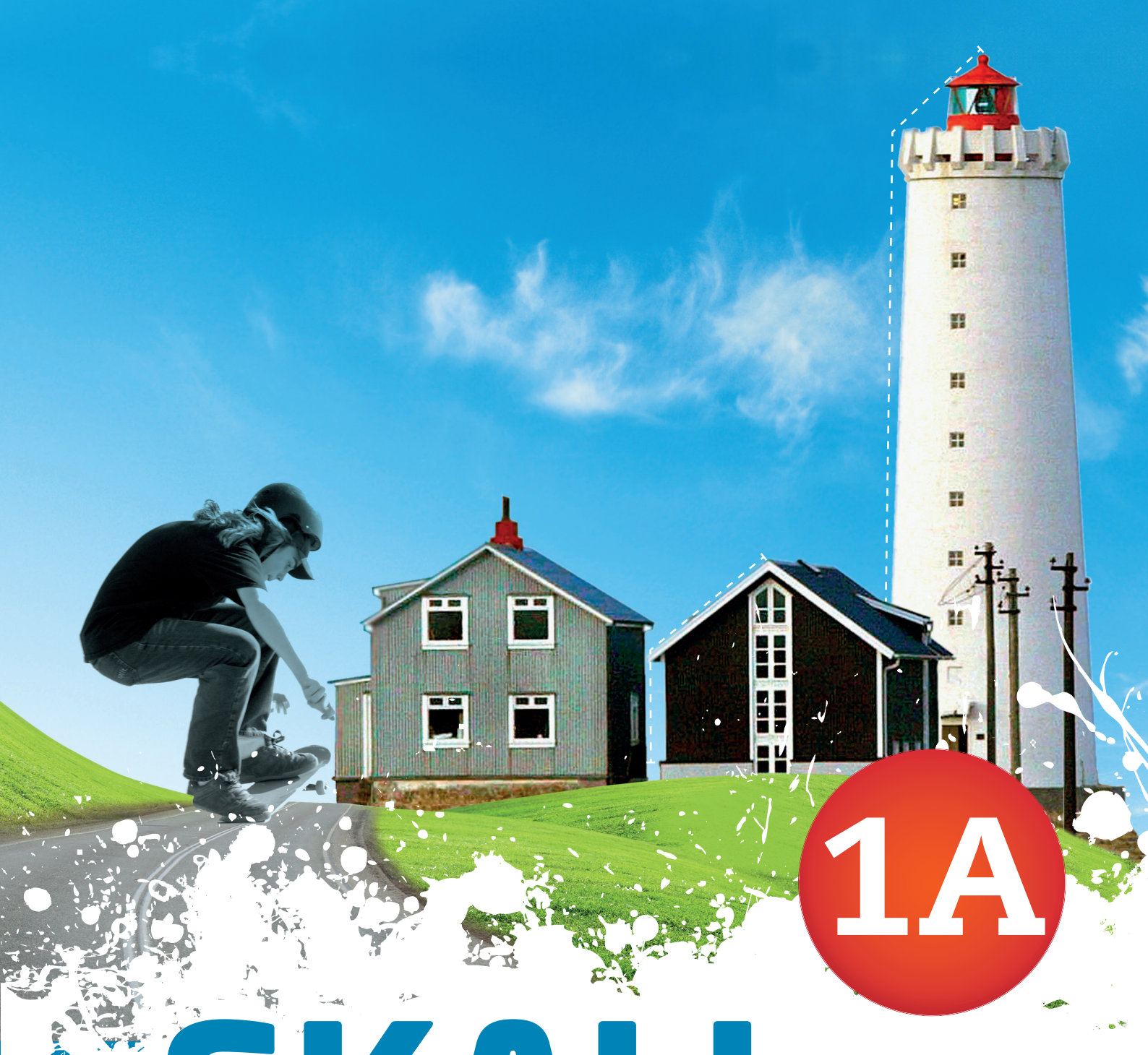




SKALI

KENNARABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

M Menntamálastofnun 7411

Skali 1A

Kennarabók

© Gyldendal Norsk Forlag AS 2013

Heiti á frummálinu: Maximum 8 Lærerens bok (fyrri hluti)

Kápuhönnun: 07 Gruppen AS / Kristine Steen

Mynd á kápu: Brynjar Gauti/Mbl.

Teikningar: Børre Holth

Ritstjóri norsku útgáfunnar: Åse Bergundhaugen

© 2014 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Réttihafar ljósmynda:

Shutterstock: bls 9, 12, 84

Microstock/NTBscanpix: bls 18, 19, 26, 35, 112, 113, 117

Leturgerð í meginmáli: Neo Sans Std, 9 pt.

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Hafdís Finnbogadóttir

1. útgáfa 2014

Menntamálastofnun

Kópavogi

Umbrot: Námsgagnastofnun

Þeim sem lásu yfir handrit og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð
eru færðar bestu þakkir.



SKALI

KENNAABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Efnisyfirlit

Um Skala V

Grundvallarfærni	V
Nemendabækur	VI
Æfingahefti	VII
Kennarabækur	VII
Stafrænt efni	VII
Heimasíða Skala	VIII
Símat og lokamat	VIII

Hæfnimarkmið og námsmarkmið X

Yfirlit yfir efnispætti Skala XII

Tillaga að ársáætlun XIII

1 Tölur og talna- reikningur 6

Hugareikningur, slumpreikningur og blaðreikningur	8
Deilanleiki og þáttun	15
Tölur báðum megin við núll	21
Veldi	29
Bættu þig!	34
Þjálfaðu hugann	36

2 Rúmfræði 38

Byggingarefni í rúmfræði	40
Rúmfræðiteikningar	52
Samhverfa og hliðrun	62
Hnitakerfið	66
Bættu þig!	70
Þjálfaðu hugann	73

3 Almenn brot, tuga- brot og prósent 74

Almenn brot	76
Tugabrot	91
Prósent	97
Bættu þig!	103
Þjálfaðu hugann	105

Um Skala

Með þessu námsefni, sem hefur fengið heitið *Skali* á íslensku, leitast höfundar við að skapa nemendum tækifæri til að læra stærðfræði á fjölbreytilegan og uppbyggilegan hátt. Námsefnið byggist bæði á samvinnunámi og einstaklingsmiðuðu námi. Höfundar telja að margbreytilegar aðferðir muni hvetja fleiri nemendur til virkrar þátttöku í eigin stærðfræðinámi.

Stærðfræði er skapandi grein, byggð á fræðilegu og ströngu kerfi; jafnframt er hún rökrétt og innihaldsrík. Til að vera góður í stærðfræði þarf maður að geta rökrætt, íhugað, deilt hugmyndum með öðrum, séð hið almenna í hinu sérstaka og farið frá hinu þekkta til hins óþekkta. Stærðfræði er hagnýt fræðigrein sem gefur færi á mismunandi túlkunum; hún er því í stöðugri þróun: Nýjar kenningar bætast við og eru teknar í notkun en gömlu kenningarnar halda samt sem áður gildi sínu. Nýju kenningarnar eru viðbætur og koma ekki í stað þess sem fyrir er. Stærðfræði fjallar um mynstur, tengsl og kerfi og býr yfir mjög öguðu tungutaki.

Í *Skala* er lögð sérstök áhersla á þrjú atriði:

- Að nemendur fái stöðugt við fjölbreytileg og hagnýt verkefni þar sem tækifæri gefst til að rannsaka og skapa.
- Að nemendur öðlist sameiginlega námsreynslu sem feli jafnframt í sér einstaklingsmiðað nám.
- Að grundvallarleikni og fagleg framvinda námsins séu höfð að leiðarljósi í samræmi við námskrá.

Í námsefninu *Skala* myndast, eftir því sem á líður, brú frá hinu hagnýta, rannsakandi og skapandi starfi yfir í meiri áherslu á hið sértæka námsefni. Námsþættirnir eru oftast kynntir til sögunnar á hlutbundinn hátt en sjónum er síðan smám saman beint meira að hinu óhlutbundna og

formlega. Uppbygging námsefnisins, þar sem skiptast á margs konar ólík verkefni annars vegar og æfingar í staðreyndabekkingu og leikni hins vegar, dregur vel fram tengslin milli faglegs skilnings, leikni í faginu og notkunar þess. Verkefnin auka skilning nemenda á helstu námsþáttum, sem kaflarnir fjalla um, og jafnframt upplifa nemendur að þeir geta notað stærðfræðilega þekkingu sína og leikni í daglegu lífi.

Grundvallarfærni

Eins og fram kemur í *Aðalnámskrá grunnskóla* er tilgangur með námi í stærðfræði m.a. sá að nemendur öðlist almenna hæfni til að nota stærðfræði sem lifandi verkfæri í fjölbreyttum tilgangi og við ólíkar aðstæður. Með stærðfræðináminu þurfa nemendur að þróa með sér hæfni til að setja fram og leysa viðfangsefni, ígrunda ólíkar aðferðir og líkön sem nýtast við lausnir þeirra og leggja mat á niðurstöður. Með námsefninu *Skala* er stefnt að því að nemendur fái fjölbreytilega kennslu í helstu færniþáttum stærðfræðinnar.

Reikningsfærni

Í öllu námsefninu er mikil áhersla lögð á grundvallarfærni í reikningi. Reikningsfærni nemenda þróast með því að nemendur nota stærðfræðileg hugtök, þjálfar verklag og margbreytilegar aðferðir til að leysa bæði stærðfræðileg og hagnýt verkefni af margvíslegum toga. Mikilvægt er að kenna nemendum að staldra við þegar lausn er í sjónmáli, íhuga og ganga úr skugga um hvort lausnin er raunhæf. Æfa þarf nemendur í að nota viðeigandi hjálpargögn við útreikninga, búa til líkön og ræða saman um vinnuferli og niðurstöður.

Munnleg færni

Nemendur taka þátt í rökræðum, fara saman yfir viðfangsefni og skiptast á reynslusögum. Nemendur þurfa jafnaðarlega og oft að fjalla munn-

lega um stærðfræði. Nauðsynlegt er að láta nemendur ræða saman um stærðfræði og orða hugsanir sínar, aðferðir og skilning út frá þeirri þekkingu sem þeir búa yfir. Þannig fá þeir tækifæri til að nota tungumál stærðfræðinnar og rökstyðja, útskýra og leggja mat á eigin leiðir og annarra. Þá gera þeir sér grein fyrir þeirri forþekkingu, sem þeir hafa tileinkað sér, og geta byggt á henni til að setja sér ný markmið. Til að aðlagja kennsluna að nemendum með mismunandi getu þarf kennari einnig á slíkum upplýsingum að halda. Þess vegna skiptir miklu máli að fram komi að það er eðlilegt að nemendur hugsu, rökræði og leysi verkefni á mismunandi hátt; að þeir setji fram spurningar, skiptist á hugmyndum og ræði saman um lausnaleiðir. Samræður þurfa að vera bæði milli nemenda og kennara og milli nemendanna sjálfra. Þegar það er orðin venja að nemendur ræði saman um stærðfræði verða þeir öruggari í að nota hugtök og öðlast æ nákvæmari faglegan orðaforða og hæfni í að nota stærðfræðileg hugtök. Kennari fylgist með hvernig nemendur ræða um ýmsa námsþætti, hvaða orð og hugtök þeir hafa á valdi sínu og hvað reynist þeim erfitt. Í námsefninu öllu er lögð áhersla á hugtök. Í byrjun hvers kafla er kastljósinu beint að mikilvægum stærðfræðiorðum. Kennari sér til þess að nemendur taki þessi orð til umræðu og rökræði um orðskýringar sem gefnar eru.

Skrifleg færni

Nemendur þjálfast í að lýsa og útskýra hugsanir sínar með stærðfræðitáknum og tungumáli stærðfræðinnar, með lestri stærðfræðitexta og sýnidæmum þar sem settar eru fram tillögur um skráningu. Í sýnidæmunum eru allir útreikningar sýndir án þess að eininga (t.d. kr., cm, kubbar, epli ...) sé getið. Texti og einingar eru settar fram í svarsetningunum í lokin ef verkefnið krefst

Þess (dæmi: $3 \cdot 5 = 15$; Jóna keypti 15 epli). Í námsefninu eru víðast hvar litlar skýringarmyndir sem hjálpa mörgum nemendum til að skilja hvað spurt er um hverju sinni. Nemendur þurfa sjálfir að búa til og nota skissur og teikningar til að þróa eigin hugsanagang áfram og sem tæki til að leysa verkefni. Færni nemenda til að skrá stærðfræðiták og nákvæm notkun fagorða er þjálfuð jafnt og þétt í öllum hlutum námsefnisins.

Lestrarfærni

Mikil áhersla er lögð á skilning með því að æfa lestur og túlkun sýndæma, fagtexta og orðadæma. Nemendur fást við samsetta texta með stærðfræðilegum orðum, gröfum, myndritum, töflum, táknum, formúlum og röksemdafærslu. Í námsefninu er gert ráð fyrir að kennarar vinni með nemendum í fagtextunum og sýnidæmunum, lesi með þeim og útskýri ný orð og hugtök. Nemendur lesa ýmist upphátt eða í hljóði, tveir og tveir eða í litlum hópum – allt eftir því hversu flókinn textinn er. Þeir þurfa að þjálfra lesskilning skipulega með því að lesa, útskýra og rökræða verkefnin í sýnidæmum og öðrum dæmum. Það má gera með því að nemendur velji orð og hugtök í textunum og vinni saman að því að útskýra þau. Tillögur að lausnum í sýnidæmunum sýna hvernig nemendur geta byrjað, fundið og flokkað upplýsingar í hinum margvíslegu stærðfræðitextum.

Stafræn færni

Stafræn færni nemenda þróast jafnt og þétt með því að nota verkfæri upplýsingatækninnar til að rannsaka og leysa þrautir, til að greina gögn, setja þau fram í líkönum, reikna út niðurstöður og kynna þær. Í *Skala* þjálfast nemendur í að nota stafræn verkfæri eins og töflureikni og rúmfræðiforrit og í því að nota gagnabanka til að finna upplýsingar. Í námsefninu fá nemendur reynslu af því að nota stafræna miðla og verkfæri til að geta sjálfir metið og valið viðeigandi verkfæri til að búa til líkón, leysa verkefni og kynna niðurstöður. Það er brýnt að nemendur fái tækifæri til að þróa og skrá ólíkar lausnarleiðir, m.a. með notkun upplýsingatækni.

Viðhorf til náms

Í námsefninu *Skala* er félagsleg hugsun miðahyggja lögð til grundvallar. Nemendur byggja upp eigin þekkingu í samvinnu við aðra. Námið fer fram hjá hverjum og einum í félagslegu samspili við aðra. Allir nemendur eru auðlind í námssamfélaginu og saman byggja þeir upp þekkingu. Námsfernið býður bæði upp á samvinnunám og einstaklingsnám. Fá þarf nemendum verkefni sem eru á því sviði sem þeir ráða við en reyna samt sem áður hæfilega á þá. Allir nemendur eiga kröfu á að námið miðist við getu þeirra og að verkefni henti þroskastigi þeirra.

Eigin námsmarkmið nemenda og leiðsagnarmat, sem felur bæði í sér endurgjöf um getu nemenda á viðkomandi tímapunkti og einnig um næstu skref í náminu, eru nauðsynleg til að allir nemendur skilji hvað ætlast er til að þeir læri og hvers vegna. Eitt af mikilvægustu hlutverkum kennara er að hjálpa nemendum að setja sér raunhæf markmið í náminu.

Viðhorf til nemenda

Það er trú höfunda *Skala* að nemendur vilji læra. Þeir þurfa að taka virkan þátt í eigin námi og þurfa allan tímann að vita hvert markmiðið með náminu er. Nemendur þurfa sjálfir að setja sér markmið í náminu og taka þátt í að velja verkefni sem þoka þeim áleiðis að markmiðinu. Kennarar þurfa að hjálpa nemendum að setja sér sín eigin raunhæfu markmið og vera sér meðvitaðir um námið; það tryggir hverjum nemanda innihaldsríkt stærðfræðinám.

Nemendabækur

Skali 1A og 1B – Nemendabækur eru eins og nafnið bendir til bækur nemenda. Stefnt er að því að nemendur læri að lesa fagtexta og sýnidæmi og að þannig myndist grundvöllur fyrir að ræða saman um stærðfræði og að leysa verkefni. Uppbygging námsefnisins er svipuð í öllum köflum nemendabókanna sem samanstanda af mismunandi efnispáttum.

Byrjunaropna hvers kafla er samræðumynd í tengslum við þrautalausnarverkefni. Verkefnið er hugsað sem samræðuverkefni og eins konar kveikja eða upptaktur að efni kaflans. Mikilvægt er að nemendur séu meðvitaðir um að ef þeir geta ekki byrjað á þessu verkefni strax er stefnt að því að þeir geti það eftir að hafa unnið kaflann. Þess vegna er eðlilegt að nemendur taki þetta verkefni upp aftur í lokin þegar þeir eru búnir með kaflann. Einnig er listi yfir stærðfræðiorð á byrjunaropnunni. Hann á nota í stærðfræðilegum umræðum til að nemendur geri sér grein fyrir hvað þeir vissu áður og hvaða nýja námsþætti þeir eiga að læra.

Námsmarkmiðin í byrjun hvers kafla tengjast námskrá. Nemendur þurfa sjálfir að geta metið að hve miklu leyti þeir hafa náð markmiðunum og gera sér grein fyrir hvernig þeir geti smám saman náð meginhluta þeirra.

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- reikna hratt og drugglega í huganum
- reikna með slumpreikningi
- reikna með blaðreikningi

Fagtextar útskýra og færa rök fyrir hinu faglega innihaldi og veita nemendum þjálfun í að lesa stærðfræðitexta.

Sýnidæmi vísa veginn frá verkefnum til tillagna að lausnum. Lausnirnar eru settar fram í rúðuneti. Framsetning þeirra byggist á þeim kröfum sem gerðar eru til nemenda um skráningu. Undantekningar frá þessu geta verið í tengslum við rúmfræðiteikningar og myndrit. Líta þarf á þessar lausnir sem tillögur. Mikilvægt er að nemendur átti sig á að þeir geta notað ólíkar leiðir við lausnir stærðfræðiverkefna og að þeir noti aðferðir sem þeir skilja og ráða við.

Sýnidæmi 22

Inga kaupir buxur á 6790 kr. og þrjá bolli á 1790 kr. stykkið.

Hvað þarf Inga að borga?

Tillaga að lausn

$6790 + 1790 \cdot 30 = 6790 + 5370 = 12160$	6790 kr.
Inga þarf að borga 12 160 kr. fyrir fötin.	

Orðskýringar hjálpa nemendum að skilja ný stærðfræðileg hugtök og önnur orð sem eru sjaldgæf eða erfið á einhvern hátt.

Margfeldi Svar í margföldunar-dæmi.
Þáttur · þáttur = margfeldi.

Reglur og skilgreiningar eru settar fram á skýran hátt, oft myndrænan, í sérstökum römmum.

Hvasst horn
Horn sem er minna en 90°.



Talblöður hafa að geyma ábendingar, vísbendingar og minnisatriði til handa nemendum og hafa það hlutverk að sýna ýmis tengsl í stærðfræði.

-2^4 þýðir 2^4 með mínusmerki fyrir framan

Svokölluð **Ýmis verkefni** þjóna margs konar tilgangi. Þeim er ætlað að vekja áhuga nemenda og hvetja þá og jafnframt gefa þeim tækifæri til að sjá námsefnið frá öðru sjónarhorni. Nokkrum verkefnanna er ætlað að rannsaka stærðfræði en önnur gefa nemendum kost á færniæfingum með breyttu sniði. Auk þess er í *Kennarabókinni* bent á eitt eða fleiri viðbótarverkefni í tengslum við hverja opnu.

Fjölbreytileg verkefni eiga að kveikja sköpunarkraft nemenda, grundvallarfærni og hæfni í stærðfræði. Munnleg færni og samskiptahæfni þjálfast í samræðum í minni og stærri hópum þar sem gengið er út frá verkefnunum sem eru á dagskrá hverju sinni. Orðadæmi og verkefni með myndritum og töflum þjálfar nemendur í að vera læsir á margs konar gögn. Þar að auki fela mörg verkefni í sér færniæfingar til að þjálfar grunnatriði í reikningi.

1.37 Hverjar af reglum nemendanna hér á eftir má nota til að segja til um hvort tala er deilanleg með 4?

1.79 Hvaða tölu vantar?

a. $\square \cdot 3 \cdot (-4) = (-48)$

b. $2 \cdot \square \cdot 5 = (-60)$

Námsaðgreining með litamerkingum gerir það mögulegt að nemendur, sem eru misvel á vegi staddir í náminu, geti fengist við sömu námsþættina. Verkefni, sem merkt eru blá, eru tiltölulega auðveld,

gulu verkefni eru af meðalþyngd og græn erfiðust. Ómerkt verkefni eru ætluð mörgum nemendum en í þeim tilvikum þarf kennarinn að leggja mat á þyngdarstigið. Höfundar vilja ekki að nemendur fái það á tilfinninguna að þeir séu ýmist bláir, gulir eða grænir heldur er gert ráð fyrir að kennarinn komist að samkomulagi við hvern og einn um hvaða verkefnum hver um sig eigi að einbeita sér að til þess að þau henti hverjum nemanda sem allra best. Mörg grænu verkefnanna eru búin til í þeim tilgangi að nemendur, sem eru sterkir í stærðfræði, fái tækifæri og hvatningu til að reyna sem mest á sig. Þessi verkefni krefjast þess einnig oft að nemendur búi yfir meiri færni til að íhuga úrlausnarefni.



Undirkaflarnir **Í stuttu máli** hafa að geyma upprifjun á faglegu innihaldi kaflans með því að sýna dæmi sem tengist hverju námsmarkmiði. Þegar hingað er komið er eðlilegt að nemendur taki *áfangapróf*, að þeir geri *eigið sjálfsmat* og setji sér markmið fyrir námið sem fram undan er. Einn megintilgangurinn með námsmati í stærðfræði er að leiðbeina nemendum um námið og gefa þeim upplýsingar um námsgengið.

Í stuttu máli

Í algebru reiknum við með stöðum sem geta bæði innihaldið bókstafi, tölur og aðgerðarták. Bókstafirnir tálna tölur og þá skal meðhöndla sem slíkar. Tölur, sem bókstafirnir tálna, eru óþekktar og kallast breytur.

Þú ert að geta	Dæmi	Tilbúgur að lausnum
horfið kennst á mynstur mynda og tölva	Hvers konar mynstur er þetta? 	Mynstrið er mynd af ferningum með hliðarlengdir 1, 2, 3 og 4. Tölur eru fjórar fyrstu ferningstölur.
haldið áfram með mynstur	Hver er næsta tala? 2, 3, 6, 11, 18, ...	Mismunur talanna er 1, 3, 5 og 7. Mismunurinn á 18 og næstu tölu er 9. Næsta tala er $18 + 9 = 27$.

Í undirköflunum **Bættu þig!** eru verkefni til upprifjunar og ítarnáms (með ítarnámi er átt við æfingar og umfjöllun til viðbótar því sem nauðsynlegt er til að ná tökum á tilteknum námsþætti). Þegar nemendur hafa tekið áfangaprófið hafa þeir mynd af hvað þeir þurfa helst að æfa frekar. Þess vegna er óeðlilegt að allir nemendur vinni öll verkefni í þessum undirkafla. Einhverjir þurfa að einbeita sér að einu eða tveimur tilteknum námsþáttum en aðrir að ákveðnu þyngdarstigi innan nokkurra námsþátta. Gott er að tengja þessa vinnu við undirkaflana **Verkefni af ýmsu tagi** í æfingaheftinu.

Undirkaflarnir **Þjálfðu hugann** hafa að geyma margbreytilegar þrautir þar sem nemendur þurfa í meiri mæli að beita bæði sköpunargáfu og hæfni.

Æfingahefti

Í *Skala 1A og 1B – Æfingahefti* eru fleiri og fjölbreytilegri verkefni. Þau eru með sömu litamerkingum og notaðar eru í nemendabókunum. Hverjum kafla er skipt í tvo aðalhluta. Í fyrri hlutanum eru mörg litamerkt verkefni sem tengjast undirköflunum beint og eru í sömu röð og í nemendabókinni. Þau má nota samhliða nemendabókinni, til dæmis sem heimaverkefni. Í *Kennarabókinni* er vísað til þessara verkefna á hverri opnu. Í síðari hluta hvers kafla eru verkefni af ýmsu tagi sem nota má í tengslum við undirkafla nemendabókarinnar *Bættu þig!* eða til upprifjunar.

Kennarabækur

Skala 1A og 1B – Kennarabækur eru tvær og er þessi sú fyrri. Í henni eru útskýringar og rökstuðningur fyrir hvernig nemendabækurnar skulu notaðar. Kennarabækurnar fylgja nemendabókunum blaðsíðu eftir blaðsíðu og hafa að geyma góðar ábendingar til kennara um hvernig einfalda má námsefnið og hvernig fá má nemendum, sem eru vel á vegi staddir í stærðfræði, erfiðari verkefni að glíma við. Kennarar fá einnig góðar ábendingar um fleiri náms-hvetjandi verkefni í kennslunni. Höfundar eru ekki þeirrar skoðunar að allir nemendur eigi að vinna öll verkefni heldur telja þeir að kennarar eigi að hafa úr að spila nægu námsefni þegar skipuleggja skal vandað nám.

Stafrænt efni

Á *Skalavefnum* á heimasíðu Menntamálastofnunar eru kaflapróf sem nota má sem áfangapróf. Þau gefa bæði nemendum og kennurum snögga endurgjöf um stöðuna hverju sinni. Prófin eru hluti af símati sem nemendur eiga að fá upplýsingar um og er ekki ætlast til að þau séu notuð til einkunnagjafar.

Heimasíða Skala

Á heimasíðu Menntamálastofnunar er að finna efni sem fylgir Skala-flokknum. Þar eru:

- kennarabækur
- verkefnablöð sem eru númeruð eftir árgöngum og köflum. Númerið 1.1.9 merkir: Verkefna-blæð sem fylgir Skala 1 (A eða B) 1. kafli, blæð nr. 9.
- lausnir við nemendabækur, æfingahefti og kaflapróf
- kaflapróf til útprentunar (má nota sem sjálfsmat nemenda)

Á læstu svæði kennara er síðan að finna lokapróf við hverja bók ásamt lausnum við þau.

Símat og lokamat

Allt mat á nemendum á unglingastigi fram til loka 10. bekkjar er símat. Í námskránni segir:

Megintilgangur námsmats í stærðfræði er að leiðbeina nemendum um námið og hvernig þeir geti náð settum markmiðum. Fylgst er með hvernig nemendum tekst að ná þeim hæfniviðmiðum sem sett eru fram fyrir stærðfræði og nemendur eru örvaðir til framfara. Mat á hæfni og framförum nemenda er reglubundinn þáttur í skólastarfi og órjúfanlegur frá námi og kennslu. Námsmat veitir upplýsingar um námsgengi nemenda, hæfni þeirra, vinnubrögð og framfarir og gefur kennurum mikilvægar upplýsingar við skipulag kennslu og mótun náms.

(Úr Aðalnámskrá grunnskóla, Greinasvið 2013.)

