60 – 30 + 10 + 5 = 25 **c** 60 – 30 + 10 – 5 = 15
**b** 60 – 30 – 10 + 5 = 15 **d** 60 – 30 – 10 – 5 = 35




**1.82** Sara á 75 kr. Hún gefur litlu systur 18 kr. en stóri bróðir gefur Söru 30 kr. Hve mikið á hún þá?

**1.83** Magnús á 175 kr. Hann týnir 62 kr. og stóra systir gefur honum 85 kr. Hve mikið á Magnús nú?

**1.84** Stína á 69 glerkúlur. Hún gefur litlu systur 31 kúlu og fær 47 kúlur frá ömmu. Hve margar kúlur á Stína nú?

**1.85** Silja á 250 kr. Hún gefur stóra bróður 190 kr. en fær 280 kr. frá litla bróður. Hve margar krónur á Silja nú?



áfram. Þannig fá þeir talsverða æfingu í að reikna út úr svigum.

### Nr. 1.81

Nemendur setja sviga á rétta staði þannig að svörin verði rétt.

### Nr. 1.82–1.85

Nemendur reikna dæmin. Rétt er að hvetja þá til að skrifa hvert dæmi með sviga. Öfugt við dæmin á bls. 15 er skilagjaldið hærra en verð varanna sem keyptar eru. Þess vegna kemur skýrar í ljós að frádráttur með negatífri tölu samsvarar því að leggja töluna við. Í verkefni 1.82 verður dæmið: 75 – (18 – 30).

Reiknað er út úr sviganum: 18 – 30 = –12. Þar með verður útreikningurinn þessi:

75 – (–12) = 75 + 12 = 87

Margir nemendur munu líklega hugsa sem svo að þeir bæti gjöfini frá stóra bróður við og dragi frá það sem Sara gaf litlu systur, þ.e.a.s. 75 – 18 + 30. Þetta er auðvitað í lagi.

## Auðveldari verkefni

Kennari leggur áherslu á það við nemendur að svigi er notaður til að segja til um að eitthvað þurfi að reikna út fyrst. Nemendur leysa því öll verkefnin á þennan hátt og skrá milliútreikningana. Til dæmis verður dæmi 1.79a svona:

(19 + 17) – (21 – 12) = 36 – 9 = 27

## Erfiðari verkefni

Kennari skrifar á töfluna:

2, 4, 5, 6, 7, 7 +, –, •, :

Síðan skrifar hann 9 þar fyrir neðan.

- Nemendur búa til nokkur dæmi með svarinu 9. Þeir mega nota hvaða tölur sem þeir vilja af þeim sem standa á töflunni og hvaða reikniaðgerð sem er af þeim þremur sem tilgreindar eru.
- Nemendur nota eins margar tölur af þeim sem skrifaðar voru á töfluna og þeir geta. Geta einhverjir notað deilingu í stæðunum sem þeir mynda? Þeir koma upp að töflu og skrifa dæmin á töfluna.

*Dæmi þar sem deiling kemur við sögu:*

(7 • 7 + 5) : 6 = 9

(5 • 7 + 7) : 6 + (4 – 2) = 9

## Raunverkefni

### Veiða tölur (spil)

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 5.179 *(Hundraðtafla)*) í verkefnahefti 5b og þrír teningar handa hverjum hópi. Einfaldara afbrigði af spilinu má fá með því að nota rúðunet með tölunum 1–50.

Leikmenn kasta þremur teningum í hverri umferð. Þeir búa til dæmi þar og nota á allar þrjár tölurnar sem upp koma á teningunum, hverja tölu einu sinni. Þeir mega velja hvaða reikniaðgerð er notuð. Markmiðið er að búa til dæmi þar sem svarið er tala í reit í hundraðtöflunni. Þegar slík tala er fengin getur leikmaður krossað yfir þann reit, eina tölu í hverri umferð.

Til dæmis koma upp 2, 4 og 6.

Möguleg dæmi eru:

**4** • **6** = 24; 24 : **2** = 12

Stigareglur: Fyrir hvern reit, sem krossað er yfir, fær leikmaður eitt stig. Þar að auki fær hann eitt stig fyrir hvern yfirkrossaðan reit sem liggur upp við reitinn sem hann krossaði yfir.

Dæmi: Hér á eftir er bútur af spilaborðinu. Búið er að krossa yfir tölurnar 6 og 17. Ef næsti leikmaður krossar yfir 12 fær hann þrjú stig:

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 5 | ~~6~~ |
| 10 | 11 | 12 |
| 16 | ~~17~~ | 18 |

Hann fær eitt stig fyrir reitinn 12, eitt stig fyrir reitinn 6, sem þegar er krossað yfir og liggur að 12-reitnum, og eitt stig fyrir reitinn 17 af sömu ástæðu. Það er nóg að reitir tengist á hornunum.

## Viðfangsefni

- Tugabrot í verkefnum úr daglegu lífi, lengdarmælingar
- Sætisgildi tugabrota og röðun þeirra
- Einföld samlagning tugabrota

## Búnaður

- Reglustika
- Ef til vill talnalína með tölunum 0–0,15, sjá ljósritunarblað 1 aftast í þessari bók.

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 18

**Samræðumynd**

Meginatriðin á þessari opnu eru:

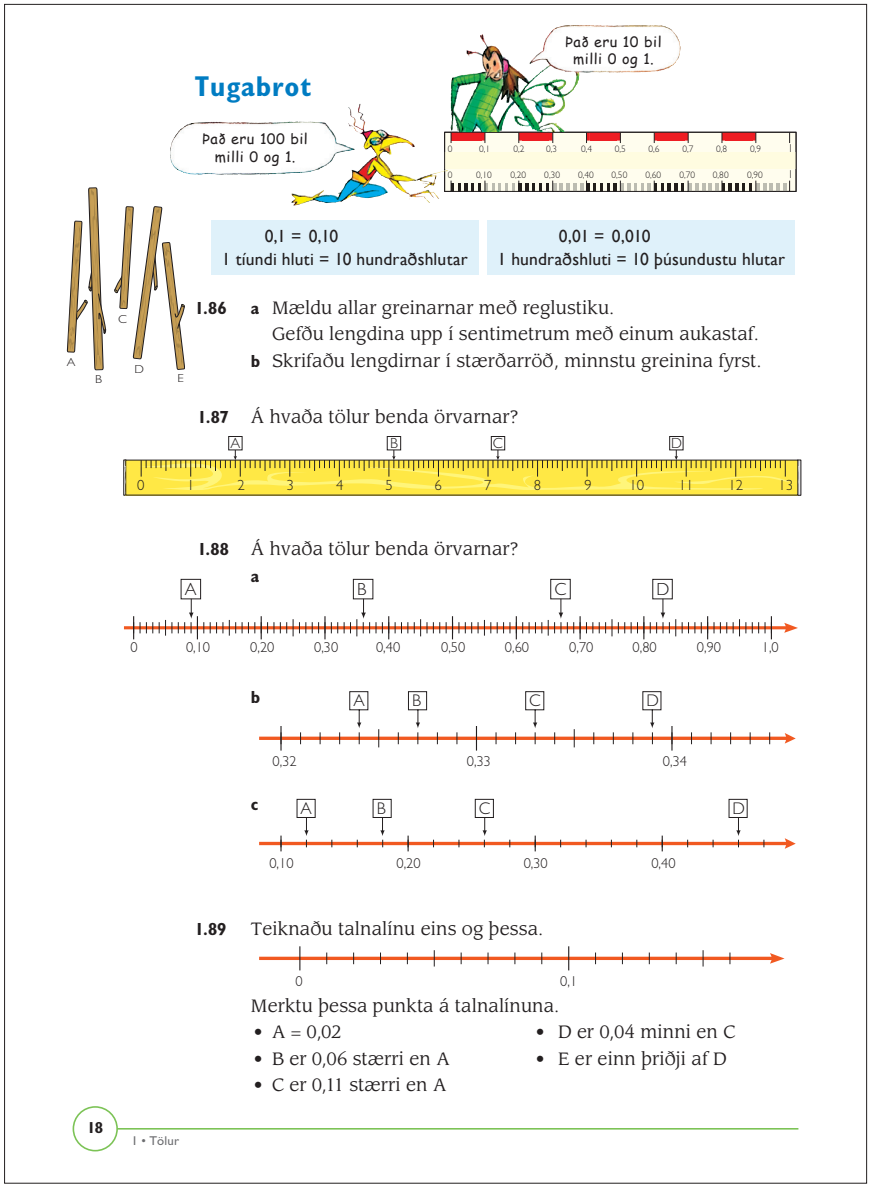
1. Tengsl milli sætis tölustafs og gildis hans, þ.e. að 0,46 samsvarar 4 tíundu hlutum og 6 hundraðshlutum.
2. Skipting – skipta má einum heilum í tíu tíunduhluta og einum tíunda hluta í tíu hundraðshluta – og öfugt.

Kennari beinir sjónum nemenda að tengslunum milli eins heils, tíundu hluta og hundraðshluta. Eins metra löng töflureglustika, þar sem bæði eru merktir hundraðshlutar (sentimetrar) og tíunduhlutar (desimetrar) er hið ágætasta hjálpartæki til að sýna þetta.

- *Hve margir hundraðshlutar eru í einum tíunda hluta? (10.)*
- *Hve margir hundraðshlutar eru í þremur tíunduhlutum? (30.)*
- *Hvernig er það skrifað? (0,3 og 0,30.)*

Þegar við mælum lengdir má segja að munur sé á að gefa upp málin 0,4 og 0,40; munurinn er sá að málið með fleiri aukastöfum er nákvæmara. Þegar við mælum lengd sem er 0,4 metrar getur verið að hin raunverulega lengd sé milli 0,35 og 0,45 metrar. Ef mælt er af meiri nákvæmni og fáum málið 0,40 kann að vera að hin raunverulega lengd sé milli 0,395 og 0,405 metrar.

Þegar tugabrot eru lesin skal nefna hvern tölustaf fyrir sig: talan 23,15 er lesin: tuttugu og þrír komma einn fimm – en ekki: tuttugu og þrír komma fimmtán.




### Nr. 1.86

Nemendur mæla lengd greinanna með reglustiku og gefa hana upp í sentimetrum með einum aukastaf. Það getur verið nemendum hvatning til að mæla af meiri nákvæmni ef þeir fá ólík svör.

### Nr. 1.87–1.88

Nemendur lesa af reglustiku og talnalínum á hvaða tölur örvarnar benda. Í verkefni 1.87 er um tíundu hluta að ræða en í 1.88 eru hundraðshlutar og þúsundustu hlutar. Athuga þarf að talnalínunni í verkefni 1.88c er ekki skipt í tíundu hluta. Best er að nemendur uppgötvi þetta af eigin raun. Kennari getur búið til fleiri hliðstæð verkefni þar sem skipt hefur verið í 2, 4 eða 5 hluta.

- *Hvaða tala er mitt á milli 2 og 3? (2,5.)*
- *Getið þið nefnt tölu sem liggur milli 3,4 og 3,5? (Til dæmis 3,42.)*
- *Getið þið nefnt tölu sem liggur milli 5 og 5,1? (Til dæmis 5,07.)*

### Nr. 1.89

Nemendur teikna talnalínuna og nota upplýsingarnar, sem gefnar eru, til að merkja punktana á hana.

▶ Bls. 19

### Nr. 1.90

Nemendur teikna talnalínu frá 0 til 0,5 kg og merkja á hana um það bil hvar þyngd fuglanna liggur. Þeir ákveða sjálfir hversu nákvæm talnalínan á að vera. Einhverjir vilja ef til vill einungis skipta henni í tíundu hluta og staðsetja þyngdina um það bil út frá þeim merkingum. Finnist einhverjum að þeir þurfi að hafa þúsundustu hlutana með þá reynir það nokkuð á getu nemenda. Vilji þeir fara þessa leið þurfa þeir að fá stærra blað frekar en að nota reikningsheftið. En vel má hvetja

**1.90** Teiknaðu talnalínu frá 0 til 0,5 kg.
Merktu þyngd fuglanna á talnalínuna.

**1.91** **a** Teiknaðu talnalínu eins og þessa.

**b** Merktu punktana 0,653, 0,668 og 0,674 á talnalínuna.
**c** Hvaða tala er mitt á milli 0,66 og 0,67?
**d** Hvaða tala er mitt á milli 0,654 og 0,658?
**e** Hvaða tala er mitt á milli 0,657 og 0,661?
**f** Hvaða tala er á milli 0,662 og 0,663?

**1.92** Veldu rétt tákn: >, < eða =

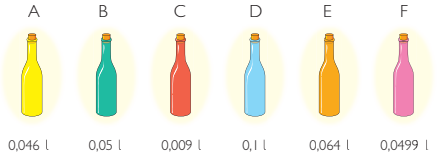
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **a** | 0,20 | 0,18 | **f** | 0,330 | 0,33 |
| **b** | 0,04 | 0,041 | **g** | 0,321 | 0,1234 |
| **c** | 0,076 | 0,067 | **h** | 0,563 | 0,56 |
| **d** | 0,050 | 0,05 | **i** | 0,004 | 0,01 |
| **e** | 0,0072 | 0,13 | **j** | 0,260 | 0,26 |

**1.93** Veldu eina tölu úr A og aðra tölu úr B þannig að summa þeirra sé 1.

A: 0,135 0,462 0,298 0,333 0,812 0,119

B: 0,667 0,538 0,865 0,188 0,702 0,881

**1.94** Raðaðu þessum flöskum eftir því hve mikill vökvi er í þeim.






nemendur til að merkja ekki þúsundustu hlutana á talnalínuna heldur áætla staðsetningu talnanna.

### Nr. 1.91
Nemendur teikna talnalínuna og nota upplýsingarnar, sem gefnar eru, til að merkja punktana á hana. Við f-lið eru fleiri en eitt svar.

### Nr. 1.92
Nemendur velja rétt tákn milli talnanna. Gott er að rifja upp með þeim hvað táknin „er stærra en“ (>) og „er minna en“ (<) þýða.

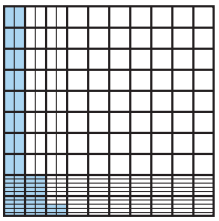
### Nr. 1.93
Nemendur leggja saman tölu úr A-skýinu og aðra tölu úr B-skýinu þannig að summan verði 1.

### Nr. 1.94
Nemendur raða tölunum eftir stærðarröð, minnsta rúmmálið fyrst.

## Auðveldari verkefni
Kennari dregur athygli nemenda að því hvernig tugabrotin raðast á talnalínuna. Nemendur fá talnalínu frá 0 til 0,15 þar sem hundraðshlutar og þúsundustu hlutar eru merktir (ljósritunarblað 1 (*Talnalínur*) aftast í þessari bók).

Það er mikilvægt að nemendur kynnist af eigin raun mælingum þar sem tugabrot koma við sögu, t.d. með því að nota lítramál eða reglustiku. Þá skiptir miklu máli að stærðirnar, sem nota skal, séu gefnar upp með tíundu hlutum, t.d. 3,6 cm, en ekki í sentimetrum og millimetrum, t.d. 3 sentimetrar og 6 millimetrar. Hið sama gildir varðandi lítra; þess vegna skal gefa upp 0,7 lítra en ekki 7 desilítra.

### Nota rúðunet
Nota má rúðunet sem er 10 • 10 reitir að stærð til að gera tíundu hlutana, hundraðshlutana og þúsundustu hlutana áþreifanlega. Hér hentar vel að nota verkefnablöð 6.28 og 6.29 í verkefnahefti Stiku 2a. Rúðunetið í heild táknar einn heilan, hver dálkur eða röð táknar þá 0,1 og hver reitur 0,01. Hverjum reit er síðan skipt í tíu minni reiti sem tákna þá þúsundustu hluta. Rúðunetið hér sýnir töluna 0,123:



Nemendur sýna tugabrot í rúðuneti. Þeir lita t.d. tölurnar:
0,3 – 0,03 – 0,6 – 0,04 – 0,09

### Meiri þjálfun í tíundu hlutum
Á verkefnablöðum 5.66 og 5.67 í verkefnahefti Stiku 1a eru tiltölulega einföld æfingaverkefni með tíundu hlutum. Meta þarf hvort einstakir nemendur eigi frekar að vinna þessi verkefni heldur en þau sem eru á bls. 19 þar sem þúsundustu hlutar koma við sögu.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni
### Finnið töluna mína (spil)
Sjá bls. 34–35

### Giska á fjarlægðina
Nemendur byrja með autt A4-blað. Þeir merkja á það tvo krossa sem þeir telja að séu í þeirri fjarlægð hvor frá öðrum sem gefin er upp. Þeir skrifa bókstaf við hvorn kross. Síðan setja þeir tvo nýja krossa sem þeir telja að séu í þeirri fjarlægð hvor frá öðrum sem gefin er upp næst og þannig skal haldið áfram. Hér á eftir eru fjarlægðirnar sem nemendur eiga að giska á og bókstafirnir sem þeir skrá við krossana:

A–B: 6,5 cm, C–D: 21,3 cm,
E–F: 13,7 cm, G–H: 19,1 cm,
I–J: 10,9 cm, K–L: 25,4 cm

Þegar nemendur hafa giskað á allar fjarlægðirnar sex og þar með merkt 12 krossa á blaðið mæla þeir fjarlægðirnar og reikna út mismuninn á þeim og réttu fjarlægðunum.

Einnig má nota verkefnablað 5.69 (*Giska á lengd*) í verkefnahefti Stiku 5a.

## Viðfangsefni

- Talnamynstur
- Gildi tölustafanna í tugabrotum og röðun þeirra
- Einföld samlagning með tugabrotum

## Búnaður

- Spilastokkur eða teningur með tölunum 1–9

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 20

### Nr. 1.95

Nemendur finna út hvernig tölurnar í talnarununum fara stækkandi eða minnkandi og skrá þrjár næstu tölur í hverri runu. Gott er ef nemendur útskýra hvaða regla býr til hverja talnarunu.

- *Hvernig verður talnarunan í a-lið til? (Hún byrjar á 0,001 (einum þúsundasta hluta) og síðan stækkar hver tala um 0,003 (þrjá þúsundustu hluta) miðað við næstu tölu á undan.)*

Einhverjir nemendur kannast frekar við hugtakið talnaröð, aðrir nota talnaruna og talnaröð jöfnum höndum. Það er í lagi á þessu stigi og mun varla valda nemendum erfiðleikum síðar.

### Nr. 1.96

Nemendur búa til talnarunu með hliðsjón af reglunni sem gefin er upp í hverju verkefni.

- *Hvernig hefði talnarunan í a-lið orðið ef hún hefði byrjað á 0,06 í stað 0,006? (0,06 – 0,067 – 0,074 – 0,081 – …)*

### Nr. 1.97

Nemendur finna út hvernig talnarunurnar fara stækkandi eða minnkandi og fylla út í töfluna. Gott er að nemendur útskýri hvaða regla myndar hverja talnarunu.

### 1.98

Nemendur finna út hvernig talnarunurnar fara stækkandi eða minnkandi og skrifa næstu þrjár tölur í runurnar. Síðan finna þeir hver tala nr. 10 er í hverri talnarunu. Í b-lið I stækkar hver tala um 0,04 miðað við næstu tölu á undan. Þannig er hægt að reikna út hvaða tala hlýtur að verða nr. 10 án þess að skrifa alla rununa.

Nr. I: 0,04 • 10 = 0,4

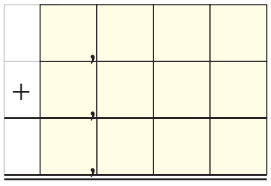
Hver tala í næstu talnarunu stækkar um 0,006 miðað við töluna á undan; þá verður tala nr. 10:

Nr. II: 0,007 + (0,006 • 9)
= 0,007 + 0,054 = 0,061

### Hver fær hæstu töluna? (spil)

Ef notaður er venjulegur spilastokkur má láta eitt mannspilið tákna núll. Leikmenn draga eitt spil til skiptis. Þeir ákveða í hvert sinn í hvaða sæti spilið á að vera og skrifa það á réttan stað í rúðunetið. Gott er að hafa þá reglu að spilinu sé stungið aftur í bunkann. Eftir þrjár umferðir hafa allir leikmenn búið til þriggja stafa tölu. Sá vinnur sem hefur stærstu töluna.

Til viðbótar því að nemendur láti nægja að raða tölunum eftir stærð og finna þá stærstu má nota rúðunet í samlagningu. Þá draga nemendur til dæmis spil til skiptis átta sinnum og skrá tölurnar í rúðunet eins og þetta:




Þegar allir hafa dregið átta sinnum hafa tölustafir verið skráðir í alla reitina. Nemendur leggja saman og sá vinnur sem hefur stærstu summuna. Einnig má hafa þá reglu að sá vinni sem er með lægstu summuna.

▶ Bls. 21

### Samræðumynd

Myndin sýnir gildi hinna mismunandi tölustafa í tugabroti. Kennari skrifar

---

**1.95** Hverjar eru næstu þrjár tölur í talnarununum?

**a** 0,001 – 0,004 – 0,007 – 0,010 – …
**b** 0,072 – 0,063 – 0,054 – 0,045 – …
**c** 0,002 – 0,004 – 0,008 – 0,014 – …
**d** 0,890 – 0,885 – 0,875 – 0,860 – …
**e** 0,810 – 0,640 – 0,490 – 0,360 – …
**f** 0,002 – 0,005 – 0,011 – 0,023 – …

**1.96** Búðu til talnarunur sem byrja á

**a** 0,006 og næsta tala er 0,007 stærri en sú fyrri
**b** 0,02 og næsta tala er tvöfalt stærri en sú fyrri
**c** 1,000 og næsta tala er 0,009 minni en sú fyrri

**1.97** Fylltu út í töfluna.

| | Nr. 1 | Nr. 2 | Nr. 3 | Nr. 4 | Nr. 5 | Nr. 6 | Nr. 7 | Nr. 8 | Nr. 9 | Nr. 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **a** | 0,3 | 0,6 | 0,9 | 1,2 | | | | | | |
| **b** | 0,001 | 0,002 | 0,004 | 0,007 | 0,011 | 0,016 | | | | |
| **c** | 0,674 | 0,669 | 0,659 | 0,644 | 0,624 | | | | | |

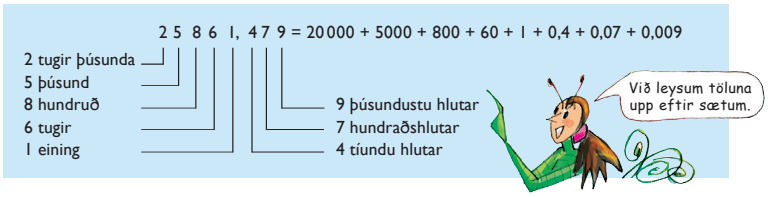
**1.98** **a** Hvaða þrjár tölur eru næstar í talnarununum?
**b** Hvaða tala verður númer 10 í talnarununum?
I 0,04 – 0,08 – 0,12 – …
II 0,007 – 0,013 – 0,019 – …
III 0,808 – 0,816 – 0,824 – …

**SPIL:** Hver fær hæstu töluna?

- Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn.
- Notið töluspjöld milli 0 og 9 (ef til vill tening með tölunum 0–9).
- Notið spilaborð eins og þetta: 0, ☐☐☐
- Leikmaður dregur spil og ákveður hvaða gildi tölustafurinn, sem upp kemur, á að hafa (tíundi hluti, hundraðshluti eða þúsundasti hluti).
- Leikmenn draga þannig spil til skiptis þar til búið er að fylla út í alla reitina þrjá.
- Sá vinnur sem fær hæstu töluna.

Spila má spilið nokkrar umferðir.
Sá vinnur sem fær samtals hæstu summuna. Nota má vasareikni við útreikninginn.
Einnig má hafa þá reglu að sá vinni sem hefur unnið í flestum umferðunum.

## Tölur og tölustafir







### Sýnidæmi

Hvað táknar undirstrikaði tölustafurinn?

**a** 23 4<u>9</u>1,43 **b** 832 729,60<u>5</u>

**a** <u>Tölustafurinn 9 táknar 90.</u> **b** <u>Tölustafurinn 5 táknar 0,005.</u>

**1.99** Hvað táknar undirstrikaði tölustafurinn í hverri tölu?

**a** 3<u>6</u>9,5 **c** 7406,<u>9</u>3 **e** <u>8</u>24,973 **g** <u>8</u>987,182
**b** 3<u>2</u> 178,9 **d** 637,62<u>8</u> **f** 69 327,08<u>2</u> **h** 9075,72<u>3</u>

**1.100** Hvað táknar stærsti tölustafurinn í hverri tölu?

**a** 5942,71 **c** 3479,07 **e** 23 175,497 **g** 17 152,528
**b** 198,205 **d** 8215,26 **f** 597 127,32 **h** 395 721,226

**1.101** Skrifaðu sem eina tölu.

**a** 2000 + 700 + 30 + 8 + 0,6 + 0,07
**b** 70 000 + 8000 + 900 + 40 + 5 + 0,3 + 0,07 + 0.002
**c** 500 000 + 20 000 + 800 + 90 + 1 + 0,6 + 0,009
**d** 9 000 000 + 300 000 + 30 000 + 500 + 30 + 0,9 + 0,005

**1.102** Skrifaðu með tölustöfum.

**a** Fjörutíu og þrjú þúsund fimm hundruð og sex komma þrír tveir níu
**b** Sextíu og þrjú þúsund fjögur hundruð og níutíu komma átta fjórir
**c** Fimm hundruð áttatíu og tvö þúsund sjö hundruð þrjátíu og tveir komma fjórir núll átta



nokkur tugabrot á töfluna, bendir á hina ýmsu tölustafi og biður nemendur um að nefna gildi þeirra.

Kennari skrifar töluna 25,619.

- *Hvaða gildi hefur tölustafurinn 1? (Einn hundraðshluti.)*
- *Hvaða gildi hefur tölustafurinn 2? (Tveir tugir.) Hvaða tala er það? (20.)*
- *Hvernig er þessi tala lesin? (Tuttugu og fimm komma sex einn níu.)*

Mælt með að tugabrotin séu lesin á ofangreindan hátt en ekki sem „komma sex hundruð og nítján“. Ástæðan er sú, að þessi lestrarmáti getur haft það í för með sér að nemendur haldi að tugabrotin samanstandi af tveimur tölum, annarri fyrir framan og hinni fyrir aftan kommuna. Auk þess getur það verið ruglandi ef tölustafurinn 6 er lesinn sem „sex hundruð“ þegar um er að ræða 6 tíundu hluta.

Kennari skrifar nokkrar tölur á töfluna sem innihalda tölustafinn 0, t.d. 502,067.

- *Hvaða gildi hefur stærsti tölustafurinn í þessari tölu? (7 þúsundustu hlutar.)*
- *Hve margir tíundu hlutar eru í þessari tölu? (Engir, 0.)*
- *Hvernig er talan lesin? (Fimm hundruð og tveir komma núll sex sjö.)*

Benda skal nemendum á að gildi allra tölustafa í tölu er háð sætinu sem tölustafurinn er í. Þegar um heilar tölur er að ræða eru einingarnar lengst til hægri og sú staðsetning er notuð til að ákvarða sætisgildi hinna tölustafanna. Hvað tugabrotunum viðvíkur er þetta ekki hægt þar sem tölustafurinn lengst til hægri hefur ekkert ákveðið sætisgildi: Það er háð því hve margir aukastafir eru í tölunni. Þess vegna verðum við að nota kommuna til að segja til um hver sætin eru.

### Nr. 1.99

Nemendur skrifa hvaða tölu undirstrikuðu tölustafirnir tákna. Gott er að nemendur lesi tölurnar:

- *Geturðu lesið töluna í e-lið? (Átta hundruð tuttugu og fjórir komma níu sjö þrír.)*

### Nr. 1.100

Nemendur skrifa hvað stærsti tölustafurinn í hverri tölu táknar.

### Nr. 1.101

Þessar tölur hafa verið leystar upp eftir sætum þar sem skráð er hvað hver tölustafur táknar. Nemendur leggja saman og skrifa svarið sem eina tölu.

### Nr. 1.102

Nemendur skrifa tölurnar með tölustöfum.

## Auðveldari verkefni

### Sætisgildistafla

Nemendur geta notað sætisgildistöflu til að fylla inn tölurnar í verkefni 1.99 en í töflunni er auðveldara að sjá gildi tölustafanna. Nota má verkefnablað 7.1b *(Sætiskerfið 2)*. Taflan getur einnig komið að góðu gagni við hin verkefnin á blaðsíðunni.

### Að gera tölur áþreifanlegar með teikningu

Nemendur geta einnig gert tugabrotin áþreifanlegri með því að nota verkefnablað 5.72 *(Tugabrot gerð áþreifanleg)* í verkefnahefti Stiku 5a og verkefnablað 6.28 *(Einn heill – einn tíundi hluti – einn hundraðshluti)* í verkefnahefti Stiku 6a.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Flytja kommuna (spil)

Sjá bls. 31.

## Viðfangsefni

- Sætisgildi tölustafa í tugabrotum og röðun tugabrota
- Námundun

## Búnaður

- Teningar
- Ef til vill talnalína frá 0 til 2 (verkefnablað 6.27 (Talnalínur) í verkefnahefti Stiku 6a

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 22

**Nr. 1.103**

Nemendur finna tölurnar sem uppfylla skilyrðin sem sett eru. Gott er að benda nemendum á að ganga kerfisbundið til verks og þeir geta unnið saman í litlum hópum.

Ábending til nemenda getur verið fólgin í að biðja þá að finna hve margir tölustafir eigi að vera í tölunni og teikna jafn marga reiti (9 reiti). Þeir þurfa einnig að finna út hvar komman á að vera, þ.e.a.s. hve margir aukastafir eru í tölunni (3). Nemendur þurfa einnig að lesa textann vandlega því að sumar upplýsingarnar, sem eru neðarlega í textanum, eru nauðsynlegar til að hægt sé að nota upplýsingar sem eru á undan í textanum. Aðeins á að nota hverja tölu frá 2 til 9 einu sinni.

**Nr. 1.104**

Nemendur finna töluna með því að leggja við eða draga frá. Hvetja þarf þá til að finna svarið í huganum. Þannig þjálfast skilningur nemenda á sætiskerfinu.

**Nr. 1.105**

Nemendur velja rétt merki.

**Nr. 1.106**

Nemendur raða pokum eftir þyngd þeirra og byrja á þeim léttasta.

### Fyrstur upp í 0,1 (spil)

Leikmenn kasta teningi til skiptis, samtals sex sinnum. Eftir hvert kast ákveður leikmaður hvort talan, sem upp kemur, eigi að tákna hundraðshluta eða þúsundustu hluta. Eftir sex köst hefur hver leikmaður búið til sex tölur sem hann leggur saman. Sá vinnur sem kemst næst 0,1.

**1.103** Hver er talan?

- Í tölunni eru tölustafirnir 2 til 9.
- Tölustafurinn í einingasætinu er þremur minni en tölustafurinn í hundraðshlutasætinu.
- Tölustafurinn í tugasætinu er minnsti tölustafurinn í tölunni.
- Tölustafurinn í þúsundasætinu er þrisvar sinnum stærri en tölustafurinn í tíundahlutasætinu.
- Tölustafurinn í hundraðasætinu er einum minni en tölustafurinn í þúsundustuhlutasætinu.
- Tölustafurinn í tugþúsundasætinu er næststærsti tölustafurinn í tölunni.

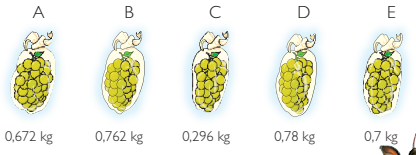
**1.104** Hvaða tala er

**a** 0,03, stærri en 0,129?
**b** 0,004 stærri en 0,082?
**c** 0,0005 stærri en 0,2943?
**d** 0,02 minni en 2,15?
**e** 0,007 minni en 0,819?
**f** 0,004 minni en 1,2965?

**1.105** Veldu rétt merki: >, < eða =.

**a** 2,90 ☐ 2,9
**b** 0,01 · 10 ☐ 0,001
**c** 0,001 ☐ 0,0009
**d** 4,09 ☐ 4,009
**e** 3 hundraðshlutar ☐ 300 tugþúsundustu hlutar
**f** 134 þúsundustu hlutar ☐ 1340 tugþúsundustu hlutar

**1.106** Raðaðu pokunum eftir þyngd, byrjaðu á þeim léttasta.




**SPIL** Fyrstur upp í 0,1
Leikmenn kasta teningi til skiptis sex sinnum.
Í hvert sinn ákveður leikmaðurinn hvort talan, sem kemur upp á teningnum skuli tákna hundraðshluta eða þúsundustu hluta.
Eftir sex köst leggja leikmenn saman tölurnar sínar.
Sá vinnur sem kemst næst 0,1.
Ekki má fá meira en 0,1!

Rétt er að hvetja nemendur til að skrifa tölurnar, sem þeir búa til, jafnóðum. Ef leikmaður fær t.d. fyrst upp töluna 5 á teningnum og lætur hana tákna hundraðshluta skrifar hann 0,05. Ef hann í næsta kasti fær töluna 4 og lætur hana tákna þúsundustu hluta skrifar hann 0,004.

▶ Bls. 23

### Sýnidæmi

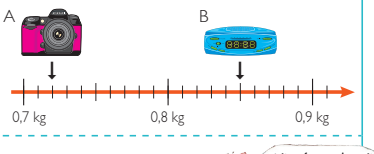
Námundun felst í að gera tölur einfaldari og hún er notuð þegar nægir að notast við gildi sem er um það bil hið rétta. Slumpreikningur er notaður þegar ekki þarf að reikna út nákvæmt svar. Þá eru tölur námundaðar áður en reiknað er og þær síðan notaðar í slumpreikningi.

Kennari og nemendur ræða saman um sýnidæmið. Þegar tala er námunduð er gengið út frá tölustafnum sem er í næsta sæti við þá tölu sem námunda skal að. Þetta merkir að ef námunda á að heilli tölu er gengið út frá tíunda hlutanum, ef námunda skal að næsta tíunda hluta er gengið út frá hundraðshlutanum. Kennari skrifar t.d. 15,635 á töfluna. Ef námunda skal þessa tölu að heilli tölu er hún námunduð að 16. Ástæðan er sú að ganga þarf út frá tíunda hlutanum sem er næstur heilu tölunni. Ef hins vegar á að námunda töluna að næsta tíunda hluta verður útkoman 15,6 vegna þess að gengið er út frá hundraðshlutanum sem hér er 3. Ef námunda skal að næsta hundraðshluta verður svarið 15,64 vegna þess að þúsundasti hlutinn er 5. Ef talan, sem gengið er út frá, er 5 á að námunda að næstu tölu fyrir ofan þótt jafnlangt sé að næstu tölu fyrir neðan. Þetta er regla sem menn hafa komið sér saman um.

## Námundun og slumpreikningur

**Sýnidæmi**

Námundaðu að næsta tíunda hluta úr kílói.




**a** Myndavélin vegur um það bil 0,7 kg.

**b** Útvarpið vegur um það bil 0,9 kg.

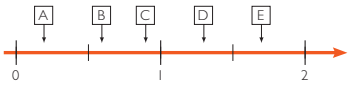
**1.107** Námundaðu að næsta tíunda hluta úr kílói.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 0,31 kg | **c** 17,48 kg | **e** 1,443 kg | **g** 5,987 kg |
| **b** 6,19 kg | **d** 2,65 kg | **f** 0,150 kg | **h** 46,099 kg |

**1.108** Námundaði að næsta heila metra.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 12,39 m | **c** 457 dm | **e** 327 cm | **g** 1286 mm |
| **b** 17,052 m | **d** 89 dm | **f** 872 cm | **h** 25000 mm |

**1.109** Á hvaða tölur heldurðu að örvarnar bendi? Skráðu tölurnar með einum aukastaf.




**1.110** Námundaðu að næstu heilu tölu.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 434,9 | **c** 908,49 | **e** 82,395 | **g** 460,502 |
| **b** 27,18 | **d** 919,51 | **f** 77,009 | **h** 777,497 |

**1.111** Námundaðu að næsta hundraði.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 459 | **c** 671,9 | **e** 23780,5 | **g** 12856,239 |
| **b** 9247 | **d** 8134,8 | **f** 78459,95 | **h** 367349,989 |



### Nr. 1.107

Kennari minnir nemendur á að þeir verða að ganga út frá hundraðshlutanum þegar námunda skal að næsta tíunda hluta. Gott er að nemendur noti talnalínu og finni fyrst tölurnar á henni. Því næst finna þeir næsta tíunda hluta. Talnalínan þarf að ná frá 0 til 1 og vera skipt í hundraðshluta, sjá verkefnablað 6.27 *(Talnalínur)* í verkefnahefti Stiku 6a. Í þessu tilviki verða nemendur að líta fram hjá heilu tölunni í hverju dæmi. Í b-lið eiga þeir því að finna fyrst töluna 0,19 á talnalínuna. Þá geta þeir séð að ef námunda skal að tíunda hluta verður svarið 0,2 þannig að talan 6,19 er námunduð að 6,2.

### Nr. 1.108

Nemendur námunda að næsta heila metra. Þess vegna verða þeir fyrst að breyta tölunum í liðum c–h í metra.

Þegar tölurnar eru námundaðar að metrum er ekki nauðsynlegt að horfa á neitt annað en tíunda hlutann. Í a-lið er því engin þörf á að hugsa um tölustafinn í hundraðshlutasætinu.

### Nr. 1.109

Nemendur meta á hvaða tölur örvarnar benda en þær skal námunda að tölum með einum aukastaf. Ekki er nauðsynlegt að nemendur finni nákvæma tölu. Verkefnið leiðir í ljós hvort nemendur hafi skilið hið raunverulega gildi aukastafa.

### Nr. 1.110

Nemendur námunda tölurnar að næstu heilu tölu og jafnvel einnig að næsta tíunda hluta.

- *Hvað kemur út úr e-lið ef talan er námunduð að næstu tíundu hlutum? (82,4.) En ef námunda skal að næsta hundraðshluta? (82,40 – ekki á að námunda töluna niður á við að 82,39 vegna þess að tölustafurinn 5 er námundaður upp á við.)*

### Nr. 1.111

Nemendur námunda tölurnar að næsta hundraði. Þá er það tugurinn sem ræður hvernig námundað er, talan 459 er námunduð að 500 vegna þess að 5 er í tugasætinu. Einng er hægt að námdunda að öðrum sætum.

## Auðveldari verkefni

Nemendur nota talnalínu. Þeir finna tölurnar á talnalínunni og leita síðan að næstu heilu tölu.

Kennari þarf að meta hversu mikilvægt er að allir nemendur ráði við námundun að næsta tíunda hluta eða hundraðshluta. Það kann að vera jafn mikilvægt að nemendur, sem eiga í erfiðleikum með námundun, nái valdi á að námunda að heilli tölu, tug eða hundraði.

### Námundun að heilli tölu

Á ljósritunarblaði 5.71 í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri æfingaverkefni í námundun tugabrota að heilli tölu.

## Erfiðari verkefni

### Heilabrot: Hver er talan?

Heilabrot og önnur svipuð verkefni má fá á verkefnablaði 6.37 *(Hver er talan?)* í verkefnahefti Stiku 2a.

- Ég er stærsta talan sem námunduð er að 5,6. (5.64.)
- Ég er minnsta talan sem námunduð er að 6,7. (6,65.)
- Hvert er stærsta þriggja stafa tugabrotið sem
  - verður 0,80 þegar það er námundað að næsta hundraðshluta? (0,804);
  - verður 0,8 þegar það er námundað að næsta tíunda hluta? (0,849).

## Raunverkefni

### Upp og niður (spil)

Búnaður: Spilaborð: slanga með tölum frá 0 til 8 ((verkefnablað 6.36) í verkefnahefti Stiku 2a), teningur og spilapeningar.

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Allir koma spilapeningi fyrir á 0. Síðan kasta þeir teningi til skiptis og flytja spilapeninginn um eins marga reiti og teningurinn segir til um. Töluna, sem spilapeningurinn lendir á, á að námunda að næstu heilu tölu flytja spilapeninginn ýmist til baka eða áfram að næstu heilu tölu.

## Viðfangsefni

- Slumpreikningur og dæmi úr daglegu lífi
- Samlagning og frádráttur, tugabrot

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 24

### Sýnidæmi

Með slumpreikningi finnur maður fljótlega einfalt svar en ókosturinn er að svarið verður ekki nákvæmt. Hve mikið maður vill námunda fer eftir kringumstæðum, þ.e. eftir því hversu nákvæmt svar maður þarf.

Stundum þarf að fá vitneskju um efri (eða neðri) mörk fyrir einhverja upphæð. Það á t.d. við þegar maður þarf að vita hvort maður eigi nóga peninga. Í slumpreikningi getur verið skynsamlegt að námunda allar tölur upp á við til að vera alveg öruggur um að nægir peningar séu til.

### Nr. 1.112 og 1.113

Nemendur námunda verðið og athuga hvort vörurnar kosta samtals meira en nemur peningunum sem fyrir hendi eru.

Rétt er að hvetja nemendur til að skrifa niður námunduðu upphæðirnar og sýna hvernig þeir reikna.

### Nr. 1.114

Nemendur finna fyrst hvaða tvær bækur er hægt að kaupa fyrir 500 kr. en síðan hvaða bækur er hægt að kaupa fyrir 700 kr. og 800 kr.

Þegar verð er til umræðu er oft eftirsóknarvert að vita hvort nægir peningar séu til. Þá getur verið áhættusamt að námunda verð niður á við. Ef þrjár bækur kosta hver 345 kr. hefur námundun í för með sér 300 + 300 + 300 = 900 kr. en í rauninni kosta þær 3 • 345 = 1055 kr. Ef kaupandinn er með 1000 kr. gefur námundunin því ranga niðurstöðu. Kennari þarf að benda nemendum á þetta. Tvær aðferðir eru til að forðast villu sem þessa. Önnur felst í því að námunda alltaf upp á við í slíkum tilvikum. Í dæmi 1.114a geta nemendur fyrst námundað verð allra bókanna upp á við. Þá sést auðveldlega að kaupa má bækur B og D, svo og A og D. Ekki er hægt að kaupa bækur A og B því að bók B er námunduð niður á við um 15 en bók A upp á við um einungis 5. Verðið samtals er því 10 hærri en 500.

### Nr. 115

Nemendur námunda verðið að næstu heilu krónu og reikna síðan.

### Nr. 116

Nemendur námunda tölurnar að næstu heilu tölu og reikna síðan dæmin.

▶ Bls. 25

### Sýnidæmi

Kennari og nemendur ræða saman um aðferðirnar sem sýndar eru í sýnidæminu. Hopp á talnalínu líkist því sem gerist þegar notaður er hugareikningur. Þá er byrjað á einni tölunni, til dæmis 2,5 og síðan er hoppað áfram upp talnalínuna, til dæmis fyrst um 1 upp í 3,5, síðan um 0,8 upp í 4,3. Að skipta tölunum upp eftir sætum og reikna tíundu hlutana fyrir sig og einingarnar sömuleiðis líkist frekar hinni hefðbundnu reikningsaðferð.

- *Hvað eru einingarnar margar samtals? (2 + 1 + 3 = 6). Hvað eru tíundu hlutarnir margir? (5 + 8 + 4 = 17 tíundu hlutar.)*
- *Hvað gerist þegar tíundu hlutarnir verða fleiri en 10? (Þá er summan þeirra stærri en einn heill sem þarf þá að leggja við hinar einingarnar.)*

Gott er að kennari sýni þetta einnig með cuisenaire-kubbum eða öðrum kubbum sem tákna einingar og tíundu hluta, sjá verkefnablað 5.72 *(Tugabrot gerð áþreifanleg)* í verkefnahefti Stiku 1a.

### Nr. 1.117–1.120

Nemendur leggja saman. Þeir geta gert það á mismunandi vegu. Það er

### Sýnidæmi

Guri býr í Noregi. Hún á 200 norskar krónur. Á hún nóga peninga til að kaupa blað sem kostar 41,50 kr., annað sem kostar 28,50 kr. og geisladisk sem kostar 139,50 kr.?

Annað blaðið kostar svolítið meira en 40 kr.
Hitt blaðið kostar svolítið minna en 30 kr.
Geisladiskurinn kostar svolítið minna en 140 kr.
Samtals verður þetta um það bil 40 kr. + 30 kr. + 140 kr. = 210 kr.
Guri á ekki nóga peninga.

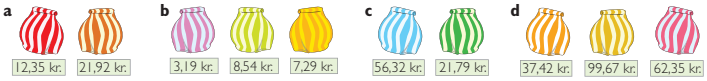
Hér koma fleiri sögur frá Noregi:

**1.112** Adrian á 500 kr. Á hann nóga peninga til að kaupa húfu á 199 kr. og skyrtu á 299 kr.?

**1.113** Cathrine á 1200 kr. Hún kaupir peysu á 799 kr. Á hún nóga peninga til að kaupa til viðbótar buxur á 450 kr.?

**1.114**
**a** Hvaða tvær bækur getur Lars keypt ef hann á 500 kr.?
**b** Getur Petter keypt þrjár bækur ef hann á 700 kr.?
**c** Búðu til þrjár tillögur um hvaða bækur er hægt að kaupa fyrir 800 kr.

**1.115** Námundaðu vöruverðið að næstu heilu krónu og reiknaðu út verðið.



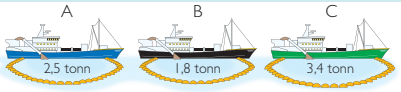

**1.116** Námundaðu að heilli tölu og reiknaðu síðan dæmin.

**a** 3,7 + 8,1
**b** 9,12 + 14,79
**c** 15,67 – 7,19
**d** 25,91 – 7,04
**e** 32,9 + 7,3 – 21,7
**f** 52,14 – 44,47 + 9,07

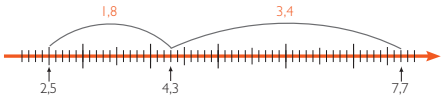
## Samlagning og frádráttur með tugabrotum

**Sýnidæmi**

Hvað vegur aflinn samtals?




Við getum notað talnalínu við útreikninginn.

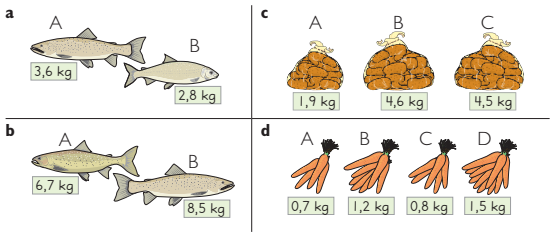



2,5 + 1,8 + 3,4 = 7,7

Við getum líka reiknað heilu tölurnar sér og síðan tíundu hlutana:

2 + 1 + 3 = 6
0,5 + 0,8 + 0,4 = 1,7
6 + 1,7 = 7,7
Aflinn vegur 7,7 tonn.

**1.117** Hvað vega fiskarnir samtals? En matvörurnar?




**1.118** Reiknaðu dæmin.

| | | |
|---|---|---|
| **a** 4,5 + 2,3 | **c** 5,9 + 2,3 + 0,8 | **e** 12,4 + 5,2 + 13,3 |
| **b** 7,6 + 3,5 | **d** 4,8 + 1,9 + 7,7 | **f** 30,3 + 20,7 + 40,5 |

**1.119** Reiknaðu dæmin.

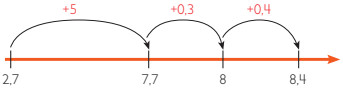
| | | |
|---|---|---|
| **a** 1,2 + 3,4 | **c** 1,4 + 1,6 + 2,3 | **e** 3,5 + 2,2 + 2,7 |
| **b** 3,5 + 2,3 | **d** 2,5 + 4,5 + 1,2 | **f** 1,5 + 2,4 + 0,9 |

**1.120** Reiknaðu dæmin.

| | | |
|---|---|---|
| **a** 0,12 + 0,47 | **c** 0,22 + 0,17 | **e** 0,62 + 0,85 |
| **b** 0,19 + 0,53 | **d** 0,32 + 0,49 | **f** 0,96 + 0,75 |



auðvitað í lagi ef einhverjir nota að mestu hugareikning.; einnig ef einhverjir setja dæmin upp og nota hina hefðbundnu reikningsaðferð. Kennari biður nemendur að útskýra hvers vegna svörin hljóta að vera rétt. Meginatriðið varðandi hina hefðbundnu reikningsaðferð er að tölurnar eru lagðar saman í hverju sæti fyrir sig. Stundum gerist það að summan verður stærri en 9 þannig að nauðsynlegt er að geyma. Í dæmi 1.118b eru tíundu hlutarnir 6 + 5 = 11. Tíu tíunduhlutum er skipt í eina einingu þannig að eftir stendur 1 tíundi hluti. Þeir sem reikna í huganum munu einnig oft reikna með þessari aðferð en aðrar aðferðir koma einnig til greina og eru jafn vænlegar til árangurs. Til dæmis má reikna dæmið 2,7 + 5,7 þannig að maður byrjar með 2,7, leggur fyrst 5 við þannig að summan verður 7,7. Síðan leggur maður 0,7 við, fyrst 0,3 þannig að summan er komin upp í 8,0 og loks 0,4 og þá er summan orðin 8,4. Þetta má gera á talnalínu eða útskýra með talnalínu.




Í upprifjuninni má biðja nemendur að útskýra aðferðir sínar.

## Auðveldari verkefni

### Meiri námundun

Á verkefnablaði 7.8 *(Námundun)* má fá frekari þjálfun í námundun.

### Gera samlagningu tugabrota áþreifanlega með cuisenaire-kubbum

Nemendur nota cuisenaire-kubba til að tákna tölurnar. Appelsínugulu kubbarnir tákna einingar og hvítu kubbarnir tíundu hluta. Ekki er nauðsynlegt að sýna alltaf einingarnar þannig að heppilegt er að nemendur noti hvítu kubbana til að hafa yfirlit yfir tíundu hlutana. Nemendur geta einnig teiknað einfaldar myndir af kubbunum sér til hjálpar við að hafa yfirlit yfir tölurnar.

## Erfiðari verkefni

### Námundun í margföldun og deilingu

Gott er að láta nemendapör vinna saman og rökræða eftirfarandi:

- Sigrún kennari ætlar að kaupa námsgögn fyrir 10 000 kr. Hún ætlar að kaupa nokkra kassa sem í eru alls kyns hjálpargögn. Hver kassi kostar 1495 kr. Nægja peningarnir fyrir 6 kössum?

Á verkefnablaði 7.9 eru fleiri svipuð verkefni þar sem nemendur námunda í huganum. Þessi verkefni henta ágætlega til samvinnu.

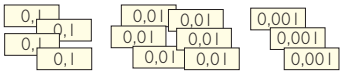
## Raunverkefni

### Hver er fyrstur að safna fimm einingum? (spil)

Búnaður: Verkefnablað 7.10 *(Tugabrot gerð áþreifanleg)*, þrír teningar í mismunandi litum.

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn og er tilgangur þess að gera þúsundustu hluta, hundraðshluta, tíundu hluta og einingar áþreifanleg. Leikmenn kasta til skiptis þremur teningum. Litirnir tákna hver um sig tíundu hluta, hundraðshluta og þúsundustu hluta. Leikmenn taka eins marga miða af mismunandi aukastöfum eins og teningarnir segja til um. Þegar leikmaður hefur fengið 10 miða með ákveðnu sætisgildi þarf hann að skipta þeim í tölu í hærra sæti. Sá vinnur sem er fyrstur að ná 5 einingum.

Dæmi:
Grænn teningur táknar tíundu hlutana, rauður hundraðshluta og sá blái þúsundustu hlutana. Þessi leikmaður hefur þar með fengið 0,463. Hann tekur fram




Í næsta kasti fær hann 0,254. Þá hefur hann samtals 6 tíundu hluta, 11 hundraðshluta og 7 þúsundustu hluta. Hann verður því að skipta tíu af hundraðshlutunum í einn tíunda hluta. Það merkir að hann skiptir 10 hundraðshlutamiðum út fyrir einn tíundahlutamiða.

## Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur tugabrota

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 26

### Sýnidæmi

Kennari og nemendur rifja upp hina hefðbundnu reikningsaðferð. Aðalatriðið er að tölustafirnir eru lagðir saman í hverju sæti fyrir sig. Þegar dæmin eru sett upp þurfa tölurnar í hverju sæti að standist á, einingar undir einingum, tíundu hlutar undir tíundu hlutum o.s.frv.

Annað aðalatriði er skiptingin, þ.e. að geyma, m.ö.o. að 10 í einu sætinu skal skipt í 1 í næsta sæti til vinstri. Að mynda 10 í einu sæti til að geta fært tölustafinn 1 yfir í það næsta er grundvallaratriði í talnakerfi okkar. Þetta á alltaf við án tillits til þess hvaða sæti er um að ræða.

Það getur verið upplýsandi fyrir nemendur að sjá dæmi þar sem þetta á ekki við, t.d. dæmi um tíma. Þegar tímasetningar eru lagðar saman þarf að ganga út frá því að 60 sekúndur eru í einni mínútu og þar með verður samlagningin öðruvísi. Kennari þarf að meta hvort það þjónar tilgangi að sýna nemendum þetta. Það getur gert þá meðvitaða um sætiskerfið en hins vegar getur það ruglað einhverja nemendur!

### Nr. 1.121 og 1.122

Nemendur setja dæmin upp og reikna þau. Í verkefni 1.22 er mismargir tölustafir í nokkrum talnanna þannig að gæta þarf að því að skrá tölurnar í rétt sæti.

### Nr. 1.123

Nemendur eiga að finna tölustafina sem vantar þannig að svörin verði rétt. Margar aðferðir eru til að finna þessa tölustafi og er því rétt að láta nemendur lýsa aðferðum sínum.

### Nr. 1.124–1.125

Nemendur setja dæmin upp og reikna þau.

### Nr. 1.126

Nemendur reikna þessi dæmi í huganum. Í verkefninu er sérstök áhersla lögð á þýðingu hinna mismunandi sæta. Ef nemendur eiga í erfiðleikum með þetta verkefni er rétt að leyfa þeim að nota þá aðferð sem þeim hentar best.

▶ Bls. 27

### Sýnidæmi

Kennari fer í gegnum hina hefðbundnu reikningsaðferð með nemendum sem eru ekki öruggir í þeim efnum. Hið sama á við hér og í samlagningu: aðalatriðið er að draga tölustafina hvorn frá öðrum í sæti eftir sæti. Eins og í samlagningu þarf oft að skipta tug en að þessu sinni „í öfuga átt“ ef svo má segja, þ.e. að taka til láns. Í stað þess að flokka saman í tíu og tíu er tölustafnum 1 í einu sætinu skipt í 10 og skráð í sætið til hægri. Mikilvægt er að nemendur átti sig á samhenginu og hugsi ekki um samlagningu og frádrátt sem tvær aðgerðir sem tengjast ekki á nokkurn hátt.

### Nr. 1.127 og 1.128

Nemendur finna mismun á fjarlægðinni til stjarnanna tveggja í hverju verkefni, t.d. með því að setja dæmin upp.

### Nr. 1.129–1.131

Nemendur setja dæmin upp og reikna þau með hinni hefðbundnu reikningsaðferð. Í dæmi 1.131 eru mismargir tölustafir og aukastafir í tölunum þannig að nemendur þurfa að gæta þess að setja tölurnar upp í rétt sæti.

## Auðveldari verkefni

Kennari þarf að fylgjast sérstaklega með nemendum sem halda að tugabrot séu tvær tölur, aðskildar með kommu. Í raun er enginn grundvallarmunur á tveggja stafa tölum eftir því hvort í þeim er komma eða ekki.

**Sýnidæmi**

Reiknaðu dæmið 1,56 + 3,89.

Við setjum dæmið upp með því að skrifa tölurnar hvora undir aðra

```
  1 1
 1,56
+3,89
 5,45
```

6 + 9 hundraðshlutar eru 15 hundraðshlutar sem við skiptum í 1 tíunda hluta og 5 hundraðshluta. Við geymum 1 tíundu hluta.

1 + 5 + 8 tíundu hlutar eru 14 tíundu hlutar sem við skiptum í 1 heilan og 4 tíundu hluta og við geymum 1 heilan.

Reiknaðu dæmin.

**1.121**

| a | b | c | d |
|---|---|---|---|
| 1,74 + 2,63 | 4,67 + 7,16 | 26,67 + 8,75 | 9,92 + 17,94 |

**1.122**

| a | b | c | d |
|---|---|---|---|
| 531,12 + 25,09 + 102,43 | 194,79 + 492,61 + 1952,09 | 815,14 + 283,80 + 1901,25 | 80 364,10 + 95 151,72 + 78 003,08 |

**1.123** Hvaða tölustafi vantar?

| a | b | c | d |
|---|---|---|---|
| 14,3 + □,□ = 40,0 | □4,□ + 127,2 = 162,0 | 3□,9 + □4,□ = 19,7 | □18,9 + 4□4,□ = □4,6 |

**1.124** Reiknaðu dæmin.

a 2,7 tonn + 5,7 tonn
b 14,32 tonn + 9,17 tonn
c 6,34 kg + 7,15 kg + 0,8 kg
d 35,05 kg + 8,750 kg + 12,9 kg

**1.125** Reiknaðu dæmin.

a 102,5 + 655,3
b 92,5 + 317,8
c 64,893 + 21,269
d 16,405 + 42,87
e 2,304 + 1,89 + 6,03
f 18,084 + 75,9 + 52,09

**1.126** Reiknaðu dæmin.

a 12 hundraðshlutar + 7 tíundu hlutar
b 5 tíundu hlutar + 16 hundraðshlutar
c 4 tíundu hlutar + 13 hundraðshlutar
d 5 tíundu hlutar + 21 hundraðshluti + 9 tíundu hlutar
e 30 hundraðshlutar + 17 tíundu hlutar
f 67 hundraðshlutar + 230 þúsundustu hlutar

**Sýnidæmi**

Reiknaðu dæmið 513,25 – 382,19.

Við getum sett dæmið þannig upp:

$$\begin{array}{r} {}^{10}\,{}^{10} \\ 513{,}25 \\ -\ 382{,}19 \\ \hline 131{,}06 \end{array}$$

Við tökum einn tíunda hluta til láns og skiptum honum í 10 hundraðshluta
Við tökum líka eitt hundrað til láns og skiptum því í 10 tugi.

**1.127** Ljósið frá stjörnunni, sem Barnard fann árið 1916, er 5,96 ljósár á leiðinni til Jarðar. Ljósið frá stjörnunni, sem Luyten fann um 1935, er 8,72 ljósár á leiðinni. Hvað er ljósið miklu lengur frá Luyten-stjörnunni til Jarðarinnar en frá Barnard-stjörnunni?

| Stjörnur næst sólu | Ljósár |
|---|---|
| Proxima Centauri | 4,24 |
| Stjarna Barnards | 5,96 |
| Úlfur 359 | 7,78 |
| Lalande | 8,29 |
| Síríus | 8,58 |
| Luyten | 8,72 |
| Ross 154 | 9,68 |

**1.128** Finndu mismuninn á tímanum sem það tekur ljósið frá eftirfarandi tveimur stjörnum að komast til Jarðarinnar:

**a** Síríus og Proxima Centauri
**b** Ross 154 og Úlfur 359
**c** Síríus og Stjarna Barnards
**d** Lalande og Stjarna Barnards

**1.129** Reiknaðu dæmin.

**a** $\begin{array}{r} 1{,}54 \\ -\ 1{,}02 \\ \hline \end{array}$ **b** $\begin{array}{r} 1{,}52 \\ -\ 0{,}27 \\ \hline \end{array}$ **c** $\begin{array}{r} 6{,}64 \\ -\ 3{,}87 \\ \hline \end{array}$ **d** $\begin{array}{r} 16{,}73 \\ -\ 8{,}65 \\ \hline \end{array}$

Reiknaðu dæmin.

**1.130** **a** 72,25 – 55,13 **b** 87,28 – 34,92 **c** 672,19 – 312,85 **d** 305,08 – 83,73 **e** 6725,80 – 2071,25 **f** 32982,03 – 18629,83

**1.131** **a** 1304,15 – 292,09 **b** 2357,7 – 1095,23 **c** 80457,275 – 9558,19 **d** 973,13 – 508,129 **e** 19077,105 – 8719,49 **f** 17233,055 – 4429,55



Þetta má leiða í ljós með því að sýna að 27 mm er jafnt og 2,7 cm. Hvort sem maður bætir 36 mm eða 3,6 cm við fæst sama svar.

| | 1 | |
|---|---|---|
| | 2 | 7 |
| + | 3 | 6 |
| | 6 | 3 |

| | 1 | |
|---|---|---|
| | 2, | 7 |
| + | 3, | 6 |
| | 6, | 3 |

Í báðum tilvikum er um að ræða tölustafi sem fá gildi sitt eftir sætinu sem þeir eru í. Gildi tölustafanna í sætinu til vinstri er alltaf 10 sinnum stærra en tölustafanna til hægri þar sem þeir eru tíundi hluti af fyrrnefndum tölustöfum. Þetta gildir hvort sem gengið er út frá tugum og einingum eða einingum og tíundu hlutum. Hlutverk kommunnar er einungis að sýna staðsetningu sætanna. Þegar um heilar tölur er að ræða eru einingarnar lengst til hægri. Það sæti segir síðan til um sæti og gildi allra hinna tölustafanna. Þegar tugabrot eru annars vegar er ekki ákveðið sæti á tölustafnum lengst til hægri. Þess vegna þarf að nota kommu til að segja til um hvar einingarnar og tíundu hlutarnar eru staðsettir. Síðan má nota það til að finna gildi allra hinna tölustafanna.

## Erfiðari verkefni

### Heilabrot um tugabrot

Á verkefnablöðum 6.37 og 6.38a og b *(Hver er talan?, Hve langt fer lestin?* og *Hve miklir peningar?)* í verkefnahefti Stiku 2a eru fleiri heilabrot þar sem nemendur nota samlagningu og frádrátt tugabrota til að finna svörin.

## Raunverkefni

### Svartipétur með tugabrotum (spil)

Búnaður: Sett með 31 spjaldi sem tugabrot hafa verið rituð á. Afbrigði 1 af spilinu er að nota tölur með einum aukastaf (verkefnablöð 5.86a–d *(Talnaspjöld fyrir Svartapétur með einum aukastaf 1–4)* í verkefnahefti Stiku 1a). Í afbrigði 2 af spilinu eru notaðar tölur með tveimur aukastöfum (verkefnablöð 5.87a–d *(Talnaspjöld fyrir Svartapétur með tveimur aukastöfum 1–4)*, öll í verkefnahefti Stiku 1a).

Spilið er fyrir 3–4 leikmenn. Það er afbrigði af Svartapétri. Tvö og tvö spjöld, þar sem summan er 1, mynda slag. Eitt spjald í bunkanum, Svarti Pétur, passar ekki við neitt annað spjald. Það er spjaldið með tölunni 55,0 í afbrigði 1 og 50,05 í afbrigði 2. Sá sem situr uppi með þetta spil verður Svarti Pétur.

Öll spjöldin eru gefin til leikmanna. Einhver getur fengið einu spjaldi meira en hinir. Þeir athuga hvort þeir geti myndað slagi og ef svo er leggja þeir þá upp í loft á borðið.

Leikmenn draga til skiptis eitt spjald frá leikmanninum hægra megin við sig. Þegar leikmaður hefur fengið tvö spjöld sem mynda slag, þ.e. summa spjaldanna er heil tala, er slagurinn lagður til hliðar. Spilið heldur áfram þar til aðeins eitt spjald er eftir.

12,81

31,19

### Niðurtalning (spil)

Búnaður: Tveir teningar.

Afbrigði 1: Spilið er fyrir tvo leikmenn. Báðir skrifa þeir töluna 0,99 á blað. leikmaður 1 kastar tveimur teningum og notar tölurnar, sem upp koma, til að búa til tölu sem er minni en 1 og með tveimur aukastöfum. Leikmaður 1 dregur þessa tölu frá 0,99.

Dæmi: Upp koma tölurnar 2 og 5. Þá getur leikmaðurinn búið til töluna 0,25 eða 0,52. Hann dregur síðarnefndu töluna frá 0,99 (0,99 – 0,52 = 0,47). Þegar kemur að leikmanni 1 næst dregur hann töluna, sem hann fær með teningunum, frá 0,47.

Leikmaður tapar ef hann getur ekki búið til tölu sem er minni en sú sem hann hefur á blaðinu sínu. Dæmi: Leikmaður á 0,21 eftir og fær upp á teningunum tölurnar 2 og 3. Minni talan, sem hann getur búið til, er 0,23 sem er stærri en 0,21. Þar með tapar þessi leikmaður spilinu og hinn vinnur.

## Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur tugabrota

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 28

### Nr. 1.132

Nemendur skrifa töflurnar upp og fylla þær út. Í dálkinum vinstra megin við miðju á að draga tölu í efstu röð frá tölu í miðdálki. Í hægri dálki á að leggja töluna í fyrstu röðinni við. Nemendur eiga helst að reikna þessi dæmi í huganum.

### Nr. 1.133–1.134

Nemendur reikna dæmin. Þeir eiga að velja sjálfir reikningsaðferðina. Auðveldast er líklega að leggja saman allar tölurnar með plústákninu fyrir framan og draga síðan frá tölurnar sem hafa mínus-táknið fyrir framan, eina í einu. Þar sem draga á frá fleiri en eina tölu geta nemendur að sjálfsögðu lagt þær saman fyrst og dregið þá summu síðan frá.

### Nr. 1.135

Nemendur finna tölur sem passa í reitina. Til dæmis má biðja þá að finna að minnsta kosti þrjú svör við hvert verkefni.

### Nr. 1.136

Nemendur deila 35 tonnum niður á flutningabílana þrjá. Flutningabílarnir verða því að geta flutt samtals meira en eða jafnt og 35 tonn. Tilgangurinn með þessu verkefni er að nemendur geti fundið rétta tegund flutningabíla þannig að eins lítið og hægt er sé ónotað af flutningsgetu bílanna. Þannig verða flutningarnir ódýrastir. Annars getur maður notað þrjá bíla aðeins af A-tegundinni þar sem þeir geta flutt meira en 36 tonn (3 • 12,4 = 37,2 tonn). Þrír flutningabílar af millistærð plús einn lítill bíl hafa samtals 36,7 tonna flutningsgetu. Þrír litlir og einn stór flutningabíll taka 35,2 tonn.

▶ Bls. 29

### Upprifjun

Mælt er með að kennari fari yfir upprifjunina með öllum nemendahópnum. Hann ræðir við nemendur um það sem fengist hefur verið við í þessum kafla, um hvað þeir kunnu fyrir og hvað þeir hafa lært.

Gott er ef nemendur geta lesið stórar tölur. Kennari skrifar á töfluna og biður einhverja nemendur að lesa töluna sem þar er skráð:

- 12 600 500 400 (tólf milljarðar sex hundruð milljónir fimm hundruð þúsund og fjögur hundruð.)
- 4 950 730 (fjórar milljónir níu hundruð og fimmtíu þúsund sjö hundruð og þrjátíu.)
- 65 392,345 (sextíu og fimm þúsund þrjú hundruð níutíu og tveir komma þrír fjórir fimm.)
- Biðjið nemendur að nefna gildi hvers aukastafs eftir sætum. (Þrír tíundu hlutar, fjórir hundraðshlutar og fimm þúsundustu hlutar.)

Nemendur þurfa að þekkja og geta útskýrt reglurnar um námundun. Þeir þurfa að geta lagt saman og dregið frá með tugabrotum. Þeir þurfa að vita og geta útskýrt hvað gerist til dæmis þegar tíundu hlutarnir verða fleiri en 10 og hvað gerist þegar draga á frá með hundraðshlutum en hundraðshlutarnir (frádráttarstofninn) eru ekki nógu margir til að hægt sé að draga frá þeim.

Nemendur búa til sögu við dæmin þar sem svigi kemur fyrir; þannig getur kennari séð hvort þeir hafi skilið merkingu táknanna.

### Auðveldari verkefni

Kennari getur skipt út tölunum í verkefni 1.132, sem draga á frá og leggja við. Í a-lið geta nemendur, sem eiga í erfiðleikum með þessi verkefni, lagt 0,01 eða 0,03 við; í b-lið geta þeir lagt 0,10 eða 0,11 við og í c-lið geta þeir lagt 10,1 eða 10,11 við.

Kennari þarf einnig að hugleiða hvort einstakir nemendur eiga að

**1.132** Ljúktu við töflurnar.

**a**

| − 0,07 | | + 0,07 |
|---|---|---|
| | 1,43 | |
| | 0,21 | |
| | 7,98 | |
| | 6,03 | |
| | 10,8 | |

**b**

| − 0,96 | | + 0,96 |
|---|---|---|
| | 0,99 | |
| | 1,04 | |
| | 2,95 | |
| | 21,4 | |
| | 7 | |

**c**

| − 9,99 | | + 9,99 |
|---|---|---|
| | 10 | |
| | 23,54 | |
| | 19,99 | |
| | 54,1 | |
| | 500 | |

**1.133** Reiknaðu dæmin.

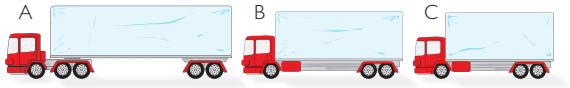
**a** 45,16 + 13,82 − 19,45 **b** 19,25 − 87,56 + 83,92

**1.134** Reiknaðu dæmin.

**a** 2,19 + 4,92 − 3,75
**b** 87,18 + 36,91 − 91,47
**c** 576,9 − 927,4 + 404,83
**d** 98,16 − 135,35 + 105,9
**e** 283,19 − 73,62 − 54,15
**f** 947,8 − 23,95 − 745

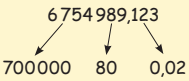
**1.135** Hvaða tugabrot geta verið í reitunum? Mundu að það geta verið fleiri en ein lausn.

**a** ☐ + ☐ = 0,68
**b** ☐ − ☐ = 12,09
**c** ☐ + ☐ + ☐ = 29,55
**d** ☐ + ☐ − ☐ = 4,082




**1.136** Flutningafyrirtæki á að flytja 35 tonn. Þrjár bíltegundir eru notaðar. Tegund A tekur 12,4 tonn, tegund B tekur 9,7 tonn og tegund C tekur 7,6 tonn.
Hvernig getur fyrirtækið flutt vörurnar?

**Tugakerfið**

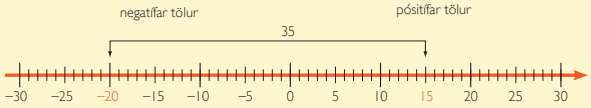



Tölustafurinn 6 er í milljónasætinu. Hann táknar 6 000 000.
Tölustafurinn 3 er í þúsundastahlutasætinu. Hann táknar 0,003.
Tölustafurinn 4 er í þúsundasætinu. Hann táknar 4000.

**Að leysa tölur upp eftir sætum með því að skrá hvað hver tölustafur táknar**

Talan 78 412,564 er leyst upp eftir sætum þannig:
$7 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1 + 6 \cdot 0{,}01 + 4 \cdot 0{,}001$
$7\,000 + 8\,000 + 400 + 10 + 2 + 0{,}5 + 0{,}06 + 0{,}004$

**Negatífar tölur**




Mismunurinn á −20 og 15 er 35.

**Samlagning og frádráttur**

| | |
|---|---|
| 1 1 1<br>3 456 852,7<br>+ 14 362 715,8<br>17 819 568,5 | 10 10<br>136,705<br>− 85,263<br>51,442 |

Samlagning og frádráttur með stórum tölum er auðveldari ef tölurnar eru skrifaðar hvor undir annarri.

**Svigar í reikningi**

**a** Reiknaðu dæmið 65 − (32 − 17).

Þetta má reikna þannig:
65 − (32 − 17) =
65 − 15 = 50

Þetta má einnig reikna svona:
65 − (32 − 17) =
65 − 32 + 17 =
33 + 17 = 50

**b** Reiknaðu dæmið 70 + (150 − 90).

Þetta má reikna þannig:
70 + (150 − 90) =
70 + 60 = 130

Þetta má einnig reikna svona:
70 + 150 − 90 =
220 − 90 = 130



sleppa verkefni 1.135 og 1.136. Betra er að þeir vinni verkefni 1.137 á æfingasíðu 1. Einnig geta þeir unnið verkefnablöð 5.75, 5.77 og 5.83 *(Samtals heil tala, Gömul frímerki og tugabrot* og *Hvað kosta vörurnar?)* í verkefnahefti Stiku 1a. Hér er um að ræða tiltölulega auðveld samlagningarverkefni með tugabrotum.

## Erfiðari verkefni

Á verkefnablaði 6.39 *(Búa til dæmi og finna rétt svar)* í verkefnahefti Stiku 2a eru verkefni sem leiða í ljós skilning nemenda á margföldun tugabrota. Um er að ræða orðadæmi sem nemendur eiga að skrifa talnadæmi við og námunda svarið.

Á verkefnablaði 6.40 *(Margföldun tugabrota)* eru uppsett dæmi til að þjálfa margföldun tugabrota.

## Raunverkefni

### Hver á samtals stærsta mismuninn? (spil)

Búnaður: 4 sett með töluspjöldunum 0–9 (verkefnablað 5.10 *(Töluspjöld 1)* í verkefnahefti Stiku 1a) og stigatafla.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir draga til skiptis eitt spjald og ákveða í hvert sinn hvort það tákni tíunda hluta, hundraðshluta eða þúsundasta hluta og búa þannig til tugabrot með þremur aukastöfum með 0 í einingasætinu. Leikmaðurinn, sem býr til hærri töluna, dregur tölu andstæðingsins frá sinni tölu og skráir hjá sér mismuninn. Andstæðingurinn á einnig að reikna mismuninn til að ganga úr skugga um að rétt sé reiknað. Eftir sex umferðir leggja báðir leikmenn saman allar tölurnar (mismuninn) sem þeir hafa fengið. Sá vinnur sem er með hærri summu.

| Umferð | Leikmaður 1 | Leikmaður 2 | Mismunur stig |
|---|---|---|---|
| Dæmi: | 0,537 | 0,731 | Leikmaður 2 fær:<br>0,731<br>− 0,537<br>0,194 |
| 1 | 0,___ | 0,___ | |
| 2 | 0,___ | 0,___ | |

Dæmi:
Leikmaður 1 býr til töluna 0,537 og leikmaður 2 töluna 0,731. Leikmaður 2 er þá með hærri tölu og hann fær því mismuninn milli þessara tveggja talna. Hann fær því 0,194 stig í þessari umferð. Leikmaður 1 fær ekkert. Eftir sex umferðir eru allar tölurnar (mismunurinn) í hægri dálki lagðar saman. Sá leikmaður vinnur sem er með hærri summu.

### Fjórir í röð – samlagning tugabrota (spil)

Búnaður: Spilapeningar í tveimur litum. Spilaborðið og reglurnar eru á verkefnablöðum 5.81 og 5.82 *(Fjórir í röð – samlagning tugabrota 1* og *2)* í verkefnahefti Stiku 1a.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir velja sér tvö tugabrot í litla ferningnum og leggja þau saman. Sé svarið rétt má viðkomandi leikmaður leggja spilapening í sínum lit á reit á spilaborðinu með svörunum – svo fremi slíkur reitur sé laus. Síðan á hinn leikmaðurinn leik. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra reiti í röð, annaðhvort lárétt, lóðrétt eða á ská.

### Fjórir í röð – margföldun tugabrota (spil)

Búnaður: Spilapeningar í tveimur litum. Spilaborðið og reglurnar eru á verkefnablöðum 6.44–6.46 *(Fjórir í röð 1–3 – tugabrot)* í verkefnahefti Stiku 2a.

Um er að ræða þrjú afbrigði af spilinu af mismunandi þyngd.
Rétt er að leyfa nemendum að nota vasareikni. Eftir því sem á líður spilið munu margir nemendur sjá í hendi sér að það borgar sig að hugsa um hvaða tölur er rétt að velja til að fá tölu á spilaborðinu sem þeir vilja hreppa. Ef leikmaður hefur fengið þrjá spilapeninga í röð vill hann að sjálfsögðu fá töluna í fjórða reit við hliðina. Þar stendur til dæmis 0,2 og þá verða nemendur að velja tvær tölur þar sem margfeldið er 0,2. Sá sem getur hugsað þetta fyrir fram hefur töluvert forskot á hina.

## Viðfangsefni

- Sætiskerfið, tölustafir, gildi tölustafa og hvaða tölu þeir tákna
- Að leysa tölur upp eftir sætum með því að skrá hvaða tölu hver tölustafur táknar
- Samlagning og frádráttur stórra talna, einnig tugabrota
- Fyrstu skref í algebru: að reikna út úr sviga

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 30 Próf

**Nr. 1**
Nemendur skrá hvaða tölu undirstrikuðu tölustafirnir tákna.

**Nr. 2**
Nemendur leysa tölurnar upp eftir sætum og skrá þær sem samlagningardæmi þar sem liðirnir sýna hvaða tölu hver tölustafur táknar.

**Nr. 3**
Nemendur leggja saman tölurnar sem skráðar hafa verið eftir sætum sem samlagningardæmi; í því sýna liðirnir hvað hver tölustafur í tölunni táknar.

**Nr. 4**
Nemendur skrá tölurnar með tölustöfum.

**Nr. 5**
Nemendur finna töluna sem vantar í hvert dæmi. Athygli skal vakin á því að nemendur eiga ekki að leysa tölurnar upp eftir sætum þótt fleiri en níu tugir séu í hverju verkefni. Í einhverjum verkefnanna eru einnig fleiri en níu einingar.

**Nr. 6**
Nemendur finna mismun talnanna í hverju verkefni. Það nægir að nemendur skrifi einungis svörin.

**Nr. 7**
Nemendur reikna dæmin. Þeir geta notað tóma talnalínu sér til hjálpar.

### Próf

**1** Hvað tákna undirstrikuðu tölustafirnir?

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 4<u>8</u>3 | **c** 1<u>6</u>134 | **e** <u>4</u>5,03 | **g** 1853,98<u>2</u> |
| **b** 77<u>5</u>2 | **d** <u>1</u>2376 | **f** 1284,7<u>1</u> | **h** 35<u>6</u>781,423 |

**2** Leystu tölurnar upp eftir sætum með því að skrá hvað hver tölustafur táknar.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 432 | **c** 13892 | **e** 12,1 | **g** 87,092 |
| **b** 632 | **d** 456189 | **f** 152,75 | **h** 2673,961 |

**3** Skráðu sem eina tölu.

**a** 30000 + 5000 + 400 + 90 + 2
**b** 8000000 + 300000 + 70000 + 8000 + 300 + 60 + 3
**c** 4000000 + 60000 + 4000 + 200 + 5 + 0,6 + 0,08

**4** Skrifaðu tölurnar með tölustöfum.

**a** Fimmtu og fjögur þúsund þrjú hundruð áttatíu og sjö
**b** Tvö hundruð og þrjátíu þúsund níu hundruð sjötíu og fimm
**c** Ein milljón átta hundruð og fjórtán þúsund sjö hundruð og fimm

**5** Hvaða tölu vantar?

**a** 237 = 23 tugir og ___ einingar
**b** 177 = ___ tugir og 7 einingar
**c** 136 = 12 tugir og ___ einingar
**d** 265 = ___ tugir og 25 einingar

**6** Hverju munar

**a** 7° og 16°? **b** –5° og 11°? **c** –16° og -24°? **d** –28° og –13°?

**7** Reiknaðu dæmin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 34 – 26 | **c** –8 + 13 | **e** –3 – 3 | **g** –23 + 45 |
| **b** 13 – 17 | **d** 32 – 41 | **f** –4 – 9 | **h** –16 + 48 |

**8** Rósa les af hitamælinum á hverjum morgni áður en hún fer í skólann. Á mánudaginn voru –5°, á þriðjudag var þremur gráðum kaldara, á miðvikudag lækkaði hitinn um fjögur stig og á fimmtudaginn hækkaði hitinn um sex gráður. Á föstudag var hitastigið –2°.

**a** Hver var hitinn á þriðjudag?
**b** Hver var hitinn á fimmtudag?
**c** Hve mikið hækkaði hitinn frá fimmtudegi til föstudags?

30
1 • Tölur

**Nr. 8**
Nemendur lesa textann og nota upplýsingarnar, sem gefnar eru, til að reikna hitastigið.

▶ Bls. 31 Próf framhald

**Nr. 9–12**
Nemendur setja dæmin upp og reikna þau síðan.

**Nr. 13–16**
Nemendur nota samlagningu eða frádrátt til að finna svör við orðadæmunum.

**Nr. 17–18**
Nemendur reikna dæmin. Þeir geta notað þá aðferð sem þeir vilja. Auðveldast er líklega að reikna fyrst út úr sviganum. Dæmi 17a er þá leyst með því að reikna fyrst 8 + 7 = 15 og svo 30 – 15 = 15. Hin aðferðin er að eyða sviganum. Í dæmi 17a á að draga bæði 8 og 7 frá 30 þannig að nemendur geta reiknað 30 – 8 – 7 með því að reikna fyrst 30 – 8 = 22 og síðan 22 – 7 = 15.

## Auðveldari verkefni

Kennari segir nemendum að svigi tákni að reikna eigi út úr honum áður en annað er reiknað. Reikningur, þar sem svigi kemur við sögu, er auðveldastur ef nemendur fara þannig að. Það þýðir að nemendur nota ekki aðferðina að eyða sviganum heldur reikna alltaf út úr honum fyrst.

Ef nemendur eiga í erfiðleikum með að leysa prófið er best að þeir snúi sér að æfingasíðu 1 á bls. 32. Síðan geta þeir tekið til við þær blaðsíður í æfingaheftinu sem vísað er til eða unnið æfingasíðu 2. Einnig er mælt með að nemendur vinni einhver raunverkefnanna á bls. 32 og 33.

Reiknaðu dæmin.

**9** **a** 1455 + 2841 **b** 382,5 + 532,9 **c** 56,09 + 387,77

**10** **a** 728 − 562 **b** 662,5 − 216,2 **c** 124,21 − 93,64

**11** **a** 15209275 + 22339723 **b** 45721,749 + 19329,465 **c** 6289823 − 2975255

**12** Settu dæmin upp og reiknaðu þau.
**a** 4545 + 9837 **c** 4439 + 761 **e** 76127 − 19623
**b** 595,9 + 936,2 **d** 50154 + 123657 **f** 678,4 − 398,19

**13** Sveinn vann sér inn 374830 kr. á einum mánuði. Jóna vann sér inn 403 560 kr. sama mánuð.
**a** Hve mikið unnu þau sér inn samtals?
**b** Hve miklu meira vann Jóna sér inn en Sveinn?

**14** Hversu miklu dýrari er rauði sumarbústaðurinn en sá guli?

**15** Nanna á 1150 kr. Hún kaupir stílabók á 340 kr. og tússpenna á 375 kr.
Hve mikið á hún eftir?

**16** Hans á 1300 kr. Hann kaupir mjólkurvörur fyrir 790 kr. og fær 310 kr. í skilagjald fyrir flöskur. Hve mikið á hann eftir?

Reiknaðu dæmin.

**17** **a** 30 − (8 + 7) **c** 50 + (30 − 5) **e** 86 − (32 + 25)
**b** 25 − (9 + 6) **d** 80 − (70 − 50) **f** 77 + (22 + 33)

**18** **a** 25 + (65 − 45) **c** 200 + (250 − 180) **e** 39 + (87 − 69)
**b** 120 − (80 − 45) **d** 155 − (110 − 85) **f** 91 − (38 − 16)



**Hugmyndir og athugasemdir**

Ef nemendur hafa aðeins sérstök vandamál við að stríða á prófinu er hér mælt með að kennari styðjist við fyrri síður kennarabókar þar sem fjallað er um viðkomandi námsþætti. Þar má finna raunverkefni utan bókar eða verkefni í verkefnaheftum þar sem nemendur fá þjálfun í þessum námsþáttum. Einnig eru fleiri þjálfunarverkefni í ýmsum námsþáttum í æfingaheftinu.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta snúið sér að æfingasíðu 2 eða 3 á bls. 33 og 34 og síðan unnið blaðsíðurnar í æfingaheftinu sem vísað er til. Ef æfingaheftið er ekki tiltækt geta nemendur snúið sér að síðunni Geturðu þetta? eða unnið einhver raunverkefnanna sem á er bent á bls. 35.

## Flytja kommuna (spil)

Búnaður: 12 boðspjöld (verkefnablöð 6.34 og 6.34a *(SPIL Flytja kommuna* og *Spilið Flytja kommuna – boðspjöld)* í verkefnahefti Stiku 2a, svo og spilastokkur).

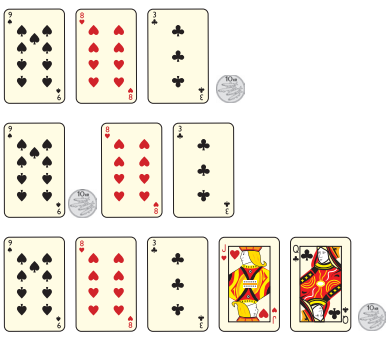
Boðspjöldunum er dreift á hvolf á borðið. Mannspilin eru fjarlægð úr spilastokknum en ásinn táknar 1. Mannspilin fá síðar í spilinu gildið 0. Spilunum er einnig dreift á hvolf á borðið.

Hver leikmaður snýr þremur spilum við og leggur þau í röð á borðið. Nota má mynt eða kubb til að tákna kommuna sem lögð er hægra megin við spilin þrjú.

Nú snýr leikmaðurinn við boðspjaldi og flytur kommuna eftir því sem spjaldið boðar. Mannspilin má nota til að tákna 0, þ.e. til að fylla upp í öll tóm sæti. Hvaða tugabrot fær leikmaðurinn? Hann les töluna upphátt og skrifar hana á blað. Sá leikmaður, sem fær hæstu töluna í hverri umferð, fær eitt stig. Sá vinnur spilið sem er fyrstur að fá 5 stig.

Dæmi: Leikmaður 1 dregur spilin 3, 8 og 9. Hann býr til töluna 983. Síðan dregur hann boðspjald sem segir að hann eigi að flytja kommuna um tvö sæti til vinstri. Hann gerir það og leggur hana milli 9 og 8 þannig að talan verður 9,83.

Ef boðspjaldið hefði gefið skipun um að hann flytti kommuna um tvö sæti til hægri hefði hann þurft að nota mannspil til að tákna 0. Þá hefði hann fengið töluna 98 300.



## Viðfangsefni

- Sætiskerfið, tölustafur, gildi tölustafa og hvaða tölur þeir tákna í heilum tölum og tugabrotum
- Stórar tölur, milljón og milljarður
- Fyrstu skref í algebru: Svigar í reikningi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 32 Æfingasíða 1

**Nr. 1.137**
Nemendur teikna peninga til að sýna upphæðirnar og skipta tölunum upp eftir sætum með því að skrá hvað hver tölustafur í tölunni táknar.

**Nr. 1.138–1.139**
Nemendur skrá fjölda hundraða (1.138) og fjölda tugþúsunda (1.139) í hverri tölu.

Í dæmi 1.139a eru 6 tugir þúsunda (gildi tölustafsins) en talan, sem tölustafurinn 6 táknar, er 60 000. Ræða þarf um hvernig við skiptum milli gildis tölustafs og hvaða tölu hann táknar. Gott er að gera þetta jöfnum höndum bæði munnlega og skriflega þannig að nemendur geti skipt á milli þessara tveggja tjáningarmáta.

**Nr. 1.140**
Nemendur skrifa hvaða tölu undirstrikaði tölustafurinn táknar.

**Nr. 1.141–1.142**
Nemendur skrá tölurnar sem örvarnar benda á. Í verkefni 1.141 á að skrá tölurnar með einum aukastaf, í verkefni 1.142 með tveimur aukastöfum (hundraðshlutum).

**Nr. 1.143**
Nemendur leggja saman tölurnar og skrá sem eina tölu.

**Nr. 1.144**
Nemendur reikna dæmin. Gott er að nota talnalínu við útreikningana.

▶ Bls. 33 Æfingasíða 2

**Nr. 1.145–1.146**
Nemendur leysa orðadæmin. Gott er að nemendur skrifi hvert orðadæmi sem eitt talnadæmi. Í dæmi 1.145 verður það svona: 6,0 – (0,9 + 1,7 + 2,1).

Í dæmi 1.146 verður það þannig: 820 – (480 – 200).

Dæmin má reikna á tvo vegu. Nemendur geta annaðhvort reiknað út úr sviganum fyrst eða eytt sviganum. Í dæmi 1.146 felst fyrrnefnda aðferðin í að reikna út hvað Sölvi á að borga í búðinni, sem er 480 – 200 = 280. Síðan dregst það frá upphæðinni sem hann átti: 820 – 280 = 540. Ef síðarnefnda aðferðin er notuð er fyrst dregin frá upphæðin sem hann verslar fyrir og skilagjaldið síðan lagt við: 820 – 480 = 340 og 340 + 200 = 540.

**Nr. 1.147–1.148**
Nemendur reikna dæmin. Þeir geta annaðhvort reiknað út úr sviganum fyrst eða eytt sviganum.

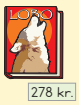
**Nr. 1.149**
Nemendur búa til orðadæmi sem passa við hvort talnadæmi.

**Nr. 1.150–1.153**
Nemendur reikna dæmin. Þeir geta ýmist reiknað fyrst út úr sviganum eða eytt honum fyrst. Eftir því sem frá líður og dæmin verða flóknari (einkum í dæmum 1.152 og 1.153) verður erfiðara að átta sig á formerkjunum ef nemendur reyna að eyða sviganum. Það getur því borgað sig að reikna út úr sviganum fyrst.

Hvetja má nemendur, sem hafa náð góðu valdi á þessu, til að leysa dæmin með báðum aðferðum og athuga hvort svörin verða ekki örugglega hin sömu. Vera kann að einhverjir átti sig á reglunni um að eyða á sviga: „Þegar mínus er fyrir framan sviga breytast formerkin inni í sviganum.“ Kennari gætir þess að

### Æfingasíða 1

**1.137** Teiknaðu peningana og leystu verðið upp eftir sætum.

a 


b


**1.138** Hve mörg hundruð eru í þessum tölum?

**a** 502 **b** 7850 **c** 12 900 **d** 25 670

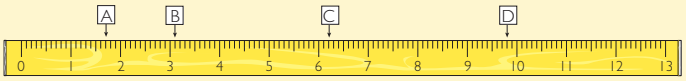
**1.139** Hve margir tugir þúsunda eru í þessum tölum?