Við lok hvers kafla er gert ráð fyrir að nemendur taki *kaflapróf* þar sem námsmarkmið kaflans eru lögð til grundvallar. Með þessu prófi fá nemendur og kennari mynd af hvernig til hefur tekist í náminu og hvort markmiðum hefur verið náð.

Þegar hér er komið sögu hefur verið lítið tími til ítarnáms eða að kafa dýpra í efnið. Út frá niðurstöðum úr kaflaprófinu gerir nemandinn (með hjálp kennarans) áætlun fyrir vinnuna fram undan. Ef markmiðunum hefur verið náð að miklu leyti er eðlilegt að fást einungis við grænu verkefni í undirköflunum *Bættu þig!* og *Verkefni af ýmsu tagi* í æfingahefti. Ráði nemandinn vel við verkefni á ákveðnum sviðum og verr við verkefni á öðrum sviðum getur hann valið að vinna við ákveðin þemu í undirkaflanum *Bættu þig!* Rétt er að nemendur, sem gengur miður vel á kaflaprófi, vinni meira með grunnþættina og einbeiti sér því að ómerktum og bláum verkefnum í undirkaflanum *Bættu þig!* og bláum verkefnum í *Verkefnum af ýmsu tagi* í æfingaheftinu.

Lögð skal áhersla á, og það hafa rannsóknir leitt í ljós, að nemendur þurfa að vita hver markmiðin með kennslunni eru til að geta tekið ákvörðun sem ýtir undir persónulega þróun þeirra og nám. Ekki er nóg að þeir fái að vita hvað gera skal heldur einnig hvað þeir eiga að læra. Þess vegna er mikilvægt að markmiðin séu rædd á þann veg að nemendur skilji. Stundum er þetta erfitt við að eiga því að markmiðin fela í sér hugtök sem nemendur eiga að læra. Þá getur komið sér vel að ræða um markmiðin við og við á meðan vinna við kafla stendur yfir, til viðbótar því að draga markmiðin fram í dagsljósið eftir að kafla er lokið. Nemendur þurfa að þjálfast í að setja sér eigin markmið með vinnunni fram undan. Ef markmiðin eru eigin markmið nemenda eykst áhugi þeirra á að ná þeim. Kaflaprófið, á að hjálpa bæði kennara og nemendum við að taka skynsamlegar ákvarðanir um skipulag vinnunnar við kaflann.

Sjálfsmat nemenda er mikilvægt til að þeir geti gert sér grein fyrir eigin hæfni. Rétt er að þjálfast nemendur í að meta sjálfa sig, bæði með hliðsjón af markmiðum og niðurstöðum úr prófum. Út frá sjálfsmatinu og mati kennarans fá nemendur leiðbeiningar um hvernig þeir geta bætt sig.

Þegar nemendur gera áætlun um vinnuna fram undan eftir kaflaprófið

framkvæma þeir frekara sjálfsmat út frá ákveðnum spurningum:

- A. Í hve miklum mæli er ég ánægð(ur) með niðurstöðuna úr kaflaprófinu þegar hún er borin saman við markmið mín?
- B. Sýnir kaflaprófið að ég þurfi að vinna meira í ákveðnum námsþáttum? Ef svo er – hvaða námsþættir eru það?
- C. Hvaða stigi er raunhæft að ég nái í þessum námsþáttum?

Nemendur þurfa að gera vinnu-áætlun og skrifa hana niður. Kennari gengur úr skugga um að hún sé bæði bjartsýn og raunhæf. Hann ræðir sérstaklega við nemendur sem virðast ef til vill vanmeta sig. Þetta ferli mun taka nokkurn tíma í fyrstu en ganga æ hraðar fyrir sig þegar nemendur hafa vanist þessu verklagi.

Nemendur þurfa svör við spurningunum: Hvert ætla ég? Hvar er ég stödd/staddur í náminu? Hvert er næsta skref? Svarið við síðustu spurningunni kallast *endurgjöf um næstu skref*. Endurgjöf, sem vísar til þess sem fram undan er, hefur mest áhrif á nám nemenda ef hún er látin í té oft í hinni daglegu kennslu. Það má gera á einfaldan hátt með því að nemendur skrifi daglega á stafrænt eyðublað eða á blæð:

Tvö atriði sem ég hef lært í dag:

Atriði sem ég er ekki viss um:

Þegar kennari les það sem nemendur skrifa getur hann bætt við einni nýrri línu:

Tillaga um hvað þú getur gert til að skilja það sem þú ert ekki viss um.

Í símatinu felast einnig próf og mat sem gefur yfirlit yfir helstu atriðin í náminu sem aftur gefur upplýsingar um hæfni nemenda á tilteknum tímamarki. Það er því notkunin á niðurstöðum kaflaprófs sem ákvarðar tilganginn með því.

Eftir því sem líður á námið þarf að leggja fyrir nemendur nokkur próf sem einkunnir eru gefnar fyrir. Kennari þarf sjálfur að meta hve oft slíkt námsmat er framkvæmt. Ekki er víst að þörf sé á fleiri en tveimur

slíkum prófum á önn. Á læstu svæði kennara á heimasíðu Menntamála- stofnunar eru lokapróf úr hvorri nemendabók sem hægt er að nota í þessu skyni. Mismunandi er eftir viðfangsefnum í hve miklum mæli nemendur fá að nota hjálpartæki við lausn prófa. Í lokaprófunum er þess getið sérstaklega en kennari getur auðvitað metið hverju sinni hvenær og hvaða hjálpargögn nemendur nota.

Mikilvægt er að koma því á framfæri við nemendur að allar einkunnir, sem þeir fá meðan á náminu stendur, eru hluti af símati og að þeir hafi ætíð möguleika á að bæta sig; þess vegna verði alltaf lögð mest áhersla á útkomuna úr síðasta prófinu sem prófar allt sem nemendur hafa lært fram að því.

	Hæfnimarkmið	Námsmarkmið
	<i>Kennslumarkmiðin eru að nemendur geti</i>	<i>Nemandinn á að læra að</i>
Kafli 1 Skali 1A	Tölur og algebra • þróað, notað og gert grein fyrir aðferðum í hugareikningi, slumpreikningi og blaðreikningi í reikniaðgerðunum fjórum • lesið upplýsingar úr stærðfræðitexta og valið viðeigandi aðferð og verkfæri við lausn viðfangsefnanna • notað þætti, veldi, ferningsrót og frumtölur í útreikningum	Hugareikningur, slumpreikningur og blaðreikningur • reikna hratt og skilmerkilega í huganum • reikna með slumpreikningi • reikna með blaðreikningi (skriflegum aðferðum) Deilanleiki og þáttun • finna með hvaða tölum er hægt að deila í aðra tölu • greina milli frumtalna og samsettra talna • þátta og frumþátta Tölur báðum megin við núll • reikna með neikvæðum tölum • reikna með mörgum reikniaðgerðum í sama dæminu Veldi • skrifa tölur sem veldi • margfalda og deila í veldi með sömu stofntölu • reikna með veldi og nota margar reikniaðgerðir í sama dæminu
Kafli 2 Skali 1A	Mælingar • reiknað með slumpreikningi og reiknað af nákvæmni lengd, ummál, horn, flatarmál, yfirborðsflatarmál, rúmmál, tíma, hraða og breytt mælikvarða • útskýrt hvað felst í hverju mælihugtaki Rúmfræði • kannað og lýst eiginleikum og einkennum tví- og þríviðra mynda og notað eiginleikana og einkennin í tengslum við rúmfræðiteikningar og útreikninga • framkvæmt, lýst og rökstutt rúmfræðiteikningar með hringfara og reglustiku og í rúmfræðiforriti • notað hnit til að flytja myndir og kanna eiginleika og einkenni rúmfræðilegra forma með og án stafrænna tækja	Byggingarefni í rúmfræði • lýsa, teikna og þekkja punkta, línur, ferla, háflínur og strik • útskýra hvað átt er við með hugtakinu horn • mæla og teikna horn og áætla stærð horna • þekkja og nota eiginleika topphorna, grannhorna, lagshorna, einslægra horna, réttra horna, hvassra horna og gleiðra horna Rúmfræðiteikningar • teikna horn, þverla, samsíða línur og rúmfræðiform • þekkja og nefna heiti rúmfræðiforma • teikna, m.a. með hringfara og reglustiku eða með forritum, þríhyrninga, ferhyrninga og önnur rúmfræðiform sem eru sett saman úr þríhyrningum og ferhyrningum • reikna út hornastærðir í þríhyrningum og ferhyrningum Samhverfa og hliðrun • þekkja og lýsa ýmsum tegundum samhverfu • teikna, m.a. með hringfara og reglustiku, spegilmyndir, snúninga og hliðrun einfaldra rúmfræðiforma Hnitakerfið • merkja punkta og línur í hnitakerfi • nota hnit til að spegla rúmfræðiform um ásana • nota hnit til að hliðra rúmfræðiformum samsíða ásunum • nota hnit til að snúa rúmfræðiformum um upphafspunktinn (0, 0)

	Hæfnimarkmið	Námsmarkmið
	<i>Kennslumarkmiðin eru að nemendur geti</i>	<i>Nemandinn á að læra að</i>
Kafli 3 Skali 1A	Tölur og algebra • borið saman og reiknað með tölum, sem skráðar eru á mismunandi formi, þ.e. með heilum tölum, tugabrotum, almennum brotum, prósentum, og tölum á staðalformi, sett slíkar tölur fram á margvíslega vegu og metið við hvaða aðstæður hin mismunandi form talnanna eiga við • þróað, notað og gert grein fyrir aðferðum í hugareikningi, slumpreikningi og blaðreikningi í reikniðgerðunum fjórum • reiknað með almennum brotum, deilt í almenn brot og einfaldað stæðu með almennum brotum	Almenn brot • skrifa tölu sem eiginlegt brot, óeiginlegt brot og blandna tölu • staðsetja almenn brot á talnalínu • lengja og stytta brot • reikna með almennum brotum, meðal annars við útreikninga á viðfangsefnum úr daglegu lífi Tugabrot • staðsetja tugabrot á talnalínu • breyta almennu broti í tugabrot og öfugt • námunda tugabrot • deila með tugabroti Prósent • reikna með prósentum • breyta almennu broti og tugabroti í prósent og öfugt og skýra sambandið á milli þeirra • nota prósentureikning við verkefni úr daglegu lífi
Kafli 4 Skali 1B	Tölfræði, líkur og fjöldi möguleika á röðun • raðað gögnum og flokkað þau, fundið og rökrætt um miðgildi, tíðasta gildi, meðaltal og spönn, kynnt gögn með og án stafrænna verkfæra og rökrætt um mismunandi framsetningu gagna og hvaða áhrif ólík framsetning kann að hafa • gert kannanir og notað gagnabanka til að leita að og greina töluleg gögn og beitt heimildarýni	Gagnavinna • flokka gögn og búa til tíðnitöflur • kynna gögn með súluritum, skífuritum, línuritum og stuðlaritum • finna hlutfallstíðni • nota gagnabanka til að finna ákveðin gögn, lesa, útskýra og túlka gögn Greining og útreikningar • reikna út gildi sem sýna miðsækni á þrjá mismunandi vegu (meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi) • reikna út gildi sem sýna dreifingu gagnanna • bera gögn saman við meðaltöl langs tímabils Tölfræðilegar kannanir • skipuleggja tölfræðilega könnun • kynna niðurstöður könnunar á trúverðugan og skilmerkilegan hátt, meðal annars með notkun upplýsingatækni • meta hvort heimild gefur rangar upplýsingar
Kafli 5 Skali 1B	Tölur og algebra • meðhöndlað, þáttað og einfaldað algebrustæður, tengt stæður við aðstæður í daglegu lífi, reiknað með formúlum, svigum og almennum brotum og notað ferningsreglurnar • leyst fyrsta stigs jöfnur og ójöfnur og jöfnur með tveimur óþekktum stærðum og notað aðferðina til að leysa fræðileg og hagnýt verkefni • notað tölur og breytur í könnunum, tilraunum og fræðilegum og hagnýtum þrautalausnum og í verkefnum þar sem list- og verkgreinar koma við sögu	Könnun á mynstrum • bera kennsl á mynstur sem form, myndir og tölur mynda • halda áfram með mynstur • lýsa með orðum, formúlum og táknum hvernig mynstur er byggt upp Algebrustæður • setja úrlausnarefni eða verkefni úr daglegu lífi fram með bókstöfum og tölum; þetta kallast að búa til algebrustæðu • skipta bókstöfum í algebrustæðum út fyrir tölur og reikna gildi stæðnanna Bókstafareikningur • reikna með bókstöfum Jöfnur • leysa jöfnur • ganga úr skugga um að lausn jöfnu sé rétt • nota jöfnur til að leysa verkefni úr daglegu lífi

Yfirlit yfir efnisþætti Skala

	8. bekkur	9. bekkur	10. bekkur
Kafli 1	Tölur og talnareikningur - veldi - eiginleikar talna - þáttun, deilanleiki - rétt röð reikniaðgerða - hugareikningur og slumpreikningur - negatífar tölur	Talnareikningur - veldi með negatífum veldisvísnum - tölur á staðalformi - óræðar tölur, ferningsrætur - prósentustig - meira en 100 prósent	Persónuleg fjármál - laun, fjárhagsáætlun og bókhald - virðisaukaskattur - lán og sparnaður - debetkort og kreditkort - virðisbreyting
Kafli 2	Rúmfræði - punktur, lína, horn - hefðbundnar rúmfræðiteikningar, með hringfara og reglustiku - rúmfræðilegir staðir - mælingar og útreikningar á stærð horna - hnitakerfið - samhverfa í hnitakerfinu og utan þess	Föll - hugtökin fall og breyta - mismunandi framsetningar falla (töflur, gröf, formúlur, texti, $f(x)$) - línuleg föll, hallatala og fasti - topp- og botnpunktar (hæsta og lægsta gildi) - föll og gröf sem stærðfræðilíkön	Rúmfræði og hönnun - þríhyrningsútreikningar - Pýþagórasarreglan - einslögun - kort og mælikvarði - vinnuteikningar - fjarviddarteikningar - tækni, listir og arkitektúr - gullinsnið
Kafli 3	Almenn brot, tugabrot og prósent - hugareikningur og blaðreikningur - reikniaðgerðirnar fjórar með almennum brotum og tugabrotum - stærsti sameiginlegi þátturinn og minnsta sameiginlega margfeldið - breyta tölum, sem skrifaðar eru á forminu almenn brot, tugabrot eða prósentur, úr einu forminu í annað - samanburður á stærðum talna	Mál og mælieiningar - námundun og markverðir tölustafir - hlutfallareikningur - tímaúteikningar - reikningur með samsettum einingum	Algebra og jöfnur - línulegar jöfnur og línuleg jöfnuhneppi - formúlureikningur - bókstafareikningur - þáttun - ferningsreglurnar - ójöfnur
Kafli 4	Tölfræði - söfnun gagna og kynning niðurstaðna - gildi sem lýsa miðsækni og dreifingu	Rúmfræði og útreikningar - flatarmál og ummál - rúmfræði hrings - fleiri rúmfræðilegir staðir - þrívíddarrúmfræði, eiginleikar og einkenni rúmfræðiforma	Föll - annars stigs föll - öfugt hlutfall
Kafli 5	Algebra og jöfnur - talnamynstur, alhæfing - bókstafareikningur með og án sviga - línulegar jöfnur, uppsettar og óuppsettar	Líkur og talningarfræði - Vennmynd, sammengi, sniðmengi og fyllimengi - líkindareikningur með talningu - krosstöflur og líkindatré - lögmál stórra talna - umraðanir, að draga hluti með eða án endurtekningar	Líkindareikningur - frá reynslu til líkinda - tilraunir og hermitilraunir - samsettir atburðir - draga hluti með og án endurtekningar - andstæðir atburðir (fylliatburðir) - líkur í spilum

Tillaga að ársáætlun – Skali 1A og 1B

Vika nr.	Kafli	Pema	Mat
34	1 Tölur og talnareikningur	Hugareikningur, slumpreikningur og blaðreikningur	
35			
36		Deilanleiki og þáttun	
37		Tölur báðum megin við núll	
38		Veldi	
39		Bættu þig!	
40	Haustfrí		
41		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	Kaflapróf 1
42	2 Rúmfræði	Byggingarefni í rúmfræði	
43		Rúmfræðiteikningar	
44			
45		Samhverfa	
46		Hnitakerfið	Kaflapróf 2
47		Bættu þig!	
48		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	
49	3 Almenn brot, prósentur og tugabrot	Almenn brot	
50			
51			
52	Jólafrí		
1	Jólafrí		
2		Tugabrot	
3		Prósent	
4			
5		Bættu þig!	Kaflapróf 3
6		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	Lokapróf í Skala 1A
7	4 Tölfræði	Kynning á niðurstöðum	
8	Vetrarfrí		
9			
10		Greining og útreikningar	
11			
12		Tölfræðileg könnun	
13		Bættu þig!	
14	Páskafrí		
15		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	Kaflapróf 4
16	5 Algebra og jöfnur	Könnun á mynstrum	
17			
18		Algebrustæður	
19		Bókstafareikningur	
20		Jöfnur	
21			Kaflapróf 5
22		Bættu þig!	
23		Bættu þig! / Þjálfðu hugann	Lokapróf úr Skala 1B

Talnaskilningur í bland við skýra stærðfræðilega málnotkun myndar grundvöllinn undir frekari vinnu í stærðfræði. Í þessum kafla fást nemendur aðallega við heilar tölur sem settar eru fram á ýmsa vegu, svo og nokkur hugtök sem lýsa tölum út frá eiginleikum þeirra.

1 Tölur og talnareikningur

Blaðsíða 6–7

Forþekking

- Sætiskerfið fyrir heilar tölur
- Aðferðir í blaðreikningi í tengslum við reikniaðgerðirnar fjórar
- Margföldunartöflurnar

Fagleg tengsl

Margföldun og þáttun tengjast flatarmáli rétthyrninga. Þetta er einnig tekið til umfjöllunar í tengslum við algebru í kafla 5 í *Skala 1B* og kafla 4 í *Skala 2B*. Nemendur munu aftur takast á við þáttun í kafla 3 þar sem þeir eiga að finna samnefnara. Einfaldar veldareglur, sem kynntar eru í lok kaflans, munu koma aftur til sögunnar í kafla 5 í *Skala 1B* um algebru. Um tölur á staðalformi verður fjallað í 9. bekk.

Notkun í daglegu lífi

Hugareikningur og slumpreikningur tengjast atburðum úr daglegu lífi, meðal annars við kaup og sölu. Þáttun tengist til dæmis grunnfleti húss og formi rétthyrnings. Neikvæðar tölur tengjast meðal annars gráðum á Celsíus og efnahagsútreikningum. Veldareikningur tengist stórum tölum og þörfinni fyrir að skrá tölur á einfaldan hátt.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Lestarfærni nemenda eykst smám saman eftir því sem á kaflann líður með því að þeim séu kynntir fræðilegir textar og sýnidæmi sem þeir verða að lesa til að skilja hvers verkefnið krefst að þeir geri. Stærðfræðitextar eru samþjappaðir. Í kaflanum eru nemendur hvattir til að túlka og lesa út úr myndum, töflum, uppskriftum, verðlistum o.fl.

Munnleg færni

Athyglinni er beint að munnlegri færni sem felst í að geta notað

stærðfræðileg orð og hugtök í samræðum um bæði sýnidæmin og verkefni. Nemendur orða eigin hugsanir, aðferðir og skilning, bæði hver fyrir öðrum og í samræðum við kennarann. Kennari sýnir áhuga á samræðum um mismunandi aðferðir við að hugsa um og leysa verkefni. Lestarfærni og munnleg færni tengjast náið í þessum kafla.

Stafræn færni

Nemendur eiga að læra að nota vasareikni á réttan og árangursríkan hátt. Það felur meðal annars í sér að þeir læri að nota minni vasareiknisins og geti notað það rétt í tengslum við reglur um forgangsroð reikniaðgerða. Á nokkrum stöðum er mælt með notkun töflureiknis.

Skrifleg færni

Nemandinn mun kynnast hugtakinu *skriflegur hugareikningur*. Með því er átt við eins konar milliútreikninga sem nemendur skrá hjá sér, til að auðveldara sé að reikna dæmin til enda í huganum og losna þannig við að nota hefðbundnar reikningsaðferðir á blaði. Í sýnidæmunum eru sýndir heppilegir milliútreikningar. Um er að ræða tillögur um lausnleiðir og alls ekki hugsaðir sem eina aðferðin til að leysa viðkomandi dæmi. Víða eru sýndar mismunandi tillögur að lausn á sama dæminu.

Reikningsfærni

Aðaltilgangurinn með kaflanum er að þróa reikningsfærni nemenda svo að þeir geti reiknað á skilvirkan og nákvæman hátt. Nemendur eiga að venjast því að meta hvort sennilegt sé að svörin, sem þeir fá, séu rétt.

Faglegt innihald

- Inngangur að þemanu „heilar tölur“

Ábendingar

Stærðfræðiorð

Kennari gefur nemendum nægan tíma til að hugsa um hvað orðin þýða. Nemendur geta til dæmis unnið saman tveir og tveir og skráð útskýringar á hugtökunum. Síðan ræða allir nemendur bekkjardeildarinnar saman um útskýringarnar. Kennari fylgist vel með til að átta sig á hugsanlegum misskilningi meðal nemenda.

Könnunarverkefni

Júlía byrjar á orðunum „elskar mig“. Þar eð talan 21 er oddatala mun hún einnig enda á „elskar mig“. Könnun Júlíu gefur þá niðurstöðu sem hún óskar eftir. Mikilvægt er að nemendurnir sjálfir komist að þessari niðurstöðu. Í samræðum bekkjardeildarinnar getur kennari komið hugtökunum oddatölur og sléttar tölur að.

Hvað ef baldursbráin væri með 24 krónublöð – gæfi könnun Júlíu þá jafn góða niðurstöðu?

(Nei, vegna þess að 24 er slétt tala. Þá endar könnunin gagnstætt því sem byrjað er á.)

Komið með dæmi um hvernig flokka má heilar tölur á annan hátt.

(Til dæmis ferningstölur, þríhyrnings-tölur, frumtölur, samsettar tölur og fleira.)

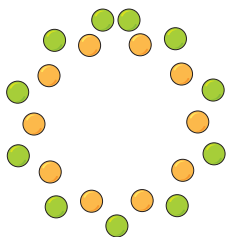
Við hvaða aðstæður getur það skipt máli hvort við erum með slétta tölu eða ekki?

(Pegar skipta skal einhverju í tvö jafn stór söfn.)

Auðveldari verkefni

Nemendur nota talningarkubba, pinna eða eitthvað svipað til að tákna krónublöð baldursbráinnar og gera verkefnið áþreifanlegt.

Kubbarirnir eru lagðir í hring (eins og krónublöð), einn og einn („elskar mig“ „elskar mig ekki“) fjarlægður. Þá kemur í ljós hvernig fer!



Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur þylja úrtalningarromsur. Þeir kunna áreiðanlega slíkar þulur frá því að þeir voru yngri, t.d. „Úllen, dúllen, doff ...“. „Ugla sat á kvisti ...“ o.fl. (Sjá t.d. www.leikjavefurinn.is)

Hver á hring
sem gat er á?
Far þú frá!

Í þessari stuttu úrtalningarromsu á að benda 10 sinnum. Nemendur ræða saman um hvernig sá sem bendir eigi að byrja ef 2, 3, 4, 5, 6, 7 eða 8 börn eru í hópi til að vera öruggur um að enda ekki á sjálfum sér. Einnig má skoða aðrar úrtalningarromsur, sem nemendur kunna, út frá sömu spurningu.

Könnun á oddatölum

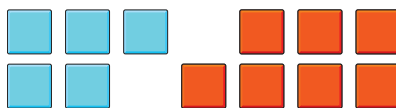
Nemendur finna

- summu tveggja oddatalna
- summu þriggja oddatalna
- summu fjögurra oddatalna
- summu fimm oddatalna
- summu sex oddatalna

Kennari spyr nemendur: *Sjáið þið einhver mynstur í niðurstöðunum?* (Þegar fjöldi oddatalna er oddatala verður summa þeirra oddatala; þegar

fjöldi oddatalna er slétt tala verður summa þeirra slétt tala.)

Nemendur reyna að útskýra hvers vegna þetta á alltaf við. Gott er að nota talningarkubba.



Oddatala felur alltaf í sér slétta tölu + 1.

Hér má til dæmis sjá

$$5 + 7 = (4 + 1) + (6 + 1) = 4 + 6 + 2 = 12$$

Einingarnar, sem eru stakar, eru samtals 2 og svarið hlýtur þar með að vera slétt tala. Í kafla 5 í *Skala 1B* munu nemendur læra hvernig hægt er að alhæfa um slík tengsl og sanna það með því að nota algebru.

Faglegt innihald

- Hugareikningsaðferðir, samlagning
- Skriflegur hugareikningur (sjá bls. 6)

Hugareikningur, slumpreikningur og blaðreikningur

Blaðsíða 8-9

Æfingahefti



Ábendingar

Bls. 8

Myndina á miðri blaðsíðunni má nota til að ýta af stað stærðfræðilegum umræðum um aðferðir í hugareikningi. Talblöðurnar sýna hvernig einfalt reikningsdæmi má leysa í huganum með þremur mismunandi aðferðum. Kennari dregur fram hvaða hugareikningsaðferðir nemendur hafa notað fram til þessa.

Nokkrir nemendur munu kannast við aðferðina í talblöðrunni til vinstri. Á fyrri stigum var athyglinni stundum beint að „tíuvinum“. Nemendur læra að „fylla upp í tuginn“. Þessi aðferð kemur sér oft vel en nemendur þurfa að geta valið úr mörgum hugareikningsaðferðum. Þeir sem nota einkum talningaraðferðir þurfa að fá hjálp til að læra utan að svör í samlagningu og frádrætti með lágum tölum. Talning er afar seinvirk aðferð.

1.1

Hér fást nemendur í fyrsta sinn við getuskipt verkefni. Miklu skiptir að hvetja nemendur til að velja sér þyngdarstig þannig að verkefnin reyni á þá. Fyrst leysa nemendur verkefnin hver fyrir sig, síðan ræða þeir saman í pörum eða litlum hópum um hvernig þeir hugsa. Kennari ræðir við alla bekkjardeildina um lausnaaðferðir og reynir að ná fram eins mörgum lausnaleyðum og hægt er. Til að undirbúa nemendur undir næstu opnu getur kennari jafnframt sýnt á töflunni hvað átt er við með skriflegum hugareikningi.

Til dæmis:

$$9 \cdot 35 = 10 \cdot 35 - 35 = 350 - 35 = 315$$

Sýnidæmi 1

Útreikningarnir eru skráðir sem skriflegur hugareikningur. Nemendur eiga að skrá þá þannig til að sýna hvernig þeir hugsa. Það er einnig ákjósanlegt að þeir útskýri munnlega hvernig þeir hugsa.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Kennari sýnir nemendum að hugsa má um lausnirnar á mismunandi vegu; mismunandi hugareikningsaðferðir koma sér vel á mismunandi talnasviðum. Nauðsynlegt er að stækka þann forða aðferða sem nemendur hafa á reiðum höndum. Hafi nemendur margar aðferðir á valdi sínu gerir það þá færa um að velja aðferðir út frá því hvaða tölur er um að ræða hverju sinni.

Auðveldari verkefni

Kennari notar í kennslunni áþreifanleg hjálpartæki, helst peninga eða sætisgildiskubba.



Hjálpartækin, t.d. peningar, eru notuð til að geyma eða taka til láns á áþreifanlegan hátt. Gagnslitlar aðferðir geta hindrað eðlilega þróun nemenda í stærðfræði. Aðferðir til lausnar verkefnum skiptast í hugar- aðferðir („ég bara veit svarið“) og talningaraðferðir. Hér eru dæmi um hugar- aðferðir:

Flokkunaraðferð (flokka saman tugi annars vegar og einingar hins vegar):
 $36 + 57 = (30 + 50) + (6 + 7) = 80 + 13 = 93$

Línuleg aðferð (fylla upp í 10): $36 + 57 = 36 + 4 + 53 = 40 + 53 = 93$ eða

$36 + 57 = 33 + 3 + 57 = 33 + 60 = 93$. Þessari línulegu aðferð má lýsa sem hoppum á talnalínu.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur finna atburði eða aðstæður þar sem þessi dæmi eiga við.

Dæmi um 1.1c: Ég á 23 kr. og gef litla bróður 14 kr. Hve mikla peninga á ég eftir?

Dæmi um 1.1e: Ég á 12 glerperlur og skipti þeim milli fjögurra krakka. Hvað fær hver krakki margar perlur?

Nemendur búa til hugareikningsdæmi fyrir bekkjarfélagana.

Hugareikningur með tveimur teningum

Búnaður: Teningar með tölunum 0–9 eða pappírsmiðar/spil með þessum tölum.

Spilið er fyrir tvo leikmenn.



Leikmenn þurfa tvo teninga, hvorn í sínum lit (til dæmis rauðan og hvítan). Annar teningurinn táknar tugi en hinn einingar. Leikmaður 1 kastar teningunum og skráir töluna. Leikmaður 2 fer eins að. Leikmaður 1 leikur aftur, leggur nýju töluna við fyrri tölu í huganum og skráir svarið. Þannig leika leikmenn til skiptis. Sá leikmaður vinnur sem er á undan að fara upp í 500 eða meira. Ef báðir leikmenn ná þessu marki í sömu umferð skal færa markið upp um 100. Þannig skal haldið áfram þar til annar leikmaðurinn vinnur spilið.

Faglegt innihald

- Hugareikningsaðferðir, frádráttur og margföldun

Æfingahefti



Blaðsíða 10–11

Ábendingar

Bls. 10

Kennari ræðir við nemendur um mismun. Margir nemendur skilja reikniaðgerðina frádrátt sem „taka burt“. Þessi skilningur getur takmarkað hugsun nemenda. Kennari þarf að fá fram að mismunur er munur á einhverju. Þetta má sjá á myndinni af talnalínunni efst á blaðsíðunni.

Hvernig getum við reiknað út hæðarmuninn á Pétri og Guðrúnu? Hvaða reikniaðgerð notum við? Getur mismunurinn á hæð tveggja persóna, sem eru ekki jafn stórar og Pétur og Guðrún, verið sá sami. Ef frádráttur felst í „að taka burt“ – hvað merkir þá „að taka burt“ hæð Guðrúnar frá hæð Péturs? Verður svarið annað ef spurt er um hæðarmuninn á Guðrúnu og Pétri? Hvað gerist ef Guðrún hækkar um 8 cm? Getur hæðarmunurinn verið áfram sá sami? Hugsid ykkur ýmsar keppnir í hástökki: skólakeppni, deildakeppni, heimsmeistarakeppni. Hvaða tegundir niðurstaðna eru sennilegar í þessum mismunandi keppnum? (Stuttur eða langur tími? Langar eða stuttar vegalengdir? Getur einhver komið með tillögur um lengd, hæð eða tíma í þessum keppnum?)

Bls. 11

Hugareikningsaðferð, sem mikið er notuð í margföldun, byggist á dreifireglunni. Hennar er ekki beinlínis getið í nemendatextanum. Hins vegar mun skilningurinn á því að $4 \cdot 12 = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 2$ styrkja skilning nemenda síðar á hinni almennu reglu: $a(b + c) = ab + ac$.

Þessi reikningsaðferð er ekki alltaf sú fljótvirkasta. Nemendur eiga að læra

að margföldun með tölu, sem er einum stærri eða minni en heill tugur, má einfalda með því að margfalda með tugnum og leggja síðan við eða draga töluna frá einu sinni.

Dæmi:

$$29 \cdot 7 = 30 \cdot 7 - 7 = 210 - 7 = 203$$

1.3 og 1.5

Mikilvægt er að fá nemendur til að skiptast á upplýsingum um aðferðir sínar, t.d. skriflegar hugareikningsaðferðir við að leysa dæmin. Síðan þurfa þeir að fá tækifæri til að útskýra hver fyrir öðrum í þörum, í hópum eða í allri bekkjardeildinni hvernig þeir hugsa lausnirnar.

Grundvallarfærni

Mikilvægt er að nemendur æfi sig í að útskýra hvernig þeir hugsa, einnig skriflega. Hér er áhersla lögð á að sýna skriflegar hugareikningsaðferðir, hlusta á og sjá aðferðir annarra og meta sínar eigin með hliðsjón af aðferðum hinna. Kennari biður nemendur að velta fyrir sér hvaða aðferðir eru skilvirkastar og sniðugastar að þeirra dómi.

Auðveldari verkefni

Í verkefni 1.3 geta einhverjir nemendur haft gagn af talnalínu.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hugareikningsshringrás

Notið verkefnablað 1.1.1.

Pegar spjöldin hafa verið klippt út eru þau stokkuð vel og skipt milli nemenda. Einn nemandi byrjar og les dæmið á einu spjaldanna sinna. Sá sem er með svarið á einu af sínum spjöldum kallar: „Ég er með ...“ og segir svarið. Mótmæli enginn heldur sá nemandi áfram að lesa dæmið á sama spjaldinu og svarið var á. Svari

allir rétt eru öll spjöldin lesin upp einu sinni og endað á spjaldinu sem byrjað var með.

Sérstök áskorun: Verkefnið er leyst aftur á bak: Talan (svarið) er lesin upp fyrst og viðkomandi dæmi fundið á eftir.

Afbrigði af hugareikningsshringrásinni

Notið spjöldin sem dóminóspjöld þar sem tveir og tveir nemendur eiga að finna spjöld með dæmi og viðeigandi svari. Þá þarf hvert nemendapar að fá ljósrit af öllum spjöldunum. Spjöldin, sem passa saman, má leggja niður í langa röð.

Faglegt innihald

- Hugareikningsaðferðir, margföldun og deiling

Búnaður

- Bréfastemmur

Æfingahefti

1.2, 1.3, 1.4, 1.5

1.10, 1.11, 1.12, 1.13, 1.14

1.19, 1.20, 1.21

Blaðsíða 12–13

Ábendingar

Sýnidæmi 4

Hér er sýnt hvernig skipta má þáttum í margföldunardæmi í minni þætti og að breyta má röð þáttanna. Hugtakið þáttur verður kynnt og útskýrt seinna í kaflanum. Kennari notar hugtakið þáttur þegar hann ræðir um þessar aðferðir. (Nemendur þekkja þetta hugtak að líkindum úr fyrra námi.)

1.10

Ef rétt er úr bréfastemmunni að hluta bendir hún af meiri nákvæmni á tölurnar.



Nemendur eiga að framkvæma útreikningana hver fyrir sig og athuga þar næst hvort þeir fá sama svar og aðrir. Sé ekki svo þurfa þeir að útskýra hver fyrir öðrum hvernig þeir reiknuðu og finna þar næst hver þeirra reiknaði rétt.

Grundvallarfærni

Kennari vekur athygli nemenda á mismunandi aðferðum þeirra við skriflegan hugareikning.

Kennari fylgist einnig með skráningu nemenda og gætir þess að nemendur noti jöfnumerkið rétt. Röng notkun þessa tákns er algeng villa.

Dæmi: $245 + 36 = 240 + 30 = 270 + 5 + 6 = 281$ (röng notkun jöfnumerkisins)

Annað dæmi: $245 + 36 = 240 + 30 + 5 + 6 = 270 + 5 + 6 = 270 + 11 = 281$ (rétt notkun jöfnumerkisins)

Auðveldari verkefni

Kennari þarf að meta hvort einhverjir nemendur eigi að sleppa því að vinna dæmi 1.8 með hugareikningi og leyfa þeim þess í stað að nota áþreifanleg hjálpargögn/peninga sér til hjálpar.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hugareikningsbingó

Nemendur búa til rúðunet með $5 \cdot 5$ reitum. Kennarinn skrifar 25 tölur á töfluna (sjá hér á eftir) og nemendur fylla rúðunetið sitt með þessum tölum þannig að hver og einn hafi sitt „bingóspjald“. Markmiðið er að fá fimm í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Spila má þetta spil með 16 reitum og þá er markmiðið fjórir í röð.

Kennarinn les verkefnin í handahófskenndri röð og nemendur krossa yfir reitinn með rétta svarinu. Sá nemandi vinnur sem er fyrstur að hrópa „stærðfræðibingó“. Gott er að endurtaka leikinn nokkrum sinnum.

25 tölur í hækkandi röð:

7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 35, 44, 46, 51, 52, 53

Viðeigandi 25 hugareikningsdæmi:

$5 + 13$	$15 + 16$
$27 - 12$	$43 - 27$
$17 \cdot 3$	$56 : 7 + 2$
$18 + 9$	$26 + 18$
$240 : 30$	$34 - 17$
$14 + 39$	$112 - 89$
$4 \cdot 13$	$35 - 9 + 4$
$23 - 16$	$63 : 7 + 15$
$25 + 9 - 19$	$31 - 15 + 6$
$32 - 13$	$53 - 18 - 7$
$81 : 3 - 7$	$54 : 6 + 16$
$38 - 17$	$91 - 45$
$7 \cdot 4 - 2$	

Stærðfræðibingó má einnig nota með orðadæmum. Nemendur búa til hugareikningsdæmi þar sem svarið á að vera heil tala.

Dæmi:

Í bolludeigi eiga að vera 7 dl af mjólk. Hve marga dl þarf í tvöfalda uppskrift? Svar 14.

Hjólreiðamaður hjólar æfingabraut sem er 35 km fimm daga vikunnar í eina viku. Hve marga km hjólar hann á einni viku? Svar: 175

Kennari velur 16 eða 25 dæmi frá nemendum þannig að svörin séu mismunandi.

Hann skrifar svörin í stækkandi röð á töfluna (án þess að tilgreina einingar eða heiti). Síðan stokkar hann dæmin og les þau upphátt í handahófskenndri röð.

Kennari rifjar þessi dæmi upp síðar eða tekur afganginn af dæmunum til handargagns til notkunar síðar.

Stærðfræðibingó má víkka út með nýjum dæmum með þeim sem tekin eru fyrir síðar. Á þessu námsári getur bekkjardeildin komið sér upp góðu safni af stærðfræðibingó-dæmum.

Blaðsíða 14–15

Ábendingar

Kennari byrjar á bekkjarsamræðum. Markmiðið með þeim er að fá fram við hvaða kringumstæður er mikilvægt að geta reiknað með slumpreikningi. Mikilvægustu aðstæðurnar, þar sem slumpreikningur er gagnlegur, eru þessar:

- Við hversdagslegar aðstæður þar sem ónákvæmt eða námundað svar er nægilegt. Sem dæmi má nefna þegar við erum að versla og þurfum að vita hvort við höfum nóg peninga eða ef við viljum vita hve margar málningarfötur þarf til að mála hús.
- Þegar við þurfum að sannreyna og meta hvort svar er sennilegt. Algengar villur felast í að námundun er röng eða innsláttarvillur eru gerðar á vasareikni. Nemendur þurfa alltaf að setja sér það markmið að uppgötva eigin villur.

Miklu skiptir að nemendur átti sig á að það er hagkvæmt að nota hugareikning þegar slumpreikningur er notaður. Þurfi þeir að nota pappír og blýant eða vasareikni geta þeir alveg eins reiknað dæmin með nákvæmni. Í náminu þurfa nemendur oft að sýna skriflega hvernig þeir reiknuðu með slumpreikningi til þess að þeir geti gert sér grein fyrir eigin aðferðum og kennari geti séð hvernig þeir hugsa.

Nemendur eiga að námunda nóg „gróflega“ til að geta reiknað svarið í huganum.

Einhverjir nemendur rugla saman reikningi með slumpreikningi og námundun. Þá reikna þeir svarið með nákvæmni og námunda síðan svarið. Þetta er ekki slumpreikningur. Kennari þarf að ganga úr skugga um

hvort einhverjir nemendanna séu haldnir þessum misskilningi.

Grundvallarfærni

Lestarfærni getur þróast þegar verkefni verða raunverulegri með samsettum textum og töflum. Hér er æfð hæfni nemenda til að velja viðeigandi upplýsingar úr mismunandi töflum, til dæmis úr verðlista. Í verkefni 1.12 eiga nemendur fyrst að reikna með slumpreikningi í huganum og ganga síðan úr skugga um hina réttu upphæð með vasareikni. Þannig æfa þeir stafræna færni sína.

Auðveldari verkefni

1.13e

Nemendur, sem eru á svipuðu getustigi, vinna saman í þörum. Þá er hægt að aðlagja þetta verkefni að getu nemenda með því að segja þeim að þeir eigi að kaupa tvo hluti, þrjá hluti o.s.frv.

Erfiðari verkefni

1.12

Nemendur reikna með slumpreikningi hvað allar fimm vörurnar kosta samtals.

1.13e

Í þessu verkefni má hvetja nemendur til að reikna með slumpreikningi hvað það kostar að kaupa í matinn fyrir heila fjölskyldu.

Ýmis verkefni

Heimaverkefni

– búðarferð

(Nemendur geta skrifað eins konar skýrslu eða ritgerð um þetta verkefni.)

Kennari fær nemendum eftirfarandi verkefni eða aðlagar það nærumhverfi þeirra og möguleikum þess:

Þú átt að skipuleggja skemmtilegt kvöld fyrir þig og sjö vini þína. Þú ætlar að bera fram einfaldan kvöldverð, drykki og eitthvað af „snakki“. Þar að auki skaltu leigja kvikmynd. Skrifaðu verðlista yfir það sem þú þarft. Farðu í búðina í nágrenninu og reiknaðu með slumpreikningi hvað vörurnar munu kosta. Kynntu niðurstöðurnar með myndum og texta.

Að endurbæta kennslustofuna

Nemendur reikna með slumpreikningi hvað efnið til að hressa upp á kennslustofuna þeirra muni kosta. Veggina á að mála og skipta um gólfefni. Nemendur reikna flatarmál veggja og gólfs með slumpreikningi eða nota eftirfarandi verð: 3 lítrar af veggmálningu kosta 3600 kr. Einn lítri af málningu dugur á 8–10 m². Mála þarf tvær umferðir. Gólfefni kostar um það bil 5000 kr. m². Hver er kostnaðurinn um það bil við að lagfæra kennslustofuna? Nemendur, búa til yfirlit yfir kostnaðinn og kynna útreikningana fyrir bekkjarfélögum. Síðan bera þeir niðurstöður sínar saman. Nemendur reikna með slumpreikningi hver kostnaðurinn yrði ef allar kennslustofurnar í skólanum væru jafn stórar og þessi kennslustofa og bæði þyrfti að mála þær allar og skipta um gólfefni.

Blaðsíða 16–17

Ábendingar

Sýnidæmi 7

Sýnidæmið leiðir í ljós að ekki er alltaf hægt að nota hefðbundnar reglur um námundun. Þá getur svarið orðið of ónákvæmt þegar reikna skal með slumpreikningi. Kennari lætur nemendur rökræða og finna fleiri aðstæður þar sem ekki er gott að nota námundarreglurnar. Dæmi um þetta geta verið eftirfarandi:

- Við hversdagslegar kringumstæður, þar sem spurt er um hvort við höfum nóg af peningum, getur verið skynsamlegt að námunda margar talnanna upp á við.
- Ef maður námundar deili svo miklu nemur getur það valdið alvarlegum villum.

1.17

Nemendur finna dæmi um aðrar dýrar neysluvörur þar sem þeir geta með slumpreikningi reiknað kostnaðinn á ári.

Grundvallarfærni

Þáttur í lestrarfærni er að geta fundið upplýsingar sem þarf til að leysa úrlausnarefni. Á þessari opnu þjálfast lestrarfærni nemenda með því að þeir þurfa að velja úr textanum nauðsynlegar upplýsingar.

Auðveldari verkefni

Nemendur geta fundið út hve langan tíma það tekur að fara í skólann og heim aftur og hve langt þeir ganga/hjóla/taka strætó til og frá skóla. Þeir reikna með slumpreikningi hvað þeir nota langan tíma í þessar ferðir og hve langa vegalengd þeir fara á einni viku.

Erfiðari verkefni

Nemendur geta fundið út hve langan tíma það tekur að fara í skólann og heim aftur og hve langt þeir ganga/

hjóla/taka strætó til og frá skóla. Skólaárið er 180 dagar. Þeir reikna með slumpreikningi hvað þeir nota langan tíma í þessar ferðir og hve langa vegalengd þeir fara á einu skólaári.

Slumpreikningur í deilingu

Kennari lætur nemendur fá nokkur dæmi:

3267 : 1,7
1,2 : 0,08
40 050 : 0,3

Nemendur reikna með slumpreikningi á mismunandi vegu, með því að námunda „gróflega“ (t.d. fjögurra stafa tölu að heilu hundraði) eða námunda lítið (t.d. að einum tug). Síðan reikna þeir út nákvæmt svar með vasareikni. Þeir athuga hvers konar slumpreikningur gefur svar sem er næst hinu rétta:

- Báðar tölur námundaðar upp á við
- Báðar tölur námundaðar niður á við
- Tölurnar námundaðar hvor í sína áttina
- Einungis önnur talan námunduð

Hentar eitthvert dæmanna ekki fyrir slumpreikning vegna þess að jafn auðvelt er að reikna það af nákvæmni?

Ýmis verkefni

Að mæla púlsinn

Nemendur finna sinn eigin púls. Þeir telja slögin í 6 sekúndur. Síðan finna þeir hve mörg slögin eru á 1 mínútu. Loks finna þeir með slumpreikningi hve mörg slög hjarta þeirra slær á einum sólarhring, einni viku, einum mánuði og einu ári.

Nú mæla nemendur púlsinn aftur, að þessu sinni telja þeir slögin í 30 sekúndur.

Þeir reikna aftur með slumpreikningi til að finna um það bil hve mörg slög hjarta þeirra slær á einum sólarhring, einni viku, einum mánuði og einu ári.

Fengu nemendur sömu niðurstöður í bæði skiptin? Ef ekki, reyna þeir að finna skýringu á mismuninum.

Að panta rútu fyrir skíðaferð

Nemendur reikna með slumpreikningi hve margar rútur skóli með 412 nemendur og 38 kennara þarf að panta ef 48 sæti eru í hverri rútu. Eðlilegur slumpreikningur er $450 : 50 = 9$ en þá kemur í ljós að við höfum gert ráð fyrir of mörgum í hverja rútu og að í rauninni eru rúturnar of fáar. Ef reiknað er af nákvæmni sést að aðeins er pláss fyrir 432 nemendur og kennara í 9 rútum. Ef við hins vegar notum slumpreikningi $450 : 45$ fáum við svarið 10. Þannig reiknum við með aðeins færri farþegum en komast fyrir í hverri rútu. Þá erum við örugg um að pláss sé fyrir alla nemendur og kennara í skíðaferðina.

Hve margar rútur af þessari stærð þarf þinn skóli til að fara í skíðaferð? Allir munu taka þátt í ferðinni.

Kostnaður við að fara í sturtu

Heitt vatn, sem rennur í 10 mínútur í sturtunni, kostar um það bil 11,60 kr. Nemendur áætla hvað þeir og aðrir fjölskyldumeðlimir fara oft í sturtu á viku og meta hvort sturtuferðin tekur lengri eða skemmri tíma en 10 mínútur. Síðan reikna þeir með slumpreikningi hvað það kostar fjölskylduna á ári að fara í sturtu.

Í Noregi kostar um það bil 3 norskar krónur (NOK) að fara í sturtu í 10 mín. Reiknaðu í íslenskum krónum hvað kostar fyrir Norðmann að fara í sturtu og berðu saman við kostnaðinn á Íslandi. Hvað kemur í ljós?

Faglegt innihald

- Slumpreikningur við hversdagslegar aðstæður
- Blaðreikningur

Æfingahefti



Blaðsíða 18–19

Ábendingar

1.19

Nemendur geta skrifað eins konar skýrslu eða ritgerð um þetta verkefni.

Grundvallarfærni

Lestur felst ekki einungis í að túlka texta. Í 1.19 felst áskorunin í að túlka og skilja teikningu af íbúð séða ofan frá. Nemendur eiga að lýsa hvað þeir sjá, segja frá því sem þeir skilja og hvað þeir ef til vill skilja ekki. Nemendur finna tákni sem sýna dyr og glugga. Þetta er mikilvægt fyrir útreikningana í verkefninu.

Hægt er að framkvæma blaðreikning á mismunandi vegu. Miklu skiptir að nemendur noti aðferðir sem þeir skilja sem þar að auki eru skilvirkar. Kennari ræðir við nemendurna um hvaða aðferðir þeir þekki. Komi nemendur frá mismunandi skólum eða bekkjardeildum kunna þeir að hafa lært mismunandi reiknings- og vinnuaðferðir. Kennari biður nemendur að útskýra lausnleiðir sínar hver fyrir öðrum og útskýra með orðum hvernig þeir hugsa.

Auðveldari verkefni

Einhverjir nemendur kunna að hafa gagn af kennsluþeningum. Ef svo er fær kennari þeim í hendur myntirnar 100 kr., 10 kr. og 1 kr. en ekki 50 kr. og 5 kr.

Erfiðari verkefni

1.19

Nemendur nota húsgagnabæklinga og finna húsgögn fyrir íbúðina. Þeir skoða teikninguna og finna út hvaða húsgögn þeir þurfa. Þeir búa til yfirlit yfir húsgögnin, sem þörf er á, og reikna með slumpreikningi hvað kostar að innrétta íbúðina á sem ódýrasta máta.

Ýmis verkefni

Margföldunarvefur

Búnaður:

- Silkipappír í tveimur litum
- Pappi fyrir ramma
- Skæri
- Lím

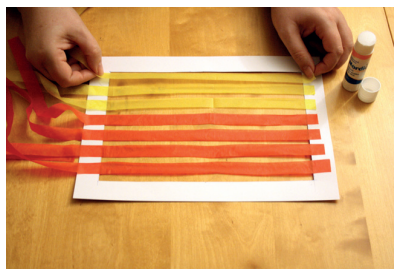


Nemendur velja margföldunardæmi með tveimur tveggja stafa tölum.

Nemendur klippa renninga út úr silkipappírnum þannig að annar liturinn tákni einingar og hinn tugi.

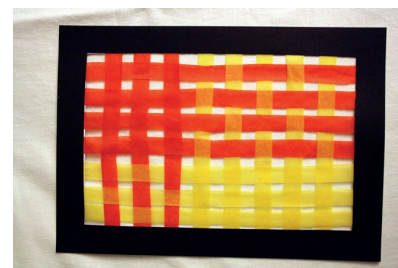
Dæmi:

$43 \cdot 35$; gular einingar og rauðir tugir. Ofið er með 4 rauðum og 3 gulum renningum „frá austri til vesturs“ og 3 rauðum og 5 gulum renningum „frá norðri til suðurs“.



Nemendur klippa ramma sem passar fyrir vefinn, leggja hann við jaðrana og líma endana saman.

Nemendur telja nú út svarið: Skurðpunktar, þar sem eining sker einingu, eru taldir sem einingar; skurðpunktar þar sem einingar skera tugi eru taldir sem tugir og skurðpunktar þar sem tugir skera tugi eru taldir sem hundruð.



Niðurstaðan er þessi:

15 einingar	=	15
29 tugir	=	290
12 hundruð	=	1200
Samtals		1505

Verkefnið má víkka út með því að nota þriggja stafa tölur og þrjá liti. Þá þarf einnig að telja þúsund og tíu þúsund.

Faglegt innihald

- Blaðreikningur, deiling
- Margföldunartaflan og þættir

Æfingahefti

- 1.8
- 1.17, 1.18
- 1.26

Blaðsíða 20–21

Ábendingar

Sýnidæmi 11

Hér eru sýndar tvær mismunandi deilingaraðferðir. Þótt aðferð 2 sé algengari munu margir nemendur eiga erfitt með að skilja slíka útreikninga. Í aðferð 1 geta þeir deilt eins lengi og eitthvað er eftir. Röðin á því hvort skipt er miklu eða litlu skiptir ekki máli og auðveldara kann að vera að hafa yfirsýn yfir deilinguna. Ýmsir nemendur eru ánægðir með þessa deilingaraðferð en auðveldara er að hugsa um hana sem endurtekinn frádrátt. Hve oft er hægt að draga deilinn frá? Mörgum er hjálp í því að hugsa um tölurnar sem krónur. Þá fær hver fyrst einn tíkall. Þar með höfum við notað 60 (kr.) sem við drögum frá. Þá sést að hægt er að skipta meiru og nú látum við hvern fá 20 (kr.) í viðbót og drögum 120 einingar frá. Þannig er haldið áfram þar til minna en 6 er eftir til skiptanna. Þá er ekki til 1 handa hverjum og við leggjum saman það sem hver fékk.

Hvað þýðir það að svarið er 34 og afgangurinn er 2?

Þáttur eða margfeldi

Spilið er undirbúningur fyrir undirflokkinn um deilanleika og þáttun. Tilgangurinn er að gera nemendur meðvitaða um að skipta má tölum í þætti. Samtímis getur kennari gengið úr skugga um hvort nemendur kunna litlu margföldunartölfluna.

Með því að varpa hundraðtölflunni upp á vegg má spila spilið með allri bekkjardeildinni áður en nemendur spila saman í þórum (eða tveir á móti tveimur). Ef spilið er notað með bekkjardeildinni í heild má skipta henni í tvo hópa þar sem nemendur skiptast á um að ákveða næsta leik hverju sinni.

Tveir nemendur geta spilað hvor gegn öðrum með leiðsögn kennarans eða kennarinn spilar gegn öllum nemendum. Margir nemendur munu halda að spilinu sé lokið áður en svo er vegna þess að þeir ráða ekki við að finna alla þættina í tölunum.

Grundvallarfærni

Í spilinu *Þáttur eða margfeldi* þurfa nemendur að íhuga, útskýra og rökstyðja hvers vegna talan, sem þeir velja þátt í eða margfeldi af, verður fyrir valinu. Þetta þjálfar grundvallar-talnaskilning þeirra og reikningsfærni.

Í verkefni 1.22 er rétt að hvetja nemendur til að grannskoða hvaða aðferðir og hjálpartæki þeir velja að nota í hverju verkefni. Tilgangurinn er að nemendur læri að nota stafræn hjálpartæki á skynsamlegan hátt.