**a** 62 343 **b** 781 723 **c** 411 932 **d** 2 892 441

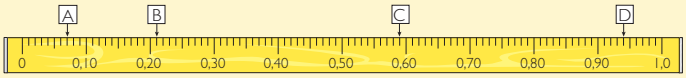
**1.140** Hvaða tölur tákna undirstrikuðu tölustafirnir?

**a** 653 **b** 6419 **c** 67185 **d** 27081 **e** 466311 **f** 6 780278 **g** 11 671 089 **h** 782 781 423

**1.141** Á hvaða tölur benda örvarnar?




**1.142** Á hvaða tölur benda örvarnar?

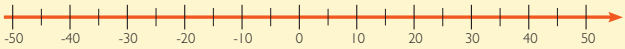



**1.143** Skrifaðu sem eina tölu.

**a** 5000 + 400 + 30 + 2 **b** 800 + 90 + 1 + 0,7 **c** 500 + 20 + 8 + 0,9 **d** 9000 + 800 + 9 + 0,2 + 0,03

**1.144** Reiknaðu dæmin.

**a** 42 – 27 **b** 7 – 9 **c** –8 + 17 **d** 12 – 31 **e** –13 – 21 **f** –14 – 16 **g** –41 + 62 **h** –19 + 31




32 I • Tölur ÆFINGAHEFTI 3a BLS. 4–13

**1.145** Lína og Jónas ætla að vera í sumarbústað í fjóra daga. Þau kaupa 6 lítra af mjólk. Fyrsta daginn drekka þau 0,9 lítra, annan daginn 1,7 lítra og þriðja daginn 2,1 lítra. Hve mikil mjólk er eftir?

**1.146** Sölvi á 820 kr. Hann kaupir safa fyrir 480 kr. og fær 200 kr. í skilagjald. Hvað á hann þá mikla peninga?

Reiknaðu dæmin.

**1.147** **a** 56 – (27 – 22) **b** 87 – (98 – 67) **c** 125 + (132 – 98)

**1.148** **a** 45 – (13 + 12) **b** 22 + (11 + 33) **c** 72 – (36 + 36)

**1.149** Búðu til orðadæmi sem passar við dæmin hér á eftir.
**a** 90 – (75 – 40) **b** 300 – (120 + 25 + 55)

Reiknaðu dæmin.

**1.150** **a** 1225 – (670 + 560) **c** 6700 + (1300 + 2600)
**b** 4500 – (5600 – 2800) **d** 13900 + (14500 + 9800)

**1.151** **a** 67 + 23 + (14 + 35) **c** 3270 – (1160 + 930) + 2100
**b** 555 – (777 – 333) **d** 76000 + 85000 – (100000 + 24000)

**1.152** **a** (29 + 17) – (42 – 31) **c** (70 + 230 + 60) – (280 + 150)
**b** (8,2 – 3,9) – (6,4 – 4,8) **d** (17500 – 112300) + (12500 – 7400)

**1.153** **a** (13 + 35 + 28 – 21 + 56) + (27 – 23 + 12 + 24 – 30)
**b** (45 + 27 – 35 – 17 + 64) – (45 + 21 + 35 – 29 – 52)

**1.154** Settu sviga í dæmin þannig að svörin verði rétt.
**a** 50 – 70 – 60 – 10 = 30 **c** 600 – 200 – 150 – 50 = 600
**b** 145 – 60 – 50 + 30 = 5 **d** 75 – 60 – 50 – 40 = 5

**1.155** Hvaða tölur vantar?
**a** 65 – (30 + ☐) = 0 **b** 80 + (☐ – 100) = 200



kynna þessa reglu ekki sérstaklega fyrir nemendum. Ef nemendur finna sjálfir að þetta á alltaf við er það hið besta mál, ekki síst ef þeir geta einnig útskýrt *hvers vegna* það er svo.

### Nr. 1.154

Nemendur eiga að setja sviga í dæmin þannig að svörin verði rétt. Nemendur prófa sig áfram, setja svigana á mismunandi staði og reikna út svörin. Í þessum verkefnum eru fjórar tölur sem á að leggja saman og í hverju dæmi er hægt að setja sviga á þrjá staði: Utan um tölur nr. 2 og 3, utan um tölur nr. 3 og 4 eða utan um tölur nr. 2, 3 og 4.

### Nr. 1.155

Nemendur eiga að finna út hvaða tölur vantar til að svörin verði rétt.

- *Hvaða tölu þarf að draga frá 65 til að svarið verði 0?*
- *Hvaða tölu þarf að leggja við 80 til að summan verði 200?*

## Auðveldari verkefni

Við verkefni 1.138–1.140 geta nemendur notað sætisgildistöfluna, sjá verkefnablað 7.1a *(Sætiskerfið 1)*, og skrá tölurnar þar.

### Meiri þjálfun í tíundu hlutum og hundraðshlutum

Á verkefnablaði 5.70 í verkefnahefti Stiku 1a er frekari þjálfun í að fást við tíundu hluta og hundraðshluta.

### Tugabrotadómínó

Nemendur búa til dómínókubba þar sem á öðrum helmingnum er mynd af tíundu hlutum og hundraðshlutum en á hinum helmingnum er tugabrot. Einn heill er táknaður með heilum ferningi, tíundu hlutar eru sýndir með því að skipta ferningnum í tíu hluta og hundraðshlutar með því að skipta ferningnum í hundrað litla reiti. Á verkefnablöðum 5.73 og 5.74 *(Dómínó með tugabrotum 1* og *2)* í verkefnahefti Stiku 1a eru tilbúnir dómínókubbar sem hægt er að plasta og klippa út.

### Svigar í reikningi

Kennari segir nemendum að svigi sé notaður til að segja til um hvað reikna eigi út fyrst áður en frekari reikningur fer fram. Þess vegna er slíkur reikningur auðveldastur ef nemendur fara þannig að. Það þýðir að nemendur nota ekki þá aðferð að eyða sviganum heldur reikna alltaf út úr sviganum fyrst.

Nemendur geta notað vasareikni við verkefnin á þessari blaðsíðu.

## Erfiðari verkefni

### Töfraferningar

Á verkefnablaði 6.12 *(Töfraferningar)* í verkefnahefti Stiku 2a eru töfraferningar með stórum tölum. Á verkefnablaði 5.20 *(Töfraferningar)* í verkefnahefti Stiku 1a eru töfraferningar með minni tölum. Einnig geta nemendur fyllt út í verkefnablað 6.48 *(Töfraþríhyrningar með tugabrotum)* í verkefnahefti Stiku 2a. Þar á summa talnanna tveggja í hornunum að vera jöfn tölunni í hringnum milli hornanna.

## Raunverkefni

### Stríð (spil)

Búnaður: Spjöld úr nokkuð þykkum pappír, ef til vill plöstuð.

Nemendur klippa út spjöld úr A4-blaði. Þeir brjóta blaðið og klippa út átta jafn stóra búta.

Hver leikmaður þarf 16 slík spjöld en spilið er skemmtilegra ef leikmenn hafa fleiri spjöld. Á hvert spjald skal skrifa tugabrot milli 0 og 1. Nokkrar tölur innihalda aðeins tíundu hluta en aðrar bæði tíundu hluta og hundraðshluta.

0,23 0,32

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Tölu-spjöldin eru stokkuð og skipt milli leikmannanna sem setja bunka sinn á hvolf fyrir framan sig. Leikmenn snúa efsta spilinu samtímis. Sá sem er með stærri tölu fær bæði spjöldin og setur þau neðst í bunkann sinn. Leikmenn keppast um að fá sem flest spjöld. Þannig heldur spilið áfram í tiltekinn tíma eða þar til annar leikmaðurinn hefur fengið öll spjöldin.

## Viðfangsefni

- Samlagning og frádráttur stórra talna, einnig tugabrota
- Fyrstu skref í algebru: Ójöfnur

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 34 Æfingasíða 3

**Nr. 1.156–1.158**

Nemendur setja dæmin upp og reikna þau.

**Nr. 1.159**

Nemendur leggja saman tölurnar. Ekki er nauðsynlegt að skrifa tölurnar að fullu með tölustöfum; nemendur geta því reiknað þannig: 6,5 + 8,2 = 14,7 og skrá svarið sem 14,7 milljónir. Þeir þurfa því ekki að reikna þannig: 6 500 000 + 8 200 000. Þegar þessi vinna er rifjuð upp getur kennari sýnt báðar aðferðirnar og sýnt fram á að svarið verður hið sama.

**Nr. 1.160**

Nemendur finna minnstu og stærstu töluna sem hægt er að skrifa með tölustöfunum í talnaskýinu. Hvern tölustaf má bara nota einu sinni. Síðan reikna nemendur út summu og mismun þessara tveggja talna.

**Nr. 1.161**

Nemendur leggja saman. Þeir þurfa að gæta þess að tölurnar séu í réttum sætum. Margar aðferðir eru til að leysa þessi dæmi þannig að best er að nemendur ákveði sjálfir hvaða aðferðir þeir nota.

**Nr. 1.162**

Nemendur velja rétt tákn milli stæðanna. Vel kann að vera að þeir muni ekki í hvora áttina ójöfnumerkin eiga að snúa. Gott er að nota einfaldar reglur til að muna þetta, t.d.: „Tveir handleggir sem teygja sig í áttina að stærri tölunni“ eða: „Opna ginið vill gleypa það sem er stærra.“ Markmiðið með verkefnunum er að finna hvor stæðan er stærri.

Athugið: Kennari hvetur nemendur til að finna sniðugar aðferðir til að segja til um hvor stæðan er stærri. Slíkar aðferðir er hægt að nota við mörg þessara dæma.

### Æfingasíða 3

Reiknaðu dæmin.

**1.156**

**a** 8125 + 6714

**b** 67 338 + 53 195

**c** 450 892 − 298 529

**d** 14 807 − 6225

**e** 1 356 609 − 374 715

**f** 760 236 + 359 598

**1.157**

**a** 6172 + 3829 + 2374

**b** 32 961 + 44 429 + 77 185

**c** 472 615 + 3 503 829 + 4 122 427

**1.158** Settu dæmin upp og reiknaðu þau.

**a** 678 + 5218
**b** 9032 + 18 534
**c** 4671 − 2761
**d** 911 + 4614
**e** 176 247 + 136 689
**f** 280 173 − 162 787

**1.159** Reiknaðu dæmin.

**a** 6,5 milljónir + 8,2 milljónir
**b** 1,54 milljónir + 4,23 milljónir
**c** 8,7 milljarðar − 7,2 milljarðar
**d** 1,42 milljarðar − 0,97 milljarðar

**1.160**

**a** Hver er minnsta talan sem þú getur skrifað með þessum fimm tölustöfum?
**b** Hver er stærsta talan sem þú getur skrifað með þessum fimm tölustöfum?
**c** Hver er summa talnanna tveggja sem þú skrifaðir í a- og b-lið?
**d** Reiknaðu út mismun talnanna tveggja sem þú skrifaðir?

3 9 7 4 5

**1.161** Reiknaðu dæmin.

**a** 23 hundraðshlutar + 6 tíundu hlutar
**b** 9 tíundu hlutar + 12 hundraðshlutar
**c** 8 tíundu hlutar + 31 hundraðshluti + 14 tíundu hlutar
**d** 34 hundraðshlutar + 890 þúsundustu hlutar

**1.162** Veldu rétt tákn: >, < eða =

**a** 7,5 + 3,2 ☐ 3,4 + 7,3
**b** 5,83 + 1,65 ☐ 4,85 + 2,65
**c** 4,62 + 1,88 ☐ 7,89 − 3,96
**d** 77,9 − 7,6 + 3,2 ☐ 77,9 − 3,2 + 7,6
**e** 0,73 + 0,58 − 0,15 ☐ 0,73 − 0,58 − 0,15
**f** 78 480 + 20 000 ☐ 58 480 + 40 000



▶ Bls. 35 Geturðu þetta?

**Nr. 1.163–1.167**

Hér er um þrautalausnir að ræða. Kennari lætur því nemendur fá nægan tíma til að finna svörin, gætir þess að hjálpa þeim ekki beint en hvetur þá þess í stað til að vinna saman og reyna að teikna sér til hjálpar.

## Auðveldari verkefni

### Meiri þjálfun með minni tölum

Gott er að nemendur, sem eiga í erfiðleikum með samlagningar- og frádráttaraðferðina, fáist við minni tölur, þ.e.a.s. upp í sex stafa tölur. Á verkefnablaði 7.3 *(Meiri þjálfun í samlagningu og frádrætti)* eru fleiri þjálfunarverkefni í samlagningu og frádrætti með lægri tölum.

Nemendur geta notað vasareikni við verkefnin á bls. 35.

## Erfiðari verkefni

### Meiri þrautalausnir

- Ég hugsa mér tölu, síðan tvöfalda ég hana og dreg frá henni 150. Þá fæ ég út 900. Hver er talan sem ég hugsaði mér?

Á verkefnablöðum 5.57 *(Peningagátur)* í verkefnahefti Stiku 1a og 6.13–6.15 *(Hvaða tölu hugsa ég mér?, Hverjar eru tölurnar tvær?* og *Hve margar býflugur?)* í verkefnahefti Stiku 2a eru mörg sams konar heilabrot með stærri tölum.

Á verkefnablaði 7.12 *(Þrautalausnir með tugabrotum)* eru fleiri þrautir með tugabrotum.

## Raunverkefni

### Finnið töluna mína (leikur)

Leikmenn spila saman í litlum hópum. Einn skrifar tugabrot milli 0 og 1 með þremur aukastöfum, til dæmis töluna

Geturðu þetta?

**1.163** Henrik þarf að fá nákvæmlega 11 lítra af ávaxtasafa og ætlar að kaupa eins fáar flöskur og hægt er.
**a** Hve margar flöskur þarf Henrik að kaupa?
**b** Hvað kosta þær?

**1.164** Nína kaupir safa fyrir 930 kr.
**a** Hvað heldurðu að hún hafi keypt?
**b** Hve marga lítra kaupir Nína?

**1.165** Nína og Henrik eiga samtals 3750 kr.
Nína á 650 kr. meira en Henrik.
Hve mikið á hvort þeirra?

**1.166** Mamma Nínu er þrisvar sinnum eldri en Nína.
Hún er einnig 28 árum eldri en Nína.
Hve gömul er Nína?

**1.167** Pabbi Henriks er 27 árum eldri en hann.
Eftir 14 ár verður pabbinn tvöfalt eldri en Henrik er núna.
Hvað er Henrik gamall?

35

0,821. Hinir eiga að giska til skiptis á hver talan er. Sá sem valdi töluna segir til um hvort ágiskunin er rétt eða hvort talan hans er minni eða stærri en sú sem giskað er á:

| Leikmenn 2, 3 4 … | Leikmaður 1 |
|---|---|
| L. 2: Ég giska á 0,9 | Nei, talan er minni. |
| L. 3: Ég giska á 0,5 | Nei, talan er stærri. |
| L. 4: Ég giska á 0,8 | Nei, talan er stærri. |
| L. 2: Ég giska á 0,85 | Nei, talan er minni. |
| L. 3: Ég giska á 0,81 | Nei, talan er stærri. |
| L. 4: Ég giska á 0,83 | Nei, talan er minni. |
| L. 2: Ég giska á 0,82 | Nei, talan er stærri. |
| L. 3: Ég giska á 0,825 | Nei, talan er minni. |
| L. 4: Ég giska á 0,821 | JÁ! |

Sá vinnur sem giskar á réttu töluna, í þessu tilviki leikmaður 4. Hann velur því næstu tölu.

Leikmenn geta einnig verið tveir í þessum leik. Þá velur annar þeirra töluna og hinn giskar á. Þeir skiptast síðan á að velja tölu og giska og þeir reyna að finna réttu töluna með eins fáum ágiskunum og hægt er.

### Spyrja og fá (spil)

Hér er um að ræða afbrigði af spilinu sem lýst er á bls. 11 í þessari bók Leikmenn eru tveir. Hvor þeirra skrifar efst á blað leynitölu með tveimur eða þremur aukastöfum. Talan má gjarnan vera samsett úr fimm tölustöfum fyrir utan aukastafina, til dæmis 71 298,346 (einnig má nota minni tölur). Varðandi leikreglur er hér vísað til bls. 11.

### Fleiri spil og raunverkefni

Í verkefnaheftunum eru mörg spil og verkefni með frekari þjálfun í að reikna með tugabrotum, sjá t.d. verkefnablöð 5.65–5.88 í verkefnahefti Stiku 1a og 6.27–6.48 í verkefnahefti Stiku 2a.

Fyrr í þessum kafla hafa mörg spil og verkefni verið kynnt til sögunnar. Hér á eftir er settur fram til upprifjunar listi yfir nokkur þessara spila:

### Sætiskerfið

- *Krossgáta með tölum*
  Sjá lýsingu á bls. 7
- *Talnagátur: Hver er talan?*
  Sjá lýsingu á bls. 7
- *Spyrja og fá (spil)*
  Sjá lýsingu á bls. 11

### Samlagning og frádráttur stórra talna

- *Meiri þjálfun með minni tölum*
  Sjá lýsingu í kaflanum Auðveldari verkefni á bls. 9
- *Þrautalausnir*
  Sjá lýsingu í kaflanum Erfiðari verkefni á bls. 9.
- *Fjárfestingarspilið*
  Sjá lýsingu í kaflanum Raunverkefni á bls. 9.
- *Samlagningar- og frádráttarspilið*
  Meiri þjálfun í reikningsaðferðunum, sjá lýsingu á spilinu í kaflanum Raunverkefni á bls. 9.

### Svigar í reikningi

- *Kasta teningi og búa til dæmi*
  Sjá kaflann Raunverkefni á bls. 15
- *Veiða tölur*
  Sjá lýsingu í kaflanum Raunverkefni á bls. 17

### Tugabrot

- *Meiri þjálfun í tíundu hlutum*
  Sjá lýsingu í kaflanum Auðveldari verkefni á bls. 19.
- *Flytja kommuna (spil)*
  Sjá lýsingu í kaflanum Erfiðari verkefni og Raunverkefni á bls. 31.
- *Upp og niður (spil)*
  Sjá lýsingu í kaflanum Raunverkefni á bls. 23.
- *Námundun í margföldun og deilingu*
  Sjá lýsingu í kaflanum Erfiðari verkefni á bls. 25.
- *Hver er fyrstur að safna fimm einingum? (spil)*
  Sjá lýsingu í kaflanum Raunverkefni á bls. 25.
- *Niðurtalning (spil)*
  Sjá lýsingu í kaflanum Raunverkefni á bls. 27.
- *Hver á samtals stærsta mismuninn? (spil)*
  Sjá kaflann Raunverkefni á bls. 29

# 2 Tölfræði og líkur

**Í þessum kafla læra nemendur að skipuleggja og framkvæma tölfræðilegar kannanir af ýmsum toga, t.d. spurningakannanir, athuganir og tilraunir. Þeir læra að setja gögn, sem safnað hefur verið, fram á nýjan hátt, t.d. með línuriti eða skífuriti. Þeir læra einnig að greina gögnin með því að finna gildi sem lýsa miðsækni þeirra. Til viðbótar við miðgildi og tíðasta gildi, sem kynnt var til sögunnar í 5. bekk, læra nemendur nú að finna meðaltal, helst með því að skipta niðurstöðunum jafnt á flokkana.**

**Nemendur rifja upp frá 6. bekk hugtakið líkur. Mörgum finnst þetta vera erfitt hugtak vegna þess að það skírskotar til atburða sem hafa ekki enn orðið. Þess vegna er vinnan tengd raunverkefnum og viðfangsefnum úr hinu daglega lífi sem nemendur þekkja utan skólans. Nemendur eiga ekki að læra að reikna út flóknar líkur heldur öllu fremur öðlast fjölbreytilega reynslu sem leggur grunn að góðum skilningi á hugtökum. Í kaflanum munu nemendur læra um tilviljanir og óvissu. Þeir munu læra að meta hvort miklar eða litlar líkur eru á að tiltekinn atburður verði svo og að skrá líkur með tölu milli 0 og 1.**

**Nemendur munu fást við líkur af tvennum toga. Í öðru tilvikinu er um að ræða fræðilegar líkur, þar sem nota má samhverfu og rúmfræðilega eiginleika til að segja til um líkur. Í hinu tilvikinu er um að ræða líkur leiddar af tilraunum. Þá er ekki hægt að styðjast við samhverfu. Þetta kemur í ljós þegar teiknibólu er kastað. Það er ekki hægt að segja til um líkurnar á því að hún lendi með oddinn upp með því að skoða teiknibóluna. Það sem gert er í slíku tilviki er að kasta henni mörgum sinnum og nota niðurstöðurnar til að segja til um líkurnar á hvernig hún lendir ef henni er kastað oftar.**

## Viðfangsefni

- Tölfræðilegar kannanir: athuganir
- Að lesa úr súluriti og búa til súlurit

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 36

### Samræðumynd

Kennari notar myndina til að hefja samræður við nemendur um tölfræði. Tölfræði er notuð til að geta sagt eitthvað um stórt gagnasafn. Ef við höfum áhuga á mjög litlu safni, til dæmis áhuga á að vita hvaða litur er á peysum tveggja barna, þurfum við ekki á neinni tölfræði að halda. Við skoðum bara börnin tvö og getum sagt: Pétur er í blárri peysu en Páll í grænni. Ef áhuginn beinist hins vegar að stærri hópi þarf oft að nota tölfræði. Það á við ef rannsóknarefnið er: „Hvaða litur er vinsælastur meðal íslenskra 12 ára barna?“ Þá þarf að safna miklu magni upplýsinga. Til dæmis má spyrja 1000 börn. Síðan þarf að skipuleggja gögnin þannig að yfirlit fáist yfir hið mikla magn. Beinast liggur við að flokka litina þannig að t.d. litirnir dökkblár og blágrænn séu settir í flokkinn „blár“. Þar næst má telja fjöldann í hverjum flokki. Loks má búa til myndrit sem sýnir fjöldann. Þegar settar eru fram spurningar um hvað menn geta eða hvað þeim finnst er gerð spurningakönnun. Sem dæmi um fleiri stærðfræðilegar kannanir má nefna athuganir og tilraunir. Í öllum tilvikum er um að ræða

- að setja fram spurningu eða málefni sem kanna skal
- að skipuleggja og framkvæma gagnasöfnun
- að flokka, greina og kynna gögnin

## Tölfræðileg könnun

**Þegar við gerum tölfræðilega könnun söfnum við gögnum. Það má gera á þrjá vegu:**
- Með athugunum
- Með spurningakönnunum
- Með tilraunum

**Gögnin getum við**
- flokkað og sett í töflu
- sýnt í myndriti
- notað til að finna miðgildi og tíðasta gildi

**Athuganir**

Gagna má afla t.d. með því að mæla eða telja.

**2.1** Notaðu myndina á bls. 36 til að vinna verkefnin.

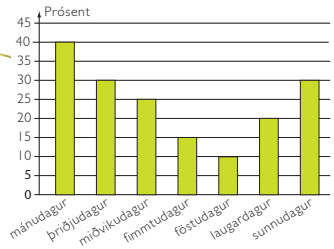
| Athafnir fólks | Fjöldi |
|---|---|
| Rabba | |
| Spila á spil | |
| Lesa | |
| Sofa | |

**a** Búðu til yfirlit sem sýnir hvað fólkið gerir meðan það bíður eftir flugvélinni. Sýndu svörin í töflu.

**b** Búðu til súlurit út frá gögnunum í tölulið a.

**c** Búðu til súlurit sem sýnir hvaða litur er á peysum eða jökkum fólksins.

**2.2** Myndritið sýnir hjá hve mörgum prósentum flugvélanna var seinkun á flugi eina viku í nóvember.




**a** Hjá hve mörgum prósentum flugvéla var seinkun á miðvikudegi?

**b** Hvaða dag var seinkun hjá 20 prósent flugvélanna?

**c** Hvaða dag var minnst um seinkun?

**d** Tvo daga var seinkun hjá jafn stórum hluta flugvélanna. Hvaða dagar voru það?



Nemendur geta gert sameiginlega könnun á því hvaða tegund handfarangurs er notaður um borð í flugvél. Þeir nota upplýsingarnar úr samræðumyndinni og telja hverja tegund: bakpoki, ferðataska á hjólum og handtaska, færa niðurstöður inn í tíðnitöflu og gera súlurit.

- *Til hvaða lands er vinsælast að ferðast? (Spánar.)*
- *Hve miklu fleiri fóru til Spánar en til Danmerkur? (200 þúsund.)*
- *Hve margir ferðuðust til þessara fimm landa samtals? (1,5 milljón.)*

Búið er til myndrit sem sýnir til hvaða landa nemendur langar að ferðast. Láta má alla nemendur greiða tvö atkvæði. Síðan er fjöldinn talinn og súlurit gert.

▶ Bls. 37

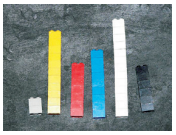
Nemendur nota myndina á bls. 36 til að búa til töflu og síðan súlurit sem gefur yfirlit yfir hvað börnin á myndinni aðhafast. Því næst búa þeir til súlurit sem sýnir hvaða litir eru á peysum barnanna.

### Nr. 2.2

Nemendur nota súluritið til að svara spurningunum.

## Auðveldari verkefni

Nemendur nota kubba sem talningarefni. Kubbana má síðan festa saman og mynda súlur. Í lokin teikna nemendur súlurnar.



Á verkefnablaði 5.63 *(Tölfræði 1)* í verkefnahefti Stiku 1a eru einfaldari verkefni þar sem nemendur geta æft sig frekar í að lesa úr töflum og myndritum.

## Erfiðari verkefni

### Tölfræðilegar upplýsingar í dagblöðum eða á netinu

Nemendur leita að tölfræðilegum upplýsingum í dagblöðum eða á netinu. Þeir geta unnið saman í pörum eða í litlum hópum. Hver hópur fær þá það verkefni að leita að upplýsingum, sem settar eru fram á tölfræðilegan hátt, sem hópurinn á síðan að kynna og lýsa fyrir bekkjarfélögunum.

## Raunverkefni

### Tölfræði í kennslustofunni

Nemendur gera könnun meðal nemendahópsins í bekknum. Einnig má nota alla nemendur árgangsins eða jafnvel skólans. Í rannsókninni á að nota athugunaraðferðina þar sem eitthvað er talið eða mælt. Gott er að nemendur taki þátt í að ákveða hvaða spurningu eða spurningum skal leitað svara við í könnuninni; samt sem áður skal ekki í þessu tilviki vera um spurningakönnun að ræða. Athuga má t.d.:
- lit á skóm, pennaveski, skólatösku eða ákveðnum flíkum
- augnlit
- háralit eða hársídd

Hægt er að mæla ýmsar lengdir á líkamanum, t.d. armlengd og ummál höfuðs. Þetta þarf að sjálfsögðu að gera með mikilli varkárni þannig að engum nemanda finnist að sér vegið.

### Túlka tölfræðileg gögn

Á heimasíðu Hagstofu Íslands, er alls kyns talnaefni, oft með stórum tölum.

Til dæmis eru upplýsingar um ferðavenjur Íslendinga, sjá undir hlekknum talnaefni/ferðamál, samgöngur og upplýsingatækni/ferðavenjur. Á verkefnablöðum 6.2 og 6.3 *(Ferðalög – könnun 1* og *2)* í verkefnahefti Stiku 2a eru tölulegar upplýsingar um ferðavenjur Íslendinga flokkaðar eftir landsvæðum á Íslandi. og verkefni sem nemendur geta unnið í tengslum við þessar upplýsingar. Fá má nemendum það heimaverkefni að búa til samsvarandi verkefni út frá öðrum upplýsingum á heimasíðu Hagstofunnar.

## Viðfangsefni

- Tölfræðilegar kannanir:
  - spurningakannanir og tilraunir,
  - flokka gögn í töflur og súlurit
  - miðgildi og tíðasta gildi
- Stærðfræðileg líkön

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 38

### Nr. 2.3

Nemendur nota töflurnar tvær til að svara spurningunum en fyrst verða þeir að ákveða hvaða svarmöguleiki er réttur.

Segjum að þessi tvö dæmi hafi verið lögð fyrir 500 nemendur í 2. bekk. Kennari útskýrir fyrir nemendum að niðurstöður úr könnun sem þessari geti sagt okkur eitthvað um alla nemendurna í einum árgangi (u.þ.b. 4500 nemendur) með því að taka tilviljunarúrtak úr árganginum. Niðurstöðurnar úr úrtakskönnuninni eru ef til vill ekki nákvæmlega þær sömu og þær hefðu orðið ef allur árgangurinn hefði verið prófaður en frávikið hefði líklega aðeins orðið nokkur prósent.

- *Hvers vegna gera fleiri nemendur villu í verkefni B? (Líklega vegna þess að margir nemendur leysa dæmin með því að telja og það er auðveldara að telja 8 skref upp frá 27 en að telja 12 skref niður frá 35.)*

### Nr. 2.4

Hér er um aðra spurningakönnun að ræða þar sem nemendur eru ekki spurðir um hvað þeir kunna heldur hvað þeim finnst.

Kennari rifjar upp með nemendum hugtökin *tíðasta gildi* og *miðgildi* ef nemendur eru ekki vissir um merkingu þeirra. Þetta eru gildi sem lýsa miðsækni í gögnum og við notum þau til að segja til um hvað er algengast eða hvar miðja í gögnum liggur.

### Nr. 2.5

Nemendur flokka tölurnar og skrifa þær í stækkandi röð. Þeir finna miðgildið og tíðasta gildið í hverri talnaröð.

**Spurningakannanir**

Í spurningakönnunum eru settar fram spurningar til að afla upplýsinga frá fólki um hvað því finnst eða hvað það getur.

**2.3** Kennari í 2. bekk lagði próf fyrir nemendur til að kanna hvað þeir kynnu í reikningi. Hér til hægri sérðu hvaða svör nemendur gáfu við tveimur dæmum.

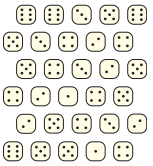
| Dæmi A: 27 + 8 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Svarmöguleikar | 34 | 35 | 36 | Svöruðu ekki |
| Fjöldi | 3 | 19 | 5 | 0 |

| Dæmi B: 35 – 12 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Svarmöguleikar | 14 | 22 | 23 | Svöruðu ekki |
| Fjöldi | 2 | 4 | 14 | 7 |

**a** Hvort dæmið reyndist nemendum auðveldara?
**b** Hve margir nemendur gáfu rangt svar við dæmi A?
**c** Hve margir fleiri svöruðu dæmi A rétt en dæmi B?
**d** Hve margir nemendur tóku prófið?

**Tíðasta gildi**
Talan, sem kemur oftast fyrir, kallast tíðasta gildi.

**Miðgildi**
Ef gögnum er raðað eftir stærð er miðgildið sú tala sem liggur í miðjunni. Ef engin tala er í miðjunni er miðgildið talan sem er mitt á milli þeirra tveggja sem liggja næst miðju.



**2.4** Bekkjardeild nokkur fór í bíó. Eftir sýninguna voru nemendur beðnir að segja skoðun sína á kvikmyndinni með því að tilgreina tölur á teningi, frá 1 (mjög léleg) til 6 (mjög góð).

**a** Hvaða tölu nefndu flestir nemendurnir (tíðasta gildið)?
**b** Skrifaðu allar tölurnar í stækkandi röð, fyrst alla ásana, síðan alla tvistana o.s.frv.
**c** Hvaða tala er í miðjunni (miðgildið)?

**2.5** Skrifaðu tölurnar í stækkandi röð. Finndu miðgildið og tíðasta gildið.

**a** 13 - 16 - 14 - 12 - 15 - 12 - 13 - 16 - 13
**b** 5 - 7 - 3 - 5 - 6 - 8 - 7 - 4 - 7 - 4
**c** 29 - 31 - 31 - 30 - 30 - 28 - 27 - 29 - 30 - 28 - 32 - 27
**d** 4,5 - 4,8 - 4,7 - 5,1 - 4,8 - 4,9 - 4,7 - 4,5 - 5,0 - 5,1 - 4,5 - 4,9



▶ Bls. 39

### Nr. 2.6

Nemendur finna miðgildið í hverri röð og því næst lengdina samtals í hverri röð. Niðurstöðurnar nota þeir til að segja til um við hvaða aðstæður sívalningurinn rúllar lengst.

### Nr. 2.7

Nemendur finna miðgildi talnanna í a-lið.

- *Hvað merkir miðgildið í þessu verkefni úr daglega lífinu? (Ef við hefðum hitakönnu heima sem við fyllum af sjóðandi vatni – getum við reiknað með að þetta hitastig sé á vatninu eftir sex klukkustundir, svo fremi sem við vitum ekkert meira um eiginleika þessarar hitakönnu.)*

Í b-lið eiga nemendur að búa til súlurit sem sýnir hvernig hitastig vatnsins breytist í einni af hitakönnunum. Í c-lið eiga nemendur að víkka súluritið í b-lið eða töfluna í a-lið upp í 15 klukkustundir.

Slíkt súlurit er stærðfræðilegt líkan vegna þess að það er einfölduð framsetning af raunveruleikanum. Í c-lið kemur greinilega fram hvernig líkan virkar. Ef þetta verkefni hefði verið gert í raun og veru hefðum við þurft að endurtaka tilraunina með hitakönnunni og mæla hitastigið eftir 15 klukkustundir. Með því að nota líkan má losna við það og einfalda vinnuna. Það sem tapast er nákvæm niðurstaða. Með líkani er einungis hægt að álykta um eða giska á hvert hitastigið verður. Ágiskunin verður því ónákvæmari þeim mun meira sem líkanið er víkkað út.

## Auðveldari verkefni

Best er að gera gögnin, sem unnið er með, eins áþreifanleg og hægt er. Í verkefni 2.4 má t.d. ljósrita tenings-myndirnar handa hverjum nemanda

**Tilraunir**

Þegar við gerum tilraunir mælum við eitthvað eða teljum. Oft er skynsamlegt að endurtaka sömu tilraunina nokkrum sinnum.

**2.6** Marta rúllar sívalningi niður litla skábraut. Hún ætlar að kanna hvort hann rúllar lengri vegalengd ef hann er fylltur með makkarónum. Hún rúllar fyrst tómum sívalningi fimm sinnum, síðan hálffullum sívalningi fimm sinnum og að lokum fullum sívalningi fimm sinnum. Í hvert skipti mælir Marta hve langt hann rúllar. Hér má sjá niðurstöðurnar, mældar í cm:

| | 1. tilraun | 2. tilraun | 3. tilraun | 4. tilraun | 5. tilraun |
|---|---|---|---|---|---|
| Tómur | 72 | 65 | 77 | 80 | 79 |
| Háffullur | 15 | 19 | 13 | 20 | 14 |
| Fullur | 73 | 74 | 70 | 76 | 77 |

**a** Hvert var miðgildið þegar sívalningurinn var
- tómur? • hálffullur? • fullur?

**b** Hve langt rúllaði sívalningurinn samtals í fimm skipti þegar hann var
- tómur? • hálffullur? • fullur?

**c** Rúllar sívalningur lengst þegar hann er tómur, hálffullur eða fullur?

**2.7** Anna prófaði tíu hitakönnur. Hún fyllti þær með sjóðandi vatni og skrúfaði lokin á. Eftir sex klukkutíma mælti hún hitann á vatninu:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 70° | 65° | 80° | 81° | 69° | 72° | 75° | 79° | 66° | 69° |

**a** Finndu miðgildi talnanna.

Anna mældi hitastigið í einni hitakönnunni á þriggja klukkustunda fresti. Hún fékk þessar niðurstöður:

| **Tími** | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Hiti** | 93° | 78° | 69° | 64° | 61° |

**b** Búðu til súlurit sem sýnir breytinguna á hitastiginu.

**c** Hvaða hiti heldur þú að hafi verið á vatninu eftir 15 klukkustundir?



sem getur klippt þær út. Þannig er auðveldara að flokka þær. Með því að setja teningsmyndir með tölunni 1 í sérbunka, myndir með tölunni 2 í sérbunka o.s.frv. er auðvelt að sjá hvaða tala er algengust, þ.e. *tíðasta gildið*. Síðan er teningsmyndunum raðað í stækkandi röð: Fyrst allar myndirnar með tölunni 1, síðan með tölunni 2 o.s.frv. Síðan byrja nemendur á báðum endunum og telja báðum megin frá inn að teningsmyndinni í miðjunni: *miðtölunni*.

## Erfiðari verkefni

### Fótastærð nemenda: tíðasta gildi og miðgildi

Nemendur kanna skónúmer í bekknum. Niðurstöður færa þeir í tíðnitöflu:

| Skónúmer | Talningarstrik | Fjöldi |
|---|---|---|
| 35 | | |
| 36 | | |
| 37 | | |
| 38 o.s.frv. | | |

Þýðing miðgildis og tíðasta gildis kemur í ljós ef könnuð er stærð fóta á nemendum á mismunandi aldri. Þá er líklegt að einhverjir nemendur í 5. bekk séu með stærri fætur en sumir í 7. bekk. En miðgildið mun að líkindum vera stærra eftir því sem nemendur eru eldri. Til að svara spurningum eins og: „Hve mikið stækka fætur nemenda á ári?“ er heppilegast að nota miðgildið.

## Raunverkefni

### Spurningakannanir

Nemendur taka þátt í öllu ferlinu við að skipuleggja og framkvæma spurningakönnun:

1. Ákveða hvað á að kanna, hvaða spurningu á að leita svara við.
2. Ákveða hverja á að spyrja.
3. Framkvæma spurningakönnun. Mikilvægt er að hafa tiltækt eyðublað eða töflu til að halda utan um öll svörin sem fást.
4. Úrvinnsla gagna. Hvaða greiningu skal gera? Í stórum dráttum er hér um að ræða að finna tíðasta gildi og miðgildi sem sýna fram á hvað er algengast.
5. Kynning á könnun og niðurstöðum hennar. Á að setja þær fram í töflu og/eða myndriti? Hvernig á taflan eða myndritið að líta út?

Gott er að framkvæma spurningakönnun í tengslum við þemu í öðrum námsgreinum, t.d. mataræði, heilsu o.fl.

### Samþætting námsgreina: Tilraunir í náttúrufræði

*Skipulagðar tilraunir* eru mjög mikilvægar í náttúrufræði. Þær voru þróaðar í vísindabyltingunni í byrjun endurreisnartímans. Segja má að á þeim tíma hafi Galileo Galilei (1564–1642) lagt grunninn að nútímanáttúruvísindum. Hann var frumkvöðull í að nota kerfisbundnar tilraunir og stærðfræði til að greina niðurstöður. Hann er m.a. þekktur fyrir að hafa skrifað að bók náttúrunnar sé skrifuð á tungumáli stærðfræðinnar. Meðal annars sýndi Galileo fram á að boltar, sem búnir eru til úr sama efni en eru misstórir, rúlla jafn hratt niður skábraut. Áður töldu menn að stórir boltar féllu hraðar vegna þess að þeir væru þyngri en tilraun Galileos sýndi að þessi ályktun var röng.

Nemendur geta gert tilraunina, sem lýst er í verkefni 2.6 á bls. 39. Önnur góð tilraun er að kanna pendúlhreyfingu. Nemendur rannsaka áhrif þyngdar og lengdar snúru á tímann sem það tekur pendúlinn að sveiflast fram og til baka. Nemendur velja þrjá hluti af mismunandi þyngd og hengja þá hvern á eftir öðrum á snúru. Síðan taka þeir tímann sem það tekur pendúlinn að sveiflast 10 sinnum. Nemendur endurtaka tilraunina fimm sinnum og skrá niðurstöðurnar í töflu eins og þá sem sýnd er í verkefni 2.6. Síðan endurtaka þeir tilraunina með meðallangri snúru og loks í þriðja sinn með langri snúru. Nemendur rannsaka hvaða áhrif þyngdin hefur á tíma, sem ein pendúlsveifla tekur, og jafnframt áhrifin af lengd snúrunnar.

## Viðfangsefni

- Að lesa úr súluritum og línuritum

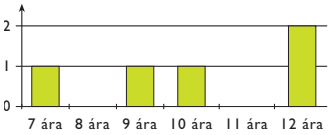
## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 40

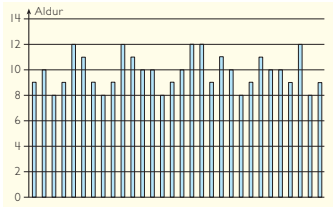
*Súlurit* er einkum notað þegar þarf að telja eða mæla eitthvað sem tilheyrir flokkum sem eru ekki samhangandi. Það merkir að röð súlnanna skiptir ekki máli. Þetta á við börnin fimm í verkefni 2.8. Þar sést að engu máli skiptir hvaða barn er fyrst í súluritinu. Þetta er öfugt við línurit, sjá bls. 41.

### Nr. 2.8–2.9

Verkefni 2.8 og 2.9 sýna tvær aðferðir við að búa til súlurit. Í verkefni 2.8 er um að ræða eina mælingu sem ákvarðar hæð hverrar súlu. Í verkefni 2.9 birtist fjöldinn í flokkunum í súlunum. Kennari bendir nemendum á þennan mun. Í 2.8 hefði einnig verið hægt að búa til yfirlit yfir fjölda nemenda á hverjum aldri. Þá hefði súluritið litið svona út.



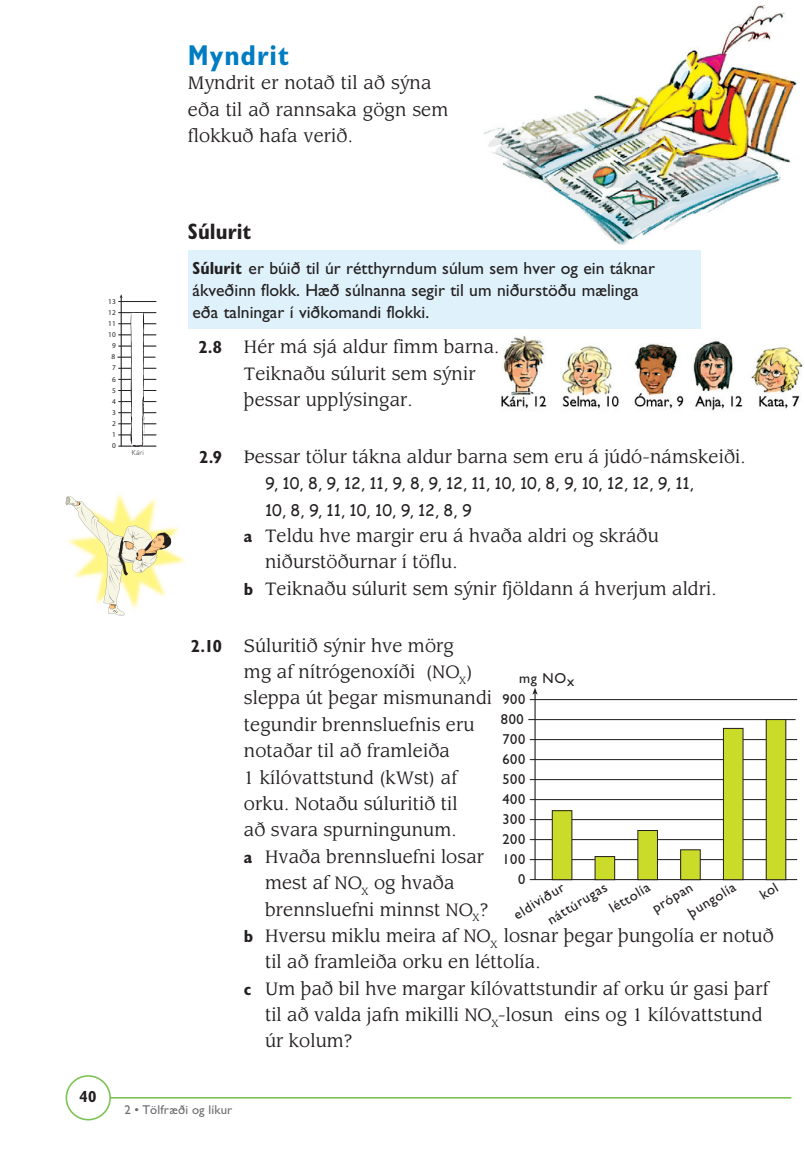

Þar sem fá börn eru í hverjum flokki á súluritið illa við í þessu tilviki. Hins vegar mun súlurit með einni súlu fyrir hvert barn í verkefni 2.9 verða ruglingslegt og gefa lélegt yfirlit yfir gögnin:




### Nr. 2.10

Nemendur lesa út úr súluritinu og svara spurningum.

Nítrógenoksíð verður til úr súrefni og nítrógeni í mjög heitu lofti. Nítrógenoksíð hefur, ásamt brennisteini, mikil áhrif á súrt regn. Mikilvægar uppsprettur losunar nítró-genoksíðs er brennsla olíu og kola í iðnaði á láði og legi, svo og vélar í bílum, skipum og flugvélum.



## Myndrit

Myndrit er notað til að sýna eða til að rannsaka gögn sem flokkuð hafa verið.



### Súlurit

**Súlurit** er búið til úr rétthyrndum súlum sem hver og ein táknar ákveðinn flokk. Hæð súlnanna segir til um niðurstöðu mælinga eða talningar í viðkomandi flokki.



**2.8** Hér má sjá aldur fimm barna. Teiknaðu súlurit sem sýnir þessar upplýsingar.




**2.9** Þessar tölur tákna aldur barna sem eru á júdó-námskeiði.

9, 10, 8, 9, 12, 11, 9, 8, 9, 12, 11, 10, 10, 8, 9, 10, 12, 12, 9, 11, 10, 8, 9, 11, 10, 10, 9, 12, 8, 9

**a** Teldu hve margir eru á hvaða aldri og skráðu niðurstöðurnar í töflu.

**b** Teiknaðu súlurit sem sýnir fjöldann á hverjum aldri.



**2.10** Súluritið sýnir hve mörg mg af nítrógenoxíði ($NO_x$) sleppa út þegar mismunandi tegundir brennsluefnis eru notaðar til að framleiða 1 kílóvattstund (kWst) af orku. Notaðu súluritið til að svara spurningunum.




**a** Hvaða brennsluefni losar mest af $NO_x$ og hvaða brennsluefni minnst $NO_x$?

**b** Hversu miklu meira af $NO_x$ losnar þegar þungolía er notuð til að framleiða orku en léttolía.

**c** Um það bil hve margar kílóvattstundir af orku úr gasi þarf til að valda jafn mikilli $NO_x$-losun eins og 1 kílóvattstund úr kolum?



▶ Bls. 41

*Línurit* er notað þegar gögnin eftir x-ásnum eru samhangandi. Þannig er um pottinn búið þegar gögnin lýsa þróun sem á sér stað yfir ákveðinn tíma. Þá á það við að draga strik milli mælingapunktanna. Athugið! Línurit gefur því greinilegri mynd af þróun milli tveggja mælingapunkta. Þetta er reyndar ekki alltaf í samræmi við raunveruleikann. Ef maður mælir hitann á hverjum degi kl. 12:00 má sýna það í línuriti. Ef hitinn er 10 gráður einn daginn og 12 gráður þann næsta mun línuritið sýna jafna aukningu á hitanum. Í raunveruleikanum getur hitinn samt hafa minnkað töluvert um nóttina milli þessara tveggja mælinga. Þannig getur bein lína frá 10° til 12° verið misvísandi. Ef hætta er á mistúlkun sem þessari er betra að nota súlurit. Þetta þarf að ræða og einnig í tengslum við dæmið efst á blaðsíðunni.

- *Hve margir haldið þið að farþegarnir hafi verið árið 2010? (Grafið sýnir u.þ.b. 800 þús. en við vitum eiginlega ekkert um hvernig ferðalög þróuðust milli 2009 og 2011. Þar sem ferillinn hækkar jafnt og þétt þessi ár má vel nota strikin milli mælitalnanna sem eins konar námundun að raunveruleikanum.)*

### Nr. 2.11–2.17

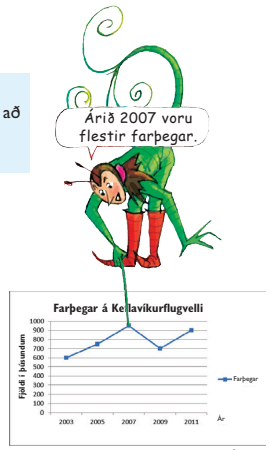
Nemendur nota línuritið til að svara spurningunum. Í nokkrum verkefnanna er ártalið gefið upp og nemendur eiga að lesa svarið af y-ásnum. Í öðrum verkefnum er fjöldi farþega gefinn upp og nemendur eiga að leita á x-ásnum. Í verkefni 2.13 eiga nemendur að finna þann stað í línuritinu þar sem farþegum fækkaði.

### Línurit

**Línurit** er svipað og súlurit nema að því leyti að flokkarnir á x-ásnum eru samhangandi. Þá er hægt að draga línu frá þeim stað þar sem toppur súlu hefði verið að þeim næsta og þannig áfram.

| Ár | 2003 | 2005 | 2007 | 2009 | 2001 |
|---|---|---|---|---|---|
| Fjöldi (þús.) | 600 | 750 | 950 | 700 | 900 |

Heimild: Hagstofa Íslands.







Heimild: Hagstofa Íslands

Taflan sýnir hve mörg þúsund farþega fóru frá Keflavíkurflugvelli annað hvert ár á tímabilinu 2003–2011. Tölurnar í töflunni eru námundaðar að næstu hálfu og heilu 100 þúsundunum, t.d. þannig: 747 534 ≈ 750 000 og 719 073 = 700 000. Út frá töflunni er hægt að teikna línurit.

Af línuritinu er hægt að lesa að farþegar árið 2005 voru um það bil 750 000.

Einnig má lesa að farþegum fjölgaði t.d. frá 2003 til 2005 og frá 2009 til 2011.
Notaðu línuritið til að svara spurningunum hér á eftir.
Svaraðu í heilum málsgreinum.

**2.11** Hve margir farþegar fóru frá Keflavíkurflugvelli árið
**a** 2009? **b** 2011?

**2.12** Hvaða ár voru farþegarnir
**a** 600 þúsund? **b** 950 þúsund?

**2.13** Á hvaða árabili fækkaði farþegunum?

**2.14** Milli hvaða tveggja árabila var fjölgunin jafn mikil?

**2.15** Hvað fjölgaði farþegunum mikið
**a** frá 2003 til 2005? **b** frá 2009 til 2011?

**2.16** Hvað er líklegt að farþegarnir hafi verið margir árið 2004?

**2.17** Giskaðu á hvað farþegarnir hafa verið margir árið 2012?



## Auðveldari verkefni

Eins og áður hefur verið bent á má búa súlurit til á áþreifanlegan hátt með kubbum. Önnur aðferð er að nota rúðunet, til dæmis með reitum sem eru um það bil 1 cm á lengd og breidd. Til frekari hjálpar má merkja svæði fyrir súlurnar þannig að hlutverk nemenda verður að finna hæð hverrar súlu og lita hana.

Línurit getur verið nokkuð meira krefjandi. Leggja þarf áherslu á að tengja hvern punkt á línunni við báða ásana. Í línuritinu á bls. 41 samsvarar hver punktur á línunni einu ártali á x-ásnum og fjölda farþega á y-ásnum. Af þessu má fá þrenns konar verkefni:

1. Best er að byrja á einu ártali (t.d. 2009 í línuritinu). Þá má finna fjölda farþega það árið með því færa fingurinn eftir strikinu beint upp (samsíða y-ásnum) allt að ferlinum. Þaðan færum við okkur beint til vinstri (samsíða x-ásnum) að y-ásnum. Þar má lesa fjölda farþega. Einnig má biðja nemendur að leggja blað yfir neðri, vinstri hluta línuritsins til að auðveldara sé að lesa af báðum ásunum.
2. Byrja má á farþegafjölda (700 000 í dæminu), færa síðan fingurinn til hægri að ferlinum og þaðan að x-ásnum þar sem lesa má ártalið.
3. Byrja má á punkti á ferlinum og finna viðkomandi gildi á x-ásnum og y-ásnum.

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir með línuriti I

Þetta verkefni er einnig að finna á verkefnablaði 7.13 *(Þrautalausnir með tölfræði)*.

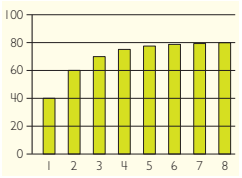
Maður nokkur ætlaði að fara yfir eyðimörk sem er 80 km löng. Fyrsta daginn fór hann helming leiðarinnar, þ.e. 40 km. Annan daginn hafði hann einungis krafta til að fara helminginn af 40 km, þ.e. 20 km. Þannig hélt hann áfram. Hvern nýjan dag komst hann aðeins helminginn af vegalengdinni sem hann fór daginn áður.

a Búðu til töflu sem sýnir hve langt maðurinn fór á hverjum degi fyrstu átta dagana.
b Leggðu saman vegalengdirnar og búðu til töflu sem sýnir hve langt maðurinn hafði gengið samtals eftir 1, 2, 3, … 7 og 8 daga.
c Búðu til myndrit, t.d. súlurit, sem sýnir upplýsingarnar í b-lið.
d Ef maðurinn heldur áfram að helminga vegalengd fyrri dags – hve marga daga tekur það hann að komast á leiðarenda?

*Lausnir*

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **a** | 40 | 20 | 10 | 5 | 2,5 | 1,25 | 0,625 | 0,3125 |
| **b** | 40 | 60 | 70 | 75 | 77,5 | 78,75 | 79,375 | 79,6875 |

c




d Með þessu áframhaldi kemst maðurinn aldrei á leiðarenda!

## Raunverkefni

### Daglangt verkefni

Nemendur mæla eitthvert fyrirbæri sem breytist yfir skóladaginn. Einn möguleikinn er að mæla hitastigið í kennslustofunni. Annar möguleiki er að mæla lengd skugga. Nemendur setja vasa eða eitthvað svipað í sólina og mæla – á klukkutíma fresti – hve löngum skugga vasinn varpar. Síðan búa þeir til línurit. Loks nota þeir línuritið til að giska á hve langur skugginn verður milli mismunandi mælingartíma. Ganga má úr skugga um næsta dag hvort ágiskunin er rétt.

### Línrit sem uppspretta rangra ályktana

Á verkefnablaði 5.64 í verkefnahefti 5a eru verkefni sem ætlað er að beina kastljósinu að hugsanlegum ástæðum villna eða mistúlkana þegar lesið er út úr línuritum.

## Viðfangsefni

- Lesa úr línuritum og búa til línurit

## Búnaður

- Ef til vill línurit (ljósritunarblað 2 (*Tómt línurit*) aftast í þessari bók

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 42

**Nr. 2.18**

Nemendur lesa úr línuriti og svara spurningum. Kennari og nemendur ræða um hvernig línuritið sýnir þróunina: Tekið skal fram að línuritið endurspeglar tölur sem námundaðar eru að hundruðum þúsunda. Línuritið leyfir ekki aflestur af mikilli nákvæmni.

- *Hvenær var veitt mest af síld samkvæmt línuritinu? (Árið 1965, um það bil 760 þúsund tonn.)*
- *Hvernig getið þið lýst þróuninni í aflamagninu frá 1945 til 2005? (Fyrst stóð aflinn í stað til 1955 en 10 árum síðar hafði hann næstum fjórtán- til fimmtánfaldast! Síðan minnkaði aflinn mikið fram til 1975, varð minni en hann hafði verið 1945. Milli áranna 1975 til 1985 jókst aflinn lítillega en jókst mikið næstu 10 árin þar á eftir. Hins vegar fór hann nokkuð minnkandi eftir 1995.)*
- *Hve mikill var aflinn 2005? (Um það bil 260–265 þúsund tonn.)*

**Nr. 2.19**

Nemendur lesa úr línuriti og svara spurningum. Þessi verkefni eru nokkuð erfið þannig að nemendur þurfa góðan tíma til að skoða þau.

▶ Bls. 49

**Nr. 2.20**

Nemendur búa til línurit sem sýnir hitabreytingar umræddan dag. Venjulega hækkar hitinn þegar sólin kemur upp og lækkar aftur um eftirmiðdaginn. Þess vegna er lítil ástæða til að halda að hitinn hafi fallið niður í 0° þennan dag. Gott er að nota ljósritunarblað 2 *(Tómt línurit)* aftast í þessari bók.

**Nr. 2.21**

Nemendur búa til línurit sem sýnir hvernig fjöldi kóngakrabba breyttist milli áranna 2001 og 2006. Í b-lið eiga nemendur að víkka línuritið út þannig að það verði stærðfræðilegt líkan fyrir þróunina í framtíðinni. Nemendur kunna að lýsa þróuninni á mismunandi vegu. Gott er að biðja nokkra að koma með tillögu og rökræða við þá hversu öruggir þeir eru um að ágiskun þeirra sé rétt. Önnur leið er að nemendur stingi upp á talnabili fyrir fjölda kóngakrabba árið 2007 og 2010.

Líklegt er að nemendur verði meira ósammála í spám sínum fyrir árið 2010 en fyrir árið 2007. Það er vel til fundið að benda þeim á að líkanið verður því lélegra sem því er beitt lengra inn í framtíðina.

**Nr. 2.22**

Nemendur lesa úr línuritinu og svara spurningunum.

- *Hvað aðgreinir þetta línurit frá hinum línuritunum sem þið hafið gert við verkefnin á þessari blaðsíðu? (Það er bein lína.)*
- *Hvers vegna er það bein lína? (Það er fast verð á metra. Þegar lengdin eykst hlýtur verðið að aukast hlutfallslega jafn mikið.)*

Lengdin er í beinu hlutfalli við verðið; hlutfallið er því alltaf hið sama (föst hlutfallstala).

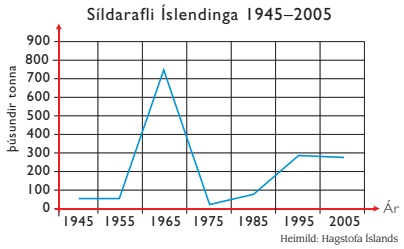
## Auðveldari verkefni

Kennari leggur áherslu á að sýna nemendum að hver punktur á línunni vísar bæði til x-ássins og y-ássins eftir strikum í línuritinu sem eru samsíða ásunum. Í verkefni 2.18a þýðir þetta að árið 1965 á x-ásnum, „fara“ nemendur beint upp, samsíða y-ásnum, eftir lóðrétta strikinu þar til komið er að ferlinum. Þaðan þurfa þeir að „fara“ lárétt beint til vinstri að y-ásnum til að lesa þar fjöldann.

Kennari þarf að meta hvort

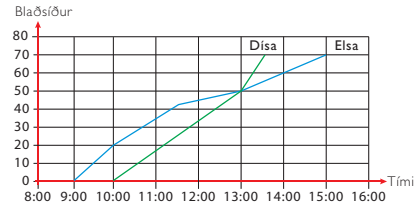
---

**2.18** Línuritið sýnir hve mikið veiddist af síld á Íslandi frá 1945 til 2005.




**a** Um það bil hve mörg tonn af síld voru veidd árið 1945?
**b** Hvaða ár var veitt minnst af síld? Um það bil hve mikill var aflinn þá?
**c** Um hve mikið jókst aflinn frá 1955 til 1965?
**d** En frá 1985 til 1995?
**e** Milli hvaða ára minnkaði aflinn mest? Hvað minnkaði aflinn þá mikið?

**2.19** Dag einn ætla Elsa og Dísa að lesa sömu bókina. Elsa byrjar lesturinn kl. 9:00 en Dísa kl. 10:00. Línuritið hér á eftir sýnir hve margar blaðsíður þær lásu þennan dag.




**a** Um það bil hve margar blaðsíður var Elsa búin með kl. 11:00?
**b** Hvenær var Dísa búin með 30 blaðsíður?
**c** Hvor þeirra Elsu og Dísu les hraðar?
**d** Hvað var klukkan þegar þær höfðu lesið jafn margar síður?

Páll byrjar að lesa bókina kl. 11:00. Hann les 20 blaðsíður á klukkustund.
**e** Um það bil hvenær verður hann kominn jafnt langt í bókinni og Elsa?

**2.20** Dag nokkurn notaði Marta hitamæli til að mæla hitastigið úti.

| Klukkan | Hitastig |
|---|---|
| 8:00 | 6 °C |
| 11:00 | 10 °C |
| 14:00 | 14 °C |
| 17:00 | 12 °C |
| 20:00 | 9 °C |

**a** Búðu til línurit sem sýnir niðurstöðurnar sem Marta fékk.
**b** Heldurðu að hitinn hafi einhvern tímann dagsins verið 0 °C? Rökstyddu svarið.
**c** Lýstu því hvernig hitinn breyttist þennan dag.

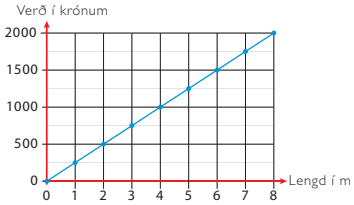
**2.21** Árið 1977 var 1200 kóngakröbbum sleppt í Barentshaf. Stofninn hefur vaxið gífurlega og breiðst út til vesturs til Finnmerkur. Taflan sýnir fjölda milljóna af kóngakröbbum í Noregi.

| Ár | Milljónir |
|---|---|
| 2001 | 2,9 |
| 2002 | 3,2 |
| 2003 | 3,0 |
| 2004 | 3,6 |
| 2005 | 3,9 |
| 2006 | 4,3 |

Kóngakrabbinn getur orðið 15 kg á þyngd og 1,80 m í þvermál.

**a** Gerðu línrit sem sýnir þróunina frá 2001 til 2006.
**b** Ef þróunin hélt áfram á sama hátt – hve margir kóngakrabbar heldur þú að
- hafi verið í Noregi árið 2007?
- hafi verið í Noregi árið 2010?

**2.22** Línuritið sýnir verð á rafmagnssnúru.




**a** Hvað kosta
- 4 m af snúrunni?
- 8 m af snúrunni?

**b** Hve marga metra af snúrunni fær maður fyrir
- 1500 kr.?
- 750 kr.?

**c** Hvað kostar 1 metri af þessari snúru?
**d** Hvað kosta 20 m af snúrunni?



nemendur, sem eiga erfitt með verkefnin á þessari opnu, eigi frekar að vinna verkefnablað 5.63 í verkefnahefti Stiku 1a. Þar eru einfaldari verkefni til að æfa aflestur úr töflum og línuritum.

### Búa til línurit

Ef verkefni 2.19 verður of snúið fyrir einhverja nemendur geta þeir fengið það verkefni að búa til eigið línurit. Þeir nota ljósritunarblað 2 *(Tómt línurit)* aftast í þessari bók. Á x-ásnum á að skrá tíma, hvert strik táknar 5 mín. Á y-ásnum á að skrá verð/krónur. Hvert strik getur táknar 250 kr.

Nemendur teikna tvo ferla sem sýna eftirfarandi:

Leigubíll 1: 1000 kr. í startgjald og 500 kr. fyrir hverjar 5 mínútur í akstri.

Leigubíll 2: 0 kr. í startgjald og 750 kr. fyrir hverjar 5 mínútur í keyrslu.

Spurningar sem svara skal út frá línuritinu:

- Hvor leigubíllinn er ódýrari ef ferðin tekur 10 mínútur?
- Hvor leigubíllinn er ódýrari ef ferðin tekur 30 mínútur?
- Hve lengi þarf að aka í leigubílunum til að þeir kosti jafn mikið?

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir með línuriti 2

Þetta verkefni er einnig á verkefnablaði 7.13 *(Þrautalausnir með tölfræði)*.

**a** Bíll A ekur á 70 km hraða á klukkustund. Nemendur búa til súlurit sem sýnir hve langt hann ekur í 0–5 klst. Merkja skal klukkustundir á x-ásinn og vegalengdir, sem bíllinn fer, á y-ásinn.
**b** Taflan sýnir hve langt bíll B hefur ekið eftir 1, 2, 3, 4 og 5 klst.

| Tími | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Vegalengd | 0 | 60 | 125 | 195 | 290 | 360 |

Nemendur teikna bíl B inn í sama línurit og þeir gerðu í a-lið.

**c** Hvenær ók bíll B hraðast? (Milli 3. og 4. klukkutíma.)
**d** Hvenær höfðu bíll A og B ekið jafn langt? (Eftir rúmlega $3\frac{1}{2}$ klst.)

## Raunverkefni

### Fjölgun íbúa

Nemendur velja sér land eða svæði og búa til töflu sem sýnir íbúafjölda á mismunandi tímum. Taflan hér fyrir neðan sýnir íbúafjölda á Íslandi. Nemendur búa til línurit fyrir hvort land sem sýnir fjölgun íbúanna:

| Ár | 1810 | 1840 | 1870 | 1900 | 1930 | 1960 | 1990 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ísland (í þús.) | 48 | 57 | 69 | 78 | 106 | 174 | 254 |
| USA (í millj.) | 7,2 | 17 | 40 | 76 | 123 | 179 | 249 |

Heimild: Hagstofa Íslands.

Nemendur nota upplýsingarnar og línuritið til að spá fyrir um þróunina eftir 1990 og hvernig hún verður áfram

**a** Hve margir íbúar haldið þið að verði á Íslandi og í Bandaríkjunum árin 2020 og 2050?
**b** Hversu nákvæmar haldið þið að ágiskanir ykkar séu?

### Hvað kostar að hringja með farsíma?

Nemendur búa til yfirlit yfir hvað kostar að tala í farsíma. Verkefnið getur falist í að finna á netinu verð frá mismunandi símafyrirtækjum. Síðan geta þeir gert töflu yfir kostnaðinn frá hverju fyrirtæki. Í töflunni komi fram verð fyrir 1, 2, 3, 5, 10 mín. o.s.frv. Síðan gera nemendur línurit sem sýnir verðið frá fyrirtækjunum.

### Þrautalausnir með línuriti 3

Notið verkefnablað 5.61 *(Lestin)* í verkefnahefti Stiku 1a; einnig ljósritunarblað 2 (*Tómt línurit*) aftast í þessari bók.

Í lest, sem fer frá stað úti á landi og til borgarinnar, bætast stöðugt við nýir farþegar. Nemendur búa til töflu út frá upplýsingum sem gefnar eru. Síðan geta þeir sýnt þær í línuriti. Á x-ásinn eru merktar fjöldi lestarstöðva og á y-ásinn fjöldi farþega. Hvert strik þarf að tákna 10 manns til viðbótar í hvert sinn.

Nemendur geta víkkað línuritið út þannig að það verði stærðfræðilegt líkan fyrir þróun í fjölda farþega við hverja lestarstöð á leiðinni til borgarinnar.

- *Hve margir farþegar verða í lestinni eftir 12 stöðvar? (199.)*

## Viðfangsefni

- Búa til að lesa úr skífuriti

## Búnaður

- Snið fyrir skífurit, sjá ljósritunarblað 3 (Tóm skífurit) aftast í þessari bók

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 44

Skífurit sýnir fyrst og fremst stærð mismunandi flokka í samanburði hver við annan og í hlutfalli við heildina. Það er hringlaga og hver flokkur er sýndur í einum geira (kökusneið). Stærð geirans er háð þeim hluta af heildinni sem viðkomandi flokkur nemur. Skífurit er því byggt upp á sama grunni og almenn brot. Kennari þarf því að ganga úr skugga um hvort styðjast megi í þessu tilviki við skilning nemenda á almennum brotum. Þetta kemur skýrt fram í verkefnum 2.23 og 2.26 þar sem skífunni er skipt í annars vegar fjóra og hins vegar sex geira.

- *Hvað er flatarmál Svíþjóðar um það bil stór hluti af samanlögðu flatarmáli allra landanna? (Tæplega helmingur.)*
- *Hvað er flatarmál Danmerkur um það bil stór hluti? (Við sjáum af tölunum að stærð Danmerkur er um það bil $\frac{1}{10}$ af stærð Svíþjóðar. Þá hlýtur Danmörk að vera tæplega $\frac{1}{20}$ af flatarmáli landanna fjögurra og Ísland um $\frac{1}{10}$ af flatarmálinu alls (981 000 km$^2$).*

### Nr. 2.23

Skífuritið skiptir peninganotkun Ingu í þrjá flokka: Mat og drykki, sem kosta um helming af vasapeningum, bíó og tónlist, sem kosta um fjórðung, og sparnaður sem í fer síðasti fjórðungurinn. Benda má nemendum á að skífuritið sýnir ekki hvaða upphæð hún notar til dæmis í mat og drykki, aðeins að í þennan flokk fer um helmingur af vasapeningum.

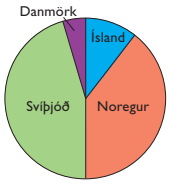
Þetta má reikna á fleiri vegu. Nemendur geta reiknað í huganum og láta nægja að skrifa svörin.

- *Í annað skipti fær Inga 3000 kr. Hve mikið mun hún þá spara? (750 kr.)*

**Skífurit**

**Skífurit** er hringur sem skipt er í geira (kökusneiðar), einn geira fyrir hvern flokk. Stærð geiranna ákvarðast af hve stórir flokkarnir eru af heildinni.

Flatarmál Íslands er um það bil 103 000 km$^2$.
Flatarmál Noregs er um það bil 385 000 km$^2$.
Flatarmál Svíþjóðar er um það bil 450 000 km$^2$.
Flatarmál Danmerkur er um það bil 43 000 km$^2$.

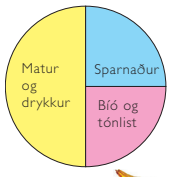


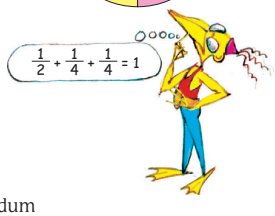

Skífurit hentar vel til að sýna hlutföllin milli ýmissa stærða. Hér getum við til dæmis séð

- að Danmörk er miklu minni en hin löndin þrjú sem nefnd eru
- að Svíþjóð og Danmörk eru samtals um það bil jafn stór og Ísland og Noregur samtals.

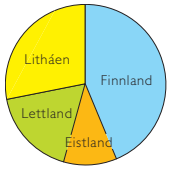
**2.23** Inga teiknaði skífurit yfir hvernig hún ætlar að nota vasapeningana sína.
Á skífuritinu má sjá að hún mun nota $\frac{1}{2}$ í mat og drykki, $\frac{1}{4}$ í bíó og tónlist og síðan ætlar hún að spara $\frac{1}{4}$.
Inga fær 1000 kr. á viku.

**a** Hve mikið ætlar hún að nota í mat og drykki?
**b** Hve mikið ætlar hún að spara?
**c** Hve miklu meira ætlar hún að nota í mat og drykki en í bíó og tónlist?




**2.24** Skífuritið sýnir íbúafjölda í fjórum löndum í hlutfalli hvert við annað.
Raðaðu löndunum eftir fjölda íbúa.






### Nr. 2.24

Nemendur raða löndunum eftir stærð geira. Skipting milli landa er um það bil þessi:
Finnland: $\frac{4}{10}$ (5 250 000 íbúar)
Litháen: $\frac{3}{10}$ (3 430 000 íbúar)
Lettland: $\frac{2}{10}$ (2 310 000 íbúar)
Eistland: $\frac{1}{10}$ (1 330 000 íbúar)

▶ Bls. 45

### Nr. 2.25

Nemendur nota skífuritið til að segja til um hvaða fullyrðingar eru sannar og hverjar ósannar.

### Nr. 2.26

Nemendur nota skífuritið til að finna hve margir hjóla í skólann. Í línuritinu eru aukalínur til að auðveldara sjáist að um er að ræða tvo sjöttu hluta. Nemendur þurfa því að nota þekkingu sína á almennum brotum til að finna lausnina.

- *Hvað er $\frac{1}{6}$ af nemendunum 30 margir nemendur? (Ef 30 er skipt í sex hópa verða 5 nemendur í hverjum hópi.)*
- *Hvað eru þá $\frac{2}{6}$ af nemendunum margir? (10 nemendur.)*

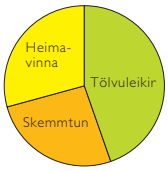
### Nr. 2.27

Nemendur búa til skífurit út frá töflunni. Þeir reyna sjálfir að finna aðferðina. Líklega er auðveldast að finna hve stór hluti hver flokkur er af heildinni. Þá hjóla $\frac{6}{24}$ af nemendunum o.s.frv. Síðan geta nemendur stytt brotið með því að deila í teljara og nefnara með 3 þannig að niðurstaðan verður sú að $\frac{2}{8}$ (eða $\frac{1}{4}$) af nemendunum hjóla, $\frac{5}{8}$ ganga og $\frac{1}{8}$ koma akandi. Þeir búa þá til skífurit sem skipt er í átta geira.

### Nr. 2.28

Nemendur búa til skífurit út frá töflunni.

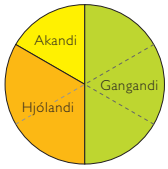
**2.25** Skífuritið sýnir í hvað börn á aldrinum 9–15 ára nota tölvuna.
Notaðu skífuritið til að segja til um hverjar fullyrðinganna hér á eftir eru sannar.

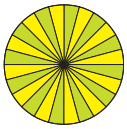


(Heimild: ssb.no)

- **a** Tölvuleikir eru minna en helmingurinn af tölvunotkuninni.
- **b** Tölvan er notuð meira til skemmtunar en í heimavinnuna.
- **c** Heimavinnan samsvarar meira en þriðjungi af tölvunotkuninni.
- **d** Tölvan er notuð rúmlega tvöfalt meira í tölvuleiki en í aðra skemmtun.

**2.26** Þetta skífurit sýnir hvernig börn í bekkjardeild nokkurri koma í skólann. Börnin eru 30 talsins. Hve mörg koma hjólandi í skólann?



**2.27** Í annarri bekkjardeild eru 24 börn. Taflan sýnir hvernig þau koma í skólann. Búðu til skífurit sem sýnir skiptinguna.

| | |
|---|---|
| Hjóla | 6 |
| Ganga | 15 |
| Aka | 3 |

**2.28** Tólf börn kanna hvaða gæludýr þau eiga. Upplýsingarnar setja þau í töflu.
Búðu til skífurit sem sýnir skiptinguna.

| | |
|---|---|
| Hundur | 3 |
| Köttur | 2 |
| Fiskar | 2 |
| Ekkert | 5 |

**2.29** Tryggvi býr til yfirlit yfir hvernig hann notar tímann á einum sólarhring. Hann sefur 8 klst., er í skólanum 6 klst., með vinunum 3 klst. lærir heima 2 klst. og er í tölvunni í 1 klst. Klukkustundirnar fjórar, sem eftir eru notast í „annað“, til alls kyns smávægilegra hluta.

- **a** Búðu til skífurit sem sýnir þessa skiptingu á sólarhringnum.
- **b** Hve stóran hluta af sólarhringnum notar Tryggvi til að sofa?
- **c** Hve stóran hluta af sólarhringnum notar Tryggvi til að læra heima?
- **d** Hve langan tíma er Tryggvi í skólanum á einni viku (5 dögum)?



### Nr. 2.29
Nemendur búa til skífurit út frá upplýsingunum og svara spurningunum. Nú kann að vera að einhverjir svari b- og c-lið áður en þeir vinna a-lið en það er auðvitað í besta lagi.

## Auðveldari verkefni
Verkefnin verða auðveldari ef nemendur sleppa því að teikna skífurit. Þeir geta því notað tómt skífuritið á ljósritunarblaði 3 *(Tóm skífurit)* aftast í þessari bók.

## Erfiðari verkefni
Gerð skífuritanna verður erfiðari með því að fjölga gögnunum þannig að fjöldinn passi ekki í tómt skífurit á ljósritunarblaði 3. Segið nemendum að hringurinn sé 360° og að þeir geti gert skífurit með því að finna út hve margar gráður hver flokkur er. Síðan teikna þeir skífuritið með því að nota gráðuboga. Þannig má breyta verkefnunum:

- Nr. 2.27: Til viðbótar við 24 börn koma 6 börn með strætó þannig að börnin verða alls 30. Svar: Þá mun hvert barn samsvara 360° : 30 = 12°.
- Verkefnið má gera enn erfiðara með því að segja að tvö börn komi með strætó þannig að börnin verði alls 26 talsins. Þá mun hvert barn taka yfir 360°: 26 = 13,5°.

### Nr. 2.28
Til viðbótar við börnin 12 eiga tvö börn hest og fjögur börn hamstur. Samtals eru börnin þá 18 talsins og samsvarar hvert barn þá 360° : 18 = 20°.

Einnig getur kennari sagt að eitt barn eigi hest og þrjú börn hamstur þannig að heildartalan verður 16 börn: 360° : 16 = 22,5°.

Nemendur munu sjá skífurit aftur í rúmfræðikaflanum. Þá eiga þeir að búa til skífurit út frá uppgefnum gráðufjölda fyrir hvern geira.

## Raunverkefni
### Töflureiknir og skífurit
Nemendur vinna verkefni 2.27–2.29 í töflureikni og búa til skífurit í töflureikni.

### Könnun meðal nemenda
Nemendur gera kannanir sem svipar til eins eða fleiri verkefna á þessari opnu. Skífurit hentar vel til að bera saman misstóra hópa. Nemendur geta því safnað saman upplýsingum frá mismunandi hópum og búið síðan til skífurit yfir hvern hóp.

Velji nemendur að kanna hvernig samnemendur koma í skólann geta þeir tekið fyrir nemendur í mismunandi bekkjum. Auðveldast er að búa skífuritin til ef nemendur fá í hendur tómt skífurit með jafn mörgum geirum og nemur fjölda barnanna. Á ljósritunarblaði 3 *(Tóm skífurit)* aftast í þessari bók eru tóm skífurit með ýmist 6, 12 eða 24 geirum. Einnig er hér mælt með að nemendur slái gögnin inn í töflureikni og búi til skífurit í honum. Þeir geta prófað ýmsar tegundir myndrita til að sýna sömu gögn. Kennari og nemendur ræða saman um hvaða framsetning gefur skýrasta mynd af gögnunum.

### Meiri þjálfun í að túlka skífurit
Á verkefnablöðum 7.14 og 7.15 *(Að túlka skífurit 1* og *2)* eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga að túlka og reikna út niðurstöður út frá skífuritum.

## Viðfangsefni

- Gildi sem sýna miðsækni í gögnum: tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal
- Að finna meðaltal með því að dreifa niðurstöðunum jafnt

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 46

### Samræðumynd

Þegar ákveðnu magni af gögnum hefur verið safnað vilja menn oft vita hvar „miðjan“ er. Á myndinni er lengd kasts með pappírsskutlu mæld hvað eftir annað. Mælingarnar sýna misjafnar niðurstöður. Hver er þá lengdin? *Með tíðasta gildi*, *miðgildi* og *meðaltali* er hægt að svara þessari spurning á þrjá vegu.

*Tíðasta gildið* er sú tala sem er algengust. Þetta er eina gildið sem hægt er að nota til að tilgreina miðsækni ef gögnin felast ekki í tölum. Ef nemendur eru til dæmis spurðir um eftirlætislit sinn getum við fundið tíðasta gildið en hvorki miðgildi né meðaltal.

*Meðaltal* er líklega mest notað af þessum þremur gildum. Meðaltal er hugsað þannig að öllum gögnum sé safnað saman og þeim dreift jafnt. Á myndinni má gera þetta með því að flytja 5 cm til eins og sýnt er á mynd neðst á blaðsíðunni. Einnig má hugsa þannig að allar mælitölur verði lagðar saman og síðan deilt í summuna með fimm.

*Miðgildi* er gildið í miðjunni þegar gögnum hefur verið raðað í stækkandi röð. Ef fjöldi talnanna er slétt tala er miðgildi mitt á milli þeirra tveggja talna sem eru næst miðju. Gott er að nota miðgildi ef eitt gildi (eða fá gildi) skera sig úr. Það hefði átt við í dæminu á myndinni ef sá sem kastaði 5,47 m hefði í staðinn kastað 6,47 m. Þá hefði meðaltalið hækkað upp í 5,64 en miðgildið hefði verið óbreytt, 5,43. Þegar mæling sker sig svona mikið úr getur verið um að ræða mælingarvillu, t.d. ef mælingarmaðurinn hefði ruglast á metrum. Það hefði verið mjög slæmt því það hefði eyðilagt niðurstöður ef meðaltalið hefði verið notað til að segja til um miðsækni gagnanna.

## Tíðasta gildi, miðgildi, meðaltal

**Miðsækni**
Gildi sem lýsa miðsækni segja til um hvar „miðjan“ er í safni gagna.

**Þessi gildi eru þrenns konar:**

**Tíðasta gildi**
Talan, sem kemur oftast fyrir, kallast tíðasta gildi.

**Miðgildi**
Þegar gögnunum er raðað í stækkandi röð er miðgildið sú tala sem er í miðjunni. Ef tvær tölur eru í miðjunni er miðgildi sú sem er mitt á milli þeirra tveggja.

**Meðaltal**
Meðaltalið er gildið sem fæst ef öllum tölunum í safni, er skipt jafnt.

Jens kastaði pappírsskutlu, mældi lengdina og fékk 5,47 metra. Hin börnin trúðu ekki að hann hefði mælt rétt þannig að þau mældu einnig vegalengdina og skráðu mælitölur sínar á töfluna. Það var nokkuð óljóst hve langt Jens kastaði. Nota má gögnin á þrjá ólíka vegu til að reikna út lengd kastsins.

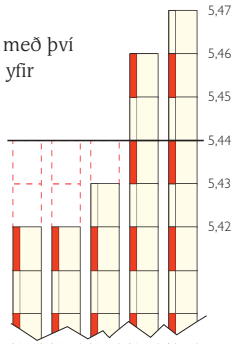
*Tíðasta gildið*
Tvö börn fengu 5,42 m út úr mælingunni sinni.
Tíðasta gildið er sú tala sem kemur oftast fyrir: 5,42 m.

*Miðgildi*
Mælitölunum er raðað í stækkandi röð:

5,42 – 5,42 – 5,43 – 5,46 – 5,47

Miðgildið er talan í miðjunni: 5,43 m.

*Meðaltal*
Við jöfnum út tölurnar fimm. Það má gera með því að flytja 5 cm frá tveimur stærstu tölunum yfir til hinna þriggja sem eru minni. Þá verða allar tölurnar jafnar: 5,44 m.




Í hvert sinn sem mælt er verða niðurstöðurnar dálítið ónákvæmar. Þess vegna vitum við aldrei með fullri vissu hvert hið rétta mál er. Oftast er meðaltal notað sem besta tillagan. Börnin urðu sammála um að Jens hefði kastað 5,44 m.



▶ Bls. 47

### Sýnidæmi

Þegar meðaltal er fundið jafngildir það því að skipta öllum gögnunum jafnt. Börnin þrjú í sýnidæminu eiga því að meðaltali 5 kirsuber þótt enginn þeirra hafi í upphafi átt fimm kirsuber. Til þess að nemendur skilji hvað átt er við með meðaltali fela öll verkefnin á blaðsíðunni í sér að skipta jafnt. Slíkur skilningur er mikilvægari en að staglast á hvernig reikna skal meðaltal, t.d.: Leggja saman allar tölurnar og deila síðan í summuna með fjölda talnanna.“ Í sýnidæminu og í öllum dæmunum á þesssari blaðsíðu er áhersla lögð á að skipta jafnt. Þetta má sýna með því að flytja kubba til eins og í sýnidæminu eða með því að búa til jafn háar súlur í súluriti eins og neðst á bls. 46.

### Nr. 2.30

Nemendur ákveða sjálfir hvernig þeir leysa verkefnin á þessari blaðsíðu. Hér á að skipta flöskunum jafnt milli stelpnanna fjögurra. Það má annaðhvort gera með því að deila í summuna með 4 eða að Emma gefi Fífu tvær flöskur og Gerði þrjár.

### Nr. 2.31

Nemendur skipta úrkomunni jafnt á fjóra daga. Það má gera með því að flytja 1 mm frá mánudegi til þriðjudags og 2 mm frá fimmtudegi til miðvikudags; einnig má leggja saman allar mælitölurnar fjórar og deila síðan með 4.

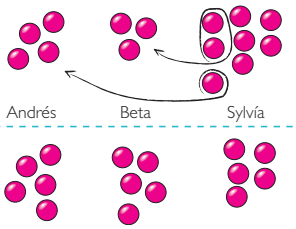
### Nr. 2.32

Nemendur skipta biðtímanum jafnt á dagana fimm.

- *Hvert er meðaltalið, tíðasta gildið og miðgildið? (Í öllum tilvikum er svarið 4.)*

**Sýnidæmi**

Andrés á 4 kirsuber, Beta á 3 kirsuber og Sylvía á 8 kirsuber.
Hve mörg kirsuber á hvert þeirra ef þau skipta berjunum jafnt á milli sín?




4 + 3 + 8 = 15
15 : 3 = 5
Hvert þeirra fær 5 kirsuber.

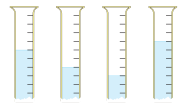


**2.30** Fjórar stelpur safna tómum flöskum. Emma finnur 15 flöskur, Fífa 8, Gerður 7 og Hanna 10.

**a** Hve margar flöskur finna stelpurnar alls?

**b** Þær skipta flöskunum jafnt á milli sín. Hve margar flöskur fær hver stelpa?

**2.31** Hér sérðu niðurstöður á mælingum á úrkomu í fjóra daga.
Hve mikil hefði úrkoman orðið hvern dag ef hún hefði verið jöfn alla fjóra dagana?




**2.32** Marteinn fer með strætó í skólann á hverjum degi. Eina vikuna mældi hann hve margar mínútur hann þyrfti að bíða eftir strætó á hverjum morgni.
Hér sérðu niðurstöðurnar:

| Mánudagur | Þriðjudagur | Miðvikudagur | Fimmtudagur | Föstudagur |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 4 | 3 | 4 | 2 |

Skiptu biðtímanum jafnt á þessa fimm daga.
Hve lengi hefði hann þá beðið hvern dag?

**2.33** Þóra hjálpar afa stundum og fær borgun fyrir.
Hér sérðu hve mikið hún fékk á fimm vikum:

| Vika 1 | Vika 2 | Vika 3 | Vika 4 | Vika 5 |
|---|---|---|---|---|
| 1000 | 800 | 1500 | 500 | 700 |

Skiptu peningunum jafnt á vikurnar fimm.
Hve mikla peninga hefði Þóra þá fengið í hverri viku?

47

## Nr. 2.33

Nemendur skipta peningunum jafnt á vikurnar fimm og finna hvað Þóra fær að meðaltali á viku.

- *Hvað fékk Þóra að meðaltali á viku? (900 kr.)*
- *Hvað segir það okkur? (Að hún fengi 900 kr. á viku ef hún fengi alltaf sömu upphæðina.)*

## Auðveldari verkefni

Nemendur framkvæma skiptinguna með áþreifanlegum hjálpartækjum. Í verkefni 2.30 geta þeir þá notað 15 kubba. Fyrst skipta þeir kubbunum eins og verkefnið segir til um og síðan jafnt milli stelpnanna fjögurra. Í verkefni 2.31 má ganga út frá því að það rigni 10 mm hvern dag alla dagana og síðan taka nemendur fram áþreifanleg hjálpargögn til að tákna afganginn (þ.e. 6, 4, 3 og 7 kubba). Í verkefni 2.33 getur hver kubbur táknað 100 kr. Skiptinguna – eða deilinguna – má einnig gera með því að búa til súlur með legókubbum eða öðrum einfestukubbum. Í verkefni 2.30 búa nemendur þá til súlur sem eru 15, 8, 7 og 10 kubbar á hæð. Síðan flytja nemendur kubbana til þar til súlurnar fjórar eru jafn háar.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Tæma pennaveskin

Nemendur tæma pennaveskin sín og telja hve marga blýanta, penna eða tússpenna þeir eiga. Kennari skráir niðurstöðurnar á töfluna – svo og orðið *meðaltal*. Nemendur finna nú meðaltal allra blýanta, penna og tússpenna. Síðan skrifar kennari orðið *tíðasta gildi* og nemendur finna þann fjölda blýanta, penna og tússpenna sem oftast kemur fyrir.

### Hvort viltu tíðasta gildi, miðgildi eða meðaltal? (spil)

Búnaður: Spilastokkur, vasareiknir, spjöld sem sýna tíðasta gildi, miðgildi eða meðaltal, stigatafla (verkefnablað 7.16 og 7.17 *(SPIL Tíðasta gildi, miðgildi, meðaltal* og *Stigatafla fyrir spilið tíðasta gildi, miðgildi, meðaltal)*.

Spilið er fyrir 2–4. Hver leikmaður fær í hendur fimm spil og raðar þeim í stækkandi röð. Ásinn getur táknað 14. Leikmaður hefur nú þrjá möguleika til að fá stig. Hann getur valið að nota eitt af spjöldunum:

*Miðgildi:* Leikmaður finnur miðgildi spilanna fimm og það samsvarar stigafjöldanum sem hann fær í þeirri umferð.

*Tíðasta gildi:* Ef leikmaður hefur fengið tvö spil með sömu tölu getur hann valið tíðasta gildið. Hann má þá margfalda tíðasta gildið með 2. Fái hann þrjú spil með sömu tölu má hann margfalda þá tölu með 3.

*Meðaltal:* Leikmaðurinn leggur saman öll fimm spilin, námundar summuna að næstu tölu sem er deilanleg með 5 og deilir í summuna með 5. Dæmi: Leikmaður fær spilin 3, 5, 7, 10 og 12. Summan er 37. Hún er námunduð að 35 og deilt í hana með 5. Leikmaður fær þá 7 stig.

Þegar búið er að gefa spilin og leikmenn hafa ákveðið hvort þeir vilja nota miðgildi, tíðasta gildi eða meðaltal geta þeir skilað þremur spilum og fengið ný í staðinn.

Dæmi:
Kata fær spilin 3, 5, 5, 10 og 13.

Hún velur spjaldið *Miðgildi* og hún fengi því 5 stig með þessum spilum. En hún velur að skipta út þremur spilum, nefnilega 3, 5 og 5. Nýju spilin eru 3, 7 og 12. Þá er hún með 3, 7, 10, 12 og 13. Hér er miðgildið 12. Hún fær því 12 stig í þessari umferð.

Pétur fær spilin 3, 6, 8, 8 og 13. Hann velur spjaldið *Tíðasta gildi* og skiptir út öllum spilunum nema áttunum. Eftir skiptin hefur hann tölurnar 2, 8, 8, 8, 10 og 14. Hann fær því í þessari umferð 3 • 8 = 24 stig.

Afbrigði af spilinu:
Nemendur geta einungis valið milli tíðasta gildis og miðgildis sem veita svokölluð grunnstig. Síðan má láta meðaltal gefa bónusstig í hverri umferð sem bætast þá við grunnstigin.