Auðveldari verkefni

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Ef nemendur kunna ekki margföldunartölfluna þegar þeir flytjast upp á unglingastig er æfingaskorti sjaldan um að kenna. Þess vegna er nauðsynlegt að láta þessa nemendur upplifa nýja og breytta reynslu af margföldunartölflunni. Margir nemendur hugsa um margföldun sem endurtekna samlagningu vegna þess að reikniaðgerðin var kynnt fyrir þeim þannig í upphafi. Önnur aðferð er að hugsa um margföldun sem flatarmál rétthyrnings, sjá bls. 26 í nemendabók.

Kennari lætur nemendur hafa margföldunartölflu sem hjálpartæki (verkefnablað 1.1.2). Hann sýnir þeim að ef þeir teikna rétthyrning þar sem tölurnar í margföldunardæminu tákna lengd og breidd, teiknaðar frá 1, sbr. myndina hér á undan, mun reita-fjöldinn í rétthyrningnum (flatar-málið) tákna svarið og birtast í neðsta, hægra horninu. Þannig fá nemendur í hendur aðferð til að teikna og telja þegar önnur hjálpartæki eru ekki tiltæk. Um leið öðlast þeir grunn til að skilja það sem stendur á bls. 26 um þáttun og rétthyrninga.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur útskýra réttu lausnina af þeim tveimur sem sýndar eru í 1.23. Þeir útskýra hvernig deilingaraðferðin virkar. Þeir hugsa sér að um peninga sé að ræða sem skipta eigi milli 7 nemenda. Þeir útskýra aðferðina, sem gefur rétt svar. *Hvað tákna allar tölurnar sem skráðar eru fyrir neðan dæmin?*

Þáttur eða margfeldi

Nemendur reyna að finna slyngar aðferðir. Ein aðferðin er að finna háa frumtölu. Hversu háa? (Tölu hærri en 50 því að þá er ekki hægt að finna tvöfalt hærri tölu á hundraðtölflunni.) Þá getur andstæðingurinn aðeins reynt að deila í töluna og eini möguleikinn er að deila með 1 – sem ef til vill hefur þegar verið valin. Hafa einhverjir nemendur uppgötvað þetta?

Tillögur að spurningum sem geta aukið skilning nemenda á spilinu: *Eru einhverjar tölur í hundraðtölflunni sem er óskynsamlegt að velja í fyrsta leik? Hvaða tölur gefa andstæðingnum marga möguleika?*

Faglegt innihald

- Deilanleiki með því að skipta tölu í tvo þætti

Deilanleiki og þáttun

Blaðsíða 22–23

Æfingahefti

1.27, 1.28

1.41, 1.42

Ábendingar

Faglegt innihald byggist á sömu aðferð og notuð var í spilu *Páttur eða margfeldi*. Nemendur eiga að átta sig á að þáttun og margföldun eru andhverfar aðgerðir og því er þáttun ein birtingarmynd deilingar. Þar að auki eiga nemendur að upplifa að oft má þátta á marga vegu.

Grundvallarfærni

Í markmiðunum eru kynnt til sögunnar nokkur orð sem nemendur hafa ef til vill ekki heyrt áður: samsettar tölur, þáttun og frumþáttun. Kennari reynir að fá nemendur til að hugsa um þýðingu þessara orða. Hann biður þá að segja bekkjarsélag sínum hvað orðin þýða þannig að allir nemendur tala við einhvern um merkingu þessara orða og útskýra hvernig þeir skilja þau.

Mikilvægt er að geta fundið fleiri mögulegar lausnaaðferðir og fleiri en eina lausn á dæmi. Í mörgum verkefnanna munu nemendur sjá að lausnirnar eru fleiri en ein. Nemendur rökræða um hvernig einhverjar lausnir eru rökréttari, sennilegri eða hagkvæmari en aðrar.

Auðveldari verkefni

Nemendur finna og skrifa eins mörg margföldunardæmi og þeir geta þar sem svörin eru á talnabilinu 10–30.

Erfiðari verkefni

Nemendur finna og skrifa eins mörg margföldunardæmi og þeir geta þar sem svörin eru á talnabilinu 80–100.

Ýmis verkefni

Dagsetningarlengja

Þetta verkefni er ætlað heilli bekkjardeild.

Undirbúningur: Kennari skrifar allar tölur frá 1 til 31 með stóru lettri,

hverja á sitt A4-blað, og hengir þau upp rétttri röð frá frá 1 til 31.

Hver nemandi er fulltrúi fyrir dagsetningu (til dæmis afmælisdaginn sinn en það kemur sjaldan fyrir að allar tölurnar eigi slíkan fulltrúa). Fulltrúi tölunnar 1 gengur fyrst. Hann fer 1 skref í einu og getur því heimsótt allar tölurnar og skrifað 1 á öll blöðin. Nú er komið að fulltrúa tölunnar 2. Hann fer 2 skref í einu og heimsækir því allar tölurnar 2, 4, 6 o.s.frv. Fulltrúi tölunnar 3 heimsækir tölurnar 3, 6, 9 ... Þannig halda allir fulltrúarnir áfram. Allir skrifa tölurnar sínar á blöðin sem þeir heimsækja.

Pegar fulltrúar allra talnanna hafa farið hringinn eru blöðin skoðuð. *Hvað gerist þegar nemandi númer 15 hefur gengið sinn hring? Hvers vegna?*

(Nemandi nr. 16 og áfram geta ekki heimsótt neina tölu nema sína eigin vegna þess að tala sem er tvöfalt stærri en 16 er ekki með.)

Hvaða tölur hafa heimsótt þig? (Ég fæ heimsókn af öllum þáttum í minni tölu.)

Leggið saman allar tölurnar á blaðinu ykkar nema töluna sjálfa. *Er talan fátæk, rík eða fullkomin?*

Fátækar tölur: Tölur þar sem summa þáttanna er minni en talan sjálf.

Ríkar tölur: Tölur þar sem summa þáttanna er stærri en talan sjálf.

Fullkomnar tölur: Tölur þar sem summa þáttanna er jöfn og talan sjálf.

Dæmi:

Á blaðinu 15 finnum við

$1 + 3 + 5 = 9$.

Summan er minni en 15

þannig að 15 er fátæk tala.

Á blaðinu 18 finnum við

$1 + 2 + 3 + 6 + 9 = 21$.

Summan er stærri en 18

þannig að 18 er rík tala.

Á blaðinu 28 finnum við $1 + 2 + 4 +$

$7 + 14 = 28$.

Summan er jöfn tölunni sjálfri þannig að 28 er fullkomin tala. Nemandi, sem er fæddur þann 28., verður oftast afar ánægður með þessa niðurstöðu.

Eru einhverjar tölur sem aðeins hafa fengið heimsókn af tölunni 1 og af sjálfri sér? Hvað kallast slíkar tölur?

(Frumtölurnar fá einungis heimsókn af tölunni 1 og tölunni sjálfri. Engir aðrir þættir eru í frumtölum.)

Verkefni þetta má víkka út með því að nota fleiri tölur í lengjuna.

Nemendur geta fundið hvort 32, 40, 48, 100, 496 og 8128 eru fátækar, ríkar eða fullkomnar tölur.

Faglegt innihald

- Deilanleiki með 2, 4 og 5

Æfingahefti

1.29, 1.30

1.43, 1.44, 1.45,
1.46

1.55, 1.56

Blaðsíða 24–25

Ábendingar

Með deilanleika er átt við að hægt sé að deila í heila tölu með heilli tölu og fá heila tölu í svari. Nemendur hafa áður kynnst deilanleika með 2 og þekkja hugtökin sléttar tölur og oddatölur.

Til að útskýra deilanleika má hugsa sér gólf sem á að flísaleggja. Til að losna við að skera flísarnar til þurfa þær að passa fullkomlega á gólflið. Ef við höfum svæði sem er 200 cm á lengd og breidd – hve stórar geta ferningslaga flísar, þar sem breidd og lengd eru heilar tölur, þá verið? Hliðarlengdirnar 200 cm, 100 cm, 50 cm, 40 cm, 25 cm, 20 cm, 10 cm, 8 cm, 5 cm, 4 cm, 2 cm og 1 cm koma til greina þótt sumar þeirra séu afar óhentugar með hliðsjón af flísa-stærðinni! Niðurstaðan er því sú að 200 er deilanlegt með 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100 og 200.

1.37

Til viðbótar því að finna hvaða nemendur á myndinni hafa fundið góðar reglur getur verið gagnlegt að finna hvað er rangt við þriðju fullyrðinguna. Fullyrðingu nr. 2 frá vinstri má rökstyðja á sama hátt og við rökstuddum deilanleika með 2. Allar tölur stærri en 100 má skrifa sem summu heilla hundruða plús ein tveggja stafa tala. Þar sem deila má í 100 með 4 er þetta rétt.

$$1724 : 4 = (1700 + 24) : 4 = \\ 1700 : 4 + 24 : 4 = 425 + 6 = 431$$

Grundvallarfærni

Munnleg færni

Í 1.37 eiga nemendur að finna út hvaða fullyrðingar eru réttar. Tveir og tveir nemendur rökstyðja fullyrðingarnar munnlega hvor fyrir annan. Einnig er rétt að rökræða

þessi atriði sameiginlega með allri bekkjardeildinni þar sem einhverjir nemendanna færa rök fyrir tillögum sínum.

Lestrarfærni

Nemendur lesa fagtextann um deilanleika með 2 á miðri blaðsíðu 24. Þeir útskýra hver fyrir öðrum hvers vegna nægir að horfa einungis á einingasætið til að finna út hvort tala er deilanleg með 2.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota hundraðtöflu og lita tölurnar í 2-töflunni gular, í 5-töflunni rauðar og í 10-töflunni bláar. Nokkrar tölur munu þá verða litaðar með fleiri en einum lit. Nemendur leita að mynstrum í hundraðtöflunni til að finna reglur um deilanleika.

Erfiðari verkefni

Fleiri reglur um deilanleika

Reglur um deilanleika með tölunum 3, 9 og 11 eru til og munu margir nemendur hafa gagn af að læra þær. Þótt þeir skilji ekki ástæðuna getur verið heppilegt að vita að tala er deilanleg með 3 ef þversumman (summa allra tölustafa í tölunni) er deilanleg með 3; jafnframt að tala er deilanleg með 9 ef þversumman er 9; loks að tala er deilanleg með 11 ef víxlmerkjasumman (plús og mínus fyrir framan tölustafina til skiptis) er 0 eða 11, sjá viðbótarefni í Kennarastofunni. (Dæmi: Víxlmerkja-summa tölunnar 3465 er: $3 - 4 + 6 - 5 = 0$. Þá er talan 3465 deilanleg með 11.) Til að reikna grænar blaðsíður í æfingaheftinu munu nemendur þurfa að þekkja reglur um deilanleika talna þegar deilt er með 3; einnig þurfa þeir að geta sameinað reglur um deilingu með 2 og 3 til að átta sig á deilanleika talna þegar deilt er með 6.

Ýmis verkefni

Nemendur finna út hvort tölurnar 69, 132, 249, 333 og 432 eru deilanlegar með 3 og/eða 9.

Talnamynstur og deilanleiki

Nemendur nota – eða búa til – töflu með tölunum 2–103 sem er raðað þannig að 6 tölur eru í hverri röð.

2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31
32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43
44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61
62	63	64	65	66	67
68	69	70	71	72	73
74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85
86	87	88	89	90	91
92	93	94	95	96	97
98	99	100	101	102	103

Hvert nemendapar þarf slíka töflu. Þeir finna og merkja í hana mismunandi margföldunartölur.

Nemendur geta merkt í töfluna 2-, 3-, 4-, 5-, 6-, 7-, 8-, 9-, 10- og 11-töfluna í hverja töflu. Nemendur eiga síðan að lýsa mynstrum og tölunum sem þeir fá. Sjá nemendur mynstur sem sýnir deilanleika.

Faglegt innihald

- Tengsl milli þátta, margföldunar og flatarmáls

Búnaður

- Ef til vill ferningslaga kubbar. Nota má rúðustríkað blað.

Æfingahefti

1.31, 1.32

1.47, 1.48

Blaðsíða 26–27

Ábendingar

1.43

Ef fjöldi þátta í tölu er oddatala þá er talan ferningstala. Á bls. 22 kemur fram að þættir í tölu mynda alltaf pör. Þetta á einnig við um ferningstölur en þá er einn þátturinn alltaf tvítekinn, þ.e.a.s. einn þátturinn er tvöfaldur. Til dæmis er 4 tvöfaldur þáttur í 16 vegna þess að $4 \cdot 4 = 16$. Þá er 4 einn þáttur þannig að fjöldi þáttanna í ferningstölunni 16 er oddatala. Nemendur ættu að þekkja hugtakið ferningstala frá barnastiginu en rækilega verður fjallað um það á bls. 52 í þessum kafla og síðar í námsefninu.

1.45

Það er algengur misskilningur að flatarmál og ummál séu háðar stærðir. Nemendur halda að þegar flatarmálið er föst stærð þá sé ummálið það einnig – og öfugt. Sú er ekki raunin. Í þessu verkefni er flatarmálið gefið.

Grundvallarfærni

Það er mikils virði að rökræða um mögulegar lausnir við aðra. Við nokkrum verkefnanna eru fleiri en eitt svar möguleg.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota ferningslaga kubba eða rúðunet til að skoða mismunandi tölur og þáttapörin sem þeim tilheyrja.



Myndirnar sýna tvær leiðir til að raða 28 kubbum.

Erfiðari verkefni

Ætlunin er að girða kringum skólalóð. Flatarmálið á að vera milli 100 m^2 og 150 m^2 . Hver er minnsti fjöldi og mesti fjöldi sem hægt er að nota af 1 metra löngu girðingarefni? Hvert verður flatarmál skólalóðarinnar í þessum tilvikum?

Ýmis verkefni

Þættir í tölunum 1–100

Kennari dreifir tölunum frá 1 til 100 milli nemenda og gætir þess að allar tölurnar séu með. Nemendur nota rúðunet, skæri og límband.

Verkefnið er þetta: Táknaðu tölurnar sem þú fékkst með rétthyrningum þar sem hliðarlengdirnar eru heilar tölur. Finndu alla rétthyrningana sem mögulegir eru fyrir hverja tölu. Skrifðu viðeigandi margföldunar-dæmi inn í hvern rétthyrning.

Þegar allir eru búnir með verkefnið má hengja umbúðapappír eftir endilöngum vegg, skrifa tölurnar 1 til 100 með breiðum tússpenna og líma rétthyrningana undir réttar tölur. Þegar spjaldið hangir á veggnum geta nemendur séð í sjónhendingu hvort tala er framtala eða hvort hún hefur marga þætti.

Könnun á summu og margfeldi

Verkefnið er þetta:

Hvaða tvær tölur með summuna x hafa stærsta margfeldið?

Nemendur prófa með mismunandi tölum, til dæmis $x = 9, 14, 20$ og 25 . Eru einhver tengsl milli niðurstaðna hinna mismunandi talna. Hvað er ólíkt með sléttum tölum og odda-tölum?

Nemendur nota töflureikni og vinna þetta verkefni með stærri tölum, t.d. 53, og athuga hvort tilgátan er rétt.

Þúsund skápar

Verkefnið er þetta:

Í skóla nokkrum eru 1000 nemendur og 1000 nemendaskápar. Dag nokkurn gera nemendur tilraun. Nemandi númer 1 byrjar á því að opna alla skápana. Nemandi númer 2 byrjar á skáp númer 2 og gengur að öllum skápunum í 2-töflunni og lokar þeim. Nemandi númer 3 gengur að skáp nr. 3 og síðan til allra skápanna í 3-töflunni. Hann opnar þá skápa í 3-töflunni sem eru lokaðir og lokar þeim sem eru opnir. Næst fer nemandi númer 4 að skáp númer 4 og allra skápanna í 4-töflunni. Hann opnar þá sem eru lokaðir og lokar þeim sem eru opnir. Þannig er haldið áfram þar til allir 1000 nemendurnir hafa unnið sitt verk. Hvaða skápar eru opnir og hvaða skápar eru lokaðir þegar allir eru búnir?

(Svar: Allir þættir í númeri skáps fá heimsókn af nemanda. Skáparnar með þann fjölda þátta, sem er slétt tala, eru lokaðir í lokin og skáparnar með þann fjölda þátta, sem er oddatala, eru opnir. Það merkir að ferningstölurnar eru opnir í lokin. Sjá skýringu í kaflanum Ábendingar hér á undan þar sem fjallað er um verkefni 1.43.)

Faglegt innihald

- Þættir í tengslum við verkefni úr daglegu lífi
- Þjálfun í að finna þætti (spilið *Páttur*)

Búnaður

- Talnatafla fyrir spilið *Páttur* (verkefnablað 1.1.4)

Blaðsíða 28–29

Æfingahefti

1.33

Ábendingar

1.47d

Þótt nemendur hafi ekki enn lært um ferningsrót átta þeir sig líklega á að hliðarlengdir viðbyggingarinnar eru 6 m vegna þess að $6 \cdot 6 = 36$.

Páttur

Pekking á ríkum og fátækum tölum getur hjálpað nemendum að finna árangursríkar aðferðir í spilin, sjá *Dagsetningarlengju* í kaflanum *Ýmis verkefni* á bls. 15 í þessari bók. Kennari gætir þess að nefna ekki það spil en lætur nemendur spila *Pátt* nokkrum sinnum. Þegar nokkur tími er liðinn getur kennari spurt hvort nemendur hafi fundið einhverjar tölur sem gefa mörg stig og aðrar sem gefa fá stig.

Grundvallarfærni

Ef nemendur ná fullu valdi á að finna þætti í tölum hjálpar það þeim að vinna verkefni 1.47 hratt og örugglega. Það er einnig mjög gagnlegt síðar þegar að því kemur að finna samnefnara (kafli 3) og í ýmsum þrautum. Þar að auki ýtir það undir almennan talnaskilning nemenda.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota rúðustrikuð blöð til að teikna á eða ferningslaga kubba til að raða.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hús í nágreininu

Nemendur skoða hús í nærumhverfinu eða dæmigerðar húsbyggingar í hverfinu þar sem þeir búa. Þeir geta mælt lengd og breidd rétthyrndra húsa, reiknað flatarmál grunnflatarins með slumpreikningi og gert tillögu um aðra rétthyrninga sem hafa sama flatarmál.

Kennslustofa nemenda

Nemendur finna rétthyrninga í kennslustofunni. Þeir finna hliðarlengdirnar (námunda að næsta heila metra, desimetra eða sentimetra), teikna rétthyrningana á rúðustrikað blað í réttum mælikvarða og finna flatarmálið. Þar næst teikna þeir annan rétthyrning sem hefur sama flatarmál. Loks teikna þeir enn annan rétthyrning sem hefur sama ummál og fyrsti rétthyrningurinn sem nemandinn fann í kennslustofunni.

Sérstök áskorun: *Hvaða form er á rétthyrningi með ákveðið ummál og stærsta mögulega flatarmálið?* (Svar: Hann er ferningslaga.)

Hvaða form er á rétthyrningi með ákveðið flatarmál og stærsta mögulega ummálið? (Svar: Það eru óendanlegir möguleikar ef hliðarlengdirnar þurfa ekki að vera heilar tölur. Ef hliðarlengdirnar eru heilar tölur er um að ræða rétthyrninginn þar sem tvær hliðar eru jafnt og 1.)

Páttur á borðið

Þetta er spil fyrir 2–3 leikmenn.

Undirbúningur: Búa þarf til töluspjöld með öllum tölum frá 2 til 30 og öllum tölum frá 30 til 60 sem eru ekki frumtölur.

Spjöldin eru stokkuð vel og lögð á hvolf á borðið. Hver leikmaður dregur fimm spjöld og eitt spjald er sett upp í loft. Leikmenn eiga nú til skiptis að leggja eitt spjald niður. Skilyrðið fyrir því að mega leggja niður spjald er að það sé við hliðina á spjaldi sem hefur að minnsta kosti einn sameiginlegan þátt með fyrrnefnda spjaldinu. Ekki má setja spjald ofan á annað spjald. Geti leikmaður ekki lagt niður spjald dregur hann nýtt spjald. Ef hann getur samt sem áður ekki lagt niður

verður hann að sitja hjá í þeirri umferð. Sá vinnur sem er fyrstur að losna við öll spilin á hendi.

Dæmi um fyrstu leikina:

		7	42	
	15	21	12	
36	3		28	
54			44	11

Faglegt innihald

- Frumtölur og samsettar tölur
- Frumþáttun

Æfingahefti

- 1.34, 1.35, 1.36, 1.37, 1.38
- 1.49, 1.50, 1.51, 1.52
- 1.57, 1.58

Blaðsíða 30–31

Ábendingar

Nemendur þekkjá hugtakið framtala frá barnastiginu. Þótt nemendur þurfi á þessum tímamarki svo sannarlega að vita hvað framtala er hefur kennari að öllum líkindum minnst á þetta hugtak fyrir í kaflanum. Verkefnið *Dagsetningarlengja* (lýst í þessari kennarabók á bls. 15) leitar uppi frumtölur. Hið sama gerir sáldur Eratospenesar (sjá Ýmis verkefni á þessari blaðsíðu). Nemendur, sem kunna margföldunartöflu vel, verða ekki í vandræðum með að bera kennsl á frumtölur upp í 100.

Sýnidæmi 14

Sýndar eru tvær skriflegar aðferðir til að frumþátta. Þriðja aðferðin er eftirfarandi:

Dæmi:

42	2
21	3
7	7
1	
42 =	2 · 3 · 7

Þessi aðferð er ekki tekin með í nemendabókinni þar sem nemendur kunna að upplifa hana sem vélræna. Kennari þarf að meta sjálfstætt hvaða aðferð þú kynnir fyrir nemendum. Í ljós hefur komið að bæði sterkir og slakir nemendur hafa gagn af því að sjá fleiri en eina aðferð. Þá geta þeir valið þá sem þeim finnst auðveldust.

1.49

Myndin af mengjahringjunum kallast Venn-mynd. Hún er tekin fyrir sem þema í kafla 5 í *Skala 2B*.

1.50

Mikilvægt er að geta fundið sameiginlegan þátt í tölum þegar sam-

nefnari almennra brota er hafður í huga. Þetta verður tekið fyrir í kafla 3.

Grundvallarfærni

Að vinna með talnaskilning þjálfar grundvallarreikningsfærni. Hér eru sýndar nokkrar aðferðir til að finna frumþætti. Mikilvægast er að nemendur skilji að skipta má samsettum tölum í frumþætti.

Pegar nemendur eiga að sýna hvernig þeir hugsa með því að skrifa skýringar æfa þeir sig um leið í skriflegri færni.

Auðveldari verkefni

Nemendur frumþátta tölur á talnasviðinu 1–100, til dæmis 50, 64, 66, 74, 81, 85 og 99. Minna þarf nemendur á reglur um deilanleika talna og upplýsa þá um að tala er deilanleg með 3 ef þversumman er deilanleg með 3.

Erfiðari verkefni

Nemendur frumþátta tölur á talnasviðinu 1–1000, til dæmis 231, 273, 364, 399, 442, 637, 693 og 819. Minna þarf nemendur á að tala er deilanleg með 3 ef þversumman er deilanleg með 3.

Ýmis verkefni

Sáldur Eratospenesar

Verkefnið gengur út á að einangra frumtölur milli 1 og 100.

Sáldur Eratospenesar

Byrjað er á tölunni 2 af því að hún er minnsta frumtalan. Þá er strikað yfir aðra hverja tölu frá 4 því þær eru allar margfeldi af 2 og því ekki frumtölur:

02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33
34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49
50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65
66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81
82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97
98 99 100

Síðan er strikað yfir öll margfeldi af 3 frá og með 6:

02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33
34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49
50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65
66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81
82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97
98 99 100

Þetta er endurtekið fyrir tölurnar sem eftir standa og á endanum eru allar frumtölurnar, sem eru minni en 100, eftir.

02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33
34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49
50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65
66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81
82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97
98 99 100

Bændaskák í hundraðtöflu

Spilið er fyrir 2 leikmenn.

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 1.1.3) og tölurnar 1–10 skráðar í röð. Tveir spilapeningar, bréfaþekkur eða annað til að merkja tölurnar með. Leikmaður 1 setur spilapening sinn (eða bréfaþekku) á einhverja tölu 1–10. Leikmaður 2 leggur sinn spilapening á einhverja aðra tölu, margfaldar tölurnar tvær saman og krossar yfir svarið í hundraðtöflunni ef sú tala er laus. Leikmaður 1 flytur spilapening sinn á aðra tölu og endurtekur leikinn. Þannig leika þeir til skiptis. Sá vinnur sem er á undan að fá fimm krossa í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Kennari ræðir við nemendur um á hvaða svæði í hundraðtöflunni borgar sig ekki að setja kross. Gott er ef nemendur geta séð að frumtölurnar geta hindrað þá í að fá fimm í röð.

Afbrigði af spilinu: Nota má þá reglu að leikmenn megi velja sömu tölu. Þá er hægt að velja ferningstölurnar í hundraðtöflunni.

Faglegt innihald

- Þáttun
- Þrautalausnir

Búnaður

- Ef til vill áþreifanleg hjálpartæki, t.d. kubba til að tákna hunda, gullfiska o.s.frv.

Blaðsíða 32–33

Æfingahefti

1.39, 1.40

1.53, 1.54

1.59, 1.60, 1.61

Ábendingar

Öll verkefni um þáttun má leysa með teikningu. Þegar tölurnar eru ekki alltof stórar getur borgað sig að teikna og flokka til að finna mismunandi lausnir.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota áþreifanleg hjálpargögn eða skýringarmyndir.

1.56

Kubbar, eldspýtur eða eitthvað því líkt geta táknað konfektmolana. Á hve marga vegu er hægt að skipta þeim í jafn stór söfn?

1.57

Nemendur byrja með 18 hvolpa (nota áþreifanleg hjálpargögn eða teikna krossa). Kennari ræðir við nemendur um hvort textinn gefi til kynna að um einn eiganda geti verið að ræða. Kennari hvetur nemendur til að nota töflu til að skrá niðurstöður sínar skipulega.

Fjöldi hvolpa í goti	Fjöldi hunda	Fjöldi eigenda
2	9	3 eða 9
3	6	2, 3 eða 6
6		

1.58

Vinna má þetta verkefni á sama hátt og 1.57 nema að því leyti að nemendur geta teiknað hringi (fiskabúr) og sett „gullfiska“ í þá.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa til eigin þrautalausnir um þáttun, helst þar sem margar lausnir koma til greina. Til þess arna er best að „fara öfuga leið“, þ.e.a.s. að byrja á því að hugsa sér ákveðnar

aðstæður og búa dæmið til út frá þeim. Nemendur geta t.d. hugsað sér aðstæður þar sem þeir kaupa 4 stílabækur á 250 kr. stykkið og 3 reikningshefti á 300 kr. stykkið, samtals 1900 kr. Verkefnið verður þá þetta: Þú kaupir nokkur reikningshefti á 300 kr. stykkið og nokkrar stílabækur á 250 kr. stykkið. Hve margar getur þú keypt af hvorri tegund ef þú borgar 1900 kr.?