## Viðfangsefni

- Að finna gildin sem segja til um miðsækni, þ.e. meðaltal, tíðasta gildi og miðgildi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 48

**Nr. 2.34**

Nemendur finna markafjöldann sem Marta skoraði í síðustu tíu leikjum. Síðan finna þeir meðaltalið með því að skipta mörkunum jafnt á leikina tíu.

- *Hve mörg mörk skoraði Marta samtals í þessum tíu leikjum? (48.)*
- *Hve mörg mörk eru það að meðaltali í hverjum leik? (4,8.)*
- *Hvert er tíðasta gildið? (6.)*
- *Og hvert er miðgildið? (5.)*
- *Hvert þessara gilda, tíðasta gildið, miðgildið eða meðaltalið, finnst ykkur að lýsi best hve mörg mörk hún skoraði í tíu síðustu leikjum? (Meðaltalið, vegna þess að hún skoraði minna en fimm mörk (miðgildið) í fjórum leikjum.)*

**Nr. 2.35**

Nemendur finna þyngdina alls á bakpokunum og þar næst meðaltalsþyngd.

**Nr. 2.36**

Nemendur finna meðalúrkomu:

- *Hver er úrkoman að meðaltali? (5 mm á dag.)*
- *Hvert er miðgildið? (Einnig 5.)*
- *Hvert er tíðasta gildið? (0.)*
- *Hvert af þessum þremur gildið, tíðasta gildi, miðgildi eða meðaltal, lýsir best hve mikið rigndi þessa vikuna? (Meðaltalið og miðgildið því tíðasta gildið er alveg ónothæft í þessu sambandi!)*

**Nr. 2.37**

Nemendur byrja á því að finna samanlagðan fjölda blaðsíðna sem Linda las þessa viku. Meðaltalið finna þeir með því að deila í þá tölu með 7, sem er dagafjöldinn.

▶ Bls. 49

**Nr. 2.38**

Nemendur finna tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal talnanna í hverju verkefni.

### Sýnidæmi

Marta kannar hve marga auglýsingabæklinga fjölskylda hennar fær á hverjum degi í eina viku. Hér sérðu niðurstöðurnar.

| Mánud. | Þriðjud. | Miðvikud. | Fimmtud. | Föstud. | Laugard. |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 8 | 6 | 3 | 2 | 7 |

a Hve marga bæklinga fengu þau samtals?

b Hve marga bæklinga fengu þau að meðaltali á dag?

**a** 4 + 8 + 6 + 3 + 2 + 7 = 30 — Þau fengu 30 bæklinga samtals.

**b** 30 : 6 = 5 — Þau fengu að meðaltali 5 bæklinga á dag.

**Reiknaðu meðaltalið**

Við finnum meðaltal með því að leggja saman allar tölurnar og deila síðan með fjölda talnanna.

**2.34** María æfir handbolta. Hér sérðu hve mörg mörk hún skoraði í síðustu tíu leikjum:

6, 3, 8, 5, 4, 5, 6, 2, 3, 6

**a** Hve mörg mörk skoraði María samtals í þessum tíu leikjum?

**b** Hve mörg mörk skoraði María að meðaltali í hverjum leik?

**2.35** Sex manns fara í fjallaferð. Áður en þau halda af stað vigta þau bakpokana sína. Þeir vega 14 kg, 11 kg, 12 kg, 9 kg, 13 kg og 13 kg.

**a** Hve mikið vega allir bakpokarnir samtals?

**b** Ef fólkið hefði skipt þyngdinni jafnt á bakpokana sex – hvað hefði hver bakpoki þá verið þungur?

**2.36** Úrkoma er mæld í mm. Hún var eina vikuna eins og sést hér á eftir:

7, 3, 0, 0, 5, 11, 9

Hvað rigndi mikið að meðaltali á dag?

**2.37** Linda skráði niður hve margar blaðsíður hún las eina vikuna. Niðurstöðurnar sérðu í töflunni hér á eftir.

| Mánud. | Þriðjud. | Miðvikud. | Fimmtud. | Föstud. | Laugard. | Sunnud. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 12 | 28 | 19 | 12 | 0 | 20 |

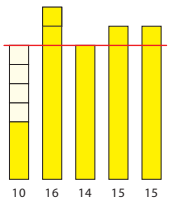
**a** Hve margar blaðsíður las hún samtals þessa viku?

Skiptu síðufjöldanum jafnt á alla sjö dagana.

**b** Hve margar blaðsíður hefði Linda þá lesið á dag?



Nemendur geta vel notað hina venjulegu aðferð til að reikna meðaltal, þ.e. „leggja saman tölurnar og deila með fjölda þeirra“. En mikilvægt er að þeir skilji hvers vegna það er gert, hvað gerist í raun og veru. Þess vegna getur verið gagnlegt að breyta framsetningu einhverra þessara verkefna í þá veru að „skipta jafnt“. Einnig getur verið heppilegt að sýna að skiptingin er raunveruleg, t.d. með kubbum eða súlum. Í dæmi 2.38a verður verkefnið þá svona:




Tveir kubbar eru fluttir frá súlunni 16 til 10 og jafnframt einn kubbur frá hvorri súlu með 15. Þar með eru 14 í öllum súlunum.

**Nr. 2.39**

Nemendur finna meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi lengdar á blýöntunum átta sem strákarnir eiga.

Þar næst finna þeir sömu gildi fyrir blýanta stelpnanna og ákveða síðan hvor hópurinn, strákarnir eða stelpurnar, eigi lengri blýanta.

Þetta verkefni sýnir það skemmtilega við gildin þrjú sem hér er fjallað um. Hægt er að bera saman tvo hópa þótt fjöldinn í hópunum sé misjafn. Hér er vakin athygli á að ekki er hægt að nota summu af lengd blýantanna til samanburðar. Það yrði óréttlátt vegna þess að blýantar strákanna eru tvöfalt fleiri en stelpnanna.

- *Hvert er tíðasta gildið í þessum tveimur hópum? (Hjá strákunum er*

**2.38** Finndu tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal þessara talna.

**a** 10, 16, 14, 15, 15

**b** 7, 4, 9, 13, 6, 9, 8

**c** 4, 1, 1, 1, 1, 2, 8, 1, 2, 1, 2, 5, 2, 5, 9

**2.39** Átta strákar mældu lengd blýantanna sem þeir skrifuðu með. Niðurstöðurnar voru þessar (í cm):

14, 11, 7, 9, 15, 9, 12, 11

**a** Hver er lengd þessara átta blýanta að meðaltali?

**b** Hvert er miðgildið?

**c** Hvert er tíðasta gildið?

Fjórar stelpur mældu einnig lengdina á sínum blýöntum. Þær fengu þessar niðurstöður (í cm):

10, 13, 13, 12

**d** Hvor hópurinn telur þú að sé með lengri blýanta, strákarnir eða stelpurnar?

**2.40** Tíu börn voru spurð hversu góður þeim fyndist kiwi-ávöxturinn og hversu góðir bananar væru að þeirra mati. Hvert barn gaf ávöxtunum stig frá 1 til 4 eftir þessum kvarða:

| Vondur | Sæmilegur | Góður | Frábær |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Hér sérðu mat barnanna:

| | Þóra | Fúsi | Elías | Sara | Sölvi | Jónas | Anja | Júlía | Soffía | Egill |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Kiwi | 2 | 3 | 1 | 1 | 4 | 4 | 1 | 2 | 1 | 4 |
| Banani | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4 | 3 | 1 | 2 | 3 |

**a** Finndu tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal stiganna sem kiwi fékk.

**b** Finndu tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal stiganna sem banani fékk.

**c** Hvor ávöxturinn fannst börnunum vera betri?

**2.41** Finndu miðgildi og meðaltal þessara talna.

**a** 114, 126, 120, 232

**b** 13 000, 11 000, 9000, 21 000, 14 000, 13 000, 24 000

**c** 451, 388, 414, 442, 430



*ekkert tíðasta gildi þar sem tölurnar 9 og 11 koma báðar tvívegis fyrir. Hjá stelpunum er það 13.)*

- *Hvert er miðgildi þessara tveggja hópa? (11 og 12,5.)*
- *Hvert er meðaltal þessara tveggja hópa? (11 og 12.)*

### Nr. 2.40

Nemendur finna tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal einkunnanna sem ávextirnir tveir fengu. Jafnframt tilgreina nemendur hvor ávöxturinn er vinsælli.

### Nr. 2.41

Nemendur finna miðgildi og meðaltal talnanna í hverju verkefni.

## Auðveldari verkefni

Kennari leggur áherslu á að meðaltalið er fundið með því að finna fyrst summuna og skipta henni síðan jafnt.

Gott er að nota áþreifanleg hjálpargögn. Til dæmis má gera dæmi 2.34 áþreifanlegt með því að nota kubba í sama fjölda og Marta skorar í hverjum leik. Síðan telja nemendur heildarfjöldann og raða kubbunum síðan í 10 hópa sem samsvarar því að skipta mörkunum jafnt á leikina tíu.

Eftir því sem frá líður er betra að nemendur geri þetta með teikningum, t. d. með því að teikna súlur, t.d. í verkefni 2.31 og eins og sýnt er í umfjöllun um verkefni 2.38 hér á undan. Um þetta er fjallað frekar á bls. 50.

## Erfiðari verkefni

Í verkefni 2.41 má biðja nemendur að bæta við einni tölu þannig að meðaltalið verði 10 hærra. Í a-lið er summa talnanna fjögurra 592 og meðaltalið því 592 : 4 = 148. Ef meðaltal fimm talna á að vera 10 meira, þ.e. 158, hlýtur summa talnanna því að vera 5 • 158 = 790. Úr því að summa fjögurra fyrstu talnanna var 592 hlýtur talan, sem leggja á við, að vera 790 – 592 = 198. Þessa reikningsaðferð má einnig nota í b- og c-lið. Hins vegar þurfa nemendurnir sjálfir að reyna að finna aðferðina og lausnina!

**Hugmyndir og athugasemdir**

.....

.....

.....

.....

.....

## Raunverkefni

### Hæð nemenda

Búnaður: Málband.

Nemendur mynda 5–8 manna hópa. Þeir mæla hæð hver annars, svo og armlengd (mælt frá handarkrika til fingurbrodds) og lengd fótleggja (frá mjöðm niður á gólf). Þeir skrá niðurstöðurnar í töflu:

| Nafn | Hæð | Lengd handleggja | Lengd fótleggja |
|---|---|---|---|
| Ásta | | | |
| Björn | | | |

Nemendur leggja saman málin í hverjum flokki. Ef til vill nota þeir vasareikni til þess arna. Síðan finna þeir meðaltalið.

### Þrautalausnir um meðaltal

Krían fer frá norðlægum slóðum um vetur og flýgur lengstu vegalengd allra fugla. Hún flýgur frá heimskautalöndunum í norðri til Suðurskautslandsins og aftur til baka ár hvert. Hvor leið er 18 000 km. Segjum að krían fljúgi að meðaltali á 40 km hraða á klukkustund 12 klukkustundir á hverjum degi. Hve langan tíma þarf hún til að komast til Suðurskautslandsins?

Á verkefnablöðum 7.18–7.19 *(Þrautalausnir – meðaltal 1–2)* er þessar þrautalausnir að finna ásamt fleiri þrautum sem varða gildin þrjú sem segja til um miðsækni gagna.

## Viðfangsefni

- Að reikna meðaltal og lesa það af súluriti

▶ Bls. 50

**Sýnidæmi**

Til að skilja meðaltal betur getur verið gott að sýna gögnin í súluriti og teikna síðan meðaltalið sem lárétt strik. Þetta var einnig gert á bls. 46 í nemendabók þegar meðaltalið var kynnt til sögunnar. Gott er því að skoða þá framsetningu aftur.

- *Hve margar súlur eru hærri en meðaltalið? (4.)*
- *Hve mikið yfir meðaltalið eru þessar fjórar súlur samtals? (3 + 1 + 3 + 4 = 11.)*
- *Svo eru fjórar súlur undir meðaltalinu. Hvað eru þær samtals mikið undir meðaltalinu? (3 + 2 + 5 + 1 = 11.)*
- *Er það þá alltaf þannig að það er jafn mikið yfir og undir meðaltalinu? (Já, vegna þess að meðaltalið er fundið með því að skipta jafnt milli allra súlnanna. Og þær verða áfram jafnar ef við tökum 11 cm, sem eru yfir meðaltallinu og setjum þá í stað þeirra 11 cm sem vantar til að ná meðaltalinu.*

**Nr. 2.42**

Nemendur finna hve mikla mjólk Sirrý drakk á dag að meðaltali. Þeir búa til súlurit sem sýnir mjólkurmagnið á dag og teikna að lokum meðaltalið í súluritið sem lárétt strik sem sker y-ásinn á réttum stað.

**Nr. 2.43**

Nemendur finna meðaltalið í súluritinu með því að gera súlurnar jafn háar.

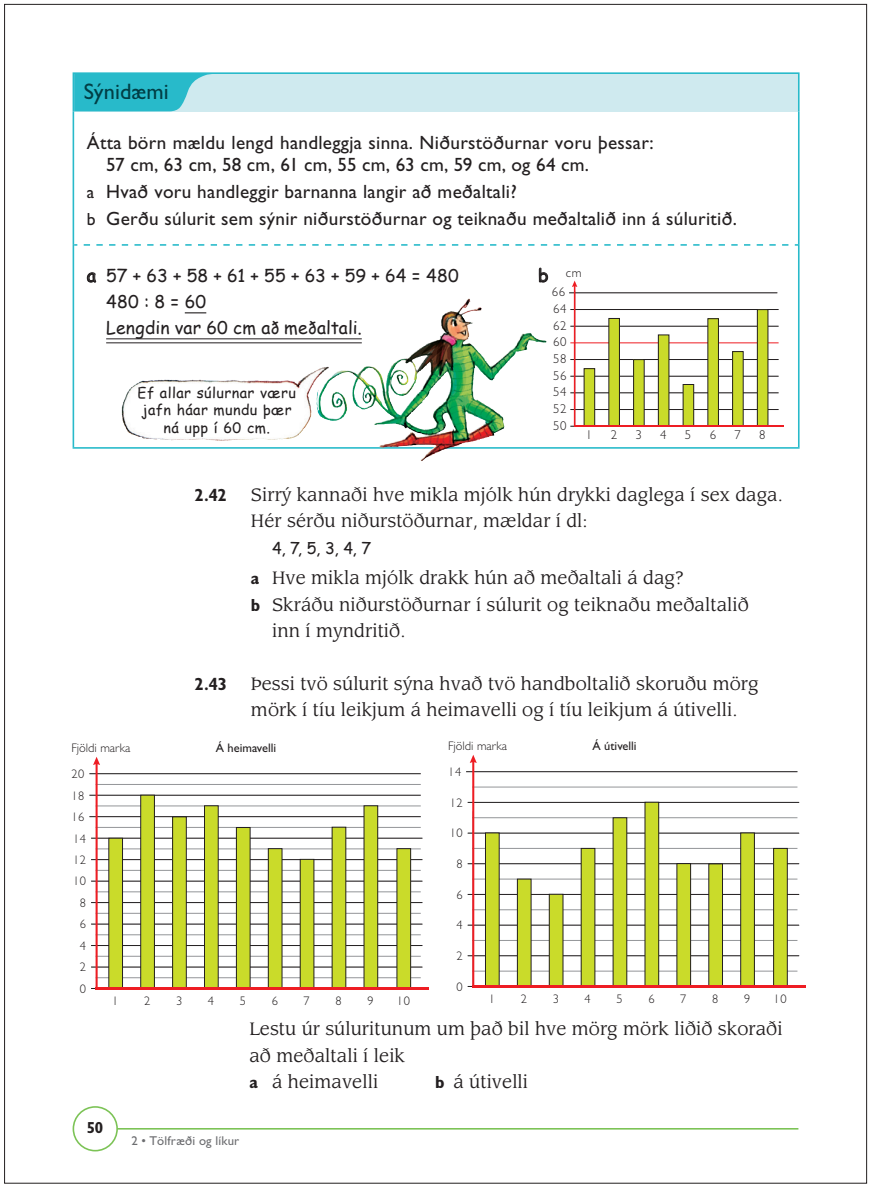
▶ Bls. 51

**Nr. 2.44**

Nemendur finna hve mikla vasapeninga Ísak notaði að meðaltali á dag í eina viku í fríinu.

**Nr. 2.45**

Þetta verkefni er gagnstætt þeim sem nemendur hafa leyst fram að þessu. Hér er áætlað meðaltal gefið upp og nemendur þurfa að margfalda það með 7 til að finna hve mikla vasapeninga Guðrún fer með í ferðina.



Sýnidæmi

Átta börn mældu lengd handleggja sinna. Niðurstöðurnar voru þessar:
57 cm, 63 cm, 58 cm, 61 cm, 55 cm, 63 cm, 59 cm, og 64 cm.

a Hvað voru handleggir barnanna langir að meðaltali?

b Gerðu súlurit sem sýnir niðurstöðurnar og teiknaðu meðaltalið inn á súluritið.

a 57 + 63 + 58 + 61 + 55 + 63 + 59 + 64 = 480
480 : 8 = 60
Lengdin var 60 cm að meðaltali.

Ef allar súlurnar væru jafn háar mundu þær ná upp í 60 cm.

b cm

66 64 62 60 58 56 54 52 50

1 2 3 4 5 6 7 8

**2.42** Sirrý kannaði hve mikla mjólk hún drykki daglega í sex daga. Hér sérðu niðurstöðurnar, mældar í dl:

4, 7, 5, 3, 4, 7

a Hve mikla mjólk drakk hún að meðaltali á dag?

b Skráðu niðurstöðurnar í súlurit og teiknaðu meðaltalið inn í myndritið.

**2.43** Þessi tvö súlurit sýna hvað tvö handboltalið skoruðu mörg mörk í tíu leikjum á heimavelli og í tíu leikjum á útivelli.

Fjöldi marka — Á heimavelli

20 18 16 14 12 10 8 6 4 2 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Fjöldi marka — Á útivelli

14 12 10 8 6 4 2 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Lestu úr súluritunum um það bil hve mörg mörk liðið skoraði að meðaltali í leik

a á heimavelli b á útivelli

50

2 • Tölfræði og líkur

**Nr. 2.46**

Eins og í verkefninu hér á undan þurfa nemendur að fara aðra leið í reikningnum en þeir hafa gert til þessa. Í a-lið þurfa þeir að margfalda meðaltal áfanganna með fjölda daganna (4 • 35). Í b-lið þurfa nemendur að margfalda meðalhraðann með kílómetrafjöldanum (6 • 12).

**Nr. 2.47**

Nemendur finna miðgildið og meðaltal talnanna fimm. Í b-lið eiga þeir að bæta 18 við fyrri tölur og finna síðan miðgildi og meðaltal talnanna sex. Í c-lið bæta nemendur 30 við og finna síðan miðgildi og meðaltal. Í d-lið bæta þeir 60 við og reikna sem fyrr miðgildi og meðaltal.

- *Hvernig breytast miðgildi og meðaltal þegar lögð er við ný tala sem er svolítið stærri en þær sem fyrir voru. (Bæði gildi verða svolítið stærri.)*
- *Hvernig breytast miðgildi og meðaltal ef við bætum við tölu sem er miklu stærri? (Miðgildið verður aðeins stærra en meðaltalið miklu stærra.)*

**Nr. 2.48–2.49**

Nemendur finna fjórðu töluna þegar þrjár tölur og miðgildið eða meðaltalið er gefið. Varðandi miðgildið (í verkefni 2.48) getur verið um að ræða margar lausnir en nægilegt er að nemendur finni eina lausn. En sameiginleg regla gildir fyrir lausnirnar þótt mismunandi séu: Summa talnanna tveggja í miðjunni verður að vera 32 (sem deilt með 2 verður 16).

**Nr. 2.50**

Nemendur finna fjórar tölur sem uppfylla skilyrðin sem sett eru. Hér á það einnig við að um margar lausnir

**2.44** Taflan sýnir hvað Ísak notaði margar krónur hvern dag í fríinu á fimm dögum:

| Mánud. | Þriðjud. | Miðvikud. | Fimmtud. | Föstud. |
|---|---|---|---|---|
| 1500 kr. | 600 kr. | 1400 kr. | 1600 kr. | 900 kr. |

Hve mikið notaði hann að meðaltali á dag?

**2.45** Guðrún ætlar í 7 daga ferð. Hún reiknar með að nota 800 kr. á dag í vasapeninga.
Hve mikla vasapeninga þarf hún að hafa með sér?

**2.46** Jónas og Einar ætla í fjallaferð í fjóra daga.
Þeir reikna með að ganga 35 km að meðaltali á dag.
**a** Hve langt reikna þeir með að ganga alls á þessum fjórum dögum?

Einn daginn taka Jónas og Einar sér hvíld þegar þeir eiga eftir að ganga 6 km. Þeir eru um það bil 12 mínútur að ganga 1 km.
**b** Hve langan tíma eru þeir að ganga síðustu kílómetrana á þessum hraða?

**2.47** **a** Finndu miðgildi og meðaltal eftirfarandi fimm talna:
27, 23, 27, 23, 20

Nú er bætt við einni tölu þannig að tölurnar verða sex.
Finndu miðgildi og meðaltal talnanna sex ef talan, sem bætt er við, er
**b** 18 **c** 30 **d** 60

**2.48** Fjórar tölur hafa miðgildið 16.
Hver getur fjórða talan verið þegar þrjár fyrstu tölurnar eru
**a** 13, 15 og 20? **b** 9, 16 og 29? **c** 10, 20 og 35?

**2.49** Fjórar tölur hafa meðaltalið 6.
Hver hlýtur fjórða talan að vera þegar þrjár fyrri tölurnar eru
**a** 4, 5 og 12? **b** 1, 5 og 6? **c** 7, 8 og 9?

**2.50** Finndu fjórar mismunandi tölur þar sem bæði miðgildið og meðaltalið eru 8.



er að ræða. En tvær reglur gilda fyrir lausnirnar:
- Summa talnanna fjögurra verður að vera 32 (sem deilt með 4 verður 8 að meðaltali).
- Summa talnanna tveggja í miðjunni verður að vera 16 (sem deilt með 2 verður 8.)

## Auðveldari verkefni

Mikilvægt er að nemendur skilji að þegar meðaltal er fundið felur það í sér að skipta summunni jafnt en ekki að þeir læri reglu um hvernig meðaltal er fundið utan að eins og páfagaukar. Eins og áður segir skiptir miklu að nemendur reyni smám saman að leysa verkefnin án þess að styðjast við reglu. Síðustu þrjú verkefnin á bls. 51 eru tiltölulega erfið en með smávægilegum ábendingum frá kennara geta fleiri nemendur ráðið við þau.

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir

Á verkefnablöðum 7.18–7.19 *(Þrautalausnir – meðaltal 1–2)* eru þrautir þar sem tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal koma við sögu.

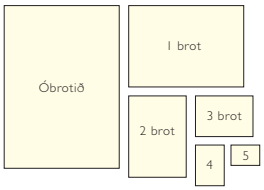
## Raunverkefni

### Hve langt geturðu kastað A4-blaði

Búnaður: Sex A4-blöð handa hverjum hópi, límband og málband.

Nemendur vinna saman í 2–4 manna hópum. Blöðin eiga þeir að nota þannig:

Eitt blaðið á að vera óbrotið, annað skal brjóta einu sinni, hið þriðja skal brjóta tvisvar, það fjórða þrisvar, það fimmta fjórum sinnum og hið sjötta fimm sinnum. Gott er að nota límband til að halda blöðunum saman. Skrifa skal á hvert blað hve oft var brotið.




Nemendur fara út á gang, inn í leikfimissalinn eða út úr skólabyggingunni. Strik er dregið sem sýnir hvar á að standa. Nemendur kasta hverju blaði þrisvar eins langt og þeir geta, einnig óbrotna blaðinu. Ekki skiptir máli þótt blöðin rekist í þak eða vegg áður en þau koma niður. Nemendur mæla nú vegalengdirnar og námunda að næsta heila sentimetra. Þeir skrá niðurstöður í töflu, sjá verkefnablað 7.20 *(Að kasta A4-blaði)*.

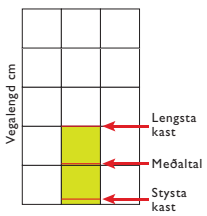
Kennari gerir svipaða töflu á skólatöfluna og skrifar niðurstöður allrar bekkjardeildarinnar:

| Kast | Óbrotið | 1 brot | 2 brot | 3 brot | 4 brot | 5 brot |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

Kennari og nemendur ræða um hvaða blað fór lengst og hvaða blað styst. Gengið er út frá niðurstöðum nemenda og þeir finna stysta kast, lengsta kast, tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal fyrir hin mismunandi blöð. Þessar niðurstöður má einnig setja í töflu:

| Niðurstöður allrar bekkjardeildarinnar | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Óbrotið | 1 brot | 2 brot | 3 brot | 4 brot | 5 brot |
| Stysta kast | | | | | | |
| Lengsta kast | | | | | | |
| Tíðasta gildi | | | | | | |
| Miðgildi | | | | | | |
| Meðaltal | | | | | | |

Nemendur nota niðurstöður allrar bekkjardeildarinnar til að búa t.d. til súlurit sem sýnir hve langt hinum mismunandi blöðum var kastað. Í súluritinu þurfa að vera sex súlur, ein fyrir hvert blað, og hæð hverrar súlu nemur lengsta kastinu. Einnig má merkja á súlurnar miðgildið, stysta kastið og meðaltalið.



## Viðfangsefni

- Líkur í daglegu lífi, þ.e.a.s. að meta möguleikann við ýmsar kringumstæður á hvort engar líkur eða alveg öruggt sé að tiltekinn atburður verði og hvort hann gerist í meira eða minna en helmingi tilvika.
- Að skrá líkur sem tölu milli 0 og 1, þ.e. sem almennt brot af hugsanlegum útkomum.
- Að segja til um fræðilegar líkur; hægt er í ýmsum tilvikum að reikna út líkur út frá mögulegum útkomum án þess að gera tilraunir.

## Búnaður

- Bréfaklemmur

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 52

Kennari og nemendur ræða saman um hversu líkleg hin ýmsu atvik eru. Gott er að nota hversdagslegt orðfæri þar sem líkur eru flokkaðar í nokkuð ónákvæm hugtök:

- *engar líkur, ólíklegt, örugglega ekki*
- *litlar líkur, fremur ólíklegt, litlir möguleikar, varla*
- *50–50, nokkrar líkur, trúlega, ef til vill/kannski*
- *fremur líklegt, miklar líkur, miklir möguleikar*
- *alveg öruggt, örugglega*

Kennari tengir einnig líkur við almenn brot milli 0 og 1. Gott er að styðjast við talnalínuna efst á blaðsíðunni í nemendabók.

### Nr. 2.51–2.52

Nemendur eiga að skrá með almennum brotum hve miklar líkur eru á atburðirnir verði.

### Nr. 2.53

Nemendur segja til um hve stór hluti af lukkuhjólinu hver geiri er. Sá hluti segir til um líkur á að bréfaklemman hafni á því svæði.

Nemendur snúa bréfaklemmu fyrst 10 sinnum, síðan 50 sinnum, og halda skrá yfir á hvaða lit hún stansar í hvert sinn. Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir. Annar snýr bréfaklemmunni og telur tilraunirnar en hinn dregur talningarstrik.

Sennilegt er að fjöldi skipta, sem bréfaklemman lendir á ákveðnu svæði þegar bréfaklemmunni er snúið tíu sinnum, samsvari 10 sinnum líkunum á að lenda á viðkomandi svæði. Í raunverulegri tilraun geta niðurstöðurnar orðið allt aðrar vegna tilviljana. Niðurstöður nálgast hina sennilegu tölu með fleiri endurtekningum. Þetta má sýna betur með því að draga saman niðurstöður allra nemenda.

- *Hverjar eru líkurnar á að bréfaklemman lendi á bláu svæði? (Einn sjötti.)*
- *Ef ég sný bréfaklemmunni 12 sinnum – hve oft haldið þið að hún lendi á bláu svæði? (Sennilegast er að hún lendi þar tvisvar.)*
- *Er öruggt að hún lendi þar tvisvar? (Nei, tilviljanir geta valdið því að hún lendi þar oftar eða sjaldnar.)*

### Nr. 2.54

Nemendur finna líkurnar á að rautt svæði lendi efst í hverju lukkuhjóli.

▶ Bls. 53

### Nr. 2.55

Nemendur draga spil úr spilastokki, skoða hvaða sort spilið er og setja það aftur í stokkinn. Þetta endurtaka þeir fyrst 20 sinnum, síðan 30 sinnum og skrá jafnóðum niður hve oft þeir draga hverja sort. Jafnframt skrá þeir hve stór hluti spilin, sem dregin voru, voru rauð (ætti að vera u.þ.b. helmingur) og hve stór hluti var spaði (ætti að vera u.þ.b. fjórðungur).

Einhverjir nemendur – eða jafnvel allir – geta sameinað niðurstöður sínar. Verða niðurstöðurnar þá nær hinni sennilegu niðurstöðu?

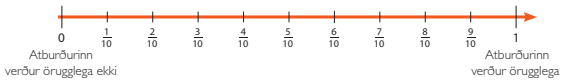
### Nr. 2.56

Nemendur reikna út fræðilegar líkur á að draga spilin sem nefnd eru.

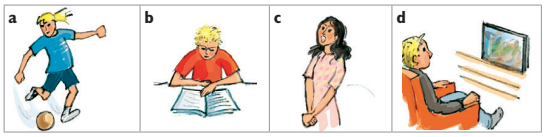
## Líkur

Líkur segja til um möguleikana á að tiltekinn atburður muni eiga sér stað. Líkurnar má tákna með tölu milli 0 og 1.

- Þegar eitthvað gerist örugglega eru líkurnar 1.
- Þegar eitthvað gerist örugglega ekki eru líkurnar 0.
- Þegar eitthvað gerist líklega í helmingi tilvika eru líkurnar $\frac{1}{2}$.

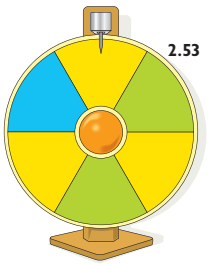



**2.51** Skráðu með almennu broti um það bil hvaða líkur eru á að þú framkvæmir einhverjar af eftirfarandi athöfnum á morgun:




**2.52** Skráðu með almennu broti hverjar líkurnar eru á

- **a** að það verði sólskin á morgun;
- **b** að fá krónu þegar krónupeningi er kastað;
- **c** að fyrsti nemandinn, sem þú hittir á skólalóðinni, sé strákur;
- **d** að fyrsti nemandinn, sem þú hittir á skólalóðinni, sé með gleraugu;
- **e** að fyrsta nemandanum, sem þú hittir á skólalóðinni, finnist súkkuladi vont.

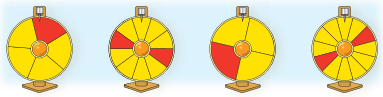


**2.53** **a** Hve stór hluti af lukkuhjólinu er
• blár? • grænn? • gulur?
Settu bréfaklemmu undir blýantsodd í miðju hringsins og snúðu henni kringum blýantsoddinn.

**b** Snúðu bréfaklemmunni 10 sinnum. Hve oft stoppar hún á
• bláu? • grænu? • gulu?

**c** Snúðu bréfaklemmunni 50 sinnum. Hve oft stoppar hún á
• bláu? • grænu? • gulu?

**2.54** Skoðaðu þessi fjögur lukkuhjól. Þú vinnur ef rautt lendir efst. Hverjar eru líkurnar á að vinna á hverju lukkuhjóli?



Í venjulegum spilastokki eru 13 spil af hverri sort:
1 (ás), 2, 3, 4, ... 10, gosi, drottning og kóngur.
Í spilastokknum eru því $4 \cdot 13 = 52$ spil.

**2.55** Dragðu spil úr spilastokki 20 sinnum. Settu spilið aftur í bunkann og stokkaðu spilin milli þess sem þú dregur.
Búðu til töflu yfir fjölda spila sem þú dregur af hverri sort.

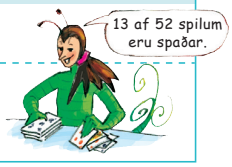
**a** Hve stór hluti af spilunum var rauður?
**b** Hve stór hluti af spilunum var spaði?

| Sort | Fjöldi |
|---|---|
| ♠ | |
| ♣ | |
| ♥ | |
| ♦ | |

Dragðu 30 sinnum í viðbót og búðu til sams konar töflu og hér á undan.
**c** Hve stór hluti af spilunum var nú rauður?
**d** Hve stór hluti af spilunum var nú spaði?

**Sýnidæmi**

Hverjar eru líkurnar á að draga spaða?




Líkurnar á að draga spaða eru $\frac{1}{4}$.

**2.56** Hverjar eru líkurnar á að draga
**a** rautt spil?
**b** lauf?
**c** kóng?
**d** tígulás?
**e** tíu?

**2.57** Hverjar eru líkurnar á að draga
**a** mannspil (gosa, drottningu eða kóng)?
**b** spil sem er lægra en 4?
**c** spil sem er lægra en 7?

**2.58** Úr spilastokki er búið að fjarlægja gosa, drottningar og kónga.
Í stokknum eru því 40 spil, tölurnar 1 (ás) til 10 af hverri sort.
Hverjar eru líkurnar á að draga úr þessum spilastokki
**a** rautt spil?
**b** lauf?
**c** tíu?
**d** spil lægra en 4?
**e** spil hærra en 8?



Kóngarnir eru 4 af 52 þannig að líkurnar á að draga kóng er $\frac{4}{52}$.
Nemendur geta svarað á þennan hátt en rétt er að hvetja þá til að stytta brotin eins mikið og hægt er.

- *Geturðu skrifað þetta með einfaldara broti? (Já, þetta er jafnt og $\frac{1}{13}$.)*

### Nr. 2.57

Nemendur reikna fræðilegar líkur á að draga spilin sem nefnd eru.
Mannspilin eru 3 af 13 í hvorri sort; líkurnar eru þá $\frac{3}{13}$. Einhverjir munu reikna með öllum spilunum í spilastokknum og þá eru mannspilin 12 af 52; líkurnar eru þá $\frac{12}{52}$.

### Nr. 2.58

Nemendur reikna fræðilegar líkur á að draga spilin sem nefnd eru.

## Auðveldari verkefni

Kennari útskýrir líkur með því að benda á hlutfallið milli sennilegra og mögulegra útkomna. Í verkefni 2.53 eru líkurnar á að lenda á bláu svæði „einn af sex“. Kennari tengir þetta við almenn brot þannig að líkurnar eru þá „einn sjötti“. Gott er að sýna þetta á talnalínu sem er þá skipt í sex hluta. Þannig eru líkurnar á að draga spaða úr spilastokki „einn af fjórum“ eða „einn fjórði“.

## Erfiðari verkefni

### Skírnarnafn og eftirnafn með sama upphafsstaf?

Hve margir þurfa að vera samankomnir í herbergi til að við séum alveg örugg (líkurnar eru 1) á að tvær persónur hafi skírnar- og föðurnafn með sama upphafsstaf? (Nói Arason á upphafsstafina NA.)

Ábending: Hve margir möguleikar eru á að upphafsstafirnir séu mismunandi?

*Lausn:*
Bókstafir í íslenska stafrófinu eru 36 talsins. Þar með eru 36 möguleikar á upphafsstaf í skírnarnafninu.

*Dæmi:*
Fyrsti bókstafurinn er A. Þá geta upphafsstafirnir verið AA, AB, AC, AD o.s.frv. (þ.e.a.s. 36 möguleikar.)

Ef fyrsti bókstafurinn er B geta upphafsstafirnir verið BA, BB, BC … (þ.e. 36 möguleikar).

Þannig getum við haldið áfram með alla 36 bókstafina. Þá sjáum við að möguleikarnir eru 36 • 36 möguleikar, þ.e. 1296 möguleikar alls.

## Raunverkefni

### Tvær tölur – sléttar og odda (spil)

Búnaður: töluspjöld með tölunum 1, 2 3 og 4, eitt sett fyrir hóp.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Spjöldin fjögur eru sett í öskju eða skál. Fyrst dregur leikmaður A spjald, síðan leikmaður B. Þeir leggja tölurnar á spjöldunum saman. Ef summan er slétt tala fær leikmaður A eitt stig en B ef summan er oddatala. Kennari sér til þess að nemendur velti vöngum yfir hvor leikmaðurinn muni vinna áður en þeir hefja leikinn. Hvort eru vinningslíkurnar betri fyrir slétt- eða oddatölumanninn? Eða eru þær jafnar? Síðan spila þeir 20 spil. Hver vann? Hvers vegna urðu niðurstöðurnar eins og raun ber vitni? Er spilið réttlátt? Biðjið nemendur að finna líkurnar á að fá slétta tölu og oddatölu.

*Lausn:*
Alls eru 12 lausnir mögulegar:
$1 + 2 = 3, 1 + 3 = 4, 1 + 4 = 5, 2 + 1 = 3,$
$2 + 3 = 5, 2 + 4 = 6, 3 + 1 = 4, 3 + 2 = 5,$
$3 + 4 = 7, 4 + 1 = 5, 4 + 2 = 6, 4 + 3 = 7$

Af þessu sést að oddatölur koma út í átta tilvikum en sléttar tölur í fjórum. Ástæða þessa er að sléttar tölur koma aðeins út þegar slétt tala er lögð við slétta tölu og oddatala við oddatölu. Ef leikmaður A dregur fyrst slétta tölu eru eftir í öskjunni ein slétt tala og tvær oddatölur. Það eru því aðeins $\frac{1}{3}$ líkur á að draga aðra slétta tölu. Hið sama gildir þótt leikmaður A dragi oddatölu fyrst.

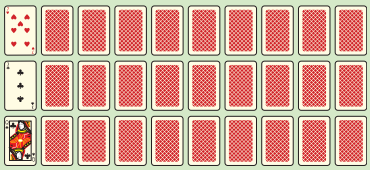
## Viðfangsefni

- Líkur í spilum
- Líkur byggðar á tilraunum, fyrri reynslu eða athugunum

## Búnaður

- Spilastokkur

**SPIL** Hærra eða lægra spil?
Stokkið spilin. Leggið þau á hvolf í röð með 10 spilum í hverri röð. Hver leikmaður hefur sína röð. Leikmenn byrja á að snúa spilunum í fyrsta dálki þannig að spilin liggi eins og sést hér á myndinni. Í þessu spili eru þrír leikmenn.



Leikmenn snúa til skiptis næsta spili í sinni röð. Áður en þeir snúa spilinu við giska þeir á hvort spilið verði hærra eða lægra en fyrra spil. Giski þeir rétt fá þeir eitt stig. Gosi, drottning og kóngur tákna 11, 12 og 13. Ásinn táknar 1.

Dæmi: Leikmaður 1 giskar á „hærra". Hann snýr spilinu við hliðina á hjarta 7. Ef spilið er hærra fær hann eitt stig. Ef það er 7 eða lægra fær hann ekkert stig. Sá vinnur sem á fleiri stig þegar öllum spilunum hefur verið snúið við.

**SPIL** Byggja brú
Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir nota spilin frá 1 (ás) til 10. Markmiðið með spilinu er að safna spilum með summu sem er eins nálægt 20 og hægt er.

- Leikmaður A stokkar spilin og leggur tvö spil upp í loft fyrir framan leikmann B.
- Leikmaður B leggur saman spilin tvö og ákveður hvort leikmaður A eigi að bæta einu spili við.
- Leikmaður A heldur áfram að bæta við spili allt þar til
  - summa spilanna, sem leikmaður B fær, er hærri en 20. Þá tapar leikmaður B í þessari umferð;
  - leikmaður B segir „stopp". Þá leggur leikmaður A niður spil handa sjálfum sér, eitt í einu. Leikmaður A vinnur ef hann getur fengið sömu eða hærri summu og leikmaður B. En ef leikmaður A fær meira en 20 tapar hann í þessari umferð.
- Leikmenn skiptast á hlutverkum. Fyrir hverja umferð, sem þeir vinna, fá þeir eitt stig.

Dæmi: Leikmaður B fær 3 og 5. Hann biður um eitt spil til viðbótar og fær 9. Hann hefur nú fengið 17 samtals og velur að hætta.
Leikmaður a fær fyrst 10 og síðan 4. Þar sem hann hefur ekki enn fengið meira en leikmaður B verður hann að bæta einu spili við. Ef hann fær 1 eða 2 er hann enn með minna en leikmaður B. Ef hann fær 3, 4, 5 eða 6 vinnur hann umferðina.
Fái hann meira en 6 er summan hærri en 20 og hann tapar umferðinni.



## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 54

### Hærra eða lægra? (spil)

Hver leikmaður hefur eina röð með tíu spilum sem liggja á hvolfi. Raðir leikmanna þurfa ekki að vera hver undir annarri eins og sýnt er í bókinni. Allir leikmenn snúa fyrsta spilinu í röðinni sinni. Nú eiga leikmenn að skiptast á um að snúa næsta spili í sinni röð. Áður en þeir snúa spilinu við giska þeir á hvort spilið verður hærra eða lægra en fyrra spilið. Ef ágiskun þeirra er rétt fá þeir stig. Sá vinnur sem á flest stig, þ.e. sá sem hefur giskað oftast rétt.

Afbrigði af spilinu: Leikmenn mega velja hvort þeir „missi allt eða fái tvöfalt" í staðinn fyrir eitt stig. Ef þeir giska rétt fá þeir tvöfalda stigasumm-una sem þeir eiga fyrir. En ef ágiskun þeirra er röng missa þeir öll stigin sín.

### Byggja brú (spil)

Þetta er einfalt afbrigði af spilinu *Tutt-ugu og einn*. Það er spilað án mann-spila og leikmenn eiga að komast upp í 20 eða eins nálægt 21 og hægt er, ekki upp í 21.

Leikmaður A byrjar á því að leggja tvö spil upp í loft fyrir framan leikmann B. Þar næst leggur sá fyrrnefndi eitt og eitt spil upp í loft fyrir framan leikmann B þar til spilin eru samtals meira en 20 og leik-maður B hefur þar með tapað eða þar til B segir „stopp". Þá leggur leikmaður A spil fyrir framan sjálfan sig, eitt og eitt í senn, og reynir að fá jafn háa eða hærri summu en leikmaður B fékk. Ef leikmaður A fær meira en 20 vinnur leikmaður B. Leikmenn skipta um hlutverk og fá stig í hvert sinn sem þeir vinna.

▶ Bls. 55

### Nr. 2.59

Nemendur nota niðurstöðurnar í töflunni til að segja til um líkurnar á að sólskin verði á þeim stöðum, sem nefndir eru í töflunni, og á hinum ýmsu tímum. Öfugt við að kasta teningi, draga spil úr spilastokki og snúa lukkuhjóli er ekki hægt að reikna líkurnar út á fræðilegan hátt. En það má gera með tilraunum. Með því að endurtaka tilraunir eða athuganir má finna í hve stórum hluta af útkomunum hver atburður eða atvik verður og treysta á að sú niðurstaða haldist. Því fleiri tilraunir sem gerðar eru þeim mun nær „hinum réttu líkum" verður komist.

### Nr. 2.60

Nemendur nota upplýsingarnar um fyrri tilraunir Magneu til að ákvarða líkurnar á að hún hitti körfuna. Hún hittir í 6 köstum af 20. Segja má að líkurnar á að hún hitti körfuna séu $\frac{6}{20}$ eða $\frac{3}{10}$.

### Nr. 2.61

Nemendur finna tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal kastanna tíu. Í b-lið eiga þeir að segja til um hverjar eru sennilegustu niðurstöðurnar. Í slíkum tilvikum mun tíðasta gildið oftast vera besta svarið. Ástæðan er sú að við höfum aðeins áhuga á ákveðnu gildi, þ.e. sennilegustu niðurstöðunni en ekki meðaltalinu.

## Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman að þessum verkefnum. Miklu skiptir að þeir geti rætt saman og fært rök fyrir hinum mismunandi líkum.

### Ákvarða líkur með tilraunum

**2.59** Taflan sýnir fjölda daga á mánuði með miklu sólskini í Hua Hin og Phuket í Tælandi og í Bangalore og Goa á Indlandi.

| | Jan. | Feb. | Mars | Apríl | Maí | Júní | Júlí | Ág. | Sept. | Okt. | Nóv. | Des. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fjöldi daga → | 31 | 27 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 |
| Hua Hin | 12 | 9 | 11 | 11 | 9 | 6 | 7 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 |
| Phuket | 12 | 10 | 12 | 10 | 8 | 6 | 7 | 7 | 6 | 8 | 8 | 11 |
| Bangalore | 11 | 9 | 12 | 11 | 10 | 6 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Goa | 13 | 11 | 12 | 12 | 13 | 5 | 5 | 5 | 8 | 11 | 11 | 13 |

**a** Á hverjum þessara fjögurra staða eru mestar líkur á sólskini einn dag í janúar?
**b** Á hverjum þessara fjögurra staða eru minnstar líkur á sólskini einn dag í október?
**c** Hverjar eru líkurnar á sólskini í Hua Hin einn dag í ágúst?
**d** Hverjar eru líkurnar á sólskini í Phuket einn dag í apríl?

Við getum gert tilraunir eða mælingar til að finna líkur. Þá notum við niðurstöðurnar til að segja til um líkurnar á því að eitthvað gerist.

**2.60** Magnea kannar hve oft hún hittir körfuna í körfubolta. Hún kastar 20 sinnum frá vítalínunni og hittir körfuna sex sinnum.

**a** Hverjar eru líkurnar á að hún hitti körfuna næst þegar hún kastar?
**b** Ef hún kastar boltanum tíu sinnum í viðbót – hve oft getur hún reiknað með að hitta körfuna?

Már kastar boltanum tíu sinnum frá vítalínu. Hann hittir körfuna fjórum sinnum.
**c** Hvort eru meiri líkur á að Magnea eða Már hitti körfuna?

**2.61** Egill kastar þremur teningum og leggur saman tölurnar sem upp koma. Hann gerir þetta tíu sinnum og fær eftirfarandi summur:

14, 11, 10, 8, 5, 11, 11, 12, 6, 10

**a** Finndu tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal þessara talna.
**b** Hver er líklegasta niðurstaðan þegar maður kastar þremur teningum og leggur saman tölurnar sem upp koma?



## Erfiðari verkefni

**Kasta teningi – hver vinnur? (spil)**

Búnaður: Teningur handa hverjum leikmanni.

Tveir leikmenn kasta hvor um sig teningi og draga minni töluna frá hinni stærri. Ef mismunurinn er 0, 1 eða 2 vinnur leikmaður A og fær eitt stig. Ef mismunurinn er 3, 4 eða 5 vinnur leikmaður B sem fær þar með eitt stig. Spilinu lýkur eftir 12 köst. Sá leikmaður vinnur sem er með fleiri stig. Er spilið réttlátt? Leikmenn spila nokkrum sinnum og skrá niður í töflu í hvert sinn sem mismunurinn er 0, 1 og 2 eða 3, 4 og 5. Hvað má lesa út úr töflunni?

*Lausn:*

Tafla fyrir mismuninn

| Leikmaður A \ Leikmaður B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

Af 36 mögulegum útkomum er líklegt að mismunurinn 0, 1 eða 2 komi fyrir 24 sinnum en mismunurinn 3, 4 og 5 einungis 12 sinnum. Líkurnar á að leikmaður A vinni eru tvöfalt meiri en að leikmaður B vinni. Nemendur breyta nú reglunum þannig að spilið verði réttlátt.

(Til dæmis með því að leikmaður A vinni ef mismunurinn er 0 og 1 og leikmaður B ef hann er 2, 3, 4 eða 5. Þá eru líkurnar $\frac{16}{36}$ á að leikmaður A vinni. Ef reglurnar eru þannig að leikmaður A vinni ef mismunurinn er 0, 3, 4 eða 5 þá er spilið réttlátt vegna þess að þá eru helmingslíkur á að hvor um sig vinni.)

## Raunverkefni

**Ágiskun og áfram gakk! (spil)**

Búnaður: Spilaborð verkefnablað 6.26 *(Ágiskun og áfram gakk!)* í verkefnahefti Stiku 2a, 20 kubbar í tveimur litum, poki og spilapeningar.

Spilið er fyrir tvo leikmenn og þeir þurfa spilaborð og poka með kubbum/kúlum í tveimur litum, t.d. rauðum og gulum. Leikmenn eiga nú til skiptis að giska á hvaða litur verði á kubb sem þeir síðan eiga að draga upp úr pokanum. Þeir skrá ágiskunina í töflu. Síðan draga þeir kubbinn og skrá niðurstöðuna. Þess skal gætt að hvorugur leikmanna kíki í pokann til að sjá hvaða litir eru á kubbunum.

Ef ágiskun leikmanns er röng má hann aðeins flytja spilapeninginn fram um einn reit. Ef ágiskunin er rétt má hann flytja spilapeninginn annaðhvort um tvo eða þrjá reiti áfram. Leikmenn ákveða fyrir fram hvaða litur táknar tvo reiti áfram og hvaða litur þrjá reiti.

Kubbana, sem teknir eru upp úr pokanum, á ekki að setja aftur í pokann heldur safna þeim saman þannig að báðir leikmenn sjái hvaða kubbar hafa verið teknir upp. Hér er um að ræða „líkur leiddar af tilraunum“, þ.e.a.s. leikmenn geta séð samsetningu kubbanna, sem teknir hafa verið upp, og út frá því giskað á hvaða litur er sennilegastur í næsta drætti. Þannig geta nemendur orðið æ öruggari eftir hverja umferð í ágiskun sinni um hvaða litur verður á næsta kubb.

Þegar spilinu er lokið segir kennarinn nemendum að 20 kubbar hafi verið í pokanum í upphafi. Hann biður nemendur að giska á hvaða litur þeir haldi að sé að kubbunum sem eftir eru og að rökstyðja ályktanir sínar.

Nemendur skoða töfluna, sem þeir hafa skráð í meðan á spilinu stóð, og athuga hve marga kubba þeir hafa dregið af hvorum lit. Ef þeir hafa til dæmis dregið fjóra rauða og átta gula er skynsamlegt að færa rök fyrir því að eftir í pokanum séu tveir rauðir og fjórir gulir.

Kennari velur mismarga kubba af hvorum lit til að setja í pokann. Á þann hátt fá nemendur nýtt viðfangsefni í hvert sinn sem þeir spila þetta spil.

## Viðfangsefni

- Fræðilegar líkur
- Hugtakið líkur, þ.e. að meta við ýmsar aðstæður hvort litlar líkur eða miklar líkur eru á atburður verði
- Nota úrtak til að segja eitthvað um skiptingu í stóru safni, t.d. hve stór hluti kúlna er í mismunandi litum í poka með því að skoða aðeins nokkrar kúlnanna

## Búnaður

- Teningar

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 56

### Nr. 2.62

Nemendur skrá líkurnar sem hlutfall milli atburða, sem tilgreindir eru, og heildarinnar (allra útkomna). Í a-lið eru þrjár af 12 plómun gular þannig að líkurnar á að fá gula plómu eru $\frac{3}{12}$ eða $\frac{1}{4}$. Líkurnar á að fá rauða plómu eru $\frac{9}{12}$ eða $\frac{3}{4}$. Samtals eru líkurnar 1 heill. Það þýðir að maður mun örugglega fá annaðhvort gula eða rauða plómu úr pokanum.

### Nr. 2.63

Þegar líkurnar á að fá gula plómu eru $\frac{1}{3}$ þýðir það að þriðjungur af plómunum 24 eru gular, þ.e.a.s. 24 : 3 eða $\frac{1}{3} \cdot 24 = 8$.

### Nr. 2.64

Þar sem þrjár gular plómur eru í báðum pokunum getur það gerst að einhverjir nemendur haldi að líkurnar séu jafnar á að fá gular plómur. En líkurnar þarf að meta út frá heildarfjöldanum; þar með eru meiri líkur á að fá gula plómu úr pokanum þar sem þrjár af 20 plómum eru gular.

- *Hve margr gular plómur hljóta að vera í poka með 100 plómum til að líkurnar á að fá gula plómu sé þær sömu og í litla pokanum? Þar sem plómurnar í stóra pokanum eru fimm sinnum fleiri (5 • 20 = 100) verða að vera fimm sinnum fleiri gular plómur. 5 • 3 = 15. Þá verða líkurnar á að fá gula plómu þær sömu:* $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$.

**Ákvarða líkur með reikningi**

Stundum er hægt að finna líkur með reikningi. Ef fjórar af tíu plómum eru gular eru líkurnar á að fá gula plómu úr poka $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

**2.62** Í poka eru 12 plómur, þrjár gular og níu rauðar. María tekur plómu af handahófi úr pokanum.
- **a** Hverjar eru líkurnar á að hún fái gula plómu?
- **b** Hverjar eru líkurnar á að hún fái rauða plómu?
- **c** Leggðu saman líkurnar í a og b. Hver er summan?

**2.63** Í poka eru 24 plómur, nokkrar rauðar og nokkrar gular. Líkurnar á að draga gula plómu eru $\frac{1}{3}$. Hve margar af plómunum í pokanum eru gular?

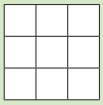
**2.64** Í poka A eru 20 plómur, í poka B eru 100 plómur. Það eru þrjár gular plómur í hvorum poka. Í hvorum pokanum eru meiri líkur á að fá gula plómu?

**2.65** Í poka eru 20 plómur, 8 gular og 12 rauðar.
- **a** Hverjar eru líkurnar á að fá gula plómu úr pokanum?
- **b** Hve margar rauðar plómur þarf að fjarlægja til að jafnar líkur séu á að fá gula og rauða plómu?

**2.66** Í stórum poka eru gulir og rauðir hlaupmolar. Helga tekur blindandi mola úr pokanum. Henni finnst bara rauðu molarnir góðir. Fyrst dregur hún gulan mola. Þess vegna setur hún hann aftur í pokann og hristir hann. Í næsta skipti fær hún líka gulan mola. Hún setur hann aftur í pokann og hristir hann. Í þriðja og fjórða skipti dregur hún líka gula mola sem hún setur aftur í pokann. Hún er orðin mjög leið. Á hún að reyna að taka mola úr pokanum einu sinni enn? Hvað er líklegast að gerist þá:
- Hún fær gulan mola.
- Hún fær rauðan mola.
- Það eru jafnar líkur á að hún fái gulan og rauðan mola.

**SPIL** Bingó

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn. Hver þeirra býr til spilaborð með 3 • 3 reitum og skrifar tölu í alla reitina. Skrifa má sömu töluna oftar en einu sinni. Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis. Þeir margfalda saman tölurnar sem koma upp. Sá sem er með svarið á spilaborðinu krossar yfir þann reit. Athugið! Aðeins má krossa yfir eina tölu í hverri umferð. Leikmenn keppast um að fá þrjá í röð eða fullt spilaborð.





### Nr. 2.65

Hér eru líkurnar á að fá gula plómu 8 af 20, þ.e. $\frac{8}{20}$ eða $\frac{2}{5}$. Til að jafnar líkur séu á að fá gula og rauða plómu verða að vera jafn margar plómur af hvorum lit í pokanum. Það gerist ef maður tekur burt fjórar rauðar plómur.

### 2.66

Það stendur ekkert um að jafn margir gulir og rauðir molar séu í pokanum. Úr því að Helga dregur fjóra gula mola í röð eru mestar líkur á að gulu molarnir séu miklu fleiri en þeir rauðu. Þess vegna eru miklar líkur á að hún dragi einnig gulan mola næst.

### Bingó (spil)

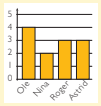
Nemendur skrifa tölur að vild í reitina níu. Þeir kasta teningunum til skiptis. Þeir geta spilað saman í litlum hópum eða öll bekkjardeildin saman. Ef síðari kosturinn verður fyrir valinu getur kennarinn kastað teningunum og sagt upphátt hvaða tölur komu upp.

Margfalda á saman tölurnar sem upp koma og sá sem á margfeldið á spilaborðinu sínu krossar yfir þann reit. Nemendur mega skrifa sömu töluna oftar en einu sinni en þeir mega aðeins krossa yfir eina tölu eftir hvert teningskast.

Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá í röð – eða krossa yfir alla reitina á spilaborðinu.

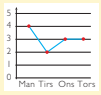
Þegar spilið hefur verið spilað nokkrum sinnum er heppilegt að taka pásu til að kennari og nemendur geti rætt um hvaða tölur sé skynsamlegt að velja á spilaborðið. Í fyrsta lagi má rökræða um hvort einhverjar tölur sé ekki gott að hafa á spilaborðinu. Tölur sem henta eru margfeldi milli 1 • 1 og 6 • 6. Frumtölur og tölur hærri en 36 er ekkert vit i að taka með. Síðan má athuga

**Tölfræðilegar kannanir**
Þegar gerðar eru tölfræðilegar kannanir er safnað upplýsingum sem oft kallast gögn.
*Athuganir*: Gögnum er safnað með því að mæla eða telja.
*Spurningakannanir*: Spurningar eru settar fram til að safna gögnum um hvað fólki finnst eða hvað það getur.
*Tilraunir*: Tilraunir eru gerðar þar sem gögnunum er safnað með mælingum eða talningu.




**Myndrit**
Sýna má gögn í myndriti.

*Súlurit*: Í því eru rétthyrndar súlur, ein súla fyrir hvern flokk.




*Línurit*: Flokkarnir, sem – eins og í súluritum – eru skráðir á x-ásinn, eru hér samhangandi. Ferill er dreginn milli punktanna þar sem miðjan á toppi súlnanna hefði verið.

*Skífurit*: Stundum kallað kökurit. Hring eða skífu er skipt í geira (kökusneiðar) og táknar hver geiri sinn flokk.

**Gildi sem lýsa miðsækni í gögnum: tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal**
Þessi gildi mæla hvar „miðjan" í safni gagna er.
*Tíðasta gildið* er talan sem kemur oftast
*Miðgildi* er talan sem er í miðjunni þeg m er raðað í stækkandi röð.
*Meðaltal* er talan sem kemur út þegar um hefur verið skipt jafnt.

**Líkur**
Líkur segja til um möguleikana á því ga sér stað. Líkurnar má skrá með tölu milli 0 og 1.

*Líkur fundnar með tilraunum*: Þá er skráð hve oft hver atburður verður. Líkurnar á atburði ákvarðast af því hve oft hann á sér stað í öllum tilraununum.

*Líkur fundnar með reikningi*: Þá er búið til yfirlit yfir allar mögulegar útkomur og líkurnar dreifast jafnt á þær.



hvort einhverjar tölur komi oftar upp en aðrar. Með því að skoða allar samsetningarnar, sem koma fram þegar tölur tveggja teninga eru margfaldaðar saman, geta nemendur fundið út að 6 og 12 koma oftast fram því talan 6 er margfeldi af 2 • 3, 3 • 2, 6 • 1 og 1 • 6 og samsvarandi eru fjórir möguleikar til að fá margfeldið 12. Þær tölur, sem minnstur akkur er í, eru fernings-tölurnar (1, 9, 16, 25 og 36) þar sem aðeins er einn möguleiki til að fá þær.

▶ Bls. 57

### Upprifjun

Kennari fer sameiginlega með nemendahópnum yfir það sem fjallað hefur verið um í þessum kafla og yfir þá nýju námsþætti sem nemendur hafa lært. Það er mjög gott ef þeir geta gert grein fyrir eftirfarandi:

– Mismunandi gerðum tölfræðilegra rannsókna
– Mismunandi gerðum myndrita og hvenær hentar að nota hinar mismunandi gerðir
– Hugtökunum *tíðasta gildi, miðgildi* og *meðaltali,* þ.e. gildi sem lýsa miðsækni í gögnum
– Mismunandi aðferðum við að segja til um líkur og finna hverjar líkur eru á tilteknum atburðum

## Auðveldari verkefni

Kennari gætir þess að tengja umræðu um líkur við daglegt mál: „Þrjár af tólf plómum eru gular."

Kennari sýnir nemendum hvernig líkur og almenn brot tengjast. Nota má kubba til að sýna eplin þannig að auðveldara verði að reikna út brotið/líkurnar og sjá fjöldann.

## Erfiðari verkefni

### Heilabrot

Gæta þarf þess að gefa ekki of mikla hjálp eða vísbendingar. Nemendur geta notað vasareikni.

„Jens margfaldar saman tvær tölur, sem koma hvor á eftir annarri, t.d. 2 • 3, 14 • 15 eða 326 • 327. Hverjar eru líkurnar á að svarið endi á 6?"

Nemendur geta svarað með því að fikra sig á kerfisbundinn hátt upp eftir talnaröðinni, frá 0 • 1, 1 • 2, 2 • 3 o.s.frv. Það nægir að finna svörin upp í 9 • 10 þar eð síðasti tölustafurinn verður hér eftir endurtekinn (10 • 11 mun enda á sama tölustaf og 0 • 1; 11 • 12 mun enda á sama tölustaf og 1 • 2 o.s.frv.) Gott er að nemendur reikni út margfeldið með stærri tölum. Af áðurnefndum tíu möguleikum eru tveir þar sem 6 er síðasti tölustafurinn: 2 • 3 og 7 • 8. Þess vegna eru líkurnar $\frac{2}{10}$ eða 20% á að svörin endi á 6.

„Jens tekur slétta tölu af handahófi og margfaldar hana með næstu sléttu tölu, t.d. 4 • 6 eða 88 • 90. Hverjar eru líkurnar á að svarið endi á 8?"

Möguleikarnir eru 0 • 2, 2 • 4, 4 • 6, 6 • 8 og 8 • 0. Af þessum fimm möguleikum eru tveir þar sem 8 er síðasti tölustafurinn. Líkurnar á að margfeldið endi á 8 eru því $\frac{2}{5}$ eða 40%.

## Raunverkefni

### Draga spil, kasta teningi og ákveða líkur (spil)

Búnaður: Stigatafla, 18 verkefnaspjöld á verkefnablöðum 7.23 og 7.24a–b.

Spilið er fyrir tvo leikmenn eða tvö lið með tveimur leikmönnum í hvoru. Verkefnisspjöldunum er dreift á hvolf á borðið. Tvær tölur a, og b, vantar á hvert spjald.

Þremur teningum er kastað og skipt út fyrir töluna á einum teningnum og b fyrir summu hinna tveggja.

Leikmaðurinn/liðið leysir verkefnið á spjaldinu og finnur svarið. Hann skráir svarið á stigatöfluna. Stigin í hverri umferð eru reiknuð þannig:

10 stig: Ef lausnin á verkefninu á spjaldinu felur í sér líkur minni en $\frac{1}{2}$.

30 stig: Ef lausnin á verkefninu á spjaldinu felur í sér líkur meiri en $\frac{1}{2}$.

50 stig: Ef lausnin á verkefninu á spjaldinu felur í sér líkur sem eru nákvæmlega $\frac{1}{2}$.

## Viðfangsefni

- Að búa til að og lesa úr súluritum, skífuritum og línuritum
- Að finna tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal
- Að segja til um líkur

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 58 Próf

**Nr. 1**

Nemendur búa til töflu og súlurit sem sýnir með hvaða liði vinirnir halda í enska boltanum.

**Nr. 2**

Nemendur lesa úr línuritinu til að finna svör við spurningunum.

**Nr. 3**

Nemendur nota tölurnar og skífuritið til að svara spurningunum.

▶ Bls. 59 Próf (framhald)

**Nr. 4**

Nemendur finna meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi þyngdar á löxunum sem Pétur veiddi.

**Nr. 5**

Nemendur finna meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi talnanna.

**Nr. 6**

Nemendur lesa úr töflunni hvenær eru mestar líkur – og hvenær eru minnstar líkur – á að kennari mæti til kennslu.

**Nr. 7**

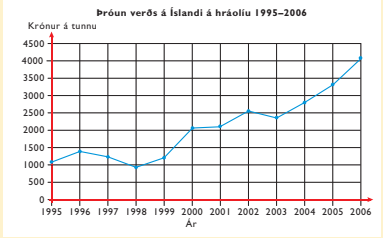
Nemendur nota skiptingu lukkuhjólsins í geira til að segja til um hve miklar líkur eru á hinum mismunandi atburðum. Í c-lið geta nemendur annaðhvort lagt saman fjölda geira í litunum þremur eða notað niðurstöðurnar úr b-lið. Ástæðan er sú að úr því að hvítu geirarnir eru helmingurinn af lukkuhjólinu hljóta litirnir þrír að samsvara hinum helmingnum.

### Próf

**1** Jón undirbýr spurningakönnun meðal 20 vina sinna um hvert sé eftirlætislið þeirra í enska fótboltanum. Hér má sjá svörin.
Man. United, Liverpool, Arsenal, Man. United, Man. United, Chelsea, Liverpool, Chelsea, Arsenal, Man. United, Chelsea, Chelsea, Man. United, Arsenal, Liverpool, Chelsea, Chelsea, Liverpool, Man. United, Man. United.

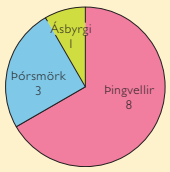
**a** Búðu til töflu sem sýnir hve marga stuðningsmenn hvert lið hefur.
**b** Búðu til súlurit út frá þessum gögnum.

**2** Þetta línurit sýnir verðþróun á einni tunnu af hráolíu. Notaðu línuritið til að svara spurningunum.




**a** Um það bil hve mikið kostaði tunna af hráolíu árið 1996?
**b** Hvaða ár var verðið um það bil 3500 kr.?
**c** Um það bil hve mikið hækkaði verðið á hráolíu frá 1997 til 2000?
**d** En frá 2003 til 2006?
**e** Um það bil hve mikið lækkaði verðið frá 1996 til 1998?
**f** Milli hvaða tveggja ára ára eftir 2000 lækkaði verðið á hráolíu?

**3** Nokkrir nemendur í Reykjavík voru spurðir hvort þeir hefðu komið á þrjá eftirtalda staði, Þingvelli, Þórsmörk og Ásbyrgi? Skífuritið sýnir svörin.




**a** Hve margir nemendur voru spurðir?
**b** Hvert höfðu flestir komið?
**c** Hve stór hluti nemendanna hafði komið í Þórsmörk?

58
2 • Tölfræði og líkur

**Nr. 8**

Nemendur tilgreina líkurnar á hverjum atburði með því að skrá brotin sem spilin, sem spurt er um, eru af öllum bunkanum. Til dæmis eru 10 lauf af 40 spilum þannig að líkurnar á að draga lauf eru $\frac{10}{40}$ eða $\frac{1}{4}$.

## Auðveldari verkefni

Eigi nemendur erfitt með að leysa prófið er best að þeir snúi sér að æfingasíðu 1 á bls. 60. Eftir það geta þeir tekið til við blaðsíðurnar í æfingaheftinu sem vísað er til eða unnið æfingasíðu 2. Einnig er mælt með að nemendur vinni einhver raunverkefnanna sem gerð er tillaga um á bls. 60 og 61.

Ef nemendur eiga einungis við sértæk vandamál að stríða í prófinu er hér mælt með að þráðurinn á blaðsíðum kennarabókar, þar sem fjallað er um viðkomandi efni, sé tekinn upp aftur. Þar má finna dæmi um raunverkefni (utan bókarinnar) eða verkefni í verkefnahefti Stiku 1–3 þar sem frekari æfingar er að fá í þessum námsþáttum. Þar að auki er meiri færniþjálfun í hinum ýmsu námsþáttum í æfingaheftinu.

## Erfiðari verkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta snúið sér að æfingasíðu 2 eða 3 á bls. 61 og 62 og síðan að þeim blaðsíðum í æfingaheftinu sem vísað er til. Þessir nemendur geta einnig unnið blaðsíðuna Geturðu þetta? eða einhver af raunverkefnunum sem stungið er upp á í þessum kafla.

## Raunverkefni

### Kóngurinn og gosinn (spil)

Búnaður: Spilastokkur. Þar að auki þarf hver leikmaður að búa sér til spilaborð eins og þetta.

**4** Pétur veiddi tíu laxa eina helgina. Þeir vógu
3 kg, 6 kg, 3 kg, 2 kg, 3 kg, 5 kg, 6 kg, 9 kg, 3 kg, 5 kg
**a** Hvert er tíðasta gildið?
**b** Hvert er miðgildið?
**c** Hver er þyngd laxanna að meðaltali?

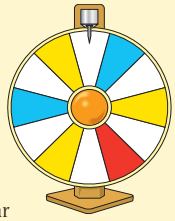
**5** Finndu meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi þessara talna:
**a** 5, 30, 20, 20, 45, 50, 40
**b** 700, 100, 200, 800, 200

**6** Andrés byrjar í skólanum kl. 8.45 en stundum kemur kennarinn aðeins of seint. Andrés lítur á klukkuna í hvert sinn, sem kennari kemur, í 20 daga. Hann skrifar niðurstöðurnar í töflu.

| Klukkan | Talningarstrik | Fjöldi |
|---|---|---|
| 8:45 | 𝍸 | 5 |
| 8:46 | III | 3 |
| 8:47 | IIII | 4 |
| 8:48 | 𝍸 I | 6 |
| 8:49 | II | 2 |

**a** Hvenær eru mestar líkur á að kennarinn mæti?
**b** Hvenær eru minnstar líkur á að kennarinn mæti?

**7** Hverjar eru líkurnar á að lukkuhjólið stoppi á
**a** rauðu?
**b** hvítu?
**c** rauðu, bláu eða gulu?



**8** Úr spilastokki hafa gosar, drottningar og kóngar verið fjarlægðir þannig að eftir í stokknum eru 1 (ás) til 10 í hverri sort. Þú dregur af handahófi spil úr spilastokknum.

Hverjar eru líkurnar á að spilið sé
**a** lauf?
**b** tía?
**c** slétt tala?
**d** minna en 4?
**e** stærra en 8?



**Hugmyndir og athugasemdir**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Summa |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Spilin eru stokkuð og bunkinn settur á hvolf á milli leikmanna. Þeir snúa til skiptis við einu og einu spili, eins mörgum og leikmaðurinn vill. Þegar hann stoppar eru spilin lögð saman og summan skráð í fyrsta reitinn á spilaborðinu.

*Spil með sérstaka merkingu:*
Drottning táknar 12.
*Ás* táknar 1.
*Gosi:* Ef leikmaður dregur gosa missir hann öll spilin í þeirri umferð og skrifar 0 í reitinn.
*Kóngur:* Ef leikmaður dregur kóng missir hann öll spilin í þeirri umferð og skrifar 0 i reitinn. Þar að auki missir leikmaðurinn öll stigin úr fyrri umferðum!

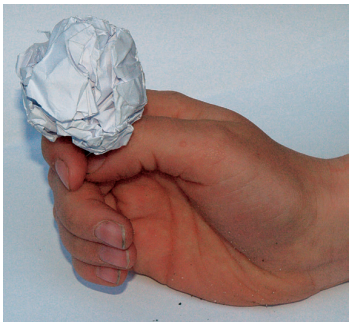
Sá vinnur sem á flest stig samtals eftir fimm umferðir.

Kennari spyr nemendur hvaða aðferð þeir nota, hvort þeir haldi að skynsamlegast sé að draga mörg eða fá spil í hverri umferð.

### Pappírskast með selbita (leikur)

Búnaður: Málband.

Nemendur mynda 2–3 manna hópa. Hver hópur býr til lítinn „bolta“ eða kúlu með því að böggla saman einu A4-blaði eins þétt og hægt er. Pappírskúlunni á nú að þeyta eins langt og hægt er með því að gefa henni selbita – ekki með því að kasta henni. Þetta er gert með því að setja hnefann í gólfið og láta pappírskúluna liggja ofan á þumalfingrinum.



Síðan gefa leikmenn kúlunni selbita og mæla vegalengdina sem hún fer. Þetta endurtaka þeir nokkrum sinnum, 5–10 sinnum hver. Niðurstöðurnar skal skrá í töflu. Síðan finna leikmenn meðaltalsvegalengd hvers leikmanns og skrá það einnig í töfluna. Að lokum finna þeir meðaltalslengd allra í hópnum og bera það saman við niðurstöður hinna hópanna. Þessar niðurstöður má gjarnan skrifa á skólatöfluna.

## Viðfangsefni

- Að búa til súlurit og skífurit
- Að lesa úr línuritum og skífuritum
- Að reikna út tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal

▶ Bls. 60 Æfingasíða 1

**Nr. 2.67**
Nemendur búa til súlurit sem sýnir líftíma gæludýrategundanna fimm.

**Nr. 2.68**
Nemendur eiga að tengja hvert línurit við rétta töflu. Þeir þurfa að bera tölurnar í töflunum saman við ferlana í línuritunum. Þeir eiga sjálfir að finna út hvernig þeir fara að. Leysa má þetta verkefni á fleiri en einn veg.

**Nr. 2.69**
Nemendur lesa úr skífuritinu til að svara spurningum. Þeir þurfa að nota þekkingu sína á almennum brotum því að þeir þurfa að geta fundið $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{8}$ af 16.

**Nr. 2.70**
Nemendur búa til skífurit sem sýnir skiptinguna í töflunni. Á ljósritunarblaði 3 *(Tóm skífurit)* aftast í þessari bók eru mörg skífurit sem skipt hefur verið í 6, 12 eða 24 geira.

▶ Bls. 61 Æfingasíða 2

**Nr. 2.71**
Nemendur leggja saman súkkulaðimolana og skipta þeim síðan jafnt milli barnanna fjögurra. Þannig finna þeir meðaltal súkkulaðibitanna.

**Nr. 2.72**
Nemendur finna meðaltalstímann sem þeir notuðu til að vinna heimavinnuna þessa viku.

**Nr. 2.73**
Nemendur finna tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal mælitalnanna sjö. Þar sem miðgildi og meðaltal er hið sama er skynsamlegt að segja að sú tala segi best fyrir um lengd brúarinnar.

### Æfingasíða 1

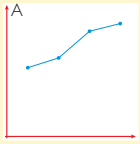
**2.67** Hér sérðu áætlaðan líftíma nokkurra gæludýra. Búðu til súlurit yfir þessi gögn.

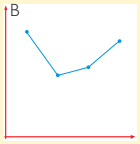
| Gæludýr | Líftími í árum |
|---|---|
| Köttur | 12 |
| Hamstur | 2 |
| Kanína | 3 |
| Hundur | 12 |
| Páfagaukur | 13 |

**2.68** Finndu línuritið sem passar við hverja töflu.

| 1 | |
|---|---|
| 1 | 15 |
| 2 | 16 |
| 3 | 14 |
| 4 | 15 |

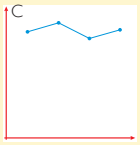
| 2 | |
|---|---|
| 1 | 11 |
| 2 | 12 |
| 3 | 15 |
| 4 | 16 |

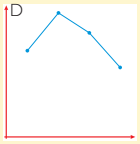


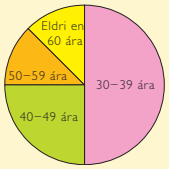

| 3 | |
|---|---|
| 1 | 13 |
| 2 | 17 |
| 3 | 15 |
| 4 | 11 |

| 4 | |
|---|---|
| 1 | 15 |
| 2 | 10 |
| 3 | 11 |
| 4 | 14 |




**2.69** Í skóla nokkrum eru 16 kennarar. Skífuritið sýnir aldursskiptingu kennaranna. Hve margir þeirra eru
**a** á aldrinum 30 og 39 ára?
**b** 60 ára og eldri?
**c** yngri en 50 ára?




**2.70** Þessi tafla sýnir eftirlætistómstundir 12 barna. Búðu til skífurit sem sýnir þessi gögn.

| Tómstundir | Fjöldi |
|---|---|
| Dans | 3 |
| Hestar | 2 |
| Tölvuleikir | 3 |
| Fótbolti | 4 |

60
2 • Tölfræði og líkur
ÆFINGAHEFTI 3a BLS. 24–27

**Nr. 2.74**
Nemendur finna tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal talnanna í verkefnunum.

**Nr. 2.75**
Nemendur finna hve langan tíma að meðaltali strákarnir og stelpurnar horfðu á sjónvarp eina vikuna. Fyrst reikna þeir meðaltalið í hvorum hópi fyrir sig og síðan í krakkahópnum í heild.

Strákarnir horfðu samtals á sjónvarp í 24 klukkustundir þannig að meðaltalið verður 8. Stelpurnar horfðu samtals í 21 klukkustund þannig að meðaltalið er 3. Meðaltalið í öllum hópunum eru allir klukkutímarnir 45 og síðan er deilt í þá með 10. Meðaltalið verður þá $4\frac{1}{2}$ klukkustund. Benda má nemendum á að meðaltalið verður ekki tala sem er mitt á milli 8 og 3 (sem er $5\frac{1}{2}$). Ástæðan fyrir því er að stelpurnar eru fleiri þannig að þær hafa meiri áhrif á hið sameiginlega meðaltal en strákarnir.

## Auðveldari verkefni

Nemendur, sem ráða illa við þessar tvær blaðsíður, geta ef til vill unnið verkefnablað 5.63 *(Tölfræði 1)* í verkefnahefti Stiku 1a. Á því blaði eru fleiri auðveldari verkefni þar sem nemendur geta æft sig meira í að lesa úr töflum og myndritum.

Til að finna tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal í verkefnum 2.71 og 2.72 geta nemendur notað áþreifanleg hjálpargögn.

### Meiri þjálfun í að túlka skífurit

Á verkefnablöðum 7.14 og 7.15 *(Að túlka skífurit 1 og 2)* eru fleiri verkefni þar sem nemendur eiga að túlka og reikna út niðurstöður gagna út frá skífuritum.

**2.71** Fjögur börn skipta súkkulaðibitum, sem þau eiga, jafnt á milli sín. Eitt barnið á 3 bita, annað á 7 bita, þriðja á 6 bita og fjórða barnið á 8 bita.
- **a** Hve margir eru bitarnir samtals?
- **b** Hve marga bita fær hvert ef þau skipta bitunum jafnt?

**2.72** Fimm krakkar gerðu yfirlit yfir hve marga klukkutíma þeir notuðu til að vinna heimavinnuna eina vikuna. Niðurstöðurnar voru þessar:

4 klst., 3 klst., 7 klst., 3 klst., 3 klst.

Hve langan tíma að meðaltali notuðu nemendurnir til að vinna heimavinnuna sína?

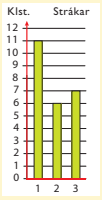
**2.73** Sjö krakkar mældu lengd á göngubrú. Niðurstöðurnar voru þessar:

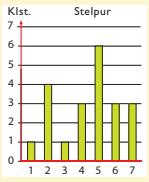
35 m, 37 m, 34 m, 37 m, 36 m, 36 m, 37 m

- **a** Hvert er tíðasta gildi mælitalnanna?
- **b** Hvert er miðgildið?
- **c** Hvert er meðaltalið?
- **d** Hvert þessara gilda hentar best til að segja til um hve löng göngubrúin er?

**2.74** Finndu tíðasta gildi, miðgildi og meðaltal þessara talna.
- **a** 11, 16, 14, 20, 14
- **b** 200, 200, 250, 150, 100, 100, 150, 100, 250, 100
- **c** 2, 2, 3, 4, 3, 4, 4, 2, 6, 3, 5, 7, 4, 5, 7, 4, 5, 3, 4, 3

**2.75** Súluritin sýna hve lengi þrír strákar og sjö stelpur horfðu á sjónvarpið eina viku.




Hve langan tíma að meðaltali horfðu:
- **a** strákarnir á sjónvarpið?
- **b** stelpurnar á sjónvarpið?
- **c** krakkarnir tíu á sjónvarpið?



## Erfiðari verkefni

Fjórar vinkonur kaupa saman tölvuspil. Það kostar 4000 kr. Þær leggja fram eftirfarandi upphæðir:

| | |
|---|---|
| Rósa | 1000 kr. |
| Erna | 1600 kr. |
| Þóra | 600 kr. |
| Birta | 800 kr. |

Tíminn sem hver stelpnanna á að hafa spilið heima hjá sér á einum mánuði á að endurspegla hve háa upphæð þær leggja fram við kaupin.

a Nemendur teikna skífurit sem sýnir hvernig tíminn, sem hver þeirra á að hafa spilið heima hjá sér, skiptist.

b Einn mánuðinn fer Erna í ferðalag í tvær vikur. Hún lætur Þóru hafa helminginn af leiktíma sínum. Nemendur búa til skífurit sem sýnir hvernig tíminn skiptist þennan mánuðinn.

*Lausnir:*

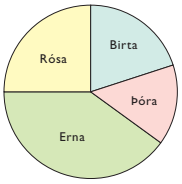
a

Rósa: $\frac{1000}{4000} = \frac{1}{4}$

Erna: $\frac{1600}{4000} = \frac{200}{500} = \frac{2}{5}$

Þóra: $\frac{600}{4000} = \frac{3}{20}$

Birta: $\frac{800}{4000} = \frac{1}{5}$



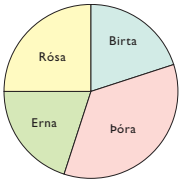

b

Rósa: $\frac{1}{4}$

Erna: $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

Þóra: $\frac{3}{20} + \frac{4}{20} = \frac{7}{20}$

Birta: $\frac{1}{5}$

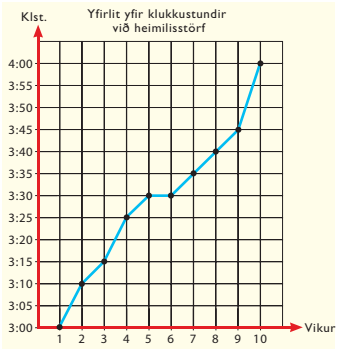



## Raunverkefni

### Þegar tölfræðin segir ósatt

Á verkefnablaði 7.25 *(Sýnir skífurit alltaf rétta mynd af raunveruleikanum?)* eru verkefni sem sýna að tölfræðilegar upplýsingar fela ekki alltaf í sér allan sannleikann; jafnframt er sýnt hvernig hægt er að hnika til myndritum til að fá fram ákveðnar niðurstöður.

*Dæmi:*
Sif vill fá hærri upphæð í vasapeninga. Hún rökstyður það með því að hún hafi hjálpað meira til á heimilinu en áður. Hún leggur fram beiðninni til stuðnings eftirfarandi línurit sem sýnir hvað hún hafi unnið miklu meira við heimilisstörf síðustu 10 vikur. Af línuritinu virðist mega sjá að hún hafi aukið vinnuframlag sitt verulega – eða hvað?




### Snúrur í ýmsum lengdum

Búnaður: Skæri, snúra og reglustika.

Nemendur geta unnið saman í pörum eða litlum hópum. Hver hópur þarf þrjár jafn langar snúrur, helst 60–70 cm langar.

Nemendur klippa eina snúruna í fimm mislanga búta. Þeir mæla lengd hvers búts og finna meðallengdina.

Nemendur klippa einnig aðra snúruna í fimm mislanga búta. Þeir mæla einnig lengd hvers búts og finna meðallengdina.

Nemendur klippa einnig þriðju snúruna í fimm jafn langa búta. Þeir mæla einnig lengd allra fimm hlutanna og reikna meðallengdina.

Kennari biður nú nemendur að bera saman meðallengdirnar í þessum þremur tilvikum.

*Lausn:* Meðallengdin verður sú sama vegna þess að þegar meðaltalið er fundið er í öllum tilvikunum lengd snúrunnar í heild tekin með í reikninginn og henni skipt jafnt milli bútanna fimm. Og þar sem snúrurnar eru upphaflega jafn langar verður meðaltalið hið sama: einn fimmti af heildarlengd.

## Viðfangsefni

- Að reikna líkur
- Að lesa úr skífuritum og línuritum

## Búnaður

- Teningar, spilapeningar (t.d. kubbar)

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 62 Æfingasíða 3

**Nr. 2.76**

Nemendur segja til um líkurnar á að tilteknar tölur komi upp á teningi (á lukkuhjólinu). Í b-lið eru sléttar tölur í þremur af sex mögulegum útkomum. Þar með eru líkurnar á að fá slétta tölu $\frac{3}{6}$ eða $\frac{1}{2}$.

**Nr. 2.77**

Nemendur segja til um líkurnar á að ákveðnar summur fáist þegar tveimur teningum er kastað. Þar sem þrír af 36 möguleikum gefa summuna 10 eru líkurnar á að fá summuna 10 $\frac{3}{36}$ eða $\frac{1}{12}$.

### Lús eða ljón (spil)

Nemendur geta notað spilaborðið í bókinni eða teiknað það. Leikmenn kasta til skiptis einum teningi í byrjun. Áður en hinum teningnum er kastað eiga þeir að segja „lús“, „ljón“ eða „pass“. Þeir segja „lús“ ef þeir halda að summa teninganna tveggja verði 5 eða minna. Þeir segja „ljón“ ef þeir telja að summan verði 9 eða stærri. Ef þeir vilja ekki giska á niðurstöðuna segja þeir „pass“. Ef leikmaður velur síðasta kostinn kastar hann ekki teningnum heldur flytur spilapening sinn um einn reit áfram. Ef hann segir „lús“ eða „ljón“ kastar hann hinum teningnum. Sé ágiskun hans rétt flytur hann spilapeninginn um þrjá reiti áfram. Ef ágiskunin er hins vegar röng er spilapeningurinn kyrr.

Athugið! Eftirfarandi skal ekki segja nemendunum: Besta aðferðin er að segja „lús“ ef upp kemur á fyrri teningnum 1 eða 2, „pass“ ef upp kemur 3 eða 4 og „ljón“ ef upp kemur 5 eða 6. Þetta má sjá í yfirlitinu yfir teningaköstin í verkefni 2.77. Ef bláa teningnum er kastað fyrst og upp kemur 1 eða 2 eru sjö möguleikar á að fá 5 eða minna en fimm möguleikar á að fá 6, 7 eða 8. Það eru því miklar líkur á að giska á rétta niðurstöðu. Næstbesta aðferðin er að segja „lús“ ef upp kemur 1, 2 eða 3 á fyrri teningnum og „ljón“ ef upp kemur 4, 5 eða 6.

▶ Bls. 63 Geturðu þetta?

Verkefnin á þessari blaðsíðu eru af erfiðari toga en kennari þarf samt að vera spar á aðstoð við nemendur!

**Nr. 2.78**

Nemendur finna þriðju töluna þannig að meðaltalið verði 4,5. Vísbending, sem þeir mega ekki fá of snemma, felst í að þeir athuga hver summa talnanna þriggja hlýtur að vera. Hún hlýtur að vera 3 • 4,5 = 13,5. Úr því að 5 + 6,2 = 11,2 hlýtur síðasta talan að vera 13,5 – 11,2 = 2,3.

**Nr. 2.79**

Nemendur eiga að finna sjöttu töluna þannig að meðaltalið verði 10. Hér á hið sama við og í fyrra verkefni að auðveldast er að finna lausnina með því að kanna hver summa talnanna sex hlýtur að vera (hér er hún 60).

**Nr. 2.80**

Nemendur lesa úr skífuritinu til að svara spurningum. Þetta er nokkuð erfitt verkefni! Kennari lætur nemendur prófa sig áfram á eigin spýtur í byrjun. Eftir nokkra stund má gefa þeim eftirfarandi vísbendingu.

- *Hvað er Danmörk stór hluti af skífunni? (Fjórðungur.)*
- *Hvað eru Spánn, Ítalía og Danmörk samtals stór hluti af skífunni?*

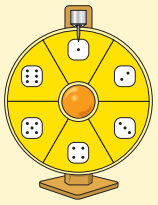
Sem sagt: Spánn + Ítalía + Danmörk = $\frac{1}{2}$.

Þetta má skrifa með einni óþekktri tölu:

### Æfingasíða 3

**2.76** Lína snýr lukkuhjólinu. Hverjar eru líkurnar á að hún fái

**a** einn?
**b** slétta tölu?
**c** 5 eða 6?

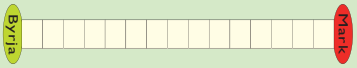


**2.77** Yfirlitið sýnir summurnar sem hægt er að fá þegar tölurnar á tveimur teningum eru lagðar saman. Hægt er að fá 36 mismunandi útkomur.

**a** Í hve mörgum köstunum er summan 10?
**b** Hverjar eru líkurnar á að fá summuna 10?
**c** Í hve mörgum köstunum er summan 6?
**d** Hverjar eru líkurnar á að fá summuna 6?
**e** Hvaða summu eru mestar líkur á að fá?
**f** Í hve mörgum köstum getur talan sex komið upp?
**g** Hverjar eru líkurnar á að fá töluna sex?
**h** Hverjar eru líkurnar á að fá slétta tölu?

| | ⚀ | ⚁ | ⚂ | ⚃ | ⚄ | ⚅ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ⚀ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| ⚁ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| ⚂ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| ⚃ | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| ⚄ | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| ⚅ | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

**SPIL** Lús eða ljón




Búnaður: Spilapeningar, tveir teningar.
Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn.
Hver leikmaður setur spilapening á BYRJA-reitinn.
Leikmenn kasta teningi til skiptis og segja því næst
- „lús“ ef þeir halda að summan af teningunum tveimur verði 5 eða minni;
- „ljón“ ef þeir halda að summa teninganna verði 9 eða stærri;
- „pass“ ef þeir vilja ekki veðja á framhaldið.

Síðan kasta þeir hinum teningnum og athuga hvort ágiskunin er rétt. Ef svo er flytja þeir spilapening sinn um þrjá reiti áfram. Ef ágiskunin var röng mega þeir ekki hreyfa spilapeninginn. Ef leikmenn hafa valið að segja „pass“ skal spilapeningurinn fluttur um einn reit áfram. Sá vinnur sem er fyrstur að komast í MARK.

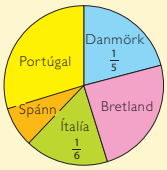
62
2 • Tölfræði og líkur
ÆFINGAHEFTI 3a BLS. 32–35

## Geturðu þetta?

**2.78** Meðaltal þriggja talna er 4,5. Fyrstu tvær tölurnar eru 5 og 6,2. Hver er þriðja talan?

**2.79** Meðaltal sex talna er 10. Fimm talnanna eru 6, 11, 13, 7 og 7. Hver er síðasta talan?

**2.80** Fótboltalið nokkurt ætlaði í æfingabúðir til útlanda. Liðið gat valið milli fimm landa. Allir þátttakendur voru spurðir hvert þeir vildu fara. Skífuritið sýnir niðurstöðurnar:




**a** Hve stór hluti þátttakenda vildi fara til Bretlands?

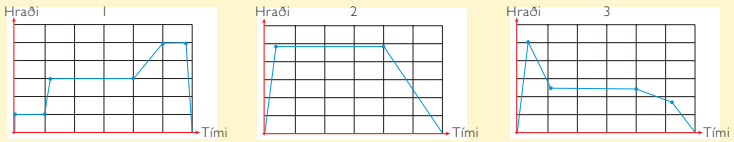
**b** Hve stór hluti þátttakenda vildi fara til Spánar?

Alls voru 60 manns spurðir.

**c** Hve margir vildu helst fara til Portúgals?

**d** Hve margir stungu ekki upp á Danmörku?

**2.81** Ásta og Egill voru tvær klukkustundir í hjólaferð. Fyrst hjóluðu þau upp bratta brekku. Síðan hjóluðu þau mikla vegalengd á sléttlendi. Loks hjóluðu þau heim til sín niður langa brekku. Hvert þessara þriggja línurita lýsir best leiðinni sem þau hjóluðu?




**2.82** Ari, Birkir, Karl og Daði fóru í pílukast. Stigasumman að meðaltali hjá

- Ara og Birki var 29;
- Ara og Karli var 28;
- Birki og Daða var 28;
- Ara og Daða var 25.

Hvaða stigasummu fékk hver strákanna?

$x + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Við lengjum brotin í tólftu hluta:

$x + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12}$

Þess vegna hlýtur x, þ.e. Spánn, að nema $\frac{1}{12}$ af skífunni.

### Nr. 2.81

Nemendur finna út hvaða línurit passar við textann. Einhverjir munu ruglast í ríminu vegna þess að línuritin sýni hraðann. Það þýðir að þegar Ásta og Egill hjóla í byrjun hægt þá hlýtur ferillinn að liggja nálægt x-ásnum. Þegar þau hins vegar í lokin hjóla hratt hlýtur ferillinn að liggja hátt uppi í línuritinu. Einhverjir nemendur munu ef til vill hugsa sem svo að línuritið eigi að sýna hjólaferðina sjálfa eins og línurit 2.

### Nr. 2.82

Þetta verkefni leysa nemendur með því að prófa sig áfram. Þeir þurfa því að fá góðan tíma fyrir þetta verkefni. Ekki er rétt að nemendur prófi sig áfram „í blindni“. Út frá fyrstu tveimur vísbendingunum má sjá að Karl fékk minna en Birkir. Ef þær eru bornar saman við þá síðustu má sjá að Daði fékk minna en Karl. Ef tvær síðustu vísbendingarnar eru skoðaðar má sjá að Ari fékk allmiklu minna en Birkir.

## Auðveldari verkefni

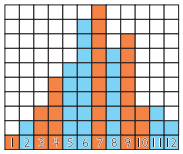
### Talnakapphlaup (spil)

Búnaður: Tveir teningar, spilaborð, litblýantar.

Þetta spil gerir verkefni 2.77 sýnilegra. Leikmenn búa til töflu með 12 dálkum og 10 röðum eða nota verkefnablað 5.62 *(Talnakapphlaup)* í verkefnahefti Stiku 1a.

Áður en spilið hefst velja leikmenn sér tölu til skiptis; jafnframt velja þeir sér lit. Þeir lita neðsta reitinn með tölunum í sínum lit. Ef leikmenn eru tveir munu þeir eiga sex tölur hvor.

Þeir kasta tveimur teningum og leggja saman tölurnar sem koma upp. Sá sem á summuna litar reit í súlunni þar sem talan er. Sá vinnur sem á töluna í súlunni sem fyllist fyrst.




## Erfiðari verkefni

### Fá vinning út frá líkum

Búnaður: verkefnablöð 7.21–7.22 (*Líkur og happadrættisvinningar 1–2*).

Fótboltalið skipuleggur tombólu þar sem hægt er að fá vinning í happdrætti. Þeir sem fá 10 vinninga á einum degi fá fín verðlaun.

Hægt er að fá vinning í ýmsum spilum í fimm mismunandi básum og vinningarnir tíu verða að vera frá a.m.k. þremur mismunandi básum.

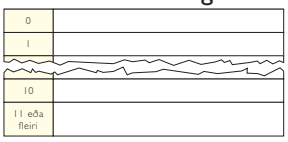
Verkefni þetta gengur út á að nemendur reikni líkurnar á að vinna í hverjum bás og færa niðurstöðurnar í töflu. Þeir gefa síðan upp hvaða básaborgar sig að heimsækja til að fá 10 vinninga á sem auðveldastan hátt.

## Raunverkefni

### Fyrsti ásinn

Búnaður: Spilastokkur.

Nemendur kanna hve mörg spil þarf að draga úr vel stokkuðum spilastokki áður en maður dregur ás. Þeir telja spilin sem þeir draga áður en þeir fá ásinn. Þetta gera þeir nokkrum sinnum og skrá niðurstöður með talningarstrikum í töflu:




Ef nemandi fær t.d. ás í fyrsta drætti setur hann strik við hliðina á 0 í töflunni. Ef hann aftur á móti dregur fyrst þrjú spil og síðan ás setur hann strik við hliðina á 3.

Hver nemandi getur gert þetta 10 sinnum. Kennari getur síðan safnað saman niðurstöðunum og skráð þær t.d. í stóra töflu á skólatöflunni. Þá munu nemendur í fyrsta lagi sjá að mikil dreifing er í niðurstöðum þeirra. Í öðru lagi munu þeir sjá að eftir því sem niðurstöðum fjölgar nálgast heildarniðurstöður æ meir hina endanlegu skiptingu.

# 3 Margföldun og deiling

**Í þessum kafla æfa nemendur enn frekar margföldun og deilingu með blaðreikningi, einnig margföldun og deilingu tugabrota. Mikið er fengist við hlutfallareikning og hvernig finna má fjölda möguleika á að raða saman hlutum og fyrirbærum. Í kaflanum er einnig fjallað um frumtölur, þáttun og samsettar tölur. Í síðasta hluta kaflans læra nemendur að margfalda þar sem svigar koma við sögu, svo og um forgangsröðun aðgerða (að við reiknum fyrst út úr svigunum, þar næst skal margfalda og deila en síðast er lagt saman og dregið frá).**

**Svigar í reikningi eru mikilvægur grunnur undir algebru á unglingastiginu.**

## Viðfangsefni

- Hlutfallareikningur í réttthyrningum þar sem fast hlutfall er milli breiddar og hæðar

## Búnaður

- Vasareiknir

## Kennsluleiðbeiningar

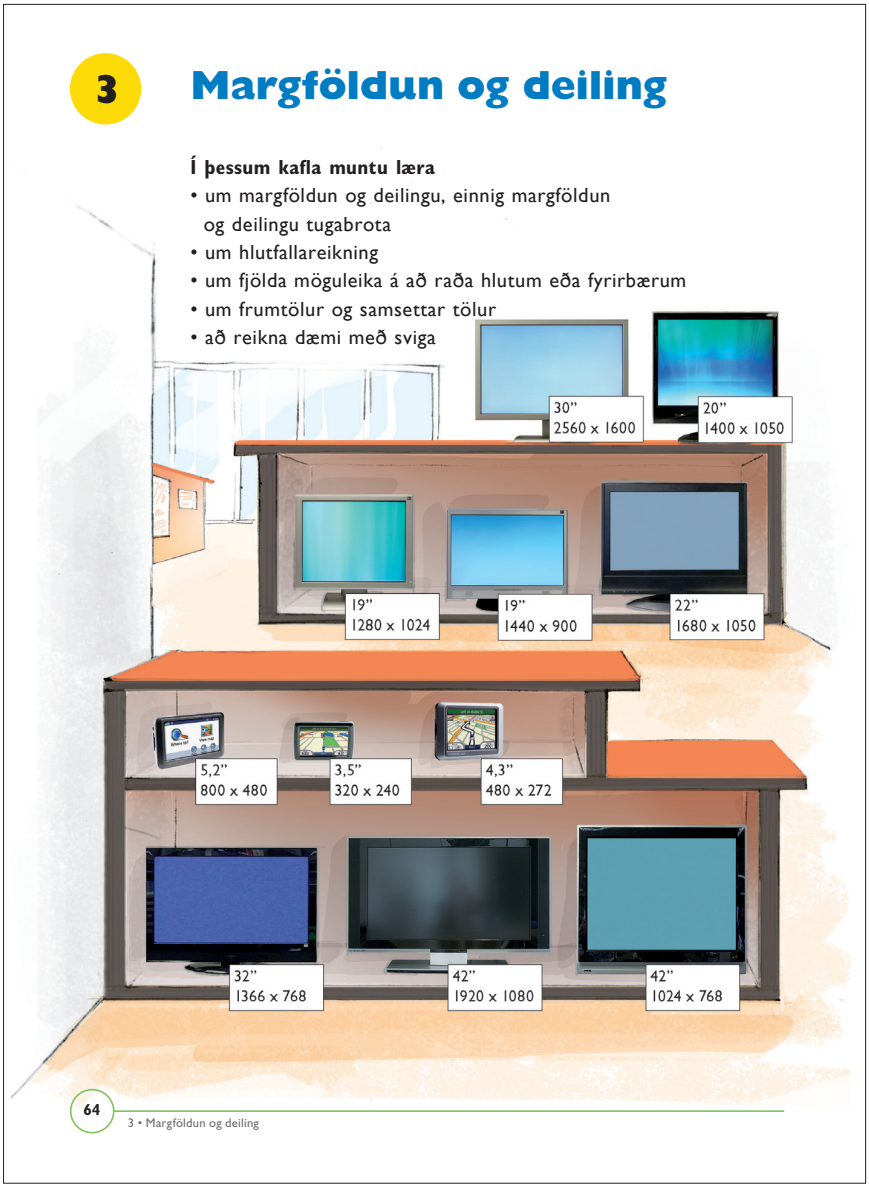
▶ Bls. 64

### Samræðumynd

Kennari leggur fyrir spurningar og kemur af stað umræðum út frá skjám á myndinni. Tommurnar, sem gefnar eru upp, tákna stærðir skjánna mældar með hornalínunni. Margföldunardæmin sýna fjölda punkta (þ.e. myndeininga) sem skjárinn er gerður úr. Skjár með 1024 x 768 punkta hefur 768 láréttar raðir með 1024 punkta í hverri röð, samtals 786 432 punkta. Ef tveir skjáir eru jafn stórir sýnir sá þeirra sem hefur fleiri punkta nákvæmari mynd.

Kennari notar skjáina til að rifja upp hlutfallareikning. Gott er að byrja á því að teikna rétthyrning á töfluna.

- *Hlutfallið milli lengdar og breiddar í rétthyrningi er 3 : 1. Ef breidd rétthyrningsins er 10 cm – hver er þá lengdin? (Þrisvar sinnum lengdin, þ.e.a.s. 3 • 10 = 30 cm.)*
- *Ef lengdin er 60 cm – hver er þá breiddin? (Þrisvar sinnum styttri, 60 : 3 = 20 cm.)*
- *Ef rétthyrningur er 36 cm langur og 10 cm breiður – hvert er þá hlutfallið milli hliðanna? (36 : 10 eða 18 : 5 sem er jafnt og 3,6 : 1.)*




Nemendur þurfa að nota vasareikni við þessa opnu. Mestu skiptir að þeir átti sig á hvernig hlutfall milli tveggja stærða er reiknað (sem í þessum dæmum eru breidd og hæð mismunandi sjónvarpsskjáa). Verkefni út frá skjánum geta verið nokkuð erfið vegna þess að tölurnar eru stórar. Kennari fylgist með hvort nemendur eru með á nótunum. Ef þeir hafa ekki áður heyrt um slíkar stærðir á skjám þarf kennari að meta hvort nota eigi góðan tíma í þessa blaðsíðu eða snúa sér að því að ræða um bls. 65.

- *Hlutföll milli hæðar og breiddar í skjám eru mismunandi. Skoðið tölvuskjáina fimm efst á myndinni. Hvert er hlutfallið milli breiddar og hæðar í 20 tommu skjánum? (1400 : 1050 = 4 : 3 = 1,333 : 1.)*
- *Hvaða skjár er mjóstur miðað við hæðina? (19 tommu skjárinn sem er 1280 x 1024 punktar: Þar er hlutfallið 1280 : 1024 = 5 : 4 = 1,25 : 1.)*
- *Hvert er hlutfallið milli breiddar og hæðar á tölvuskjánum sem er 19“, þeim sem er til hægri? (1440 : 900 = 1,6. Það þýðir að breiddin er 1,6 sinnum lengri en hæðin.)*
- *Þessi umræddi skjár er 25 cm á hæð. Hvað er hann þá breiður? (25 • 1,6 = 40 cm.)*
- *Ef skjárinn er 25 cm á hæð og 40 cm á breidd – hvert er þá flatarmál hans? (25 • 40 = 1000 cm$^2$.)*
- *Áður fyrr var hlutfall allra sjónvarpsskjáa 4 : 3 en nú er*

## Hlutfallareikningur

Í fánum eiga ýmsar lengdir að vera í ákveðnu hlutfalli hver við aðra. Í ástralska fánanum er hlutfallið milli breiddar og hæðar 2 : 1. Það merkir að breiddin eigi að vera tvöföld hæðin. Þetta gildir án tillits til þess hve stór fáninn er.
Í ítalska fánanum er hlutfallið milli breiddar og hæðar 3 : 2. Það merkir að breiddin er $\frac{3}{2}$ af hæðinni.

**Sýnidæmi**

**Ítalskur fáni er 20 cm hár. Hvað er fáninn breiður?**

$20 \cdot 1{,}5 = 30$ Fáninn er 30 cm á breidd.

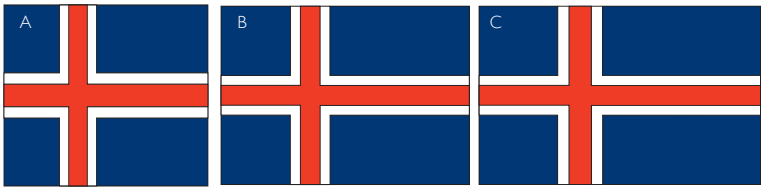
**3.1** Finndu breidd ástralsks fána sem er
**a** 20 cm á hæð **b** 0,5 m á hæð **c** 2 m á hæð

**3.2** Finndu hæð ástralsks fána sem er
**a** 60 cm á breidd **b** 80 cm á breidd **c** 10 m á breidd

**3.3** Í fána Alsírs er hlutfallið milli breiddar og hæðar 3 : 2. Finndu breidd alsírsks fána sem er
**a** 10 cm hár **b** 40 cm hár **c** 1 m hár

**3.4** Finndu hæð alsírsks fána sem er
**a** 60 cm á breidd **b** 75 cm á breidd **c** 6 m á breidd

**3.5** Í íslenska fánanum á hlutfallið milli breiddar og hæðar að vera 25 : 18. Hver af eftirfarandi fánum er í réttum hlutföllum?




65

*algengasta hlutfallið 16 : 9. Hvernig passar það við sjónvarpsskjáina þrjá neðst á myndinni? (Hlutfall annars þeirra sem eru 42" er 4 : 3 en hinn er í hlutfallinu 16 : 9. Hlutfall tækisins, sem er 32", er næstum því 16 : 9.)*

- *Minnsta GPS-tækið er 7 cm á breidd. Hversu hátt er það? (Hlutfallið er 320 : 240 = 1,333. Hæðin er þá 7 : 1,333 ≈ 5,3 cm.)*
- *GPS-tækið, sem er 4,3", er 11 cm á breidd. Hver er hæðin? (480 : 272 = 1,76 cm og 11 : 1,76 = 6,3 cm.)*

▶ Bls. 65

### Sýnidæmi

Kennari rifjar upp hlutfallareikning með nemendum. Hlutfallið milli tveggja stærða er fundið með því að deila í fyrri stærðina með hinni. Það þýðir að röð þessara tveggja stærða skiptir öllu máli.

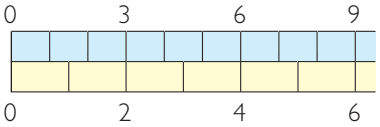
Kennari leggur sérstaka áherslu á tengsl milli almennra brota og tugabrota. Þegar við skrifum að hlutfall sé 3 : 2 má einnig skrifa það sem $\frac{3}{2}$ eða sem 1,5. Í ítalska fánanum er breiddin þess vegna einn og hálfur sinnum hæðin.

### Nr. 3,1–3.2

Nemendur notfæra sér í útreikningum að hæðin er helmingur af breiddinni. Þeir geta leyst þessi dæmi á mismunandi vegu eins og sýnt er í sýnidæminu. Nemendur velja sjálfir hvernig þeir leysa dæmin. Ef þeir nota mismunandi aðferðir gefur það gott tækifæri til að láta þá útskýra þær hvern fyrir öðrum.

### Nr. 3.3–3.4

Nemendur notfæra sér í útreikningunum að breiddin er 1,5 af hæðinni. Þetta má sýna þannig:




### Nr. 3.5

Fyrst þurfa nemendur að reikna út að hlutfallið 25 : 18 er jafnt og 1,389. Síðan geta þeir mælt og fundið hlutfallið milli breiddar og hæðar í hverjum fána til að finna hver þeirra er hinn rétti.

## Auðveldari verkefni

Mörgum nemendum kann að reynast erfitt að átta sig á hvenær á að margfalda og hvenær deila til að finna stærð út frá gefnu hlutfalli. Kennari þarf samt að gæta þess að láta þeim ekki í té minnisreglu eins og að „margfalda hæðina með hlutfallinu". Betra er að sýna nemendum með tvöfaldri talnalínu hvernig stærðirnar tvær tengjast eins og sýnt er hér á undan í umfjöllun um verkefni 3.3–3.4.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Finna hlutföll í fleiri fánum

Nota má fánabækur, atlas eða netið til að finna fleiri fána. Nemendur finna hlutfallið milli breiddar og hæðar í fánum ýmissa landa. Á verkefnablaði 7.26 *(Hlutfallið milli hæðar og breiddar í fánum)* eru nokkrir fánar frá ýmsum löndum þar sem nemendur eiga að finna hlutfallið milli breiddar og hæðar. Þar að auki geta þeir litað fánana í réttum litum.

### Fánar á Norðurlöndum

Benda má nemendum á að athuga hvort hlutföllin í norrænu fánunum séu alls staðar hin sömu.

### Reikna lengdir út frá mælikvarða

Í verkefnunum á verkefnablaði 6.128 *(Mælikvarði 1)* í verkefnahefti Stiku 2b eiga nemendur að reikna lengd hliða út frá gefnum hlutföllum án þess að teikna myndirnar.

### Finna réttan mælikvarða

Verkefnin á verkefnablaði 6.129 *(Mælikvarði 2)* í verkefnahefti Stiku 2b felast í að mæla mismunandi einslaga myndir og finna hlutfallið milli þeirra.

## Viðfangsefni

- Hlutföll í daglegu lífi: Uppskriftir og blöndur
- Hlutfallareikningur. Að segja til um hlutfallið milli tveggja stærða og að nota uppgefið hlutfall til að segja til um óþekkta stærð

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 66

Kennari bendir nemendum á að hér er um að ræða fast margfeldishlutfall milli tveggja stærða. Í sýnidæminu þýðir þetta að fyrir hvern desilítra af hrísgrjónum þarf 2 dl af vatni. Fyrir 6 dl af hrísgrjónum þarf þess vegna 6 • 2 = 12 dl af vatni. Bendið nemendum á að röðin skiptir öllu máli. Ef sagt er að hlutfallið milli hrísgrjóna og vatns sé 2 : 1 þá þýðir það að nota þarf tvöfalt meira af hrísgrjónum en vatni en þá mundi eldamennskan örugglega fara í vaskinn!

Einnig má vekja athygli nemenda á að ef hlutfall er 1 : 4 í uppskrift merkir það að hlutarnir eru samtals 5. Þetta sést greinilega á myndinni í kaflanum Auðveldari verkefni hér á eftir.

### Nr. 3.6

Nemendur eiga að skrá hlutfallið milli hrísgrjóna og mjólkur og milli mjólkur og vatns.

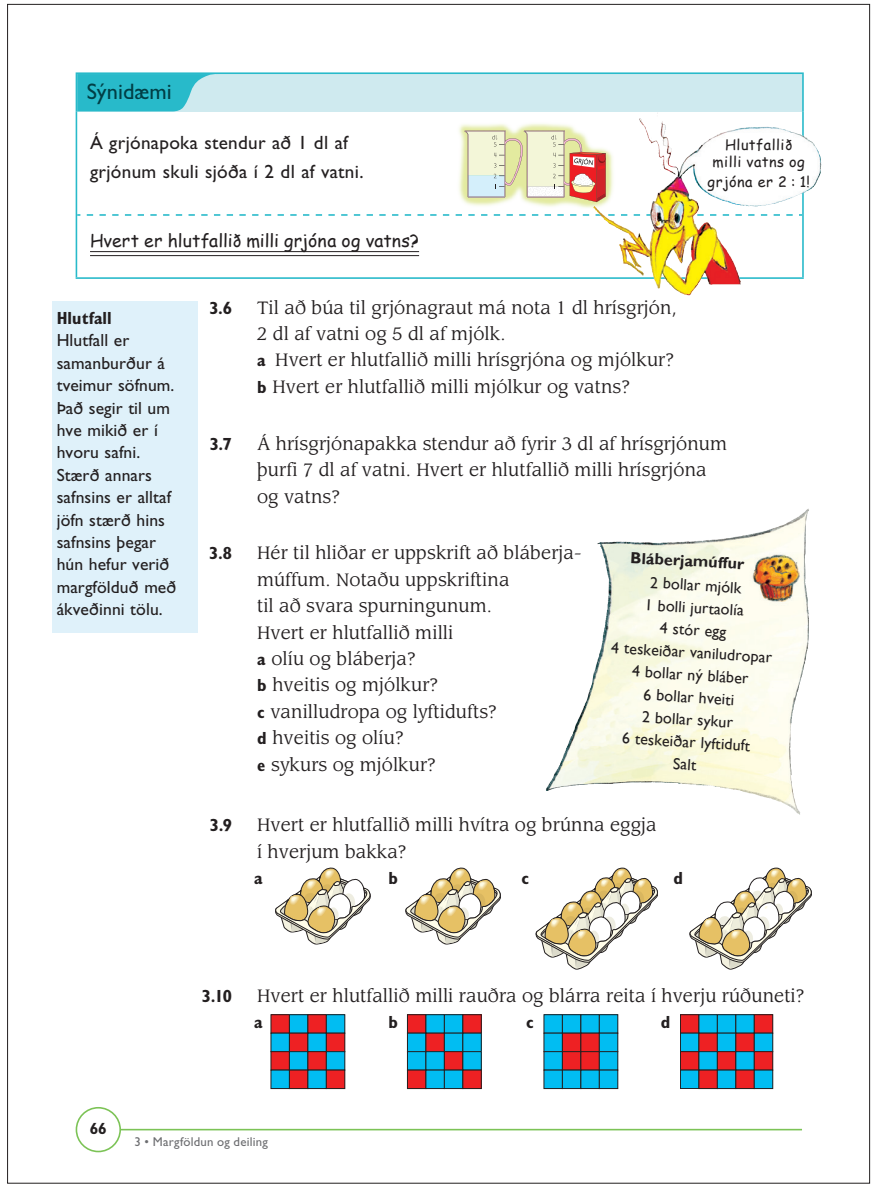
Vekja þarf athygli nemenda á að röðin skiptir máli. Nemendur geta því ekki skrifað einungis „1 : 5“ sem svar við a-lið heldur þarf að bæta við að um sé að ræða „hlutfallið milli hrísgrjóna og mjólkur“.

- *Hvert er hlutfallið milli mjólkur og hrísgrjóna? (5 : 1.)*
- *Hvernig getum við fundið út hve mikla mjólk þarf ef við ætlum að sjóða hrísgrjónagraut með 3,7 dl af hrísgrjónum? (Það þarf 5 sinnum meiri mjólk en hrísgrjón þannig að við þurfum að margfalda hrísgrjónamagnið með 5; þá fáum við 18,5 dl af mjólk.)*

### Nr. 3.7

Nemendur skrifa hlutfallið sem 3 : 7.

- *Hvert er hlutfallið milli vatns og hrísgrjóna? (7 : 3, lesist sem: „sjö á móti þremur“.)*



Sýnidæmi

Á grjónapoka stendur að 1 dl af grjónum skuli sjóða í 2 dl af vatni.

Hlutfallið milli vatns og grjóna er 2 : 1!

Hvert er hlutfallið milli grjóna og vatns?

**Hlutfall**
Hlutfall er samanburður á tveimur söfnum. Það segir til um hve mikið er í hvoru safni. Stærð annars safnsins er alltaf jöfn stærð hins safnsins þegar hún hefur verið margfölduð með ákveðinni tölu.

**3.6** Til að búa til grjónagraut má nota 1 dl hrísgrjón, 2 dl af vatni og 5 dl af mjólk.
**a** Hvert er hlutfallið milli hrísgrjóna og mjólkur?
**b** Hvert er hlutfallið milli mjólkur og vatns?

**3.7** Á hrísgrjónapakka stendur að fyrir 3 dl af hrísgrjónum þurfi 7 dl af vatni. Hvert er hlutfallið milli hrísgrjóna og vatns?

**3.8** Hér til hliðar er uppskrift að bláberjamúffum. Notaðu uppskriftina til að svara spurningunum. Hvert er hlutfallið milli
**a** olíu og bláberja?
**b** hveitis og mjólkur?
**c** vanilludropa og lyftidufts?
**d** hveitis og olíu?
**e** sykurs og mjólkur?

**Bláberjamúffur**
2 bollar mjólk
1 bolli jurtaolía
4 stór egg
4 teskeiðar vaniludropar
4 bollar ný bláber
6 bollar hveiti
2 bollar sykur
6 teskeiðar lyftiduft
Salt

**3.9** Hvert er hlutfallið milli hvítra og brúnna eggja í hverjum bakka?
a b c d

**3.10** Hvert er hlutfallið milli rauðra og blárra reita í hverju rúðuneti?
a b c d

66
3 • Margföldun og deiling

### Nr. 3.8

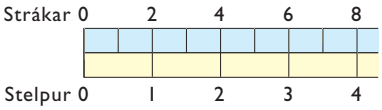
Nemendur þurfa að lesa uppskriftina til að finna hlutföllin. Algengast er að gefa hlutföllin upp fullstytt. Það er samt ekki rangt að gefa hlutföllin milli hveitis og mjólkur sem 6 : 2 en einnig má skrifa það sem 3 : 1.

### Nr. 3.9–3.10

Nemendur finna hlutfallið milli hvítra og brúnna eggja, svo og milli rauðra og blárra reita. Bendið nemendum á að þetta verkefni er annað en að finna fjölda rauðra reita vegna þess að þá er gengið út frá hlutfallinu milli fjölda rauðra reita og heildarfjöldans. Í 3.10b yrði þá sagt að hlutur rauðu reitanna væri 6 : 16, þ.e. „sex af sextán reitum eru rauðir“. Hlutfallið milli rauðra og blárra reita er hins vegar 6 : 10 eða 3 : 5.

▶ Bls. 67

Kennari fer með nemendum í gegnum útskýringarnar á hinum jöfnu hlutföllum á efri helmingi blaðsíðunnar. Gengið er út frá að stelpurnar séu 4 og strákarnir 8; hlutfallið milli stelpna og stráka er þá 4 : 8. Segja má þetta þannig að á móti hverri stelpu séu tveir strákar, þ.e. þá er hlutfallið 1 : 2 sama hlutfall og 4 : 8.




Þessu má líkja við jafn stór brot. Ef hlutfall er sýnt á einfaldasta hátt merkir það að tölurnar í hlutfallinu eru fullstyttar. Kennari rifjar upp með nemendum styttingu brota, þ.e. deilt er í teljara og nefnara með sömu tölu. Nemendur verða því að finna tölu sem gengur upp í báðum tölum hlutfallsins.

**Jöfn hlutföll**

Í herbergi eru 4 stelpur og 8 strákar. Hlutfallið milli stelpna og stráka er 4 : 8. Stelpurnar og strákarnir mynda pör.

Þá eru tvö pör af stelpum og fjögur pör af strákum. Hlutfallið milli stelpnapara og strákapara er 2 : 4.

Síðan sameinast tvö og tvö pör og mynda fjögurra manna hópa.

Þá er einn stelpuhópur og tveir strákahópar.
Hlutfallið milli þeirra er 1 : 2.
Hlutföllin 4 : 8, 2 : 4 og 1 : 2 lýsa sama fjölda stelpna og stráka.
Við köllum þau jöfn hlutföll.

**Jöfn hlutföll**
Jöfn hlutföll eru milli tveggja safna ef mismunandi tölur tákna þetta sama hlutfall.

Í dæminu efst á blaðsíðunni tákna 4 : 8, 2 : 4 og 1 : 2 sama hlutfallið.

1 : 2 sýnir þetta hlutfall á *einfaldasta hátt*. Þá er hlutfallið *fullstytt*.

**3.11** Á borði eru 6 rauð og 12 græn epli. Hlutfallið milli rauðu og grænu eplanna er 6 : 12.
Bæði rauðu og grænu eplin eru sett saman tvö og tvö.

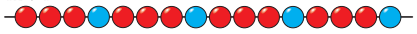
**a** Hvert er hlutfallið milli rauðra eplapara og grænna?

Sex rauð epli eru sett saman í poka og einnig eru grænu eplin sett saman sex og sex í poka.

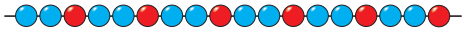
**b** Hvert er hlutfallið milli fjölda poka með rauðum og grænum eplum.

**3.12** Hér sérðu myndir af nokkrum perluhálsböndum. Skráðu hlutfallið milli rauðra perla og blárra í hverju hálsbandi á sem einfaldastan hátt með því að fullstytta það.

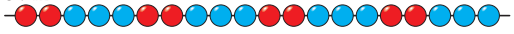
**a** 12 : 4



**b** 6 : 12



**c** 8 : 12





## Nr. 3.11

Nemendur finna jöfn hlutföll milli fjölda rauðu og grænu eplanna, þ.e.a.s. 3 : 6 og 1 : 2.

Kennari leiðir athygli nemenda að röðinni: Hlutfallið milli rauðra og grænna epla er 1 : 2 en hlutfallið milli grænna og rauðra epla er 2 : 1.

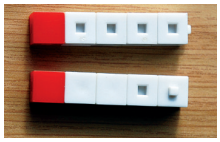
## Nr. 3.12

Nemendur finna hlutfallið milli rauðra og blárra perla og skrá það á einfaldasta hátt , þ.e. fullstytt.

## Auðveldari verkefni

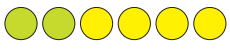
Við þessi verkefni er mikil hjálp fólgin í því fyrir nemendur að styðjast við áþreifanleg hjálpargögn. Þeir geta notað plastkubba, perlur eða sentikubba. Sýna má hlutfallið „1 bolli af olíu á móti 4 eggjum“ (sjá uppskrift í verkefni 3.8) þannig:

Hve mörg egg þurfum við ef við notum 2 bolla af olíu?



### Meiri þjálfun í hlutfallareikningi

Kennari býr til fleiri verkefni með kubbum og biður nemendur að finna hlutfallið milli hinna ýmsu lita.



Hvert er hlutfallið milli grænna og gulra kubba? (2 : 4.)

Fá má fleiri verkefni af þessum toga á verkefnablaði 6.132 *(Hlutföll 1)* í verkefnahefti Stiku 2b.

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir

Eftirfarandi verkefni og fleiri má fá á verkefnablöðum 7.27 og 7.28 *(Þrautir um hlutföll 1 og 2)*.

**Hugmyndir og athugasemdir**

.....

.....

.....

.....

.....

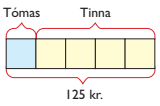
.....

Tinna notar fjórum sinnum meiri peninga en Tómas. Samtals nota þau 2500 kr.

a Skráðu hlutfallið milli peninganna sem Tómas og Tinna nota. (1 : 4.)

b Hve stóran hluta af peningunum samtals notar Tinna? ($\frac{4}{5}$)

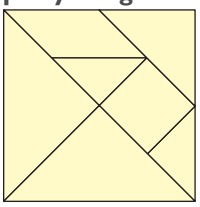
c Hve mikið notaði hvort þeirra? (Tinna notaði 2000 kr. og Tómas 500 kr.)




Tómas notar $\frac{1}{5}$ af heildarsummu sem verður þá 2500 : 5 = 500. Tinna notar $\frac{4}{5}$ sem er 4 • 500 = 2000 kr.

## Raunverkefni

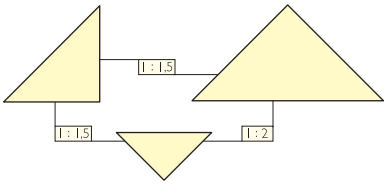
### Rannsókn á hlutföllunum milli þríhyrninganna í tangram



Búnaður: Tangram (verkefnablað 5.97 *(Tangram)* í verkefnahefti Stiku 1a.)

Í þessu verkefni reyna nemendur að finna hlutfallið milli stærða þriggja mismunandi þríhyrninga í tangram-púsluspilinu. Þeir mæla hliðar þríhyrninganna og finna hve mörgum sinnum hliðar í þríhyrningi eru lengri eða styttri en samsvarandi hliðar í öðrum þríhyrningum.

*Lausnir*



## Viðfangsefni

- Hlutfallareikningur í ýmsum viðfangsefnum úr daglegu lífi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 68

**Nr. 3.13**

Nemendur finna hlutfallið milli þyngdar hunds (í kílóum) og þess magns fóðurs (í grömmum) sem hann þarf að éta á hverjum degi. Nemendur skrá hlutfallið á einfaldasta hátt, þ.e. fullstytt.

- *Hvað segir taflan um hlutfallið milli þyngdar hunds og magns þeirrar fæðu sem hann étur á dag? Hvorir éta meira á hverjum degi í hlutfalli við þyngdina, stórir og þungir hundar eða litlir og léttir hundar? (Litlir hundar éta hlutfallslega meira en stórir hundar; hlutföllin eru 1 : 25 (litlir hundar) og 1 : 10 (stærri hundarnir)).*
- *Ef hlutfallið væri hið sama hjá litlum hundum og stórum, til dæmis 1 : 25 – hve mikinn mat ætti þá 50 kílóa hundur að éta á hverjum degi? (50 • 25 = 1200 g.)*

**Nr. 3.14–3.15**

Nemendur nota upplýsingar í töflunni efst á blaðsíðunni til að svara spurningum. Þeir þurfa að margfalda dagskammt með dagafjölda.

**Nr. 316–3.17.**

Nemendur nota upplýsingar í töflunni efst á blaðsíðunni til að svara spurningunum.

- *Hvernig funduð þið svarið við verkefni 3.16? (Til dæmis dugar 1 kg í fimm daga. Þá munu 7 kg duga í 35 daga og hálft kíló í viðbót í 2,5 daga. Samtals eru þetta 37,5 dagar.)*

**Sýnidæmi**

Nemendur reikna út hraðann í m/sek. Það merkir að þeir eiga að finna hlutfallið milli metra og sekúndna. Þeir deila þá í vegalengd með sekúndufjölda til að finna einföldustu framsetninguna, þ.e. fullstytt hlutfall.

**Nr. 3.18**

Nemendur finna hlutföllin og skrá þau á einfaldasta hátt.

---

**3.13** Taflan sýnir hlutfallið milli þyngdar hunds og hversu mikið þurrfóður hann þarf að éta á hverjum degi. Finndu hlutfallið milli þyngdar hundsins (í kg) og þurrfóðursins (í g) og skrifaðu það á einfaldasta hátt í töfluna með því að fullstytta það.

| Þyngd hundsins (kg) | Þurrfóður á dag (g) | Hlutföll þyngd: þurrfóður |
|---|---|---|
| 5 | 125 | 1 : 25 |
| 10 | 200 | |
| 20 | 280 | |
| 30 | 360 | |
| 50 | 500 | |

**3.14** Chihuahua-hundur vegur 5 kg. Hve mikið þurrfóður étur hann á **a** dag? **b** viku? **c** mánuði?

**3.15** Golden retriever-hundur er 30 kg á þyngd. Hve mikið þurrfóður étur hann á **a** dag? **b** viku? **c** mánuði?

**3.16** Linda á cocker spaniel-hund sem vegur um það bil 10 kg. Hún kaupir 7,5 kg poka af fóðri og gefur hundinum mat eftir töflunni hér fyrir ofan. Hve marga daga er hundurinn að ljúka við fóðrið í pokanum?

**3.17** Helgi á rottweiler-hund sem hann fóðrar eftir töflunni hér fyrir ofan. Hann hefur fundið út að einn poki með 20 kg fóðri dugar í 40 daga. Hvað er hundurinn þungur?

**Sýnidæmi**

Hreindýr getur hlaupið 50 m á fimm sekúndum.
Hver er hraðinn?

50 : 5 er jafnt og 10 : 1. Hraðinn er 10 m/sek.

**3.18** Í töflunni eru upplýsingar um hve langan tíma nokkur dýr eru að hlaupa ákveðna vegalengd. Hver er hraði þessara dýra?

| Dýr | Vegalengd (m) | Tími (sek.) |
|---|---|---|
| Björn | 75 | 5 |
| Hestur | 660 | 30 |
| Hlébarði | 330 | 10 |
| Héri | 300 | 15 |
| Fíll | 200 | 20 |



---

▶ Bls. 69

**Nr. 3.19**

Nemendur skrifa hlutfallið milli þess hve oft Felix slær boltann og tímans sem það tekur. Hlutfallið er 5 : 2.

- *Hve oft rekur Felix boltann á einni sek.? (2,5 sinnum á sekúndu.)*
- *En á einni mínútu? (60 • 2,5 = 60 + 60 + 30 = 150.)*

**Nr. 3.20**

Nemendur nota hlutfallið, sem gefið er upp, og finna fjölda snúninga á 8 mínútum.

**Nr. 3.21**

Nemendur nota uppgefið hlutfall og finna fjölda snúninga á 20 mínútum.

**Sýnidæmi**

Öfugt við dæmi 3.20 og 3.21 er ekki gefinn upp fjöldi á tímaeiningu. Þess vegna eiga nemendur að finna það út strax í a-liðnum. Því næst er tíminn lengdur í b-lið. Athugið að hér er farið yfir í aðra tímaeiningu. Hér þarf að nota þá staðreynd að 60 mínútur eru í einni klukkustund.

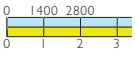
Ekki er alltaf nauðsynlegt að miða við eina einingu en það skýrir oft verkefnin fyrir nemendum. Í b-lið mætti hugsa sem svo að það séu tólf 5-mínútna lotur í einum klukkutíma þannig að kraninn mun þá leka 12 • 100 ml = 1200 ml.

**Nr. 3.22**

Að finna fjölda blaðsíðna á mínútu samsvarar því að skrá hlutfallið milli blaðsíðna og tíma í mínútum á einfaldasta hátt, þ.e. hlutfallið fullstytt. Síðan nota nemendur hlutfallið til að reikna út tímann sem það tekur að prenta út 12 blaðsíður.

- *Hve mörg blöð getur prentarinn prentað út á 1 klukkustund? (60 • 8 = 480 blöð.)*

**3.19** Felix rekur bolta eins hratt og hann getur og telur skiptin jafnóðum. Á 8 sekúndum hefur hann slegið boltann í gólfið 20 sinnum. Skráðu hlutfallið milli þess hve oft hann slær boltann og tímans sem það tekur. Skráðu hlutfallið á einfaldasta hátt (fullstytt).




**3.20** Þvottavél vindur þvottinn með því að snúa tromlunni 1400 sinnum á mínútu. Hve oft snýst tromlan ef vindingin tekur 8 mínútur?

**3.21** Á gamaldags plötuspilara snerust plöturnar 33 $\frac{1}{3}$ sinnum á mínútu. Hve oft snerist platan ef það tók 20 mínútur að spila plötuna öðrum megin?

### Sýnidæmi

Úr krana leka 100 ml á 5 mínútum.
a Hve mikið lekur þá á mínútu?
b Hve mikið lekur þá á einum klukkutíma?

**a** 100 : 5 er jafnt og 20 : 1 — Það leka 20 ml á mínútu.

**b** 20 · 60 = 1200 ml = 12 dl — Það leka 12 dl á einum klukkutíma.

**3.22** Blekprentari er 5 mínútur að prenta 40 blaðsíðna skjal.
**a** Hve margar blaðsíður prentar hann á einni mínútu?
**b** Hve langan tíma er hann að prenta út 12 blaðsíður?

**3.23** Í sex könnur er búið að blanda drykk úr eplasafa og berjasafa.

| Kanna | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Eplasafi (ml) | 400 | 600 | 600 | 500 | 800 | 450 |
| Berjasafi (ml) | 200 | 400 | 200 | 200 | 600 | 300 |

**a** Skrifaðu hlutfallið milli epla- og berjasafa í hverri könnu.
**b** Í tveimur könnum er sama bragð af drykknum. Hvaða könnur eru það?
**c** Jóna ætlar að blanda 9 lítra af drykk A. Hvað þarf hún mikið af eplasafa?

Ragnar ætlar að blanda drykk D úr 3 lítrum af eplasafa.
**d** Hvað þarf hann mikið af berjasafa?



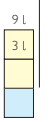
## Nr. 3.23

Fyrr í þessum kafla hefur verið fjallað um hlutföll milli tveggja óskyldra stærða, t.d. þyngdar og fóðurs, hraða og tíma. Í blöndum er einnig um að ræða hlutföll milli tveggja stærða en málin horfa hér öðruvísi við því að við blöndunina verður þriðja stærðin til.

Þetta þýðir að til viðbótar við margfeldishlutfallið þarf að nota samlagningu, þ.e. þegar stærðirnar tvær eru lagðar saman. Þegar 2 hlutum af berjasafa er blandað við eplasafa í hlutföllunum 1 : 1,5 (kanna F) margföldun við 1,5 með 2 til að finna magnið af eplasafa, þ.e. 3 hlutar. Samtals eru hlutarnir þá 2 + 3 = 5 hlutar af safablöndunni.

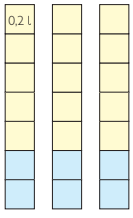
Nemendur finna hlutfallið milli eplasafa og berjasafa í öllum sex könnunum og skrá hlutfallið.

Í c-lið á að búa til 9 lítra af tilbúinni blöndu. Þá þarf að reikna hlutana tvo (epla- og berjasafa) út frá heildinni. Þar sem hlutfallið milli epla- og berjasafa er 2 : 1 þarf að nota 2 lítra af eplasafa í 1 lítra af berjasafa. Samtals verður blandan 3 lítrar. Þar sem Jóna þarf þrisvar sinnum meira þarf hún 6 lítra af eplasafa og 3 lítra af berjasafa.




Í d-lið þarf að athuga hlutfallið milli safategundanna tveggja, 5 : 2.

Ef gengið er út frá að hver hluti á teikningunni sýni 0,2 lítra þá sést að í 1 lítra af eplasafa þarf 0,4 lítra af berjasafa. Í 3 *l* af eplasafa þarf því 3 • 0,4 *l* = 1,2 *l* af berjasafa.




## Auðveldari verkefni

Kennari tengir útskýringar við tvöfalda talnalínu eins og þá sem sýnd er á bls. 69 í nemendabók.

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir – hraði

Hrafn hleypur á hraðanum 8 m/sek. Hve lengi hefur hann hlaupið þegar hann er búinn með 112 m?
*Lausn:* 112 : 8 = 14. Hann hefur hlaupið 8 m 14 sinnum, þ.e.a.s. á 14 sekúndum. Frá heimili Atla eru 203 km í næstu sundlaug. Hann ekur þangað á snjósleða á hraðanum 58 km/klst. Hve lengi er hann á leiðinni?
*Lausn:* 3,5 klst.

### Fleiri þrautalausnir

Fleiri þrautir má finna í verkefnahefti Stiku 1–3. Á verkefnablaði 6.130 í verkefnahefti Stiku 2b eru verkefni um hraða og tíma. Á verkefnablöðum 5.184–5.189 í verkefnahefti Stiku 1b eru verkefni um hlutföll.

## Raunverkefni

### Samþætting við leikfimi

### Hlaupa 50 m og taka tímann

Þetta verkefni má t.d. vinna utanhúss. Kennari mælir 50 metra vegalengd og nemendur hlaupa hana. Tíminn er mældur sem hlaupið tekur. Þegar komið er aftur í kennslustofuna eiga nemendur að athuga hvort þeir geti keppt við einhver dýrin í töflunni á bls. 68. Gott er að láta þá nota vasareikni við útreikningana.

Til að finna lausnina getur verið heppilegt að hjálpa nemendum til að hugsa fyrst með einfaldari tölum.

- *Dýr notar 3 sekúndur í að hlaupa 21 metra. Hver er hraðinn í m/sek.? (7 m/sek.)*
- *Hvernig funduð þið svarið? (Með því að deila í fjarlægðina með tímanum.)*

Það er einmitt það sem við ætlum að gera núna. Við vitum fjarlægðina og tímann sem við notuðum og þurfum að finna hraðann. Við verðum þá fyrst að deila í 50 m með tímanum sem þið þurftuð. Þannig finnum við metra á sekúndu (m/sek.).

Geta nemendur einnig fundið hve hratt þeir hlaupa í km/klst.?

Þeir þurfa að margfalda metrafjöldann í sekúndum með 60 þannig að þeir finni metra á mínútu. Síðan margfalda þeir aftur þá útkomu með 60 og finna þannig fjölda metra á klst. Loks verða þeir að breyta metrunum í kílómetra með því að deila með 1000.

## Viðfangsefni

- Fjöldi möguleika fundinn með margföldun

## Búnaður

- Bréfaklemmur

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 70

### Sýnidæmi

Í sýnidæminu er verkefni sem fjallar um að finna fjölda möguleika á að raða hlutum eða fyrirbærum úr tveimur eða fleiri söfnum. Svarið í sýnidæminu felur í sér *fjölda möguleikanna* en tölurnar, sem notaðar eru í margfölduninni, er fjöldi hálskeðja og fjöldi viðhengja. Sú staðreynd að svarið á við *eitthvað annað* en það sem margfaldað er saman veldur því að þessi tegund verkefna verður flóknari en venjuleg margföldunardæmi, t.d.: Fimm pokar af molum með 10 molum í hverjum poka; þá er svarið 50 *molar*. Þess vegna er mikilvægt að nemendur geri yfirlit yfir möguleikana þannig að þeir sjái hvers vegna margföldun er eðlileg í þessari tegund verkefna.

### Nr. 3.24

Nemendur finna hve margar mismunandi brauðsneiðar er hægt að búa til með þrenns konar brauði og ferns konar áleggi.

### Nr. 3.25

Nemendur finna hve marga mismunandi bíla er hægt að velja með tveimur bíltegundum og fimm litum.

### Nr. 3.26

Út frá upplýsingunum, sem kortið gefur, finna nemendur á hve marga vegu er hægt að fara frá Hjarnhóli að Snæbungu. Fyrir hverja af þremur brautum frá Hjarnhóli til Mjallarbrekku er hægt að velja eina af fjórum brautum til að halda áfram að Snæbungu. Samtals verða þetta því 3 • 4 = 12 möguleikar.

### Nr. 3.27

Nemendur finna hve margir matseðlar eru í boði. Ein aðferðin við að leysa þetta er að telja kartöflurnar ekki með í fyrstu. Þá er um að velja 4 hamborgara og 4 drykki sem gefa 16 möguleika. Fyrir hvern af þessum 16 möguleikum er hægt að velja um tvær tegundir af kartöflum. Þar með verða möguleikarnir alls 16 • 2 = 32.

### Bingó (spil)

Hver leikmaður skrifar tölu í reitina á spilaborðinu sínu sem er 3 • 3 reitir að stærð. Leikmenn velja sjálfir tölurnar en að sjálfsögðu þurfa þeir að hafa í huga hvaða tölur er hægt að fá. Þar næst snúa þeir bréfaklemmunum tveimur. Sá sem er með summu talnanna tveggja á spilaborðinu krossar í þann reit. Sömu tölu má skrifa oftar en einu sinni á spilaborðið en aðeins má setja einn kross í hverri umferð.

### Nr. 3.28

Nemendur finna fjölda mögulegra summa þegar bréfaklemmunum tveimur er snúið. Þar sem sex tölur eru á hvoru hjóli verða möguleikarnir 6 • 6 = 36 talsins.

Sjá spurningar í kaflanum *Erfiðari verkefni* hér á eftir.

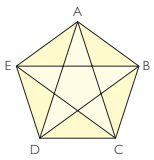
▶ Bls. 71

### Sýnidæmi

Í þessu verkefni á að mynda pör innan eins og sama hópsins. Þá er fjöldi möguleika fundinn með því að gera yfirlit yfir þá alla. Þetta má gera á marga vegu og gott er að láta nemendur sjálfa ákveða hvernig þeir vilja leysa verkefnið. En þá skiptir líka máli að þeir fái tækifæri til að sýna hver öðrum aðferðir sínar.

### Nr. 3.29

Nemendur finna allar upphæðirnar sem hægt er að búa til með myntunum fimm. Ef notað er myndrit eins og er til hægri í sýnidæminu yrði yfirlitið þannig:



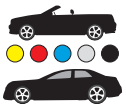

## Fjöldi möguleika við röðun

### Sýnidæmi

Elín á tvær hálskeðjur og fjögur viðhengi.
Á hve marga vegu getur hún valið saman eina keðju og eitt viðhengi?

$2 \cdot 4 = 8$
Möguleikarnir eru 8.

**3.24** Í matsalnum geta nemendur valið milli þriggja brauðtegunda og fjögurra áleggstegunda. Hve margar mismunandi brauðsneiðar geta þeir fengið?



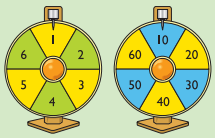
**3.25** Í tölvuleik um bíla getur hver leikmaður valið hvernig bíllinn hans á að vera. Hægt er að velja um tvær tegundir af bílum og fimm mismunandi liti. Hve marga mismunandi bíla geta leikmennirnir valið?

Við finnum fjölda möguleika á að raða saman hlutum og fyrirbærum úr tveimur eða fleiri söfnum með því að margfalda saman fjöldann í söfnunum.

**3.26** Skoðaðu kortið til hægri af skíðasvæðinu. Frá Hjarnhóli til Mjallarbrekku eru þrjár skíðabrautir. Frá Mjallarbrekku til Snæbungu eru fjórar brautir. Á hve marga ólíka vegu er hægt að fara frá Hjarnhóli til Snæbungu?

**3.27** Á hamborgarastað eru margs konar matseðlar. Hægt er að fá fjóra mismunandi hamborgara, fjóra mismunandi drykki og tvær tegundir af kartöflum. Hve margir mismunandi matseðlar eru í boði?

**SPIL** Bingó
Hver leikmaður býr til rúðunet með 3 · 3 reitum og skrifar tölu í hvern reit. Bréfaklemmu á hvoru lukkuhjólinu er snúið og tölurnar, sem bréfaklemman lendir á, eru lagðar saman. Sá sem hefur summuna á spilaborðinu sínu krossar yfir þann reit. Athugið! Aðeins má krossa yfir einn reit í hverri umferð. Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá krossa í röð.



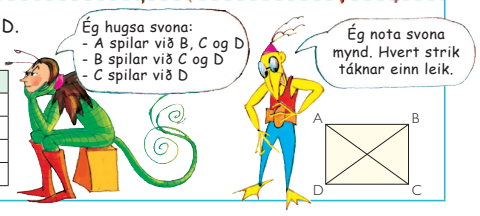

**3.28** Hve margar mismunandi summur er hægt að búa til með bréfaklemmunum tveimur í bingóinu hér á undan?

**Sýnidæmi**

Fjórir krakkar spila hver gegn öðrum í bílatölvuspili. Hve mörg spil þurfa þeir að spila til að allir hafi spilað gegn öllum einu sinni?

Við köllum krakkana A, B, C og D. Við getum skrifað alla möguleikana í töflu:

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| A | - | x | x | x |
| B | - | - | x | x |
| C | - | - | - | x |
| D | - | - | - | - |




Þegar finna á alla möguleikana á röðun úr sama safninu skrifum við möguleikana skipulega upp.

**3.29** Emma á fimm mismunandi myntir: krónupening, fimmkall, tíkall, fimmtíukall og hundraðkall. Hve margar mismunandi upphæðir getur hún búið til með tveimur af myntunum?

**3.30** Lárus ætlar að búa til jólapoka í tveimur litum. Hann á pappír í fjórum mismunandi litum. Hve marga mismunandi jólapoka getur hann búið til?

**3.31** Sjoppa nokkur selur ískúlur með sex mismunandi bragðtegundum. Pétur ætlar að kaupa sér ís með tveimur mismunandi kúlum.

**a** Á hve marga vegu getur hann valið saman bragðtegundir?

**b** Á hve marga vegu getur hann valið bragðtegundir ef gert er ráð fyrir að sama bragð megi vera af báðum kúlunum?

**3.32** Hugi er mjög hjátrúarfullur fótboltamaður. Hann spilar alltaf í ósamstæðum sokkum. Í sokkaskúffunni hans eru átta mismunandi sokkapör.

**a** Hve mörg ósamstæð pör getur hann búið til?

**b** Hve mörg ósamstæð pör gæti hann búið til ef hann ætti tíu mismunandi sokkapör?

**c** Hve mörg ósamstæð pör gæti hann búið til ef hann ætti 100 mismunandi sokkapör?

Geturðu þetta?



Frá A liggja fjögur strik. Frá B liggja einnig fjögur strik en búið er að telja með strikið milli A og B þannig að þrjú „ný“ strik eru frá B. Frá C eru tvö „ný“ strik, þ.e. til D og E. Frá D er eitt „nýtt“ strik, þ.e. til E. Möguleikarnir eru 4 + 3 + 2 + 1 = 10 talsins.

### Nr. 3.30

Nemendur finna hve marga mismunandi tvílita jólapoka er hægt að búa til þegar völ er á fjórum litum í pokana. Þetta er sams konar verkefni og sýnt er í sýnidæminu efst á bls. 71 í nemendabók.

### Nr. 3.31

Nemendur finna fjölda möguleika þegar velja má tvær ískúlur. Hægt er að velja um sex mismunandi bragðtegundir. Í b-lið má einnig hafa sama bragð á báðum kúlum. Þetta kemur skýrt fram í töflu sem þessari:

| | Bragð 1 | Bragð 2 | Bragð 3 | Bragð 4 | Bragð 5 | Bragð 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bragð 1 | ○ | × | × | × | × | × |
| Bragð 2 | | ○ | × | × | × | × |
| Bragð 3 | | | ○ | × | × | × |
| Bragð 4 | | | | ○ | × | × |
| Bragð 5 | | | | | ○ | × |
| Bragð 6 | | | | | | ○ |

Reitir með krossum sýna möguleikana með tveimur mismunandi kúlum en reitir með hringjum sýna möguleikana þar sem kúlurnar tvær eru með sama bragð.

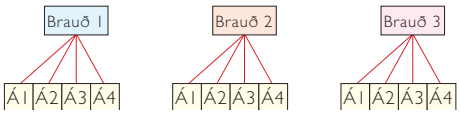
### Nr. 3.32

Nemendur finna fjölda ósamstæðra para miðað við að Hugi geti valið úr átta eða tíu sokkapörum. Loks eiga þeir að finna fjölda ósamstæðra para þegar um 100 sokka er að ræða. Hvetja þarf nemendur til að vinna á kerfisbundinn hátt og reyna að setja alla möguleikana í myndrit.

Einfaldasta aðferðin er líklega að styðjast við myndina lengst til hægri í sýnidæminu efst á blaðsíðunni. Með átta sokkum verður myndritið áttþyrningur með öllum hornalínunum. Þá geta nemendur séð að frá hverju horni liggja sjö strik. Ein aðferð við að telja strikin er að margfalda 8 með 7. Þá er samt sem áður búið að telja öll strikin tvisvar þannig að rétt svar verður 8 • 7 : 2 = 28. Með 100 pörum verður svarið 100 • 99 : 2 = 4950 möguleikar.

## Auðveldari verkefni

Kennari sýnir nemendum hvernig setja má fram hina ýmsu möguleika. Í verkefni 3.24 má gera þetta þannig:




Samtals sést að hinir mismunandi möguleikar eru 3 • 4 = 12.

Gott er að fá fram fleiri aðferðir við að búa til yfirlit yfir möguleikana. Kennari ræðir við nemendur um hvaða aðferð þeim finnst gefa best yfirlit, þ.e. sem sýnir best að möguleikarnir eru 12 talsins.

## Erfiðari verkefni

### Líkindareikningur

Gott er að byggja þetta verkefni á bingóspilinu á bls. 70 í nemendabók:

- *Hverjar eru líkurnar á að fá*

a 21? ($\frac{1}{36}$)

b tölu milli 61 og 66 (báðar tölur meðtaldar)? ($\frac{6}{36}$ eða $\frac{1}{6}$)

c tölu milli 10 og 30 (báðar tölur meðtaldar)? ($\frac{12}{36}$ eða $\frac{1}{3}$)

d tölu þar sem 1 er í einingasætinu? ($\frac{6}{36}$ eða $\frac{1}{6}$)

## Raunverkefni

### Æfa margföldunartöfluna

Á verkefnablaði 5.34 *(Margföldunardæmi)* í verkefnahefti Stiku 1a eru hreinræktuð æfingadæmi í margföldun.

### Meiri æfing í margföldun – fjöldi möguleika

Á verkefnablaði 6.20 og 6.21 (*Hve margir möguleikar? 1 og 2*) í verkefnahefti Stiku 2a eru mörg verkefni þar sem finna á fjölda möguleika með margföldun. Á því fyrrnefnda eru frekar léttar æfingar en á hinu síðarnefnda eru þær erfiðari.

## Viðfangsefni

- Þáttun
- Frumtölur og samsettar tölur

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 72

Áður en nemendur byrja á verkefnum blaðsíðunnar er gott að þeir vinni verkefnin *Búa til rétthyrninga* eða *Finna allar frumtölur minni en 100* sem lýst er í kaflanum *Raunverkefni*.

### Nr. 3.33

Nemendur finna þættina í hverri tölu. Þættir í tölu eru þær tölur sem hægt er að deila með í fyrrnefndu töluna án þess að afgangur verði. Talan 1 og talan sjálf eru alltaf þættir þannig að hér er fyrst og fremst leitað að hinum þáttunum.

### Nr. 3.34

Nemendur segja til um hvort tölurnar eru frumtölur eða samsettar tölur.

*Góðar minnisreglur:*

**2-taflan:** Allar tölur, sem enda á sléttri tölu eru í 2-töflunni, með öðrum orðum: eru deilanlegar með 2.

**3-taflan:** Allar tölur með þversummuna 3, 6 eða 9 eru deilanlegar með 3. Dæmi: Talan 762 (7 + 6 + 2 = 15, 1 + 5 = 6) er deilanleg með 3.

**4-taflan:** Allar tölur, sem eru deilanlegar með 4 **hljóta** að vera sléttar tölur (en munið: ekki eru allar sléttar tölur deilanlegar með 4!)

**5-taflan:** Allar tölur, sem enda á 0 eða 5, eru deilanlegar með 5.

**6- og 9-taflan:** Þversumman **verður** að vera 3, 6 eða 9 (en ekki eru allar tölur með þessar þversummur deilanlegar með 6 og 9.

### Nr. 3.35

Nemendur finna alla frumtöluþættina í tölunum. Í tölunni 18 eru frumtöluþættirnir 2 og 3, ekki tölurnar 6 og 9 þótt þær séu einnig þættir í 18.

### Nr. 3.36

Nemendur rannsaka og leita að frumtölum meðal talnanna minni en 100. Tvær frumtölur, þannig að aðeins ein tala er á milli þeirra í talnaröðinni, kallast frumtölutvíburar. Nemendur reyna að finna þá alla.

## Frumtölur og samsettar tölur

**Þáttur**

Við gefum tölunum í margföldunardæmum heiti:

2 · 8 = 16 og 4 · 4 = 16

þáttur þáttur margfeldi þáttur þáttur margfeldi

Þættir í tölunni 16 eru 2, 4 og 8 og auðvitað einnig 1 og 16. Þetta eru tölurnar sem hægt er að deila með í 16 án þess að afgangur verði.

**Frumtala** er heil tala stærri en 1 sem aðeins er hægt að deila í með tölunni 1 og tölunni sjálfri. Engir aðrir þættir eru í tölunni. *Samsett tala* hefur að minnsta kosti tvo þætti sem eru frumtölur.

**3.33** Finndu alla þætti í þessum tölum:

**a** 12 **c** 20 **e** 30 **g** 36

**b** 9 **d** 21 **f** 35 **h** 52

**Sýnidæmi**

Er talan 51 frumtala eða samsett tala?

51 = 3 · 17 51 er sammsett tala?

**3.34** Hverjar þessara talna eru frumtölur og hverjar eru samsettar tölur?

**a** 23 **c** 63 **e** 72 **g** 57

**b** 33 **d** 65 **f** 67 **h** 69

Talan 2 er minnsta frumtalan. Þar sem hægt er að deila í allar aðrar sléttar tölur með 2 eru þær samsettar tölur. Allar frumtölur nema talan 2 eru oddatölur.

**3.35** Finndu í eftirfarandi tölum alla þættina sem eru frumtölur:

**a** 18 **c** 34 **e** 40 **g** 64

**b** 25 **d** 39 **f** 45 **h** 77

**3.36** Tvær frumtölur kallast frumtölutvíburar ef á milli þeirra er aðeins ein tala. Þess vegna eru tölurnar 3 og 5 frumtölutvíburar. Tölurnar 5 og 7 eru líka frumtölutvíburar. Finndu alla frumtölutvíbura minni en 100.



▶ Bls. 73

### Spil

Búnaður: Hver hópur þarf rauðan og bláan tening. Aðra liti má auðvitað einnig nota en þá þarf að ákveða fyrir fram hvor liturinn samsvari rauða teningnum í nemendabók og hvor þeim bláa. Hvað sem öðru líður verða teningarnir því að vera í mismunandi litum. Þar að auki þarf hver leikmaður einn spilapening.

Leikmenn byrja á að setja spilapening sinn á töluna 1 á spilaborðinu neðst á blaðsíðunni. Nú eiga leikmenn til skiptis að:

- kasta tveimur teningum
- finna reitinn í efri töflunni sem passar við teningakastið
- reikna út hvert á að flytja spilapeninginn. Þetta er gert með því að reikna út frá tölunni, sem spilapeningurinn er á, samkvæmt fyrirmælunum í reitnum sem teningakastið á við.

Ef spilapeningurinn er á 25 og leikmaður fær 2 á rauða teningnum og 6 á þeim bláa á leikmaður að færa spilapeninginn að næstu tölu í 10-töflunni. Fái leikmaður 1 á rauða teningum og 4 á þeim bláa á að deila í 25 með 4. Svarið er 6 og 1 afgangs. Afganginum er sleppt og spilapeningurinn fluttur á 6.

## Auðveldari verkefni

### Meiri þjálfun í margföldunartöflum

Verkefnin á þessari opnu og frekari vinna þar sem margföldun og deiling koma við sögu verður mjög erfið fyrir nemendur sem hafa ekki lært margföldunartöflurnar utan að. Því er rétt að nemendur, sem þess þurfa, rifji þær vel og vandlega upp. Gott er að nota ýmis spil í þessum tilgangi, sjá t.d verkefnablað 5.32 *(Margföldunarbingó)*, 5.47–5.53 *(Búa til ferninga 1–2, Punktablað, SPIL Fjórir í röð 1–2,*

**SPIL**

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn. Nota þarf tvo teninga hvorn í sínum lit. Hver leikmaður þarf spilapening sem hann setur á reit 1 neðst á spilaborðinu. Leikmenn leika til skiptis. Spilareglur eru þessar:

- Leikmaður kastar tveimur teningum og finnur reitinn sem passar við teningakastið.
- Leikmaður athugar á hvaða reit spilapeningurinn stendur og reiknar út hvert á að flytja hann samkvæmt því sem teningarnir segja til um.
- Ef leikmaður á að deila í töluna, sem spilapeningurinn er á, er afganginum sleppt.
- Ef svarið er minna en 1 eða meira en 60 situr leikmaðurinn hjá í þeirri umferð.

Sá vinnur sem fyrstur kemst upp í 60. Ef spilað er í fyrir fram ákveðinn tíma vinnur sá sem er næst 60 þegar tíminn er liðinn.

**Dæmi**

Spilapeningurinn er á 25 og leikmaðurinn fær
Í reitnum stendur: „Deildu í töluna með 4.“ Þá á að deila í 25 með 4. Svarið er 6 og 1 afgangs. Afganginum er sleppt þannig að spilapeninginn á að færa á 6.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Þú situr hjá! | Deildu í töluna með 2 | Deildu í töluna með 3 | Deildu í töluna með 4 | Deildu í töluna með 5 | Deildu í töluna með 6 |
| | Margfaldaðu töluna með 2 | Færðu þig á næstu tölu í 2-töflunni | Víxlaðu tölustöfunum í tölunni | Áfram á næstu samsettu tölu | Aftur á bak á næstu samsettu tölu | Færðu þig á næstu tölu í 10-töflunni |
| | Margfaldaðu töluna með 3 | Leggðu 2 við | Færðu þig á næstu tölu í 3-töflunni | Færðu þig aftur á bak á næstu frumtölu | Færðu þig áfram á næstu frumtölu | Margfaldaðu töluna með sjálfri sér |
| | Margfaldaðu töluna með 4 | Leggðu 3 við | Leggðu 6 við | Færðu þig á næstu tölu í 4-töflunni | Víxlaðu tölustöfunum í tölunni | Tvöfaldaðu töluna |
| | Margfaldaðu töluna með 5 | Leggðu 4 við | Leggðu 7 við | Leggðu 8 við | Færðu þig á næstu tölu í 5-töflunni | Áfram á næstu frumtölu |
| | Margfaldaðu töluna með 6 | Leggðu 5 við | Aftur á bak að næstu frumtölu | Tvöfaldaðu töluna | Þrefaldaðu töluna | Færðu þig á næstu tölu í 6-töflunni |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 59 | 58 | 57 | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |



*Tóm slanga* og *Veiða tölur)* og 5.130 *(Trúðaspil),* öll í verkefnahefti Stiku 1a. Þar að auki er fjölmörgum margföldunarspilum lýst í kennarabókum Stiku 5a og 5b, sjá einkum kaflana 1 og 7.

Gott er að fá foreldra til samstarfs um þessa vinnu. Kennari sendir þá heim ýmis spil og hvetur foreldra til að æfa börnin sín um stund með þessum spilum á hverjum degi.

## Erfiðari verkefni

### Finna þætti í stórum tölum

Nemendur finna alla þætti í tölunum:
88 – 96 – 105 – 259

1 • 88 = 88
2 • 44 = 88
4 • 22 = 88
11 • 8 = 88
Allir þættirnir í 88 eru:
1, 2, 4, 8, 11, 22, 44 og 88

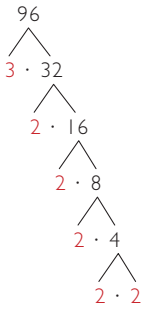
Nemendur mega gjarnan nota vasareikni við þessa rannsóknarvinnu.

Einhverjir nemendur geta líka fengið það verkefni að þátta tölurnar með frumtölum einum saman:

## Raunverkefni

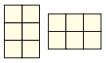
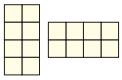
### Búa til rétthyrninga

Búnaður: Um það bil 60 ferningslaga (pappírs) bútar handa hverju nem-endapari, rúðunet, auð blöð og litir.




Taka skal fyrir allar tölur frá 1 til 60. Nemendur búa til rétthyrninga út frá tölunum. Í rétthyrningunum eiga að vera 2, 3 eða fleiri raðir. Þess vegna má ekki búa til rétthyrning sem er aðeins með einni röð.

Nemendur teikna allar lausnirnar og skrá dæmi við hvern rétthyrning.

| Tölur | Rétthyrningur | Mynd |
|---|---|---|
| 1 | Enginn | |
| 2 | Enginn | |
| 3 | Enginn | |
| 4 | 2 · 2 | |
| 5 | Enginn | |
| 6 | 2 · 3<br>3 · 2 |  |
| 7 | Enginn | |
| 8 | 2 · 4<br>4 · 2 |  |

Stundum er ekki hægt að búa til rétthyrninga. Þær tölur merkja nemendur sérstaklega með ákveðnum lit.

### Finna allar frumtölur minni en 100.

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 5.179 í verkefnahefti Stiku 1b).

Nemendur eiga að lita allar tölurnar í 2-, 3-, 5- og 7-töflunni, helst hverja í sínum lit.

Athugið: Allar margföldunartöflurnar ná upp í 100. Síðan má fást við eftirfarandi verkefni:

- *Finnið allar tölurnar í 4-töflunni. Eru þær allar litaðar? (Já, vegna þess að öll svörin í 4-töflunni eru einnig í 2-töflunni.)*
- *Finnið öll svörin í 6-, 8-, 9- og 10-töflunni. Eru þær allar litaðar? (Já, vegna þess að tölurnar eru margfeldi af 2, 3 og 5. Með öðrum orðum: tölurnar í 6-töflunni eru önnur hver tala í 3-töflunni; tölurnar í 9-töflunni eru þriðja hver tala í 3-töflunni o.s.frv.)*

Nemendur skrifa niður allar tölurnar sem eru ekki litaðar. Það eru tölurnar sem eru ekki í neinni margföldunartöflu. Þetta eru allar frumtölurnar minni en 100. Þær eru:
2 , 3 , 5 , 7 , 11, 13 , 17 , 19 , 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 og 97.

### Hólmganga (spil)

Búnaður: Teningur og spilaborð. Nota skal verkefnablað 7.29 (*Hólmganga*). Þar eru leikreglurnar skráðar. Spilið þjálfar nemendur í að þátta tölur. Þeir munu uppgötva að það borgar sig ekki að setja spilapeninginn á frumtölu; þannig þjálfar spilið nemendur einnig í að þekkja í sundur frumtölur og samsettar tölur.

## Viðfangsefni

- Margföldun stórra talna

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 74

**Nr. 3.37**

Nemendur reikna dæmin. Rétt er að minna á að t.d. fyrsta dæmið má hugsa þannig: „4 tugir“. Kennari notar minnisreglur sparlega eins og þessa: „Að margfalda með 10 er það sama og að bæta núlli við.“ Slíkar reglur eiga einkum þeir nemendur, sem hafa fullan skilning á þessu, að nota. Ef einhverjir uppgötva sjálfir slíkar reglur er það hið besta mál. Þá er rétt að hvetja þá til að útskýra hvers vegna reglan gildir. Ein skýringin getur verið sú að „13 tugir“ samsvari því að skrifa 13 frá tugasætinu og áfram til vinstri þannig að tölustafurinn 1 lendir í hundraðasætinu. Þar með verður að nota 0 til að fylla upp í einingasætið – þ.e.a.s. maður bætir 0 við aftast úr því að engar einingar eru skráðar í tölunni.

### Sýnidæmi

Hvort sem nemendur nota hina hefðbundnu reikningsaðferð, rúðunet eða skrifa tölurnar að fullu eins og neðst til hægri í sýnidæminu þá á það í öllum tilvikum við að skipta þarf tveggja stafa tölunni í tugi og einingar, margfalda þessar tölur hvora fyrir sig og fá síðan svarið með því að leggja margfeldin saman. Mikilvægt er að nemendur sjái hvernig þessar aðferðir tengjast.

Flestir nemendur munu geta gert þetta með því eingöngu að ganga út frá tölunum en allir munu hafa gagn af því að rifja upp *hvers vegna* svörin eru rétt. Það má t.d. gera með rúðuneti. Í sýnidæminu er notað „tómt rúðunet“. Öllum „litlu“ reitunum er sleppt þannig að minna þarf nemendur á að eiginlega eru sjö reitir í hverjum dálki og 32 reitir í hverri röð.

- *Væri hægt að skipta rúðunetinu öðruvísi? (Já, það má gera á marga vegu. Til dæmis getum við skipt dálkunum 32 í 10 – 10 – 2. Þá verður svarið 70 + 70 + 70 + 14.)*

## Margföldun og deiling

**3.37** Reiknaðu dæmin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 4 · 10 | **c** 13 · 10 | **e** 42 · 10 | **g** 124 · 10 |
| **b** 8 · 10 | **d** 20 · 10 | **f** 75 · 10 | **h** 3405 · 10 |

**Sýnidæmi**

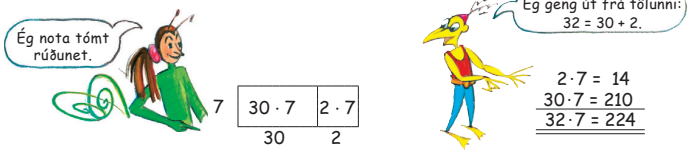
Reiknaðu dæmið 32 · 7.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\phantom{0}} \\ 32 \cdot 7 \\ \hline 4 \end{array}$$

Fyrst einingarnar: 2 · 7 = 14 sem er 1 tugur og 4 einingar.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\phantom{0}} \\ 32 \cdot 7 \\ \hline 224 \end{array}$$

Síðan tugina: 3 · 7 = 21, alls 22 tugir.




| | 30 · 7 | 2 · 7 |
|---|---|---|
| 7 | 30 | 2 |

2 · 7 = 14
30 · 7 = 210
32 · 7 = 224

Reiknaðu dæmin.

**3.38**

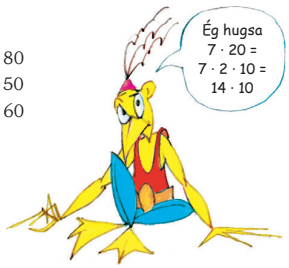
| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 16 · 3 | **c** 18 · 5 | **e** 31 · 6 | **g** 42 · 3 |
| **b** 14 · 7 | **d** 24 · 4 | **f** 25 · 6 | **h** 27 · 8 |

**3.39**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 27 · 6 | **c** 29 · 2 | **e** 43 · 7 | **g** 57 · 8 |
| **b** 13 · 4 | **d** 35 · 9 | **f** 68 · 5 | **h** 76 · 9 |

**3.40** Reiknaðu dæmin.

| | | |
|---|---|---|
| **a** 7 · 20 | **d** 12 · 40 | **g** 22 · 80 |
| **b** 5 · 60 | **e** 13 · 70 | **h** 25 · 50 |
| **c** 9 · 40 | **f** 15 · 30 | **i** 34 · 60 |






Í stað þess að nota rúðunet má nota peninga. Þá þarf að hafa tiltækar 32 krónur sjö sinnum. Það jafngildir því að taka 30 krónur sjö sinnum plús tvo krónupeninga sjö sinnum. Með sviga er þetta skráð: 7 • 32 = 7 • (30 + 2). Nánar er fjallað um margföldun inn í sviga á bls. 83.

**Nr. 3.38–3.39**

Nemendur reikna dæmin. Best er að þeir velji sjálfir aðferðina.

**Nr. 3.40**

Nemendur reikna dæmin. Dæmið í a-lið geta nemendur hugsað þannig: 7 • 2 tugir eru 14 tugir og dæmið í d-lið þannig: 12 • 4 tugir = 48 tugir. Þannig líkjast dæmin þeim sem eru í nr. 3.38 og 3.39. Nemendur verða hins vegar að muna að margfalda svarið með 10 þannig að 48 tugir verði 480.

▶ Bls. 75

**Nr. 3.41**

Kennari gætir þess að segja nemendun ekki að þeir skuli „bæta núllunum við“. Þeir eiga heldur að hugsa um t.d. g-liðinn sem „27 þúsund“. Þá skrifa þeir 27 í þúsundasætið og í sætið til vinstri þannig að tölustafurinn 2 lendi í tugþúsundasætinu. Í tölunni eru engin hundruð, tugir eða einingar þannig að í þau sæti þarf að skrifa núll.

**Nr. 3.42**

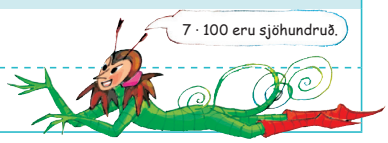
Nemendur reikna dæmin. Hér geta þeir hugsað eins og sjá má neðst á blaðsíðunni á undan, þ.e. að 8 • 300 (í a-lið) er jafnt og 8 • 3 hundruð, þ.e. 24 hundruð = 2400.

**Nr. 3.43**

Nemendur reikna dæmin eins og bent er á hér fyrir ofan en nú koma þúsund við sögu.

**Sýnidæmi**

Reiknaðu dæmið 7 · 100.

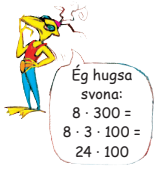



7 · 100 = 700

Reiknaðu dæmin.

**3.41** **a** 5 · 100 **b** 12 · 100 **c** 18 · 100 **d** 37 · 100 **e** 9 · 1000 **f** 15 · 1000 **g** 27 · 1000 **h** 145 · 1000

**3.42** **a** 8 · 300 **b** 5 · 400 **c** 12 · 300 **d** 13 · 500 **e** 27 · 400 **f** 45 · 600




**3.43** **a** 6 · 2000 **b** 9 · 4000 **c** 15 · 5000 **d** 13 · 6000 **e** 24 · 8000 **f** 53 · 5000

**3.44** **a** 123 · 3 **b** 136 · 4 **c** 151 · 7 **d** 245 · 6 **e** 256 · 2 **f** 512 · 2 **g** 1225 · 5 **h** 2367 · 4

**Sýnidæmi**

Reiknaðu dæmið 34 · 46.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\phantom{4}} \\ 34 \cdot 46 \\ \hline 204 \end{array}$$

Fyrst einingarnir.
34 · 6 = 204

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11\ 2\phantom{4}} \\ 34 \cdot 46 \\ \hline 204 \\ 1360 \\ \hline 1564 \end{array}$$

Síðan tugina:
34 · 4 = 136
sem eru
1360 einingar.

Við getum notað tómt rúðunet.

| | | |
|---|---|---|
| 40 | 30 · 40 | 4 · 40 |
| 6 | 30 · 6 | 4 · 6 |
| | 30 | 4 |

Við getum skrifað öll margföldunardæmin.

4 · 6 = 24
30 · 6 = 180
4 · 40 = 160
30 · 40 = 1200
34 · 46 = 1564

**3.45** Reiknaðu dæmin.

**a** 15 · 26 **b** 17 · 31 **c** 19 · 16 **d** 24 · 27 **e** 43 · 25 **f** 55 · 42 **g** 62 · 33 **h** 39 · 88



**Nr. 3.44**
Nemendur reikna dæmin. Þeir nota aðferðina í sýnidæminu á bls. 74, þ.e. skipta stærri tölunni upp eftir sætum og margfalda hvern tölustaf fyrir sig.

**Sýnidæmi**
Kennari fer í gegnum sýnidæmið. Hann sýnir að aðferðirnar þrjár ganga allar út á það sama: Að reikna út hvern tölustaf fyrir sig.

**Nr. 3.45**
Nemendur reikna dæmin, t.d. með því að nota hina hefðbundnu reikningsaðferð og helst tómt rúðunet sér til hjálpar.

## Auðveldari verkefni

Kennari fylgist með hvort nemendur eigi í erfiðleikum með margföldunartöfluna. Þeir þurfa að ráða við margföldun með einföldum tölum, t.d. 2-, 3-, 4-, 5- og 10 töfluna. Þeir þurfa að geta bæði margfaldað og deilt með þessum tölum. Kennari þarf að meta hvort þessir nemendur eigi þar að auki að æfa sig í öðrum reikningsaðferðum, eins og bent er á hér á eftir, eða hvort þeir eigi að nota vasareikni oftar en aðrir nemendur. Mikilvægt er að færni nemenda byggi á skilningi frekar en utanaðbókarlærdómi. Hér á eftir er bent á aðferðir sem nemendur, sem hafa ekki lært margföldunartöfluna utan að, geta notað:

- Tvöfalda töluna og bæta henni einu sinni við (3-taflan)
- Tvöfalda tvisvar (4-taflan)
- Helmingurinn af svarinu í 10-töflunni (5-taflan)
- Tvöfalda léttari margföldunardæmi eins og t.d. 6 • 4 = tvisvar 3 • 4 (6-taflan)
- Margfalda töluna með 5 og bæta henni einu sinni við (6-taflan)
- Margfalda töluna með 5 og bæta henni tvisvar við (7-taflan)
- Tvöfalda svarið í 4-töflunni (8-taflan)
- Draga töluna, sem margfölduð er, frá svörunum í 10-töflunni (9-taflan)

**Að margfalda með 10, 100 og 1000**
Á verkefnablaði 6.114 *(Margföldun með tugum, hundruðum og þúsundum)* í verkefnahefti Stiku 2b eru fleiri þjálfunarverkefni í margföldun með 10, 100 og 1000.

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir

Nemendur æfa sig meira í margföldun stórra talna með því að leysa þrautir:

Sjá verkefnablöð 5.54–5.61 *(Upp á toppinn, Kínamúrinn, Anakondaslangan, Peningagátur, Sparnaður, Sægætið hennar ömmu, Gátur um sælgæti og bakpoka* og *Lestin)* í verkefnahefti Stiku 1a, 5.184–5.187 *(Heilabrot 2–3* og *Orðadæmi 1–2)* í verkefnahefti Stiku 1b, svo og 6.117–6.122 *(Þrautir 1–6)* í verkefnahefti Stiku 2b.

## Raunverkefni

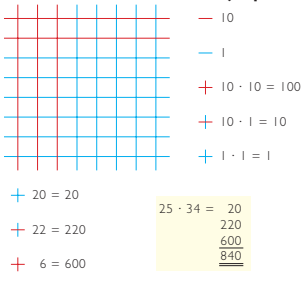
### Skurðpunktar í litum

Búnaður: Pappír og litblýantar.

Þetta er einföld aðferð til að margfalda stórar tölur. Tugirnir fá einn lit og einingarnar annan. Á myndinni hér á eftir eru tugirnir rauðir og einingarnar bláar.

Myndin sýnir margföldunardæmi 25 • 34. Þá eru teiknuð tvö rauð strik lárétt sem tákna þá tugina tvo og fimm blá strik þar undir til að tákna einingarnar fimm. Síðan eru teiknuð lóðrétt þrjú rauð strik og fjögur blá. Síðan þarf að telja skurðpunktana:

Einn skurðpunktur úr tveimur rauðum strikum þýðir hundrað. Skurðpunktar úr rauðum og bláum strikum merkja tugi en úr tveimur bláum strikum merkja þeir einingar.



## Viðfangsefni

- Deiling í stærri tölur.
- Deilingaraðferðir

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 76

### Sýnidæmi

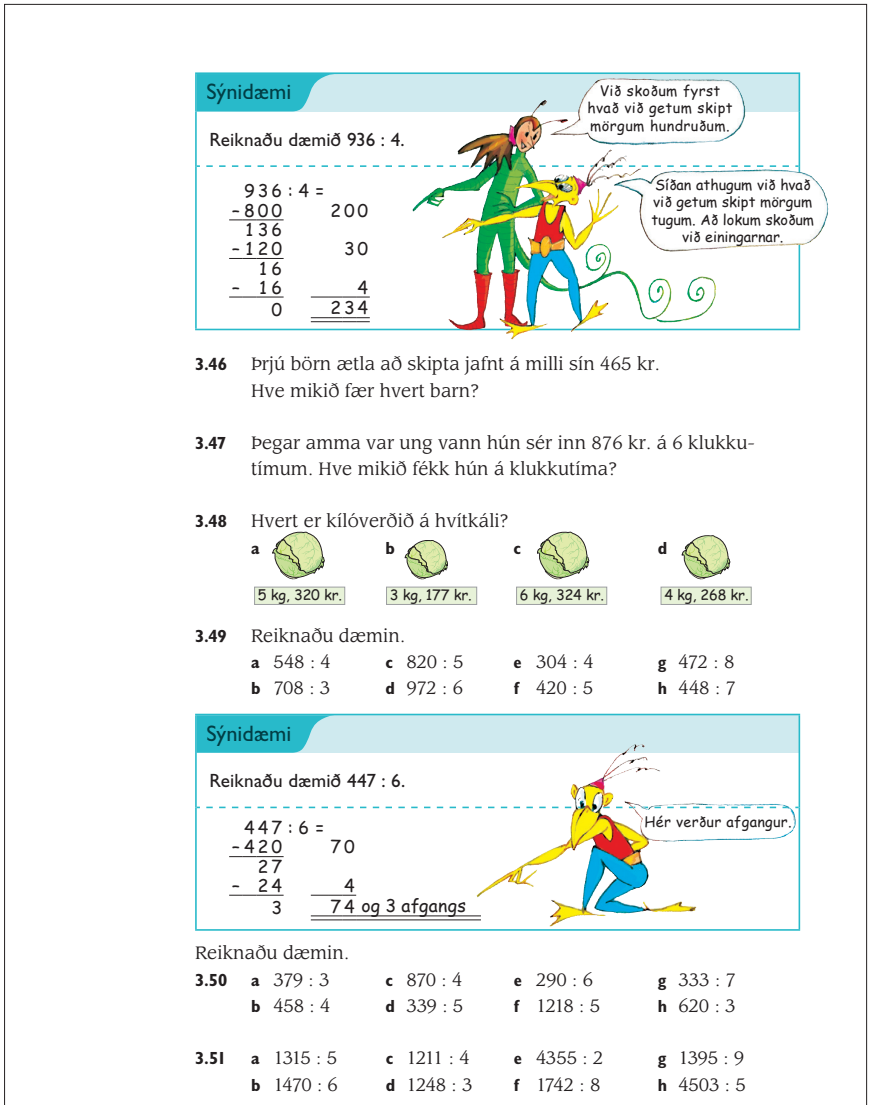
Þessi deilingaraðferð felur i sér tvenns konar reikning. Í öðrum (hægra megin) er reiknað hvað hver fær og í hinum (vinstra megin) hve mikið er eftir til skiptanna. Hún er frábrugðin hinni hefðbundnu reikningsaðferð í því að hér eru tölurnar skrifaðar að fullu, ekki einungis tölustafirnir í rétt sæti. Kennari ákveður hvort hann útskýrir hina hefðbundnu reikningsaðferð til viðbótar við aðferð bókarinnar:

```
 936 : 4 = 234
−8
 13
−12
  16
 −16
   0
```

Ef kennari gerir það þarf hann að leggja áherslu á að útskýra hvernig hin hefðbundna reikningsaðferð líkist aðferð nemendabókar. Ágæt millileið er að skrifa svarið eins og í hinni hefðbundnu reikningsaðferð en frádráttinn eins og í nemendabók:

```
 936 : 4 = 234
−800
 136
−120
  16
 −16
   0
```

Útskýringin getur verið í stíl við eftirfarandi: „Fyrst skoðum við hundruðin. Hve oft gengur 4 upp í 9? Svarið er tvisvar þannig að við skrifum 2 í svarreitinn. Tölustafinn 2 skrifum við í hundraðasætið því að það er um hundruðin að ræða. 4 • 200 = 800 sem er skipt; við skrifum 800 undir 936 og drögum frá. Þá eru eftir 136 sem ekki er búið að skipta. Þá skoðum við tugina. Hve oft gengur 4 upp í 13? Svarið er þrisvar þannig að við skrifum 3 í svarreitinn, í tugasætið. 4 • 30 = 120 þannig að við drögum 120 frá og eigum 16 eftir. Í lokin skrifum við 4 einingar í svarreitinn. Takið eftir að tölustafirnir 2 og 3 í svarinu lentu í réttum sætum“.



Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið 936 : 4.

```
 936 : 4 =
-800     200
 136
-120      30
  16
 - 16       4
   0      234
```

Við skoðum fyrst hvað við getum skipt mörgum hundruðum.

Síðan athugum við hvað við getum skipt mörgum tugum. Að lokum skoðum við einingarnar.

**3.46** Þrjú börn ætla að skipta jafnt á milli sín 465 kr. Hve mikið fær hvert barn?

**3.47** Þegar amma var ung vann hún sér inn 876 kr. á 6 klukkutímum. Hve mikið fékk hún á klukkutíma?

**3.48** Hvert er kílóverðið á hvítkáli?

**a** 5 kg, 320 kr.

**b** 3 kg, 177 kr.

**c** 6 kg, 324 kr.

**d** 4 kg, 268 kr.

**3.49** Reiknaðu dæmin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 548 : 4 | **c** 820 : 5 | **e** 304 : 4 | **g** 472 : 8 |
| **b** 708 : 3 | **d** 972 : 6 | **f** 420 : 5 | **h** 448 : 7 |

Sýnidæmi

Reiknaðu dæmið 447 : 6.

```
 447 : 6 =
-420      70
  27
 - 24       4
    3      74 og 3 afgangs
```

Hér verður afgangur.

Reiknaðu dæmin.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **3.50** | **a** 379 : 3 | **c** 870 : 4 | **e** 290 : 6 | **g** 333 : 7 |
| | **b** 458 : 4 | **d** 339 : 5 | **f** 1218 : 5 | **h** 620 : 3 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **3.51** | **a** 1315 : 5 | **c** 1211 : 4 | **e** 4355 : 2 | **g** 1395 : 9 |
| | **b** 1470 : 6 | **d** 1248 : 3 | **f** 1742 : 8 | **h** 4503 : 5 |

76 3 • Margföldun og deiling

### Nr. 3.46–3.47

Nemendur reikna dæmin. Miklu skiptir að þeir skilji hvernig aðferðin í sýnidæminu tengist því hvernig raunverulega er hægt að skipta peningum: Þegar þrjú börn eiga að skipta 465 krónum milli sín geta þeir byrjað á að láta hvert barn fá hundraðkall o.s.frv.

### Nr. 3.48

Nemendur reikna út verð á kílói sem hver lax kostar.

### Nr. 3.49

Nemendur reikna dæmin.

### Sýnidæmi

Í stað þess að nota afgang í sýnidæminu má leysa dæmið með því að skipta tíundu hlutum. Kennari sýnir nemendum þetta, þ.e.a.s. að breyta má 3 heilum, sem eru afgangs, í 30 tíundu hluta en þá fær hver 5 tíunduhluta. Einnig geta nemendur reiknað í huganum að 3 deilt með 6 er hálfur. Gæta þarf að því að ekki er hægt að leysa öll verkefnin hér á eftir á þennan hátt vegna þess að tugabrotin eru ekki öll endanleg, t.d. brotið 379 : 3 í dæmi 3.50a.