Faglegt innihald

- Neikvæðar tölur á talnalínu
- Aðgerðartákn og formerki

Tölur báðum megin við núll

Blaðsíða 34–35

Æfingahefti

1.62, 1.63

Ábendingar

Neikvæði hluti talnalínunnar er spegilmynd af jákvæða hlutanum þar sem speglunin er um núllpunktinn. Sumir nemendur eru haldnir þeim misskilningi að reiknaaðgerðirnar speglist líka og fá því röng svör í samlagningu og frádrætti.

Margir nemendur hafa ekki skilið muninn á aðgerðartákni og formerki. Þetta getur gert það að verkum að tiltölulega einfaldir útreikningar verða erfiðari.

Sýnidæmi 17

Hér er sýndur munurinn á aðgerðartákni og formerki. Hvað jákvæðar tölur varðar þá er mínustáknið aðgerðartákn. En mínustáknið fyrir framan tölu táknar að talan er jafn langt frá 0 og samsvarandi jákvæð tala með sama tölugildi, en er vinstra megin við 0. Talan er þá neikvæð. Þá er eðlilegt að skrifað sé $-(-3)$ sem þýðir að draga eigi frá neikvæðu töluna -3 . Í þessu tilviki er fyrra mínustáknið aðgerðartákn og hið síðara formerki.

1.62

Verkefnið er hugsað sem samræðu-verkefni.

Grundvallarfærni

Kennari reynir að fá fram hvernig nemendur hafa fram að þessu skilið neikvæðar tölur. Nemendur ræða við sessunaut sinn um við hvaða aðstæður neikvæðar tölur koma við sögu. Síðan reynir kennari – út frá myndunum og verkefni 1.62 – að draga saman hvenær nemendur kunna að upplifa neikvæðar tölur.

Nemendur lesa fagtextann *Aðgerðartákn og formerki*, skoða myndina og útskýra hvernig þeir skilja sýnidæmi 17.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota „reikningsskál“. Þeir þurfa áþreifanleg hjálpargögn í tveimur litum, t.d. svartar og hvítar plastperlur af stærri gerð og skál eða eitthvað svipað. Ákveðið er að perlurnar í öðrum litnum táknar jákvæðar tölur og í hinum litnum neikvæðar tölur. Perlurnar skal nota til að gera dæmin áþreifanleg. Gott er að byrja á dæminu $1 - 1 = 0$. Sjá má að ein perla í öðrum litnum jafnar út perlu í hinum litnum, þ.e. þær upphefja hvor aðra (verða samtals 0). Því má fjarlægja þær úr skálinni áður en svarið er fundið með talningu. Dæmið $2 - 5$ er reiknað með því að setja í skálina tvær jákvæðar og 5 neikvæðar perlur. Tvær neikvæðu perlurnar upphefja tvær jákvæðu perlurnar og eftir í skálinni eru 3 neikvæðar perlur; gildi þeirra er -3 .



Kennari biður nemendur að sýna með perlum bæði dæmin $4 - 7$ og $-7 + 4$. Kennari og nemendur ræða saman um hvort á þessum dæmum sé einhver munur og – ef svo er – hver hann sé.

Nota má perlurnar til að fara öfuga leið: Leggja má nokkrar perlur í hvorum lit í skál og biðja nemendur að skrá dæmið sem þær sýna og hvert svarið er.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hæsta niðurstaða

Teningsspil fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: 5 teningar í tveimur litum. Markmiðið er að fá eins hátt svar við dæmi og hægt er.

Báðir leikmenn skrá „hið tóma dæmi“: $(\square + \square - \square) \cdot \square : \square = ?$

Leikmennirnir nota 5 teninga í tveimur litum (3 teningar tákna jákvæðar tölur og 2 neikvæðar). Leikmaður 1 kastar öllum 5 teningunum, velur einn þeirra og skráir töluna í einn af 5 auðu reitunum í dæminu sínu. Þar næst kastar leikmaður 2 teningunum fimm og endurtekur leikinn.

Leikmaður 1 kastar nú bara 4 teningum, velur eina tölu og skráir hana í dæmið sitt. Þannig halda þeir áfram þar til búið er að skrá tölur í alla reitina fimm. Sá vinnur sem fær hærra svar í dæminu.

Afbrigði af spilu:

- Markmiðið er að fá eins lágt svar við dæminu og hægt er.
- Spila má með annarri skiptingu milli jákvæðra og neikvæðra teninga.

Spilið verður auðveldara ef aðeins eru notaðar jákvæðar tölur. Einnig má búa til einfaldara dæmi (með færri reitum).

Faglegt innihald

- Samlagning og frádráttur með neikvæðum tölum

Æfingahefti

1.64, 1.65, 1.66

1.86

Blaðsíða 36–37

Ábendingar

Fagtexti á bls. 36

Orðið samlagning og frádráttur annars vegar og „að leggja við“ og „að draga frá“ hins vegar eru notuð jöfnum höndum. Endurtaka þarf þessi hugtök í eyru nemenda. Bæði formin henta ágætlega í talmáli en nemendur, sem hafa vanist á að nota „að mínusa“ og „að plúsa“ þurfa helst að venja sig á rétta hugtakanotkun. Einnig þarf kennari að gera sér far um að nota hugtökin liður, summa og mismunur.

1.65

Verkefnið krefst samræðna í bekkjardeildinni í heild. Gott er að nemendur vinni verkefnið á eigin spýtur fyrst en að það sé tekið til umræðu á eftir.

Hvernig breytast dæmin?

Hvernig breytast svörin?

Hvað gerist eftir svarið við 12 – 0? Getum við skrifað dæmi sem líkjast dæmunum í bókinni en gefa sömu svör?

Kennari notar ofangreindar spurningar til að leiða nemendur að þeirri staðreynd að $12 - (-3) = 12 + 3$ og reglan, sem segir að ef mínus er fyrir framan sviga og mínus inni í sviga megi breyta í aðgerðartáknið $+$. Með öðrum orðum: Frádráttur með neikvæðri tölu gefur sama svar og samlagning með samsvarandi jákvæðri tölu.

Mikilvægt er að nemendur læri ekki einungis hina einfölduðu útgáfu af reglunni: „Tveir mínusar gefa einn plús.“ Nemendur geta mistúlkað hana þannig að svarið við til dæmis $-12 - 3$ sé 15.

1.66

Kennari ræðir við nemendur um hvernig skilja skuli hugtökin „meiri“

eða „minni“ í tengslum við gráður á Celsíus. Dæmi. *Einn dag var hitastigið -10°C , næsta dag var 5 gráðum meiri hiti. Hvað var hitastigið margar gráður þann dag? (-5°C .)*

Grundvallarfærni

Nemendur útskýra fyrir bekkjaraugfélaga sínum hvernig þeir skilja dæmi 1.65. Kennari fylgist með útskýringum þeirra.

Auðveldari verkefni

Talnalínuteygja

Nota skal langa teygju sem þarf að ná hringinn í kringum skólaborð nemenda. Nú þarf að teikna talnalínu með svörtu tússi á teygjuna og nota hana sem hjálpartæki. Þannig sleppur nemandinn við að teikna nýja talnalínu í hverju dæmi.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Teikna þarf langa talnalínu með krít á skólalóðina. Nemendur reikna með því að ganga skref fyrir skref á talnalínunni. Þeir byrja á fyrri tölunni í dæminu, láta aðgerðartáknið ákveða í hvora áttina þeir snúa (hvert nefið snýr). Jákvæð átt er til hægri, neikvæð átt til vinstri. Formerkið ákveður hvort nemandinn tekur jákvæð skref (gengur áfram) eða neikvæð skref (gengur aftur á bak.)

Hvað með dæmið $2 - 3$?

(Maður byrjar í 2, snýr í neikvæða átt og gengur þrjú skref áfram. Þá endar maður í -1 .)

Hvað með dæmið $-3 - 1$?

(Maður byrjar í -3 , snýr nefinu í neikvæða átt og gengur eitt skref áfram. Þá endar maður í -4 .)

En hvað með dæmið $-2 - (-3)$?

(Maður byrjar í -2 , snýr nefinu í neikvæða átt og gengur 3 skref aftur

á bak. Þá endar maður í $+1$, þ.e. á sama stað og ef maður hefði gengið $-2 + 3$.)

Þessa æfingu má gera „í hina áttina“, með því að nemandi gangi á talnalínunni og hinir nemendurnir eiga að finna út hvaða dæmi hann sýnir.

Hvor er á undan í mark?

Teningsspil fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Talnalína frá -10 til 100 , tveir blýantar hvor í sínum lit, tveir teningar í sama litnum (plústeningar) og ein teningur í öðrum lit (mínusteningur).

Leikmenn kasta til skiptis öllum teningunum í einu. Þeir byrja á 0 á talnalínunni og flytja summuna af teningunum þremur eftir talnalínunni.

Dæmi: Plústeningarnir sýna 3 og 5 og mínusteningurinn sýnir 4. Summa teninganna er þá $3 + 5 - 4 = 4$. Þá flytur leikmaðurinn sig 4 skref áfram á talnalínunni og setur þar merki með sínum lit. Markmiðið er að vera á undan að komast nákvæmlega upp í 100.

Afbrigði af spilinu: Nota skal talnalínu frá -100 upp í 10. Þá er markmiðið að vera á undan að komast niður í -100 . Þá eru tveir teninganna mínusteningar og einn er plústeningur. Leikmenn byrja í 0, keppi-markið er -100 . Ef til vill má nota annars konar teninga, t.d. með tölunum 0–9 eða 1–20 og einnig önnur keppimörk.

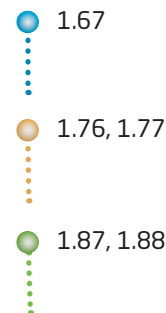
Faglegt innihald

- Samlagning og frádráttur með neikvæðum tölum

Búnaður

- Teningar

Æfingahefti



Blaðsíða 38–39

Ábendingar

Bls. 38

Verkefnin á þessari blaðsíðu á að leysa án vasareiknis. Kennari bendir nemendum á sýnidæmi 19 og gætir þess að þeir skrái milliútreikningana í nægilegum mæli. Þegar nemendur geta notað formerkin í reikningi af öryggi getur hugareikningur komið í stað einhverra milliútreikninga en fyrir flesta nemendur er nauðsynlegt að skrifa milliútreikninga til að komast hjá villum vegna formerkja. Fyrst skal eyða svigum og formerkjum og einfalda síðan.

Grundvallarfærni

Hugareikningur og blaðreikningur með neikvæðum tölum styrkir skriflega og munnlega færni og bætir reikningsfærni. Þegar nemendur skrifa reikningsdæmi þannig að ljóst sé hvað er formerki og hvað aðgerðartákn þá eykur það skilning þeirra á neikvæðum tölum.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota talnalínuteygju (sjá *Ábendingar* á bls. 22 í þessari bók) eða teikna talnalínu.

Erfiðari verkefni

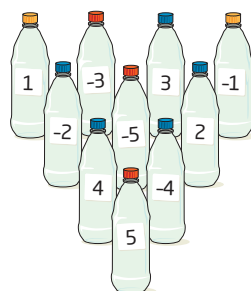
Víkka má út spilið *Hvor kemst næst núlli?* með því að nota aðrar tegundir af teningum, þ.e. með tölunum 0–9, 1–12 eða 1–20.

Ýmis verkefni

Keiluspil

Spil fyrir 3–4 nemendur.

Hópurinn þarf: 10 plastflöskur (1,5 l), pappír og penna, vatn eða sand, límband, lítinn fótbolta.



Stefna boltans

Nemendur fylla flöskurnar að um það bil $\frac{1}{3}$ af vatni (eða sandi). Þeir skrifa tölurnar frá –5 til 5 (nema 0) á blað og líma með límbandi eina tölu á hverja flösku. Flöskunum skal raða eins og gert er í keiluspili, sjá mynd. Fjarlægðin til flásknanna á að vera um það bil 5–8 m. Leikmaður rúllar boltanum að flöskunum og reynir að fella sem flestar. Síðan reiknar hann út summu flásknanna sem ultu og skráir svarið sem áunnin stig. Þannig skal leika 5 umferðir. Sá leikmaður vinnur sem hefur heildarsummuna næst 0.

Allir leikmenn eiga að nota sömu flöskuuppstillingu. Mörg *afbrigði* eru af leiknum:

- Hægt er að breyta flöskuuppstillingunni, setja til dæmis allar jákvæðu flöskurnar fremst og allar neikvæðu flöskurnar fyrir aftan eða allar jákvæðu flöskurnar vinstra megin og allar þær neikvæðu hægra megin.
- Ef til vill má nota tölur með stærra tölugildi (þ.e. tölur sem eru lengra frá núlli bæði í jákvæða og neikvæða átt).
- Bæta við einni flöskuröð þannig að flöskurnar verði 15 talsins.

Safna töluspjöldum með rétt gildi

Spilið er fyrir 2–6 leikmenn.

Búnaður:

- spilastokkur
- talnalína frá –15 til 15
- kubbar, bréfastokkur eða annað til að merkja með
- töluspjöld með gildin frá –15 til 15

Töluspjöldin eru stokkuð og lögð á hvolf á borðið en tveimur efstu spjöldunum er snúið við og lögð upp í loft á borðið. Ásinn hefur gildið 1. Svört spil tákna jákvæðar tölur og rauð spil neikvæðar. Leikmenn byrja með þrjú spil á hendi sem þeir leggja upp í loft á borðið fyrir framan sig. Þeir eiga alltaf að vera með tvö til sex spil. Afgangurinn af spila-stokknum er lagður á hvolf í bunka á borðið. Leikmenn byrja á að reikna út gildi spilanna sem þeir hafa á hendi og setja merkið sitt á viðkomandi tölu á talnalínunni. Leikmaður getur annaðhvort dregið spil og lagt gildi þess við summuna, sem hann á fyrir, eða lagt spil í borð og dregið gildi þess frá. Spil, sem lagt er niður, er sett neðst í bunkann á borðinu. Summan á hendi minnkar ef hann leggur svart spil niður eða dregur rautt spil. Summan eykst ef hann leggur rautt kort niður eða dregur svart spil. Markmiðið er að fá gildi annars af töluspjöldunum sem snýr upp. Ef leikmanni tekst að búa til slíka summu eignast hann töluspjaldið, nýju spjaldi úr bunkanum er snúið við og þannig heldur spilið áfram. Leika má í fyrir fram ákveðinn tíma eða ákveðinn fjölda umferða. Sá leikmaður vinnur sem hefur hreppst flest töluspjöld.

- Margföldun og deiling með neikvæðum tölum

Ábendingar

Sýnidæmi 20

Kennari ræðir um skýringarmyndina. Mælirinn sýnir -2° . „Þrisvar sinnum lægri“ hiti er sýndur með þremur bogum niður á við frá 0. Einu sinni -2 gráðurnar er upphaflegi hitinn (eitt hopp) og þrisvar sinnum -2 eru þá tvö hopp í viðbót.

Sýnidæmi 21

Sýnidæmið sýnir „helmingi minni kulda“. Víkka má spurninguna út með spurningu eins og þessari: *Hvað ef það hefði orðið tvöfalt kaldara? (-12°C). Hvað er tvöfalt kaldara en 0°C ? (0°C . Þetta má gjarnan taka til umræðu.)*

Hvernig hefðum við getað skilið verkefnið ef útgangspunkturinn hefði verið $+2^\circ\text{C}$? Hefði það getað gengið?

Auðveldari verkefni

Ef nemandinn skilur ekki lárétta talnalínu og lóðrétta hitamæli sem sams konar fyrirbæri þarf að ræða þetta og útskýra fyrir nemendum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kuldamet

Þetta verkefni hentar vel til að gera skýrslu eða ritgerð. Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir að þessu verkefni.

Nemendur finna upplýsingar um kuldamet á heimasíðu Veðurstofu Íslands. Síðan bera þeir saman niðurstöður á ákveðnum stöðum á Íslandi. Staðir þekktir fyrir kulda: Grímsstaðir á Fjöllum, Hveravellir og Kárahnjúkar; staðir þekktir fyrir úrkomu: Vík í Mýrdal, Kvísker og Dalatangi. Nemendur bera saman staði á Norðurlandi og Suðurlandi, í inn-sveitum og við ströndina. Þeir byrja

á að setja fram tilgátu um hvar köldustu staðirnir eru og um staði þar sem mikill munur getur verið á hitastigi eða úrkomu. Síðan nota þeir heimasíðu Veðurstofunnar til að athuga hvort tilgátan er rétt. Loks kynna þeir niðurstöðurnar skriflega eða munnlega.

Margföldunarreitir

Nemendur nota verkefnablað 1.1.5. Þeir finna tölurnar sem vantar. Tóma reitablaðið má nota til að láta nemendur búa til sams konar verkefni fyrir bekkjarfélagana.

Stigar og örvar

Spil fyrir 2–3 leikmenn.

Búnaður:

- Verkefnablað 1.1.11
- Einn teningur fyrir hóp
- Spilapeningar

Spilið er af léttara tagi og hentar því vel fyrir nemendur sem hafa þörf fyrir æfingu.

Leikmenn spila stigaspilið á venjulegan hátt. Þeir kasta teningnum til skiptis og flytja spilapeninginn áfram ef annað er ekki tekið fram. Hægt er að lenda á margs konar reitum. Ef leikmaður lendir á hlutlausum reit verður hann kyrr og næsti leikmaður á leik. Ef hann lendir á dökkgráum reit gerist eitthvað jákvætt. Hann getur annaðhvort klifrað upp stigann eða kastað teningnum aftur, margfaldað töluna, sem upp kemur, með tölunni í reitnum og flutt spilapeninginn áfram. Ef hann lendir á ljósgráum reit gerist eitthvað neikvætt. Annaðhvort rennur hann niður rennibrautina (örina) eða kastar teningnum aftur, margfaldar með neikvæðu tölunni í reitnum og færir aftur á bak.

Satt eða ósatt um töluna –8

Kennari les eftirfarandi full-yrðingarnar upp og lætur þá sem halda að fullyrðingin sé sönn sýna það með merki. Kennari og nemendur ræða um svörin.

- *Talan er tvöfalt stærri en -4 .* (Ó)
- *Talan er stærri en -6 .* (Ó)
- *Talan er helmingurinn af -16 .* (S)
- *Talan er fjórðungurinn af -2 .* (Ó)
- *Talan er stærri en talan sjálf tvöfölduð.* (S)
- *Talan er minni en helmingurinn af tölunni sjálfri.* (S)
- *Talan er jöfn 4 og minni en -2 .* (Ó)

Faglegt innihald

- Margföldun og deiling með neikvæðum tölum

Æfingahefti

1.69, 1.70

1.78, 1.79, 1.80

1.89

Blaðsíða 42–43

Ábendingar

1.75

Verkefnið líkist 1.65 á bls. 37 í nemendabók og hvetur til samræðna tveggja nemenda og þar á eftir í allri bekkjardeildinni. Í verkefninu kemur fram mynstur sem sýnir hvers vegna eðlilegt er að margfeldi tveggja neikvæðra talna verði jákvæð tala. Gott er að nemendur rökræði fyrst um verkefnið og síðan ræði öll bekkjardeildin saman um það sem gerist.

- *Hver er mismunurinn frá dæmi til dæmis?*
- *Hvernig breytast svörin?*
- *Hvað gerist með svörin eftir dæmið $(-2) \cdot 0$?*

Kennari notar dæmin til að setja fram reglu með orðum um margfeldi tveggja neikvæðra talna. Síðan ræðir hann við nemendur um hvaða formerki margfeldi þriggja neikvæðra talna hefur.

Tengsl milli margföldunar og deilingar má sýna með margföldunarþríhyrningi.

Grundvallarfærni

Gott er að hefja vinnu við 1.75 með samræðum tveggja og tveggja nemenda. Þá kemur skýrt fram hvað þeir skilja og hvort þeir sjá mynstrið. Þeir verða öruggari að taka til máls í samræðum í bekkjardeildinni þegar þeir hafa áður rökrætt um málið í þörum.

Auðveldari verkefni

Nemendur, sem kunna ekki margföldunartöfluna, geta fengið að hafa margföldunartöflu sér til hjálpar (verkefnablað 1.1.2) í stað þess að nota vasareikni. Með því að styðjast við venjulega margföldunartöflu geta þeir fundið svarið með réttu tölugildi

en þurfa sjálfir að henda reiður á formerkjunum.

Erfiðari verkefni

Nemendur búa til stutt próf í margföldun og deilingu jákvæðra og neikvæðra talna, 5 dæmi af miðlungsþyngd og 5 aðeins erfiðari. Gott er að búa prófið til á tölvu. Síðan skiptast þeir á prófunum og reikna þau.

Ýmis verkefni

Talnalínuganga 2

Nemendur fara út úr skólahúsinu. Teikna þarf talnalínu á skólalóðina. Þegar sýna skal margföldun á talnalínunni á alltaf að byrja í 0.

Formerki fyrri þáttarins ákvarðar hvernig líkaminn snýr. Hvort gengið er áfram eða aftur á bak ákvarðast af formerki hins þáttarins.

Dæmi:

$3 \cdot 2$: Nemandi stendur í punktinum 0 og snýr í jákvæða átt, fer þrjú „hopp“ áfram með 2 skrefum í hverju. Hann lendir í 6.

$3 \cdot (-2)$: Nemandi stendur í 0 og snýr í jákvæða átt, fer þrjú hopp aftur á bak með -2 skref í hverju. Hann lendir í -6 .

$(-3) \cdot 2$: Nemandi stendur í 0, snýr í neikvæða átt og fer þrjú hopp áfram 2 skref í hverju. Hann lendir í -6 .

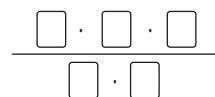
$(-3) \cdot (-2)$: Nemandi stendur í 0, snýr í neikvæða átt og fer þrjú hopp aftur á bak með -2 skref í hverju. Hann lendir í 6.

Eitt spil í viðbót?

Spil fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Spilastokkur. Svört spil eru jákvæð og rauð spil eru neikvæð.

Fyrst er útbúið spilaborð eins og þetta handa hverjum leikmanni. Pláss fyrir spil þarf að vera í hverjum reit.



Í hverri umferð draga báðir leikmenn fyrst 5 spil og raða þeim þannig að svarið við dæminu verði eins stórt og hægt er. Sá sem fær lægra svar má taka áhættu með því að velja fyrst hvaða spili hann vilji skipta út og draga því næst nýtt sem sett er í reit þess fyrrnefnda. Ef svar leikmannsins verður nú hærra en hins leikmannsins má hinn síðarnefndi einnig skipta út spili. Sá vinnur umferðina sem hefur hærra svar eftir þetta og fær 1 stig. Sá vinnur spilið sem er á undan að fá 5 stig.

Auðveldara afbrigði: Spila með færri reitum og færri spilum.

Kennari og nemendur ræða saman um snjöll kænskubrögð í spilinu: *Hvar borgar sig að raða lægstu spilunum?* (Í nefnarann.)

Hvað veldur því ef svarið verður lágt? (Til dæmis ef fjöldi rauðu spilanna er oddatala.)

Hver er mesta áhættan við að skipta út spili? (Að fjöldi neikvæðu talnanna breytist úr slétttri tölu í oddatölu.)

Faglegt innihald

- Notkun sviga
- Röð reikniaðgerða

Æfingahefti

1.71, 1.72

1.81, 1.82

1.90, 1.91, 1.92

Blaðsíða 44–45

Ábendingar

Reglur um röð reikniaðgerða byggjast á hefð, um er að ræða reglur sem stærðfræðingar hafa komið sér saman um til að allir skilji táknmál stærðfræðinnar á sama hátt. Reglunum er ætlað að koma í veg fyrir tvíræðni. Auðvitað hefði einnig verið hægt að velja aðra röð aðgerða en við verðum að læra þá röð sem er í gildi. Sama röð aðgerða er notuð alls staðar í heiminum. Margt þarf að skilja í stærðfræði en þetta atriði þarf hreinlega að læra utan að. Gott er að kennari lesi inngangstextann upphátt fyrir alla bekkjardeildina og ræða við hana um innihaldið.

Einföldustu vasareiknar, sem notaðir eru í skólum, taka ekki tillit til reglnanna um röð reikniaðgerða. Nemendur geta athugað sinn eigin vasareikni með því að slá inn dæmið $2 + 3 \cdot 5 =$. Ef vasareiknirinn reiknar rétt á að standa 17 í glugganum. Einhverjir nemendur munu uppgötva að í glugganum stendur 25. Þá reiknar vasareiknirinn dæmið í þeirri röð sem tölurnar og táknin eru slegin inn. Þá reiknar hann fyrst $2 + 3 = 5$ og margfaldar svarið með 5. Þá kemur út 25. Mikilvægt er að nemendur viti hvort vasareiknirinn tekur tillit til reglnanna um röð reikniaðgerða eður ei. Ef hann gerir það ekki þurfa nemendur að nota sviga eða minni vasareiknisins.

Kennari ræðir við nemendur um aðrar leiðir til að skrá útreikningana í sýnidæmi 22. Síðan vinna þeir dæmi 1.83 í sameiningu.

1.84

Verkefnin eru af ásettu ráði sett upp tvö og tvö saman til að sýna muninn á því hvort dæmin eru með eða án sviga.

1.87 og 1.88

Kennari og nemendur ræða saman um lausnaleiðir.

Grundvallarfærni

Stafræn færni í tengslum við nytsamlega notkun vasareiknis er mikilvæg. Nemendur þurfa að læra hvernig mismunandi gerðir vasareikna bregðast við röð reikniaðgerða og laga sig að því.

Auðveldari verkefni

Gera þarf nemendur meðvitaða um hvað er *liður*. Gott er að nota merkipenna í mismunandi litum eða strika undir með litblýöntum. Nemendur merkja hina ýmsu liði í mismunandi litum áður en þeir reikna. Gera þarf nemendum grein fyrir mismuninum á lið og þætti. Hér á eftir eru tveir síðustu liðirnir hvor um sig margfeldi tveggja þátta.

Dæmi 1.86d:

$$(-34) + (-7) \cdot (-8) - (-17) \cdot 3$$

Erfiðari verkefni

Nemendur skoða vel sýnidæmi 23. Geta þeir séð tengslin milli uppsetningar á dæmunum í þessum tveimur lausnum?

Tillögurnar að lausnunum sýna sérstakt tilvik af dreifireglunni sem segir að $(a + b)c = ac + bc$. Þessi regla verður tekin til umfjöllunar í kafla 5.

Ýmis verkefni

Dæmavélin

Um er að ræða afgangaverkefni þar sem nemendur geta unnið saman í pörum og búið til verkefni hvor fyrir annan.

Búnaður: Teningur með tölunum 0–9, annar með tölunum 1–20 og spilaskífa með + og – (verkefnablað 1.2.8).

Í hverri umferð kastar leikmaður teningnum 0–9 einu sinni og teningnum 1–20 tvisvar. Eftir hvert kast er spilaskífan notuð til að segja til um hvort talan sem kemur upp, sé jákvæð eða neikvæð. Nemendur skrifa upp tölurnar úr tveimur eða þremur umferðum áður en þeir reikna heildarsummuna. Best er að skrá niðurstöðurnar í töflu.