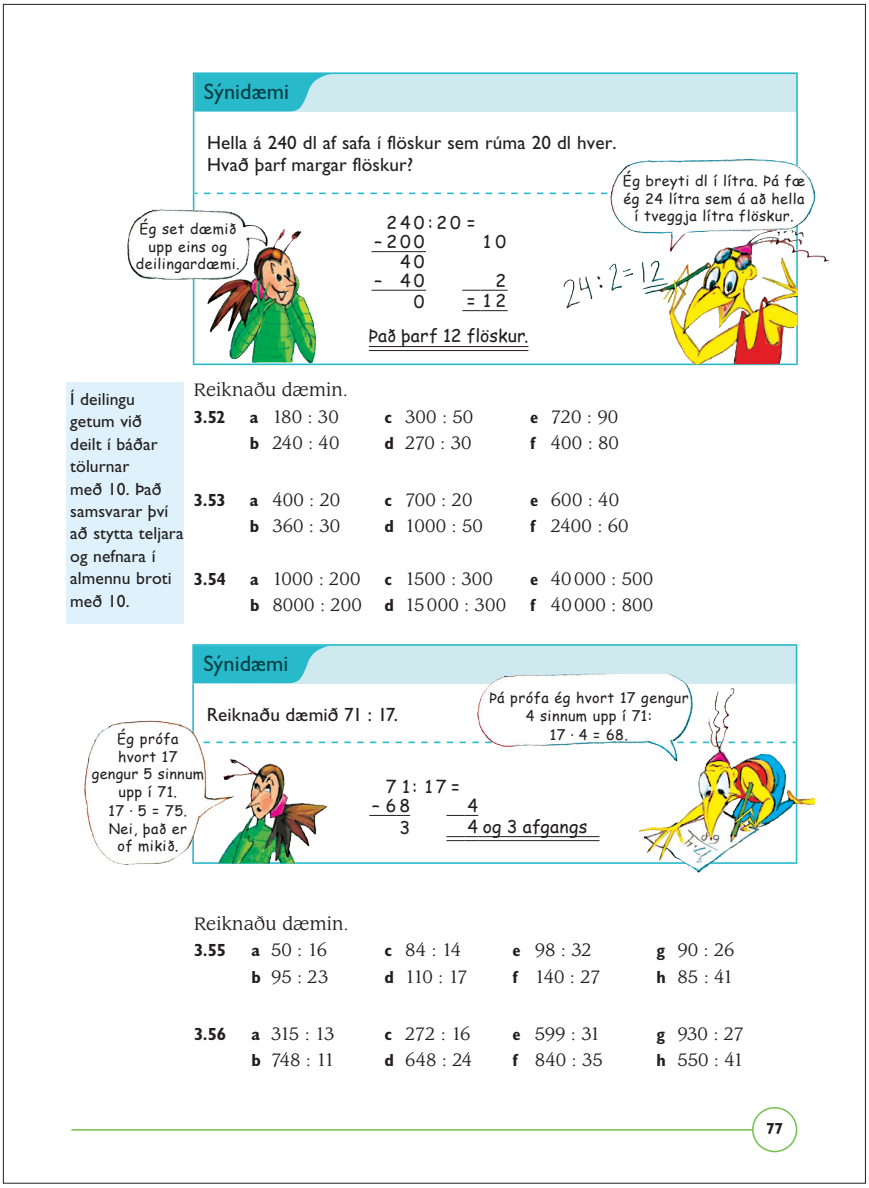
### Nr. 3.50–3.51

Nemendur reikna dæmin. Í þeim getur verið um afgang að ræða.

▶ Bls. 77

### Sýnidæmi

Þar eð heilir tugir eru bæði í deilistofni og deili er hægt að stytta báðar tölurnar með 10. Miklu skiptir að nemendur skilji þetta og reikni ekki blint eftir reglu. Útskýra má þetta með vísun í almenn brot – að $\frac{240}{20}$ er jafnt og $\frac{24}{2}$ eða með tilvísun í verkefni úr daglegu lífi eins og í sýnidæminu að 240 dl deilt með 20 dl er sama og 24 lítrar deilt með 2 lítrum.




**Nr. 3.52–3.54**

Nemendur reikna dæmin. Það er gott ef þeir gera það með aðferðinni til vinstri í sýnidæminu fyrir ofan.

### Sýnidæmi

Þegar talan, sem deilt er með, stækkar er ekki alltaf auðvelt að sjá hve oft hún gengur upp í töluna sem deila á í. Þá þarf stundum að prófa sig áfram. Það er til dæmis ekki auðvelt að sjá hve oft 17 gengur upp í 71. Við getum prófað 2, þá fáum við 2 • 17 = 34 þannig að talan sem við leitum að hlýtur að vera miklu stærri. Við getum prófað með 6, þá fáum við 6 • 17 = 102. Nei, það er of mikið. Ef við prófum með 5 verður margfeldið líka of hátt en talan 4 getur gengið. Þá verður 3 afgangs.

Það er ekki nauðsynlegt að skipta eins miklu og hægt er í fyrsta skrefi. Kennari sýnir nemendum að margföldunardæmin verða auðveldari ef deilt er með minni tölu í hverju skrefi. Til dæmis má reikna dæmið 395 : 15 á tvo vegu:

```
 395 : 15
-150     10
 245
-150     10
  95
 -90      6
   5     26 og 5 afgangs
```

```
 395 : 15
-300     20
  95
 -90      6
   5     26 og 5 afgang
```

**Nr. 3.55–3.56**

Nemendur reikna dæmin og setja dæmin upp eins og þeir vilja. Ef þeir nota mismunandi aðferðir þurfa þeir að fá tækifæri til að sýna bekkjarfélögum þær og ræða um hvaða aðferðir er auðvelt að skilja, hverjar eru fljótvirkar o.s.frv.

## Auðveldari verkefni

Nemendur leysa nokkur deilingardæmi með því að nota kennsluþeninga (verkefnablað 5.182 og 5.183 *(Myntir og Myntir og seðlar)*) í verkefnahefti Stiku 1b. Nemendur geta sýnt skiptinguna á teikningu. Smám saman er rétt að hvetja nemendur til að skrifa hana með tölustöfum eins og vinstra megin í sýnidæminu á bls. 76. Mikilvægt er að nemendur, sem eiga í basli við þetta, noti áþreifanleg hjálpartæki eða teikningar; einnig þarf að nota dágóðan tíma í að yfirfæra þessi vinnubrögð yfir í að nota einungis tölurnar.

Nemendur, sem eiga erfitt með þessi dæmi, geta notað vasareikni við dæmin neðst á bls. 77. Einnig geta þeir unnið saman í litlum hópum og hjálpast að.

## Erfiðari verkefni

### Deilingarhark (spil)

Búnaður: Verkefnablað 7.31a *(Deilingarhark)*. Töluspjöld frá 0 til 9 (nota má spilastokk og láta gosann tákna 0), teningur og vasareiknir.

Í spilinu æfast leikmenn í að giska á svar í deilingu með stórum tölum. Mælt er með að tveir leikmenn séu í hverju liði til að samherjarnir hafi hag af því að ræða saman um og íhuga stærðfræðileg atriði

## Raunverkefni

### Deila með 7 og finna afgang (spil)

Spilið er fyrir 2–4 nemendur. Nota skal tvo teninga. Leikmenn leika til skiptis. Leikreglur:

- Leikmaður kastar tveimur teningum og býr til tveggja stafa tölu.
- Með ⚀ og ⚅ getur leikmaður annaðhvort búið til 16 eða 61.
- Leikmaður deilir í töluna með 7.
- Afgangurinn úr deilingunni eru stigin sem leikmaðurinn fær.
- Sá vinnur sem er fyrstur að fá 40 stig.

Breyta má út af í þessu spili og deila með öðrum tölum en 7, til dæmis með 8. Slíkt þarf að ákveða áður en spilið hefst. Með því að deila með stærri tölum geta afgangarnir jafnframt orðið stærri tölur en ella.

## Viðfangsefni

- Margföldun og deiling með tugabrotum

## Búnaður

- Rúðunet (ljósritunarblað 4 (*Hundraðreitatöflur*) aftast í þessari bók)

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 78

**Sýnidæmi**

Margföldun tveggja eða þriggja stafa tugabrota er eins og margföldun tveggja eða þriggja stafa heilla talna eins og sýnd er á bls. 74. Nauðsynlegt er að átta sig á gildi talnanna. Fyrst eru tíundu hlutarnir margfaldaðir og hugsanlegar einingar geymdar í einingasætinu. Síðan eru einingarnar margfaldaðar og einingar, sem kunna að hafa verið geymdar, lagðar við.

Gott er að sýna dæmið með áþreifanlegum hjálpargögnum, t.d. cuisenaire-kubbum, sentikubbum eða öðrum sætisgildiskubbum.

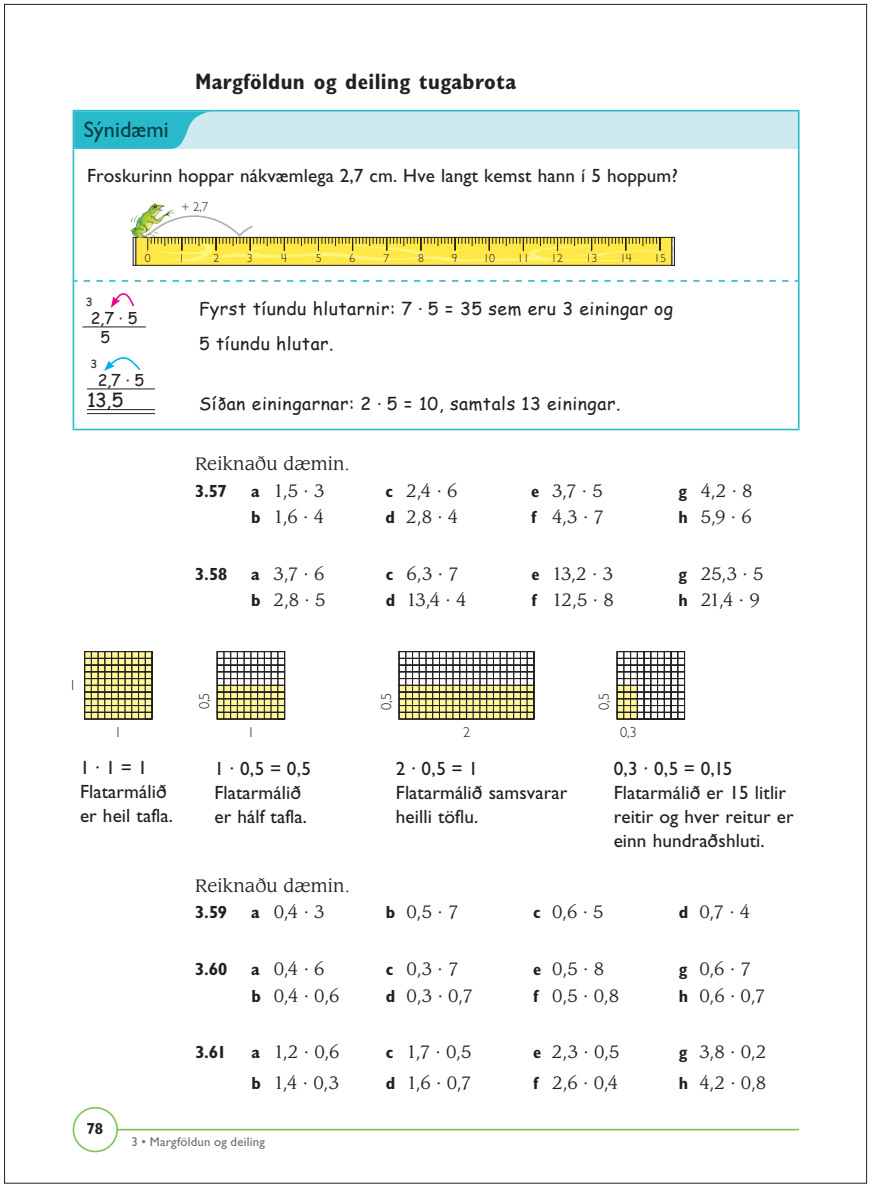
- *Hve margir tíundu hlutar eru í einum heilum? (10.)*
- *Hvað erum við með marga tíundu hluta? (Sjö tíunduhluta). Hve oft hoppar froskurinn sjö tíundu hluta? (Fimm sinnum.)*
- *Hvað verða það margir tíundu hlutar? (5 • 7 = 35 tíundu hlutar.)*
- *Hvað eru 35 tíundu hlutar mikið? Er sú tala stærri en einn heill? (Já, því að í einum heilum eru 10 tíundu hlutar. Þess vegna eru 35 tíundu hlutar þrír heilir og fimm tíundu hlutar.)*

**Nr. 3.57–3.58**

Nemendur reikna dæmin.

**Samræðumynd (rúðunetin)**

Þegar talan 0,5 er margfölduð með 1 er útkoman hálfur ferningur, þ.e.a.s. helmingurinn af 1. Þegar talan 0,5 er margfölduð með 2 er útkoman tveir hálfir ferningar, þ.e. helmingurinn af 2. Þegar margfaldað er með 0,5 – eða talan 0,5 margfölduð – samsvarar það því að finna helminginn af hinum þættinum. Þegar margfalda á 0,5 með 0,3 verður svarið helmingurinn af 0,3, þ.e. 0,15. Svarið – eða flatarmálið – er sýnt með litlu skyggðu reitunum. Allur ferningurinn táknar einn heilan og honum er skipt í 100 litla reiti. Þess vegna er skyggða svæðið 15 hundraðshlutar = 0,15.



**Margföldun og deiling tugabrota**

Sýnidæmi

Froskurinn hoppar nákvæmlega 2,7 cm. Hve langt kemst hann í 5 hoppum?

3 / 2,7 · 5 / 5

Fyrst tíundu hlutarnir: 7 · 5 = 35 sem eru 3 einingar og 5 tíundu hlutar.

3 / 2,7 · 5 / 13,5

Síðan einingarnar: 2 · 5 = 10, samtals 13 einingar.

Reiknaðu dæmin.

**3.57** **a** 1,5 · 3 **b** 1,6 · 4 **c** 2,4 · 6 **d** 2,8 · 4 **e** 3,7 · 5 **f** 4,3 · 7 **g** 4,2 · 8 **h** 5,9 · 6

**3.58** **a** 3,7 · 6 **b** 2,8 · 5 **c** 6,3 · 7 **d** 13,4 · 4 **e** 13,2 · 3 **f** 12,5 · 8 **g** 25,3 · 5 **h** 21,4 · 9

1 · 1 = 1 Flatarmálið er heil tafla.

1 · 0,5 = 0,5 Flatarmálið er hálf tafla.

2 · 0,5 = 1 Flatarmálið samsvarar heilli töflu.

0,3 · 0,5 = 0,15 Flatarmálið er 15 litlir reitir og hver reitur er einn hundraðshluti.

Reiknaðu dæmin.

**3.59** **a** 0,4 · 3 **b** 0,5 · 7 **c** 0,6 · 5 **d** 0,7 · 4

**3.60** **a** 0,4 · 6 **b** 0,4 · 0,6 **c** 0,3 · 7 **d** 0,3 · 0,7 **e** 0,5 · 8 **f** 0,5 · 0,8 **g** 0,6 · 7 **h** 0,6 · 0,7

**3.61** **a** 1,2 · 0,6 **b** 1,4 · 0,3 **c** 1,7 · 0,5 **d** 1,6 · 0,7 **e** 2,3 · 0,5 **f** 2,6 · 0,4 **g** 3,8 · 0,2 **h** 4,2 · 0,8

78 • 3 • Margföldun og deiling

**Nr. 3.59–3.61**

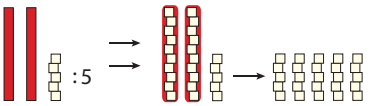
Nemendur reikna dæmin. Best er að þeir reikni flest þeirra í huganum. Þeir geta einnig fyrst áætlað hvert svarið er um það bil. Ekki er gert ráð fyrir að nemendur leysi þessi dæmi með hefðbundinni reikningsaðferð sem þeir ef til vill eiga erfitt með að skilja. Gott er að nemendur noti rúðunet eins og sýnt er á miðri blaðsíðunni (ljósritunarblað 4 *(Hundraðreitatöflur)* aftast í þessari bók).

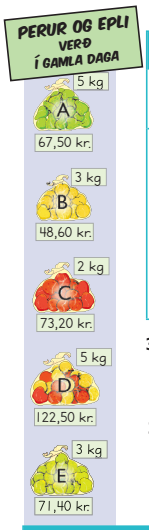
▶ Bls. 79

**Sýnidæmi**

Í sýnidæminu á að skipta 67,50 kr. Deiling í tugabrot fer fram eins og um deilingu í heila tölu sé að ræða; dæmið er sett eins upp. Hér á hið sama við og áður, tvenns konar „reikningshald“ er notað: annað sem sýnir hve miklu er skipt hverju sinni (milli kílóa í þessu tilviki) og hitt sem hefur yfirlit yfir hve mikið er eftir til skiptanna hverju sinni. Eins og áður geta nemendur ákveðið að skipta öðruvísi en hér er sýnt.

Enn og aftur er heppilegt að sýna hvað gerist, annaðhvort með áþreifanlegum hjálpargögnum eða teikningu, t.d. þegar kvótinn (það sem hver fær) er minni en einn heill. Í sýnidæminu á það við þegar 2,5 eru eftir til skiptanna. Þegar skipta skal 2,5 má benda nemendum á að hugsa um töluna sem 25 tíundu hluta. Þegar deilt er með 5 í 25 tíundu hluta er svarið 5 og er skrifað 0,5 í svarið.






**Sýnidæmi**

Hvað kostaði 1 kg af perunum í poka A?

$$\begin{array}{rl} 67{,}5 : 5 = & \\ -\,50 & 10 \\ \hline 17{,}5 & \\ -\,15 & 3 \\ \hline 2{,}5 & \\ -\,2{,}5 & 0{,}5 \\ \hline 5 & 13{,}5 \end{array}$$

1 kg af perum kostar 13,50 kr.

**3.62** Reiknaðu kílóverðið á eplunum í
- poka B
- poka C
- poka D
- poka E

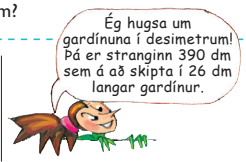
**3.63** Reiknaðu dæmin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** 37,8 : 3 | **c** 82,5 : 3 | **e** 79,8 : 6 | **g** 211 : 5 |
| **b** 45,0 : 2 | **d** 86 : 4 | **f** 173 : 5 | **h** 290,5 : 7 |

**Sýnidæmi**

Stranga með 39 m af gardínuefni á að skipta niður í 2,6 m langar gardínur.
Hve margar gardínur fást úr stranganum?

$$\begin{array}{rl} 39{,}0 : 2{,}6 = & \\ -\,26 & 10 \\ \hline 13 & \\ -\,13 & 5 \\ \hline 0 & 15 \end{array}$$




$$\begin{array}{rl} 390 : 26 = & \\ -\,260 & 10 \\ \hline 130 & \\ -\,130 & 5 \\ \hline 0 & 15 \end{array}$$

Stranganum er skipt í 15 gardínur.

**3.64** Þrjú börn ætla að klippa gjafabönd hvert úr sinni rúllu.
Hve mörg bönd fást úr hverri rúllu?

| | Rúnar | Katrín | Magnús |
|---|---|---|---|
| Lengd rúllunnar | 40 m | 63 m | 36 m |
| Lengd bandanna | 1,6 m | 1,8 m | 0,8 m |



**Nr. 3.62**
Nemendur reikna út kílóverðið á hverjum eplapoka.

**Nr. 3.63**
Nemendur reikna dæmin.

**Sýnidæmi**
Á bls. 77 voru deilir og deilistofn styttir með 10 til að auðvelda deilinguna. Einnig má fara öfugt að sem getur auðveldað deilingu tugabrota. Í sýnidæminu til hægri hafa báðar tölurnar verið lengdar með 10 en – eins og sést á dæminu til vinstri – er einnig í lagi að gera það ekki. Nemendur reikna með aðferð sem þeim finnst best að skilja.

**Nr. 3.64**
Nemendur finna hve mörg bönd hvert þeirra getur fengið út úr sinni rúllu.

## Auðveldari verkefni

Nemendur nota áþreifanleg hjálpargögn við þessi verkefni. Hægt er að nota cuisenaire-kubba, sentikubba eða aðra sætisgildiskubba. Einnig má nota verkefnablað 5.72 *(Tugabrot gerð áþreifanleg)* í verkefnahefti Stiku 1a til að búa til pappírsbúta sem nýtast í þessu skyni. Leggja þarf sérstaka áherslu á hvernig maður notar 10 tíundu hluta til að búa til 1 einingu.

Nemendur reikna dæmin 3.59–3.61, þar sem margfalda á tugabrot með öðru tugabroti – með því að styðjast við rúðunet (rúðunet er á ljósritunarblaði 4 *(Hundraðreitablað)*) aftast í þessari bók. Þá er mikilvægt að nemendur geri sér fulla grein fyrir að stóri ferningurinn tákni einn heilan, einingunga, og að honum er skipt í hundrað smáreiti þar sem hver reitur táknar þá einn hundraðshluta, þ.e. 0,01.

## Erfiðari verkefni

### Margföldunarhark (spil)

Búnaður: Vasareiknir, tafla, ef til vill leikreglur með dæmum (verkefnablað 6.43a og b í verkefnahefti Stiku 2a.)

Leikmenn finna – með því að giska og sannreyna með vasareikni – hvaða tölu x táknar. Þeir skrá allar ágiskanirnar og útreikningana í töfluna. Í dæminu hér á eftir gat leikmaðurinn fundið hið rétta svar í fimm tilraunum. Hann fær þá fimm stig í þeirri umferð, eitt stig fyrir hverja tilraun.

*Dæmi:*

| x · 8 = 34,32 | | |
|---|---|---|
| x | Margföldunardæmi | Lausnir |
| 4 | 4 · 8 | 32 |
| 4,5 | 4,5 · 8 | 36 |
| 4,3 | 4,3 · 8 | 34,4 |
| 4,25 | 4,25 · 8 | 34 |
| 4,29 | 4,29 · 8 | 34,32 |

## Frekari æfingar

Á verkefnablöðum 6.40 í verkefnahefti Stiku 2a og 7.32 eru uppsett dæmi sem æfa nemendur frekar í margföldun og deilingu tugabrota.

## Raunverkefni

### Margföldun og deiling tugabrota (spil)

Búnaður: Spilaborð (verkefnablað 7.31b (*SPIL Margföldun og deiling – tugabrot*), teningur, spilapeningar og vasareiknir.)

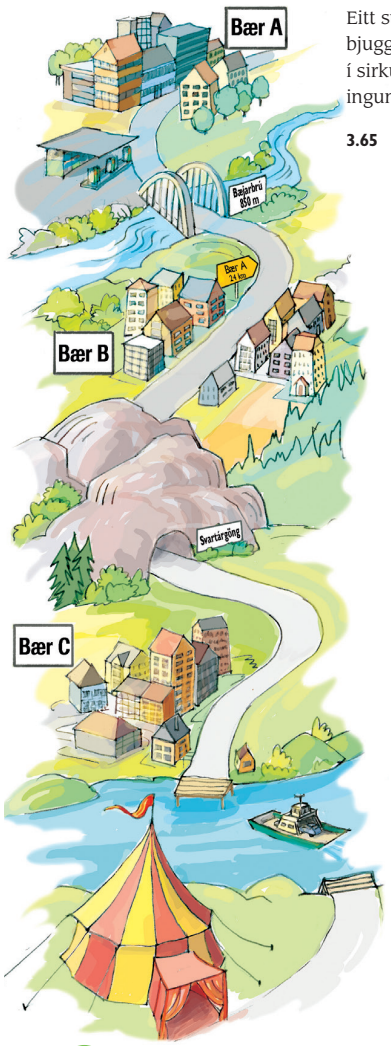
Leikmennirnir tveir setja spilapeninga á byrjunarreit. Þeir koma sér saman um byrjunartölu með tveimur eða þremur tugabrotum og skrifa hana á vasareikni. Leikmaður 1 kastar teningi og flytur spilapening sinn um eins marga reiti og teningurinn segir til um. Síðan margfaldar hann eða deilir í byrjunartöluna með tölu sem gerir það að verkum að svarið verði á því talnasviði sem tilgreint er í þeim reit á spilaborðinu sem leikmaðurinn lendir á. Takist leikmanni að fá svar sem er á umræddu talnasviði fær hann 5 stig. Takist það ekki má hann reyna einu sinni enn. Takist honum ætlunarverkið að þessu sinni fær hann 3 stig. Mistakist honum aftur á leikmaður 2 leik. Hann verður að nota töluna sem leikmaður 1 fékk sem svar, þ.e.a.s. töluna sem þá er skráð á vasareiknirinn. Sá vinnur sem hefur fleiri stig í markinu.

## Viðfangsefni

- Dæmi úr daglegu lífi með reikniaðgerðunum fjórum
- Að lesa orðadæmi
- Ritunarkerfi formúlna í töflureikni; notkun töflureiknis til að framkvæma einfalda útreikninga og sýna niðurstöður þeirra

## Búnaður

- Vasareiknir
- Tölva með töflureikni




Eitt sumarið vorum við í heimsókn í Noregi og bjuggum í bæ A. Dag nokkurn fórum við akandi í sirkusinn. Notaðu myndina til að svara spurningunum. Þú mátt nota vasareikni.

**3.65** Á bensínstöðinni keyptum við 53 lítra af bensíni. Þeir kostuðu 678,40 norskar krónur.

**a** Hvað kostaði bensínlítrinn?

Svartárgöngin eru 2,4 sinnum lengri en bæjarbrúin.

**b** Hvað eru göngin löng?

Vegalengdin frá bæ B til bæjar C er 0,75 sinnum lengri en frá A til B.

**c** Hvað er langt frá B til C?

**d** Hve langt er frá A til C?

Kílómetrateljarinn í bílnum sýnir að frá bæ A að ferjustaðnum eru 46 km.

**e** Hve langt er frá C að ferjustaðnum?

Frá A að ferjustaðnum notaði bíllinn 3,3 lítra af bensíni.

**f** Hve marga kílómetra kemst bílinn á einum lítra af bensíni?

Frá ferjustaðnum hinum megin árinnar eru 34 km í sirkusinn.

**g** Hve langt ókum við frá A að sirkusnum?

Við ókum á hraðanum 60 km á klukkustund að meðaltali.

**h** Hve lengi vorum við í ökuferðinni?

Ferjuferðin tók 55 mínútur, biðtíminn innifalinn.

**i** Hve langan tíma tók ferðin í sirkusinn samtals?

Við hófum ferðina kl. 8:50.

**j** Hvenær vorum komin á leiðarenda?

**k** Hve mikið bensín var notað frá A til sirkusins og til baka aftur?



## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 80

**Nr. 3.65**

Nemendur lesa verkefnin af nákvæmni og svara spurningum. Þeir geta notað vasareikni við þessi dæmi.

Einhverjum nemendum mun reynast erfitt að velja rétta reikniaðgerð í orðadæmunum. Megintilgangurinn með þessum verkefnum er einmitt að nemendur þurfi að spreyta sig á að velja rétta reikniaðgerð. Ef þeir velja ranga reikniaðgerð má hvetja þá til að ganga úr skugga um hvort svarið er rétt eða til að bera svarið saman við svar annars nemanda. Kennari segir þeim ekki hvor nemandinn er með rangt svar heldur sér hann til þess að þeir rökræði saman á eigin spýtur og finni lausnina þannig.

▶ Bls. 81

**Nr. 3.66**

Nemendur skrá upplýsingar í töflureikni og jafnframt formúlurnar sem vantar. Kennari þarf að sýna nemendum, sem kunna ekki að nota töflureikni, hvernig hann virkar og hvernig formúlur eru skráðar í hann.

**Nr. 3.67**

Nemendur skrá upplýsingar í töflureikni og jafnframt formúlurnar sem vantar.

Gott er að fá nemendum frekari verkefni sem þeir geta grandskoðað með sama töflureikni.

- *Hve mikið sparar fjölskyldan með því að skipta 60 vatta perunum út fyrir 11 vatta perur?*
- *Í húsinu eru nú níu 60 vatta perur. Hve mikið sparar fjölskyldan á því að skipta þeim út fyrir 11 vatta perur?*
- *Í öðru húsi eru átta 40 vatta perur og fjórar 60 vatta perur. Hve mikið sparar sú fjölskylda á því að skipta öllum þessum perum út fyrir 11 vatta perur?*

Athugið! „Að spara“ getur í þessu tilviki verið misvísandi. Viðbótarorkan, sem venjulegar glóperur nota, hverfur ekki út í buskann, hún getur farið í hitun í staðinn fyrir lýsingu ef hús er hitað upp með rafmagni eins og er á nokkrum stöðum á landinu. Sé hús hitað upp með rafmagni þýðir það að meiri orku þarf í upphitunina ef maður skiptir yfir í sparperur.

## Auðveldari verkefni

Einhverjir nemendur eiga ef til vill erfitt með að lesa textann í orðadæmunum. Þar sem tilgangurinn með þessum verkefnum er að þeir æfi sig í að lesa texta sem þennan er rétt að hvetja þá til að taka textann rækilega til athugunar. Nemendur geta unnið saman tveir og tveir; einnig má hjálpa þeim, sem eiga erfitt með lestur, að lesa textann. En kennari gætir þess samt sem áður að halda aftur af sér hvað útskýringar varðar. Hann les málsgrein eftir málsgrein fyrir viðkomandi nemanda og gefur honum tækifæri til að túlka textann.

Ef nemendur hafa litla reynslu af notkun töflureiknis er ráðlegt að verkefni 3.66 sé unnið sameiginlega í nemendahópnum. Þar á eftir geta nemendur unnið tveir og tveir saman að verkefni 3.67.

### Töflureiknir

**3.66** Taflan hér fyrir neðan sýnir mismuninn á orkunotkun rafmagnstækja, sem nota mikla orku, og tækja sem nota litla orku. Í D-dálki er skráð hve miklu minni orku hvert „sparnaðartæki“ notar í eitt ár. Í E-dálki er reiknað út hvað mikið sparast í peningum.
Í töflunni er gert ráð fyrir að 1 kWh kosti 13,22 kr.

**a** Skráðu þessar upplýsingar og formúlurnar í töflureikni.

**b** Skráðu einnig formúlur í reitina D5, D6, D7 og E5, E6 og E7.

**c** Skráðu einnig formúlu í reit D8 sem reiknar út hve mikla orku hægt er að spara samtals með tækjunum fjórum.

Orkunotkun er mæld í kWh sem merkir kílóvattstund. 1 kWh þýðir 1 kílóvatt eða 1000 vött á klukkutíma.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **ORKUSPARNAÐUR RAFMAGNSTÆKI** | | | | |
| 2 | | **Mikið** | **Lítið** | **Sparast** | **Sparast** |
| 3 | | **kWh** | **kWh** | **kWh** | **krónur** |
| 4 | **Ísskápur** | 406 | 177 | =B4−C4 | =D4*13,22 |
| 5 | **Sjónvarp 3 klst./dag** | 420 | 180 | | |
| 6 | **Þvottavél** | 460 | 200 | | |
| 7 | **Þurrkari** | 600 | 375 | | |
| 8 | **Summa** | | | | =SUM(E4:E7) |

*Heimild: enova.no*

**3.67** Í húsi nokkru eru sex 40 vatta ljósaperur og þrjár 60 vatta ljósaperur. Gerum ráð fyrir að þessar ljósaperur logi að meðaltali í sex klukkustundir á sólarhring.
Hve mikið getur ein fjölskylda sparað í orkunotkun með því að skipta ljósaperunum út fyrir níu sparperur sem allar nota 11 vött? Svaraðu spurningunni með því að setja upplýsingarnar í töflureikni eins og þann sem er hér á eftir. Skrifaðu formúlur í reitina C4, C7, D4, D5, D7, D8, E4 og E7.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **ORKUSPARNAÐUR LJÓSAPERUR** | | | | |
| 2 | **Vött á hverja peru** | **Fjöldi pera** | **Straumur á dag** | **Straumur á ári** | **Kostnaður á ári** |
| 3 | **40** | 6 | =A3*B3*6 | =C3*365 | =D3/1000*13,22 |
| 4 | **60** | 3 | | | |
| 5 | **Summa** | | | | =SUM(E3:E4) |
| 6 | | | | | |
| 7 | **11** | 9 | | | |
| 8 | **Sparast** | | | | =E5−E7 |



## Hugmyndir og athugasemdir

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Orkusparnaður

Nemendur kanna hve mikið er hægt að spara með ýmsum orkusparandi aðgerðum. Ein leið til þess arna er að kanna hve mikla orku þarf til að slökkva á rafmagnstæki („Stand-by“) þegar þau eru ekki í notkun. Taflan hér á eftir sýnir notkun einstakra tækja í vöttum

| Tæki | Vött |
|---|---|
| Prentari (blek) | 25 |
| Tölva og skjár | 8 |
| DVD-spilari | 10 |
| Hljómflutningstæki | 7 |
| Örbylgjuofn | 2 |
| Útvarpsvekjari | 2 |

Nemendur skrá upplýsingarnar í töflureikni og margfalda tölurnar með klukkustundafjöldanum í einu ári (8760), deila með 1000 til að fá kWh og margfalda síðan með orkuverði fyrir eina kWh.

### Næst 20 (spil)

Nemendur búa til þennan töflureikni:

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| Hver kemst næst 20 | | | | |
| | Leikmaður A | Summa A | Leikmaður B | Summa B |
| 0,10 | | = a4 · b4 | | = a4 · d4 |
| 0,20 | | = a5 · b5 | | = a5 · d5 |
| 0,30 | | = a6 · b6 | | = a6 · d6 |
| 0,4 | | = a7 · b7 | | = a7 · d7 |
| 0,50 | | = a8 · b8 | | = a8 · d8 |
| 0,60 | | = a9 · b9 | | = a9 · d9 |
| 0,70 | | = a10 · b10 | | = a10 · d10 |
| 0,80 | | = a11 · b11 | | = a11 · d11 |
| 0,90 | | = a12 · b12 | | = a12 · d12 |
| | | = summa (c4 · c12) | | = summa (e4 · e12) |

Minna þarf nemendur á að vista þetta tóma spilaborð þannig að þeir þurfi ekki að búa til nýtt í hvert sinn!

Leikmenn eiga að skrifa tölurnar frá 1 til 9 í dálk B (leikmaður A) og í dálk D (leikmaður B). Þeir byrja á röð 4, síðan taka þeir röð 5 o.s.frv. Þeir mega aðeins nota tölurnar frá 1 til 9, einu sinni hverja.

Eftir að leikmenn hafa skrifað tölurnar frá 1 til 9 vinnur sá sem hefur búið til heildarsummu í röð 13 sem er næst 20.

Afbrigði af spilinu getur verið það að leikmenn megi skipta um tvær tölur einu sinni í lokin.

Einnig geta nemendur notað það afbrigði af spilinu að þeir eigi að deila í staðinn fyrir að margfalda.

## Viðfangsefni

- Að leggja saman og draga frá með stæðu í sviga; að margfalda með stæðu í sviga í dæmum úr daglegu lífi og í spilum
- Fyrstu skref í algebru: Samlagning, frádráttur og margföldun í dæmum með sviga

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 82

**Sýnidæmi**

Svigar í reikningi eru fyrst og fremst undirbúningur undir algebru. Kannanir hafa sýnt að reikningur dæma með sviga er besti undirbúningurinn undir nám í algebru síðar meir. Þess vegna er hér lögð áhersla á að nemendur, út frá orðadæmum á blaðsíðunni, búi til eitt talnadæmi með sviga þótt þeir hefðu getað leyst verkefnin án þess að notast við sviga, t.d. með því að reikna tvö dæmi eins og sýnt er efst til vinstri í sýnidæminu.

Svigi er notaður til að sá sem reiknar hafi betra yfirlit yfir dæmið. Eins og við á um notkun tákna yfirleitt gildir hér ákveðin venja: Alltaf á að reikna út úr sviganum eða eyða honum fyrst. Síðan getur útreikningurinn farið fram á tvo vegu.

Aðferð 1: Nemendur leggja saman verðið á hlutunum tveimur sem Egill kaupir og draga síðan summuna frá 500. Þetta samsvarar því að reikna fyrst út úr sviganum.

Aðferð 2: Nemendur draga fyrst 260 frá 500 og draga síðan 50 frá því svari. Þetta má skrifa þannig:

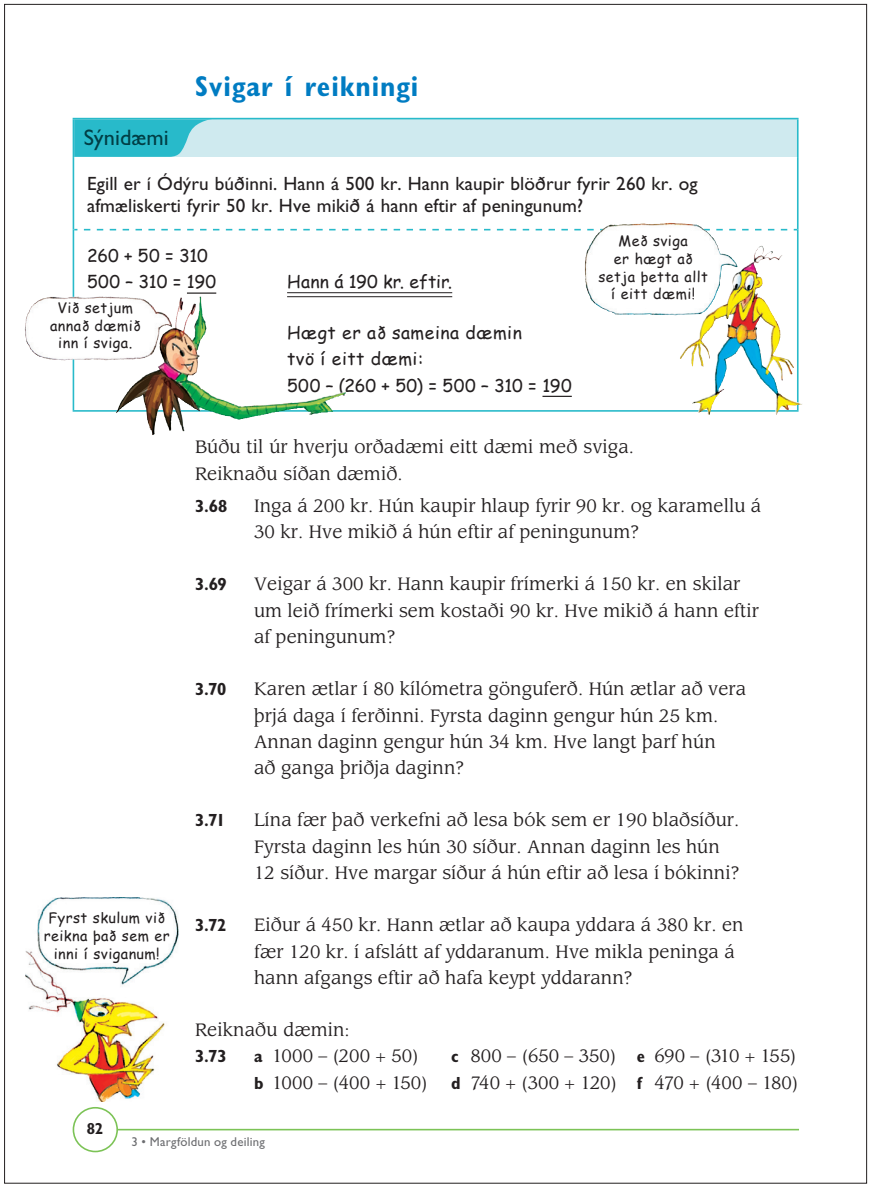
$500 - 260 - 50 = 240 - 50 = 190$

Ef einhverjir nemendur nota aðferð 2 er gott að benda á að draga á báðar pósitífu tölurnar í sviganum (260 og 50) frá þegar frádráttarmerkið er fyrir framan svigann:

- *Hvað gerist ef við hreinlega fjarlægjum svigann? (Þá verður svarið rangt: $500 - 260 + 50 = 290$.)*

**Nr. 3.68–3.72**

Nemendur búa til talnadæmi með sviga sem felur í sér báðar reikniaðgerðirnar. Síðan finna þeir svörin.



### Svigar í reikningi

**Sýnidæmi**

Egill er í Ódýru búðinni. Hann á 500 kr. Hann kaupir blöðrur fyrir 260 kr. og afmæliskerti fyrir 50 kr. Hve mikið á hann eftir af peningunum?

$260 + 50 = 310$

$500 - 310 = 190$

Hann á 190 kr. eftir.

Hægt er að sameina dæmin tvö í eitt dæmi:

$500 - (260 + 50) = 500 - 310 = 190$



Búðu til úr hverju orðadæmi eitt dæmi með sviga. Reiknaðu síðan dæmið.

**3.68** Inga á 200 kr. Hún kaupir hlaup fyrir 90 kr. og karamellu á 30 kr. Hve mikið á hún eftir af peningunum?

**3.69** Veigar á 300 kr. Hann kaupir frímerki á 150 kr. en skilar um leið frímerki sem kostaði 90 kr. Hve mikið á hann eftir af peningunum?

**3.70** Karen ætlar í 80 kílómetra gönguferð. Hún ætlar að vera þrjá daga í ferðinni. Fyrsta daginn gengur hún 25 km. Annan daginn gengur hún 34 km. Hve langt þarf hún að ganga þriðja daginn?

**3.71** Lína fær það verkefni að lesa bók sem er 190 blaðsíður. Fyrsta daginn les hún 30 síður. Annan daginn les hún 12 síður. Hve margar síður á hún eftir að lesa í bókinni?



**3.72** Eiður á 450 kr. Hann ætlar að kaupa yddara á 380 kr. en fær 120 kr. í afslátt af yddaranum. Hve mikla peninga á hann afgangs eftir að hafa keypt yddarann?

Reiknaðu dæmin:

**3.73** **a** $1000 - (200 + 50)$ **b** $1000 - (400 + 150)$ **c** $800 - (650 - 350)$ **d** $740 + (300 + 120)$ **e** $690 - (310 + 155)$ **f** $470 + (400 - 180)$

82

3 • Margföldun og deiling

Í dæmum 3.69 og 3.72 verður frádráttarmerki inni í sviganum. Það getur reynst þeim nemendum, sem nota aðferð 2, nokkuð snúið þegar þeir eyða sviganum:

$300 - (150 - 90) = 300 - 150 + 90 = 150 + 90 = 240$

Best er að nemendur uppgötvi þetta að mestu leyti sjálfir.

**Nr. 3.73**

Nemendur reikna dæmin. Þeir geta notað báðar aðferðirnar sem lýst er í umfjölluninni um sýnidæmið en líklega er auðveldast að reikna fyrst út úr sviganum.

▶ Bls. 83

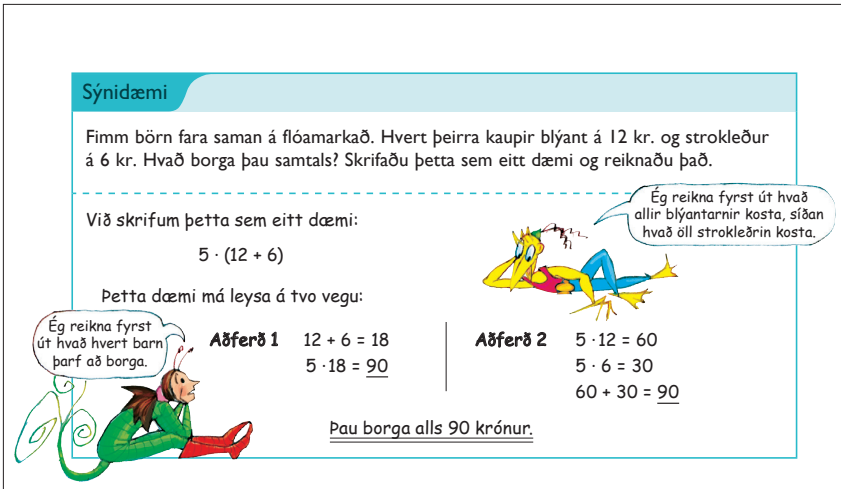
**Sýnidæmi**

Kennari les textann upphátt og spyr nemendur fyrst hvernig þeir vilji reikna dæmið. Einhverjir munu líklega stinga upp á að finna fyrst hvað hvert barn borgar og því næst margfalda það með 5. Þetta er aðferð nr. 1. Kennari sýnir nemendum hvernig sameina má aðferðirnar tvær í eitt dæmi með sviga:

$5 \cdot (12 + 6)$.

Sviginn segir hér til um að fyrst skuli leggja saman tölurnar tvær. Þegar tölur í sviga og tala utan hans eru margfaldaðar saman á að margfalda hvern lið í sviganum með tölunni. Oft er sagt „að margfalda inn í svigann“. Hér er um að ræða aðferð 2. Í dæminu, sem um ræðir, þýðir þetta að fyrst er reiknað hvað blýantarnir fimm kosta og síðan hvað strokleðrin fimm kosta. Að lokum eru þau tvö svör lögð saman.

- *Hvað hefði það þýtt ef við hefðum reiknað svona: $5 \cdot 12 + 6 = 60 + 6 = 66$? (Að börnin hefðu keypt fimm blýanta en aðeins eitt strokleður.)*



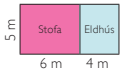

Búðu til dæmi með sviga við hvert orðadæmi.
Reiknaðu síðan svörin. Þú ræður hvaða aðferð þú notar.

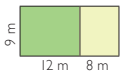
**3.74** Fjögur börn kaupa eina bollu og eitt glas af safa. Ein bolla kostar 50 kr. og eitt glas af safa 70 kr. Hvað borga þau samtals?

**3.75** Eina vikuna var Atli 5 klukkutíma dag hvern í skólanum. Þar að auki lærði hann heima í 2 klukkutíma á hverjum degi. Hve marga klukkutíma stundaði Atli námið þessa fimm daga?

**3.76** Þrjú börn fóru á skíði einn daginn. Hvert þeirra borgaði 400 kr. í rútuna og 2000 kr. í lyftuna. Hvað borguðu börnin þrjú samtals?

**3.77** Viktor sameinar stofuna og eldhúsið og býr þannig til eitt stórt herbergi, sjá teikninguna til vinstri. Hvað verður stóra herbergið margir fermetrar, m²?




**3.78** Tvö rétthyrnd svæði eru hlið við hlið eins og sýnt er á myndinni til vinstri. Þessi tvö svæði eru sameinuð í eitt leiksvæði. Hvað verður leiksvæðið margir fermetrar, m²?



**Nr. 3.74–3.78**
Nemendur skrá hvert orðadæmi sem talnadæmi með sviga. Því næst finna þeir svarið með annarri aðferðinni sem sýnd er í sýnidæminu. Það er mjög gott ef nemendur velja mismunandi aðferðir. Þá geta þeir sýnt og útskýrt aðferðir sínar eftir á hver fyrir öðrum. Benda þarf nemendum á að þegar tölur í sviga eru margfaldaðar með annarri tölu þarf að margfalda hvern lið í svíganum fyrir sig með tölunni.

Dæmin tvö um flatarmál má tengja fyrri reynslu nemenda af margföldun talna með fleiri en einum tölustaf.

## Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman. Þannig geta m.a. þeir, sem eiga erfitt með lestur, fengið stuðning hjá bekkjarfélögum sínum við að túlka textann. Mjög mikilvægt er að nemendur flokki og skrái upplýsingarnar sem textinn felur í sér:

- *Hve mikla peninga átti þessi persóna? Hvað kaupir hún fyrir mikið?*

Kennari getur einnig tekið afstöðu til hvort einstakir nemendur megi nota vasareikni í sjálfum útreikningunum. Í tengslum við þessi orðadæmi skiptir mestu máli að nemendur geti sett þau fram sem talnadæmi.

## Erfiðari verkefni

### Texti við talnadæmi

Nemendur geta búið til orðadæmi við talnadæmin í verkefni 3.73.

### Þrautalausnir og talnadæmi

Nemendur fá nokkrar þrautir sem þeir eiga – auk þess sem þeir finna svörin – að skrá talnadæmi við þar sem svigi er í hverju dæmi.

- Í bekkjardeild eru 14 nemendur sem eiga að skipta með sér einni dós af perlum. Þrír nemendur vilja ekki fá perlur. Þegar hver nemandi af þeim sem eftir eru hefur fengið 15 perlur eru eftir í dósinni 7 perlum færri en nemendahópurinn. Hve margar perlur voru í dósinni í upphafi?
  *Lausn:*
  (14 – 3) • 15 + (14 – 7) = 172

Þetta verkefni og fleiri slík eru á verkefnablaði 7.33 *(Svigar í reikningi 1)*.

## Raunverkefni

### Að hitta markið (spil)

Búnaður: Spilastokkur og pappír til að skrifa á.

Tvö lið spila hvort gegn öðru. Tveir leikmenn eru í hvoru liði. Hvort lið fær fimm spil og afgangurinn af spilunum er settur í bunka á hvolf á borðið. Efsta spilinu er snúið við og lagt upp í loft á borðið. Það segir til um *takmark* umferðarinnar.

Liðin eiga nú að nota spilin fimm og reikniaðgerðirnar fjórar til að reyna að ná *takmarkinu*, þ.e.a.s. að búa til dæmi með svari sem samsvarar spilinu á borðinu. Hvert spil má aðeins nota einu sinni. Nemendur skrifa á blaðið hinar mismunandi tillögur að lausnum og velja tillöguna sem felur í sér flest spil.

Eftir hverja umferð eru spilin, sem notuð voru í dæmið, lögð til hliðar. Þeim á að safna saman. Í næstu umferð fá leikmennirnir ný spil þannig að þeir verði aftur með fimm spil á hendi. Spilið, sem sagði til um *takmarkið*, er sett neðst í bunkann og nýtt spil dregið efst úr bunkanum.

Þannig heldur spilið áfram þar til bunkinn er uppurinn. Það lið vinnur sem hefur sett fleiri spil til hliðar.

*Dæmi:*
Takmarkið er 5. Lið 1 fær spilin:
1 (ás), 4, 6, 10 og 13.

Mögulegar lausnir:
4 + 1 = 5 (tvö spil notuð)
10 – (6 – 1) = 5 (þrjú spil notuð)
(6 • 10) : (13 – 1) = 5 (fjögur spil notuð)
10 • (4 – 1) : 6 = 5 (fjögur spil notuð)
(13 + 6) – (10 + 4) • 1 = 5 (fimm spil notuð)

## Viðfangsefni

- Að nota og túlka sviga
- Fyrstu skref í algebru: Deiling með liðastærð í sviga
- Að tengja saman orðadæmi og talnadæmi
- Skrá talnadæmi, útskýra útreikninga og aðferðir og færa rök fyrir lausnaleiðum

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 84

**Sýnidæmi**

Á þessari opnu er fengist við verkefni úr hversdagslífinu. Nemendur skrá þau sem talnadæmi með sviga. Eins og á opnunni á undan er hér lagt jafn mikið upp úr að leggja grunn að algebrunáminu, sem síðar verður meira á dagskrá, eins og að leysa verkefni úr daglegu lífi.

Varðandi deilingardæmi þar sem deilirinn er liðastærð í sviga er nauðsynlegt að reikna út úr sviganum fyrst. Í sýnidæminu er tilgangslaust að deila í 300 með 40 og síðan deila í 300 með 20. Þess vegna er í þessu tilviki aðeins hægt að nota þessa einu aðferð.

**Nr. 3.79–3.82**

Nemendur skrifa fyrst talnadæmi við hvert orðadæmi og reikna því næst svörin.

**Nr. 3.83–3.84**

Nemendur reikna dæmin. Auðveldast er að reikna út úr svigunum fyrst, einnig þar sem um er að ræða margföldun en ef einhver vill frekar margfalda fyrst hvorn lið í sviganum fyrir sig (margfalda inn í svigann) og leggja saman á eftir þá er það auðvitað ekki rangt.

▶ Bls. 85

**Sýnidæmi**

Hér á hið sama við og áður: Auðveldast er að reikna út úr sviganum fyrst.

Þegar deilistofninn er liðastærð í sviga er hægt að deila í hvern lið í sviganum með deilinum. Við það verða útreikningarnir oftast flóknari og erfitt getur verið að skilja hvers vegna svarið verður rétt. Í sýnidæminu verður talnadæmið svona:

$$(2000 - 800) : 4 = 2000 : 4 - 800 : 4 = 500 - 200 = 300$$

Það sem gerist „í raunveruleikanum“ samkvæmt þessu dæmi er að Viktor skiptir öllum peningunum milli barna sinna fjögurra þannig að þau fá 500 kr. hvert. Síðan borgar hvert barn 800 : 4 = 200 kr. fyrir ávextina þannig að hvert þeirra á eftir 300 kr.

Reikningur sem þessi mun birtast síðar þar sem bókstafir koma við sögu og hentar flestum nemendum best að beðið sé með það þar til þeir byrja á bókstafareikningi.

**Nr. 3.85–3.86**

Nemendur skrifa fyrst talnadæmi við hvert orðadæmi og reikna síðan út svörin.

**Nr. 3.87**

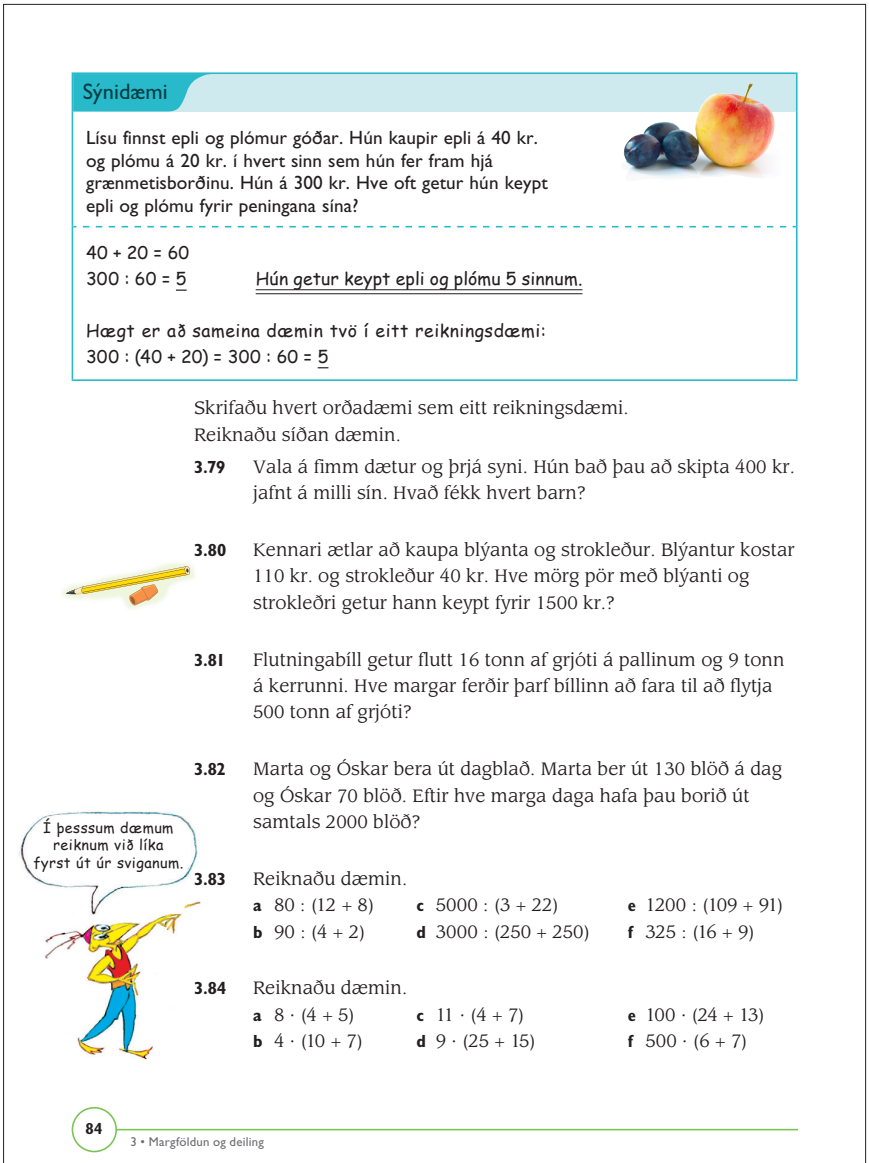
Nemendur tengja hvert talnadæmi við rétt orðadæmi.

## Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman. Þannig geta nemendur, sem eiga erfitt með lestur, fengið stuðning af bekkjarfélögum sínum við að túlka textann. Það er afar mikilvægt að nemendur flokki og skrifi niður upplýsingar sem í textanum felast:

Hve mikla peninga er maðurinn eða konan með. Hvað kaupir hann eða hún fyrir mikið?

Kennari þarf einnig að meta hvort einhverjir nemendur eigi að nota vasareikni við sjálfa útreikningana. Mestu skiptir varðandi þessi orðadæmi að nemendur geti sett þau fram sem talnadæmi.



Sýnidæmi

Lísu finnst epli og plómur góðar. Hún kaupir epli á 40 kr. og plómu á 20 kr. í hvert sinn sem hún fer fram hjá grænmetisborðinu. Hún á 300 kr. Hve oft getur hún keypt epli og plómu fyrir peningana sína?

40 + 20 = 60
300 : 60 = 5

Hún getur keypt epli og plómu 5 sinnum.

Hægt er að sameina dæmin tvö í eitt reikningsdæmi:
300 : (40 + 20) = 300 : 60 = 5

Skrifaðu hvert orðadæmi sem eitt reikningsdæmi.
Reiknaðu síðan dæmin.

**3.79** Vala á fimm dætur og þrjá syni. Hún bað þau að skipta 400 kr. jafnt á milli sín. Hvað fékk hvert barn?

**3.80** Kennari ætlar að kaupa blýanta og strokleður. Blýantur kostar 110 kr. og strokleður 40 kr. Hve mörg pör með blýanti og strokleðri getur hann keypt fyrir 1500 kr.?

**3.81** Flutningabíll getur flutt 16 tonn af grjóti á pallinum og 9 tonn á kerrunni. Hve margar ferðir þarf bíllinn að fara til að flytja 500 tonn af grjóti?

**3.82** Marta og Óskar bera út dagblað. Marta ber út 130 blöð á dag og Óskar 70 blöð. Eftir hve marga daga hafa þau borið út samtals 2000 blöð?



**3.83** Reiknaðu dæmin.

**a** 80 : (12 + 8) **b** 90 : (4 + 2) **c** 5000 : (3 + 22) **d** 3000 : (250 + 250) **e** 1200 : (109 + 91) **f** 325 : (16 + 9)

**3.84** Reiknaðu dæmin.

**a** 8 · (4 + 5) **b** 4 · (10 + 7) **c** 11 · (4 + 7) **d** 9 · (25 + 15) **e** 100 · (24 + 13) **f** 500 · (6 + 7)

**Sýnidæmi**

Viktor er með 2000 kr. Hann kaupir ávexti fyrir 800 kr. Hann skiptir afganginum af peningunum milli barnanna sinna fjögurra. Hve mikið fær hvert barn?

2000 – 800 = 1200
1200 : 4 = 300 Hvert barn fær 300 krónur.

Við getum sameinað dæmin tvö í eitt:
(2000 – 800) : 4 = 1200 : 4 = 300

Skrifaðu hvert orðadæmi sem eitt talnadæmi. Reiknaðu síðan dæmin.

**3.85** Einn rúllubaggi vegur 450 kg. Búið er að nota 100 kg úr bagganum handa hestunum.
Í hve marga daga dugar afgangurinn af bagganum í hesthúsi sem notar 10 kg á dag?

**3.86** Maja ætlar að útbúa band í flugdreka. Hún er með rúllu sem í byrjun var með 200 metra langa snúru en búið er að nota 60 m af henni. Hve mörg bönd í flugdreka getur hún búið til úr snúrunni sem eftir er ef hvert flugdrekaband á að vera 10 m langt?

**3.87** Finndu hvaða reikningsdæmi passar við hvert orðadæmi.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **A** | Rúnar á 600 kr. Hann kaupir súkkulaði sem venjulega kostar 100 kr. en var lækkað um 50 kr. Hve mörg súkkulaðistykki getur hann keypt? | **D** | Rúnar kennari kaupir bíómiða á 600 kr. og súkkulaði á 100 kr. handa 50 krökkum. Hvað þarf hann að borga? | 600 · (100 – 50)<br>1 | 600 : (100 + 50)<br>2 |
| **B** | Fimmtíu krakkar skipta á milli sín 600 kexkökum. Í ljós kom að 100 þeirra eru skemmdar. Hvað fær hvert barn margar kexkökur? | **E** | Kakóbolli kostar 100 kr. og rjómi með kostar 50 kr. Hve marga kakóbolla með rjóma er hægt að kaupa fyrir 600 kr.? | (100 + 50) · 600<br>3 | (600 – 100) : 50<br>4 |
| **C** | Súkkulaði, sem venjulega kostar 100 kr., er lækkað um 50 kr. Hvað kosta þá að kaupa 600 slík súkkulaðistykki fyrir íþróttamótið? | **F** | 100 strákar og 50 stelpur ætla á skíði. Rútan kostar 600 kr. á mann. Hvað borga krakkarnir samtals? | 600 : (100 – 50)<br>5 | 50 · (600 + 100)<br>6 |



## Erfiðari verkefni

### Texti við talnadæmin

Við einhver dæmanna nr. 3.83–3.84 geta nemendur búið til orðadæmi.

Einhverjir nemendur geta fengið það hlutverk að búa til verkefni í stíl við það sem er í nr. 3.87 fyrir aðra nemendur í bekkjardeildinni.

### Þrautalausnir og talnadæmi

Kennari fær nemendum nokkrar erfiðar þrautir og biður þá – til viðbótar við svörin – að búa til talnadæmi með sviga við hvert verkefni, sjá verkefnablað 7.33 *(Svigar í reikningi 1)*.

## Raunverkefni

### Setja sviga á rétta staði

Á verkefnablaði 7.34 *(Svigar í reikningi 2)* eru ýmis talnadæmi þar sem nemendur eiga að setja sviga til að svarið verði rétt.

Dæmi: 39 – 7 + 11 = 21

*Lausn:* 39 – (7 + 11) = 21

### Veiða tölur (spil)

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 5.179 *(Hundraðtafla)* í verkefnahefti 5b og þrír teningar handa hverjum hópi). Einfaldara afbrigði af spilinu má fá með því að nota rúðunet með tölunum 1–50.

Leikmenn kasta þremur teningum í hverri umferð. Þeir búa til dæmi þar sem nota þarf allar þrjár tölurnar sem upp koma á teningunum, hverja tölu einu sinni. Þeir mega velja hvaða reikniaðgerð er notuð. Markmiðið er að búa til dæmi þar sem svarið er tala í reit í hundraðtöflunni. Þegar slík tala er fengin getur leikmaður krossað yfir þann reit. Aðeins má krossa yfir eina tölu í hverri umferð.

Til dæmis koma upp á teningunum tölurnar 2, 4 og 6.

**Hugmyndir og athugasemdir**

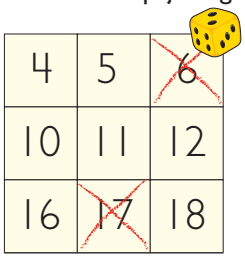
Möguleg dæmi eru:
**4** · **6** = 24; 24 : **2** = 12

Stig eru gefin eftir þessum reglum:

Fyrir hvern reit, sem krossað er yfir, fær leikmaður eitt stig. Þar að auki fær hann eitt stig fyrir hvern yfirkrossaðan reit sem liggur upp við reitinn sem hann krossaði yfir.

Dæmi:

Hér á eftir er bútur af spilaborðinu. Búið er að krossa yfir tölurnar 6 og 17. Ef næsti leikmaður krossar yfir 12 fær hann þrjú stig:




Hann krossar yfir 12 og fær eitt stig fyrir það, eitt stig fyrir reitinn 6, sem þegar er krossað yfir og liggur að 12-reitnum, og eitt stig fyrir reitinn 17 af sömu ástæðu. Það er nefnilega nóg að reitur tengist reitnum, sem valinn er, á horninu.

## Viðfangsefni

- Forgangsröð reikniaðgerða

## Búnaður

- Vasareiknir
- Teningar

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 86

**Sýnidæmi**

Í sýnidæminu eru tvenns konar útreikningar. Fyrst er talan 20 margfölduð með 3 til að finna út hve mikið Elín gaf systkinum sínum. Síðan er sú upphæð dregin frá 100 kr. Eðlilegast er að skrifa þetta sem eitt talnadæmi með sviga:

100 – (3 • 20)

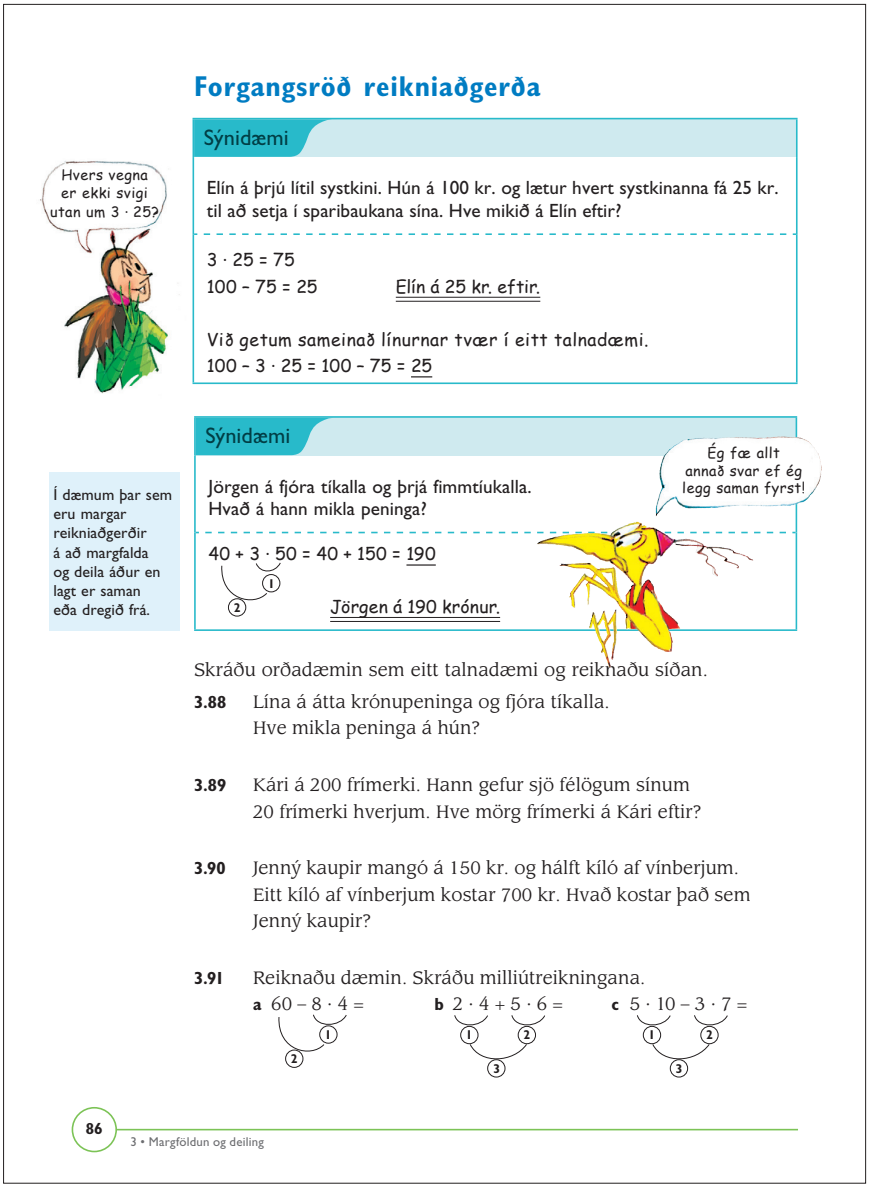
Hins vegar er sú regla í stærðfræði að alltaf skuli margfalda og deila áður en lagt er saman eða dregið frá. Þess vegna er ekki nauðsynlegt að nota sviga í dæminu 100 – 3 • 20; hér á fyrst að margfalda saman 3 • 20 alveg eins og svigi væri utan um margföldunardæmið. Svarið er 60. Síðan er dregið frá:

100 – 60 = 40.

Nemendur reikna verkefnið frá vinstri til hægri á vasareikni. Þá mun vasareiknirinn fyrst reikna út 100 – 3 = 97 og því næst margfalda svarið með 20; margfeldið verður þá 1940. Það þýðir að vasareiknirinn kemur með rangt svar því að hann getur ekki brugðist við áðurnefndri reglu um forgangsröð reikniaðgerða. Þetta sýnidæmi getur einnig sýnt nemendum fram á mikilvægi þess að reikna með slumpreikningi í huganum. Úr því að vasareiknirinn getur komið fram með svar sem er svo fjarri réttu lagi er gott að hafa einhverja nasasjón af því hvert svarið er um það bil.

Niðurstaða: Ekki er notaður svigi utan um margföldunar- og deilingardæmi sem aftur gerir þá kröfu til nemenda að þeir *muni* eftirfarandi röð reikniaðgerða:

– Reikna út úr sviga
– Margfalda og deila
– Leggja saman og draga frá



## Forgangsröð reikniaðgerða

**Sýnidæmi**

Elín á þrjú lítil systkini. Hún á 100 kr. og lætur hvert systkinanna fá 25 kr. til að setja í sparibaukana sína. Hve mikið á Elín eftir?

Hvers vegna er ekki svigi utan um 3 · 25?

3 · 25 = 75
100 – 75 = 25 Elín á 25 kr. eftir.

Við getum sameinað línurnar tvær í eitt talnadæmi.
100 – 3 · 25 = 100 – 75 = 25

**Sýnidæmi**

Í dæmum þar sem eru margar reikniaðgerðir á að margfalda og deila áður en lagt er saman eða dregið frá.

Jörgen á fjóra tíkalla og þrjá fimmtíukalla. Hvað á hann mikla peninga?

Ég fæ allt annað svar ef ég legg saman fyrst!

40 + 3 · 50 = 40 + 150 = 190
(2), (1)

Jörgen á 190 krónur.

Skráðu orðadæmin sem eitt talnadæmi og reiknaðu síðan.

**3.88** Lína á átta krónupeninga og fjóra tíkalla. Hve mikla peninga á hún?

**3.89** Kári á 200 frímerki. Hann gefur sjö félögum sínum 20 frímerki hverjum. Hve mörg frímerki á Kári eftir?

**3.90** Jenný kaupir mangó á 150 kr. og hálft kíló af vínberjum. Eitt kíló af vínberjum kostar 700 kr. Hvað kostar það sem Jenný kaupir?

**3.91** Reiknaðu dæmin. Skráðu milliútreikningana.

**a** 60 – 8 · 4 = (2), (1)
**b** 2 · 4 + 5 · 6 = (1), (2), (3)
**c** 5 · 10 – 3 · 7 = (1), (2), (3)

86 3 • Margföldun og deiling

Mikilvægt er að kennari bendi nemendum á að þessar reiknireglur eru settar til að túlkun manna á gildi stæðna og samsettra reikningsdæma, þ.e. dæma með fleiri en einni reikniaðgerð, verði ótvíræðar.

### Nr. 3.88–3.90

Nemendur skrá hvert orðadæmi fyrst með einu talnadæmi. Þar næst reikna þeir svarið. Kennari minnir nemendur á að skrá milliútreikninga eins og sýnt er í sýnidæminu á miðri blaðsíðunni. Í verkefni 3.88 verður dæmið svona:

8 + 4 • 10 = 8 + 40 = 48

Kennari vekur athygli nemenda á að svarið verður rangt ef þeir reikna dæmið í rangri röð, þ.e. ef þeir leggja saman fyrst:

(8 + 4) • 10 = 12 • 10 = 120

Kennari sýnir nemendum þetta með svipuðum verkefnum úr hversdagslífinu. Þeir munu örugglega mótmæla því að Lína eigi 120 krónur.

### Nr. 3.91

Nemendur reikna dæmin og skrá milliútreikninga. Í b- og c-lið má leysa bæði margföldunardæmin samtímis:

2 • 4 + 5 • 6 = 8 + 30 = 38

▶ Bls. 87

### Nr. 3.92–3.94

Nemendur reikna dæmin og skrifa milliútreikninga. Í þessum dæmum þurfa þeir að muna forgangsröð reikniaðgerðanna.

### Nr. 3.95–3.98

Nemendur leysa verkefnin með vasareikni. Ef þeir skrifa *ekki* milliútreikningana en stimpla tölurnar og aðgerðartáknin inn á vasareikninn í belg og biðu eins og þær eru skráðar

Reiknaðu dæmin. Skráðu milliútreikningana.

**3.92** **a** $100 - 5 \cdot 5$ **c** $35 + 20 \cdot 5$ **e** $7 \cdot 7 + 65$
**b** $3 \cdot 40 + 10$ **d** $50 - 10 \cdot 3$ **f** $300 - 50 \cdot 4$

**3.93** **a** $5 \cdot 3 + 2 \cdot 6$ **c** $4 \cdot 10 + 6 \cdot 7$ **e** $12 \cdot 6 - 10 \cdot 4$
**b** $6 \cdot 4 + 2 \cdot 12$ **d** $5 \cdot 100 + 3 \cdot 50$ **f** $20 \cdot 8 - 40 \cdot 3$

**3.94** **a** $200 + 3 \cdot 50 - 4 \cdot 10$ **b** $1000 - 6 \cdot 60 + 3 \cdot 150$

Notaðu vasareikni og reiknaðu dæmin. Skráðu milliútreikningana.

**3.95** **a** $1000 - (350 + 126)$ **c** $5 \cdot (27 + 16)$ **e** $1168 - (18 - 9)$
**b** $3500 - (2145 - 459)$ **d** $31 \cdot (200 + 40)$ **f** $73 \cdot (16 - 9)$

**3.96** **a** $(267 - 85) : 7$ **c** $(306 + 12) : 6$ **e** $306 + 12 : 6$
**b** $(2100 + 210) : 385$ **d** $306 : (12 + 6)$ **f** $306 : 12 + 6$

**3.97** **a** $30 - 25 \cdot 5$ **c** $523 - (120 - 45)$ **e** $523 - (120 + 45)$
**b** $(30 - 25) \cdot 5$ **d** $523 - 120 - 45$ **f** $306 - 120 + 45$

**3.98** **a** $14 \cdot 7 + 6 \cdot 12 - 5 \cdot 19 + 37 \cdot 6$
**b** $(130 - 86) \cdot 9 + (72 + 98) \cdot 4 - (29 - 13) \cdot 31$

**SPIL**

Notið tening og setjið dæmin fram þannig:

$\square \cdot 10 + \square \cdot 50 + \square \cdot 100 =$

Leikmaður kastar teningi og skráir töluna, sem upp kemur, í einhvern reitanna þriggja. Hann kastar teningnum aftur og skráir töluna nú í annan auða reitinn. Hann kastar nú í þriðja skiptið og skráir töluna í síðasta reitinn. Loks reiknar hann út svarið. Sá vinnur umferðina sem er með stærstu summuna.

Dæmi: $\boxed{5} \cdot 10 + \boxed{3} \cdot 50 + \boxed{4} \cdot 100 =$

Leikmaðurinn fékk fyrst töluna 3 sem hann setti fyrir framan 50. Síðan fékk hann töluna 4 og setti hana fyrir framan 100. Loks fékk hann töluna 5 og varð að setja hana fyrir framan 10. Dæmið verður því svona:

$5 \cdot 10 + 3 \cdot 50 + 4 \cdot 100 = 50 + 150 + 400 = \underline{600}$

Afbrigði af spilinu: Notaðir eru tveir teningar í stað eins. Þá er hægt að fá tölurnar frá 2 til 12 til að setja í reitina.



í dæmunum munu svörin í mörgum tilvikum verða röng. Gott er að nemendur kanni þetta. Niðurstaðan þarf samt sem áður ætíð að verða sú að það er klárlega skynsamlegast að reikna dæmin stig af stigi í samræmi við regluna um röð reikniaðgerða, sem sett er fram í umfjöllun um sýnidæmið á bls. 86, og skrái alla milliútreikninga.

## Spil

Nemendur búa sér til form eins og þetta:

__ • 10 + __ • 50 + __ • 100 =

Leikmenn kasta teningi til skiptis og skrá töluna, sem upp kemur, í einhvern reitanna þriggja. Sá sem á leik kastar teningnum aftur og skráir töluna nú í annan auða reitinn. Hann kastar nú í þriðja skiptið og skráir töluna í síðasta reitinn. Loks reiknar hann út svarið. Leikmenn skrifa milliútreikninga eins og sýnt er í dæminu sem gefið er. Takmarkið er að reyna að fá sem hæsta summu. Nemendur geta spilað saman í pörum. Sigurvegarinn í hverri umferð fær 1 stig. Sá vinnur eða það par vinnur sem er fyrst að fá 10 stig.

## Auðveldari verkefni

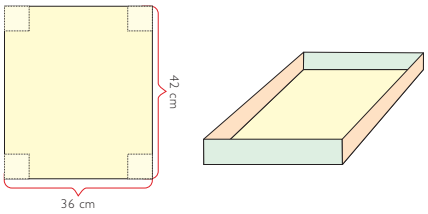
Kennari leggur áherslu á að svigi er notaður til að segja til um hvað á að reikna fyrst. Hann þarf að meta hvort einhverjir nemendur eigi að nota vasareikni við öll verkefnin.

Gott er ef nemendur vinna saman þannig að þeir geti rökrætt og stuðst við stærðfræðilegar samræður til að finna svörin.

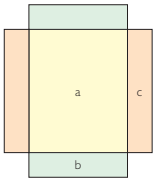
## Erfiðari verkefni

Úr blaði, sem er 36 cm á breidd og 42 cm á lengd, hefur ferningur í stærðinni 6 • 6 cm verið skorinn út í öllum hornunum. Síðan er pappírinn brotinn saman til að mynda kassa og límdur saman í hornunum með límbandi.

Hvert er yfirborðsflatarmál kassans?




*Lausn:*




Flötur a: $(36 - 12) \cdot (42 - 12)$
Fletir b + c: $(6 \cdot 24 + 6 \cdot 30) \cdot 2$
Yfirborðsflatarmálið er 1368 cm$^2$.
Þetta verkefni og önnur svipuð má fá á verkefnablaði 7.36 *(Svigar í reikningi 3)*.

## Raunverkefni

### Orðadæmi við talnadæmi

Nemendur geta fengið það verkefni að búa til orðadæmi við einhver talnadæmanna á bls. 87.

### Horfin aðgerðartákn

Nemendur setja mismunandi aðgerðartákn og sviga í talnadæmi þannig að svörin verði rétt:

9 ☐ 8 ☐ 3 ☐ 2 = 7
16 ☐ 9 ☐ 5 ☐ 5 = 10

*Lausnir:*

$9 - 8 + 3 \cdot 2 = 7$
$(16 + 9) : 5 + 5 = 10$

Á verkefnablaði 7.35 *(Horfin aðgerðartákn)* eru fleiri verkefni af svipuðum toga.

**Hugmyndir og athugasemdir**

## Viðfangsefni

- Fyrstu skref í algebru: Svigar í reikningi og einfaldar jöfnur með einni óþekktri stærð

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 88

### Sýnidæmi

Ekki er ætlast til að nemendur læri reglur um að leysa jöfnur! Þess í stað eiga þeir að rannsaka aðferðir og vinnulag sem hjálpar til við að finna það gildi á x sem gerir stæðurnar báðum megin við jöfnumerkið jafn stórar. Kennari bendir nemendum á að hugsa eins og hjálparhellurnar, Kráka og Krúsi. Þetta vinnulag má gera einfaldara með því að halda þumalfingri yfir stæðu þar sem x-ið er. Ef þumalfingrinum er haldið yfir stæðuna þar sem sviginn er í sýnidæminu verður verkefnið þetta: „Það sem er undir þumalfingrinum, deilt með 4, er jafnt og 6. Þá hlýtur það, sem er undir þumalfingrinum, að vera 24. Þá er jafnan orðin svona:

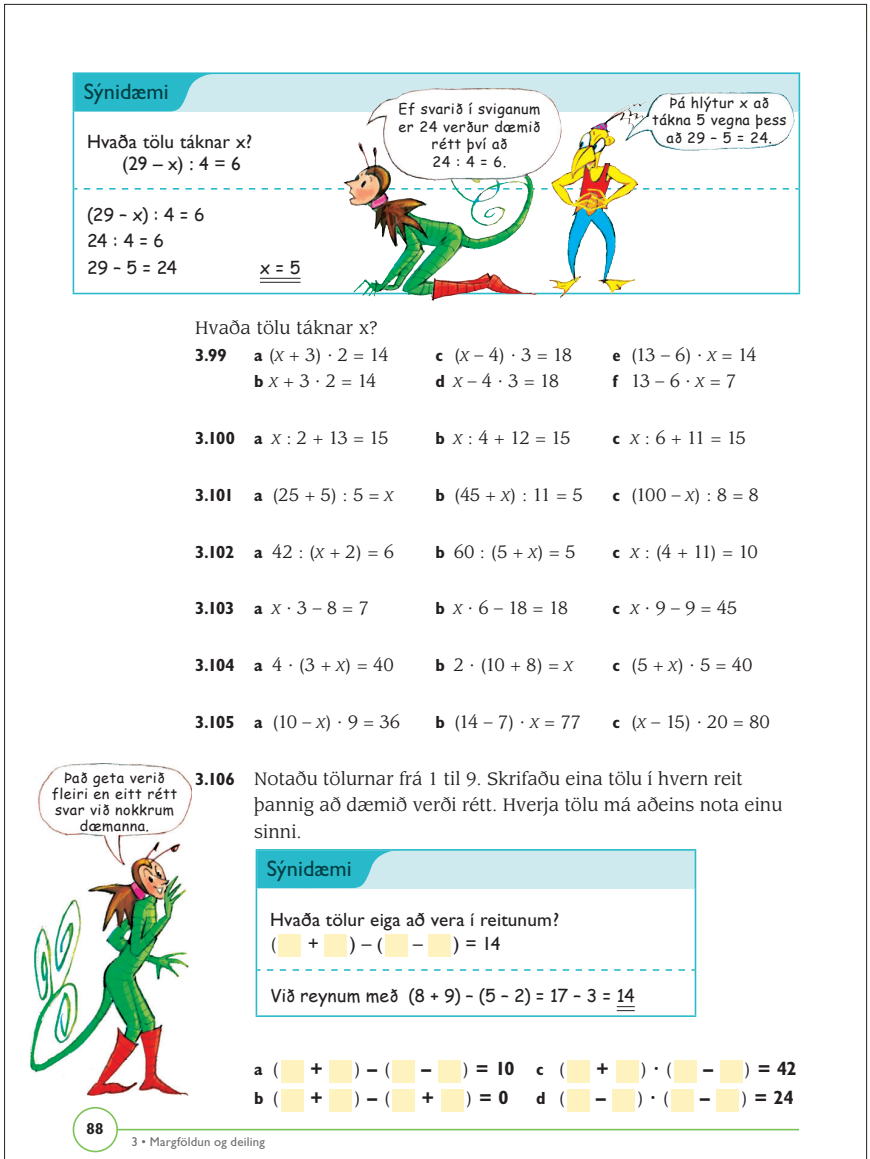
$29 - x = 24$

Kennari og nemendur halda fingri yfir x-inu: 29 mínus talan sem er undir fingrinum er jafnt og 24. Þá hlýtur sú tala að vera 5, þ.e. $x = 5$.

### Nr. 3.99–3.105

Nemendur eiga finna hvaða tölu x táknar í hverju dæmi. Þeir leysa dæmin með því að prófa sig áfram og gæta þess að útreikningar séu í réttri röð. Nokkur þessara dæma eru all-erfið þannig að rétt er að láta nemendur sjálfa spreyta sig á þeim áður en þeir fá vísbendingu sér til hjálpar.

Í dæmi 3.99a geta nemendur hugsað sem svo: „Hvaða tölu á að margfalda með 2 svo að út komi 14?“ Gott er að nemendur haldi þumalfingri yfir svigann. Talan í sviganum hlýtur að vera 7. Þar með hlýtur $x = 4$.



**Sýnidæmi**

Hvaða tölu táknar x?

$(29 - x) : 4 = 6$

$(29 - x) : 4 = 6$

$24 : 4 = 6$

$29 - 5 = 24$ $\quad x = 5$



Hvaða tölu táknar x?

**3.99** **a** $(x + 3) \cdot 2 = 14$ **b** $x + 3 \cdot 2 = 14$ **c** $(x - 4) \cdot 3 = 18$ **d** $x - 4 \cdot 3 = 18$ **e** $(13 - 6) \cdot x = 14$ **f** $13 - 6 \cdot x = 7$

**3.100** **a** $x : 2 + 13 = 15$ **b** $x : 4 + 12 = 15$ **c** $x : 6 + 11 = 15$

**3.101** **a** $(25 + 5) : 5 = x$ **b** $(45 + x) : 11 = 5$ **c** $(100 - x) : 8 = 8$

**3.102** **a** $42 : (x + 2) = 6$ **b** $60 : (5 + x) = 5$ **c** $x : (4 + 11) = 10$

**3.103** **a** $x \cdot 3 - 8 = 7$ **b** $x \cdot 6 - 18 = 18$ **c** $x \cdot 9 - 9 = 45$

**3.104** **a** $4 \cdot (3 + x) = 40$ **b** $2 \cdot (10 + 8) = x$ **c** $(5 + x) \cdot 5 = 40$

**3.105** **a** $(10 - x) \cdot 9 = 36$ **b** $(14 - 7) \cdot x = 77$ **c** $(x - 15) \cdot 20 = 80$





**3.106** Notaðu tölurnar frá 1 til 9. Skrifaðu eina tölu í hvern reit þannig að dæmið verði rétt. Hverja tölu má aðeins nota einu sinni.

**Sýnidæmi**

Hvaða tölur eiga að vera í reitunum?

( ☐ + ☐ ) − ( ☐ − ☐ ) = 14

Við reynum með $(8 + 9) - (5 - 2) = 17 - 3 = 14$

**a** ( ☐ + ☐ ) − ( ☐ − ☐ ) = 10 **b** ( ☐ + ☐ ) − ( ☐ + ☐ ) = 0 **c** ( ☐ + ☐ ) · ( ☐ − ☐ ) = 42 **d** ( ☐ − ☐ ) · ( ☐ − ☐ ) = 24



Í dæmi 3.99b geta nemendur reiknað margföldunardæmið og hugsað sem svo: „Hverju þarf ég að bæta við 6 til að fá 14? Það er einmitt 8.“

- *Hvers vegna táknar x ekki sömu tölu í verkefnum a og b? Vegna þess að í a-lið reiknum við fyrst út úr sviganum og síðan þarf að margfalda með 2; í b-lið á að margfalda 3 fyrst með 2 og leggja það síðan við töluna x.)*
- *Hvert hefði svarið í dæmi 3.101a orðið ef sviginn væri ekki? (Þá hefðum við fyrst deilt með 5 í 5 og síðan bætt 25 við, þ.e. 26.)*
- *Hvers vegna er þetta rétt? (Vegna þess að reglurnar segja að fyrst eigi að deila og margfalda áður en við leggjum saman eða drögum frá. En allra fyrst á að reikna út úr sviganum.)*

Á sama hátt geta nemendur leyst hin dæmin. Í dæmi 3.102a má gefa nemendum vísbendingu um þetta: „Með hverju þarf ég að deila í 42 til að fá svarið 6?“ Svarið við þessari spurningu er 7; þar með hlýtur x að vera jafnt og 5.

### Nr. 3.106

Nemendur setja tölurnar 1–9, eina í hvern reitanna fjögurra, þannig að svörin verði rétt. Þess þarf að gæta að nota ekki sömu töluna tvisvar í sama dæminu. Hér er um rannsóknarverkefni að ræða þannig að nemendur þurfa að prófa sig áfram á eigin spýtur.

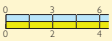
▶ Bls. 89 Upprifjun

Mælt er með að kennari fari í gegnum upprifjunina sameiginlega með allri bekkjardeildinni. Kennari og nemendur ræða saman um hvað

**Hlutfallareikningur**

Hlutfall sýnir samanburð á tveimur söfnum. Hlutfallið segir til um hve mikið eða hve margir eru í hvoru safninu. Annað safnið er alltaf jafnt hinu safninu ef það er margfaldað með ákveðinni tölu.

Hlutföll eru notuð við margs konar kringumstæður í hversdagslífinu:



- Hlutfallið milli breiddar og hæðar í fána nokkrum er 3 : 2. Það merkir að ef breiddin er 3 metrar á hæðin að vera 2 metrar. Ef breiddin er 3 · 4 = 12 metrar á hæðin að vera 2 · 4 = 8 metrar.
- Hlutfallið milli rauðu og bláu perlanna í þessari perlukeðju er 12 : 8

Hlutfallið skráð á einfaldasta hátt (fullstytt) er 3 : 2.

**Fjöldi möguleika við röðun**

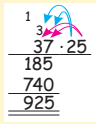
Þegar pör eru mynduð með því að raða saman hlutum eða fyrirbærum úr tveimur hópum er fjöldi mismunandi para fundinn með því að margfalda saman fjöldann í hópunum tveimur.

Í herbergi eru þrjár stelpur og tveir strákar. Þá er hægt að búa til 3 · 2 = 6 mismunandi pör sem í eru ein stelpa og einn strákur.

**Margföldun og deiling**

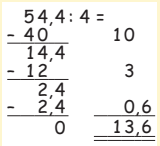
**Tvær tveggja stafa tölur.**

Fyrst er margfaldað með einingunum: 37 · 5, síðan með tugunum: 37 · 20.



37 · 25
185
740
925

Þegar deilt er í tugabrot er fyrst athugað hve mörgum tugum er hægt að skipta, síðan hve mörgum einingum og tíundu hlutum.



54,4 : 4 = 10
− 40
14,4
− 12
3
2,4
− 2,4
0,6
0
13,6

**Talnadæmi með sviga**

Þegar svigi er í dæmi er best að reikna fyrst út úr sviganum.

68 − (18 − 14) =
68 − 4 = 64

(5 + 3) · (12 − 5) =
8 · 7 = 56

Ef engir svigar eru á fyrst að margfalda og deila, síðan að leggja saman og draga frá.

60 + 5 · 4 =
60 + 20 = 80

5 · 6 − 12 : 3 =
30 − 4 = 26



fengist hefur verið við í þessum kafla, hvaða námsþætti nemendur kunnu fyrir og hvaða nýja námsþætti þeir hafa lært.

## Auðveldari verkefni

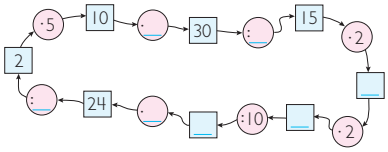
Kennari metur hvort rétt sé að nemendur, sem eiga erfitt með þessa námsþætti, sleppi að vinna bls. 88. Það getur verið betra að þeir æfi sig meira í margföldun og deilingu í dæmum án sviga og óþekktra talna.

### Frekari þjálfun í margföldun með tveggja stafa tölum

Á verkefnablöðum 5.36–5.38 *(Margföldun í rúðuneti 1–3)* í verkefnahefti Stiku 1a og á verkefnablöðum 6.116a–b *(Skrifleg margföldun 1–2)* í verkefnahefti Stiku 2b eru fleiri margföldunardæmi þar sem nemendur fá sjónrænan stuðning með rúðuneti.

### Dæmahringbrautir

Nemendur búa til sínar eigin dæmahringbrautir og leggja fyrir bekkjarfélagana, sjá myndina hér á eftir.




Á verkefnablöðum 5.45 og 5.46 *(Dæmahringbrautir 1 og 2)* í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri slíkar dæmahringbrautir. Á fyrrnefnda verkefnablaðinu er tiltölulega einfalt afbrigði af þessu verkefni en á því síðarnefnda er það erfiðara.

### Hvert er gildi nafnsins þíns?

Hver bókstafur í stafrófinu fær ákveðið gildi, þannig:
A = a; Á = 2a; b = 3a; c =4a; D = 5a, Đ = 6a; E = 7a, É = 8a; F = 9a; g = 10a o.s.frv. Hægt er að velja mismunandi gildi fyrir a, til dæmis 5. Þá mun Elín hafa eftirfarandi gildi:
7 • 5 + 16 • 5 + 13 • 5 + 18 • 5 =
35 + 80 + 65 + 89 = 265

Önnur aðferð er að nota algebru fyrst. Þá er gildi nafnsins ELÍN fundið þannig:
7a + 16a + 13a + 18a = 54a
Þar sem a = 5 verða útreikningar svona: 54 • 5 = 270

Kennari getur aðlagað þyngd verkefnanna að vild með vali sínu á gildi bókstafsins a.

Hver nemandi finnur gildi síns eigin nafns.

**Hugmyndir og athugasemdir**

.....

.....

.....

.....

.....

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nemendur búa til hver fyrir annan verkefni svipuð þeim sem eru á bls. 88. Þeir geta einnig spreytt sig á svipuðum verkefnum á verkefnablöðum 7.34 og 7.35 *(Svigar í reikningi 2* og *Horfin aðgerðartákn)*.

### Þrautalausnir

Nemendur, sem ráða bæði við margföldun og deilingu, þurfa að fá að glíma meira við samsettar þrautir. Á eftirfarandi verkefnablöðum eru mörg slík viðfangsefni: 5.40a–5.42 *(Hve mikið af ávöxtum, Er pitsa afgangs? Tjaldferð, Sléttar tölur – oddatölur)* og 5.54–5.60 *(Upp á toppinn, Kínamúrinn, Anakondaslangan, Peningagátur, Sparnaður, Sælgætið hennar ömmu* og *Gátur um sælgæti og bakpoka)*, öll í verkefnahefti Stiku 1a; 5.184–5.189 *(Heilabrot 2–3, Orðadæmi 1–4)* og 5.194 *(Heilabrot um tölur)* í verkefnahefti Stiku 1b; 6.117–6.122 *(Þrautir 1–6)* í verkefnahefti Stiku 2b; 7.33–7.37 *(Svigar í reikningi 1–2, Horfin aðgerðartákn, Svigar í reikningi 3* og *Þrautalausnir með margföldun og deilingu)*.

## Viðfangsefni

- Þáttun, frumtölur
- Margföldun og deiling tveggja og þriggja stafa talna
- Hlutfallareikningur
- Fjöldi möguleika við röðun
- Svigar í reikningi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 90 Próf

**Nr. 1**
Nemendur finna alla þætti í tölunum. Best er að þeir telji töluna 1 og töluna sjálfa með en þar eð talan 1 og talan sjálf eru þættir í öllum tölum beinist áhuginn venjulega að hinum þáttunum.

**Nr. 2**
Nemendur segja til um hverjar talnanna eru frumtölur.

**Nr. 3–11**
Nemendur reikna dæmin.

**Nr. 12**
Nemendur skrá hlutfallið milli gulu og grænu perlanna í hálsböndunum tveimur. Þeir velja sjálfir hvort þeir skrifa hlutfallið á einfaldasta hátt, þ.e. fullstytt, eður ei.

**Nr. 13**
Nemendur skrá hlutfallið milli rauðra og grænna epla í hverri skál fyrir sig. Þeir skrifa hér hlutfallið á einfaldasta hátt, þ.e. með því að fullstytta.

▶ Bls. 91 Próf (framhald)

**Nr. 14–15**
Nemendur nota hlutfallið, sem gefið er upp, til að reikna kílóafjöldann. Í dæmi 15b eiga þeir að leggja saman söfnin tvö til að finna heildarþyngd blöndunnar.

### Próf

**1** Finndu alla þættina í þessum tölum.
**a** 15 **b** 24 **c** 40 **d** 49

**2** Hverjar þessara talna eru frumtölur?
**a** 9 **b** 17 **c** 29 **d** 51

Reiknaðu dæmin.

**3** **a** 6 · 10 **b** 12 · 10 **c** 207 · 10 **d** 35 · 100

**4** **a** 50 : 10 **b** 180 : 10 **c** 430 : 10 **d** 6500 : 10

**5** **a** 9 · 20 **b** 6 · 70 **c** 13 · 40 **d** 15 · 300

**6** **a** 26 · 4 **b** 35 · 8 **c** 128 · 3 **d** 251 · 7

**7** **a** 15 · 13 **b** 26 · 17 **c** 42 · 35 **d** 54 · 29

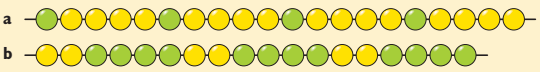
**8** **a** 2,3 · 6 **b** 15,4 · 3 **c** 0,6 · 0,4 **d** 3,9 · 0,8

**9** **a** 584 : 4 **b** 1416 : 6 **c** 382 : 5 **d** 3793 : 3

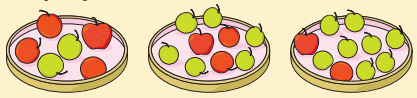
**10** **a** 98 : 14 **b** 184 : 23 **c** 312 : 12 **d** 370 : 17

**11** **a** 44,1 : 3 **b** 186,5 : 5 **c** 41,6 : 2,6 **d** 20,8 : 0,8

**12** Skráðu hlutfallið milli gulu og grænu perlanna í hvoru hálsbandinu fyrir sig.




**13** Skráðu hlutfallið milli rauðu og grænu eplanna í hverri skál fyrir sig. Skrifaðu hlutfallið á einfaldasta hátt með því að fullstytta það.




90
3 • Margföldun og deiling

**Nr. 16**
Nemendur finna tímann sem Egill er að hlaupa 8 km. Auðveldast er að finna fyrst hve langan tíma hann þarf til að hlaupa 1 km.

**Nr. 17–18**
Nemendur finna fjölda möguleikanna. Í báðum verkefnum eru tvö söfn þannig að fjöldi möguleika verður 2 • 5 = 10 (nr. 17) og 3 • 6 = 18 (nr. 18). Ef nemendur finna svörin með því að telja skipulega alla möguleika er það hið besta mál.

**Nr. 19–21**
Nemendur reikna dæmin. Þeir ákveða sjálfir hvort þeir reikna fyrst út úr sviganum eða eyða sviganum áður en þeir reikna.

**Nr. 22**
Nemendur reikna dæmin. Hér er prófað hvort þeir margfalda og deila áður en þeir leggja saman og draga frá. Hafi þeir ekki skilið þá reglu fyllilega er líklegt að þeir geri villu í a- og c-lið þannig:
3 + 6 • 5 = 9 • 5 = 45 (a-liður)
100 – 10 : 5 = 90 : 5 = 18 (c-liður)

## Auðveldari verkefni

Prófið getur verið of viðamikið fyrir einhverja nemendur. Kennari þarf því að meta hvort þeir sleppi liðum c og d í verkefnum 3–11 enda eru þessir liðir þyngstir. Önnur leið er að láta þessa nemendur vinna einungis bls. 90. Þeir sem þess þurfa nota áþreifanleg hjálpartæki, einnig í prófinu.

Nemendur, sem eiga í basli við að leysa prófin, geta snúið sér að æfingasíðu 1 og 2 eða þeim blaðsíðum í æfingahefti sem vísað er til.

**14** Í múrhúðun utan á húsvegg þarf sement blandað með sandi í hlutfallinu 1 : 3. Hve mikið af sandi þarf á móti sementspoka með 40 kg?

**15** Fúga, sem notuð er við flísalagnir, er búin til með því að blanda saman sementi og fínkornóttum sandi í hlutfallinu 1 : 2.
**a** Hve mikið þarf af sandi í 10 kg af sementi?
**b** Hvað er slík blanda þung?

**16** Egill er 20 mínútur að hlaupa 5 km. Hve lengi er hann þá að hlaupa 8 km ef hann heldur sama hraða?

**17** Frá Horninu að Víðilundi eru tvær leiðir. Frá Víðilundi að Aðalstöðinni eru fimm leiðir. Hve margar mismunandi leiðir er hægt að fara frá Horninu að Aðalstöðinni?

**18** Maður nokkur býr til verðlaunagripi sem gerðir eru úr stalli og lítilli styttu. Hægt er að fá þrjár tegundir af stalli og sex mismunandi styttur.
Hve marga mismunandi verðlaunagripi getur hann búið til?

Reiknaðu dæmin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **19** | **a** $80 - (20 - 15)$ | **b** $35 + (30 - 13)$ | **c** $100 - (25 + 35)$ |
| **20** | **a** $5 \cdot (7 + 6)$ | **b** $(6 - 2) \cdot 4$ | **c** $7 \cdot (10 + 3)$ |
| **21** | **a** $(21 + 21) : 3$ | **b** $30 : (10 + 5)$ | **c** $(30 - 12) : 2$ |
| **22** | **a** $3 + 6 \cdot 5$ | **b** $7 \cdot 7 + 3$ | **c** $100 - 10 : 5$ |



## Erfiðari verkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta byrjað strax á æfingasíðu 2 og 3 á bls. 93 og 94 og síðan á þeim blaðsíðum í æfingaheftinu sem vísað er til. Þeir geta einnig unnið blaðsíðu 94, Geturðu þetta? eða einhver raunverkefnanna sem gerðar eru tillögur um fyrr í þessum kafla.

## Raunverkefni

### Þættir á fullri ferð (spil)

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 5.179 *(Hundraðtafla)* í verkefnahefti Stiku 1b), spilapeningar.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Sá sem á leik velur slétta tölu á spilaborðinu, sem hann annaðhvort krossar yfir í sínum lit eða lætur spilapening sinn á.

Leikmaður 2 velur tölu, sem er annaðhvort þáttur í tölu leikmanns 1 eða margfeldi af henni.

Dæmi:

Fyrsta talan, sem valin er, er 18. Þá getur næsti leikmaður valið einhverja af eftirfarandi tölum:

Þættir í 18 eru 1, 2, 3, 6 og 9.

Margfeldi af 18 eru 36 (þ.e.a.s. 2 • 18), 54, 72, 90.

Sá tapar sem er á undan að lenda í þeirri stöðu að geta ekki krossað yfir tölu á spilaborðinu.

Annað dæmi:

Leikmaður 1 velur 49 (sem er þáttur í 98). Ef búið er að velja 1, 7 og 98 getur leikmaður 2 ekki valið neina tölu sem er annaðhvort þáttur í 49 eða margfeldi af henni. Hann tapar því spilinu.

*Afbrigði af spilinu:* Einfaldara afbrigði er að nota spilaborðið aðeins upp í fjörutíu eða fimmtíu í staðinn fyrir 100.

**Hugmyndir og athugasemdir**

## Viðfangsefni

- Hlutfallareikningur í tengslum við erlendan gjaldeyri
- Margföldun og deiling tveggja, þriggja og fjögurra stafa talna

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 92 Æfingasíða 1

Athugið: Gert er ráð fyrir að nemendur noti vasareikni við verkefnin á bls. 92 en hins vegar reikni þeir dæmin á bls. 93 með blaðreikningi.

### Nr. 3.107

Nemendur breyta Bandaríkjadölum (dollurum) í íslenskar krónur miðað við gengið sem var þegar þetta er skrifað, þ.e. febrúar 2012: 1$ = 126 kr. Kennari ræðir við nemendur um gengi erlendra gjaldmiðla og að það tekur stöðugum breytingum. Til dæmis var í maíbyrjun 2008 gengi dollars um það bil 76 kr., enskt pund ≈ 151 kr. og evra ≈ 118 kr.

- *Hver hefðu svörin í a-, b- og c-lið orðið ef gengið hefði verið það sama og í maí 2008, þ.e. 1$ = 76 kr.? (380 kr., 608 kr., 1520 kr. og 6080 kr.)*

### Nr. 3.108

Nemendur breyta íslenskum krónum í Bandaríkjadali.

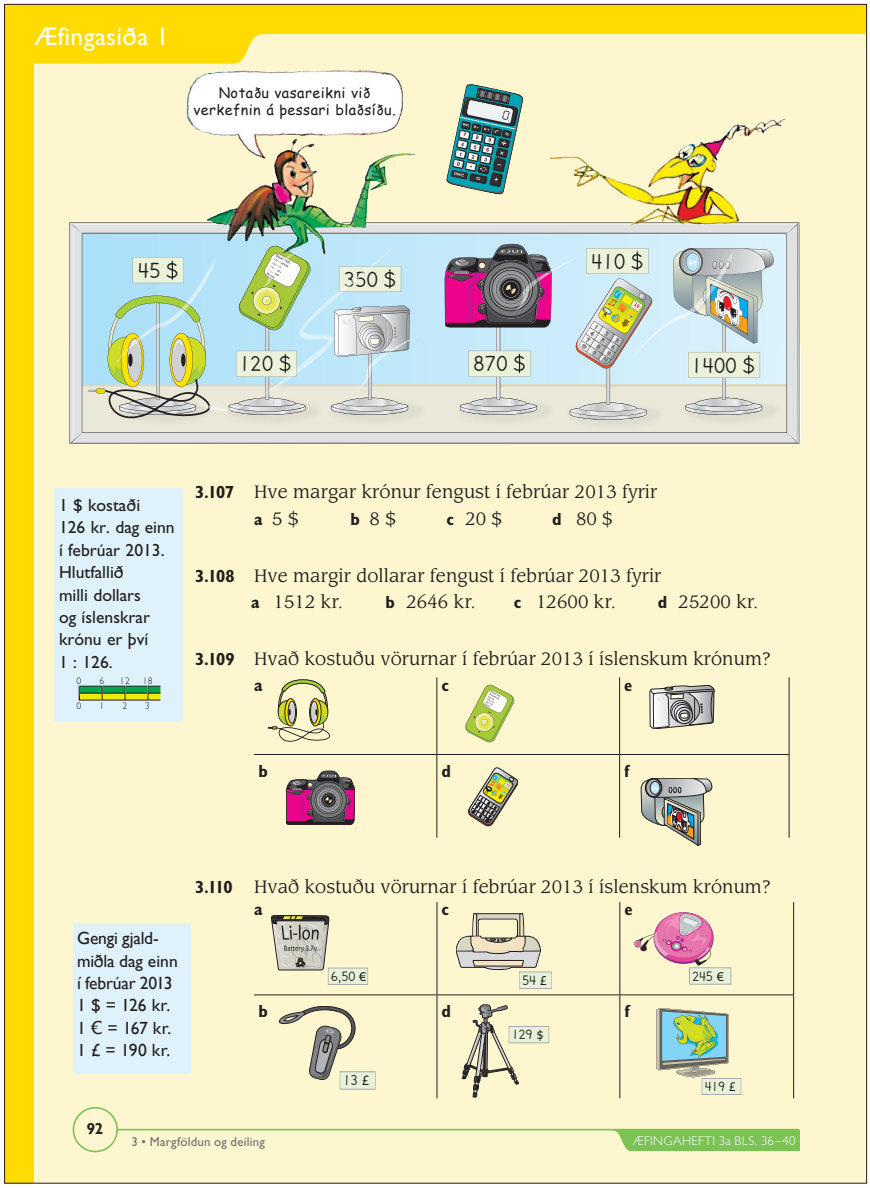
### Nr. 3.109

Nemendur reikna hvað vörurnar kosta í íslenskum krónum miðað við gengið í febrúar 2013, sbr. fróðleiksreitina.

Einhverjir nemendur geta athugað hvað vörurnar hefðu kostað í íslenskum krónum í maí 2008 þegar gengi dollars var 76 kr. og borið saman niðurstöðurnar. Hve miklu munar?

### Nr. 3.110

Nemendur nota gengið í fróðleiksreitnum til að reikna hvað vörurnar kosta í íslenskum krónum.




▶ Bls. 93 Æfingasíða 2

### Nr. 3.111–3.112

Kennari bendir nemendum á að hugsa dæmið 3.112c sem „fimm sinnum 8 tugir“, þ.e. 40 tugir. Annaðhvort vita þeir að um er að ræða töluna 400 eða þeir skrifa 40 í tugasætið þannig að 0 lendir í tugasætinu og 4 í hundraðasætinu. Þetta byggist á talnaskilningi nemenda og styrkir hann, nokkuð sem er miklu betra en að þeir noti reglu um að „bæta núlli við“ sem þeir hafa ef til vill engan skilning á.

### Nr. 3.113

Nemendur reikna út svarið við spurningunni. Kennari bendir þeim sem ráða illa við þetta á að hugsa um upphæðina, sem María fær á einni klukkustund, sem 2 þúsundkalla og 4 hundraðkalla og reikna hvora myntina út fyrir sig.

### Nr. 3.314–3.115

Nemendur reikna þessi dæmi með aðferðum sem þeir kjósa sjálfir.

### Nr. 3.116

Nemendur finna flatarmál rétthyrninganna. Rifja má upp með þeim að rétthyrningurinn til vinstri kallast ferningur en sá til hægri oftast ílangur rétthyrningur.

### Nr. 3.117

Nemendur reikna dæmin.

### Nr. 3.118

Nemendur skipta peningunum jafnt. Þeir nota aðferðina á bls. 76 eða aðrar aðferðir ef þeir vilja.

### Nr. 3.119–3.122

Nemendur reikna dæmin.

Reiknaðu dæmin.

**3.111** **a** 5 · 10 **b** 8 · 10 **c** 13 · 10 **d** 18 · 100

**3.112** **a** 6 · 20 **b** 3 · 70 **c** 5 · 80 **d** 9 · 300

**3.113** María vinnur sér inn 2400 kr. á klukkustund.
Hve mikið fær hún fyrir 7 klukkustundir?

Reiknaðu dæmin.

**3.114** **a** 25 · 3 **c** 46 · 4 **e** 38 · 4 **g** 123 · 9
**b** 34 · 5 **d** 52 · 7 **f** 43 · 6 **h** 204 · 8

**3.115** **a** 1,6 · 4 **c** 2,9 · 4 **e** 4,3 · 7 **g** 14,2 · 8
**b** 1,3 · 7 **d** 8,4 · 4 **f** 1,7 · 0,6 **h** 2,8 · 0,8

**3.116** Hvað eru þessir rétthyrningar margir fermetrar, m²?

**a** 15 m, 17 m **b** 13 m, 36 m

**3.117** Reiknaðu dæmin.
**a** 12 · 18 **b** 25 · 13 **c** 32 · 16 **d** 24 · 27

**3.118** Sex börn skipta jafnt á milli sín 822 kr.
Hvað fær hvert barn?

Reiknaðu dæmin.

**3.119** **a** 60 : 10 **b** 130 : 10 **c** 600 : 10 **d** 3050 : 10

**3.120** **a** 148 : 4 **b** 714 : 3 **c** 212 : 5 **d** 888 : 7

**3.121** **a** 72 : 12 **b** 95 : 15 **c** 130 : 18 **d** 120 : 27

**3.122** **a** 86,4 : 4 **b** 164,4 : 3 **c** 8 : 1,6 **d** 18,2 : 0,7

**3.123** Hvaða tölu táknar x?
**a** 12 · $x$ = 31,2 **c** 11 · $x$ = 94,6 **e** 7100 : $x$ = 710
**b** $x$ · 9 = 44,1 **d** $x$ : 20 = 36 **f** $x$ : 4 = 625

ÆFINGAHEFTI 3a BLS. 40–45



**Nr. 3.123**
Nemendur finna gildin á x. Ef til vill þarf kennari að benda þeim á að notfæra sér tengsl margföldunar og deilingar: „Ef 12 margfaldað með x á að vera 31,2 hlýtur x að vera jafnt og 31,2 : 12“ (a-liður). „Ef x : 20 á að vera 36 hlýtur x að vera jafnt og 36 • 20“ (d-liður). Kennari þarf samt sem áður að vera spar á hjálp. Betra er að nemendur sjálfir kanni mögulegar lausnir með vasareikni.

## Auðveldari verkefni

Kennari bendir nemendum, sem eiga erfitt með margföldun tveggja og þriggja stafa talna, á að skipta tölunum upp í einingar og tugi (verkefni 3.114) eða í einingar og tíundu hluta (verkefni 3.115). Síðan margfalda þeir tölurnar tvær hvora fyrir sig. Að lokum leggja þeir margfeldin tvö saman. Dæmið 46 • 4 verður þá svona:

40 • 4 = 160
6 • 4 = 24
160 + 24 = 184

Samlagninguna í lokin má framkvæma án þess að skrifa margfeldin upp en forsenda þess er að nemendur hafi skilið hversu mikilvægt er að setja tölurnar í rétt sæti hvora undir aðra:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 0 | · | 4 | = | 1 | 6 | 0 |
| + | | 6 | · | 4 | = | | 2 | 4 |
| | | | | | | 1 | 8 | 4 |

Einhverjum nemendum mun vera hjálp í því að sjá hvernig skipta má tveggja og þriggja stafa tölum upp í rúðuneti. Þannig kemur skýrt fram hvaða dæmi þarf að reikna út. Dæmið 25 • 13 í verkefni 3.117b verður þá þannig:

| | 20 | 5 |
|---|---|---|
| 20 | 20 · 10 | 20 · 3 |
| 5 | 5 · 10 | 5 · 3 |

Verkefni 3.114 og 3.115 má setja fram á þennan hátt. Ef nemendur reikna með þessari aðferð þarf samt sem áður að stefna að því að þeir geti reiknað þessi dæmi án þess að þurfa að nota rúðunet.

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir

a Í stórverslun nokkurri voru 24 vörubretti með kartöflum. Hvert bretti tók 31 sekk sem vógu 15 kg hver.
Hve mörg kílógrömm af kartöflum voru í versluninni?

b Verslunin borgaði 2100 kr. fyrir hvern sekk. Kartöflunum var pakkað í þriggja-kílóa-poka sem seldir voru á 570 kr. hver poki. Verslunin seldi alla kartöflupokana sem voru á vörubrettunum. Hver var hagnaður verslunarinnar?

*Lausnir:*

a 24 • 31 = 744 pokar
744 • 15 = 11 160 kg af kartöflum

b Innkaupsverð: 744 • 2100 kr. = 1 562 400 kr.
11 160 : 3 = 3720 þriggja-kílóa-pokar
3720 • 570 = 2 120 400

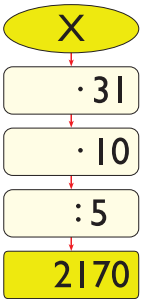
*Hagnaðurinn var:*
2 120 400 – 1 562 400 = 558 000 kr.

Þetta verkefni og fleiri eru á verkefnablaði 7.37 *(Þrautalausnir með margföldun og deilingu)*.

## Raunverkefni

### Fleiri dæmi

Leggja má fyrir nemendur verkefni sem snerta tengsl margföldunar og deilingar. Á verkefnablaði 6.123 *(Hvaða tala er x?)* í verkefnahefti Stiku 2b eru mörg verkefni af þessum toga.




### Meiri þjálfun í margföldun tugabrota

Á verkefnablaði 6.39 *(Búa til dæmi og finna rétt svar)* í verkefnahefti Stiku 2a eru verkefni sem reyna á skilning nemenda á margföldun tugabrota. Þar eru orðadæmi þar sem nemendur velja rétt svar úr nokkrum möguleikum.

## Viðfangsefni

- Svigar í reikningi
- Forgangsröð reikniaðgerða
- Frumtölur og þáttun
- Margföldun tugabrota

## Búnaður

- Ef til vill ljósritunarblöð 5 og 6 (Hundraðtöflur og SPIL Fjórir í röð) aftast í þessari bók.

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 94 Æfingasíða 3

**Nr. 3.124–3.127**

Nemendur skrifa hvert dæmi fyrst sem talnadæmi með sviga. Síðan reikna þeir dæmið. Leysa má fyrstu tvö dæmin með því annaðhvort að reikna fyrst út úr sviganum eða með því að eyða honum. Nemendur velja sjálfir hvora aðferðina þeir nota.

**Nr. 3.128–3.131**

Þegar leysa má dæmi með sviga á fleiri en einn veg velja nemendur sjálfir aðferðina. Hvernig svo sem þeir leysa dæmin eiga þeir að kynna aðferðir sínar fyrir bekkjarfélögunum. Það er mjög gott að nemendur sjái að sama svar fæst hvort sem þeir reikna út úr sviganum fyrst eða eyða honum.

Dæmi 3.130b er aðeins hægt að leysa með því að reikna fyrst út úr sviganum. Reikni einhverjir nemendur dæmið þannig: 60 : 10 = 6 og 60 : 20 = 3 og síðan 6 + 3 = 9 þá gefur það ágætt tækifæri til að ræða við þá um hvers vegna svarið varð rangt. Gott er að nota dæmi, t.d.: Ef skipta á 60 krónum milli 10 stelpna og 20 stráka verður dæmið svona: 60 : (10 + 20) = 60 : 30 = 2. Svarið verður rangt og útreikningurinn út í hött að skipta 60 krónunum fyrst milli stelpnanna, 60 : 10 = 6, og síðan milli strákanna, 60 : 20 = 3, og leggja síðan saman það sem hver stelpa og hver strákur fengu.

### Æfingasíða 3

Búðu til talnadæmi við orðadæmin og reiknaðu þau síðan.

**3.124** Ragnar fer með 200 kr. í pósthúsið. Hann kaupir umslag á 105 kr. og frímerki á 78 kr. Hvað á hann eftir af peningunum?

**3.125** Vigdís á 700 kr. Hún kaupir dagatal sem kostar 630 kr. en fær 190 kr. afslátt. Hvað á hún afgangs eftir að hafa borgað dagatalið?

**3.126** Þrír krakkar kaupa hver sinn ís og ávaxtasafa. Einn ís kostar 250 kr. og safinn 60 kr. Hvað borga krakkarnir alls?

**3.127** Fjórir strákar og tvær stelpur hjálpast að við að flytja 90 kassa. Þau verða sammála um að skipta kössunum jafnt á milli sín. Hve marga kassa flytur hvert þeirra?

Reiknaðu dæmin.

**3.128** **a** 100 – (45 + 18) **b** 235 – (132 – 45) **c** 1000 – (250 – 215)

**3.129** **a** 9 · (7 + 6) **b** (14 – 3) · 5 **c** 4 · (40 + 6)

**3.130** **a** (30 + 9) : 3 **b** 60 : (10 + 20) **c** (100 – 26) : 2

**3.131** **a** 4 + 3 · 6 **b** 11 · 4 + 3 **c** 200 – 50 : 5

**3.132** Settu eitt margföldunarmerki og tvö samlagningarmerki milli talnanna þannig að dæmin verði rétt. Stundum þarf að nota sviga.

**a** 1 2 3 4 = 9 **c** 1 2 3 4 = 13 **e** 1 2 3 4 = 21
**b** 1 2 3 4 = 11 **d** 1 2 3 4 = 15 **f** 1 2 3 4 = 24

**3.133** Hvaða tölu táknar x?

**a** (*x* + 3) · 5 = 25 **b** (*x* – 4) · 2 = 6 **c** (30 – *x*) : 2 = 12

94 3 • Margföldun og deiling ÆFINGAHEFTI 3a BLS. 46–51

**Nr. 3.132**

Nemendur setja aðgerðartákn milli talnanna fjögurra til vinstri við jöfnumerkið þannig að svörin verði rétt. Táknin, sem nota skal við hvert dæmi, eru eitt margföldunartákn og tvö samlagningartákn. Í einhverjum dæmanna þarf að nota sviga til að fá rétt svar.

**Nr. 3.133**

Nemendur finna hvaða tölu x táknar í hverju dæmi. Þeir prófa sig áfram og gæta þess að röð reikniaðgerða sé rétt.

▶ Bls. 89 Geturðu þetta?

**Nr. 3.134**

Nemendur finna – út frá vísbendingunum fjórum sem gefnar eru í hverju verkefni – um hvaða tölu er spurt. Sér til hjálpar má fá nemendum í hendur hundraðtöflu, sjá ljósritunarblað 5 *(Hundraðtöflur)* aftast í þessari bók. Þá borgar sig að krossa yfir tölurnar sem koma ekki til greina. Í fyrsta verkefninu kemur fram að „talan er tveggja stafa tala“ og að „báðir tölustafirnir eru sléttar tölur“. Þá geta nemendur krossað yfir allar tölur sem uppfylla ekki þessi skilyrði. Reitir með þessum tölum eru gulir á myndinni.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Geturðu þetta?

**3.134** Hver er talan?

**a**
- Talan er tveggja stafa tala.
- Báðir tölustafirnir eru sléttar tölur.
- Ef deilt er í töluna með 5 verða 4 afgangs.
- Summa tölustafanna í tölunni er 10.

**b**
- Talan er milli 20 og 100.
- Báðir tölustafirnir eru oddatölur.
- Þegar deilt er í töluna með 5 verða 3 afgangs.
- Annar tölustafurinn er 2 stærri en hinn.

**c**
- Talan er frumtala.
- Talan er milli 50 og 100.
- Þegar deilt er í töluna með 6 verður 1 afgangs.
- Þegar talan er margfölduð með sjálfri sér verður talan 9 síðasti tölustafurinn í margfeldinu.

**d**
- Talan er frumtala.
- Talan er milli 20 og 100.
- Þegar deilt er í töluna með 7 verða 3 afgangs.
- Summa tölustafanna í tölunni er stærri en 10.

**e**
- Þegar deilt er í töluna með 7 verða 2 afgangs.
- Talan er minni en 80.
- Einn þáttur í tölunni er 6.
- Tölustafurinn í tugasætinu er stærri en tölustafurinn í einingasætinu.

**f**
- Talan er frumtala.
- Tveir tölustafir eru í tölunni, slétt tala og oddatala.
- Þegar deilt er í töluna með 9 verða 2 afgangs.
- Talan er stærri en 50.

**3.135** Veldu tvær tölur, aðra töluna úr A og hina úr B, og búðu til margföldunardæmi.

A B

**a** Margfeldi talnanna tveggja er 2.
**b** Margfeldi talnanna tveggja er 45.
**c** Margfeldi talnanna tveggja er 5,5.
**d** Margfeldi talnanna tveggja er 0,64.
**e** Margfeldi talnanna tveggja er minna en 0,5.
**f** Margfeldi talnanna tveggja er um það bil 9.
**g** Margfeldi talnanna tveggja er milli 35 og 40.
**h** Margfeldi talnanna tveggja er milli 9 og 10.
**i** Margfeldi talnanna tveggja er aðeins minna en 20.

95

Næsta skilyrði er: „Ef deilt er í töluna með 5 verða 4 afgangs.“ Einu tölurnar, sem uppfylla þetta skilyrði, eru þær sem enda á 4 eða 9. Þar með er hægt að krossa yfir alla aðra dálka. Þá eru eftir fjórar tölur: 24, 44, 64 og 84; það er aðeins talan 64 sem uppfyllir skilyrðið um að þversumman sé 10.

### Nr. 3.135

Nemendur velja eina tölu úr hvorum kassa og margfalda þær saman. Tölurnar tvær þurfa að uppfylla skilyrðin sem sett eru í liðum a–i.

## Auðveldari verkefni

Best er að nemendur, sem eiga í mestu erfiðleikum með þennan námsþátt, vinni með öðrum að þessum verkefnum. Það ýtir undir stærðfræðilegar samræður og skilning. Verkefni þessi eru nokkuð erfið en samt er rétt að leyfa nemendum, sem ráða illa við efnið, að spreyta sig að minnsta kosti á nokkrum þeirra.

## Erfiðari verkefni

Nemendur búa til verkefni svipuð þeim sem eru í nr. 3.134 hver fyrir annan.

## Raunverkefni

### Fjórir í röð (spil)

Nota skal ljósritunarblað 6 *(SPIL Fjórir í röð)* aftast í þessari bók. Þar eru leikreglurnar skráðar. Tilgangurinn með þessu spili er að nemendur þjálfist í margföldun tugabrota, einkum tugabrota sem eru minni en 1.

Á verkefnablöðum 6.44–6.46 *(Fjórir í röð 1–3, tugabrot)* í verkefnahefti Stiku 2a er einfaldara afbrigði af spilinu sem felst í margföldun tugabrota einungis með heilli tölu.

**Hugmyndir og athugasemdir**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Þrautalausnir

Nemendur, sem ráða bæði við margföldun og deilingu, þurfa að fá að spreyta sig meira á samsettum þrautum. Á eftirfarandi verkefnablöðum eru fleiri misþung verkefni af svipuðum toga: 5.40a–5.42 *(Hve mikið af ávöxtum?, Er þitsa afgangs?, Tjaldferð* og *Sléttar tölur – oddatölur)* og 5.54–5.61 *(Upp á toppinn, Kínamúrinn, Anakondaslangan, Peningagátur, Sparnaður, Sælgætið hennar ömmu, Gátur um sælgæti og bakþoka* og *Lestin)*, öll í verkefnahefti Stiku 1a; 5.184–5.189 *(Heilabrot 2–3* og *Orðadæmi 1–4)* og 5.194 *(Heilabrot um tölur)*, öll í verkefnahefti Stiku 1b; 6.13–6.15 *(Hvaða tölu hugsa ég mér?, Hverjar eru tölurnar tvær?* og *Hve margar býflugur?)* og 6.40–6.47 *(Margföldun tugabrota, Talnalínur, Dragðu hring um rétt svar, Margföldunarhark – Hvaða tölur leynast bak við x?, Margföldunarhark – tafla, Fjórir í röð 1–4, tugabrot* og *Dulmál í margföldun)*, öll í verkefnahefti Stiku 2a; 6.115–6.122 *(Frumtöluhringurinn, Skrifleg margföldun 1–2* og *Þrautir 1–6 )* og 6.128–6.135 *(Mælikvarði 1–2, Hraði og tími, Erlendir peningar* og *Hlutföll 1– 4)* í verkefnahefti Stiku 2b; loks 7.26–7.28 *(Hlutfallið milli hæðar og breiddar í fánum, Þrautalausnir – hlutföll 1–2 )* og 7.32–7.37 *(Margföldun og deiling – tugabrot, Svigar í reikningi 1–2, Horfin aðgerðartákn, Svigar í reikningi 3* og *Þrautalausnir með margföldun og deilingu)*.

# 4 Rúmfræði

**Í þessum kafla fást nemendur í töluverðum mæli við horn. Þeir læra um stærð horna út frá skiptingu hrings í 360°. Þeir læra að reikna út stærð grannhorna og topphorna, um hringi og heiti ýmissa hluta hans. Þeir læra einnig um marghyrninga, m.a. að notfæra sér eiginleika og einkenni marghyrninga til að reikna út stærð horna.**

**Nemendur læra að teikna einfaldar rúmfræðimyndir. Það er gert með því að beina athyglinni að þeim meginreglum sem að baki búa: Til þess að teikna 60° horn má teikna jafnhliða þríhyrning þar eð hornin í honum hljóta að vera í stærðinni 180° : 3 = 60°. Til að helminga horn er hægt að notfæra sér samhverfu. Það á einnig við þegar 90° horn er teiknað sem er helmingurinn af 180° horni sem er beint strik eða lína.**

**Í lok kaflans er sjónum beint að eins eða aljöfnum myndum og formum, svo og að einslögun. Nemendur læra að nota hlutfallareikning og mælikvarða til að finna hliðarlengdir mynda og forma sem eru einslaga.**

## Viðfangsefni

- Rúmfræði í arkitektúr
- Horn og stærðir þeirra
- Hlutfallareikningur í tengslum við einslaga myndir og form
- Samsíða strik og línur, hornrétt strik og línur, hornalínur

## Búnaður

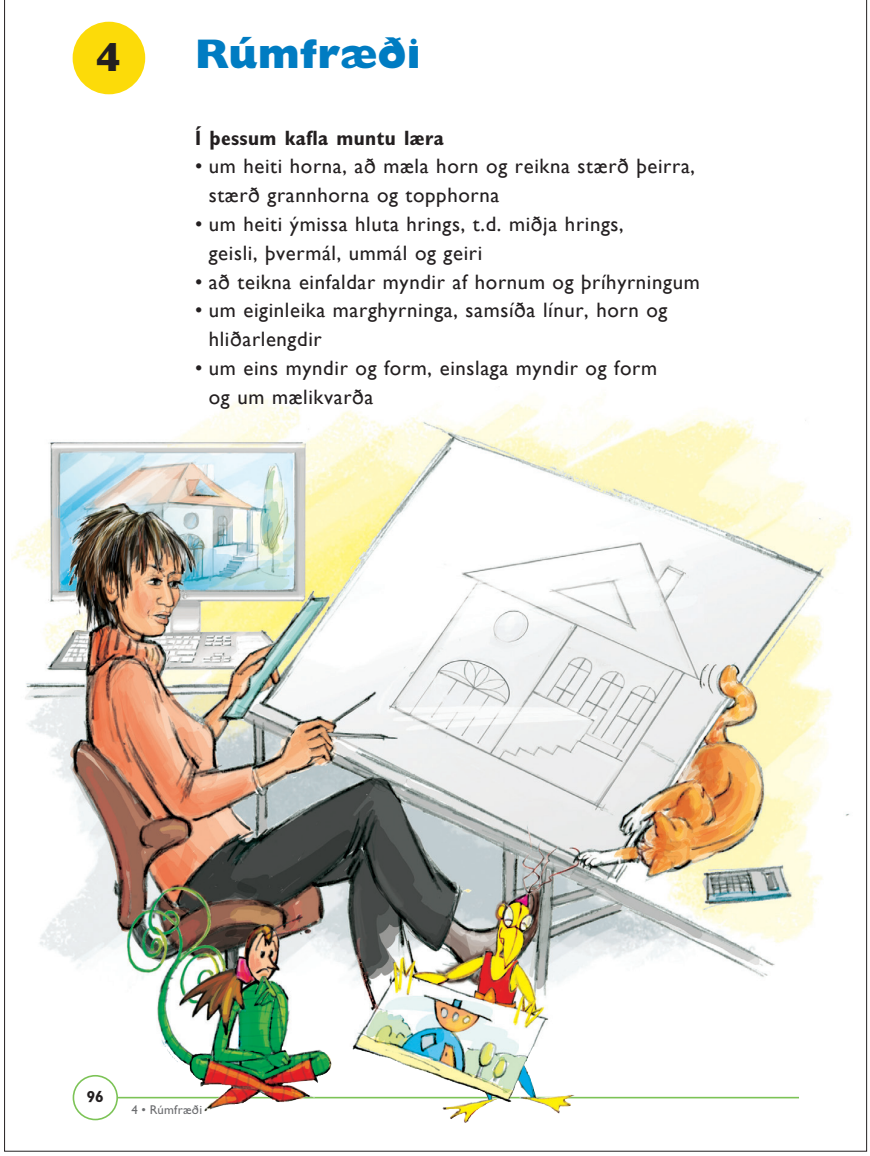
- Reglustika, gráðubogi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 96

**Samræðumynd**

- *Hvaða rúmfræðiform á teikningunni af húsinu þekkið þið? (Hring, hálfhring, þríhyrning, rétthyrning, trapisu (þakið á tölvumyndinni).)*
- *Þegar búið er að reisa húsið verður það alveg eins í laginu og á teikningu arkitektsins, bara stærra. Hvernig er það hægt? (Vegna þess að arkitektinn notar tiltekið hlutfall milli teikningarinnar og hins tilbúna húss. Við köllum það mælikvarða.)*



# 4 Rúmfræði

**Í þessum kafla muntu læra**

- um heiti horna, að mæla horn og reikna stærð þeirra, stærð grannhorna og topphorna
- um heiti ýmissa hluta hrings, t.d. miðja hrings, geisli, þvermál, ummál og geiri
- að teikna einfaldar myndir af hornum og þríhyrningum
- um eiginleika marghyrninga, samsíða línur, horn og hliðarlengdir
- um eins myndir og form, einslaga myndir og form og um mælikvarða





Þegar tvær myndir hafa sama form en eru misstórar má finna muninn á þeim með mælikvarða. Hann segir til um hve mörgum sinnum lengdirnar á mynd hafa verið stækkaðar eða minnkaðar með hliðsjón af hinni raunverulegu mynd eða hlut.

*Mælikvarðinn 1 : 10.* Hér er um að ræða minnkun, þ.e. 1 cm á myndinni samsvarar 10 cm í raunveruleikanum.

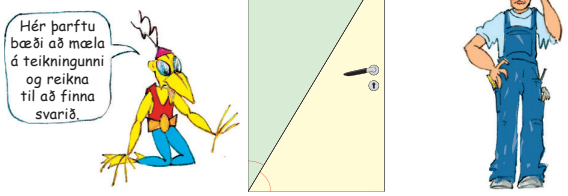
*Mælikvarðinn 20 : 1.* Hér er um stækkun að ræða, þ.e. 20 cm á myndinni samsvarar 1 cm í raunveruleikanum.

- *Ef tveir hlutir, til dæmis hústeikningin og hið raunverulega hús, hafa sömu lögun en eru misstór – hvað er þá líkt og hvað er ólíkt með þessum tveimur hlutum? (Þeir munu hafa jafn stór horn en lengdir og flatarmál eru mismunandi.)*
- *Haldið þið að hægt sé að byggja húsið sem hjálparhellurnar, Kráka og Krúsi, hafa teiknað?*

▶ Bls. 97

Verkefnin á þessari blaðsíðu geta verið erfið fyrir nemendurna ef langur tími hefur liðið frá því að þeir fjölluðu síðast um hugtökin sem hér koma við sögu. Við höfum valið að nálgast efnið sem eins konar þrautalausnaverkefni og beina athygli nemenda að þeim þáttum sem teknir verða fyrir í þessum kafla. Gott er að nemendur vinni saman að því að leysa þessi verkefni, annaðhvort í litlum hópum eða öll bekkjardeildin í heild. Áður en nemendur hefjast handa þarf að rifja með þeim upp eftirfarandi hugtök:

*Mælikvarði – hlutfallareikningur, hornasumma þríhyrnings, hornalína,*




Lísa arkitekt hefur teiknað tillögu að útihurð. Hún skrifaði nokkur mál á teikninguna en ekki öll. Ólafur smiður á að smíða hurðina.

**4.1** Ólafur smiður er ekki viss um stærð hornanna á þríhyrningunum tveimur á hurðinni. Hjálpaðu honum að finna stærðir allra hornanna.

**4.2** **a** Teiknaðu hurðina tvöfalt breiðari en á teikningunni. Hornin eiga að vera jafn stór og á teikningunni í bókinni.
**b** Hve há er hurðin á teikningunni þinni?

**4.3** **a** Teiknaðu hurðina helmingi lægri en á teikningunni. Hornin eiga að vera jafn stór og á teikningunni í bókinni.
**b** Hvað er hurðin breið á teikningunni þinni?

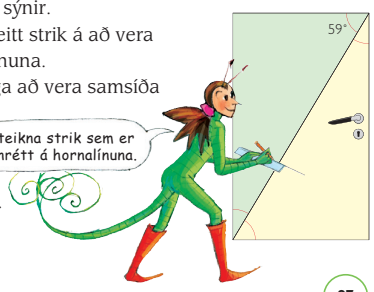
**Hornalína**
- Strik milli tveggja gagnstæðra horna í marghyrningi, þó ekki strik sem mynda hliðar hans.

**Samsíða strik eða línur**
- Strik eða línur sem skerast aldrei.

**4.4** Arkitektinn sagði að hurðin ætti að vera 2 m á hæð.
**a** Hver á þá breiddin að vera? **b** Hve löng er þá hornalínan?

**4.5** Sif pantaði hurðina. Hún er ekki nógu ánægð með hönnunina á henni og setur fram þrjár óskir:
- Hurðinni skal skipt í sex hluta, ekki í tvo hluta eins og teikningin sýnir.
- Að minnsta kosti eitt strik á að vera hornrétt á hornalínuna.
- Öll nýju strikin eiga að vera samsíða hvert öðru.

Teiknaðu tillögu að nýrri hurð fyrir Sif.

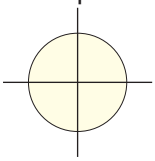



97

*samsíða strik og línur,* svo og lýsingarorðið *hornréttur.*

### Nr. 4.1

Kennari rifjar upp með nemendum hugtakið rétt horn, að tvær línur eða strik, sem mætast á sama hátt og í horni á blaði eða þar sem gólfið mætir veggnum o.s.fv., mynda „rétt horn“. Þessi horn eru 90° vegna þess að þeir eru fjórðungur af heilum hring. Þetta má sýna með því að teikna plús-táknið:



Hér myndast fjögur jafn stór horn þannig að hvert horn hlýtur að vera 360° : 4 = 90°.

Þetta þýðir að öll hornin í jaðri hurðar eru 90°. Nemendur geta notfært sér þetta til að reikna út stærð óþekkta efra hornsins í hægri hlið hurðarinnar. Til að reikna út stærð neðri hornanna vinstra megin á hurðinni þurfa nemendur að nota þá staðreynd að hornasumma þríhyrnings er alltaf 180°.

### Nr. 4.2

Nemendur mæla breiddina á teikningunni og teikna strik sem er tvöfalt lengra. Síðan þurfa þeir að nota gráðuboga þannig að þeir fái nákvæmlega jafn stór horn eins og á teikningunni í bókinni. Til að finna hæð hurðarinnar þurfa nemendur strangt til tekið bara að teikna annan þríhyrninginn.

Tilgangurinn með þessu verkefni er að nemendur uppgötvi að hæðin verður einnig tvöfalt stærri þegar hornin eru jafn stór. Hlutfallið milli teikningarinnar í bókinni og teikningar nemenda af hurðinni er 2 : 1.

### Nr. 4.3

Nemendur eiga hér að teikna minnkaða mynd af hurðinni þar sem hæð (og breidd) eru helmingur af mynd nemendabókar. Að öðru leyti skal eins farið að og í verkefni 4.2.

### Nr. 4.4

Nemendur finna hlutfallið milli hæðar hurðarinnar í bókinni og hæðar sem gefin er upp, þ.e. 2 m (5 : 200 eða 1 : 40). Nemendur nota þessi mál til að reikna út breiddina og hornalínuna á hurðinni sem smiðurinn á að smíða.

- *Hve mörgum sinnum þarf að margfalda hæðina á teikningunni til að fá 2 metra eða 200 cm? (40 sinnum vegna þess að 200 : 5 = 40.)*

### Nr. 4.5

Nemendur teikna hurð sem fullnægir kröfum Sifjar. Nemendur þurfa að gæta sérstaklega að því að einkum hornin séu eins og á hurðinni í nemendabókinni. Ef til vill þarf að útskýra hugtakið *hönnun*.

## Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman í pörum. Í þessum verkefnum koma við sögu mörg rúmfræðileg hugtök sem þeir hafa fengist við áður og það getur komið sér vel að pörin hjálpist að því að rifja þau upp heldur en að hver og einn nemandi reyni á eigin spýtur að muna merkingu þeirra.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Meiri þjálfun í að nota mælikvarða til að teikna myndir

Nemendur fá myndir sem þeir eiga að teikna í ákveðnum mælikvörðum, annaðhvort með því að stækka þær eða minnka. Nota má verkefnablöð 5.140a–b og 5.141 (*Hve mikið af ávöxtum?, Er þitsa afgangs?* og *Tjaldferð*) í verkefnahefti Stiku 1b.

Nemendur geta einnig teiknað myndir að eigin vali, til dæmis samsettar rúmfræðimyndir. Síðan gefa þeir upp mælikvarða sem segja að myndirnar séu teiknaðar í, skiptast þeir á myndum og teikna myndir hver annars í „réttri“ stærð. Þeir mæla einnig hornin á myndinni og ganga úr skugga um að þau séu hin réttu.

## Viðfangsefni

- Hugtakið horn: hvasst, gleitt og rétt horn
- Að mæla og teikna horn með gráðuboga

## Búnaður

- Gráðubogi og reglustika
- Ljósritunarblað 7 (Ferningur og þríhyrningur) aftast í þessari bók

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 98

### Samræðumynd

Kennari rifjar upp með nemendum hvað horn er. Í stuttu máli myndast horn á tvo vegu.

– Annars vegar er um að ræða fast horn sem myndast af tveimur strikum eða hálflínum sem mætast. *Strik* eða *línustrik* er milli tveggja punkta og takmarkast við þá en *hálflína* er sá hluti línu sem liggur öðrum megin við tiltekinn punkt á henni ásamt punktinum sjálfum. (*Línu* má draga milli sérhverja tveggja punkta og er hún óendanlega löng í báðar áttir.)

– Hins vegar myndast horn með snúningi um fastan punkt eins og vísir á klukku eða þegar dyr eru opnaðar. Hægt er að sýna snúninginn í mynd með því að teikna báðar aðstæðurnar í sömu mynd, þ.e.a.s. vísinn eða hurðina bæði fyrir og eftir snúninginn.

Kennari bendir nemendum á að stærð horns segir til um stærð svæðisins milli arma hornsins.

Í hinu daglega lífi birtist snúningur okkur í báðar áttir, bæði réttsælis og rangsælis. Þegar talað er um snúning í stærðfræði er venjulega átt við snúning rangsælis, þ.e. í gagnstæða átt en vísar á klukku hreyfast. Gott er að kennari sé samkvæmur sjálfum sér í þessu sem öðru: Ef nemandi er beðinn um að snúa mynd um 90° þýðir það 90° rangsælis – ekki 90° réttsælis.

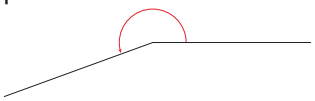
Kennari ræðir við nemendur um notkun gráðuboga. Hann beinir athygli þeirra sérstaklega að hornum sem ýmist eru stærri eða minni en 90° (gleið eða hvöss) og stærri eða minni en 180°. Áður en nemendur vinna verkefnin á þessari opnu er gott að þeir spili *Áætla og mæla horn*, spil sem tillaga er gerð um í kaflanum *Raunverkefni* hér á eftir

- *Hvað er horn og hvernig mælum við það? Hver er munurinn á því að mæla lengdir tveggja hliða og að mæla hornið milli þeirra? (Hliðarlengdirnar eru mældar með mæli-einingum eins og t.d. mm, cm eða m en horn er mælt í gráðum.)*
- *En hvað er mælt í gráðum? (Hversu gleiðir armar horns verða – ekki hve langir armarnir eru. Eða: Hve mikið klukkuvísir hefur snúist – ekki hve langur hann er.)*

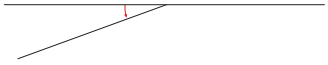
Mikilvægt er að nemendur fáist við horn við margs konar aðstæður. Því er hér bent á tillögur um alls kyns verkefni síðar í kaflanum.

### Horn sem eru stærri en 180°

Kennari teiknar til dæmis horn sem þetta á töfluna:



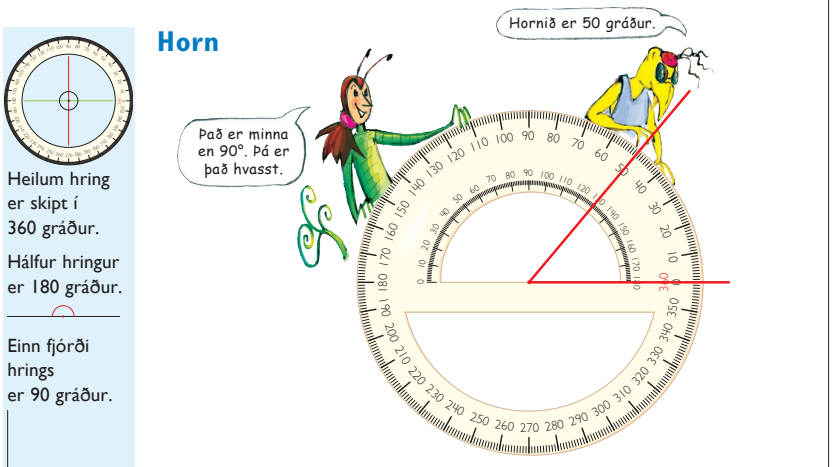
- *Er þetta horn stærra eða minna en 180°? (Stærra vegna þess að það er stærra en bein lína.)*
- *Hvernig getum við mælt nákvæmlega stærð hornsins? (Við getum mælt hve miklu stærra hornið er en 180°.)*



Nemendur mæla merkta hornið og bæta 180° við. Stundum getur verið heppilegra að mæla hve mikið vantar upp á heilan hring, þ.e. 360°. Slík verkefni koma einkum fyrir á bls. 99.

### Nr. 4.6

Nemendur mæla hornin á myndinni. Ef hornin á myndinni í bókinni eru of




## Horn



Heilum hring er skipt í 360 gráður.

Hálfur hringur er 180 gráður.

Einn fjórði hrings er 90 gráður.

**Horn**

myndast af tveimur strikum með sameiginlegan upphafspunkt.

**Rétt horn**

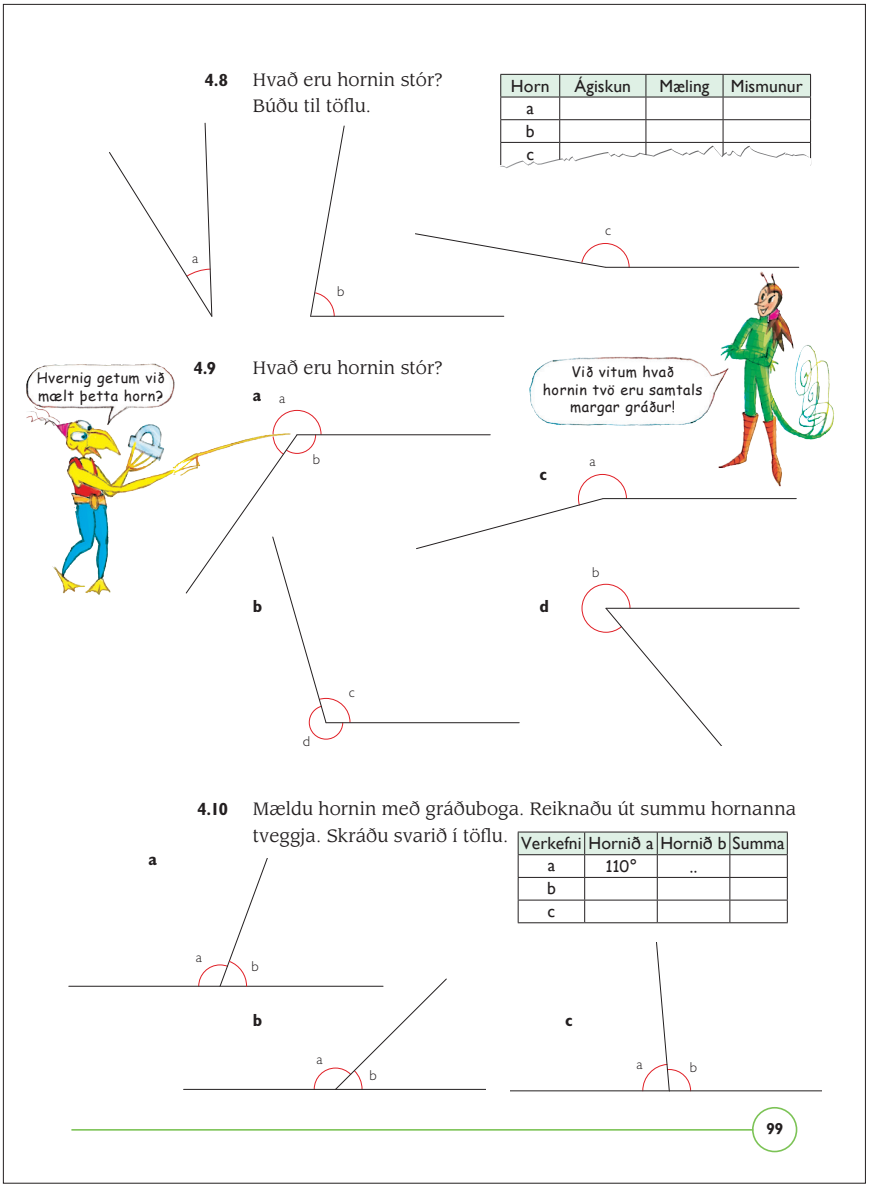
**Hvasst horn** minna en 90°

**Gleitt horn** stærra en 90°

**4.6** Notaðu gráðuboga og mældu gulu hornin á myndinni.

**4.7** Teiknaðu hornin með gráðuboga.

**a** 60° **c** 180° **e** 122°
**b** 45° **d** 75° **f** 97°




lítil má nota ljósritunarblað 7 *(Ferningur og þríhyrningur)* aftast í þessari bók.

- *Getið þið fundið tvö horn sem eru samtals 180°? (Já, þar sem hornin samtals mynda beina línu eins og hornin tvö vinstra megin á myndinni.)*
- *Getið þið fundið tvö jafn stór horn?*

### Nr. 4.7

Nemendur nota gráðuboga og reglustiku. Þeir teikna fyrst annan arm hornsins. Kennari bendir nemendum á að ekki skiptir máli hvort hann er láréttur á blaðinu eða lóðréttur. Lengd armsins skiptir heldur engu máli. Það er stefna hins armsins sem ákvarðar stærð hornsins.

▶ Bls. 99

### Nr. 4.8

Nemendur eiga fyrst að giska á stærð hornanna. Síðan mæla þeir hornin með gráðuboga. Að lokum reikna þeir út mismuninn á ágiskuninni og hinu rétta máli. Niðurstöðurnar skrá nemendur í töflu. Mælt er með að tveir og tveir nemendur vinni saman.

- *Hvert er heiti hornsins a? (Hvasst horn.)*
- *Það þýðir að hornið hlýtur að vera minna en 90°? Hvað haldið þið að hornið sé stórt? (Um það bil 30°.)*
- *Hvað er hornið b stórt? (Um það bil 80°, það er alla vega minna en 90°.)*
- *Hér hef ég teiknað 90° horn á töfluna. Getur einhver komið upp að töflu og teiknað horn sem er helmingi minna? (Það horn verður þá 45°. Gott er að teikna það í 90° hornið.)*

### Nr. 4.9

Í a- og b-lið er gert ráð fyrir að nemendur mæli minna hornið fyrst og reikni svo út stærra hornið með því að draga það minna frá 360°. Í c- og d-lið finna nemendur aðeins eitt horn sem er stærra en 180°. Nota má sömu aðferð og í a- og b-lið, þ.e. með því að mæla hitt hornið og draga það frá 360°. Einnig má mæla hversu miklu stærra hornið er en 180°.

### Nr. 4.10

Nemendur mæla tvö horn í hverju verkefni og finna summu þeirra. Ekki er víst að þeir sjái strax að summan hlýtur að vera 180° úr því að bæði hornin mynda samtals beint strik.

## Auðveldari verkefni

Nemendur, sem eiga í basli með að mæla horn, þurfa að fást meira við hugtökin *rétt, gleitt* og *hvasst horn,* sjá verkefnablöð 5.123–5.125 (*Hvöss, gleið og rétt horn 1–3*) í verkefnahefti Stiku 1a.

Nemendur geta einnig fengið meiri þjálfun í að mæla stök horn. Best er að þau séu með það langa arma að auðvelt sé að lesa af gráðuboganum, sjá verkefnablöð 5.126–5.127 (*Horna-mælingar með gráðuboga 1–2*) í verkefnahefti Stiku 1a. Nemendur geta einnig teiknað horn hver fyrir annan sem þeir eiga síðan að mæla.

### Velja réttan arm

Á verkefnablaði 5.128 *(Teikna hinn arm hornsins)* eiga nemendur að teikna horn af fyrir fram ákveðinni stærð. Ekki er nauðsynlegt að nota gráðuboga því nemendur hafa þrjá valmöguleika til að velja um þegar þeir teikna hornið. Tilgangurinn er að nemendur geti metið hvernig hin mismunandi horn eiga að líta út.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Áætla og mæla horn

Búnaður: Gráðubogi, reglustika, autt blað, tafla (verkefnablað 7.38 *(SPIL Giska á hornastærð og mæla síðan)*).

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Leikmaður 1 notar reglustikuna og teiknar horn á blað. Leikmaður 2 áætlar stærð hornsins. Leikmaður 1 mælir hornið með gráðuboga og leikmennirnir tveir koma sér saman um stærð hornsins.

Stig leikmanns 2 í þeirri umferð samsvara mismuninum á áætlun hans og hinu rétta máli. Niðurstöðurnar eru skráðar í töfluna.

Síðan skipta leikmenn um hlutverk. Sá vinnur sem er með lægri summuna eftir tiltekinn fjölda umferða.

## Viðfangsefni

- Grannhorn og topphorn
- Að reikna stærð horna
- Að kanna summu ytri horna ýmissa rúmfræðilegra forma

## Búnaður

- Gráðubogi og reglustika

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 100

### Nr. 4.11

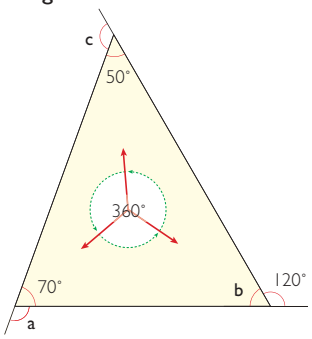
Nemendur reikna út stærð óþekkta hornsins í hverju tilviki. Þeir notfæra sér þá staðreynd að tvö grannhorn mynda saman beina línu. Summa hornanna tveggja er því 180°.

### 4.12

Nemendur reikna stærð óþekktu hornanna.

Nemendur leggja saman grannhornin, sem eru ytri horn þríhyrninganna tveggja. Samtals verða þessi horn 360° vegna þess að þau samsvara snúningi um heilan hring. Kennari reynir að fá nemendur til að útskýra þetta.

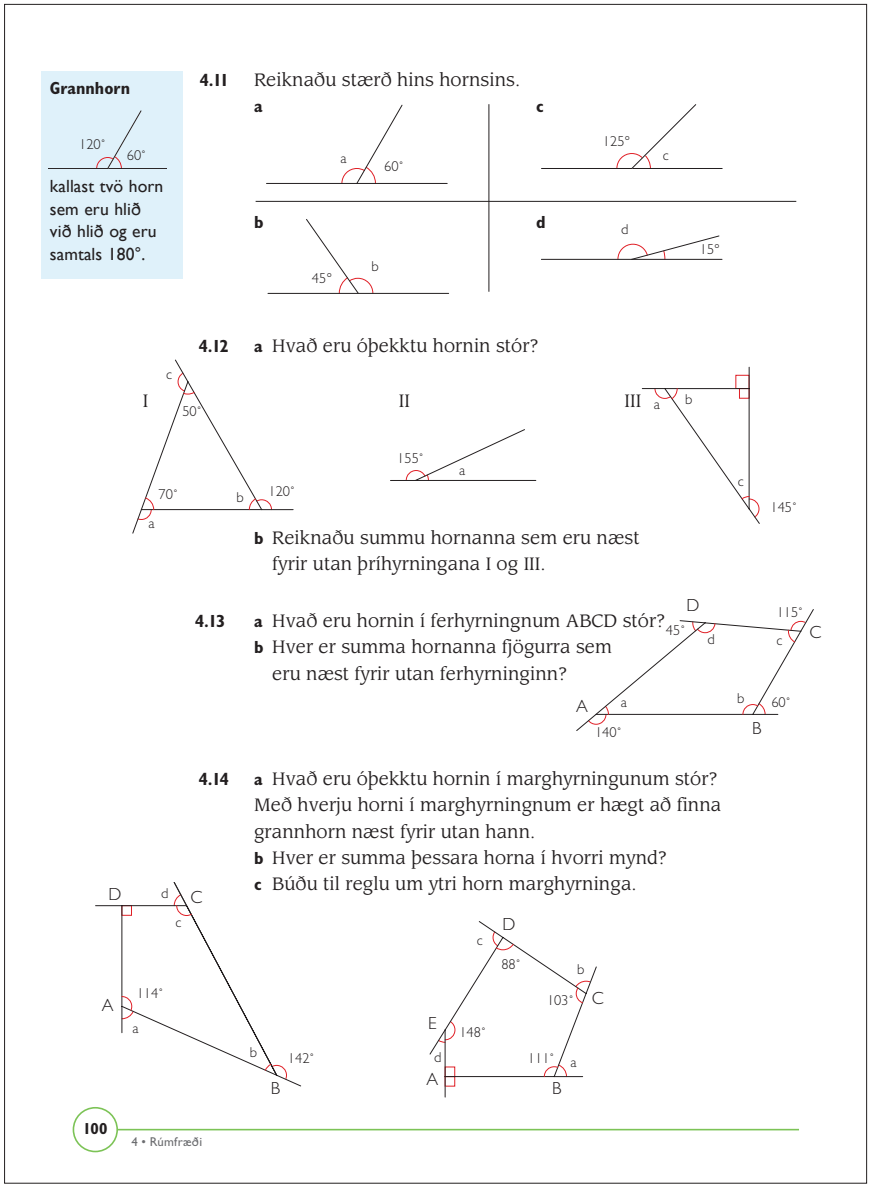
- *Hver er summa ytri horna þríhyrnings I, þ.e. 120° + a + c? (360°.)*
- *En í þríhyrningi III? (Einnig 360°.)*
- *Haldið þið að summa þessara horna verði alltaf 360°? Ef svo er – hvers vegna? (Vegna þess að hornin samsvara því að þríhyrningnum sé snúið í heilan hring, frá einu horninu og að lokum að sama horni.)*




### Nr. 4.13

Nemendur nota þekkingu sína á grannhornum til að reikna út stærð hornanna a, b c og d. Síðan finna þeir summu ytri horna ferhyrningsins.

- *Hver er summa hornanna í ferhyrningnum? (360°.)*




- *Hvers vegna er það svo? Gildir þetta um alla ferhyrninga? (Já, vegna þess að summa hornanna í öllum ferhyrningum er 360°. Það má sjá með því að teikna hornalínuna. Þá fáum við tvo þríhyrninga en hornasumma þríhyrninga er 180°.)*
- *Hver er summa ytri horna ferhyrningsins? (360° vegna þess að þessi horn samsvara snúningi um heilan hring.)*

### Nr. 4.14

Nemendur finna stærð óþekktu hornanna. Þeir nota hér þekkingu sína á bæði grannhornum og hornasummu ferhyrninga. Síðan finna þeir summu ytri horna hvors ferhyrnings. Summa þessara horna mun alltaf samsvara snúningi um heilan hring, þ.e. summan verður alltaf 360°, sama hver marghyrningurinn er.

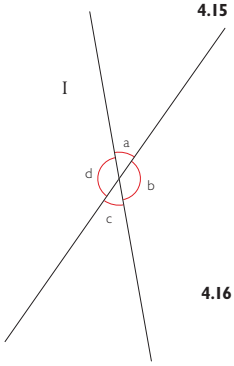
▶ Bls. 101

### Nr. 4.15

Nemendur mæla hornið a, hornið b, hornið c og hornið d í mynd I. Þeir teikna samsvarandi mynd með því að draga tvö bein strik sem skerast. Þeir merkja nú hornin fjögur, sem myndast, með bókstöfunum a, b c og d og mæla þau. Loks skrá nemendur öll málin í töflu eins og sýnd er í bókinni.

Summa tveggja horna, sem liggja hlið við hlið á teikningunni, er alltaf 180° vegna þess að þau eru grannhorn (mynda saman beint strik eða línu). Hornin fjögur verða samtals 360° vegna þess að þau samsvara heilum hring.

Tvö gagnstæð horn eru alltaf jafn stór og þau kallast *topphorn*. Útskýra má ástæðuna fyrir því að þau eru jafn stór með því að byrja t.d. á horni b. Ef við tökum hornið b og



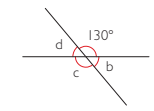

**4.15** **a** Mældu hornin fjögur með gráðuboga. Búðu til töflu.

| Mynd | Hornið a | Hornið b | Hornið c | Hornið d |
|---|---|---|---|---|
| I | 30° | | | |
| II | | | | |

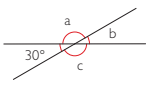
**b** Teiknaðu mynd II þar sem tvö bein strik skerast. Merktu hornin með bókstöfunum a, b, c og d eins og á mynd I.
**c** Hver er summa hornanna a og b í hvorri mynd?
**d** Hve margar gráður eru hornin a, b, c og d samtals í hvorri mynd?
**e** Hvaða horn eru jafn stór?

**4.16** Reiknaðu hvað hornin eru stór.

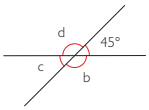
**a**



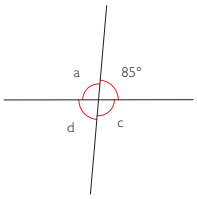

**c**




**b**

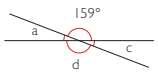



**d**

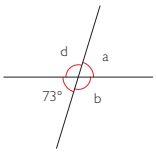



**4.17** Reiknaðu hvað hornin eru stór.

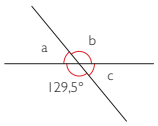
**a**




**c**

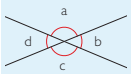



**b**






**Topphorn**




- Tvö bein strik eða línur sem skerast mynda alltaf fjögur horn.
- Tvö horn, sem hafa sameiginlegan oddpunkt og snúa þannig að armar hvors um sig eru beint framhald af örmum hins, kallast topphorn.

$\angle a = \angle c$ og $\angle b = \angle d$

**Hornrétt**

- Tvær línur, sem skerast þannig að rétt horn, 90°, myndast, eru hornréttar hvor á aðra.

bætum horninu a við fáum við 180° vegna þess að þau eru grannhorn. Ef við byrjum á horni b og bætum horninu c við fáum við einnig 180° vegna þess að þau eru einnig grannhorn. Þar með höfum við bætt jafn miklu við hornið b í báðum tilvikum og þess vegna hlýtur hornið a að vera jafn stórt horninu c. Hægt er að sannfæra nemendur með nokkrum dæmum: Ef hornið b er 100° hlýtur hornið a að vera 80° vegna þess að summa þeirra á að vera 180°. Þar með eru bæði hornið a og hornið c 80°, þ.e. jafn stór.

### Nr. 4.16 og 4.17

Nemendur nota þekkingu sína á grannhornum og topphornum til að reikna út stærð óþekktu hornanna.

## Auðveldari verkefni

Nemendur, sem finnst erfitt að reikna út stærð óþekktu hornanna, geta notað vasareikni eða unnið með nemendum sem ráða vel við þessi verkefni. Þeir vinna þá verkefnin saman og útskýra og sýna hver öðrum hvernig þeir fara að.

Einnig getur kennari metið hvort allir nemendur eigi endilega að vinna verkefni 4.14.

### Meiri þjálfun í grannhornum.

Á verkefnablaði 5.129 *(Reikna hornastærð)* í verkefnahefti Stiku 1a eru fleiri þjálfunarverkefni þar sem finna á stærð grannhorna.

## Erfiðari verkefni

### Finna horn í stjörnumerkjum

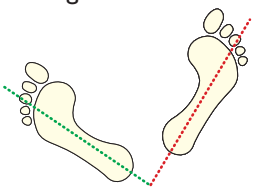
*Stjörnumerki* er myndað af litlum hópi stjarna sem – frá Jörðu – sýnast tengjast hver annarri. Menn eru duglegir að finna mynstur og hafa í áranna rás flokkað stjörnur, sem virðast vera tiltölulega nálægt hver annarri, í stjörnumerki. Nemendur geta fundið ýmis stjörnumerki, annaðhvort í bókum eða á netinu.

Á netinu má finna myndir af stjörnumerkjunum þar sem búið er að draga strik milli ýmissa stjarna. Á verkefnablaði 7.39a–b *(Teikna stjörnumerki 1–2)* eru myndir af Litlabirni, Óríon og Ljóninu. Fá má nemendum það verkefni að mæla hornin milli stjarnanna á myndunum, teikna síðan nákvæma eftirmynd með því að nota gráðuboga og reglustiku.

## Raunverkefni

### Mynda horn með líkamanum

Nemendur vinna saman í hópum og búa til horn með handleggjum, fótum og jafnvel öllum líkamanum. Til dæmis geta þeir snúið hælum saman og myndað 90° horn. Þeir reyna að búa til eins stór horn og þeir geta og nota stóran töflugráðuboga við mælinguna.

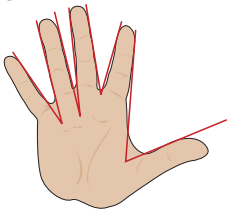


### Áfastur gráðubogi!

Nemendur fá það verkefni að finna hornin milli útglenntra fingra sinna. Þá teikna þeir kringum hendur hver annars og mæla hornin milli fingranna á teikningunni.

Milli hvaða fingra er stærsta hornið, næst stærsta hornið og minnsta hornið? Er jafn stórt horn milli fingra allra nemenda? Hverjum tekst að búa til stærsta hornið?

Ef nemendur geta lagt hornastærðir milli fingra sinna á minnið geta þeir notað þá vitneskju til að giska á hornastærðir seinna.



## Viðfangsefni

- Að reikna stærð horna
- Grannhorn og topphorn
- Hornasumma
- Horn sem afleiðing snúnings
- Samhverfa við snúning

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 102

**Nr. 4.18**

Nemendur reikna stærð óþekktu hornanna. Þeir notfæra sér staðreyndir um grannhorn, topphorn og hornasummu.

Nemendur mæla hornin með gráðuboga til að sannreyna hvort rétt hafi verið reiknað.

**Nr. 4.19**

Nemendur reikna út stærð hornanna a–e.

**Nr. 4.20**

Nemendur teikna fimmhyrning. Þeir velja sjálfir hliðarlengdirnar. Kennari bendir nemendum á að gaman geti verið að teikna „sjaldséða“ fimmhyrninga. Síðan draga þeir hornalínurnar fimm. Þeir mæla nokkur hornanna og skrá stærð þeirra á teikninguna. Síðan merkja þeir nokkur þeirra og biðja annan nemanda um að reikna stærð þeirra. Athugið: Nemendur ákveða sjálfir hvaða horn skuli vera þekkt en þess þarf að gæta að upplýsingarnar nægi til að reikningurinn sé mögulegur. Kennari bendir nemendum á að gefa eins litlar upplýsingar og hægt er. Þeir geta einnig notfært sér þá þekkingu að summa allra ytri horna er 360°. Ef einhver lætur of litlar upplýsingar í té er það góður grundvöllur fyrir sameiginlega umræðu allra bekkjarfélaganna.

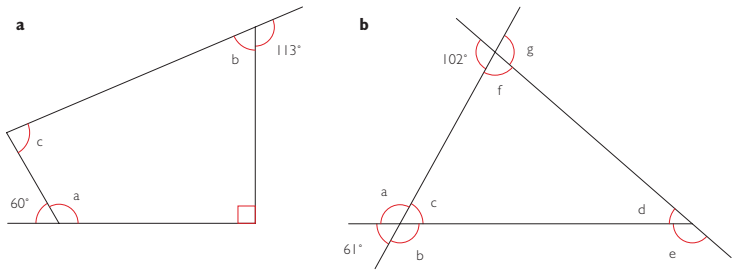
- *Hvers vegna er ekki hægt að finna stærð allra óþekktu hornanna í þessu verkefni? Hvaða upplýsingar vantar?*

▶ Bls. 103

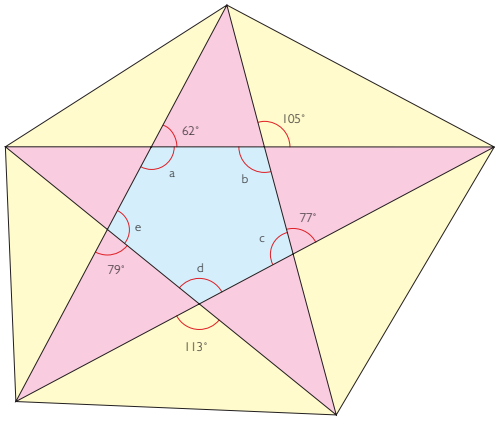
**Samræðumynd**

Auk þess sem horn myndast þegar tvær línur skerast myndast horn við snúning. Snúningur getur verið af ýmsu tagi.

**4.18** Hve stór eru óþekktu hornin?




**4.19** Reiknaðu stærð hornanna a, b, c, d og e í innsta bláa fimmhyrningnum.




**4.20** Búðu til verkefni svipað því sem er nr. 4.19 handa bekkjarfélaga þínum.

- Teiknaðu fimmhyrning með mislangar hliðar.
- Dragðu hornalínurnar fimm.
- Notaðu gráðuboga og mældu stærð nokkurra horna.



– Óendanlegur snúningur eins og hjól á reiðhjóli eða vísir á klukku.
– Endanlegur snúningur eins og ör á vog sem getur hreyfst frá 0 kg til 10 kg
– X-snúningur eins og á skærum
– V-snúningur eins og þegar venjulegar dyr opnast.

Kennari ræðir við nemendur um að snúningur tengist hreyfingu innan í hring. Lýst er hve hreyfingin er mikil með gráðum. Ef hreyfingin er heill hringur er snúningurinn 360°. Hvers vegna talan 360°? Ástæða þess er að Babýloníumenn ákváðu gráðufjöldann fyrir meira en 2000 árum. Þá var notað talnakerfi þar sem talan 60 var grunntalan, ekki talan 10 eins og hjá okkur nú. Og 360 = 60 • 6. Kosturinn við þetta er að hægt er að deila í 360 með mörgum tölum (öðrum en 1 og 360): 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 o.fl.).

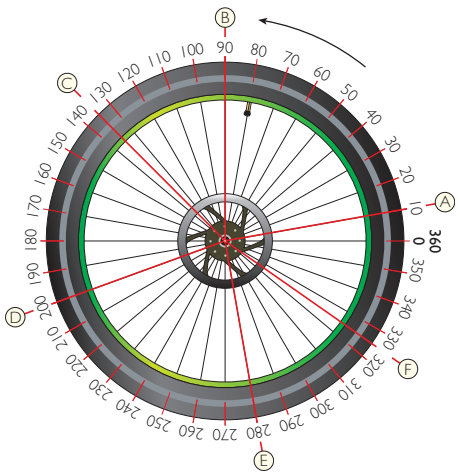
Einn nemandi er fenginn til að standa við töfluna og snúa að nemendum. Hann snýr sér nú einn hring þannig að hann standi í sömu sporum og snúi eins og áður en hann sneri sér.

- *Hve mikið sneri hann sér? (Um 360° eða heilan hring.)*

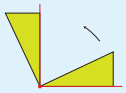
Nú ber kennari hjólið efst á blaðsíðunni saman við hringsnúning nemandans og sýnir nemendum hvernig þetta tvennt tengist. Ef maður snýst heilan hring nemur það 360°. Þar með er hálfhringur 180°. Helmingurinn af hálfhringnum er þá fjórðungur úr hring, þ.e. 90°. Helmingurinn af fjórðungnum er þá snúningur um einn áttunda úr hring, þ.e. 45°.

Nemandinn við töfluna snýr sér nú hálfan hring. Kennari spyr hvort einhver nemandi viti um hve margar gráður nemandinn hafi nú snúið sér. Úr því að snúningur heilan hring er 360° hlýtur snúningur um hálfhring að vera 180°. Í

**Snúningur og horn**



**Snúningur**
Þríhyrningnum hefur verið snúið um 90° miðað við rauða snúningspunktinn

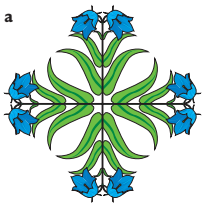


**4.21** Um hve margar gráður snýst hjólið frá punkti A til
- punkts B?
- punkts C?
- punkts D?
- punkts F?

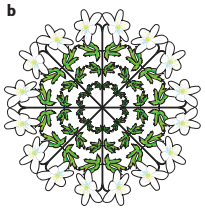
**4.22**
**a** Hve margar gráður eru frá punkti B til punkts E?
**b** Hve margar gráður eru frá punkti E til punkts B?
**c** Hve margar eru gráðurnar samtals?

**4.23** Mældu og finndu hve margar gráður snúningurinn er frá einum stilk til þess næsta?

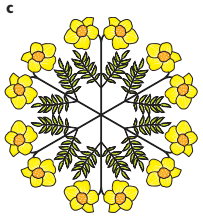
**a**



**b**



**c**





snjóbrettaíþróttinni er mikið um snúninga. Þegar sagt er „fimm fjörutíu“ er átt við snúning um 540°.

Til að mæla snúning er oft auðveldast að teikna bæði aðstæðurnar á sömu mynd, þ.e. aðstæðurnar áður og eftir að snúningurinn átti sér stað. Það er einmitt það sem gerist í verkefni 4.22. Í verkefni 4.23 aftur á móti er spurt um gráðufjöldann *milli* mismunandi stilka.

### Nr. 4.21

Nemendur reikna hve margar gráður snúningur hjólsins er frá A til hinna punktanna. Þeir geta hugsað um þetta þannig að ventill hjólsins lendi á hinum ýmsu punktum við snúninginn.

- *Um hve margar gráður hefur hjólið snúist ef ventillinn flyst frá D til C í þá átt sem örin bendir?*
- *Um hve margar gráður hefur hjólið snúist þegar ventillinn hefur flust frá A um heilan hring og síðan til B? (360° + 80° = 440°.)*
- *Ventillinn bendir á E. Síðan snýst hjólið um 640°. Hvar lendir ventillinn þá? (Í D, þetta er 80° minni snúningur en 720° þannig að þetta samsvarar því að snúa hjólinu 80° rangsælis.)*

### 4.22

Nemendur reikna út hvað snúningurinn er margar gráður frá B til E og síðan frá E til B. Þegar gráðufjöldinn er lagður saman verður summan 360°, þ.e. snúningur um heilan hring.

### 4.23

Í verkefnunum þremur er snúningi um heilan hring skipt jafnt í fjóra, átta og sex hluta. Nemendur geta annaðhvort mælt þetta eða reiknað út gráðufjöldann með því að deila í 360 með 4, 8 og 6. Ef þeir gera það er rétt að þeir sannreyni niðurstöðuna með gráðuboga.

Kennari bendir nemendum á að þessar myndir eru *snúningssamhverfar*

Með þessu er átt við að ef maður snýr myndinni t.d. í 90° mun myndin eftir snúninginn falla nákvæmlega ofan í sjálfa sig aftur. Einnig má snúa myndinni um 180° eða 270° gráður með sama árangri.

## Auðveldari verkefni

Verkefnin á þessari opnu henta vel til samvinnu nemenda. Þannig geta nemendur, sem eiga í erfiðleikum, fengið hjálp frá bekkjarfélögum sínum og allir nemendur munu hafa hag af stærðfræðilegum umræðum og rökræðum. Þeir munu m.a. fá þjálfun í að nota öll nýju hugtökin sem kynnt hafa verið til sögunnar.

### Draga strik milli gráða og myndar

Á verkefnablaði 5.122 *(Snúningur)* í verkefnahefti Stiku 1a eiga nemendur að draga strik frá mynd, sem snúið hefur verið, í rétta gráðutölu. Þessi verkefni eru auðveldari en verkefni bókarinnar þar sem nemendur eiga sjálfir að finna gráðufjöldann.

## Erfiðari verkefni

### Þrautalausnir – horn

Á verkefnablaði 7.40 *(Stærð horna 1)* eru fleiri samsett og erfiðari verkefni þar sem nemendur eiga að finna fjölda óþekktra horna út frá þekkingu sinni á grannhornum, topphornum og hornasummu.

## Raunverkefni

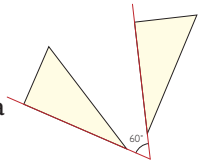
### Snúningur í hnitakerfi

Á verkefnablaði 7.41 *(Snúningur í hnitakerfi)* eru verkefni þar sem snúa skal rúmfræðimyndum um 90°, 180° eða 270° um upphafspunktinn (0,0).

### Rannsókn með GeoGebra

Nemendur nota forritið GeoGebra, sem er ókeypis tölvuforrit, þar sem m.a. er hægt að snúa myndum.

Forritið hentar afar vel til að nemendur rannsaki og geri tilraunir í rúmfræði.




Meðal annars er hægt að teikna alls kyns marghyrninga, ýta síðan á snúningshnappinn til að snúa myndinni um ákveðið horn. Þeir velja snúningspunktinn, annaðhvort á myndinni sjálfri eða fyrir utan hana. Síðan gefa þeir upp gráðurnar, sem snúa skal myndinni um og tölvan vinnur síðan verkið.

## Viðfangsefni

- Að mynda horn með snúningi
- Hugtakið hringur

## Búnaður

- Teningur

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 104

### Spil

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvor þeirra leggur spilapening á byrjunarreitinn, þ.e. á 0°. Þeir kasta teningi til skiptis og flytja spilapening sinn eftir fyrirmælunum neðst á blaðsíðunni. Fái leikmaður t.d. 3 á teningnum á hann að flytja spilapening sinn 90° réttsælis. Þetta samsvarar fjórðungi úr hring. Sá vinnur sem er á undan að fara a.m.k. 360°.

Afbrigði af spilinu: Nemendur spila fyrst tvo hringi, þ.e. a.m.k. 720°.

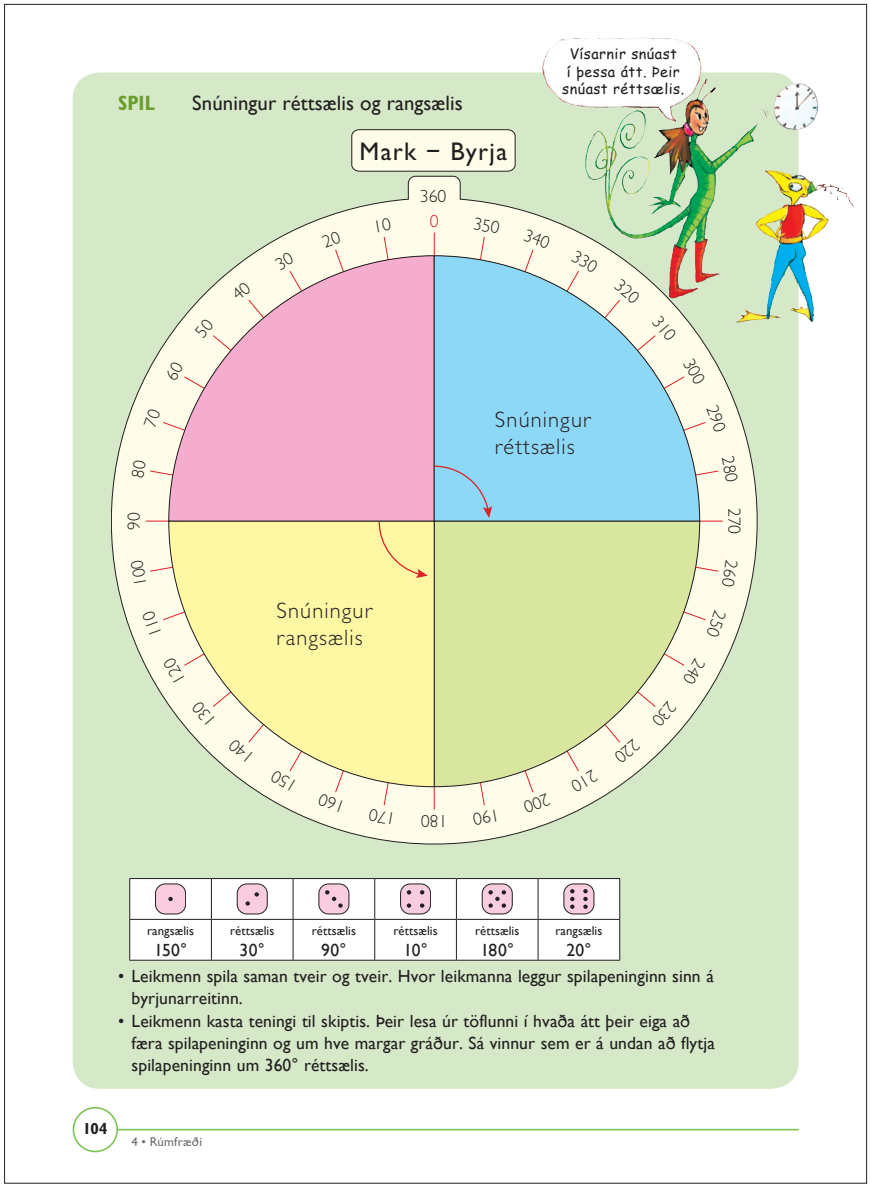
▶ Bls. 105

### Samræðumynd

Samkvæmt skilgreiningu er hringur safn allra punkta sem eru jafn langt frá tilteknum punkti sem er miðja (eða miðpunktur) hringsins. Því þykir nákvæmara að nota orðið *hringferill* um þetta form þótt í daglegu tali sé gjarnan notað orðið hringur.