Umf.	+/-	A: 0–9	–	B: 1–20	+/-	C: 1–20	A – (B + C)
1	+	3	–	12	–	7	$3 \cdot (-12 - 7)$
2	–	5	+	9	–	17	$-5 \cdot (9 - 17)$

Nemendur skrifa dæmin upp og reikna þau.

$$3 \cdot (-12 - 7) - 5 \cdot (9 - 17) = 3 \cdot (-19) - 5 \cdot (-8) = -57 + 40 = -17$$

Verkefninu má breyta í spil þar sem sá sem fær svar sem næst núlli, vinnur umferðina og fær eitt stig. Sá vinnur sem er á undan að fá 5 stig.

Reikniaðgerðaröðin

Búnaður: Spilastokkur þar sem ásin = 1, gosinn = 11, drottning = 12 og kóngur = 13.

Spilið er fyrir 2–3 leikmenn. Þeir byrja á að teikna spilaborð eins og þetta:

$$\square \cdot \square - \square \cdot \square + \square \cdot \square$$

Í reitunum þarf að vera pláss fyrir spil. Leikmenn draga til skiptis spil úr bunkanum. Svört spil eru jákvæð og rauð spil neikvæð. Setja skal spilin í reitina jafnóðum og ekki má færa þau til eftir að búið er að leggja þau niður. Þegar báðir leikmenn hafa dregið 6 spil skrifa þeir dæmið upp og reikna svarið. Sá vinnur umferðina sem er með hærra svar. Spilin eru stokkuð eftir hverja umferð. Sá vinnur sem er fyrstur að fá 8, 10 eða 12 stig. Breyta má spilaborðinu til dæmis:

$$\square - \square \cdot \square (\square + \square \cdot \square)$$

Faglegt innihald

- Röð reikniaðgerða
- Minnislyklar á vasareikninum

Búnaður

- Teningar
- Vasareiknar

Blaðsíða 46–47

Æfingahefti

Ábendingar

Beint í mark

Tilgangurinn með spilu er að æfa nemendur í rétttri röð reikniaðgerða. Hægt er að nota ýmis afbrigði af spilu:

- Velja annan fjölda teninga
- Velja aðra tegund teninga
- Velja annað keppimark
- Velja þá leið að einn eða tveir af teningunum tákni neikvæða tölu

Mikilvægt er að nemendur skrái niður dæmin og að þeir séu nákvæmir hvað svigana varðar.

Bls. 47

Af reynslu nemenda af opnunni á undan á þeim að vera ljóst að dæmin tvö í reitnum efst til hægri eiga að hafa sama svar. Það munu þeir ekki fá ef þeir stimpla tölurnar eins og þær birtast í dæminu inn á einfaldan vasareikni. Þetta er ástæða þess að nemendur þurfa að læra að nota minnislyklana á vasareikni sem er ekki með sviga. Flóknari vasareiknar eru forritaðir til að fylgja reglum um röð reikniaðgerða. Sjá einnig Ábendingar á bls. 26 í þessari bók.

Mismunandi skólavasareiknar hafa mismunandi nöfn á minnisaðgerðunum. Vasareiknirinn, sem mynd er af í nemendabókinni, er með lykilinn RM. Á öðrum vasareiknum kann að standa MR. Gagnlegt getur verið að fara yfir þessi atriði sameiginlega með öllum nemendum.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni nemenda þjálfast í spilu því þeir eiga sjálfir að búa til dæmi þar sem svarið verður ákveðin tala. Þeir þurfa að búa til mörg dæmi í huganum áður en þeir ákveða hvaða dæmi þeir skrá niður – sem vel að merkja er næst keppimarkinu. Þessar reikningsfærniæfingar draga dóm af

keppni og skemmtun sem vekja sérstakan áhuga margra nemenda.

Til að geta notað vasareikni á gagnlegan hátt þurfa nemendur að nota minnislyklana. Einfaldir vasareiknar taka ekki tillit til rétttrar raðar reikniaðgerða.

Auðveldari verkefni

Nemendur, sem ná ekki valdi á að nota minnislyklana rétt, verða að skrá niður milliútreikningana. Þeir reikna þá margföldun og deilingu fyrst, skrá millisvörin og draga síðan saman í lokin.

Erfiðari verkefni

Nemendur kanna hvort töflureiknirinn, sem notaður er í bekkjardeildinni, er með innbyggðar reglur um rétta röð reikniaðgerða. Töflureiknir á að hafa slíkar reglur innbyggðar. Þetta á einnig við þróaðri vasareikna.

Ýmis verkefni

Töfrabragð með vasareikni 1

Kennari vekur áhuga nemenda með listaverki. Nemendur eiga að finna út hvernig listaverkið virkar.

Búnaður: Reiknivél á myndvarpa, vasareiknir á raftöflu eða einfaldasta gerð reiknivélar á tölvu, sýnd á stórum skjá.

Einn nemandinn reiknar og hinir ganga úr skugga um að hann geri nákvæmlega það sem kennari segir. Kennari kemur sér fyrir þar sem hann sér alla nemendurna en ekki það sem gerist á skjánum.

Kennari gefur nemandanum eftirfarandi fyrirmæli:

Ýttu á = eftir hver fyrirmæli.

- Sláðu inn 200.

- Margfaldaðu með skónúmerinu þínu.
- Leggðu 1000 við.
- Deildu með 2.
- Dragðu fæðingarár móður þinnar frá, þ.e. fjóra tölustafi, og finndu svarið.
- Bættu við ... (kennari gefur upp núverandi ártal – 500; ef ártalið er 2014 gefur hann upp 1514).

Dæmi: Skónúmer er 37 og fæðingarár móðurinnar er 1964. Árið 2013 var svarið 3749. Kennari snýr sér nú að skjánum, sér endanlega svarið og segir: „Ég sé að þú notar skó númer 37 og að móðir þín verður 49 ára í ár.“

Töfrabragð með vasareikni 2

Kennari gefur nemandanum eftirfarandi fyrirmæli.

Ýttu á = eftir hver fyrirmæli.

- Sláðu inn skónúmerið þitt (nota þarf heil númer).
- Margfaldaðu með 5.
- Leggðu 50 við.
- Margfaldaðu með 20.
- Bættu 1014 við (veldu 1000 + tvo síðustu tölustafina í núverandi ártali).
- Dragðu frá fæðingarárið þitt.

Dæmi: Skónúmer 41 og fæðingarárið 2000 gefa svarið 4114. „Þú notar skónúmer 41 og verður 14 ára á árinu 2014.“

Faglegt innihald

- Takkarenningur
- Setja í minni vasareiknisins í orðadæmum

Búnaður

- Vasareiknir
- Tölva með töflureikni

Blaðsíða 48–49

Æfingahefti

- 1.73, 1.74, 1.75
- 1.83, 1.84, 1.85
- 1.93, 1.94, 1.95

Ábendingar

1.92d

Verkefnið krefst töflureiknis. Ekki er mikil áhersla lögð á þetta í kaflanum en samkvæmt námskrá eiga nemendur á þessu aldurstigi að geta nýtt hugbúnað/forrit við einfalda framsetningu á tölulegum gögnum.

Tilgangurinn með verkefninu er að bera saman hjálpargögnin vasareikni og töflureikni. Hvort þeirra finnst nemendum gagnlegra í þessum dæmigerðu búðarverkefnum? Þetta er smekksatriði. Líta má svo á að vasareiknirinn sé gagnlegri ef um er að ræða tiltölulega fáar vörutegundir. Töflureiknirinn er gagnlegri þegar um margar tölur er að ræða.

Bls. 49

Í orðadæmunum á þessari blaðsíðu eiga nemendur að geta valið hjálpartæki. Kennari ræðir við þá um hvort viðkomandi dæmi sé dæmigert hugareikningsdæmi, hvort það krefjist skriflegra útreikninga, hvort það henti fyrir vasareikni eða töflureikni.

Grundvallarfærni

Orðadæmi þarf að vinna skipulega. Mikilvæg atriði í orðadæmum af lengra tagi eru: Nemendur lesa dæmið af nákvæmni, finna út um hvað það fjallar, um hvað er spurt, búa til áætlun um hvernig leysa skal dæmið, finna mikilvægar upplýsingar í textanum, velja hjálpartæki, leysa dæmið og ganga úr skugga um að svarið/svörin séu sennileg.

Á heimasíðu Menntamálastofnunar og víðar má finna ýmislegt efni um þrautalausnir í stærðfræði.

Auðveldari verkefni

Nemendur, sem eiga erfitt með lestur, eiga í basli með að lesa orðadæmi með miklum texta. Þessir nemendur þurfa einnig að fá þjálfun í að lesa og túlka þessa tegund texta. Mikilvægt er að vekja áhuga nemenda á að vinna kerfisbundið með textann. Þeir geta haft gagn af því að vinna saman tveir og tveir og lesa upphátt hvor fyrir annan. Þar á eftir vinna þeir saman að lausninni. Mjög lestregir nemendur verða að fá hjálp við lesturinn. Sá sem les þarf að halda aftur af útskýringum en lesa verkefnið rólega málsgrein eftir málsgrein. Það er nemandinn sjálfur sem á að túlka innihaldið.

Gott er að nota skýringarmyndir til að sýna hvaða atriði tengjast í orðadæmum.

1.96

Verkefnið má sýna þannig:

Bollur Fríðu					
Bollur Magnúsar			19		
Bollur Önnu			27		
					Samtals 238

Nemendur nota myndina til að sjá hvernig reikna má út hve margar bollur eru í hverjum gula rétthyrningnum.

Erfiðari verkefni

Tvær textaþrautir til viðbótar

Munnleg færni felur einnig í sér að hlusta. Kennari les eftirfarandi verkefni upphátt fyrir nemendur sem skrifa einungis hjá sér atriðisorð og kjarnaupplýsingar. Kennari hvetur nemendur til að teikna til að leysa verkefnin.

A. Amma var í búðinni til að kaupa 5 hestur af garni. Þegar hún ætlaði að borga vantaði hana

100 krónur. Hún keypti þess vegna bara 4 hestur og þá átti hún eftir 360 kr. Hve mikla peninga var amma með í búðinni og hvað kostaði hver hestur? (Svar: Ein hestur kostaði 460 kr. og amma var með 2200 kr.)



B. Jónas, Pétur og Vignir eru vinir og taka saman þátt í getraunum. Eina vikuna keypti Jónas einum og hálfum sinnum fleiri raðir en Viktor en Pétur keypti tvöfalt fleiri en Jónas. Allir voru mjög glaðir þegar þeir unnu 98 120 kr. Hve mikið af vinningnum á hver vinanna að fá? (Svar: Viktor 17 840 kr., Jónas 26 760 kr. og Pétur 53 520 kr.)

Nemendur útskýra lausnir sínar hver fyrir öðrum í litlum hópum eða fyrir allri bekkjardeildinni.

Viktor					
Jónas					
Pétur					

Ýmis verkefni

Sjá bls. 35 í þessari bók.

Faglegt innihald

- Skilgreining á hugtakinu veldi

Veldi

Blaðsíða 50–51

Æfingahefti

1.96, 1.97, 1.98

1.107, 1.109,
1.108

1.121

Ábendingar

Í þessum kafla er fjallað um það sem nauðsynlegt er að vita um *veldi* til að geta skilið algebruna í kafla 5 í *Skala 1B* Nemendabók. Í kynningu á veldi kynnast nemendur nýju hugtaki og nýjum rithætti. Ný hugtök eru nemendum óþekkt í raun. Því þarf að hjálpa þeim til að skilja hin nýju hugtök til að þeir geti notað þau á virkan hátt.

Grundvallarfærni

Kennari ræðir við nemendur um hugtakið veldi. Þeir útskýra hver fyrir öðrum hvernig þeir skilja hugtakið. Einhverjir nemendur hafa gagn af því að tala upphátt við sjálfa sig þegar þeir fást við veldi svo að til dæmis orðalagið „fimm í þriðja veldi“ eða „fimm í þriðja“ verði þeim tamt á tungu þegar þeir sjá táknið 5^3 .

Auðveldari verkefni

Það sem er sýnilegt verður skiljanlegt

Kennari gerir endurtekna tvöföldun sýnilega með kubbum.

- Við byrjum með 1 kubb.
- Tvöföldum fjöldann upp í 2 kubba.
- Tvöföldum fjöldann aftur.
Hvað eru kubbarnir margir?
- Tvöföldum fjöldann einu sinni enn.
Hvað eru kubbarnir nú margir?



Kennari heldur áfram að tvöfalda, skrifa dæmin upp sem margföldun og sem veldi og finna jafnóðum réttan kubba fjölda.

Nú skal endurtaka leikinn með því að þrefalda – veldi með töluna 3 sem veldisstofn.

Framsetninguna hér á undan má einnig nota til að sjá að eðlilegt er að skilgreina $2^0 = 1$. Það er rökrétt afleiðing af því að skoða til dæmis í röð tölurnar $2^4, 2^3, 2^2$, og $2^1 = 1$. Veldisvísirinn lækkar um 1 í hverju skrefi og tölurnar verða helmingi minni. Þá verður kubburinn efst á myndinni hér á undan táknaður með 2^0 og er þá helmingurinn af 2. Hið sama gildir um 3^0 við þreföldun og deilingu með 3 þegar farið er frá 3^4 og í 3^0 . Kennari segir nemendum að stærðfræðingar hafi komið sér saman um að gildi veldis, þar sem veldisvísirinn er 0, sé 1 – alveg sama hver veldisstofninn er. Það er gert til þess að talnamynstrin og veldisreglurnar gildi þótt veldisvísirinn sé 0.

Að einfalda útreikninga

Kennari kennir nemendum að nota hið innbyggða fall vasareiknisins til að reikna út gildi veldis. Það virkar þannig að maður ýtir tvisvar á margföldunarmerkið (x) og þar næst aftur og aftur á jöfnumerkið (=). Ef maður ýtir til dæmis þannig: $2 \times x = =$ = o.s.frv. fær maður talnarununa 2, 4, 8, 16 ... sem er veldi af 2.

Erfiðari verkefni

Gömul saga um skák og hveitikorn
(Er einnig í *Skala 1A* Æfingahefti nr. 1.187.)

Gamla sagan um hveitikorn og skákborð er saga sem nota má til að

skilja veldi af 2 og fá tilfinningu fyrir hve hratt tölurnar stækka með endurtekinni tvöföldun. Þetta er dæmi um veldisvísisvöxt.

Í gamalli persneskri sögn segir að einn af þjónum Persakonungs hafi fundið upp skákina. Konungurinn varð svo hrifinn af leiknum að hann vildi launa þjóninum ríkulega. Hann bauð þjóninum þess vegna að bera fram ósk um eitthvað sem hann langaði að fá að launum. Þjóninn hugsaði sig um og bað svo um að mega fá eitt hveitikorn fyrir fyrsta reitinn á skákborðinu, tvö korn fyrir annan reitinn, fjögur fyrir þann þriðja o.s.frv. Með hverjum nýjum reit á skákborðinu skyldi fjöldi hveitikornanna tvöfaldast.

Konungur varð furðu lostinn yfir því sem hann taldi vera hógværa ósk. Ekki varð hann síður forvið þegar hann uppgötvaði hversu mikið magn af korni þjónninn hafði beðið um.

Á skákborðinu eru 64 reitir og summa kornanna varð 18 446 744 073 709 551 615 talsins en það jafngildir 175 milljörðum tonna af hveiti sem er meira en það sem nokkru sinni hefur verið framleitt á jörðinni frá því að sögur hófust.

Kennari gætir þess að lesa ekki sögulokin fyrr en nemendur hafa fundið út hve mörg hveitikorn þjónninn átti að fá. Þeir geta notað töflureikni til að finna svarið.

Heimild: Rossing, N.K. (1999). *Den matematiske krydderhylle*. Prændheimi: Midtnorsk vitensenter.

Ýmis verkefni

Sjá bls. 36 í þessari bók.

Faglegt innihald

- Ferningstala
- Tugveldi

Æfingahefti

- 1.34, 1.35, 1.36, 1.37, 1.38
- 1.49, 1.50, 1.51, 1.52
- 1.57, 1.58

Blaðsíða 52–53

Ábendingar

Ferningstölur og tugveldi eru hér valin sem dæmi vegna þess að þessi veldi birtast oft í stærðfræðináminu. Veldi af 10, þ.e. 10^1 , 10^2 , 10^3 o.s.frv., er oft kallað tugveldi. Athygli skal vakin á því að þegar rætt er um ferningstölur er veldisvísirinn fasti en veldisstofninn mismunandi, x^2 . Varðandi tugveldi er veldisstofninn 10 hins vegar fasti en veldisvísirinn mismunandi, 10^n .

1.104

Talan 64 er spennandi einmitt vegna þess að hana má tákna sem veldi á ýmsa vegu. Hún er bæði ferningstala og teningstala, 8^2 og 4^3 . Þar að auki má skrifa 64 sem veldi af 2, 2^6 . Teningstölur verða teknar til umfjöllunar í 9. bekk í kafla 1 í *Skala 2A Nemendabók*.

Einnig verður nánar fjallað um tugveldi í 9. bekk í kafla 1 í *Skala 2A Nemendabók* þar sem fengist er við staðalform.

Auðveldari verkefni

Minnstu ferningstölurnar má sýna með ferningslaga kubbum eða með því að teikna á rúðustrikað blað eða punktablað.

Kennari ræðir við nemendur um peningakerfið hér á landi:

- Hve margir tíkallar eru í einum hundraðkalli?
- Hve margir hundraðkallar eru í einum þúsundkalli?
- Hve margir tugir eru í einum þúsundkalli?
- Hve margar krónur eru í einum tíkalli?

Kennari notar peninga til að gera veldi af 10 sýnileg, þ.e. 10^0 , 10^1 , 10^2 , 10^3 .

Erfiðari verkefni

Hvað kallast stóru tölurnar?

Heiti stóru talnanna eru ekki einhlít. Aðallega er um tvö kerfi að ræða, það sem notað er hér á landi og í Evrópu og kerfið sem er notað í Bandaríkjunum Norður-Ameríku. Þegar þessi tvö kerfi eru borin saman má til dæmis sjá að heitið billjón hefur mismunandi merkingu og að það sem er kallað billjón í Bandaríkjunum kallast milljarður hjá okkur. Þetta skiptir máli þegar fjallað er um stórar tölur í bandarískum fréttum og bandarísku efnahagslífi.

Yfirlit yfir heiti stórra talna í þessum tveimur kerfum má fá á verkefnablaði 1.1.6

Ýmis verkefni

Tugveldadómínó

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Dómínókubbar (verkefnablað 1.1.7).

Verkefnablaðið er ljósritað og dómínókubbarnir klipptir út. Hver leikmaður fær þrjá kubba og afgangurinn er settur í bunka á hvolf. Efsta spilinu er snúið við og það er byrjunarkubburinn. Leikmaður 1 leggur kubb við hlið byrjunarkubbsins ef hann getur. Ef hann getur það ekki dregur hann kubb og athugar hvort hægt er að leggja hann niður. Ef hann getur það heldur ekki að þessu sinni heldur hann kubbum á hendi og næsti leikmaður á leik. Sá vinnur sem er fyrstur að leggja alla sína kubba niður.

Minnisspil með veldum

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Hver og einn útbýr handa sér spilaborð sem er $3 \cdot 3$ eða $4 \cdot 4$ reitir eða notar verkefnablað 1.1.12.

Hver leikmaður velur 9 tölur af listanum hér á eftir og dreifir þeim á spilaborðið sitt. 1, 4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 36, 49, 64, 81, 100, 125, 128, 216, 243, 256, 343, 512, 625.

Leikmenn draga spjöld með veldum, athuga hvort samsvarandi gildi finnst á spilaborðinu, rökstyðja hvernig tala og veldi tengjast og setja spjalðið á réttan stað á spilaborðinu.

$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 4^0, 4^1, 4^2, 4^3, 4^4, 5^0, 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, 6^0, 6^1, 6^2, 6^3, 7^0, 7^1, 7^2, 7^3, 8^0, 8^1, 8^2, 8^3, 9^0, 9^1, 9^2, 10^0, 10^1, 10^2$.

Sá vinnur sem er fyrstur að fylla spilaborðið sitt.

Þrír eða fjórir í röð

Afbrigði af spilinu hér á undan:

Nota skal spilaborð með $3 \cdot 3$ eða $4 \cdot 4$ reitum eins og í *Minnisspili með veldum* hér á undan. Leikmenn velja efstu gildin og dreifa þeim á spilaborðið.

Leikmenn kasta tveimur teningum með tölunum 1–10. Sá sem kastar velur hvor teningurinn tákna veldisstofninn og hvor veldisvísinn. Ef leikmaður á tölu á spilaborðinu sem samsvarar veldinu, sem teningarnir tákna, krossar hann yfir þá tölu.

Sá vinnur sem er fyrri til að fá 3 eða 4 í röð.

Afbrigði af þessu spili: Sá vinnur sem er á undan að krossa yfir allar tölurnar á jöðrum spilaborðsins allan hringinn eða yfir allar tölurnar á spilaborðinu sínu.

Faglegt innihald

- Margföldun og deiling velda með sama veldisstofni



Blaðsíða 54–55

Ábendingar

Sýnidæmi 26 og 27

Hér er sýndur nákvæmur útreikningur í margföldun og deilingu velda með sama veldisstofni. Ekki er ætlast til að nemendur skrái slíkar langar romsur af veldisstofni heldur að þeir skilji hvers vegna nota skal reglurnar $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ og $a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ og hvers vegna þær eru réttar.

1.114

Fara þarf sameiginlega með bekkjardeildinni yfir þessi dæmi þegar nemendur hafa unnið þau hver fyrir sig eða í þorum. Út frá þessu verkefni má leiða þau rök að eðlilegt sé að skilgreina $a^0 = 1$. Sjá einnig kaflann *Auðveldari verkefni* á bls. 29 þar sem önnur nálgun er notuð. Mikilvægt er að þetta sé fastmælum bundið þar eð margir nemendur munu halda að veldi með veldisvísinn 0 hafi gildið 0.

Grundvallarfærni

Kennari hlustar á hugtakanotkun og útskýringar nemenda þegar þeir – tveir og tveir – lýsa með orðum skilningi sínum og útskýringum á sýnidæmunum. Þeir setja fram eigin sýnidæmi og útskýra margföldun og deilingu velda með sama veldisstofni hver fyrir öðrum.

Erfiðari verkefni

Bakteríufjölgun

Nemendur vinna saman í hópum. Þeir nota stórt blað og gera yfirlit yfir hvernig bakteríur fjölga sér með skiptingu. Þeir byrja með eina bakteríu kl. 0. Gera þarf ráð fyrir að ein skipting verði á einni klukkustund. Síðan sýna nemendur þróunina frá klukkustund til klukkustundar. *Hve langur tími líður áður en bakteríurnar verða meira en ein milljón talsins?* (Það gerist eftir 21

klukkustund ef gert er ráð fyrir að bakteríur deyi ekki.)

Ýmis verkefni

Upprifjun með hugtakakortum

Nemendur skrifa orðið veldi á miðju blaðs. Síðan skrifa þeir öll orð, hugtök, tákn og reiknireglur sem þeir tengja við orðið. Þeir vinna dágóða stund hver fyrir sig, síðan í þorum. Að lokum er efnið rifjað upp í bekkjardeildinni í heild. Ef kennari notar flettistöflu getur hugtakakort bekkjardeildarinnar hangið í kennslustofunni um tíma og hjálpað til við að festa hugmyndir og hugsun nemenda um þessa námsþætti í sessi. Einnig er hægt að búa hugtakakort til á stafrænu formi. Þá er auðvelt að þróa hugtakakort áfram eftir því sem á námsferlið líður. Nemendur munu einnig fá gott yfirlit yfir það sem þeir hafa lært um ákveðið hugtak, til dæmis veldi. „Freemind“ er dæmi um ókeypis stafrænt hugtakakort sem gerir nemendum auðvelt að skiptast á hugmyndum.

Faglegt innihald

- Röð reikniaðgerða í dæmum með veldi

Æfingahefti

1.104, 1.105

1.117

1.125, 1.126,
1.127

Blaðsíða 56–57

Ábendingar

Röð reikniaðgerða er að hluta til tekin til umfjöllunar fyrr í þessum kafla. Hér eru settar fram reglur sem gilda þegar veldi er í dæminu.

Grundvallarfærni

Reglurnar um röð aðgerða eru æfðar hér. Gott er að nemendur útskýri munnlega hver fyrir öðrum í hvaða röð á að meðhöndla tölurnar, hvar á að setja svigana.

Erfiðari verkefni

Margar kanínur

Nemendur búa til líkan yfir fjölda kanína í einum ákveðnum kanínuhópi þegar gengið er út frá eftirfarandi: Óli fær tvær kanínur, eina af hvoru kyni. Eftir 6 mánuði verður fyrsta gotið og eftir það eignast hvert par unga þriðja hvern mánuð. Í hverju goti fæðast 4 ungar, tveir af hvoru kyni.

Nemendur búa til líkan sem útskýrir hve margar kanínur Óli á eftir 6, 9, 12, 15, 18, 21 og 24 mánuði. Gert er ráð fyrir að engin kanína drepist.

Nemendur rökræða hvers vegna þetta getur verið líkan sem sýnir kanínufjölgunina í einum hópi. Kennari ræðir við nemendur um hvaða veikleiki getur verið á líkaninu. Gott er að nemendur noti í byrjun kubba til að telja með eða önnur áþreifanleg gögn til að tákna kanínurnar. Einhverjir nemendur munu geta haft gagn af töflureikni.

Vísbending: Nemendur einbeita sér að fjölda kvenkynskanína og margfalda með 2.

Ýmis verkefni

Þjóðvegurinn

Spilið er fyrir 2–3 leikmenn.

Búnaður: 3 teningar, pappír og blýantur.

Leikmenn kasta til skiptis öllum teningunum. Leikmaður býr nú til dæmi með einni eða fleiri af tölunum þremur sem upp koma á teningunum en svörin við dæmunum eiga að vera 1, 2, 3 o.s.frv. – eins langt og leikmaður getur. Nota má allar reikniaðgerðirnar fjórar, sviga og veldisvísa. Aðeins má nota hverja tölu einu sinni í hverju dæmi. Hinir leikmennirnir verða að viðurkenna öll dæmin. Þegar leikmaður getur ekki búið til dæmi með svari, sem er næst í talnaröðinni, á næsti leikmaður leik.

Dæmi:

Leikmaður 1 kastar teningunum og fær upp 2, 3 og 4.

$$\begin{array}{ll} 3 - 2 = 1 & 3 \cdot 2 = 6 \\ 2 = 2 & 3 + 4 = 7 \\ 3 = 3 & 2^3 = 8 \\ 4 = 4 & 3^2 = 9 \\ 2 + 3 = 5 \end{array}$$

Leikmaður 1 getur ekki búið til dæmi með svarinu 10 og leikmaður 2 á þá leik. Þegar komið er að leikmanni 1 næst heldur hann áfram með röðina sína þar sem frá var horfið í fyrri umferð.

Best er að ákveða fyrir fram hve margar umferðir skal spila eða í hve margar mínútur.

Sá vinnur sem hefur komist lengst í talnaröðinni með svör sín.

Nágrannatala í hundraðtöflu

Spilið er fyrir 2–3 leikmenn.