Kennari hvetur nemendur til að nefna aðstæður þar sem hringferill og hringflötur koma við sögu. Nemendur ræða um hvers vegna hringlögunin er notuð. Ástæðan felst einkum í tveimur grundvallareiginleikum hringsins:

- *Önnur er sú að frá hringferlinum er alls staðar sama fjarlægð til miðju hringsins. Þannig munu allir áhorfendur í hringleikahúsinu sjá jafn vel á sviðið ef bæði það og áhorfendastúkurnar eru hringlaga.*
- *Hin ástæðan er að hringferillinn er jafn boginn alla hringinn og það er aftur ástæða þess að bolti rúllar og hjól snýst viðstöðulaust án þess að hökta (öfugt við t.d. þegar teningi er kastað). Bílar geta ekið með jöfnum hraða eftir hringtorgi í stað þess að þurfa að beygja skyndilega til að komast fyrir horn.*




- *Á gosflöskum er hringlaga botn öfugt við mjólkurfernu. Ástæðan er að hluta til framleiðsluaðferðin: Auðvelt er að blása gler þannig að það myndi hring en auðveldara er að móta ferningslaga form með pappa. Í gosi er þar að auki kolsýra sem veldur því að vökvinn er settur með þrýstingi á flöskuna. Þá dreifist að þrýstingurinn jafnt.*
- *Sultukrukkulok eru hringlaga vegna þess að þá er auðvelt að skrúfa þau á krukkurnar (þeim er snúið).*
- *Lok á holræsisop eru hringlaga m.a. vegna þess að þau geta þá ekki dottið niður um gatið! Ef þau væru ferningslaga gætu þau dottið niður, t.d. ef þau væru reist upp á rönd og sneru eins og hornalína gatsins.*
- *Á körfuboltavelli er hálfhringur sem tilgreinir mörkin fyrir þrjú stig. Ef leikmaður kastar og skorar þegar hann er fyrir innan þessi mörk fær liðið aðeins 2 stig. Mörkin eru hringlaga vegna þess að alls staðar þarf jafn langt að vera að körfunni.*
- *Í þjóðdönsum er oft myndaður hringur. Þá geta allir tekið þátt í dansinum og séð alla þátttakendur jafn vel.*

### Nr. 4.24

Í daglegu tali eru menn oft allfrjálslegir í meðferð hugtaka, einnig þegar hringur á í hlut. Við segjum gjarnan að flötur sé hringur þótt ekki sé hægt að halda því fram með hliðsjón af hinni stærðfræðilegu skilgreiningu, nefnilega þeirri að allir punktar á *hringferlinum* eigi að vera jafn langt frá miðju hringsins,

Nemendur mega nota augnmál sitt til að segja til um hverjar myndanna séu hringlaga. En þó er rétt að þeir gangi úr skugga um með reglustiku hvort niðurstaðan er rétt.

## Hringur

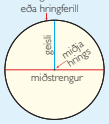




Teikning af körfuboltavelli.

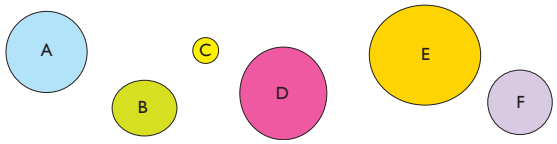
**Hringur**

Hringur eða hringferill




- Frá miðju hrings og að hringferlinum er alls staðar jafn langt.
- Fjarlægðin frá miðju hrings að hringferlinum kallast *geisli*.
- Fjarlægðin frá punkti á hringferlinum að gagnstæðum punkti á hringferlinum gegnum miðjuna kallast *þvermál*. Þvermálið er lengd miðstrengsins.
- Þvermálið er tvöfalt lengra en geislinn.

**4.24** Hverjar myndanna eru hringir og hverjar eru það ekki?




**4.25** Hvert er þvermál klukkunnar ef geislinn er 15 cm?

**4.26** Finndu þvermál hrings þegar geisli hans er
**a** 9 cm **b** 26 cm **c** 43 cm **d** 38 cm

**4.27** Finndu lengd geisla hrings þegar þvermálið er
**a** 12 cm **b** 26 cm **c** 38 cm **d** 162 cm

105

### Nr. 4.25–4.26

Lengd miðstrengs kallast þvermál. Nemendur finna þvermálið út frá lengd geislans.

### Nr. 4.27

Nemendur finna lengd geislans út frá þvermálinu sem gefið er upp. Sumir nota alþjóðlega orðið *radíus* um geisla en hér er mælt með hugtakinu *geisli*.

## Auðveldari verkefni

Að öllum líkindum mun blaðsíða 105, með hugtökunum geisla, miðstreng og þvermáli, reynast mörgum nemendum þung í skauti. Þess vegna er hér mælt með að nota dágóðan tíma í að kynna þessi hugtök þannig að nemendur öðlist góðan skilning á þeim.

Gott er að nemendur vinni hin áþreifanlegu verkefni, sem gerð er tillaga um í kaflanum *Raunverkefni* hér á eftir, áður en þeir taka til við verkefnin á bls. 105.

## Erfiðari verkefni

### Að fá reynslu af pí og af ummáli hrings

Búnaður: Snúrur, 0,5 m, 1 m og 2 m.

Nemendur nota búnaðinn til að mynda þrjá vel mótaða hringi. Þeir nota geislann (snúru) sem mælieiningu og finna út hve margir geislar komast fyrir á hringferilinum.

- *Hve oft er hægt að leggja geislann kringum hringferilinn? (Rúmlega sex sinnum, nákvæmlega 6,28 sinnum.)*
- *Hve oft er hægt að leggja miðstrenginn kringum hringferilinn? (Miðstrengurinn er tvöfalt lengri en geislinn þannig að hann má leggja um það bil þrisvar sinnum, nákvæmlega 3,14 sinnum, kringum hringferilinn.)*

Talan 3,14 er nefnilega pí. Það er hlutfallið milli ummáls hringsins og þvermáls hans.

Á verkefnablöðum 7.43 og 7.44 (*Ummál hrings 1* og *2*) eru verkefni um ummál hrings.

## Raunverkefni

### Snúningur á klukku

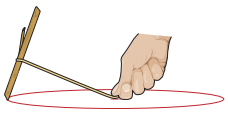
Nemendur nota hefðbundna klukku og finna út um hve margar gráður vísirinn snýst frá því að sýna heila tíma til ýmissa mínútna yfir heilan. Um hverjar fimm mínútur sem vísirinn hreyfist snýst hann um 360°: 12 = 30°. Eftir tíu mínútur hefur vísirinn því snúist um 60° og eftir fimmtán mínútur um 90° o.s.frv.

Fleiri verkefni um snúning og klukku eru á verkefnablaði 7.42 *(Snúningur klukkuvísis)*.

### Búa til hringi

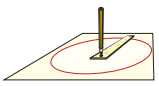
Nemendur búa til hringi á ýmsa vegu. Þeim er skipt í 8–10 manna lið og búa til hringi með líkömum sínum.

Hvernig er hægt að láta hringinn vera eins hringlaga og hægt er? (Nemendur geta notað mismunandi hjálpargögn, t.d. snúru eða greinar.)



Nemendur teikna hringi í sand eða möl.

### Giska á hornið (spil)



Búnaður: Reglustika með gati, gráðubogi.

Spilið er fyrir tvo eða fleiri leikmenn.

Hver hópur þarf að nota þykkt A4-blað sem á hefur verið teiknaður hringur með miðpunkti og geisla.

Nemendur nota t.d. reglustiku með gati. Leikmenn leggja til skiptis reglustikuna þannig að gatið sé yfir miðpunkti hringsins. Þeir stinga blýanti í gatið og þeyta reglustikunni af krafti þannig að hún snúist nokkrum sinnum kringum blýantinn. Þeir giska á hvaða horn reglustikan myndar með hliðsjón af geislanum með snúningi rangsælis. Því næst mæla þeir hornið af nákvæmni og finna mismuninn á mælingunni og ágiskuninni og skrá niðurstöðurnar:

| Umferð | Ágiskun | Mæling | Mismunur |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

Leikmenn keppast um að fá eins lága summu og hægt er.

## Viðfangsefni

- Að teikna hring með hringfara
- Hugtakið geiri

## Búnaður

- Hringfari, reglustika

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 106

**Sýnidæmi**

Kennari og nemendur ræða saman um hvernig hægt er að búa til fullkominn hringferil. Allir punktar á hringferli eiga að vera í sömu fjarlægð frá miðpunkti hans. Þetta má sýna með því að teikna stóran hring. Nemandi er þá í miðjunni og heldur í annan enda á snúru nálægt jörðu. Annar nemandi teiknar hringferil með því að ganga kringum „miðjuna“ og halda snúrunni strekktri allan tímann. Til dæmis má teikna hringferilinn með krít á stéttina. Sá í miðjunni verður að snúa sér í takt við þann sem teiknar ferilinn.

- *Hvers vegna myndast hringferill þegar svona er farið að? (Vegna þess að þegar snúran er strekkt allan tímann verður fjarlægðin alls staðar til miðjunnar hin sama.)*

Það er einmitt kosturinn við hringfara. Hann tryggir að fjarlægðin er alltaf hin sama. Kennari bendir nemendum á að þeir verði að vanda sig þegar þeir nota hringfara og gæta þess að armarnir „gliðni“ ekki því þá breytist fjarlægðin að miðju.

### Nr. 4.28

Nemendur nota hringfara til að teikna hringina. Fyrst setja þeir hringfarann á reglustiku til að stilla hann eftir réttri lengd á geisla.

### Nr. 4.29

Nemendur teikna þrjá hringferla með sömu miðju en með mislöngum geisla. Þetta má gera án þess að lyfta hringfaranum milli þess sem þeir teikna hringina. Nemendur finna lengd geislans í hverjum hring.

### Nr. 4.30

Nemendur stilla hringfarann þannig að 4 cm séu á milli armanna og teikna hringferil. Þeir búa til mynstur með því að fylgja uppskriftinni í nemendabók. Kennari vekur athygli á að í textanum eru nokkur ný hugtök.

### Nr. 4.31

Nemendur nota hringfara og reglustiku til að búa til mynstur. Með því að setja oddinn á hringfaranum einhvers staðar á hringferilinn og teikna hálfan eða heilan hringferil er auðvelt að skipta hringnum í sex hluta. Það er gert í myndinni hægra megin á blaðsíðunni í nemendabók. Einnig má skipta hringnum fyrir fram eins og gert er í verkefni 4.30.

Sjá auk þess tillögur að fleiri mynstrum með hringjum í kaflanum *Raunverkefni* hér á eftir.

▶ Bls. 107

**Samræðumynd og sýnidæmi**

Bls. 107 og 108 fjallar um geira. Geiri eða hringgeiri er hluti af hring*fletinum* Þetta tengir umfjöllunina um hringi bæði við almenn brot, líkindareikning og tölfræði. Töluvert var fjallað um skífurit í kafla 2. Forsenda þess að geta notað hringgeira í reikningi er sú að nemendur hafi áttað sig á að allur hringurinn er 360°. Vegna þess að lukkuhjólinu er skipt í 8 jafn stóra hluta hlýtur hver hluti að vera 360° : 8 = 45°. Þetta má auðveldlega sjá ef maður tekur eftir að tveir geirar samsvara réttu horni, þ.e. 90°. Þá hlýtur einn geiri að vera 45°.

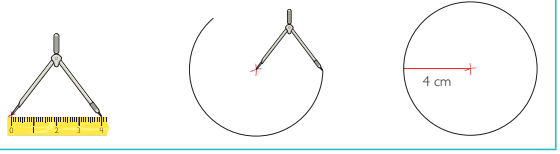
- *Hverjar eru líkurnar á að rauða svæðið lendi efst þegar lukkuhjólinu er snúið? (Einn áttundi.)*
- *Hvers vegna er það svo? (Vegna þess að það eru átta jafn stórir geirar og einn þeirra er rauður.)*

Í sýnidæminu er heilum hring skipt í fjóra hluta. Þá verður hver hluti 360° : 4 = 90°.

**Teikna hring með hringfara**

**Sýnidæmi**

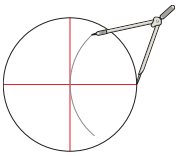
Teiknaðu hring með geisla sem er 4 cm á lengd.



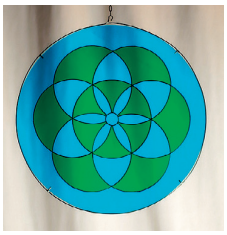

**4.28** Notaðu hringfara og teiknaðu hring með geisla sem er
**a** 5 cm **b** 7,5 cm **c** 3,8 cm **d** 6,3 cm

**4.29** Teiknaðu þrjá hringi með sömu miðju en mislanga geisla.

**4.30**
**a** Teiknaðu hring með 4 cm geisla.
**b** Skiptu hringnum í fjóra jafn stóra hluta með því að draga tvo miðstrengi sem eru hornréttir hvor á annan.
**c** Teiknaðu fjóra nýja hringi með 4 cm geisla. Miðja hvers nýs hrings er skurðpunkturinn þar sem miðstrengur fyrri hrings snertir hringferilinn.
**d** Haltu áfram að teikna hringi með 4 cm geisla á sömu teikningu. Litaðu mynstrið.



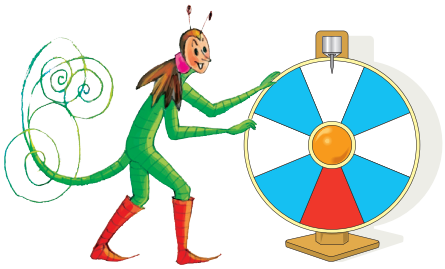
**4.31** Notaðu hringfara og búðu til listaverk með hringjum.



**Geiri**

**Geiri**

Geiri er hluti af hringfleti. Hann markast af tveimur geislum og hringferlinum.



**Sýnidæmi**

Reiknaðu út hve margar gráður hver geiri er.

Þessum hring er skipt í fjóra jafn stóra geira.

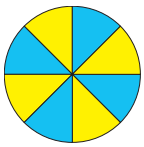
$360° : 4 = 90°$

Hver geiri er 90°.

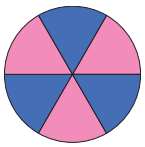
**4.32** Reiknaðu hvað hver geiri er margar gráður?

**a**

**b**



**c**



**4.33** Hve margar gráður er hver geiri ef hringnum er skipt í
**a** 10 jafn stóra geira? **b** 9 jafn stóra geira? **c** 12 jafn stóra geira?

**4.34** Búðu til kramarhús úr pappír. Teiknaðu þrjá hringi með 10 cm geisla og klipptu þá út.
**a** Hringur 1: Klipptu út geira sem er 90°.
**b** Hringur 2: Klipptu út geira sem er 180°.
**c** Hringur 3: Klipptu út geira sem er 120°.
**d** Skoðaðu hvernig kramarhúsin breytast eftir stærð geiranna sem voru klipptir út.

### Nr. 4.32–4.33

Nemendur reikna út hvað hver geiri er margar gráður með því að deila í 360° með fjölda geiranna. Mjög mikilvægt er að nemendur átti sig á að geirarnir eru jafn stórir. Kennari getur teiknað hring á töfluna sem skipt er í þrjá misstóra geira.

- *Hve margar gráður er hver geiri? Verða þeir 360° : 3 = 120°? (Nei, vegna þess að geirarnir eru ekki jafn stórir.)*
- *Hvernig förum við að því að finna út hve margar gráður hver geiri er? (Hægt er að mæla með gráðuboga.)*
- *Hvað eru geirarnir þrír samtals margar gráður? (360°.)*

### Nr. 4.34

Nemendur teikna þrjá hringi klippa út einn geira úr hverjum. Síðan brjóta þeir hringina saman og mynda þannig keilu. Reglan er sú að því stærri sem geirarnir eru, sem klipptir eru burt, því mjórri verður keilan. Gott er að nota litaðan pappír og setja hanka á kramarhúsin.

## Auðveldari verkefni

Vegna margra nýrra hugtaka getur þessi opna reynst einhverjum erfið. Kennari gætir þess því að nota nægan tíma í að rifja upp ný orð, t.d. miðja, geisli, miðstrengur, þvermál, hringferill, hornréttur og geiri. Nemendur þurfa að skilja hugtökin til þess að geta leyst verkefni 4.30.

## Erfiðari verkefni

### Samþætting við landafræði: Hin fjögur lög Jarðar

Jörðin er nánast kúla og er þvermál hennar 12 742,6 km (um það bil 12 700 km). Yst er *jarðskorpan* en þykkt hennar er afar mismunandi, allt frá 7 til 70 km. Hér getum við notað töluna 50 km. Möttulinn er næstur. Hann er um það bil 2850 km á þykkt og er seigfljótandi. Þar næst er lag, sem kallast *ytri kjarni* sem er úr fljótandi málmtegundum og er um það bil 2150 km á þykkt. Innst er svo *innri kjarninn* sem er úr föstum málmtegundum. Hann er um það bil 1300 km á þykkt. Innri gerð jarðar er hægt að skoða á *Jarðfræðivefnum* á vef Menntamálastofnunar.

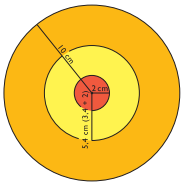
Nemendur búa til þversnið af Jörðinni og sýna lögin sem hún er mynduð úr. Nemendur þurfa að huga að hlutföllunum þegar þeir teikna hringina.

*Lausn:* Hlutfallið milli geisla Jarðar og þykktar hinna mismunandi laga má finna með því að deila í þykkt hvers lags með geislanum:

jarðskorpan: $50 : 6350 = 0{,}01$
möttullinn: $2850 : 6350 = 0{,}45$
ytri kjarni: $2150 : 6350 = 0{,}34$
innri kjarni: $1300 : 6350 = 0{,}20$

Ef maður hugsar sér líkan þar sem geisli Jarðar er 10 cm munu geislar hinna mismunandi hringja verða:

Jarðskorpan (táknuð af ysta hringferlinum) hefur geislann 10 cm. Möttullinn (svæðið milli ysta hringferilsins og þess næsta) er með geisla $3{,}4 + 2 = 5{,}4$ cm. Geisli kjarnans, innsta hringsins, er 2 cm á lengd.



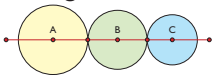

## Raunverkefni

### Hringamynstur

Nemendur búa til mynstur með hringfara. Slíka vinnu má tengja við bein strik, t.d. samsíða línur; nota má verkefnablað 7.45 (*Hringamynstur*) til að hvetja nemendur til dáða. Slík mynstur má einnig búa til í tölvu með teikniforriti, t.d. Geogebra.

### Fleiri verkefni um hring

1 Teiknið beint strik og merkið á það þrjá punkta, A, B og C. Teiknið síðan þrjá hringi með miðju í punktunum þremur. Hringirnir mega ekki skarast.




2 Teiknið tvær samsíða línur. Merkið á hvora þeirra fjóra punkta, A, B, C og D. Teiknið síðan fjóra hringi með miðju í punktunum fjórum. Hringirnir mega ekki skarast.

## Viðfangsefni

- Að lesa úr og búa til skífurit
- Að teikna jafnhliða þríhyrninga og 60° horn
- Snúningssamhverfa

## Búnaður

- Gráðubogi, hringfari, reglustika

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 108

### Nr. 4.35

Skífuritinu er skipt í fimm hluta. Sjá má að hlutanum, sem táknar „að vera í tölvunni“ er skipt í tvennt með brotalínu. Þetta er gert til að sýna að skífuritinu er skipt í fimm jafn stóra geira. Hver geiri verður þá 360° : 5 = 72°. „Að vera í tölvunni“ nær þá yfir 2 • 72° = 144°.

- *Segjum að 50 krakkar séu í þessum litla sveitaskóla. Hve margir vilja helst spila fótbolta í frítímanum? (Einn fimmti hluti, þ.e. 10 nemendur.)*
- *Og hve margir vilja helst vera í tölvunni í frítímanum? (20.)*

### Nr. 4.36

Geirinn, sem sýnir hve margir fara gangandi í skólann, nær yfir hálfan hringinn. Þess vegna er sá geiri 180°. Gerum ráð fyrir að hringnum sé skipt í sjöttu hluta eins og gefið er í skyn með brotalínunni. Þá er geirinn, sem sýnir „í bíl“ 360° : 6 = 60° en geirinn „á hjóli“ tekur 120°.

- *Ef 32 börn koma á hjóli, hve mörg börn eru þá alls í skólanum? (96. Þetta má reikna á mismunandi vegu, til dæmis þannig: 3 • 32 úr því að þeir sem hjóla eru þriðjungur af öllum nemendunum.)*
- *Ef 240 nemendur væru í skólanum – hve margir nemendur væru þá í hverjum flokki? (Helmingurinn, þ.e. 120, kæmi gangandi. Af hinum 120 kæmu 40 akandi en 80 hjólandi.)*

### Nr. 4.37

Nemendur mæla stærð hvers geira með gráðuboga. Þeir nota niðurstöðurnar til að svara spurningunum. Einhverjum nemendum mun þykja erfitt að lesa af gráðuboganum þegar strikin eru of stutt. Ef til vill er rétt að láta þessa nemendur lengja strikin á myndinni í bókinni.

### Nr. 4.38

Nemendur búa til skífurit um upplýsingarnar í töflunni. Erfitt getur verið fyrir nemendur að breyta töflu í skífurit. Þess vegna urðu hér fyrir valinu einfaldar tölur og þar að auki er stærð geiranna í gráðum gefin upp. Kennari bendir nemendum á að búa til allstóran hring og að byrja á að teikna geisla.

Athugið: Einhverjir nemendur uppgötva ef til vill að fjöldinn er margfaldaður með 10 til að finna gráðufjöldann. Til að vera alveg viss um að enginn misskilningur komi upp þarf að koma fram að þetta á aðeins við þegar nemendafjöldinn er 36. Ef fjöldinn hefði verið 42 hefði þessi aðferð ekki gengið.

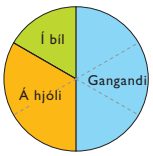
▶ Bls. 109

### Að teikna 60° horn

Á þessari blaðsíðu læra nemendur að teikna 60° horn. Miklu skiptir að þeir læri þetta ekki hugsunarlaust sem aðferð. Aðalatriðið er að vekja athygli á hugmyndinni um snúningssamhverfu. Þegar rúmfræðileg mynd er teiknuð á þennan hátt fáum við þríhyrning þar sem allar hliðar eru jafn langar. Þar með er þríhyrningurinn snúningssamhverfur. Í jafnhliða þríhyrningi eru öll hornin því jafn stór, þ.e. 180° : 3 = 60°. Kennari vekur athygli nemenda á hversu mikilvægt er að halda bilinu milli arma hringfarans stöðugu allan hringinn. Ef hann hreyfist – þótt ekki sé nema um nokkra millimetra – mun ekki takast að teikna sexhyrninginn í verkefni 4.39 rétt.

**4.35** Skífuritið sýnir hvað 50 skólakrakkar vilja helst gera í frístundum sínum. Reiknaðu út hve margar gráður hver geiri er.

**4.36** Þetta skífurit sýnir hvernig börn í skóla nokkrum fara í skólann. Reiknaðu hve margar gráður hver geiri er.



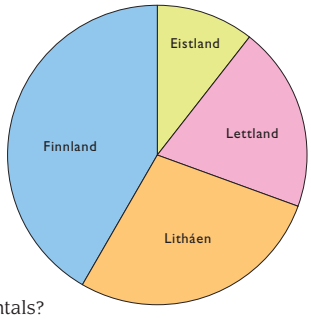

**4.37** Þetta skífurit sýnir hlutfall íbúafjölda í fjórum löndum.

**a** Notaðu gráðuboga og mældu hvað hver geiri er margar gráður.

**b** Hvað er summa allra geiranna margar gráður?

**c** Búa fleiri í Finnlandi en í Lettlandi og Litháen samtals?

**d** Búa fleiri í Litháen en í Eistlandi og Lettlandi samtals?

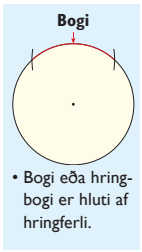



**4.38** Í 7. bekk eru 36 nemendur. Taflan sýnir hvaða bíómyndir þeim finnst skemmtilegastar. Teiknaðu skífurit sem sýnir niðurstöðurnar.

| | Fjöldi | Stærð geirans |
|---|---|---|
| Alvarlegar myndir | 9 | 90° |
| Spennumyndir | 12 | 120° |
| Gamanmyndir | 11 | 110° |
| Hryllingsmyndir | 4 | 40° |

## Rúmfræðiteikningar

### 60° horn




• Bogi eða hringbogi er hluti af hringferli.

**4.39** Notaðu hringfara og teiknaðu hringferil með 5 cm geisla. Haltu 5 cm fjarlægð milli armanna á hringfaranum.

**a** Settu merki á hringferilinn. Settu oddinn á hringfaranum á merkið og settu síðan annað merki þar sem hringfarinn snertir hringferilinn.

**b** Nú skaltu gera þetta aftur en að þessu sinni á oddurinn að vera í nýja merkinu.

**c** Endurtaktu þetta þar til þú ert kominn hringinn.

**d** Dragðu bein strik milli merkjanna. Hvaða rúmfræðiform myndast?

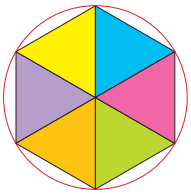
**e** Dragðu bein strik frá miðju hringsins til allra merkjanna á hringferlinum. Hvaða rúmfræðiform sérðu nú?

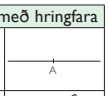
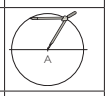
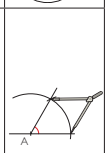
**4.40** Skoðaðu myndina.

**a** Mældu hliðarlengdir þríhyrninganna. Hvað kemur í ljós?

**b** Mældu horn þríhyrninganna. Hvað kemur í ljós?

**c** Hvað kallast svona þríhyrningar?



| Að teikna 60° horn með hringfara | |
|---|---|
| 1. Dragðu strik. Merktu punktinn A á strikið. |  |
| 2. Settu oddinn á hringfaranum í A og búðu til hringboga. |  |
| 3. Haltu bilinu milli arma hringfarans stöðugu. Settu oddinn þar sem línan og boginn mætast og gerðu nýtt merki á bogann með blýanti hringfarans. Dragðu nú strik frá A að merkinu á boganum. Hornið A er 60°. |  |

**4.41** **a** Notaðu hringfara og teiknaðu hringferil með 7 cm geisla. Teiknaðu geislann með því að draga strik frá miðjunni að hringferlinum.

**b** Haltu 7 cm fjarlægð milli armanna á hringfaranum. Settu oddinn þar sem geislinn snertir hringferilinn og settu merki þar sem blýantur hringfarans snertir hringferilinn.

**c** Dragðu nýtt strik frá miðjunni að nýja merkinu.

**d** Notaðu gráðuboga og mældu hornið þar sem geislarnir tveir mætast.

**4.42** Farðu eftir fyrirmælum í töflunni og teiknaðu jafnhliða þríhyrninga þar sem hliðarnar eru

**a** 5 cm **b** 8 cm



## Nr. 4.39

Nemendur teikna reglulegan sexhyrning eftir fyrirmælunum. Benda þarf á að þegar hringfari er notaður á þennan hátt er það gert til að öruggt sé að allar hliðar í marghyrningnum séu jafn langar. Þetta er það sem felst í rúmfræðiteikningum með hringfara. Ef reynt væri að mæla hliðarnar með reglustiku þannig að þær verði 5 cm mun mælingin fljótlega verða röng um nokkra millimetra. Með hringfara getur teikningin líka orðið að einhverju leyti röng en í meginatriðum hentar þessi aðferð til að teikna hliðar með nákvæmlega réttri lengd.

Hér má sjá fleiri rúmfræðiform, t.d. jafnhliða þríhyrning, tígul, samsíðung, trapisu og sexhyrning.

## Nr. 4.40

Nemendur mæla hliðarlengdir í einum þríhyrningnum. Þeir geta einnig gert þetta á einhverjum þríhyrningnum sem þeir teiknuðu í verkefni 4.39. Aðalmálið er að komast að raun um að um er að ræða jafnhliða þríhyrninga.

Þar næst mæla nemendur hornin í þríhyrningunum. Hér á hið sama við: þeir geta notað myndirnar sem þeir teiknuðu í verkefni 4.39 þar eð myndin í bókinni er nokkuð lítil. Koma þarf fram að jafnhliða þríhyrningur (og allir reglulegir marghyrningar) eru snúningssamhverfir. Ef þríhyrningnum er snúið 60° um miðpunkt hans fellur hann nákvæmlega ofan í sjálfan sig, hina upphaflegu mynd. Ef honum er snúið aftur um 60° passar hann aftur nákvæmlega ofan í upprunalega þríhyrninginn. Niðurstaðan af þessu er sú að hornin þrjú eru nákvæmlega jafn stór. Þar sem hornasumman í þríhyrningi er 180° hlýtur hvert horn að vera 180 : 3 = 60°.

## Nr. 4.41

### Nemendur teikna 60° horn

- *Hve stórt er hornið þar sem geislarnir mætast? (60°.)*
- *Verður það alltaf þannig? (Já, vegna þess að það sem við teiknum er eiginlega jafnhliða þríhyrningur og í honum eru öll hornin 60°.)*

## Nr. 4.42

Nemendur teikna jafnhliða þríhyrninga eftir uppskriftinni til vinstri. Kennari vekur athygli nemenda á að hornin verða 60°.

## Auðveldari verkefni

Gott er að einhverjir nemendur fái að nota vasareikni til að reikna gráðurnar í verkefnunum á bls. 108.

Í verkefnunum á bls. 109 er mikill texti og samanþjappaðar upplýsingar. Það krefst ítarlegrar yfirferðar bæði á undan og eftir að nemendur vinna verkefnin. Ætlast er til að nemendur vinni verkefnin tveir og tveir saman.

## Erfiðari verkefni

### Búa til eigin skífurit

Nemendur framkvæma spurningakönnun og búa síðan til skífurit yfir gögnin sem þeir safna. Kennari fer yfir það með nemendum hvernig reikna má stærð geiranna. Auðveldast er að telja fyrst heildarfjöldann. Þar næst þarf að finna með hvaða þætti á að margfalda fjöldann til að fá 360 (þ.e. allur hringurinn). Í verkefni 4.38 er heildarfjöldinn 9 + 12 + 11 + 4 = 36. Þar með verður þátturinn sem margfaldaður er með 10 vegna þess að 10 • 36 = 360. Að lokum eru öll gögnin (tölurnar) margfölduð með þessum þætti og þannig fæst stærðin á hverjum geira. Líklega er auðveldast að nota fjölda þátttakenda sem er deilanlegur með 360.

Best er að gera rannsókn í tveimur hópum og setja niðurstöðurnar fram í tveimur myndritum og bera þau saman.

## Raunverkefni

### Búa til stóra hringi utanhúss

Nemendur vinna verkefni 4.39 utanhúss og nota snúru og grein/spýtu eða krít. Gott er að nota snúrur af mismunandi lengd og búa til marga mismunandi hringi. Þannig upplifa nemendur að stærð hringsins skiptir ekki máli í verkefni sem þessu.

## Viðfangsefni

- Rúmfræðiteikningar með hringfara: Að helminga horn, miðþverill striks
- Samhverfa

## Búnaður

- Skæri, pappír, hringfari, reglustika, gráðubogi
- Ef til vill ferningur og þríhyrningur, sjá ljósritunarblað 7 (Ferningur og þríhyrningur) aftast í þessari bók
- Myndir af bls. 111, sjá ljósritunarblað 8 (*Ljósrit af myndum á bls. 111*) aftast í þessari bók

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 110

**Nr. 4.43**

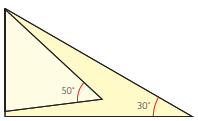
Nemendur klippa út ferning og vanda sig vel. Nemendur brjóta nú ferninginn eftir annarri hornalínunni. Þannig er 90°-horninu skipt í tvö nákvæmlega jafn stór horn. Þeir opna ferninginn og mæla til að ganga úr skugga um að hornin tvö séu jafn stór, þ.e. 90° : 2 = 45°.

Nemendur geta haldið áfram að brjóta ferninginn og helminga 45° hornin líka. Og ef til vill tekst einhverjum að helminga einnig hornið sem er 22,5°. Alla vega geta nemendur reynt að reikna út stærð hinna mismunandi helminguðu horna:

45° – 22,5° – 11,25° – 5,625°

**Nr. 4.44**

Nemendur klippa út þríhyrning og mæla hornin. Þríhyrningurinn þarf ekki að vera jafnhliða eða jafnarma. Nemendur mæla nú öll hornin í þríhyrningnum. Síðan brjóta þeir hornin í tvö jafn stór horn með því að leggja hliðarnar, sem liggja að horninu, saman.




Nú opna nemendur þríhyrninginn aftur og mæla hornin tvö við brotalínuna. Þetta endurtaka þeir við hin tvö hornin í þríhyrningnum.

- *Hve stórt var eitt hornið í þríhyrningnum þínum? (T.d. 52°.)*
- *Hve stór urðu hornin tvö við brotalínuna? (Bæði hornin urðu 26°.)*
- *Hvers vegna urðu þau jafn stór? Verða þau alltaf jafn stór? (Já, vegna þess að það er alltaf jafn langt frá brotalínunni að hinum tveimur örmum hornsins.)*
- *Geturðu sagt til um hve stórt annað horn í þríhyrningnum er? (T.d. 68°.)*
- *Getur einhver ykkar hinna reiknað út hve stór hornin við brotalínuna eru? (Þau hljóta að vera 68° : 2 = 34°.)*
- *Hvers vegna? (Þar sem þau eru jafn stór hljóta þau að vera helmingurinn af upprunalega horninu.)*

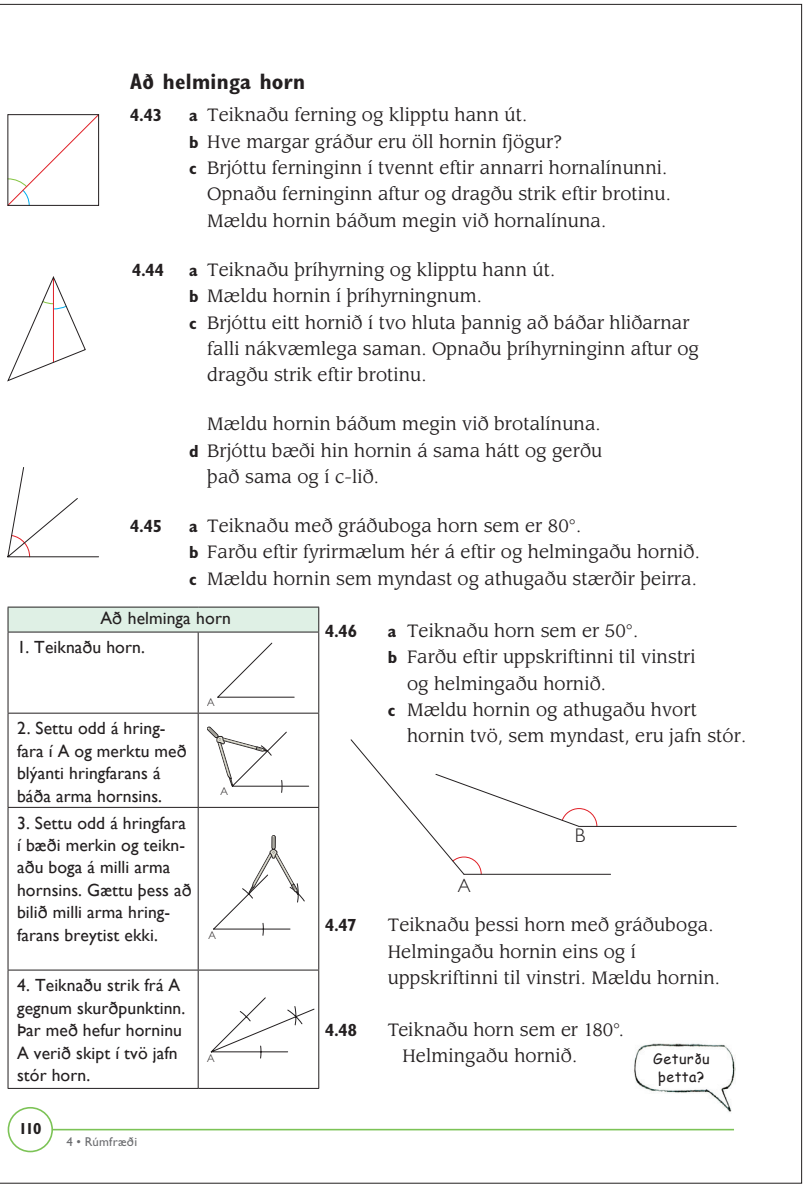
### Að helminga horn

Kennari fer með nemendum í gegnum uppskriftina neðst til vinstri á blaðsíðunni. Hann bendir nemendum á tengslin við pappírsbrotin í verkefnum 4.43 og 4.44. Hér er aðalatriðið að finna punkta sem eru mitt á milli arma hornsins. Þess vegna mun línan, sem teiknuð er, skipta horninu í tvö jafn stór horn.

Nemendur teikna horn að eigin vild sem þeir eiga síðan að helminga með því að fara eftir uppskriftinni. Þeir ganga úr skugga um að hornin séu samhverf með því að brjóta hornið þannig að armar þess falli nákvæmlega saman eins og í verkefni 4.44. Ef teikningin er rétt mun brotalínan falla nákvæmlega ofan í hina teiknuðu línu.

**Nr. 4.45–4.46**

Nemendur teikna hornin. Þeir helminga þau eins og fyrirmæli eru um í uppskriftinni. Lengd arma hornanna skiptir litlu máli en erfiðara er að teikna af nákvæmni ef armarnir eru mjög stuttir. Nemendur mæla til að ganga úr skugga um um að þeir hafi teiknað tvö horn sem eru helmingurinn af upprunalega horninu. Þeir geta líka brotið hornin til að athuga hvort teikningin er rétt.



**Að helminga horn**



**4.43** **a** Teiknaðu ferning og klipptu hann út.
**b** Hve margar gráður eru öll hornin fjögur?
**c** Brjóttu ferninginn í tvennt eftir annarri hornalínunni. Opnaðu ferninginn aftur og dragðu strik eftir brotinu. Mældu hornin báðum megin við hornalínuna.



**4.44** **a** Teiknaðu þríhyrning og klipptu hann út.
**b** Mældu hornin í þríhyrningnum.
**c** Brjóttu eitt hornið í tvo hluta þannig að báðar hliðarnar falli nákvæmlega saman. Opnaðu þríhyrninginn aftur og dragðu strik eftir brotinu.

Mældu hornin báðum megin við brotalínuna.
**d** Brjóttu bæði hin hornin á sama hátt og gerðu það sama og í c-lið.



**4.45** **a** Teiknaðu með gráðuboga horn sem er 80°.
**b** Farðu eftir fyrirmælum hér á eftir og helmingaðu hornið.
**c** Mældu hornin sem myndast og athugaðu stærðir þeirra.

| Að helminga horn | |
|---|---|
| 1. Teiknaðu horn. |  |
| 2. Settu odd á hringfara í A og merktu með blýanti hringfarans á báða arma hornsins. |  |
| 3. Settu odd á hringfara í bæði merkin og teiknaðu boga á milli arma hornsins. Gættu þess að bilið milli arma hringfarans breytist ekki. |  |
| 4. Teiknaðu strik frá A gegnum skurðpunktinn. Þar með hefur horninu A verið skipt í tvö jafn stór horn. |  |

**4.46** **a** Teiknaðu horn sem er 50°.
**b** Farðu eftir uppskriftinni til vinstri og helmingaðu hornið.
**c** Mældu hornin og athugaðu hvort hornin tvö, sem myndast, eru jafn stór.

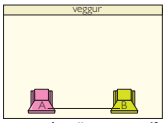



**4.47** Teiknaðu þessi horn með gráðuboga. Helmingaðu hornin eins og í uppskriftinni til vinstri. Mældu hornin.

**4.48** Teiknaðu horn sem er 180°. Helmingaðu hornið.

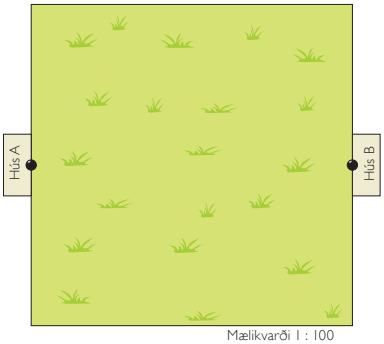
**Miðþverill**

**4.49** Teiknaðu skissu af herberginu og láttu vegginn og stólana koma fram séða að ofan. Brjóttu nú teikninguna og finndu punktinn á veggnum sem er nákvæmlega mitt á milli stólanna tveggja.




**4.50** Anna landslagsarkitekt ætlar að hjálpa tveimur nágrönnum til að búa til sameiginlegan garð milli húsanna sinna. Þeir vilja gjarnan að nokkrum hlutum sé komið fyrir nákvæmlega jafn langt frá báðum húsunum.

Anna teiknar líkan af garðinum og húsunum. Teiknaðu líkanið hér til hægri og raðaðu hinum ýmsu hlutum á rétta staði samkvæmt óskum nágrannanna. Settu merki þar sem hlutirnir eiga að vera og bókstaf við. Hér á eftir sést hvað nágrannarnir vilja:



Mælikvarði 1 : 100

**Næst A**
- Tveir rifsberjarunnar, C og D
- Blómabeð, E

**Næst B**
- Dúkkuhús, F

**Jafn langt frá A og B**
- Tvö rósabeð, G og H
- Fánastöng, I
- Útiarinn, J
- Lítil tjörn, K
- Tvö tré, L og M



**Nr. 4.47**
Nemendur mæla hornin og teikna þau í bókina sína. Síðan helminga þeir hornin og mæla hvort rétt er teiknað með því að athuga hvort hornin tvö séu helmingur af upprunalega horninu. Þeir geta einnig brotið hornið til að athuga teikninguna.

**Nr. 4.48**
Nemendur teikna horn sem er 180°. Um er að ræða beint strik með punkti í miðjunni sem er í raun þar sem armar hornsins mætast. Þar næst helminga nemendur hornið eins og segir í uppskriftinni. Nemendur geta einnig notað brot til að athuga hvort teikningin er rétt.

Kennari vekur athygli nemenda á að þetta sé einnig aðferð við að teikna 90° horn með hringfara, þ.e. ekki með útreikningi, en niðurstaðan er sú sama hvort sem notuð er samhverfa eða 180° horn helmingað.

▶ Bls. 111

**Nr. 4.49**
Nemendur teikna rétthyrnt herbergi og koma stólunum tveimur fyrir við vegginn á móti sjónvarpinu, um það bil eins og á myndinni til hægri. Síðan brjóta nemendur blaðið til að finna spegilásinn. Kennari leggur áherslu á að slíkur spegilás skiptir svæðinu milli stólanna í tvo hluta. Hún skiptir ekki endilega herbergi í tvo eins hluta vegna þess að ef báðir stólarnir hefðu verið aðeins meira til hægri hefði spegilásinn ekki skipt herberginu í tvo eins hluta. En stólarnir tveir munu standa jafn langt frá spegilásnum eða miðþverlinum. Þessi lína tryggir að sjónvarpið stendur jafn langt frá hvorum stól.

**Nr. 4.50**
Nemendur teikna ferning, sbr. myndina í nemendabók. Þeir finna línuna mitt á milli húsanna tveggja. Síðan staðsetja þeir hina ýmsu hluti og fyrirbæri eins og tilgreint er í verkefninu. Það er alls ekki nauðsynlegt að búa til fallegar myndir; blómabeð má alveg eins sýna með hring. Ef vill geta nemendur notað mælikvarðann undir myndinni og teiknað hlutina um það bil í réttri stærð. Ekki skal leggja mikla áherslu á þetta. Aðalatriðið í þessu verkefni er að staðsetja hlutina rétt. Ef mælikvarðinn ruglar nemendur er best að leiða hann hjá sér.

Gaman er ef kennari ljósritar um það bil 2–3 nemendateikningar t.d. á glæru þannig að hægt sé að sýna þær allri bekkjardeildinni.

- *Getuðu bent á fánastöngina?*
- *Hvernig geturðu gengið úr skugga um að hún sé jafn langt frá A og B? (Fjarlægðina er hægt að mæla með reglustiku.)*
- *Geturðu athugað það með hringfara? (Já, ég get sett oddinn í A og blýant hringfarans í fánastöngina. Síðan flyt ég oddinn í B og athuga hvort fjarlægðin er hin sama til fánastangarinnar.)*

## Auðveldari verkefni

Gott er að kennari fari yfir það að helminga horn með allri bekkjardeildinni. Hann bendir á hversu mikilvægt er að bilið milli arma hringfarans breytist ekki.

Til að spara tíma má nota ljósrit af ferningi, þríhyrningi og myndinni á bls. 111, sjá ljósritunarblöð 7 og 8 aftast í þessari bók.

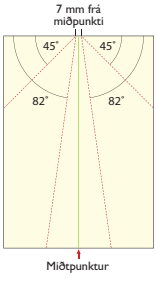
## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Búa til pappírsskutlu

Búnaður: A4-blað, límband, gráðubogi, leiðbeiningar um pappírsbrot til að búa til skutlu verkefnablað 7.46 (*Búa til skutlu*).

Nemendur búa til skutlu með pappírsbroti og prófa fleiri snið. Þeir athuga síðan hvaða skutla flýgur lengst og hvaða skutla helst lengst á lofti.

Rétt er að nemendur skrifi niður gráðufjölda hornanna sem þeir mynda á blaðinu eins og sýnt er hér á mynd til hægri.



## Viðfangsefni

- Að teikna miðþveril striks
- Samhverfa
- Að bera kennsl á og lýsa eiginleikum ýmissa marghyrninga

## Búnaður

- Hringfari, reglustika

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 112

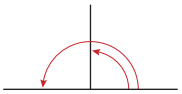
### Að teikna miðþveril

Miðþverill er gerður með hringfara og teiknaður milli tveggja punkta með því að nota samhverfu. Þetta samsvarar því að finna spegilás milli punktanna tveggja.

Miðþverill milli punktanna A og B samanstendur af öllum punktunum sem eru nákvæmlega jafn langt frá A og B. Í teikningunni er gengið út frá að finna tvo slíka punkta. Þar næst er dregið beint strik á milli þeirra.

Kennari getur sýnt hvernig þetta tengist verkefnunum á bls. 111 með því að brjóta blað þannig að A lendir í B. Brotalínan verður þá miðþverillinn vegna þess að fjarlægðin til A og B er hin sama frá hvaða punkti sem er á brotalínunni.

Í uppskriftinni efst á blaðsíðunni eru punktarnir A og B endapunktar á striki en þetta samsvarar því algjörlega að finna miðþveril milli þessara tveggja punkta eins og strikið væri ekki til staðar. Miðþverill striks er alltaf hornréttur á strikið vegna þess



að það helmingar strikið í skurðpunktinum milli þessara tveggja strika. Hornin verða þess vegna 180° : 2 = 90°.

### Nr. 4.51–4.52

Nemendur draga strik og teikna miðþverilinn með hringfara. Að því loknu mæla þeir hornin fjögur, sem myndast í punktinum þar sem miðþverillinn og strikið, sem teiknað var í upphafi, skerast. Kennari sýnir nemendum að miðþverillinn er spegilásinn milli endapunktanna tveggja á strikinu; það má gera með því að brjóta blaðið þannig að annar endapunkturinn lendi ofan í hinum. Miðþverillinn er þá sama strikið og brotalínan eða spegilásinn.

### Nr. 4.53

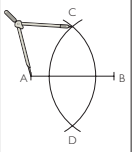
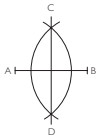
Nemendur teikna strikið AB og miðþverilinn með hringfara. Þeir merkja punktinn C á miðþverilinn í nokkurri fjarlægð frá strikinu AB. Þeir búa til jafnarma þríhyrning með því að draga strik frá A til C og frá B til C.

- *Hvaða form er þetta? (Þríhyrningur.)*
- *Hvers konar þríhyrningur? (Hann er jafnarma.)*
- *Hvers vegna er það svo? (Þegar C er á miðþverlinum er punkturinn jafn langt frá A og B. Og þegar strikið AB er jafn langt og BC verður þríhyrningurinn jafnarma.)*
- *Hvað getum við sagt um hornin A og B? (Þau eru jafn stór.)*

### Nr. 4.54

Nemendur draga strikið AB sem á að vera 7 cm langt. Síðan teikna þeir miðþverilinn með hringfara. Nú merkja þeir punktinn C á miðþverlinum sem á að vera 10 cm frá A og B. Þetta má gera annaðhvort með því að mæla með reglustiku eða af meiri nákvæmni með því að stilla 10 cm bil á hringfaranum, setja oddinn í A eða B og teikna síðan boga sem sker miðþverilinn.

Þar sem aðeins þarf punkt, sem er jafnt langt frá A og B, til að geta teiknað þríhyrninginn er ekki nauðsynlegt að teikna miðþverilinn. Önnur leið er að teikna fyrst strikið AB, stilla 10 cm bil á hringfaranum og teikna tvo boga, annan frá A og hinn frá B. Teikna þarf bogana tvo þannig að þeir skerist. Þetta verður punkturinn C. Ef bilið milli arma hringbogans hefur haldist óbreytt nemur fjarlægðin frá C til bæði A og

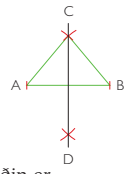
| Að teikna miðþveril | |
|---|---|
| 1. Dragðu strikið AB. |   |
| 2. Settu oddinn á hringfara í hvorn punkt, A og B, og teiknaðu boga yfir og undir strikinu. Gættu þess að bilið milli armanna á hringfaranum breytist ekki. |   |
| 3. Dragðu strik milli skurðpunkta boganna. Það strik er mitt á milli A og B og er hornrétt á strikið AB. Það er *miðþverill* striksins AB. |   |

**4.51** **a** Dragðu strikið AB = 8 cm. Farðu eftir uppskriftinni til vinstri og teiknaðu miðþverilinn.
**b** Mældu hornin þar sem miðþverillinn sker strikið AB.

**4.52** **a** Dragðu strikið AB = 4 cm. Teiknaðu miðþverilinn.
**b** Mældu hornin þar sem miðþverillinn sker strikið AB.

**4.53** **a** Teiknaðu strikið AB = 6 cm. Teiknaðu miðþverilinn.
**b** Merktu punktinn C á miðþverilinn.
**c** Dragðu strik frá A til C og frá B til C.
**d** Mældu lengd strikanna AC og BC.
**e** Hvaða rúmfræðiform er ABC?

**4.54** Teiknaðu jafnarma þríhyrninginn ABC.
Hliðin AB á að vera 7 cm.
Hliðarnar AC og BC eiga að vera 10 cm.



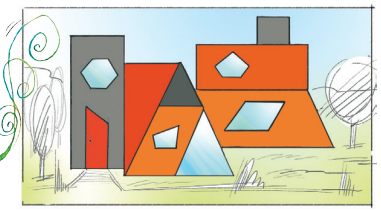

**4.55** Teiknaðu jafnarma þríhyrning þar sem ein hliðin er
**a** 3 cm og hinar tvær eru 7 cm;
**b** 8 cm og hinar tvær 5 cm.

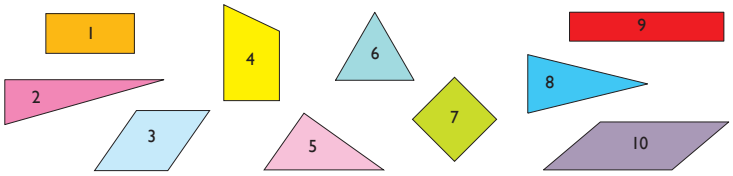
**4.56** Teiknaðu jafnhliða þríhyrning þar sem hliðarnar eru
**a** 9 cm **b** 4 cm **c** 5,5 cm

**4.57** **a** Teiknaðu þríhyrning með hliðar milli 4 cm og 8 cm. Kallaðu hornin A, B og C.
**b** Teiknaðu miðþverla hliðanna AB, BC og AC.
**c** Teiknaðu fleiri þríhyrninga, dragðu miðþverlana og athugaðu hvort þeir skerast alltaf í einum punkti.

**4.58** Teiknaðu rétthyrndan þríhyrning með því að nota uppskriftina efst til vinstri.

## Marghyrningar






**4.59** Hvað kallast þessi form?

**4.60** Í hverjum af formunum tíu hér fyrir ofan eru
- **a** allar hliðarnar jafn langar?
- **b** tvær og tvær hliðar jafn langar?
- **c** einungis tvær hliðar jafn langar?
- **d** tvær og tvær samsíða hliðar?
- **e** tvær samsíða hliðar?
- **f** einungis rétt horn?
- **g** einungis eitt rétt horn?
- **h** tvö og tvö horn jafn stór?

**4.61** Teiknaðu rétthyrning þar sem hornalínan er 10 cm og tvær hliðar eru 5 cm.

**4.62** Teiknaðu marghyrningana A og B. Þeim er lýst hér á eftir:

**A**
- fimm hliðar
- tvær hliðanna eiga að vera jafn langar
- tvö gleið horn
- tvö hvöss horn
- eitt rétt horn

**B**
- sex hliðar
- tvær hliðar eiga að vera 4 cm
- tvær hliðar eiga að vera 5 cm
- tvö hvöss horn sem eru jafn stór
- eitt rétt horn

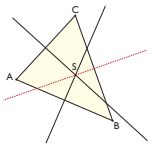


B 10 cm þannig að þríhyrningurinn er jafnarma. Að sjálfsögðu er punkturinn C á miðþverlinum. Til að teikna hann þarf samt einn punkt í viðbót á miðþverlinum.

### Nr. 4.55
Nemendur teikna jafnarma þríhyrninga með hringfara eins og áður var lýst. Þeir ákveða sjálfir hvort þeir teikna miðþverilinn eða hvort þeir einungis teikna jafnarma þríhyrningana.

### Nr. 4.56
Nemendur teikna jafnhliða þríhyrninga með hringfara. Kennari bendir á að þetta felur einnig í sér að teikna jafnarma þríhyrninga. Munurinn felst í að í jafnhliða þríhyrningum er þriðja hliðin jafn löng og hinar tvær.

### Nr. 4.57
Nemendur teikna þríhyrninginn ABC og ráða lögun hans og stærð. Þeir teikna með hringfara miðþverla strikanna AB, BC og AC. Miðþverlarnir munu skerast í einum punkti Nemendur geta prófað nokkrum sinnum til að sannfærast um þetta.




### Nr. 4.58
Nemendur finna sjálfir út hvernig þeir geta teiknað réttþyrndan þríhyrning með hringfara. Þetta verkefni er eins konar þraut og því gott að láta nemendur vinna saman í litlum hópum.

▶ Bls. 113

**Nokkrar skilgreiningar:**
- *Samsíðungur* er ferhyrningur þar sem gagnstæðar hliðar eru samsíða og því jafn langar og gagnstæð horn eru jafn stór.
- *Trapisa* er ferhyrningur þar sem tvær gagnstæðar hliðar eru samsíða en hinar ósamsíða.
- *Tígull* er ferhyrningur og jafnframt samsíðungur þar sem allar hliðar eru jafn langar.

### Nr. 4.59
Nemendur finna heiti formanna. Þetta er fínt samvinnuverkefni þar sem nemendur fá tækifæri til að nota hugtökin munnlega og ekki síður að útskýra skilgreiningar á hinum mismunandi formum. Í upprifjuninni er gott að draga athygli nemenda að því að heiti formanna eru í ákveðinni forgangsröð, ef svo mætti segja. Til dæmis eru öll formin marghyrningar en þau eru ekki öll ferningar. Nákvæmasta heiti myndar nr. 9 er rétthyrningur (þrengsta skilgreiningin sem hann uppfyllir). En hann er einnig samsíðungur, trapisa og ferhyrningur. Rétthyrningurinn er oft kallaður ílangur rétthyrningur til aðgreiningar frá ferningi sem er einnig rétthyrningur.

### Nr. 4.60
Nemendur finna hvaða form uppfylla skilyrðin sem sett eru. Mörg form munu eiga við einhverja töluliðina. Þetta hentar sem paraverkefni.

### Nr. 4.61
Nemendur teikna rétthyrning sem uppfyllir skilyrðin sem sett eru og bera ólíkar lausnir sínar saman.

### Nr. 4.62
Þetta rannsóknarverkefni gerir þær kröfur til nemenda að þeir teikni margar tilraunamyndir áður en þeir finna hina réttu. Þeir teikna marghyrninga sem uppfylla öll skilyrðin sem sett eru. Nemendur þurfa að fá tækifæri til að útskýra hvers vegna myndirnar uppfylla allar kröfurnar. Margar mismunandi lausnir eru til að teikna myndirnar A og B.

## Auðveldari verkefni
Nemendur vinna fleiri verkefni þar sem bera á kennsl á form og nefna heiti þeirra. Þeir geta unnið verkefnablað 5.90 (*Form og heiti*) í verkefnahefti Stiku 1a, svo og 6.66 (*Tvívíð form*) í verkefnahefti Stiku 2a.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni
Sjá næstu blaðsíðu.

## Viðfangsefni

- Heiti mismunandi þríhyrninga og eiginleikar þeirra og einkenni
- Að reikna út horn í þríhyrningum

## Búnaður

- Reglustika, gráðubogi

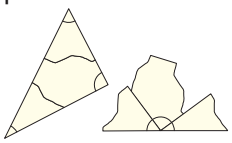
## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 114

**Nr. 4.63–4.64**

Nemendur mæla hornin þrjú í þríhyrningunum tveimur. Síðan teikna þeir tvo þríhyrninga í viðbót að eigin vali og mæla hornin. Þeir skrá allar niðurstöðurnar í töflu og finna hornasummuna í hverjum þríhyrningi.

Sýna má svart á hvítu að hornasumma þríhyrnings er 180°með því að nemendur klippi út einhvern þríhyrning, rífi tvö hornin af og leggi þau upp við hið þriðja. Samtals mynda þessi þrjú horn beint strik, þ.e.a.s. 180°.



**Nr. 4.65**

Nemendur notfæra sér að hornasumman hlýtur að vera 180° til að reikna út stærð síðasta hornsins.

$\angle C = 180° - (75° + 35°) = 70°$

▶ Bls. 115

**Nr. 4.66**

Nemendur mæla hliðar og horn þríhyrninganna fjögurra. Þeir skrá niðurstöður í töflu. Síðan nota þeir yfirlitið til að sýna fram á eiginleika og einkenni hinna mismunandi þríhyrninga. Loks nefna nemendur heiti þeirra með hliðsjón af upplýsingum í fróðleiksreitnum á vinstri spássíu.

- *Hvernig er hliðarlengdunum háttað innbyrðis í hverjum þríhyrningi? (Allar hliðar eru jafn langar, tvær eru jafn langar, allar hliðar eru mislangar.)*
- *Hvernig eru hornin í hverjum þríhyrningi. Eru jafn stór horn í einhverjum þríhyrningum? (Þríhyrningur 1 hefur þrjú jafn stór horn, þríhyrningur 2 og 4 hafa tvö jafn stór horn.)*
- *Geta þríhyrningur einnig haft gleitt horn? (Já, þeir geta verið með eitt gleitt horn.)*
- *Geta rétthyrndir þríhyrningar haft gleitt horn? (Nei, hin hornin þurfa samtals að vera 90° þau hljóta því bæði að vera minni en 90°.)*
- *Geta jafnhliða þríhyrningar haft gleitt horn? (Nei, öll hornin eru 60°.)*
- *Hve mörg rétt horn getur þríhyrningur haft? (Aðeins eitt.)*
- *Getur jafnarma þríhyrningur haft rétt horn? (Já.)*
- *Geta hliðar í þríhyrningi verið samsíða? (Nei.)*

Kennari bendir nemendum á að rétthyrndur þríhyrningur *getur* einnig verið jafnarma. Það gerist ef tvær styttri hliðarnar eru nákvæmlega jafn langar, sbr. þríhyrningur 2. Jafnhliða þríhyrningur er einnig jafnarma því hann uppfyllir skilyrði skilgreiningar um að tvær hliðar séu jafn langar.

**Nr. 4.67**

Í verkefninu er stærð tveggja horna gefin upp. Vekja þarf athygli nemenda á að 90° horn hefur ætíð nokkra sérstöðu í marghyrningi og það er merkt á sérstakan hátt. Merkið er búið til með beinum strikum þannig að ferningur myndast í rétta horninu. Í öllum öðrum hornum er notaður bogi. Nemendur nota þá þekkingu sína að hornasumman hlýtur að vera 180° til að segja til um stærð síðasta hornsins.

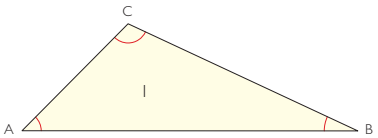
**Nr. 4.68**

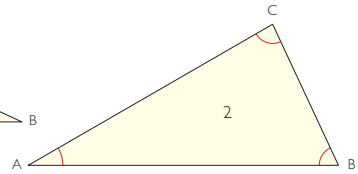
Nemendur notfæra sér upplýsingarnar um að þríhyrningarnir eru

**Þríhyrningar**

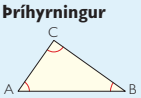
**4.63** **a** Mældu hornin í þríhyrningum 1 og 2. Skráðu niðurstöðurnar í töflu.

| | ∠A | ∠B | ∠C | Summa hornanna |
|---|---|---|---|---|
| Þríhyrningur 1 | | | | |
| Þríhyrningur 2 | | | | |
| Þríhyrningur 3 | | | | |
| Þríhyrningur 4 | | | | |




**Þríhyrningur**

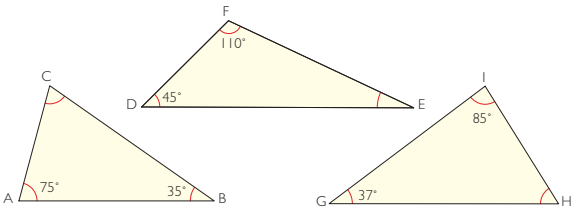



- Hann hefur þrjár hliðar: AB, AC og CB.
- Tvær og tvær hliðar hans mynda horn, þ.e. ∠A, ∠B og ∠C

**b** Teiknaðu tvo nýja þríhyrninga, 3 og 4, og mældu hornin. Skráðu niðurstöðurnar í töfluna.

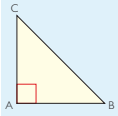
**4.64** Búðu til reglu sem gildir um hornasummu þríhyrninga.

**4.65** Hvað er þriðja hornið stórt?



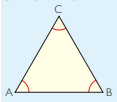
**Þríhyrningur með sérstök heiti**

Rétthyrndur þríhyrningur



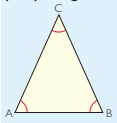

$\angle A = 90°$

Jafnhliða þríhyrningur



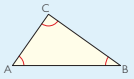

$\angle A = \angle B = \angle C$
$AB = BC = AC$

Jafnarma þríhyrningur




$\angle A = \angle B$
$AC = BC$

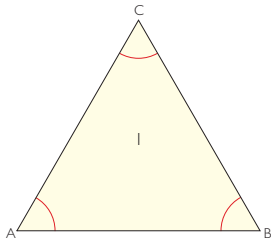
**Hornasumma í þríhyrningum**

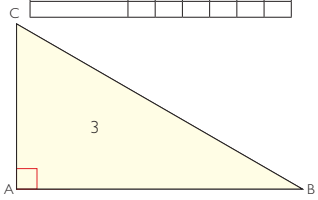


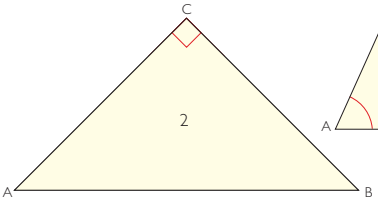

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

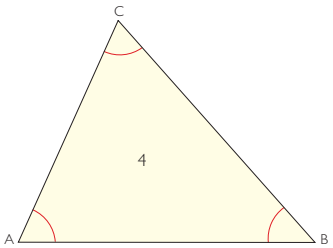
**4.66** Mældu hliðar og horn þessara þríhyrninga. Skrifaðu niðurstöðurnar í töflu.

| | AB | AC | BC | ∠A | ∠B | ∠C |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Þríhyrningur 1 | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |



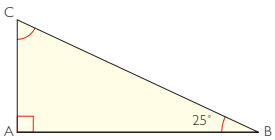



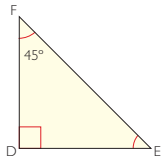

Lýstu eiginleikum og einkennum hvers þríhyrnings fyrir sig. Athugaðu sérstaklega hliðarnar og hornin.

**4.67** Hvað eru óþekktu hornin stór?

**a**

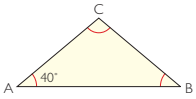



**b**

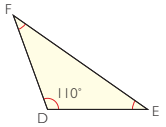



**4.68** Hvað eru óþekktu hornin stór í þessum jafnarma þríhyrningum?

**a**




**b**




115

jafnarma til að reikna út óþekkta hornið. Í a-lið hlýtur ∠B einnig að vera 40°. Þar eð hornasumman á að vera 180° hlýtur ∠C að vera 100°. Í b-lið notum við þá staðreynd að ∠E og ∠F eru samtals 180°– 110°= 70°. Hornið hljóta þá að vera 35°.

## Auðveldari verkefni

Nemendur, sem finnst erfitt að reikna út stærð þriðja hornsins, geta notað vasareikni eða unnið með öðrum sem eiga auðvelt með þetta. Þeir vinna verkefnin saman og útskýra og sýna hver öðrum hvernig þeir fara að.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Samvinnuverkefni um horn og eiginleika þríhyrninga

Búnaður: 12 miðar/verkefnaspjöld, sjá verkefnablað 7.48a–d *(Samvinnuverkefni um horn og eiginleika þríhyrninga)*.

Um er að ræða samvinnuverkefni sem leiðir mjög vel í ljós hvað nemendur hafa lært um hornasummur og útreikninga á stærð horna. Til að geta unnið þetta verkefni þurfa nemendur að kunna ákveðin atriði um eiginleika og einkenni mismunandi þríhyrninga, um hornasummu, grannhorn og topphorn. Ráði þeir ekki við þetta verkefni ber það þess vott að þá vanti ákveðna þekkingu um þessi atriði. Þá er rétt að kennari stöðvi vinnu nemenda við verkefnið og láti þá reyna við það aftur þegar þeir eru búnir með kaflann.

Hver hópur (3–4 nemendur) fær í hendur 12 spjöld. Hver og einn ber ábyrgð á þeim spjöldum sem hann fær. Á hverju spjaldi eru upplýsingar sem skipta máli til að lausn finnist á hinu sameiginlega verkefni. Hver og einn er með sinn bút af lausninni en nemendur eiga ekki að halda upplýsingunum fyrir sig. Þeir þurfa því að vinna saman að því að raða bútunum saman og finna lausnina.

Hvert spjald er þannig eins og púsl í púsluspili og skynsamlegt er að finna þau púsl sem gott er að byrja með. Hver og einn nemandi les sín spjöld. Síðan ákveða þeir á hverju er best að byrja.

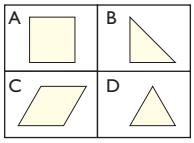
Síðan hjálpast nemendur að við að raða bútunum saman og mynda „heildarmyndina“. Að flokka mikilvægar upplýsingar saman og lítilvægar sömuleiðis til að koma skipulagi á það sem sýnist vera algjör óreiða er þýðingarmikill þáttur í samvinnuverkefninu.

### Byggja píramída

Búnaður: Skæri, reglustika, þykkur pappír, verkefnablað 7.47 *(Búa til píramída)*. Nemendur vinna saman í pörum og byggja píramída samkvæmt fyrirmælum á verkefnablaði.

### Hvaða mynd á að hverfa?

Kennari teiknar á töfluna rúðunet í stærðinni 2 • 2 reitir og teiknar jafnframt þríhyrning eða ferhyrning í hvern reit. Nemendur eiga nú að ákveða „hvaða mynd á að hverfa“. Engin svör eru rétt heldur er aðalatriðið rökin sem nemendur færa fyrir því hvers vegna myndin á að hverfa. Það er þess vegna hægt að rökstyðja „brotthvarf“ allra myndanna.




Dæmi um mögulegar lausnir:
A á að hverfa vegna þess að hornin eru rétt.
B á að hverfa vegna þess að hún er ekki með þrjár jafn langar hliðar.
C á að hverfa vegna þess að hún er með gleið horn.
D á að hverfa vegna þess að öll hornin eru minni en 90°.
Þegar nemendur hafa kynnst þessari tegund verkefnis geta þeir búið til sams konar verkefni sjálfir. Kennari velur einhver þeirra til að vinna sameiginlega með bekkjardeildinni.

## Viðfangsefni

- Heiti og eiginleikar eða einkenni mismunandi ferhyrninga
- Að reikna stærð horna í ferhyrningum
- Eins form

## Búnaður

- Ef til vill tangram

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 116

**Nr. 4.69**

Nemendur mæla hliðar og horn ferhyrninganna þriggja og skrá niðurstöður í töflu. Þeir nota yfirlitið í töflunni til að sýna fram á eiginleika eða einkenni hinna mismunandi ferhyrninga. Síðan fara kennari og nemendur yfir heiti þessara ferhyrninga með því að styðjast við upplýsingar í fróðleiksreit á vinstri spássíu.

- *Hvernig eru hliðarnar í hverjum ferhyrningi í samanburði við hinar hliðarnar?*
- *Hvernig eru hornin í hinum mismunandi ferhyrningum? Eru þau stærri eða minni en 90°? (Kennari rifjar upp hugtökin rétt, gleið og hvöss horn.)*
- *Eru samsíða hliðar í hverjum ferhyrningi? Munið þið hvað það merkir að hliðar eru samsíða?*
- *Hvað einkennir trapisu í samanburði við aðra ferhyrninga? (Aðeins tvær hliðanna eru samsíða. Þær eru mislangar.)*

**Samræðumynd**

Hjálparhellurnar, Kráka og Krúsi, sýna að í öllum samsíðungum eru gagnstæð horn jafn stór. Nemendur geta sannreynt þetta með því að klippa út samsíðung og klippa hann í tvo hluta. Síðan leggja þeir tvö og tvö horn saman og athuga hvort þau falla hvort ofan í annað.

**Nr. 4.70**

Nemendur nota eiginleika og einkenni ferhyrninganna til að reikna út stærð óþekktu hornanna. Í a- og b-lið er um samsíðunga að ræða. Þá eru gagnstæð horn jafn stór þannig að í a-lið verður ∠A 35°. Þá má reikna ∠B og ∠C á tvo vegu. Nota má að hornasumma ferhyrnings er 360°. Úr því að ∠A og ∠C eru samtals 70° hljóta ∠B og ∠D samtals að vera 360° – 70° = 290°. Þá hlýtur hvort hornið að vera 145°.

Hin aðferðin er að notfæra sér að ∠A og ∠B eru samtals beint strik, þ.e. 180°. Þá hlýtur ∠B að vera 180° – 35° = 145°.

Í ferhyrningnum í c-lið eru þrjú horn gefin. Tvö þeirra eru 90° en hið þriðja 125°. ∠C verður þá 360° – (90° + 90° + 125°) = 55°.

▶ Bls. 117

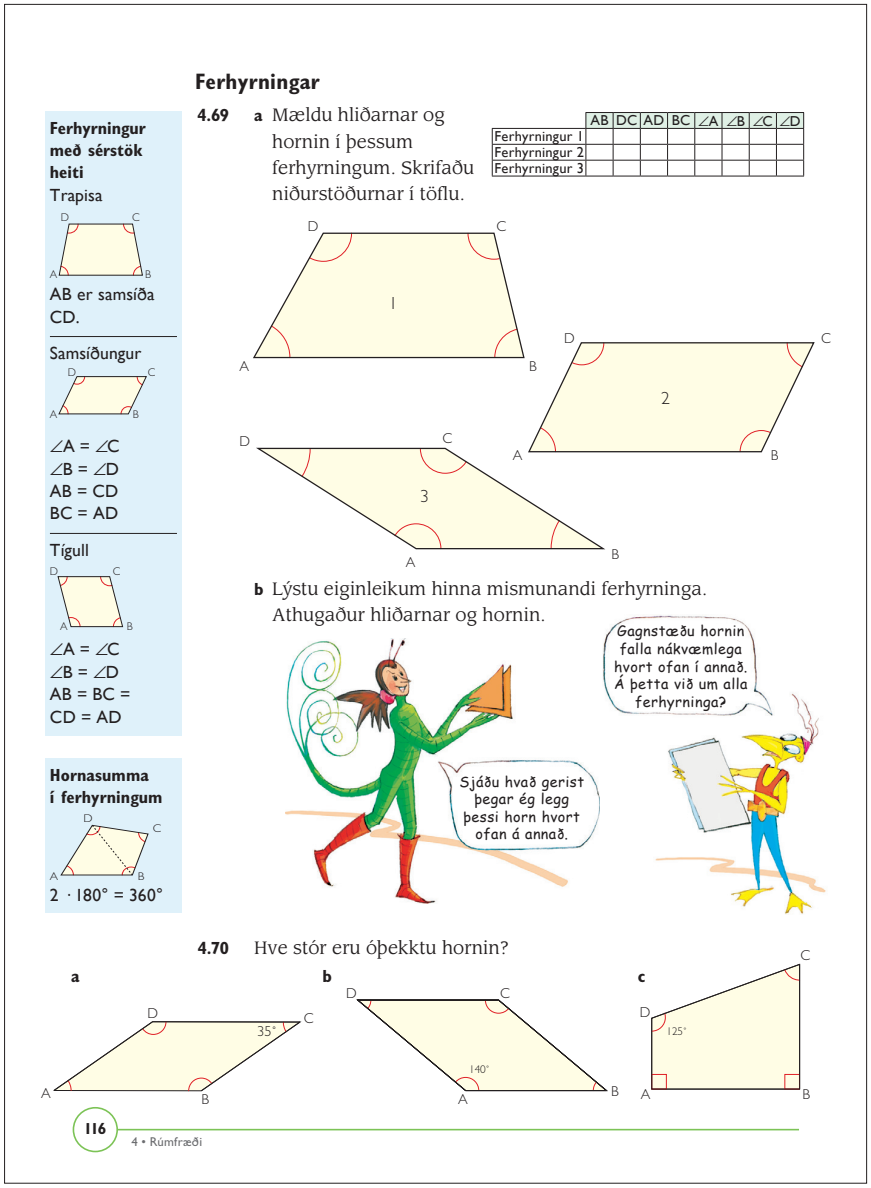
**Samræðumynd**

Þessi hluti opnunnar fjallar um *aljöfnuð* og *einslögun*. Þessi nafnorð eru ekki notuð í nemendabókinni en lýsingarorðin *eins* (eða aljöfn) og *einslaga*. Þegar eitt form er lagt yfir hitt falla þau nákvæmlega saman. Þau hafa sama form og eru af sömu stærð.

- *Hvað er líkt og hvað er ólíkt með þessum tveimur fornbílum? (Þeir eru eins í laginu og jafn stórir en þeir eru í mismunandi litum.)*
- *Hvað er líkt og hvað er ólíkt með flutningarbílunum? (Þeir eru einslaga og hafa sama lit en eru af mismunandi stærð.)*

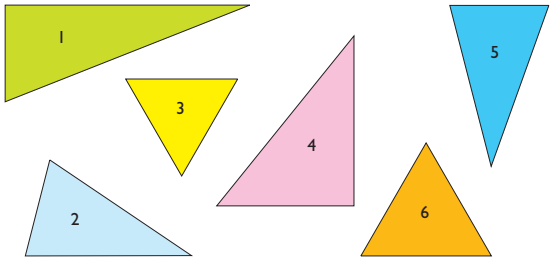
Allir hringir eru einslaga með mismunandi langan geisla (stærðin mismunandi). Ef tveir hringir hafa sama geisla eru þeir *eins*. Ferningar eru einslaga en hliðarlengdin getur verið mismunandi. Hafi tveir ferningar sömu hliðarlengd eru þeir eins.

Bílarnir tveir vinstra megin efst á blaðsíðunni eru *eins*. Það þýðir að þeir hafa sömu lögun og eru af sömu

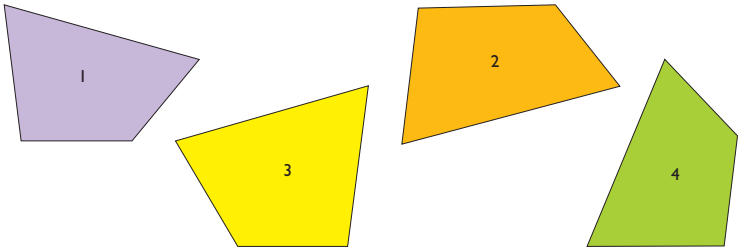


### Eins form og einslaga form

**4.71** Hvaða tveir af þríhyrningunum 1–6 eru eins í laginu og jafn stórir? Teiknaðu þá í gegn á þunnan pappír og leggðu pappírinn ofan á þríhyrningana. Þannig geturðu fundið svarið.




**4.72** Finndu tvo ferhyrninga sem hafa sömu lögun og eru af sömu stærð. Hliðarnar þurfa því að vera jafn langar og hornin jafn stór. Mældu hliðarnar og hornin í öllum ferhyrningunum og berðu niðurstöðurnar saman.






stærð en þeir geta vel verið mismunandi á litinn. Dráttarbílarnir eru ekki eins. Þeir eru *einslaga*. Það þýðir að lögun þeirra er hin sama en stærðin misjöfn. Í einslaga myndum eru lengdir í margfeldishlutfall hver við aðra. Ef dráttarbíllinn er t.d. í raunveruleikanum 3 m á hæð og 4 m á lengd munu samsvarandi lengdir á litla líkaninu vera í sama margfeldishlutfallinu. Það þýðir að ef litla líkanið er 15 cm á hæð hlýtur bíllinn að vera 20 cm á lengd. Þetta verður tekið fyrir síðar í kaflanum.

**Nr. 4.71**

Nemendur finna þríhyrningana tvo sem eru eins. Þeir geta fyrst reynt að finna þá með augnmálinu einu. Síðan ganga þeir úr skugga um að þríhyrningarnir hafi sömu lögun og séu af sömu stærð með því að leggja þunnan pappír ofan á annan þríhyrninginn og draga hann í gegn. Síðan leggja þeir pappírinn ofan á hinn þríhyrninginn.

**Nr. 4.72**

Nemendur finna tvo ferhyrninga sem eru eins með því að mæla lengdir og horn á öllum ferhyrningunum. Ferhyrningarnir tveir, sem hafa sömu hliðarlengdir og jafn stór horn, eru eins.

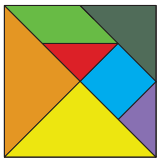
## Auðveldari verkefni

### Meiri þjálfun í að finna stærð horna í ferhyrningum

Einhverjir nemendur munu áreiðanlega þurfa meiri þjálfun í að reikna út stærð horna í samsíðungum. Á verkefnablaði 7.49 *(Stærð horna 2)* eru fleiri verkefni af sama toga og verkefni 4.70.

### Áþreifanleg reynsla af aljöfnuði og einslögun

Búnaður: Tangram, sjá ef til vill verkefnablað 5.97 *(Tangram)* í verkefnahefti Stiku 1a.

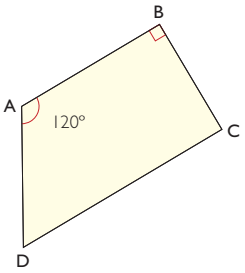


Nemendur nota tangrambútana. Þeir geta flokkað þá í samræmi við hugtökin *aljöfnuður* og *einslögun*.

Nemendur búa til – með því að nota fleiri en einn bút – form sem er eins í laginu og ákveðinn tangrambútur. Þeir geta notað einn, tvo eða fleiri búta og búið til marghyrninga á mismunandi vegu. Síðan teikna þeir formin, sem þeir mynda, í reikningshefti sín eða á blað. Dæmi um marghyrninga úr öllum bútunum sjö má sjá á verkefnablaði 5.102a–b *(Marghyrningar með tangram 1–2)* í verkefnahefti Stiku 1a.

## Erfiðari verkefni

### Finna horn í ferhyrningi




- *Í ferhyrningnum ABCD er ∠A 120°, ∠D er $\frac{2}{3}$ af ∠C og ∠B er 90°. Finnið ∠C og ∠D.*

*Lausn:*
360° – (120° + 90°) = 150°
∠C og ∠D eru samtals 150°.

Við sjáum að 150° þarf að skipta í fimm jafna hluta sem hver verður þá 30°. Hornið C er þá 3 • 30 = 90°og hornið D verður þá 2 • 30 = 60°.

## Raunverkefni

### Veiða marghyrninga (spil)

Sjá leikreglur á bls. 125.

## Viðfangsefni

- Eins form og einslaga form
- Marghyrningar
- Hlutfallareikningur

## Búnaður

- Reglustika og gráðubogi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 118

Kennari getur notað tangrambútana til að sýna hvað átt er við með því að form séu eins og einslaga. Gott er að nota tangram þar sem bútarnir eru í mismunandi litum en það er ekki nauðsynlegt. Þetta má t.d. sýna á myndvarpa.

- *Hvað er líkt og hvað er ólíkt með þessum tveimur þríhyrningum? (Þeir hafa sömu lögun en eru af mismunandi stærð. Þeir eru einslaga.)*

Að þeir eru einslaga er hægt að sýna með því að leggja bútana hvorn ofan á annan og flytja hornin á minna forminu yfir á horn hins stærra þannig að nemendur sjái að hornin eru jafn stór. Kennari bendir nemendum á að þríhyrningarnir eru einslaga.

- *Hvað er líkt og hvað er ólíkt með þessum tveimur þríhyrningum? (Þeir eru einslaga og jafn stórir. Þeir eru því eins (eða aljafnir).)*

Þegar annað formið er lagt yfir hitt falla þau nákvæmlega saman. Þau þekja hvort annað fullkomlega.

Ef nemendur hafa ekki unnið verkefnið *Áþreifanleg reynsla af aljöfnuði og einslögun* á bls. 117 er hér mælt með að þeir vinni það nú.

### Nr. 4.73

Nemendur mæla allar hliðar og horn í þríhyrningunum þremur og skrá niðurstöðurnar í töflu og bera málin saman.

- *Eru einhverjir þríhyrninganna eins? (Já, nr. 1 og 3.)*
- *Getið þið útskýrt hvers vegna þeir eru eins. (Þeir hafa sömu lögun vegna þess að öll hornin eru jafn stór, og þeir eru af sömu stærð vegna þess að allar hliðarnar eru jafn langar.)*
- *Eru einhverjir þríhyrninganna einslaga? (Já, þríhyrningur 2 hefur sömu lögun og hinir tveir vegna þess að öll hornin eru jafn stór en hann er ekki jafn stór og hinir. Hver hlið er nákvæmlega 1,5 sinnum lengri en hliðar hinna.)*

### Nr. 4.74

Nemendur mæla horn ferhyrningsins og teikna ferhyrning með sömu málum.

### Nr. 4.75

Nemendur teikna þríhyrning þar sem ein hliðin er 6 cm. Síðan teikna þeir annan þríhyrning sem er eins og sá fyrsti.

▶ Bls. 119

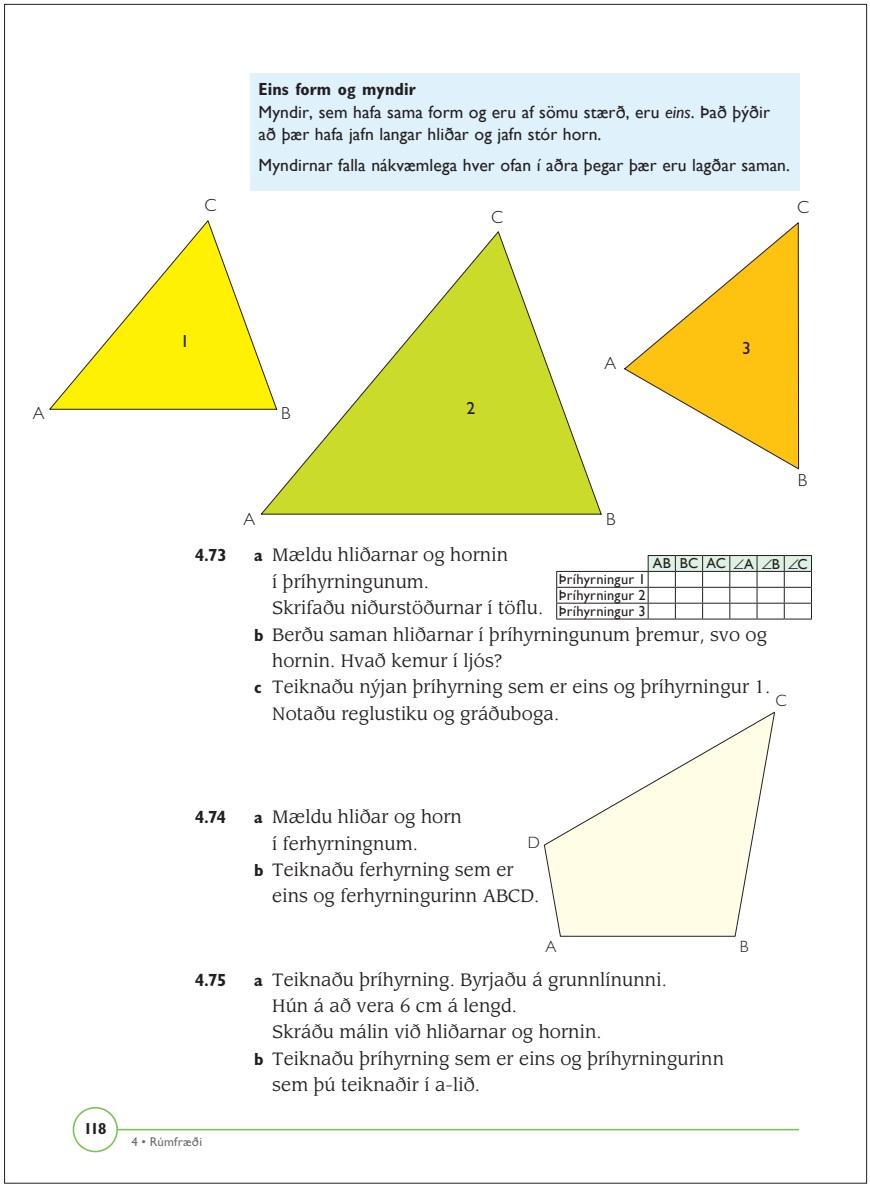
### Nr. 4.76

Myndin er samsett úr þremur þríhyrningum: ABC, ADE og AFG. Kennari bendir nemendum á að hornið A er sameiginlegt öllum þríhyrningunum og að hliðarnar BC, DE og FG sýnast vera samsíða. (Þetta má sýna með þríhyrningunum þremur í tangram.)

Nemendur mæla fyrst hornin í rauða þríhyrningnum, ∠A, ∠B og ∠C. Því næst mæla þeir hornin í græna og síðan í bláa þríhyrningnum.

- *Hvað kom í ljós? (Öll hornin eru jafn stór.)*
- *Vitið þið hvernig við lýsum myndum með jafn stór horn? (Einslaga.)*

Kennari klippir út tvo einslaga þríhyrninga og sýnir að hornin eru jafn stór með því að leggja þann minni ofan á þann stærri, hvert horn fyrir sig, eins og sýnt er í fróðleiksreitnum til vinstri. Auðveld aðferð til að búa til einslaga myndir er að teikna fyrst marghyrning og stækka hann síðan í ljósritunarvél.



**Eins form og myndir**

Myndir, sem hafa sama form og eru af sömu stærð, eru *eins*. Það þýðir að þær hafa jafn langar hliðar og jafn stór horn.

Myndirnar falla nákvæmlega hver ofan í aðra þegar þær eru lagðar saman.



**4.73** **a** Mældu hliðarnar og hornin í þríhyrningunum. Skrifaðu niðurstöðurnar í töflu.

| | AB | BC | AC | ∠A | ∠B | ∠C |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Þríhyrningur 1 | | | | | | |
| Þríhyrningur 2 | | | | | | |
| Þríhyrningur 3 | | | | | | |

**b** Berðu saman hliðarnar í þríhyrningunum þremur, svo og hornin. Hvað kemur í ljós?

**c** Teiknaðu nýjan þríhyrning sem er eins og þríhyrningur 1. Notaðu reglustiku og gráðuboga.

**4.74** **a** Mældu hliðar og horn í ferhyrningnum.

**b** Teiknaðu ferhyrning sem er eins og ferhyrningurinn ABCD.

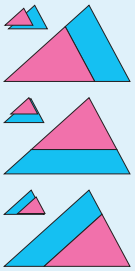


**4.75** **a** Teiknaðu þríhyrning. Byrjaðu á grunnlínunni. Hún á að vera 6 cm á lengd. Skráðu málin við hliðarnar og hornin.

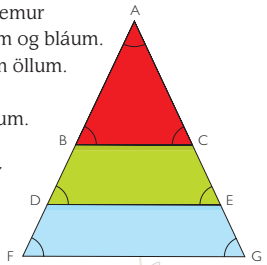
**b** Teiknaðu þríhyrning sem er eins og þríhyrningurinn sem þú teiknaðir í a-lið.

***Einslaga form og myndir***
Myndir sem hafa nákvæmlega sama form en eru misstórar eru *einslaga*. Það merkir að horn þeirra eru jafn stór en hliðarnar mislangar. Hliðarnar eru því stækkaðar eða minnkaðar í sömu hlutföllum.

Myndirnar þekja ekki hvor aðra nákvæmlega þegar þær eru lagðar saman en hornin eru eins.



**4.76** Flugdrekinn er myndaður úr þremur þríhyrningum, rauðum, grænum og bláum. Hornið A er sameiginlegt í þeim öllum.




**a** Mældu hornin í litla rauða þríhyrningnum á flugdrekanum.
**b** Mældu hornin á græna þríhyrningnum, sem er undir þeim rauða.
**c** Mældu hornin á stóra bláa þríhyrningnum sem liggur undir hinum báðum.
**d** Berðu saman hornin í þríhyrningunum þremur.

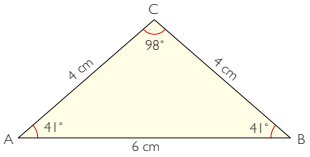
**4.77**
**a** Teiknaðu svipaðan flugdreka. Gættu þess að strikin tvö, sem skipta stóra þríhyrningnum í tvo minni, séu samsíða.
**b** Mældu hornin í þríhyrningunum þremur og berðu þau saman.

**4.78** Teiknaðu þrjá þríhyrninga, 1, 2 og 3, samkvæmt fyrirmælunum. Mældu horn þeirra og skráðu niðurstöður í töflu.

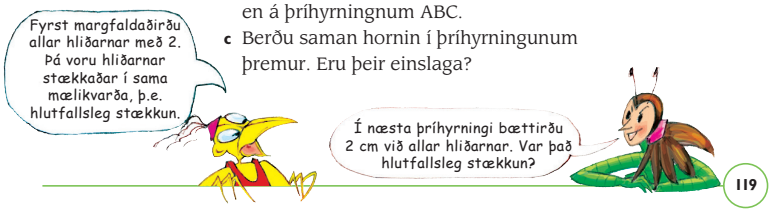
**a** **Þríhyrningur 1**:
AB = 4 cm; BC = 6 cm; AC = 6 cm.
**b** **Þríhyrningur 2**:
AB = 8 cm; BC = 12 cm; AC = 12 cm.
**c** **Þríhyrningur 3**:
AB = 2 cm; BC = 3 cm; AC = 3 cm.
**d** Berðu saman hliðarnar í þríhyrningunum þremur svo og hornin.

| | AB | BC | AC | ∠A | ∠B | ∠C |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Þríhyrningur 1 | | | | | | |
| Þríhyrningur 2 | | | | | | |
| Þríhyrningur 3 | | | | | | |

**4.79**
**a** Teiknaðu þríhyrning með tvöfalt lengri hliðar en þríhyrningurinn ABC hér til hægri. Mældu hornin.




**b** Teiknaðu þríhyrning þar sem allar hliðarnar eru 2 cm lengri en á þríhyrningnum ABC.
**c** Berðu saman hornin í þríhyrningunum þremur. Eru þeir einslaga?