Búnaður: Hundraðtafla (verkefnablað 1.1.3) og 4 teningar.

Nemendur kasta fyrst upp um hver eigi að byrja. Sá sem á leik kastar öllum teningunum í einu. Markmiðið er að búa til dæmi þar sem svarið er tala milli 1 og 100. Aðeins má nota hverja af tölunum fjórum einu sinni í hverju dæmi

Dæmi: Upp kemur á teningunum 2, 2, 5 og 6. Dæmi getur verið $6^2 \cdot 2 + 5 = 77$.

Krossað er yfir töluna 77 og leikmaður fær stig samkvæmt eftirfarandi reglum: Eitt stig fyrir að krossa yfir töluna 77 plús eitt stig fyrir hverja tölu sem búið er að krossa yfir og er nágranni tölunnar 77.

Dæmi: Myndin sýnir bút af hundraðtöflunni.

Búið er að krossa yfir tölurnar 20 og 39. Krossi leikmaður yfir 18 fær hann 1 stig, krossi hann yfir 28 fær hann 2 stig og talan 29 gefur 3 stig.

18	19	20
28	29	30
38	39	40

Ef leikmaður getur ekki búið til dæmi með svari sem hann getur krossað yfir (þ.e. í lausum reit) fær hann skammarstrik og missir 10 stig. Þegar leikmaður hefur fengið þrjú skammarstrik er hann úr leik. Þegar aðeins einn leikmaður er eftir eru stigin talin og sigurvegarinn þar með fundinn.

Faglegt innihald

- Veldi með neikvæðum veldisstofni

Búnaður

- Spilapeningar

Æfingahefti

- 1.106
- 1.118, 1.119, 1.120
- 1.128

Blaðsíða 58–59

Ábendingar

Að ruglast til dæmis á -3^2 og $(-3)^2$ er mjög algeng villa. Dæmin á þessari opnu og spilið *Fjórir í röð* æfa nemendur í að sjá, skilja og muna eftir þessum mun.

Grundvallarfærni

Útreikningar á veldi með neikvæðum veldisstofni auka grundvallartalna-skilning nemenda. Spilið *Fjórir í röð* æfir nemendur í réttum hugsanagangi og hjálpar þeim – í formi leiks eða keppni – að læra utan að hvernig margfalda skal og leggja saman veldi.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Til að rifja upp og þjálfar nemendur í stærðfræðilegum hugtökum kaflans má vinna eftirfarandi verkefni:

Giskaðu á töluna mína

Spilið er fyrir tvo leikmenn. Þeir skiptast á hlutverkum. Leikmaður 1 velur heila tölu milli 0 og 100 og skráir hana hjá sér án þess að hinn sjái töluna. Leikmaður 2 á að reyna með sem fæstum spurningum að finna hver talan er. Ekki má spyrja um hvort talan sé „stærri en“ eða „minni en“ einhver önnur tala. Allar spurningarnar eiga að innihalda að minnsta kosti eitt orðanna „slétt tala“, „oddatala“, „frumtala“, „ferningstala“, „þáttur“ eða „margfeldi“.

Sá sem giskar á töluna getur notað hundraðtöflu til að skrá niðurstöðurnar í. Sá sem velur töluna þarf að hafa yfirlit yfir fjölda spurninganna.

Krossgáta

Nemendur nota stærðfræðiorðin í krossgátu, sjá verkefnablað 1.1.9.

Samvinnuverkefni – Hver er heila talan?

Verkefni fyrir hóp með 3–4 nemendum.

Búnaður: Verkefni á verkefnablaði 1.1.10.

Hvert verkefni er í fjórum hlutum. Hlutarnir fjórir eru klipptir í sundur og komið fyrir hverjum í sínu horni á kennslustofunni. Einn nemandi úr hverjum hópi sækir upplýsingar. (Ef þrír nemendur eru í hópi þarf einn nemandi að henda reiður á tvenns konar upplýsingum.) Nemendur eiga ekki að skrifa upplýsingarnar niður heldur muna þær og greina öðrum í hópnum munnlega frá hvað þær fela í sér. Út frá ferns konar upplýsingum eiga þeir að finna hver talan er. Áður en nemendur snúa sér að næsta verkefni þarf hver nemandi í hópnum að gera kennaranum grein fyrir hvers vegna upplýsingar hans eru réttar með hliðsjón af tölunni sem hópurinn hefur fundið.

Vísbending: Gott er að ljósrita verkefnið í mismunandi litum og plasta þau til að hægt sé að nota þau aftur.

Tölurnar eru þessar: A: 32; B: 81; C: 63; D: 39.

Allir taka afstöðu: Satt eða ósatt?

Verkefnið er fyrir alla bekkjardeildina. Finna þarf svæði utan húss eða innan þar sem nægilegt rými er. Eitt svæði er skilgreint sem *satt* og annað svæði sem *ósatt* með því að strika á lóðina eða hengja veggspjöld upp. Kennari les upp eftirfarandi fullyrðingar. Nemendur færa sig á það svæði sem þeir telja að sé rétt. Allir verða að taka afstöðu.

1. Mismunurinn milli tveggja jákvæðra talna er alltaf jákvæður. (Ó)
2. Summa tveggja neikvæðra talna er alltaf neikvæð. (S)
3. Margfeldi tveggja neikvæðra talna er jákvætt. (S)
4. Helmingurinn af -4 er stærri tala en -4 . (S)
5. Neikvæð tala í þriðja veldi verður jákvæð. (Ó)
6. Talan 7 hefur tvo þætti. (S)
7. Talan 9 er frumtala. (Ó)
8. Talan 24 er feringstala. (Ó)
9. Allar feringstölur eru jákvæðar. (S)
10. $56 \cdot 7$ er sama og $50 \cdot 7$ plús $6 \cdot 7$. (S)
11. 10^6 er jafnt og milljarður. (Ó)
12. Fjöldi þátta í öllum ferningstölum er oddatala. (S)

Nemendur þurfa að rökstyðja afstöðu sína hver gagnvart öðrum.



Bættu þig!

Blaðsíða 64–65

Ábendingar

1.125 og 1.126

Vegalengdin í hjólríðakeppninni Tour de France tekur breytingum ár frá ári. Lengd áfanganna og leiðir eru þess vegna ekki beinlínis sambærilegar. Keppnin endar á hverju ári í París.

1.128

Hægt er að breyta þessu dæmi eða víkka það út eftir aðstæðum hverju sinni.

1.131 og 1.132

Nemendur finna fleiri dæmi um mynstur sem þurfa að ganga upp. Mörg dæmi eru til í listum og arkitektúr, einkum í byggingum eða rými þar sem mósaík er notuð. Mynstur og kantar verða að passa allt í kringum rýmin eða byggingarnar. Nemendur geta leitað á netinu að myndum af hofum, turnum, mósaík o.s.frv.

Erfiðari verkefni

Nemendur finna á netinu upplýsingar um síðustu Tour de France-keppnina. Þeir búa síðan til dæmi í slumpreikningi hver handa öðrum út frá upplýsingum um áfanga, leiðir og niðurstöður.



Blaðsíða 66–67

Ábendingar

1.133

Nemendur útskýra hvers vegna lausnirnar eru aðeins tvær.

1.134

Kennari þarf að ganga úr skugga um að nemendur viti hvað hlaupár er, hvaða dagur er hlaupársdagurinn og hve margir dagar eru í hlaupári.

1.135

Í þessu verkefni þurfa nemendur að þekkja nokkur hugtök og því geta þeir flett þessum hugtökum upp í *Orðskýringum* aftast í nemendabók. Þegar nemendur búa sjálfir til verkefni sem þetta er erfiðast að sjá til þess að aðeins sé ein lausn. Því þarf að fá nemendur til að athuga hvort fleiri en ein lausn sé á verkefni þeirra.

Ræða þarf sameiginlega hvaða upplýsingar eru mikilvægar til að lausnin sé ótvíræð.

1.136

Nota má tölurnar á fleiri en einn veg, til dæmis til að rifja upp hugareikning og hugtök.

- *Finndu mismun milli tveggja stærstu talnanna.*
- *Finndu margfeldi þeirra tveggja talna sem eru næst 0.*
- *Finndu summu tveggja minnstu talnanna.*
- *Finndu tvær tölur sem eru þannig að hægt er að deila í aðra með hinni og fá svarið 3.*
- *Finndu tvær tölur sem eru þannig að hægt er að deila í aðra með hinni og fá svarið –6.*
- *Hverjar tvær talnanna hafa mismuninn 3?*

1.138

Kennari og nemendur ræða saman um hvað átt er við með úttektarheimild. Hvers vegna þarf maður að vera orðinn 18 ára til að fá kreditkort?

1.139–1.141

Þessi dæmi veita þjálfun í að velja rétta röð reikniaðgerða auk þess sem þau fela í sér æfingu í reikningi með neikvæðum tölum. Það er misjafnt hve margar línur fyrir milliútreikninga nemendur þurfa til að reikna rétt dæmi með mörgum reikniaðgerðum og formerkjum. Fyrir flesta nemendur bogar sig að gera eitt í einu. Þeir þurfa að vera nákvæmir þegar þeir skrá útreikningana.

Ýmis verkefni við bls. 48–49

Bekkjarskemmtun

Nemendur eiga að skipuleggja bekkjarskemmtun fyrir bekkjarfélagana. Allir eiga að fá pitsu og gos. Nemendur eiga að kaupa inn fyrir skemmtunina. Þeir búa til yfirlit yfir hve mikið þarf af hverri matvöru í pitsurnar, finna verðið og reikna út hvað vörurnar kosta. Nemendur bera saman verðið miðað við að þeir baki sjálfir pitsurnar og ef þeir kaupa tilbúna pitsur. Gerum ráð fyrir að nota megi 30 000 kr. til innkaupanna.

Nemendur sýna með töflureikni hvernig þeir nota peningana til að skipuleggja bekkjarskemmtunina.

Þjálfaðu hugann

Blaðsíða 68–69

Ábendingar

1.145

Í hverjum dálki eru dæmi sem heyra saman. Mismunandi notkun sviga hefur áhrif á röð reikniaðgerðanna og svörin verða því mismunandi. Vinna má á annan hátt með þessi verkefni með því að byrja á efsta dæminu (leggja blað yfir hin þrjú dæmin í dálkinum). Þá reikna nemendur út öll dæmin þrjú sem eru án sviga. Þar næst reikna nemendur næstu þrjú dæmi í hverjum dálki og þá verða svörin þessi: 1. dálkur: 103, 32, 169; 2. dálkur: -6, 8, 0; 3. dálkur: 18, 4, 108.

1.146

Rifja þarf um mismuninn á rit-hættinum eftir því hvort svigar eru notaðir eður ei.

Þjálfaðu hugann

1.148

Hér er um klassíska þraut að ræða sem gengur út á að flokka gögn út frá upplýsingum, sem gefnar eru, á rökréttan hátt. Fuglarnir, sem koma við sögu, eru tákn mismunandi bæja í hinu ímyndaða Fuglavinalandi. Nemendur þurfa að geta rökstutt lausnir sínar út frá upplýsingunum í verkefninu.

1.149

Verkefnið krefst þess að nemendur geti breytt metrum í kílómetra. Fáðið fram hjá nemendum að 1000 metrar séu í 1 km.

Ef 322 000 íbúar taka 0,5 metra hver mynda þeir 161 000 m langa röð, þ.e. 161 km, sem einmitt er vegalengdin milli Víkur og Fagurhólsmýrar.

Hér eru fleiri vegalengdir sem nota má í sams konar verkefni:

- Reykjavík – Staðarskáli: 163 km

- Egilsstaðir – Djúpvogur: 146 km
- Akureyri – Kópasker: 188 km
- Reykjavík – Þórsmörk: 157 km

Einnig geta nemendur fundið hve marga íbúa þarf til að mynda jafn langa röð og nemur viðkomandi vegalengd. Þeir geta einnig búið til svipuð verkefni hver fyrir annan. Upplýsingar um vegalengdir má t.d. fá á heimasíðu Vegagerðarinnar.

1.150

Með veldisstofninum 50 verða veldi mjög fljótt afar stór. Gott er að nota töflureikni, hann sýnir stórar tölur á staðalformi. Veldið 50^6 verður $1,5625 \text{ E} + 10$ ($= 1,5625 \cdot 10^{10}$) en þetta er um það bil tvöfalt stærri tala en nemur öllum íbúum jarðarinnar.

Ýmis verkefni við bls. 50–51

Að brjóta blað til að komast til tunglsins

Skyldi vera hægt að brjóta blað tvöfalt það oft að það nái frá jörðu til tunglsins? Kennari dreifir til nemenda A4-blaði og biður þá að brjóta það í tvo hluta og aftur í tvo hluta; þá er það brotið í fjóra hluta. Í hvert sinn sem þeir brjóta blaðið einu sinni enn tvöfaldast þykkt þess. Hverjum tekst að brjóta blaðið oftast? Myth Busters gerði tilraunir með goðsögnina um að ekki sé hægt að brjóta blað oftar en sjö sinnum – sama hversu þunnt eða hversu stórt það er. Á YouTube er myndband sem sýnir að að mönnum tókst að brjóta blaðið ellefu sinnum þegar þeir notuðu mjög þunnt blað sem var jafn stórt og fótboltavöllur og jafn þunnt og segldúkur. Kennari getur skoðað þetta myndband með nemendum.

Kennari gerir hugsanatilraun með nemendum. Gerum ráð fyrir að

heppnast hafi að brjóta gríðarstórt blað þannig að þykktin sé jafn mikil og fjarlægðin frá jörðu til tunglsins (um það bil 380 000 km). Nemendur finna þykktina á A4-blaðinu með því að mæla nýjan bunka af ljósritunar-pappír og deila með fjölda blaða í bunkanum (u.þ.b. 0,1 mm). Nemendur nota töflureikni til að finna hve mörgum sinnum þarf að brjóta blað til að ná til tunglsins. (Svarið er um það bil 43 sinnum.)

Kennari spyr nemendur:

Hversu langt kemstu ef þú brýtur blaðið einu skipti sjaldnar.

(Svar: þá nær það aðeins hálfa leið til tunglsins.)

Þessi kafli fjallar um rúmfræði í sléttu (tvær víddir). Fjallað er um rúmfræðiform og eiginleika þeirra, einkenni og heiti. Nemendur læra að teikna með hringfara og reglustiku, teikna í rúmfræðiforriti og kanna eiginleika rúmfræðilegra mynda og forma. Jafnframt er í kaflanum fjallað um skilgreiningar og útreikninga á hornum, horna-summu þríhyrninga og ferhyrninga og sérstökum hornapörum. Þar að auki eru teknar fyrir snúningssamhverfa og spegilsamhverfa í hnitakerfinu og utan þess.

Forþekking

- Heiti, eiginleikar og einkenni sérstakra þríhyrninga og ferhyrninga
- Notkun gráðuboga
- Hnitakerfið
- Punktir tilgreindir með hnitum
- Einfaldir eiginleikar samhverfu

Fagleg tengsl

Hér er tekin fyrir slétturúmfræði með einföldum teiknireglum, samhverfu og einfaldri kynningu á hnitakerfinu. Lítið er um útreikninga í kaflanum. Í 9. og 10. bekk er fjallað um þríhyrningsútreikninga, flatarmál, ummál, yfirborðsflatarmál og rúmmál. Rúmmál og hringur eru tekin fyrir í 9. bekk. Hnitakerfinu er fylgt eftir í kaflanum um föll í 9. og 10. bekk.

Hagnýt notkun

Alls kyns rúmfræði er allt í kringum okkur. Hugtök úr rúmfræði eru gagnleg í daglegu lífi. Þekking í rúmfræði kemur að notum þegar endurnýja á eitthvað, gera útreikninga í tengslum við nærumhverfið, búa til eitthvað í listum, handverki eða hönnun. Ef ætlunin er að búa til heimasíðu eða veggspjald þarf að nota rúmfræði.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni

Kennari les hluta af textanum í nemendabókinni upphátt og lætur nemendur útskýra hvern fyrir öðrum hvað textinn fjallar um. Sömu aðferð má nota við orðadæmin. Rétt er að

2 Rúmfræði

Blaðsíða 70–71

hvetja nemendur til að nota rétt orð og hugtök úr rúmfræði (til dæmis að nota ekki aðeins orðið „ferhyrningur“ heldur segja til af nákvæmni hvers konar ferhyrning er um að ræða).

Munnleg færni

Kennari og nemendur ræða saman um verkefni og lausnirnar og nemendur ræða saman um þessi atriði.

Skrifleg færni

Nemendur skrá niður skýringar á rúmfræðiteikningum sínum. Þeir æfa sig einnig á að skrifa rökstuðning fyrir svörum sínum.

Stafræn færni

Gott er að nota rúmfræðiforrit til að gera tilraunir og kannanir. Rúmfræðiforrit gefa einnig tækifæri til faglegra (munnlegra) rökræðna.

Forritið GeoGebra má fá á netinu. Það hefur verið þýtt á íslensku og hentar vel til að vinna mörg rúmfræðiverkefni í *Skala 1A*.

Reikningsfærni

Kennari leggur áherslu á notkun tákna og rétta hugtakanotkun, svo og á að nemendur punkti hjá sér stærðfræðilega minnispunkta.

Faglegt innihald

- Inngangur að slétturúmfræði (tvær víddir).

Ábendingar

Opnunarmyndin

Kennari og nemendur ræða hvaða rúmfræðiform eða – myndir má sjá á myndinni. Kennari biður nemendur að nota eins nákvæm hugtök og þeir geta: rétthyrningar, samsíðungar,

rétthyrndir þríhyrningar, trapisa, hálfhringir, rétt horn, samsíða línur o.s.frv.

Stærðfræðiorð

Nemendur vinna saman í litlum hópum. Þeir útskýra og skrá orðin í tvo flokka: Annars vegar orðin, sem þeir geta útskýrt, og hins vegar orðin sem þeir geta ekki útskýrt. Síðan útskýra þeir orðin hver fyrir öðrum.

Könnunarverkefni

Þetta verkefni geta nemendur unnið í litlum hópum eða hver og einn fyrir sig. Kennari spyr nemendur – áður en þeir byrja að hugsa af alvöru um verkefnið og búa þríhyrningana til – hverjar þeir haldi að lausnirnar séu.

Nemendur þurfa að komast að eftirfarandi: Til þess að hægt sé að búa til þríhyrning með þremur pinnum verður summa tveggja styttri hliðanna að vera stærri en lengsta hliðin (þríhyrningsójafna).

Lengdina 10 er því aðeins hægt að nota með 6 og 5. Ef bæði lengdirnar 6 og 5 eiga að vera með má nota þær með annaðhvort 4, 3 eða 2 en ekki með 1. Kennari gætir þess að sýna nemendum ekki hvernig þeir skuli fara að heldur leyfir þeim sjálfum að reyna að uppgötva þetta. Algengur skilningur er að maður geti búið til þríhyrning í öllum tilvikum ef maður bara er með þrjá pinna.

Ýmis verkefni

Nemendur vinna þetta verkefni með öðrum hliðarlengdum. Kennari hvetur nemendur til að búa til reglu sem segir til um hvenær hægt er að búa til þríhyrning með þremur pinnum. (Til að geta myndað þríhyrning þarf summa tveggja styttri hliðanna sem sagt að vera stærri en lengsta hliðin.)

Viðbótarverkefni

Kennari útbýr búnt með þremur pinnum eða blýöntum í hverju. Summa hliðarlengdanna á að vera 12 cm. Kennari skrifar upp lengdir pinnanna þriggja í öllum búntunum sem hægt er að búa til.

Hve mörg verða slík búnt?

(Svar: 8 þ.e. $1 + 2 + 9$,
 $1 + 3 + 8$,
 $1 + 4 + 7$,
 $1 + 5 + 6$,
 $2 + 3 + 7$,
 $2 + 4 + 6$,
 $2 + 5 + 5$,
 $3 + 4 + 5$)

Hve mörg búntanna er hægt að nota til að búa til þríhyrninga?

(Svar: Tvö þ.e. $2 + 5 + 5$ og $3 + 4 + 5$)

Faglegt innihald

- Skilgreining á hugtakinu vídd í stærðfræði
- Kynning á hugtökunum punktur og strik
- Kænska og rökvísi

Byggingarefni í rúmfræði

Blaðsíða 72–73



Ábendingar

Kennari gengur út frá námsmarkmiðunum. Nemendur velja tvö hugtök, sem þeir þekkja fyrir, og reyna að útskýra þau skriflega með texta eða myndum. Gott er að þeir vinni saman í þriggja eða fjögurra manna hópum og útskýri hugtökin hver fyrir öðrum. Kennari fylgist með hvaða hugtök nemendur velja. Í lokin betrubætir kennari útskýringarnar ef þörf krefur.

Eins og sést á myndinni á bls. 72 geta ferlar verið beinir eða bognir.

Spírir

Tilgangurinn með þessu spili er eftirfarandi: Nemendur hitta hér fyrir hugtökin punkt og feril sem inngang í rúmfræðikaflann. Þeir fá æfingu í rökréttu hugsun og þjálfast í að sjá rúmfræðileg mynstur.

Spil þetta var fundið upp árið 1967 af tveimur enskum stærðfræðingum, John Conway og Michael Paterson.

Einfaldara afbrigði: Þá er byrjað með þrjá punkta í stað fjögurra.

Grundvallarfærni

Rökrétt hugsun er grundvallarþáttur í reikningsfærni. Í spilinu *Spírir* fá nemendur tækifæri til að þróa rökræðilega færni sína.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Allir nemendur geta spreytt sig í spilinu *Spírir*.

Hér á eftir eru spurningar sem krefjast könnunarvinnu af nemendum:

Á hve marga vegu er hægt að byrja ef maður byrjar með tvo punkta?

Þrjá punkta? Fjóra punkta? Fimm punkta? n punkta?

(Svar: 3, 6, 10, 15, $n(n+1)/2$)

Hvað gerist varðandi fjölda mögulegra leikja eftir að leikmaður hefur teiknað einn feril og einn kross?

Getur spilið endað án þess að ljóst sé hver sigurvegarinn er? (Svar: Nei, vegna þess að sá sem dregur síðasta leyfilega ferilinn vinnur.)

Hve margir leikir eru mögulegir ef maður byrjar með tvo punkta? Þrjá punkta? Fjóra punkta? Fimm punkta? n punkta? (5, 8, 11, 14, $3n-1$)

Stysta leiðin

Kennari ræðir við nemendur um hver sé stysta leiðin milli tveggja punkta. Samt sem áður er ekki alltaf hægt að komast slíka vegalengd í beinni línu vegna þess að hindranir kunna að vera á leiðinni. Nota má verkefnablað 1.2.11 og láta nemendur finna stystu leið milli punktanna. Nemendur ræða saman um hvaða vegalengdir hafi fleiri jafngildar lausnir og hvers vegna svo sé.

Faglegt innihald

- Skilgreining á hugtökunum punktur, lína, ferill, hálflína og strik

Blaðsíða 74–75

Æfingahefti

2.1, 2.2

2.10

2.18

Ábendingar

Nemendur íhuga hvað punktur, lína, ferill, hálflína og strik í rauninni er. Hvað er átt við með að punktur sé bara „staður“ í rúminu og að hann hafi „enga stærð“? Hann hefur enga vídd. Hvað þýðir að lína, ferill, hálflína og strik hafi enga þykkt? Þau hafi eina vídd? Hvað merkir að hálflína og lína séu óendanlega langar? Hvað teiknum við eiginlega þegar við teiknum þessa ferla?

Einhverjir byrja ef til vill að velta vöngum yfir að þetta sé einkennilegt á jörðinni úr því að hún er hnöttótt. Varla getur lína tengst aftur sjálfri sér. Þá þarf kennari að útskýra að rúmfræðin, sem við lærum, gengur út frá að allt gerist í sléttu sem er alveg flöt og óendanleg í allar áttir. Rúmfræði á yfirborði kúlu er allt önnur rúmfræði.

Grundvallarfærni

Kennari hvetur nemendur til að hugleiða hvað felst í skilgreiningunum á hinum ýmsu grunneiningum rúmfræðinnar.

Rétt notkun hugtakanna punktur, lína, ferill, hálflína og strik eru meginatriði.

Auðveldari verkefni

Verkefni 2.1 má vinna einungis með punktum og strikum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Einhverjum nemendum mun ef til vill finnast spennandi að komast að því hvers konar rúmfræði gildir á yfirborði kúlu. Nemendur leita á netinu að svörum.

Satt eða ósatt?

Nemendur leggja frá sér bækurnar. Kennari les upp fullyrðingarnar hér á eftir. Telji nemendur fullyrðingarnar vera sannar rísa þeir á fætur (eða nota eitthvert annað merki sem verður fyrir valinu). Telji þeir fullyrðinguna ósanna sitja þeir kyrrir.

1. *Hálflína hefur einn endapunkt.* (S)
2. *Allar línur eru beinar.* (S)
3. *Punktur er svo lítill að við getum næstum ekki séð hann.* (Ó)
4. *Strik getur verið 100 km á lengd.* (S)
5. *Lína samanstendur af óendanlega mörgum punktum.* (S)
6. *Strik samanstendur af endanlegum fjölda punkta.* (Ó)
7. *Þú getur dregið óendanlega margar línur gegnum einn punkt.* (S)
8. *Ferlar geta verið bæði beinir og bognir.* (S)

Faglegt innihald

- Skilgreining á línu, hálf línu, ferli og striki
- Kynning á hugtakinu horn

Búnaður

- Auð blöð, til dæmis ljósritunarblöð
- Hringfari

Blaðsíða 76–77

Æfingahefti

2.3

2.11, 2.12

Ábendingar

2.3

Kennari hvetur nemendur til að finna kerfi þegar þeir telja strikin þannig að þeir geti séð niðurstöðurnar fyrir sér þegar punktunum fjölga.

2.4

Pappírsbrot er góð aðferð til að rannsaka rúmfræði. Auðvelt er að helminga strik og horn með því að brjóta blað tvisvar. Einnig er auðvelt að sýna miðþveril með pappírsbroti. En athygli skal vakin á að hér er ekki um að ræða rúmfræðiteikningu. Slík teikning er gerð með hringfara og reglustiku.

2.5

Hér er fyrsta verkefnið með hringfara. Kennari lætur nemendur lýsa með orðum hvað þeir hafast að í þessu verkefni (afrita strik með hringfara).

Bls. 77

Oft er orðið horn notað um „svæðið“ milli tveggja hálf lína, lína eða strika. Horn getur líka verið hreyfanlegt, t.d. með snúningi. Um það verður rætt síðar. Hið stöðuga (fasta) horn má hugsa sér sem afleiðingu af snúningi. Nota þarf hugtökin oddpunktur, horn, hægri og vinstri armur horns, þannig að nemendur læri þau, noti þau og skilji merkingu þeirra.

2.6

Kennari og nemendur ræða saman um hvaða unglingur á myndinni hefur rétt fyrir sér.

Nemendur rökstyðja svör sín. Ef við leyfum horn sem er stærra en 360 gráður eru í raun óendanlega mörg horn á myndinni. Hugsar einhver nemendanna þannig?

Grundvallarfærni

Verkefni 2.3, 2.4 og 2.6 henta vel til munnlegrar samvinnu nemenda. Þá lýsa þeir með orðum niðurstöðunum sem þeir komast að.