## Nr. 4.77

Nemendur teikna flugdreka úr þríhyrningum eins og í verkefni 4.76. Þeir mæla hornin og ganga úr skugga um að þríhyrningarnir þrír séu einslaga. Það er gott að teikna stóra þríhyrninginn fyrst og skipta honum síðan með tveimur samsíða strikum. Það er mikilvægt að hin láréttu strik séu samsíða. Ofurlítil skekkja veldur því að hornin breytast.

## Nr. 4.78

Nemendur teikna þrjá jafnarma þríhyrninga með málunum sem gefin eru. Hafi þeir gleymt hvernig þetta er gert geta þeir flett aftur upp á bls. 112 og rifjað aðferðina upp. Þar næst mæla nemendur hornin og skrá niðurstöðurnar í töflu.

Nemendur eiga hér að uppgötva að ef hliðarnar í tveimur myndum eru í margfeldishlutfalli hver við aðra eru þær einslaga. Hliðarnar í þríhyrningi 2 eru tvöfalt stærri en hliðar þríhyrnings 1. Hliðarnar í þríhyrningi 2 eru því jafn langar og samsvarandi hliðar í þríhyrningi 1 margfaldaðar með 2. Þegar hornin í þríhyrningnum tveimur eru mæld sést að myndirnar eru einslaga. Á sama hátt eru hliðarnar í þríhyrningi 3 jafnar samsvarandi hliðum í þríhyrningi 1 margfaldaðar með $\frac{1}{2}$.

## Nr. 4.79

Nemendur teikna fyrst þríhyrning með tvöfalt lengri hliðar en þríhyrningurinn í nemendabók og mæla svo hornin. Í ljós kemur að þríhyrningarnir eru einslaga. Síðan teikna þeir þríhyrninga þar sem allar hliðar eru 2 cm lengri en hliðar þríhyrningsins í bókinni. Um er að ræða samlagningu og því er ekki um margfeldishlutfall að ræða. Þess vegna verða hornin öðruvísi og þríhyrningarnir tveir eru ekki einslaga.

Hlutfallsleg stækkun og minnkun framkallar einslaga myndir og þá á að margfalda hliðarlengdirnar með ákveðnum þætti.

## Auðveldari verkefni

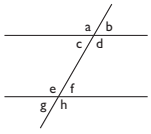
Nokkuð snúið er að mæla horn af nákvæmni. Samt er það nauðsynlegt til að geta búið til eins eða einslaga mynd. Í verkefni 4.74 getur kennari gefið nemendum upp málin til að gera verkefnið auðveldara.

Meta þarf hvort nemendur, sem eiga erfitt með þessa námsþætti, geti gert greinarmun á einslaga og eins myndum. Þessir nemendur geta þá sleppt verkefnum þar sem teikna á eins eða einslaga myndir. Betra er að þeir vinni verkefni 4.78 og 4.79.

## Erfiðari verkefni

### Samsvarandi horn við samsíða línur

Þegar beint strik sker tvö samsíða strik myndast tvö sett með fjórum hornum sem samsvara fullkomlega hvert öðru. Nota má þekkingu okkar á grannhornum og topphornum til að sýna þetta. Á verkefnablaði 7.50 (*Einslæg horn við samsíða línur*) eru hliðstæð verkefni.




## Raunverkefni

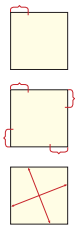
### Ferhyrnt púsluspil

Búnaður: Skæri, reglustika, þykkur pappír.

Nemendur klippa út ferning, merkja punkt á eina hliðina nokkuð frá horninu. Síðan mæla þeir fjarlægðina frá horninu.

Þeir mæla nú sömu fjarlægð frá hinum þremur hornunum og setja þar lítið merki. Loks draga þeir strik milli merkjanna þvert yfir ferninginn.

Nemendur klippa nú eftir strikunum. Þá verða til fjögur púsl í púsluspilið. Það samanstendur þannig af fjórum eins bútum. Með þeim eiga nemendur nú að reyna að búa til:
– einn stóran ferning með ferningslaga „eyðu“ í miðjunni
– samsíðung
– rétthyrning
– upprunalega ferninginn



Geta nemendur búið til fleiri form?

## Viðfangsefni

- Mælikvarði
- Einslögun
- Hlutfallareikningur

## Búnaður

- Reglustika, gráðubogi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 120

**Fróðleiksreitur og Samræðumynd**

Kennari rifjar upp með nemendum hugtakið *mælikvarði* og tengir það við einslögun og hlutfallareikning. Mikilvægt er að nemendur átti sig á að rætt er hér um margfeldishlutfall. Við stækkum eða minnkum mynd með því að margfalda eða deila í allar lengdir með ákveðinni tölu. Við þessa aðgerð verða til einslaga myndir.

Margfeldishlutfall snertir alltaf tvær stærðir. Þess vegna skiptir röðin, sem hlutfallið er gefið upp í, meginmáli. Til dæmis getur teikning verið í mælikvarðanum 1 : 3. Það þýðir að einn hluti á teikningunni samsvarar þremur hlutum í raunveruleikanum, teikningin hefur því verið *minnkuð* mynd af raunveruleikanum eða af því sem miðað er við. Ef hlutfallið er 3 : 1 samsvara þrír hlutar á teikningunni einum hluta í raunveruleikanum. Þar með er hér um *stækkun* að ræða.

- *Hvert er vandamálið hjá Kráku? Hvaða villu hefur hún gert? (Hún hlýtur að hafa notað annan mælikvarða á þakið en á líkanið að öðru leyti, þ.e.a.s. hún hefur margfaldað allar lengdir á teikningunni með t.d. 10 en lengdir þaksins með t.d. 5.)*

### Nr. 4.80

Nemendur teikna þríhyrning í hlutföllunum 1 : 3 sem er eins í laginu og þríhyrningurinn í bókinni. Noti nemendur reikningshefti sín með rúðum má telja reiti í stað þess að mæla lengdirnar með reglustiku. Þannig verður hæðin gefin upp í fjölda reita án tillits til þess hve stórir reitirnir eru. Athugið: Ef reitirnir eru ekki ferningslaga verða þríhyrningarnir ekki einslaga.

Hliðar þríhyrningsins á teikningunni eiga að vera þriðjungur af hliðum þríhyrningsins í nemendabókinni. Nemendur þurfa að mæla hornin í þríhyrningunum tveimur og athuga hvort þau eru jafn stór. Þannig geta þeir gengið úr skugga um að þeir hafi teiknað rétta mynd.

### Nr. 4.81

Nemendur teikna átthyrning í mælikvarðanum 2 : 1 sem hefur sömu lögun og átthyrningurinn í nemendabókinni.

### Nr. 4.82

Nemendur nota reglustiku og gráðuboga og finna öll mál á hliðum og hornum hyrninganna. Þeir eiga að teikna þá í hlutföllunum 3 : 1 og 2 : 1.

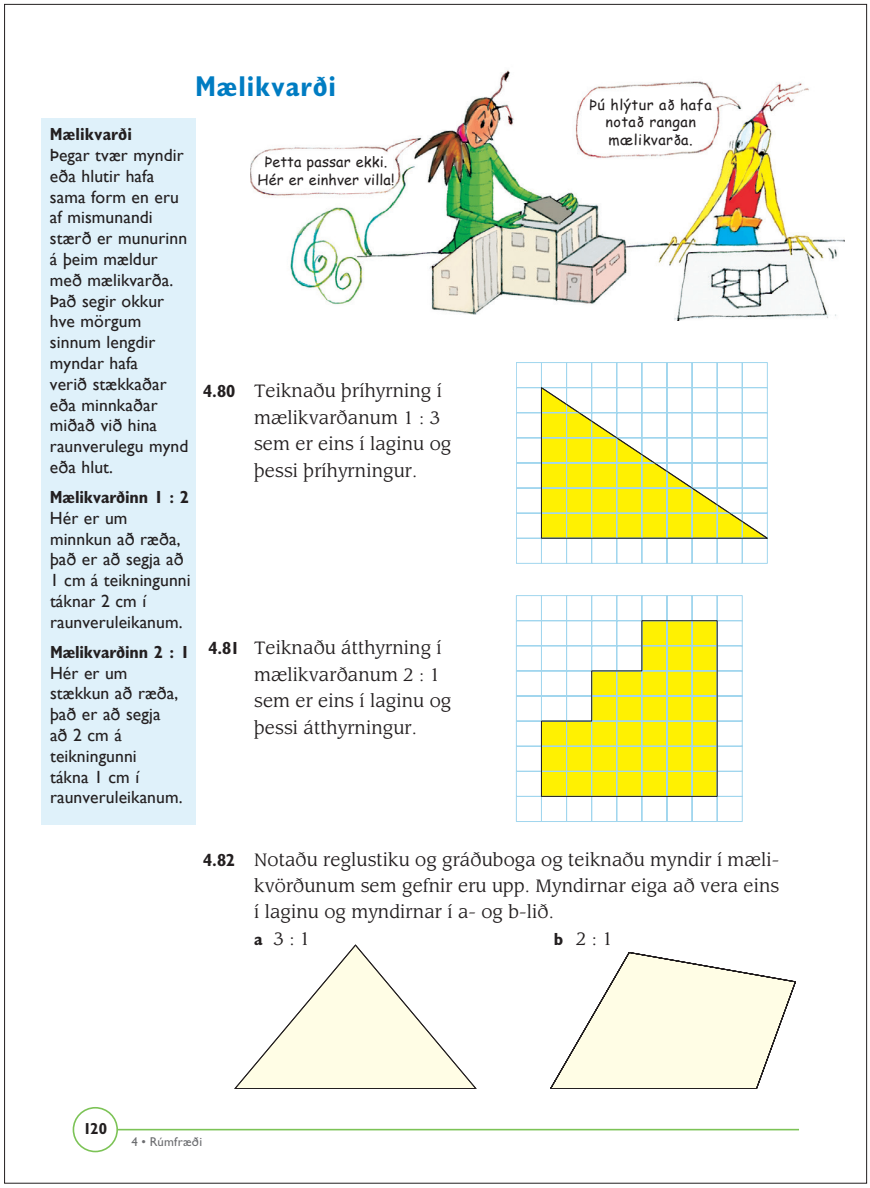
Auðveldast er að byrja á að reikna út lengdirnar og teikna eina hliðina. Síðan teikna nemendur hornin tvö við endapunkta hliðarinnar. Í þríhyrningnum er hægt að lengja arma hornsins þar til þeir skerast. Að lokum ganga nemendur úr skugga um að lengdirnar séu réttar.

Í ferhyrningnum þurfa nemendur að reikna út lengdina á öðrum armi hvors horns við endapunkta hliðarinnar og merkja lengdirnar á armana. Þá sést hvar síðustu tvö hornin í ferhyrningnum eiga að koma.

▶ Bls. 121

**Sýnidæmi**

Kennari fer í gegnum sýnidæmið með nemendum. Ein aðferðin við að sýna margfeldishlutfall er að fylla stóra mynd með mörgum útgáfum af lítilli sams konar mynd.



## Mælikvarði

**Mælikvarði**
Þegar tvær myndir eða hlutir hafa sama form en eru af mismunandi stærð er munurinn á þeim mældur með mælikvarða. Það segir okkur hve mörgum sinnum lengdir myndar hafa verið stækkaðar eða minnkaðar miðað við hina raunverulegu mynd eða hlut.

**Mælikvarðinn 1 : 2**
Hér er um minnkun að ræða, það er að segja að 1 cm á teikningunni táknar 2 cm í raunveruleikanum.

**Mælikvarðinn 2 : 1**
Hér er um stækkun að ræða, það er að segja að 2 cm á teikningunni tákna 1 cm í raunveruleikanum.



**4.80** Teiknaðu þríhyrning í mælikvarðanum 1 : 3 sem er eins í laginu og þessi þríhyrningur.

**4.81** Teiknaðu átthyrning í mælikvarðanum 2 : 1 sem er eins í laginu og þessi átthyrningur.

**4.82** Notaðu reglustiku og gráðuboga og teiknaðu myndir í mælikvörðunum sem gefnir eru upp. Myndirnar eiga að vera eins í laginu og myndirnar í a- og b-lið.

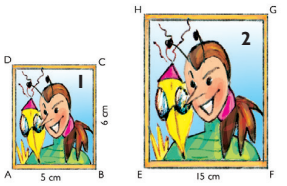
**a** 3 : 1 **b** 2 : 1

120
4 • Rúmfræði

**Sýnidæmi**

Myndirnar 1 og 2 eru einslaga. Hvað er hliðin FG löng?

Við notum hliðarlengdirnar, sem gefnar eru upp, til að segja til um hlutfallið milli þeirra.
Á mynd 1 eru hliðarnar þriðjungur af hliðunum í mynd 2.
Hlutfallið milli myndar 1 og myndar 2 er 1 : 3.

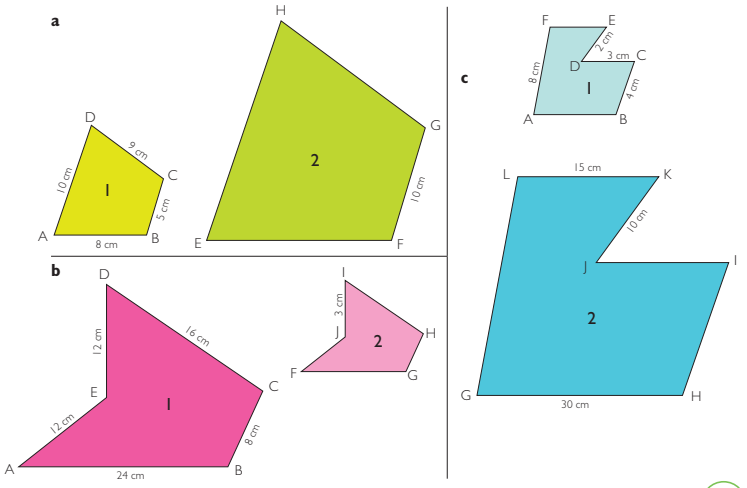



AB = 5 cm, EF = 15 cm
15 : 5 = 3

Hliðarnar í mynd 2 eru þrisvar sinnum lengri en hliðarnar í mynd 1.
Hlutfallið milli myndar 2 og 1 er þá 3 : 1.
BC = 6 cm, FG = ? cm
6 · 3 = 18

FG er 18 cm.

**4.83** Reiknaðu út lengd óþekktu hliðanna í þessum einslaga myndum. Fyrst skaltu finna hlutfallið milli myndar 2 og myndar 1 í hverju verkefni.



Kennari getur sýnt þetta með reitum sem hann teiknar á töfluna.

Breidd stóru myndarinnar er þrisvar sinnum stærri en litlu myndarinnar, þ.e. 3 • 5 = 15. Hæðin er einnig þrisvar sinnum stærri en hæð litlu myndarinnar, þ.e. 3 • 6 = 18.

**Nr. 4.83**

Í hverju verkefni eru tvær einslaga myndir. Nemendur þurfa fyrst að finna mælikvarðann með því að finna samsvarandi hliðarlengdir sem gefnar eru upp á báðum myndunum. Í a-lið eru BC og FG samsvarandi hliðar með uppgefnu máli. Út frá þeim lengdum geta nemendur séð að hlutfallið milli ferhyrnings 2 og 1 er 10 : 5 (eða 2 : 1 sem er sama hlutfallið skrifað á einfaldasta hátt, þ.e. fullstytt). Þegar nemendur hafa fundið hlutfallið geta þeir notað það til að reikna út lengdir óþekktu hliðanna með því að margfalda með 2. Í mynd b er hlutfallið 3 : 12 eða 1 : 4; til að finna tilsvarandi hliðar á mynd 2 þarf nú að deila með 4.

## Auðveldari verkefni

Það getur verið erfitt fyrir nemendur að muna beinlínis hvort um stækkun eða minnkun er að ræða einungis með að horfa á hlutfallið. Minnisregla er í þá veru að fyrri talan á alltaf við teikninguna eða myndina sem nefnd er á undan; síðan kemur „hin raunverulega mynd“ eða myndin sem nefnd er á eftir. Þetta merkir að standi stærri talan á undan hlýtur teikningin/fyrri myndin að vera stækkuð því þá er teikningin stærri en hin raunverulega mynd/ myndin á eftir. Dæmi: hlutfallið milli myndar 2 og myndar 1 er 5 : 1. Mynd 2 er nefnd á undan; þess vegna á fyrri talan við þá mynd. Þetta þýðir að mynd 2 hlýtur að vera stækkuð mynd úr því að stærri talan á við hana.

Verkefni 4.82 getur verið erfitt fyrir einhverja nemendur. Kennari getur búið til einfaldara form sem nemendur stækka. Nota má verkefnablöð 5.140 og 5.141 *(Mælikvarði 1 og 2)* í verkefnahefti Stiku 1b þar sem eru einfaldari myndir.

Það getur reynt nokkuð á færni nemenda að mæla hornin af nákvæmni. Það er hins vegar nauðsynlegt ef þeir eiga að geta búið til eins eða einslaga form. Í verkefni 4.82 getur kennari mælt hornin með nemendum þannig að þeir fái fljótlega rétta stærð á hornunum til að þeir geti byrjað á að búa til einslaga myndir.

## Erfiðari verkefni

### Þrautir með mælikvarða

Sjá verkefnablað 7.53 *(Að teikna nákvæma mynd eftir skissu)*.

**Hugmyndir og athugasemdir**

## Viðfangsefni

- Hlutfallareikningur
- Einslögun
- Mælikvarði

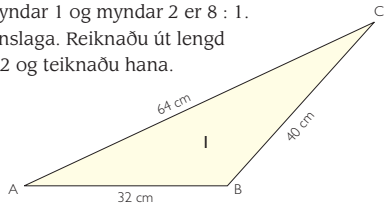
## Búnaður

- Reglustika, hringfari, vasareiknir

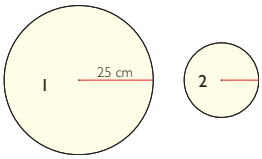
**4.84** Hver er hæð og breidd þessara líkana í raunveruleikanum?

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| Ferrari 430 Scuderia<br>Lengd 250 mm<br>Breidd: 120 mm | Sky Ace<br>Lengd 53 cm<br>Vænghaf 42 cm | NMJ Superline NSB<br>SKD 220C.202<br>Lengd 8,8 cm<br>Hæð 3,9 cm |
| Mælikvarði 1 : 18 | Mælikvarði 1 : 24 | Mælikvarði 1 : 87 |

**4.85** Hlutfallið milli myndar 1 og myndar 2 er 8 : 1. Myndirnar eru einslaga. Reiknaðu út lengd hliðanna í mynd 2 og teiknaðu hana.




**4.86** Hlutfallið milli hrings 1 og hrings 2 er 5 : 1
Hvað er geislinn í hring 2 langur?




**4.87** Hlutfallið milli tveggja hringja er 1 : 3. Geisli hrings 1 er 2,5 cm. Teiknaðu hring 2.

**4.88** **a** Teiknaðu þríhyrninginn ABC þar sem AB = 5 cm, BC = 7 cm og AC = 8 cm.
**b** Teiknaðu þríhyrninginn DEF í mælikvarðanum 1,5 : 1 miðað við þríhyrninginn ABC.

Geturðu þetta?



## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 122

### Nr. 4.84

Nemendur nota mælikvarðann og finna út hve stór ökutækin eru í raunveruleikanum. Þeir þurfa að endurtaka það sem þeir gerðu í verkefnum á fyrri blaðsíðu, þ.e. að margfalda mál líkansins með hlutfallstölunni. Nemendur breyta svörunum í skynsamlegar mælieiningar þannig að Ferrari-bíllinn verði annaðhvort 450 cm eða 4,5 m á lengd og 216 cm eða 2,16 m á breidd.

### Nr. 4.85

Vekja þarf athygli nemenda á að myndin í bókinni er ekki teiknuð í réttri stærð. Nemendur eiga að nota málin sem gefin eru upp. Þeir nota hlutfallið 8 : 1 og reikna út hliðarlengdirnar. Til að teikna mynd 2 er fyrst hægt að teikna eina hliðina og merkja hinar með hringfara með því að teikna boga og finna skurðpunktinn.

### Nr. 4.86

Nemendur finna geislann í hring 2 með því að deila í lengd geislans í mynd 1 með 5.

### Nr. 4.87

Hafa þarf í huga að hlutfallið milli myndar 1 og myndar 2 er 1 : 3. Þar eð þetta er ekki tilgreint sérstaklega í textanum getur hlutfallið verið öfugt, þ.e. 3 : 1. Kennari þarf að taka tillit til þessa þegar hann fer yfir verkefni nemenda. Nemendur teikna hring 2 í réttri stærð. Geislinn verður 3 • 2,5 cm = 7,5 cm.

### Nr. 4.88

Að teikna í mælikvarðanum 1,5 : 1 þýðir stækkun miðað við þríhyrninginn ABC. Þetta merkir að margfalda þarf öll mál þessa þríhyrnings með 1,5 til að finna lengdir þríhyrningsins DEF.

▶ Bls. 123

### Upprifjun

Kennari fer sameiginlega með bekkjardeildinni yfir námsþættina, sem fjallað hefur verið um í þessum kafla, og rifjar jafnframt upp hvaða nýja námsþætti nemendur hafa lært. Gott er ef nemendur geta útskýrt og síðast en ekki síst notað hugtök sem komið hafa við sögu:

- Kennari teiknar nokkur horn á töfluna og nemendur giska á *stærð* þeirra.
- *Grannhorn* og *topphorn*.
- *Hringur, geisli, miðstrengur, þvermál, geiri*. Kennari teiknar nokkra hringi með geirum á töfluna og nemendur giska á *stærð* þeirra í gráðum.
- Nemendur þurfa að geta gert grein fyrir muninum á hugtökunum *eins form* og *einslaga form*.
- Nemendur þurfa að geta útskýrt hvað *mælikvarði* er og hvað það merkir að hlutfall er t.d. 1 : 4 eða þegar það er 3 : 1.

### Auðveldari verkefni

Eðlilegt er að nemendur, sem eiga í erfiðleikum með þessi verkefni, noti vasareikni við erfiðustu margföldunardæmin. Það er ástæðulaust að láta alla vinna verkefni 4.88 þar sem það er tiltölulega erfitt.

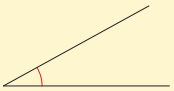
### Erfiðari verkefni

Nemendur rannsaka hlutföllin milli ummáls í hringjunum á verkefni 4.86. Verður það hlutfall einnig 5 : 1?

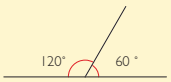
**Horn**

Heilum hring er skipt í 360°.
Hálfur hringur er 180°.
Fjórðungur úr hring er 90°.

*Horn*
- myndast af tveimur strikum sem hafa sameiginlegan upphafspunkt.

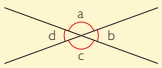


*Grannhorn*
- eru tvö horn hlið við hlið og mynda samtals 180°.




*Topphorn*
- Tvö bein strik eða línur sem skerast mynda alltaf fjögur horn. Tvö horn, sem hafa sameiginlegan oddpunkt og snúa þannig að armar hvors um sig eru beint framhald af örmum hins, kallast topphorn. Topphornin eru alltaf jafn stór.

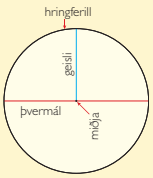
$\angle a = \angle c$ og $\angle b = \angle d$



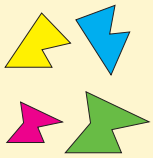

**Hringur**

*Geisli*: Fjarlægðin frá miðju hrings að hringferlinum.

*Þvermál*: Lengd miðstrengsins sem gengur gegnum miðju hrings og tengir saman punkta á ferli hans. Þvermálið er tvöfalt lengra en geislinn.




*Geiri*: Hluti af hringfletinum.



**Eins form og einslaga form, mælikvarði**

*Eins form*: Myndir eða hlutir sem hafa sama form og eru af sömu stærð. Eins form hafa því jafn langar hliðar og jafn stór horn.

*Einslaga form*: Myndir eða hlutir sem hafa sama form en eru mismunandi að stærð. Það þýðir að einslaga form hafa jafn stór horn en hliðarnar eru mislangar.

*Mælikvarði*: Hlutfall milli lengdar hliða í tveimur einslaga formum.



Það er reyndar svo og nemendur geta – með því að teikna fleiri hringi – rannsakað hvort hlutfallið milli ummálanna er ætíð hið sama og milli geislanna.

Hafi nemendur ekki unnið verkefnablað 7.43 og 7.44 *(Ummál hrings 1 og 2)*, þar sem ummál hrings kemur við sögu, hentar það ágætlega nú.

### Mælikvarðaþraut

Hjólbarðaverslun nokkur hefur aðeins eina stærð á hjólbarða, þ.e. 0,75 m í þvermál. Ákveðið er að selja stærri hjólbarða fyrir flutningabíla. Hjólbarðar þessir eru 1,5 m í þvermál.

Verðið á fjórum litlum hjólbörðum er 60 000 kr. Hve mikið kostar einn stór hjólbarði ef verðið eykst í hlutfalli við stærðina?

*Lausn:*
Hlutfallið milli stóru og litlu hjólbarðanna, í sentimetrum, er

150 : 75 = 2.

Verðið á litlu hjólbörðunum í hlutfalli við þá stóru er 1 : 2.

Verðið á einum stórum hjólbarða er þá:

(60 000 : 4) • 2 = 30 000 kr.

## Raunverkefni

### Umferðarskilti

Búnaður: Reglustika, gráðubogi, hringfari, verkefnablað 7.51 *(Umferðarskilti)*.

Á verkefnablaðinu eru myndir af sex skiltum og upplýst er um hve stór þau eru í raunveruleikanum. Nemendur eiga að teikna skiltin í mælikvarðanum sem gefinn er upp. Til að teikna einstök atriði, sem á skiltunum eru, geta nemendur mælt lengdir og reiknað stærð þeirra. Þá verða nemendur að nota málið til að reikna fyrst hinar raunverulegu stærðir. Síðan nota þeir mælikvarðann, sem gefinn er upp, til að finna tilsvarandi mál á teikningunni. Einnig má nota þá aðferð að reikna einungis útlínur skiltisins og teikna síðan smáatriðin eftir augnmáli.

Hvetja má nemendur til að teikna skiltin með þeim tækjum og aðferðum sem kenndar hafa verið fyrr í kaflanum.

### Fuglar og skordýr

Í bókum um fugla, skordýr og annað eru oft myndir þar sem mælikvarðinn er gefinn upp. Gott er að samþætta þetta efni náttúrufræði. Nemendur geta reiknað út raunverulega stærð þessara dýra og þeir geta út frá útreikningunum búið til líkön/teikningar í fullri stærð. Mikilvægt er að muna að öllum lengdum þarf að breyta samkvæmt mælikvarðanum.

### Vinnuteikningar

Nemendur búa til vinnuteikningar af einslaga og (venjulega) minnkuðum myndum í tengslum við verkefni í verklegum greinum. Vinnuteikningar eru stundum ónákvæmar skissur en stundum eru málin mjög nákvæm. Það er tilgangurinn með teikningunum sem ákvarðar hversu nákvæmar þær þurfa að vera. En hvað sem öðru líður þurfa lengdirnar að vera innbyrðis réttar.

**Hugmyndir og athugasemdir**

## Viðfangsefni

- Að mæla horn og reikna út hornastærðir
- Topphorn og grannhorn
- Hornasumma í þríhyrningum og ferhyrningum
- Að þekkja heiti marghyrninga
- Einslögun
- Mælikvarði og hlutfallareikningur

## Búnaður

- Hringfari, reglustika, gráðubogi

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 124 Próf

**Nr. 1**
Nemendur mæla hornin með gráðuboga. Eiginlega er nóg að mæla annað hornið og reikna síðan út stærð hins hornsins.

**Nr. 2**
Nemendur teikna hornin með gráðuboga og reglustiku.

**Nr. 3**
Nemendur reikna út stærð grannhornsins.

**Nr. 4**
Nemendur nota eiginleika topp- og grannhorna og reikna út stærð óþekktu hornanna.

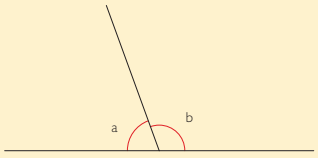
**Nr. 5**
Nemendur teikna með hringfara hringi með þeirri lengd geislanna sem gefin er upp.

**Nr. 6**
Nemendur teikna með hringfara hringi með þvermálinu sem gefið er upp. Auðveldast er að reikna fyrst út lengd geislans en einnig er hægt að teikna miðstrenginn fyrst, finna síðan miðpunkt hans og nota hann sem miðju hringsins.

**Nr. 7**
Nemendur teikna fyrst 80° horn með gráðuboga. Því næst helminga þeir hornið með hringfara.

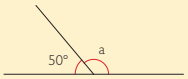
### Próf

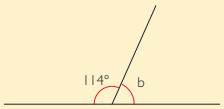
**1** Hvað eru hornin stór? Notaðu gráðuboga.



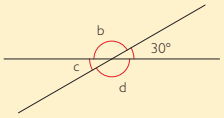

**2** Teiknaðu hornin með gráðuboga.
**a** 45° **b** 130°

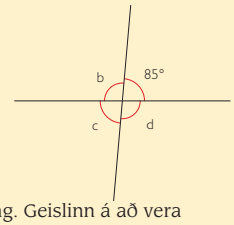
**3** Hve stórt er hitt hornið?




**4** Hve stór eru hornin?




**5** Notaðu hringfara og teiknaðu hring. Geislinn á að vera
**a** 3 cm **b** 6 cm

**6** Notaðu hringfara og teiknaðu hring. Þvermálið á að vera
**a** 8 cm **b** 10 cm

**7** **a** Notaðu gráðuboga og teiknaðu 80° horn.
**b** Notaðu hringfara og helmingaðu hornið.

**8** Teiknaðu jafnarma þríhyrning þar sem AB = 6 cm og hinar tvær hliðarnar eru 10 cm.

**9** Teiknaðu jafnhliða þríhyrning. Hliðarnar eiga að vera 5,5 cm.

124
4 • Rúmfræði

**Nr. 8**
Nota á hringfara til að teikna þríhyrning með málunum sem gefin eru upp. Þeir geta annaðhvort teiknað miðþveril hliðarinnar AB og fundið þannig topphorn þríhyrningsins. Þeir geta einnig fundið topphornið beint með því að teikna hálfhringi eða boga með 10 cm geisla og hafa odd hringbogans í A og svo í B.

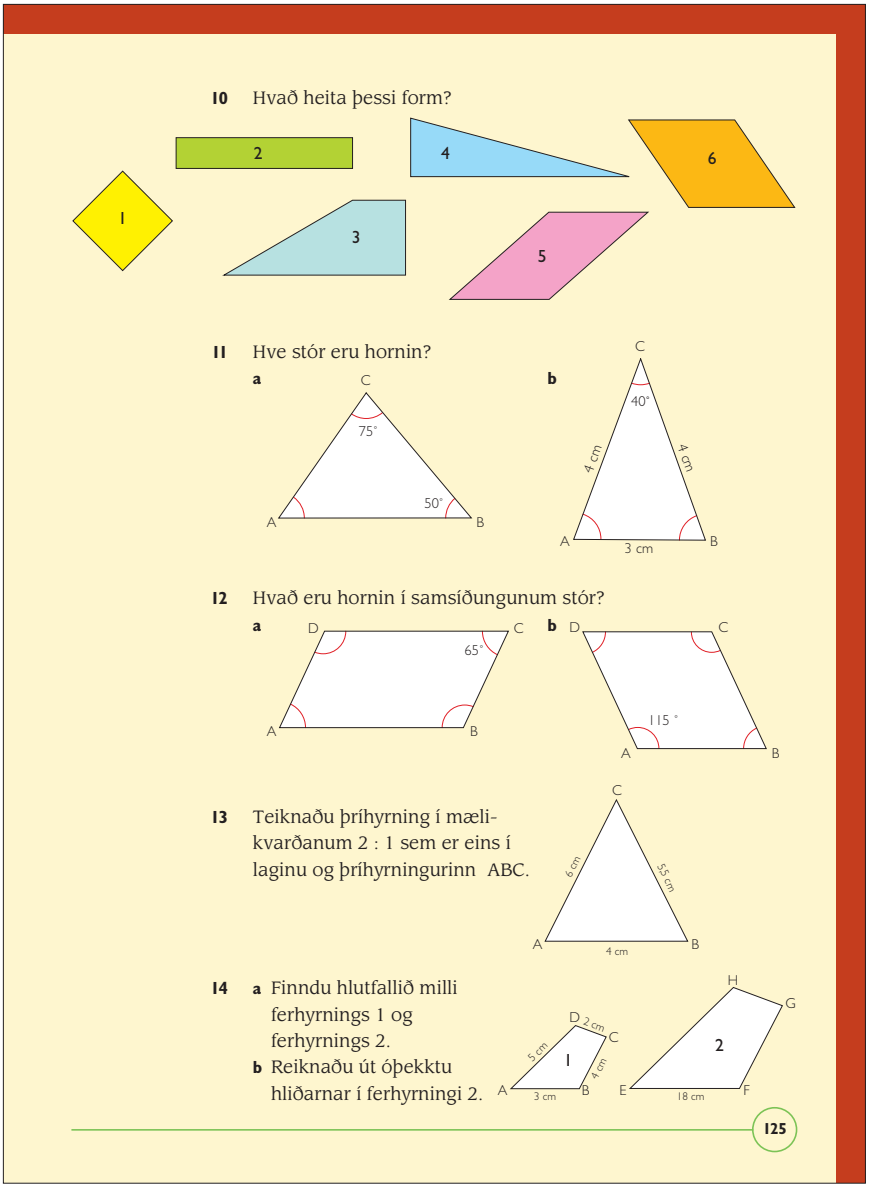
**Nr. 9**
Nemendur nota hringfara og teikna jafnhliða þríhyrning. Allar hliðarnar eiga að vera 5,5 cm.

▶ Bls. 125 Próf (framhald)

**Nr. 10**
Nemendur skrá rétt heiti við formin. Helst eiga þeir að nota *nákvæmustu* heitin þannig að mynd 1 er ferningur (en hann er einnig rétthyrningur, tígull og samsíðungur, ferhyrningur og marghyrningur).

**Nr. 11**
Nemendur reikna út stærðir óþekktu hornanna. Í b-lið þurfa þeir að nota þá staðreynd að þríhyrningurinn er jafnhliða vegna þess að tvær hliðanna eru jafn langar. Þá hljóta ∠A og ∠B að vera jafn stór.

**Nr. 12**
Nemendur reikna út stærðir óþekktu hornanna. Þeir nota þá staðreynd að ferhyrningarnir eru samsíðungar. Það þýðir að tvö gagnstæð horn eru jafn stór og þau tvö horn, sem liggja næst hvort öðru, eru samtals 180°. Ef nemendur átta sig ekki á þessu síðarnefnda geta þeir hugsað þannig: Í a-lið: Tvö horn eru 65°, samtals 130°. Þar sem hornasumma ferhyrnings eru 360° eru 360° – 130° = 230° eftir handa gleiðu hornunum tveimur sem eru jafn stór. Þá er hvort þeirra 230° : 2 = 115° að stærð.




**Nr. 13**

Nemendur teikna með hringfara þríhyrning sem er eins í laginu og þríhyrningurinn ABC. Þeir eiga að stækka hann í mælikvarðanum 2 : 1. Þeir reikna fyrst út hverjar hliðarlengdirnar eiga að vera. Þeir ráða sjálfir hvort þeir mæla hornin þegar þeir teikna þríhyrninginn. Það er ekki nauðsynlegt þar sem nemendur geta byrjað á að teikna hliðina AB = 8 cm og því næst draga hálfhring eða boga frá A með 12 cm geisla og annan frá B með 11 cm geisla. Hálfhringirnir munu skerast í punktinum C.

**Nr. 14**

Ferhyrningarnir tveir eru einslaga. Þar sem lengdir tveggja samsvarandi hliða, AB og EF, eru gefnar, má nota það til að finna hlutfallið milli þríhyrninganna en það er 3 : 18. Ef það er skráð á einfaldasta hátt (fullstytt) er það 1 : 6. Nemendur nota síðan hlutfallið til að reikna út lengdir hinna hliðanna í mynd 2.

## Auðveldari verkefni

Ef nemendur eiga erfitt með að leysa prófið er rétt að þeir snúi sér að æfingasíðu 1 á bls. 126. Þaðan geta þeir byrjað á æfingaheftinu, þ.e. þeim blaðsíðum sem vísað er til, ellegar unnið æfingasíðu 2 á bls. 127.
Ef nemendur glíma við sértæk vandamál í prófinu, til dæmis í verkefnum, þar sem hringir koma við sögu, er rétt að kennari fletti aftur upp á þeim blaðsíðum í kennarabókinni þar sem fjallað er um þessi atriði. Þar má fá ábendingar um verkefni handa nemendum sem geta skerpt skilning þeirra á þeim. Einnig má finna í verkefnahefti blaðsíður með þessu efni og þá er rétt að láta nemendur vinna þær sérstaklega.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

Nemendur, sem ráða vel við prófið, geta farið strax á æfingasíðu 2 og síðuna Geturðu þetta? eða unnið blaðsíður í æfingaheftinu. Auk þess má benda á *Erfiðari verkefni* og *Raunverkefni* fyrr í þessum kafla.

### Veiða marghyrninga (spil)

Búnaður: Verkefnablað 6.67a–b í verkefnahefti Stiku 2a.

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hvert par klippir út alla 20 marghyrningana á verkefnablaði 6.67b og þarf jafnframt á að halda verkefnablaði 6.67a; þar eru leikreglur og spilaskífurnar tvær sem nota þarf. Spilaskífurnar eru notaðar þannig að bréfaklemmu, sem haldið er í miðju skífunnar með blýantsoddi, er snúið kringum blýantinn.

*Leikreglur:*

Leikmenn fara þannig að til skiptis:

- Snúa bréfaklemmunum á báðum spilaskífunum.
- Taka/veiða alla marghyrninga sem uppfylla skilyrði sem sett eru á spilaskífunum, og setja þá í eigin bunka.
- Ef önnur bréfaklemman lendir á „STELDU!“ á leikmaður að velja skilyrði á báðum spilaskífunum og hrifsa til sín frá andstæðingnum alla marghyrninga sem uppfylla bæði skilyrðin.
- Ef önnur spilaskífan sýnir „VELDU!“ velur leikmaðurinn sjálfur einhver skilyrðanna sjö sem eru á þeirri spilaskífu.
- Yfirsjáist leikmanni einhverjir marghyrningar fær andstæðingurinn þá.
- Geti leikmaður ekki tekið neinn marghyrning má hann snúa bréfaklemmunni á annarri spilaskífunni aftur. Geti hans samt sem áður ekki tekið neinn marghyrning situr hann hjá í þeirri umferð.

Ef leikmaður tekur marghyrning, sem uppfyllir ekki skilyrði beggja spilaskífanna, er honum komið aftur fyrir á milli leikmanna.

Þannig halda leikmenn áfram að leika til skiptis þar til tveir eða færri marghyrningar eru eftir. Sá vinnur sem hefur veitt fleiri marghyrninga.

## Viðfangsefni

- Að teikna og mæla horn
- Að reikna út stærð horna út frá grannhornum og hornasummu marghyrninga
- Eins form og einslaga form

## Búnaður

- Reglustika, gráðubogi, hringfari

## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 126 Æfingasíða 1

**Nr. 4.89**
Nemendur mæla hornin með gráðuboga.

**Nr. 4.90**
Nemendur teikna hornin með gráðuboga og reglustiku.

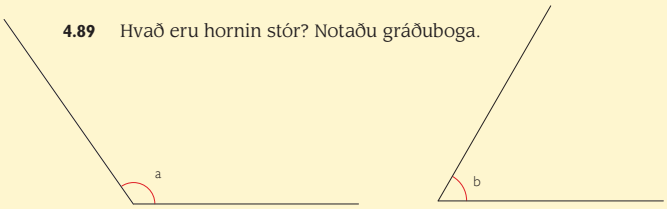
**Nr. 4.91**
Til að reikna út stærð hornanna nota nemendur þá staðreynd að grannhorn eru samtals 180°. Gott er að þeir gangi úr skugga um að málin séu rétt með því að mæla með gráðuboga.

**Nr. 4.92**
Nemendur giska á stærð hornanna í hverjum þríhyrningi og tengja hann við réttar hornastærðir í töflunni. Fyrst giska þeir á hvaða þríhyrningar passa við hvaða línu í töflunni og mæla síðan hornin til að athuga hvort ágiskunin var rétt.

**Nr. 4.93**
Til að reikna út ∠B í a- lið nota nemendur þá staðreynd að hornasumma þríhyrnings er 180°. Í b-lið nota nemendur þekkingu sína á eiginleikum samsíðunga til að reikna út óþekktu hornin. Mótlæg horn eru jafn stór og tvö horn, sem liggja næst hvort öðru, eru samtals 180°. Ef nemendur átta sig ekki á þessu síðastnefnda geta þau hugsað þannig: Tvö gagnstæð horn eru jafn stór Þá eru uppgefnu hornin samtals 230°. Þar sem hornasumma ferhyrnings er 360° eru 360°– 230°= 130° eftir handa hvössu hornunum tveimur sem eru jafn stór. Þá er hvort þeirra 130° : 2 = 65° að stærð.

Æfingasíða 1

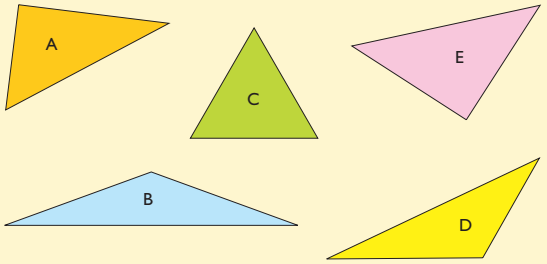
**4.89** Hvað eru hornin stór? Notaðu gráðuboga.




**4.90** Teiknaðu hornin með gráðuboga.
**a** 70° **b** 130° **c** 85°

**4.91** Hvað er hitt hornið stórt?

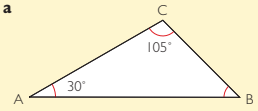
**4.92** Hvaða þríhyrningar passa við hornin sem sýnd eru í töflunni? Tengdu saman bókstafi og númer.



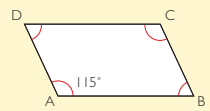

| | |
|---|---|
| 1 | 60°, 60°, 60° |
| 2 | 35°, 90°, 55° |
| 3 | 20°, 20°, 140° |
| 4 | 45°, 90°, 45° |
| 5 | 35°, 120°, 25° |

**4.93** Hvað eru hornin stór?

**a**




**b**






▶ Bls. 127 Æfingasíða 2

**Nr. 4.94**
Nemendur teikna ferhyrning sem er eins og ferhyrningurinn í nemendabók og nota til þess reglustiku og gráðuboga. Síðan teikna þeir annan sem hefur sömu lögun, þ.e. sem hefur jafn stór horn en hliðarnar eru stækkaðar. Nemendur þurfa fyrst að finna með hvaða þætti hliðarnar hafa verið margfaldaðar (stækkaðar). Gefið er að hliðin EH er 6,8 cm; því á að stækka nýja ferhyrninginn í hlutföllunum 2 : 1.

**Nr. 4.95**
Nemendur teikna þríhyrning eftir uppgefnum málum. Þeir nota hringfara og reglustiku. Auðveldast er að byrja á að teikna hliðina AB = 4 cm. Síðan teikna þeir boga með 3 cm geisla og láta oddinn á hringfaranum í A og því næst annan boga með 7 cm geisla með oddinn í B. Þessir tveir bogar skerast í C.

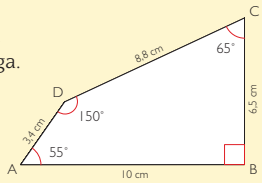
Þar næst teikna nemendur þríhyrning 2 og 3 á sama hátt eftir uppgefnum málum.

Nemendur mæla nú hornin í öllum þríhyrningunum og skrá niðurstöðurnar í töflu.

Í d-lið eiga nemendur að bera saman horn og hliðar. Þá munu þeir sjá að um er að ræða einslaga þríhyrninga. Ástæðan er sú að allar hliðarnar hafa verið margfaldaðar með sama þættinum.

**Nr. 4.96**
Nemendur kanna hvor ferhyrningurinn B eða C hafi sömu lögun og A. Kennari gætir þess að nemendur geri þetta á eigin spýtur og biður þá að rökstyðja lausnir sínar. Rökstuðningurinn getur falist í að hliðarnar hafi verið margfaldaðar með sama þættinum eða að nemendur hafi mælt hornin og komist að raun um að samsvarandi horn séu jafn stór.

**4.94** **a** Teiknaðu ferhyrning sem er eins og ferhyrningurinn ABCD. Notaðu reglustiku og gráðuboga.
**b** Teiknaðu ferhyrninginn EFGH sem er eins í laginu og ferhyrningurinn ABCD. Hliðin EH á að vera 6,8 cm.

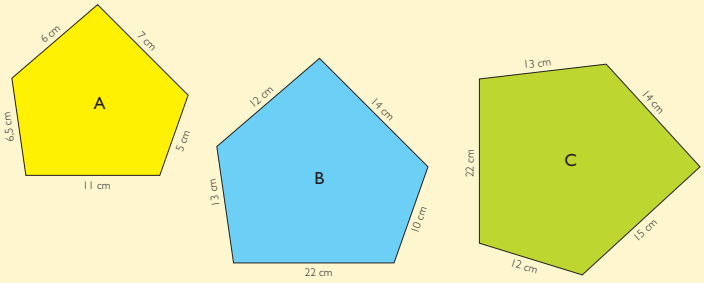



**4.95** **a** Teiknaðu þríhyrning 1 þar sem AB = 5 cm, BC = 3 cm og AC = 7 cm. Notaðu hringfara og reglustiku. Mældu hornin með gráðuboga og fylltu inn í töfluna.

| | AB | BC | AC | ∠A | ∠B | ∠C |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Þríhyrningur 1 | | | | | | |
| Þríhyrningur 2 | | | | | | |
| Þríhyrningur 3 | | | | | | |

**b** Teiknaðu þríhyrning 2 þar sem AB = 7,5 cm, BC = 4,5 cm og AC = 10,5 cm. Mældu hornin og fylltu inn í töfluna.
**c** Teiknaðu þríhyrning 3 þar sem AB = 12,5 cm, BC = 7,5 cm og AC = 17,5 cm. Mældu hornin og fylltu inn í töfluna.
**d** Berðu saman þríhyrningana þrjá. Berðu fyrst saman hliðarnar, hverja fyrir sig, og síðan hornin, hvert fyrir sig. Hvað kemur í ljós?

**4.96** Hvor ferhyrningurinn B eða C er eins í laginu og ferhyrningurinn A?




ÆFINGAHEFTI 3a BLS. 62– 67



## Auðveldari verkefni

Nemendur, sem eiga í basli með að vinna æfingasíðu 1 og æfingasíðu 2, þurfa að fást við auðveldari verkefni í þeirri vinnu sem fram undan er þannig að tryggt sé að grundvallarskilningur þeirra á hornum og rúmfræðiformum sé til staðar.

### Meiri verkefni um horn

Á verkefnablöðum 5.123–5.125 *(Hvöss, gleið og hvöss horn 1–3)* er meiri þjálfun að fá í að þekkja hvöss, gleið og rétt horn.

Á verkefnablöðum 5.126 og 5.127 *(Hornamælingar með gráðuboga 1* og *2)* eru fleiri verkefni þar sem mæla skal horn.

Á verkefnablaði 5.128 *(Teikna hinn arm hornsins)* eiga nemendur að teikna horn þar sem stærðin er gefin. Þeir þurfa ekki á gráðuboga að halda þar sem þrír valmöguleikar eru gefnir sem nemendur eiga að velja úr. Tilgangurinn er að nemendur geti giskað á stærð hinna mismunandi horna.

Á verkefnablaði 5.129 *(Reikna hornastærð)* eru fleiri verkefni með þjálfun í að finna stærð grannhorns.

Öll ofangreind verkefnablöð eru í verkefnahefti Stiku 1a.

### Draga strik í rétta mynd

Á verkefnablöðum 5.90 *(Form og heiti)* í verkefnahefti Stiku 1a og 6.66 *(Tvívíð form)* í verkefnahefti Stiku 2a eiga nemendur að bera kennsl á form og draga strik í rétt heiti þeirra.

### Eiginleikar ferhyrninga með sérstök heiti

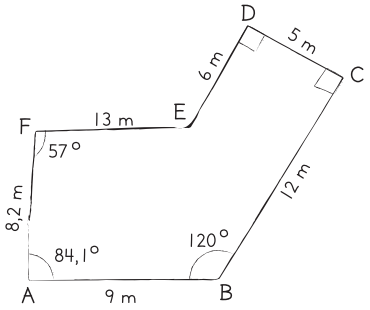
Á verkefnablöðum 5.94 og 5.95 *(Eiginleikar tvívíðra forma 1* og *2)* í verkefnahefti Stiku 1a, svo og 6.67a–b *(SPIL Veiða marghyrninga* og *Marghyrningar með spilinu Veiða marghyrninga)* í verkefnahefti Stiku 2a greina nemendur ferhyrninga og nefna heiti þeirra með hliðsjón af sérstökum eiginleikum þeirra og einkennum t.d. samsíða strikum, hornum og hliðarlengdum.

## Erfiðari verkefni og raunverkefni

### Nákvæm teikning eftir skissu

Andrés ætlar að smíða sólpall. Hann notar hvert tækifæri til að leggja á ráðin um hvernig sólpallurinn eigi að líta út. Kvöld nokkur gat hann ekki sofnað og sá þá fyrir sér hvernig sólpallurinn ætti að vera.
*Einmitt svona* á hann að vera!
Hann greip blýant og pappír og teiknaði í snarhasti skissu af sólpallinum.

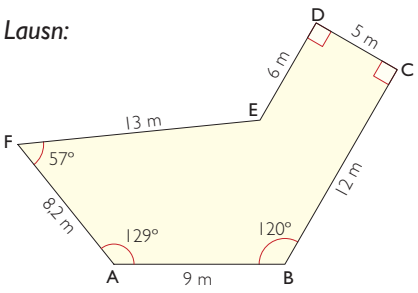
Hér sést skissan.




Kennari getur teiknað svipaða skissu á töfluna. Hún þarf ekki að vera alveg eins og þessi en málin verða að vera rétt.

Síðan teikna nemendur nákvæmt líkan af sólpallinum þar sem allar lengdir og stærð horna verða að passa. Nemendur teikna myndina í mælikvarðanum 1 : 100, þ.e.a.s. 1 cm á teikningu nemenda táknar 100 cm í raunveruleikanum. Þetta verkefni má einnig fá á verkefnablaði 7.53 *(Nákvæm teikning eftir skissu)*.

*Lausn:*

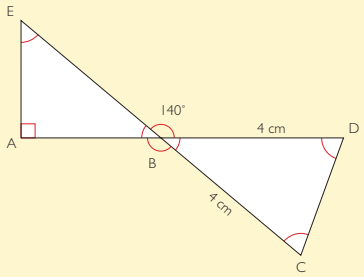


## Viðfangsefni

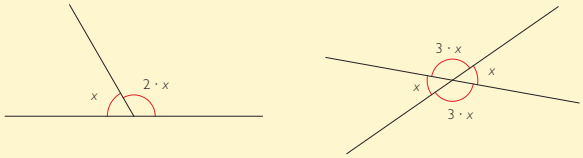
- Að reikna út stærð horna út frá topphornum, grannhornum og hornasummu marghyrninga

Geturðu þetta?

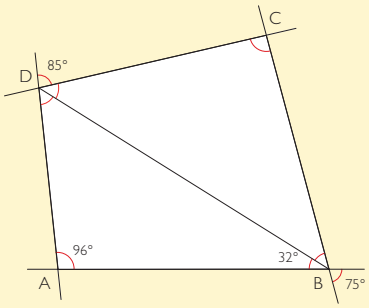
**4.97** Reiknaðu út stærð óþekktu hornanna.




**4.98** Hvað eru hornin stór?




**4.99** Skráðu heiti og stærð óþekktu hornanna.






## Kennsluleiðbeiningar

▶ Bls. 128 Geturðu þetta?

Nemendur reikna út stærð óþekktu hornanna. Þeir þurfa að reikna út frá uppgefnum málum en ekki liggur í augum uppi í hvaða röð hægt er að reikna hornastærðirnar. Nemendur velta vöngum yfir þessu á eigin spýtur; þeir geta einnig unnið saman í pörum eða litlum hópum. Kennari gætir þess að halda sig til hlés og hjálpa nemendum ekki um of í byrjun!

### Nr. 4.97

Stærð hornanna í þríhyrningnum ABC má reikna með því að ganga út frá að ∠A er 90° og ∠B er 40° (vegna þess að það er grannhorn hornsins sem er 140°). Þar með hlýtur ∠E að vera 180° – 90° – 40° = 50°.

Því næst geta nemendur reiknað út hornin í þríhyrningnum BCD með því að nota þá staðreynd að hann er jafnarma og að nú þegar er vitað að ∠B er 40°.

### Nr. 4.98

Nemendur reikna gildi x. Í a-lið er best að skipta hinu beina striki (180°) í þrjá hluta. Þá er x = 60° og 2x = 120°.

Í b-lið skal beina strikinu skipt í fjóra hluta þannig að x hlýtur að vera 45° (180° : 4). Þá er 3x = 135°.

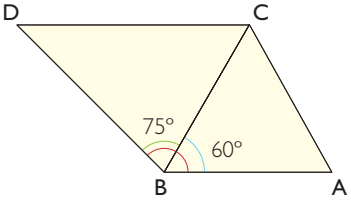
### Nr. 4.99

Nemendur reikna út stærð óþekktu hornanna út frá þeim upplýsingum sem gefnar eru.

## Erfiðari verkefni

### Heiti horna

Þegar fleiri en eitt horn eiga sama upphafspunkt er ekki hægt að nota einn bókstaf til að merkja hornið. Þá er horni gefið heiti með því að nota bókstafi strikanna. Bókstafurinn í upphafspunktinum, þar sem strikin mætast, er látinn vera í miðjunni.




∠A**B**C = 60°.
∠C**B**D = 75
∠A**B**D°= 135°

Á verkefnablaði 7.54a–b *(Heiti horna 1–2)* eru fleiri verkefni þar sem tilgreina á heiti horna.

### Þrautir með hornum

Á verkefnablöðum 7.40 og 7.55 *(Stærð horna 1 og 2)* eru fleiri, samsett og erfiðari verkefni sem ganga út á að finna óþekkt horn. Þar þurfa nemendur að nota þekkingu sína á grannhornum, topphornum og hornasummum. Á síðarnefnda verkefnablaðinu þurfa nemendur einnig að geta tilgreint heiti horna. Þess vegna er best að þeir vinni fyrst verkefnablað 7.40.

## Raunverkefni

### Samvinnuverkefni um horn og eiginleika þríhyrninga

Búnaður: 12 verkefnaspjöld, sjá verkefnablöð 7.48a–d *(Samvinnuverkefni um horn og eiginleika þríhyrninga, Spjöld fyrir samvinnuverkefni 1–3)*.

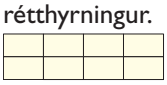
Um er að ræða samvinnuverkefni sem er góð mælistika á hvað nemendur hafa tileinkað sér varð-

andi útreikninga á hornastærðum og hornasummum. Til að geta unnið þessi verkefna þurfa þeir að hafa þekkingu á eiginleikum og einkennum mismunandi þríhyrninga, svo og á hornasummum, grannhornum og topphornum.

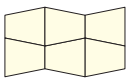
**Flísalagnir**

Búnaður: Þykkur pappír, skæri, límband, reglustika.

Flísalagnir fela í sér að fylla flöt með sams konar formum þannig að flöturinn þekist alveg. Það má því hvorki vera bil á milli formanna né að þau skarist. Formin eiga sem sagt að vera eins og þeim þarf að vera hægt að raða þannig að þau þeki flötinn eins og um púsluspil sé að ræða. Einfalt form í flísalögnum er rétthyrningur.

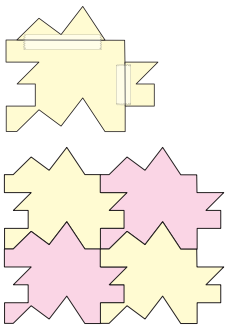


Hægt er að flísaleggja með öllum ferhyrningum. Nemendur geta prófað þetta sjálfir. Þeir klippa út 12 eins, óreglulega ferhyrninga. Er hægt að raða þeim þannig að þeir hylji flötinn alveg? Óreglulegum ferhyrningum má snúa og hvolfa til að þeir þeki flötinn.



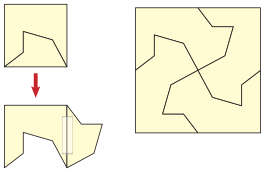
Nemendur geta einnig kannað hvort hægt er að „flísaleggja“ með þríhyrningum. Það er hægt með sexhyrningum en ekki fimmhyrningum.

Með flutningum geta nemendur búið til flóknari form sem einnig er hægt að flísaleggja með. Með því að ganga út frá rétthyrningi (reyndar er einnig hægt að nota önnur form) má klippa bút úr einni hliðinni og líma hann á gagnstæðu hliðina. Þess þarf að gæta að búturinn liggi nákvæmlega þannig að brún sé við brún. Einnig þarf að gæta þess að búturinn sé límdur nákvæmlega jafn langt frá horninu og því horni á gagnstæðu hliðinni þar sem hann var klipptur út. Þetta má einnig gera á hinum hliðunum, þ.e. flytja bútinn yfir á gagnstæða hlið og líma hann þar.



Með slíku sniði búa nemendur til margar myndir með sama formi, til dæmis með því að teikna kringum sniðið á blöð í mismunandi litum. Síðan klippa þeir formin út og búa til mynd með því að púsla þeim saman.

Einnig má klippa út form og líma það á aðliggjandi hlið:



Síðan má búa til ferninga með því að raða saman fjórum slíkum forum og skreyta.

**Hugmyndir og athugasemdir**

## Ljósritunarblöð

1 Talnalínur

2 Tómt línurit

3 Tóm skífurit

4 Hundraðreitatöflur

5 Hundraðtöflur

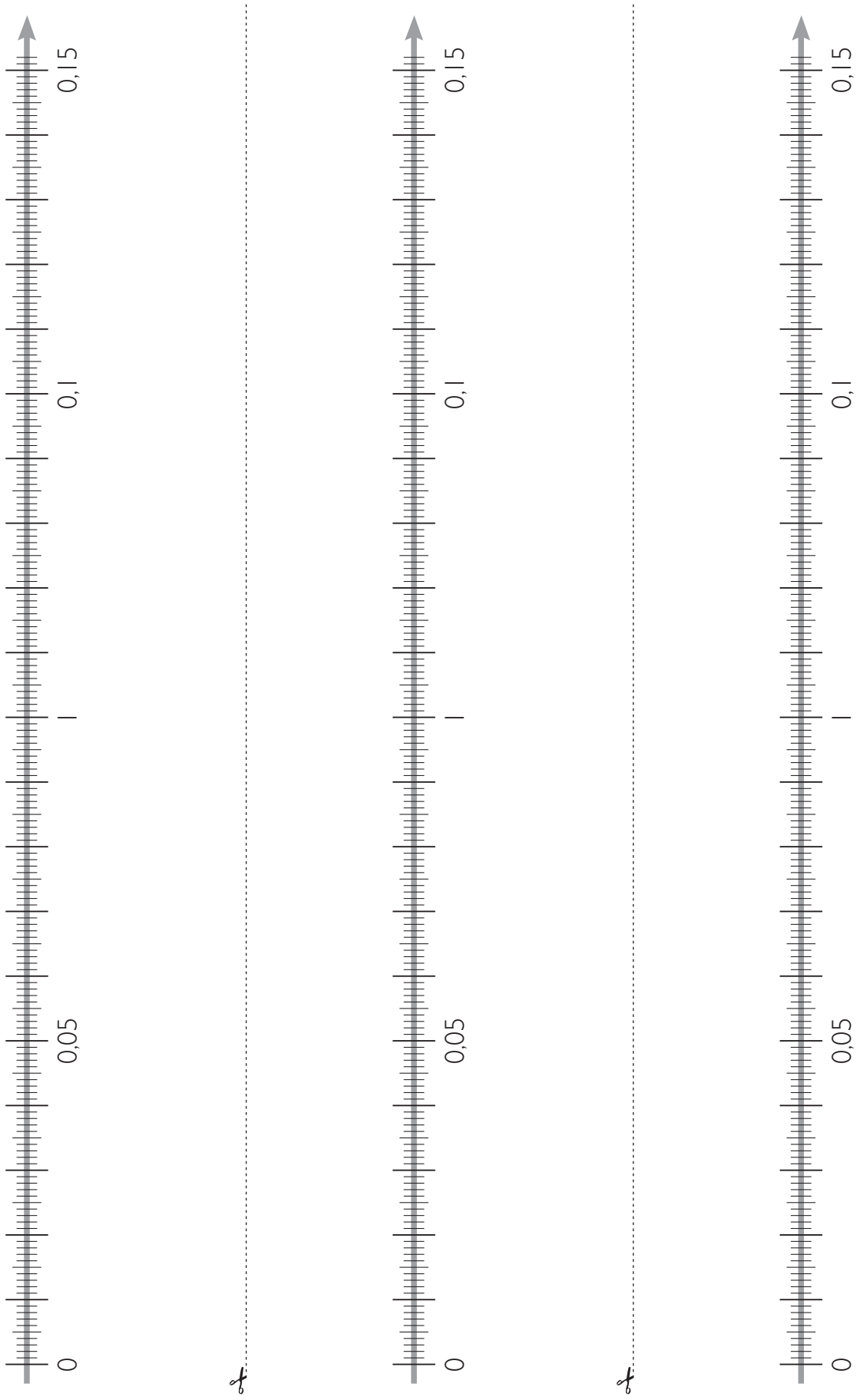
6 SPIL Fjórir í röð

7 Ferningur og þríhyrningur

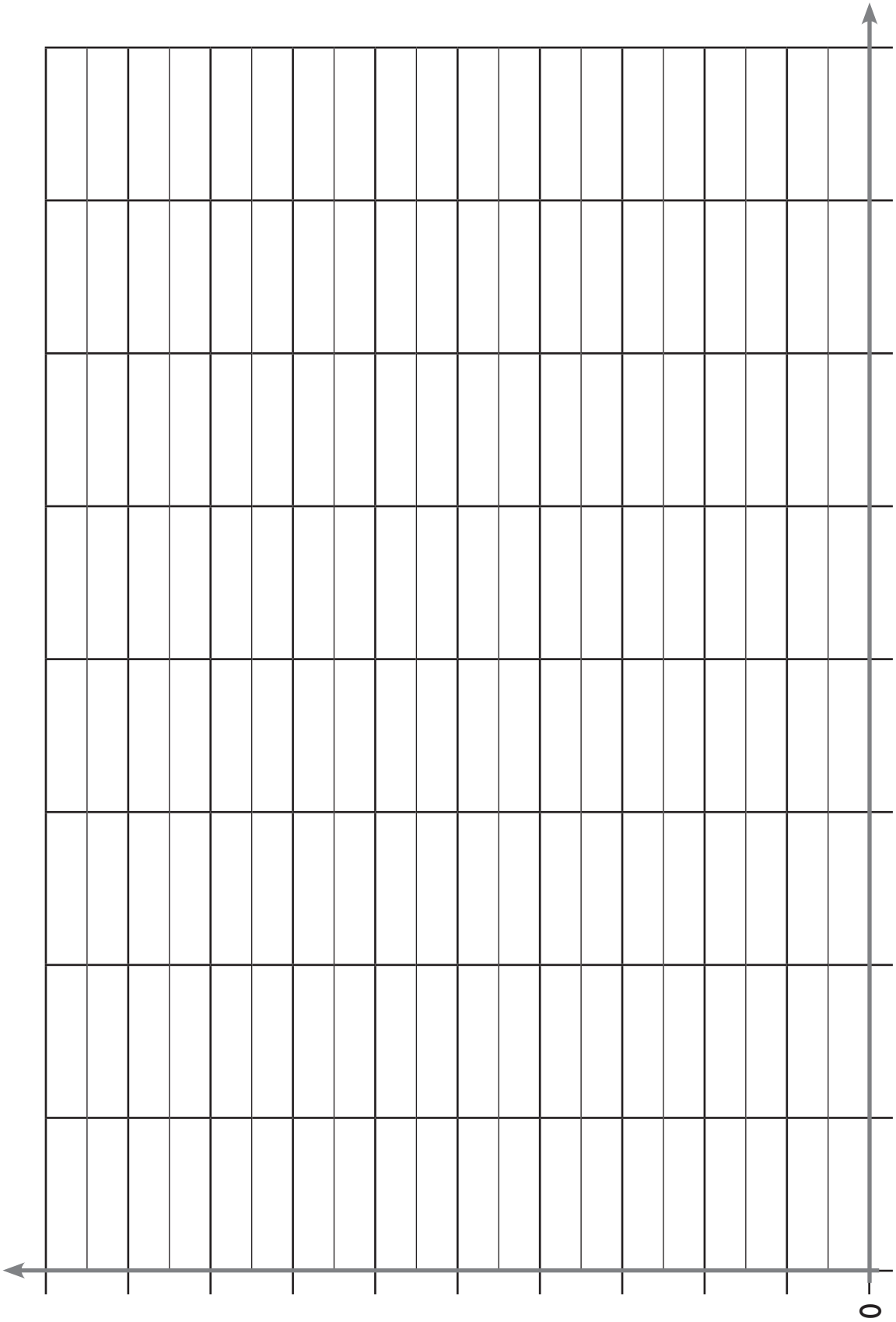
8 Afrit af myndum á bls. 111 í nemendabók 3A

## Til minnis

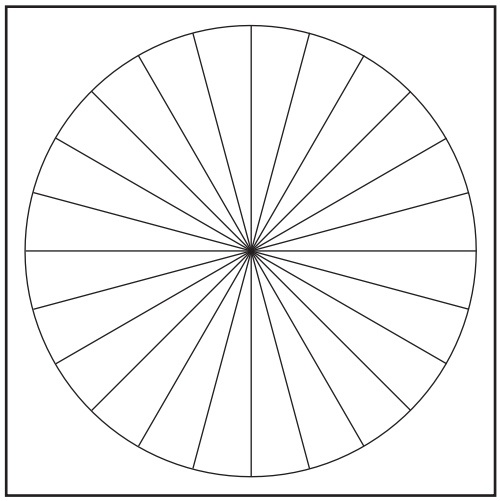
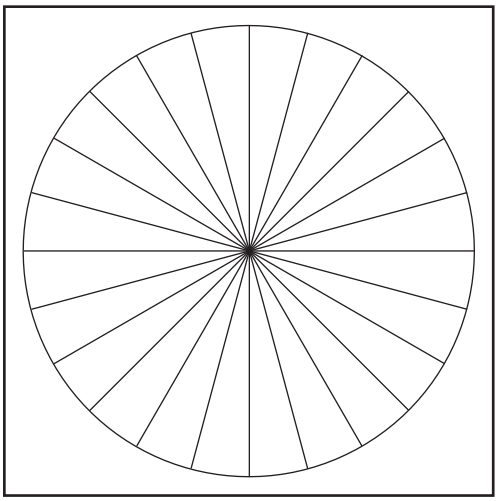
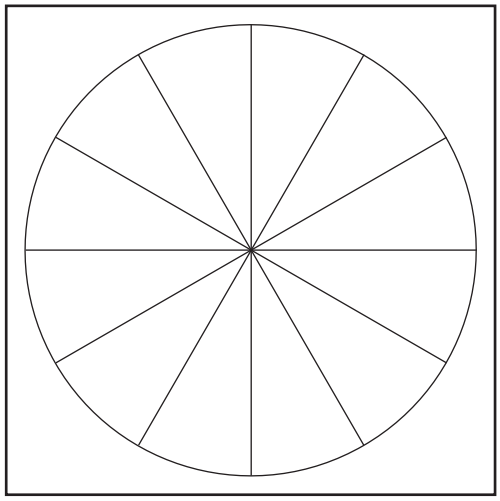
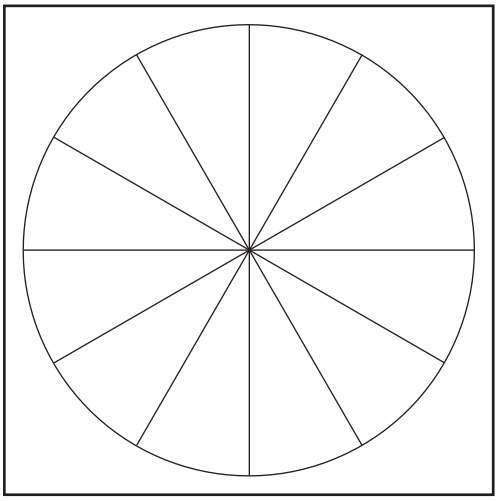
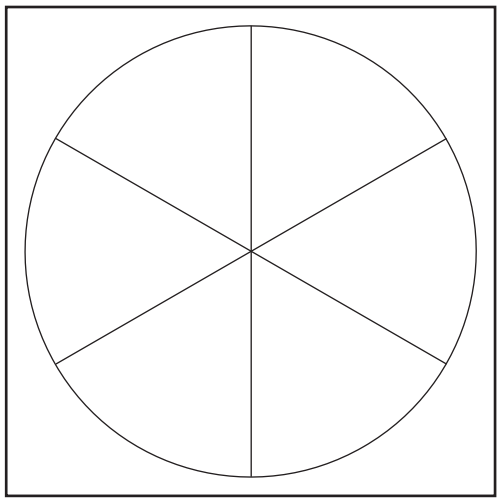
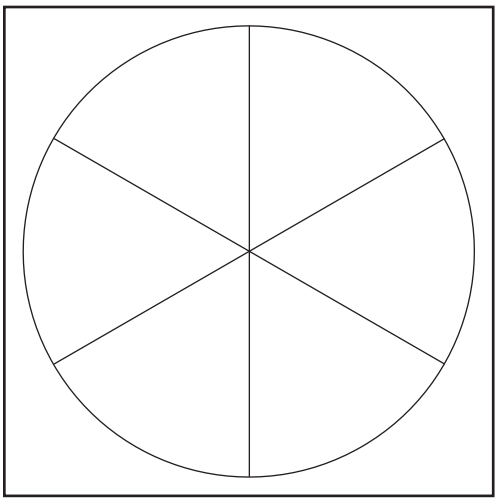
# Talnalínur



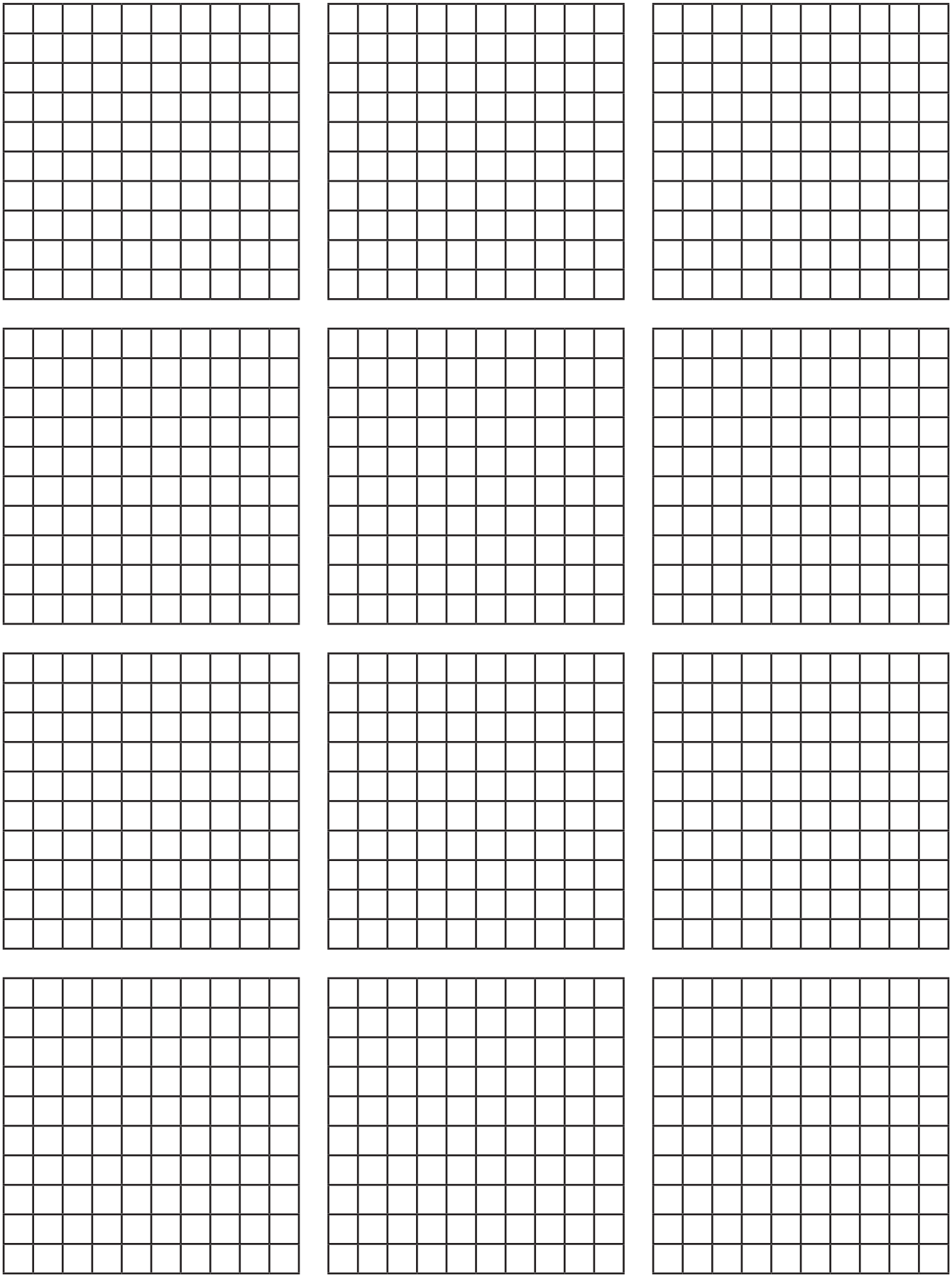
# Tómt línurit



# Tóm skífurit

# Hundraðreitatöflur



# Hundraðtöflur

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |


| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |


*Stika 3a Kennarabók*

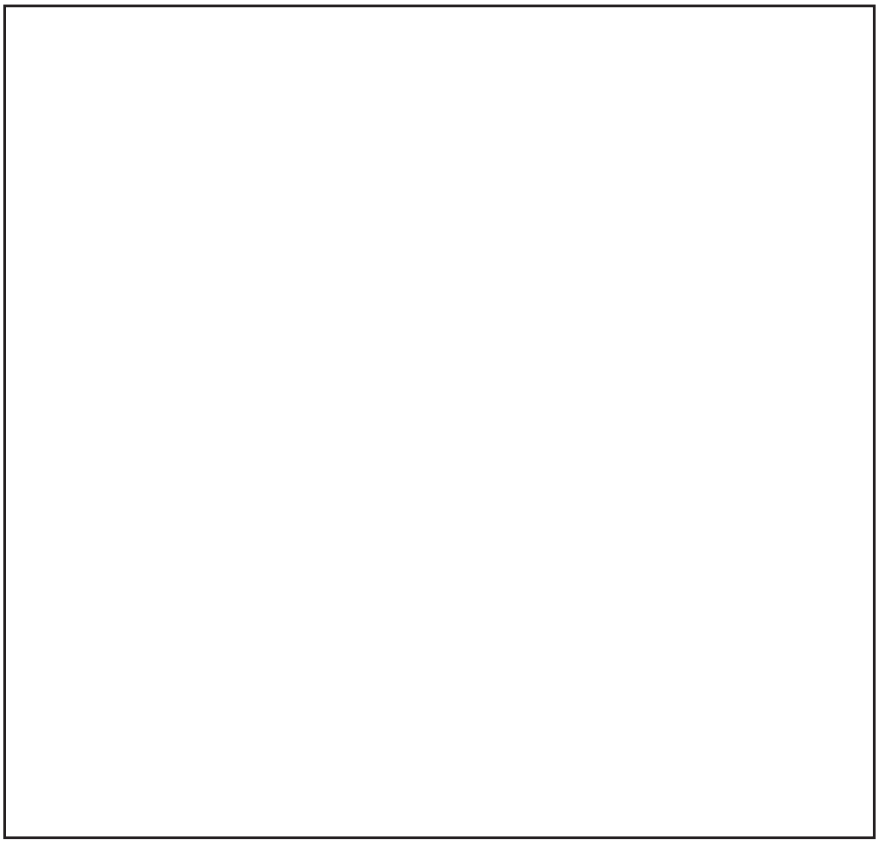
# SPIL Fjórir í röð

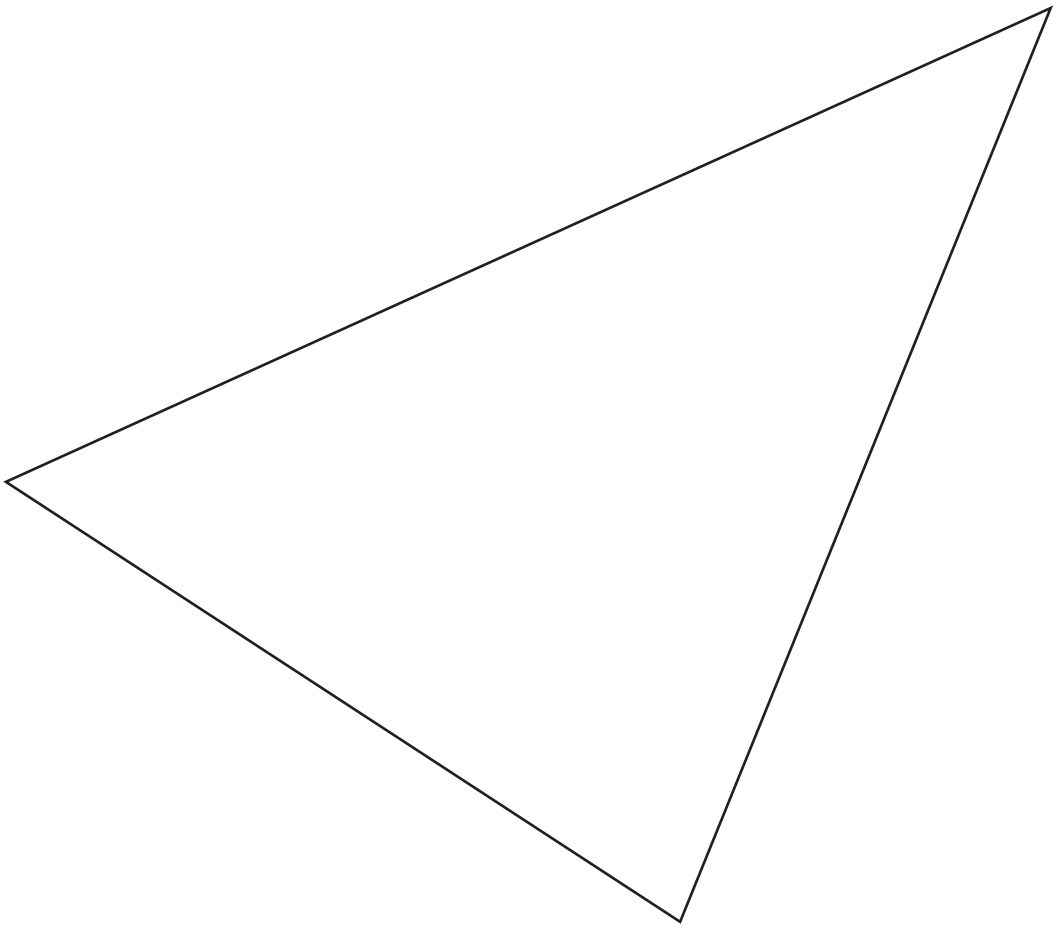
Leikreglur:
Veljið tvær tölur í litla ferningnum. Notið vasareikni og margfaldið tölurnar saman. Ekki má skipta út tölu þegar búið er að velja tölur úr litla ferningnum. Finnið svarið við margföldunardæminu í stóra ferningnum. Ef sá reitur er laus leggur leikmaðurinn spilapening sinn á reitinn. Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá reiti í röð.

| | | |
|---|---|---|
| 0,8 | 0,5 | 0,03 |
| 2,5 | 0,2 | 4 |
| 0,1 | 1,5 | 6 |

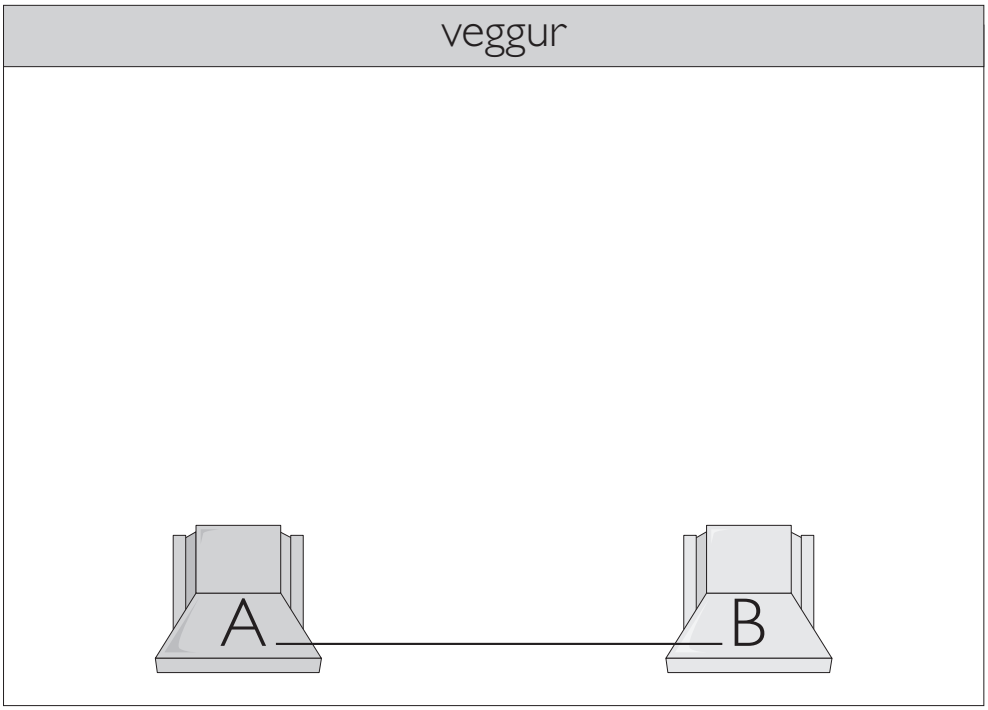
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,12 | 0,003 | 0,08 | 0,024 | 0,25 | 0,1 |
| 0,8 | 0,75 | 0,3 | 6 | 0,006 | 0,6 |
| 0,015 | 3 | 15 | 24 | 9 | 2 |
| 0,4 | 0,05 | 4,8 | 3,75 | 1,2 | 0,045 |
| 1,2 | 2 | 10 | 0,16 | 0,15 | 3,2 |
| 0,075 | 0,18 | 0,02 | 1,25 | 0,5 | 0,4 |

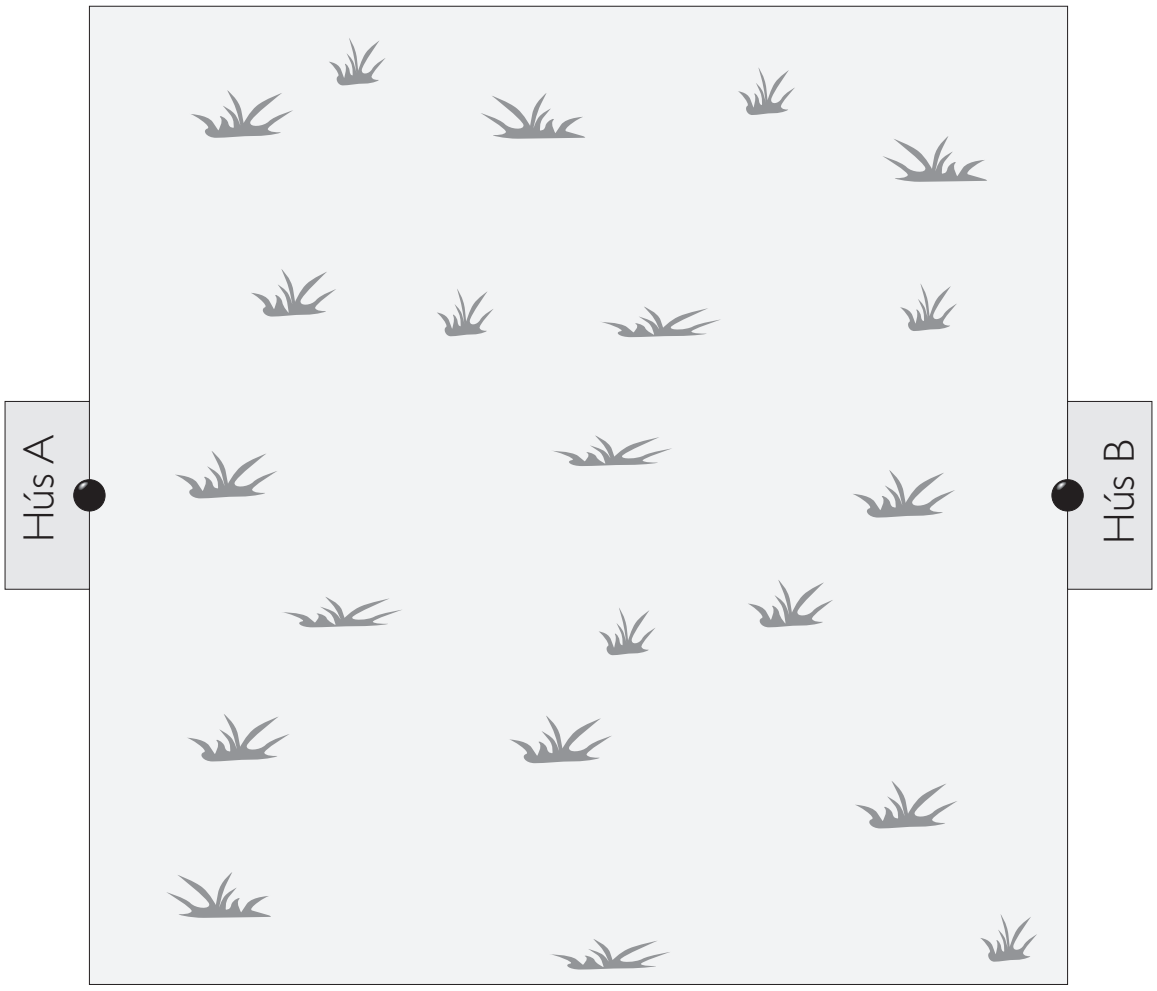
# Ferningur og þríhyrningur





# Afrit af myndum á bls. 111



**Til minnis**

**Til minnis**

**Stika 3a**
Kennarabók
ISBN 978-9979-0-1676-2

© Gyldendal Norsk Forlag AS 2008
Heiti á frummálinu: *Multi 7a Lærerens bok*
1. útgáfa

Ritstjóri norsku útgáfunnar: Thor–Atle Refsdal

Hönnun: Heidi Larsen
Kápuhönnun: Hanne Dahl
Mynd á forsíðu: Børre Holth og Carsten Seiler
© ljósmynd á forsíðu: Svein Grønvold/NN/Samfoto

© 2013 Bjørnar Alseth, Gunnar Nordberg, Mona Røsseland
© 2013 teikningar: Anne Tryti
© 2013 stærðfræðiteikningar: Børre Holth
© 2013 ljósmyndir: Carsten Seiler (bls. 101) Mona Røsseland (bls. 59)

© 2013 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Hafdís Finnbogadóttir

Öll réttindi áskilin
1. útgáfa 2013
2. útgáfa rafræn 2019
Menntamálastofnun
Kópavogi

Umbrot: Námsgagnastofnun
Prentvinnsla: Ísafoldarprentsmiðja ehf. – Umhverfisvottuð prentsmiðja

Þeim sem lásu yfir handrit og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð eru færðar bestu þakkir. Bók þessa má eigi afrita með neinum hætti, svo sem með ljósmyndun, prentun, hljóðritun eða á annan sambærilegan hátt, að hluta til eða í heild, án skriflegs leyfis höfunda, þýðanda og útgefanda.

# Stika Stærðfræði fyrir grunnskóla

**Stika** býður upp á sveigjanleika í stærðfræðikennslunni með því að gefa kennurum möguleika á að nota mismunandi kennsluaðferðir. STIKA felur í sér örvandi, innihaldsríkan og skemmtilegan leiðarvísi til stærðfræðinnar.

Áhersla er lögð á:
- Hagnýt, fjölbreytileg verkefni þar sem tækifæri gefast til að rannsaka og skapa.
- Einstaklingsmiðað nám sem felur jafnframt í sér sameiginlega námsreynslu nemendahópsins.
- Örugga framvindu námsins og skýr fagleg markmið í samræmi við námskrá.

Megineinkenni **Stiku**:
- Tengir saman fræðilega umfjöllun og hagnýt verkefni.
- Fjallað er markvisst og ítarlega um hvern námsþátt í nokkurn tíma.
- Textar eru stuttir og auðlesnir.
- Námsefnið er lagað að nemendum með mismunandi námsgetu.
- Hagnýtar og notendavænar kennarabækur fylgja.
- Markmið hvers kafla eru nákvæmlega tilgreind.

**Stika 3** samanstendur af:
- nemendabókum 3a og 3b
- kennarabókum 3a og 3b
- æfingaheftum 3a og 3b
- lausnum 3a og 3b (á vef)
- verkefnum til ljósritunar 3a og 3b (á vef)

Höfundar:
Bjørnar Alseth
Gunnar Nordberg
Mona Røsseland

Hanna Kristín Stefánsdóttir þýddi og staðfærði.

ISBN 978-9979-0-1676-2

MENNTAMÁLASTOFNUN
07151