Í 2.6 eiga nemendur að meta allar fullyrðingarnar og segja til um hverjar þeirra eru sannar og hverjar ósannar; einnig rökstyðja þeir fyrir öðrum hópi nemenda hvers vegna þeir telja að ákveðin fullyrðing sé sönn. Skipta einhverjir nemendur um skoðun eftir að hinir hafa rökstutt skoðun sína?

Auðveldari verkefni

Nemendur geta unnið verkefni 2.4 í samvinnu ef kennari stjórnar vinnunni, sýnir pappírsbrotið með stærra blaði (A3-blaði) og brýtur blaðið á töflunni eins og um borð sé að ræða; þannig geta nemendur fylgst með pappírsbroti kennarans. Nemendur koma nú með tillögur um hvernig kennari á að brjóta og segja til um – fyrir fram – hver niðurstaðan verður.

Erfiðari verkefni

Nemendur teikna þríhyrninga og ferhyrninga og afrita formin síðan með því að nota hringfara og reglustiku en án þess að mæla lengdir strikanna með reglustikunni.

Ýmis verkefni

Skoða rúmfræði í myndum

Kennari leggur fram eða sýnir myndir af byggingum og listaverkum. Hlutverk nemenda er að finna í þeim horn og lýsa þeim. Gott er að nota netið og láta nemendur sjálfa finna myndir til að lýsa með því að leita að rúmfræði í listum, málverkum og byggingum.

Faglegt innihald

- Hornamál
- Útreikningur á stærð horna út frá því hve stóran hluta af heilum hring armar hornsins afmarka

Blaðsíða 78–79

Æfingahefti

2.4

2.13

Ábendingar

2.8

Verkefnið fjallar um snúning og það er tekið með hér til að fá til umfjöllunar horn og gráður úr reynsluheimi nemenda. Kennari og nemendur ræða saman um tengsl milli gráða í snúningi snjóbrettamannsins og gráða sem hluta af hring.

Bls. 79

Á blaðsíðunni er yfirlit yfir heiti horna. Beint horn, þ.e. horn sem myndar beina línu, er ef til vill ekki mikið notað en hentugt getur verið að nota það í umræðum um rúmfræði. Til dæmis mynda grannhorn saman beint horn, beina línu.

2.9

Ekki er síðra að vinna þetta verkefni munnlega. Þá lýsa nemendur því hvort þeir beygja um hvasst horn, rétt horn eða gleitt horn frá byrjun í mark. Gera þarf nemendum grein fyrir að hornin á að mæla út frá þeirri leið sem hefði legið beint áfram.

Grundvallarfærni

Nemendur þurfa að lesa og túlka upplýsingar. Gott er að þeir vinni saman við að velja aðalatriðin úr upplýsingunum. Þeir geta spurt hver annan:

Hvað eigum við að finna?

Hvaða upplýsingar höfum við?

Með því að útskýra leið blaðadrengsins í 2.9 æfast nemendur í að nota helstu heiti hinna ýmsu horna.

Auðveldari verkefni

2.8

Nemendur teikna Parísarhjól með 3, 4 og 5 vögnum og reikna hornin milli þeirra. Ef þeir þurfa hjálp til að byrja getur kennari spurt:

Í hve marga jafn stóra hluta er hringnum skipt?

Hvernig geturðu fundið gráðumál hvers hluta þegar þú veist að allir hlutarnir eru samtals 360°? (360° deilt með fjölda vagna.)

Eftir þetta geta nemendur unnið verkefni 2.7 óbreytt.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hornaveiðar

Nemendur fara á hornaveiðar inni og fyrir utan skólabygginguna. Hafi nemendur myndavél eða farsíma með myndavél geta þeir tekið myndir af hornunum, sem þeir finna, og lýst þeim síðar. Er bæði hægt að finna hvöss, rétt og gleið horn á skóla-svæðinu?

Nemendur finna hluti sem eru búnir til með því að skipta hring. Síðan reikna þeir horn hvers hluta.

Fleiri Parísarhjól

Nemendur leita á netinu að myndum af ýmsum Parísarhjólum. Í hverju tilviki finna þeir hornin milli hjólanna.

Veggspjöld um horn

Nemendur búa til veggspjöld eða klippimyndir með myndum af hvössum, gleiðum og réttum hornum. Þeir geta notað myndirnar sem þeir tóku sjálfir í verkefninu *Hornaveiðum*.

Hvöss horn



Faglegt innihald

- Hornamælingar með gráðuboga

Búnaður

- Gráðubogi

Æfingahefti

2.5, 2.6, 2.7

2.14, 2.15

Blaðsíða 80–81

Ábendingar

Mörgum nemendum mun ganga vel að mæla með gráðuboga sem er heill hringur. Þá geta þeir lesið beint stærð allra horna milli 0° og 360° . Þeir þekkja þetta líklega frá barnastiginu en mjög misjafnt er hversu mikið þeir hafa fengist við þetta. Kennari þarf að útskýra nákvæmlega hvar oddpunkturinn og armur hornsins eiga að liggja. Hann þarf að ræða um mismuninn á innri og ytri kvarða gráðubogans. Ef nemendur nota gráðuboga sem nær aðeins upp í 180° biður kennari þá að koma með tillögur um hvernig þeir geta mælt horn sem er stærra en 180° .

Í verslunum eru þessar tvær tegundir gráðuboga gjarnan aðgreindar með orðunum gráðuhringur annars vegar og gráðubogi hins vegar. Gráðuhringur er þá heill hringur, 360° , en gráðubogi hálfhringur, 180° .

2.11

Kennari spyr nemendur:

Er hornið hvasst eða gleitt?

Er hornið stærra eða minna en 60° ? 120° ? 180° ?

Algeng villa nemenda er að þeir noti rangan kvarða þegar þeir mæla horn með gráðuboga. Ýmist þarf að nota innri kvarða eða ytri kvarða. Kennari gefur nemendum vísbendingu um að nota kvarða þar sem annar armur hornsins fer gegnum 0-punktinn.

Grundvallarfærni

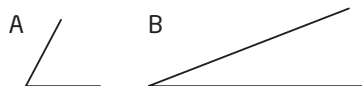
Að geta mælt horn með því að lesa af gráðuboga.

Að geta mælt og reiknað út horn stærra en 180° með gráðuboga sem er hálfur hringur.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota gráðuboga sem er heill hringur (gráðuhringur).

Kennari þarf að vera á verði gagnvart þeim nemendum sem eru haldnir ákveðnum misskilningi. Hann getur verið fólgin í því að þeir halda að lengdin á örmum hornsins hafi áhrif á stærð hornsins. Kennari getur tekið dæmi af hornum eins og þessum sem hann teiknar.



Dæmi um spurningu til nemenda:

Hvort hornið er stærra?

(Svar: Hornið A er stærra vegna þess að bilið milli arma hornsins er stærra; hornið B er minna þótt armar þess séu lengri.)

Erfiðari verkefni

Nemendur giska á stærð hornanna áður en þeir mæla. Eru hornin stærri eða minni en 90° , stærri eða minni en 120° o.s.frv.

Nemendur bera hringlaga gráðuboga við hefðbundna klukkuskífu. Hvaða tengsl finna þeir milli þessara tveggja ólíku kvarða sem sýna annars vegar gráður og hins vegar mínútur?

Ýmis verkefni

Teikna horn

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Annar nefnir gráðurnar og hinn á að teikna horn fríhendis sem hann heldur að samsvari gráðunum. Síðan mæla þeir hornin með gráðuboga.

Faglegt innihald

- Mæla og teikna horn með gráðuboga

Búnaður

- Gráðubogi

Æfingahefti



2.19, 2.20

Blaðsíða 82–83

Ábendingar

Kennari leggur áherslu á að nemendur kunni heiti horna og að þeir geti fundið til hvaða horna á mynd mismunandi heiti horna vísa.

Bókstafirnir eiga að vera í þeirri röð sem svara til jákvæðs horns, þ.e. jákvæðs snúnings annars armsins. Á myndinni á bls. 82 passar þetta fyrir $\angle BAC$. Snúningur striksins AB í jákvæða átt (á móti klukkunni) myndar merkt hornið (ofarlega á blaðsíðunni).

Grundvallarfærni

Að geta gefið hornum rétt heiti er mjög mikilvægt til að upplýsingar um horn, bæði skriflegar og munnlegar, séu nákvæmar.

Auðveldari verkefni

2.12 og 2.14

Kennari vekur athygli nemenda á að benda á bókstafina þrjá á myndunum í þeirri röð sem þeir koma fyrir. Þá er auðveldara að finna hvaða horn er spurt um.

2.15

Kennari spyr nemendur: *Hafið þið einhver hjálpartæki sem geta sagt ykkur hvort horn er stærra eða minna en 90° ?* (Nota má hornið á blaði til að ganga úr skugga um hvort horn er stærra eða minna en 90° . Þannig geta nemendur séð ef hornið er stærra en 90° .)

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Horn í marghyrningum

Nemendur teikna marghyrninga. Þeir giska á hornin og mæla þau. Síðan reikna þeir út summu hornanna. Kennari aðgætir hvort nemendur uppgötva að summan verður hin sama ef fjöldi hornanna í marghyrn-

ingunum er hin sama ef þeir eru úthyrndir (ekki horn stærra en 180°). Nemendur rannsaka horna-summuna í ferhyrningum eða fimmhyrningum.

Línuleg list

Nemendur nota lituð blöð og búa til listaverk með því að teikna 3–4 bein strik sem skera hvert annað. Þeir ramma myndirnar inn. Þær má nota til að ræða um horn og seinna um tengsl milli mismunandi horna, bls. 88 í nemendabókinni.



Faglegt innihald

- Teikna horn af ákveðinni stærð með gráðuboga og reglustiku
- Teikna horn fríhendis eins nálægt uppgefinni stærð og hægt er

Búnaður

- Reglustika, gráðubogi
- Verkefnablað 1.2.1

Blaðsíða 84–85



Ábendingar

Hornameistarinn

Ef nemendur hafa æft sig í að nota rúmfræðiforrit geta þeir spilað *Hornameistarann* (sjá hér á eftir) á tölvu. Kennari fylgist með hvort nemendur giska út í loftið eða hvort þeir nota ákveðna aðferð.

Grundvallarfærni

Nemendur lesa og túlka leiðbeiningarnar um að teikna horn í mismunandi stærðum með því að nota gráðuboga.

Hornameistarinn

Í þessu spili (verkefnablað 1.2.1) þjálfar nemendur sig í að reikna út mismun milli hornastærða. Þegar nemendur hafa spilað spilið biður kennari þá að greina munnlega frá hvaða aðferðir þeir notuðu til að finna eins rétta hornastærð og mögulegt var.

Auðveldari verkefni

Hornameistarinn verður einfaldari ef nemendur teikna einungis hvöss horn.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Horn utan húss

Nemendur fara út úr skólahúsinu og teikna horn utan húss. Þeir nota krít, spýtur eða matarlit á flöskum (ef snjór er á jörðu). Nemendur vinna saman tveir og tveir. Annar nefnir hornastærð og hinn reynir að teikna hornið. Saman finna þeir aðferð til að ganga úr skugga um hve stór hornin eru í raun. Síðan ræða kennari og nemendur saman um aðferðir þegar komið er aftur inn í kennslustofuna.

Horn með líkamanum

Nemendur mynda 3–4 manna hópa. Þeir búa til horn með fótum, hand-

leggjum, fingrum og öðrum hluta líkamans. Þeir taka myndir af hornunum. Loks finna þeir út hve stór hornin eru sem þeir bjuggu til.



Áttavitahorn

Nemendur nota áttavita með 360°. Þeir finna út hvaða gráður áttavitinn sýnir þegar hann bendir ýmist á S (south/suður), N (north/norður), W (west/vestur), E (east/austur). Hve margar gráður sýnir áttavitinn þegar hann bendir í SW, SE, NW, NE?

Faglegt innihald

- Hið virka hugtak horn
- Horn sem afleiðing af snúningi

Æfingahefti

2.8, 2.9

2.16, 2.17

2.21, 2.22, 2.23,
2.24

Blaðsíða 86–87

Ábendingar

Nemendur hafa reynslu af snúningi. Allir vita hvað „þrjú hundruð og sextíu“ og „sjö hundruð og tuttugu“ er svo ekki sé talað um „fimm hundruð og fjörutíu“ (sumir hjóla- eða snjóbrettamenn segja reyndar „þrír sextíu“, „sjö tuttugu“ og „fimm fjörutíu“). Engar takmarkanir eru fyrir því hve stór horn geta verið, jákvæð eða neikvæð. Gott er að tengja þessi þekkingaratriði við þá skilgreiningu á horni að það verði til við snúning. Í samræðum í bekkjardeildinni í heild, eða milli nemenda í minni hópum, er gott að fá fram reynslu nemenda, áður en hafist er handa við þessa opnu, og byggja frekari umfjöllun á henni.

2.17

Kennari spyr nemendur: *Hve margar gráður er ein mínúta á hefðbundinni klukku?* (Hver mínúta nemur 6° á klukkuskífunni. Allur hringurinn er 60 mínútur og þær eru samtals 360° .)

2.20

Kennari spyr nemendur: *Hvað eru 90° stór hluti af hringnum?* (90° eru $\frac{1}{4}$ af hringnum.)

Geturðu notað þessa vitneskju til að finna á hvaða tölu kóðinn stoppar þegar þú snýrð honum 90° ? (Já, hann stoppar á 25.)

Þannig er haldið áfram á sama hátt.

2.21

Kennari spyr spurninga eins og í verkefni 2.20 en að þessu sinni spurninga sem þessara: *Hve stóran hluta af öllum hringnum hefur lásnum verið snúið þegar hann stoppar á tölunni 75? Getur þú notað það til að finna hornið?*

(Honum hefur verið snúið $\frac{3}{4}$ af öllum hringnum, þ.e.a.s. 270° .)

2.22

Kennari leggur áherslu á það við nemendur að kóðinn finnist með því að snúa einni skífunni á fyrstu töluna, annarri skífunni á aðra töluna o.s.frv.

b Kennari spyr nemendur: *Hve margar gráður snýst skífan þegar hún snýst frá einni tölu til þeirrar næstu? (Það eru 36° , einn tíundi hluti af heilum hring.)*

Milli hve margra talna hefur skífunni verið snúið þegar snúningurinn er 108° ? ($108 : 36 = 3$ tölur.)

Grundvallarfærni

Að útskýra snúning bæði munnlega og skriflega í tengslum við þekktar aðstæður eins og til dæmis klukku.

Að lesa og túlka fyrirmæli um snúning í tengslum við talnakóða.

Auðveldari verkefni

Nemendur spila *Hring eftir hring* með þeirri viðbótarreglu að aðeins megi nota 90° , 180° , 270° , 360° og samsvarandi neikvæð horn.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

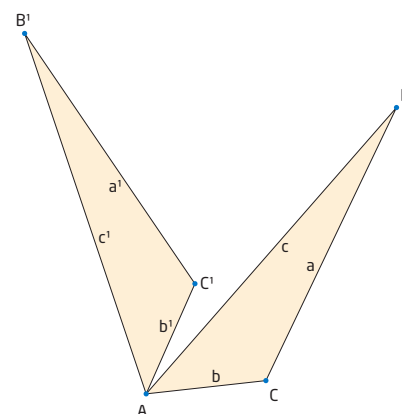
Biðjið nemendur að ræða saman í pörum og skrifa niður tillögur um aðstæður þar sem snúningur í jákvæða og/eða neikvæða átt koma fyrir. Nemendur búa til verkefni út frá þessum aðstæðum og skiptast á verkefnum við annað nemendapár.

Snúningur í íþróttum

Nemendur finna myndskleið á YouTube eða á öðrum vefmiðlum sem sýna ýmis stökk í listhlaupi á skautum, snúning á höfði eða baki í „break“-dansi eða hringsnúning í ballett. Nemendur spila þessi myndskleið hægt og telja snúningana. Hve margar gráður eru skautastökk sem á ensku kallast „trippel Axel“? ($4,5$ snúningar = 810°); eða „trippel toe loop“ (3 snúningar = 540°)?

Snúningur í forritinu „GeoGebra“

Nemendur geta rannsakað snúning með því að nota GeoGebra-forritið. Þeir teikna marghyrning, snúa myndunum með því að nota aðgerðarhnappinn fyrir snúning. Þeir ákveða stærð hornsins og snúningspunktinn og prófa sig síðan áfram. Nemendur fá seinna í kaflanum að vinna meira með GeoGebra og snúning mynda.



Dæmi um þríhyrninginn ABC sem snúið hefur verið 60° um punktinn A í jákvæða átt.

Faglegt innihald

- Að reikna stærð horns með því að bera kennsl á grannhorn, topphorn og lagshorn

Æfingahefti



Blaðsíða 88–89

Ábendingar

Í nokkrum fánanna eru strikin breið þannig að nemendur geta auðveldlega teiknað hornalínurnar til að finna hornin.

2.23

Það eru engin lagshorn í fánanum.

2.25 og 2.26

Þessi verkefni er gott að vinna í rúmfræðiforriti. Þá geta nemendur teiknað grannhornin, látið forritið mæla hvort hornið fyrir sig og reikna út summuna. Síðan geta nemendur breytt hvoru horni með því að draga arm hornsins til. Nemendur eiga að fylgjast með því hvort summan breytist.

Hægt er að ná í forritið GeoGebra af netinu og hefur það m.a. verið þýtt á íslensku. Eftir að fottitinu hefur verið hlaðið niður er hægt að breyta um tungumál undir „Options“.

Grundvallarfærni

Að lesa og túlka skriflegar útskýringar og skýringarmyndir af mismunandi gerðum sérstakra horna sem mynda pör. Reikna mismunandi gerðir horna.

Að geta rökstutt tengsl milli horna para af mismunandi gerðum, skriflega og munnlega.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota yfirlitið yfir þrenns konar tegundir horna para í ramm-anum á bls. 88. Nemendur vinna tveir saman og finna aðstæður úr daglegu lífi þar sem eftirfarandi horn koma við sögu: lagshorn, grannhorn og topphorn.

Erfiðari verkefni/ Ýmis verkefni

Horn í fánum

Nemendur finna myndir af fánum og vörumerkjum á netinu. Þeir segja til um stærð horna í fánunum. Jafnframt finna þeir dæmi um grannhorn, topphorn og lagshorn.

Tengslaleikur

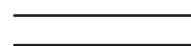
Þessi leikur er fyrir fjóra nemendur. Gott er að nota atlas eða netið sem heimild. Leikmaður 1 og 3 finna hvor sinn fána eða vörumerki sem í eru horn. Án þess að sýna myndina öðrum nemendum í hópnum lýsir hvor þeirra myndinni eins nákvæmlega og hann getur. Sá sem lýsir upplýsir ekki um hvaðan fáninn kemur eða hvaða fyrirtæki á vörumerkið. Leikmaður 1 lýsir fyrir leikmanni 2 og leikmaður 3 lýsir fyrir leikmanni 4. Leikmenn nr. 2 og 4 teikna skissu eftir lýsingunni sem þeir fá. Leikmennirnir, sem lýsa, horfa ekki á þá sem teikna. Þeir sem teikna mega ekki leggja fram spurningar. Þar næst lýsir leikmaður 2 sinni skissu fyrir leikmanni 3 og leikmaður 4 lýsir fyrir leikmanni 1. Að lokum eru niðurstöðurnar bornar saman við upphafsmyndina. Hópurinn ræðir um hvað var rétt og hvað rangt. *Hvernig má gera lýsingarnar nákvæmari?*

Rúmfræðiveggspjald

Nemendur gera nákvæmt yfirlit yfir rúmfræðiorð á veggspjald sem hengja má upp í kennslustofunni. Á veggspjaldinu þurfa að vera margs konar rúmfræðiorð sem nota má til að ræða af meiri nákvæmni um rúmfræðilegar myndir og form. Gott er að nemendur teikni litla skýringarmynd við einhver orðanna. Þeir eiga að finna út hvaða hugtök og orð er skynsamlegt að læra og nota. Á veggspjaldið þarf að skrá orð eins og:

hvasst horn, rétt horn, gleitt horn, hornalína, samsíða, oddpunktur, hornpunktur, punktur, lína, miðþverill, feringur, rétthyrningur o.s.frv.v

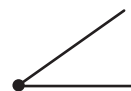
Samsíða



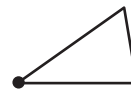
Gleitt horn



Oddpunktur



Hornpunktur





Blaðsíða 90–91

Ábendingar

Í mörgum bókum getur litið út eins og einslæg horn tengist einungis samsíða línunum. Svo er alls ekki. Hér verður hin almenna skilgreining fyrir valinu. Síðan eru nemendur beðnir að rannsaka einslæg horn þar sem annar armurinn í hvoru horni er samsíða hinum (verkefni 2.30).

Á myndinni í rammanum efst á bls. 91 eru topphorn p og $\angle q$ einslæg horn og topphorn $\angle q$ og $\angle p$ eru einnig einslæg. Topporn eru alltaf jafn stór.

2.29

Hér eru tvær mögulegar aðferðir:

- Finna d sem er topphorn þekkta hornsins og því næst e sem er grannhorn d eða þekkta hornsins.
- Finna e sem grannhorn þekkta hornsins og þar næst d sem grannhorn e .

2.30

Þetta verkefni er gaman að vinna í rúmfræðiforriti. Þegar nemendur hafa lokið við allt verkefnið getur kennari spurt:

Geturðu fundið fleiri horn sem eru jafn stór horninu c ?

(Já, topphorn c og topphorn d .)

Geturðu fundið fleiri horn sem eru jafn stór horninu a ?

(Já, topphorn a og topphorn b .)

Grundvallarfærni

Að geta fundið mismunandi tegundir horna og reiknað hornastærðir.

Að lesa og túlka texta og skýringarmyndir, sem tengjast einslægum hornum, til að geta útskýrt það skriflega og munnlega.

Að geta lesið og túlkað mismunandi stærðfræðileg tákni, m.a. táknið fyrir samsíða línur.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota teikninguna af tveimur einslaga húsum. Þeir lengja þakhornin og láréttu línuna og kanna hvernig þær eru með hliðsjón hvor af annarri. Þeir mæla samsvarandi horn í húsunum tveimur (til dæmis þakhornin).



Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari fer með nemendum í gönguferð um nærumhverfið. Þeir stoppa við og við og skoða íbúðarhús og aðrar byggingar, vegamót og aðra staði þar sem hægt er að athuga horn. Nemendur finna dæmi um horn, sem eru eins, og nota reglur úr rúmfræði til að útskýra hvers vegna þau eru eins. Þegar aftur er komið í kennslustofuna teikna nemendur eða gera líkön af því sem þeir hafa séð og rætt um.

Þetta má einnig nota sem heimaverkefni.

Faglegt innihald

- Að reikna stærð horna út frá topphorni, grannhorni, einslægu horni og lagshorni

Æfingahefti



Blaðsíða 92–93

Ábendingar

Í nokkrum verkefnum er táknið $\parallel$ notað en það merkir „er samsíða“. Táknið er útskýrt á blaðsíðunni á undan í nemendabókinni.

2.31

Línurnar eru ekki samsíða. Þess vegna eru einslæg horn ekki jafn stór. Einn nemandinn hefur rétt fyrir sér, $\angle p + \angle r = 180$. Kennari spyr nemendur:

Eru einhver hornin á myndinni jafn stór? ($\angle s = \angle q$ vegna þess að þau eru topphorn.)

2.32

Vísbending til nemenda: *Leitið að einslægum hornum. Munið að grannhornin eru samtals 180° .*

2.33

Vísbending til nemenda: *Leitið að einslægum hornum, grannhornum og topphornum.*

2.35

Vísbending til nemenda: *Finnið horn sem eru einslæg með hliðsjón af u , v og w .*

Grundvallarfærni

Að lesa og skilja táknið fyrir horn og samsíða línur.

Skrifleg og munnleg röksemdafærsla um útreikning á stærðum horna.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota gráðuboga til að finna horn sem eru jafn stór.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur teikna þrjú bein strik sem skera hvert annað í einum punkti. Hve mörg mismunandi pör af topphornum eða grannhornum geta nemendur fundið?

Sýna afstöðu í verki

Kennari fer með nemendahópinn á stað þar sem er nóg rými. Hann skilgreinir eitt svæði sem „Satt“ og annað svæði sem „Ósatt“; þriðja svæðið merkir „Frekari upplýsinga þörf“.

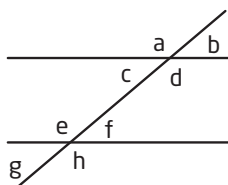
Kennari les upp fullyrðingu, sjá hér á eftir. Nemendur verða að taka afstöðu til sannleiksgildis fullyrðinganna með því að fara á svæðið sem táknar afstöðu nemandans. Kennari biður nemendur að rökstyðja val sitt. Fullyrðingar:

1. *Ef annað grannhornanna er hvasst hlýtur hitt hornið að vera gleitt. (S)*
2. *Ef tvö horn eru lagshorn hljóta bæði að vera hvöss. (S)*
3. *Tvö einslæg horn eru jafn stór. (F)*
4. *Summa tveggja topphorna er alltaf stærri en 90° . (Ó)*
5. *Tophorn hornsins v er einnig grannhorn grannhorns v . (S)*
6. *Summa tveggja topphorna getur aldrei verið stærri en 180° . (Ó)*

Hornatilraun

Tveir og tveir nemendur vinna saman.

1. Nemendur teikna tvær samsíða línur sem þriðja línán sker þannig að átta horn myndast.
2. Nemendur gefa hornunum heitin a–h, þannig:



3. Nemendur mæla öll hornin.
4. Nemendur finna tengsl milli hornanna og setja niðurstöðurnar fram í töflu með þessum merkingum: J = jafn stór horn; T = topphorn, G = grannhorn, S = samsvarandi horn; Ó = óþekkt tengsl.
5. Nemendur rannsaka töfluna og athuga hvort þeir finna mynstur. Ef þeir lita hvern bókstaf í sínum lit kemur mynstrið skýrar fram.

Lausn:

		Horn							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Horn	A	J	G	G	T	E	Ó	Ó	E
	B	G	J	T	G	Ó	E	E	Ó
	C	G	T	J	G	Ó	E	E	Ó
	D	T	G	G	J	E	Ó	Ó	E
	E	E	Ó	Ó	E	J	G	G	T
	F	Ó	E	E	Ó	G	J	T	G
	G	Ó	E	Ó	Ó	G	T	J	G
	H	E	Ó	Ó	E	T	G	G	J

Sjá fleiri Ýmis verkefni á bls. 70.

Faglegt innihald

- Notkun rúmfræðiforrits

Búnaður

- Tölva með rúmfræðiforriti

Blaðsíða 94–95

Æfingahefti

Ábendingar

Kennari notar eina kennslustund til að kynna fyrir nemendum einföldustu aðgerðir í rúmfræðiforritinu. Gott er að kennari vinni verkefnin með nemendum á eigin tölvu og sýni þau á tjaldi.

Grundvallarfærni

Stafræn færni er þjálfuð með því að teikna einfaldar rúmfræðimyndir og nota helstu aðgerðirnar í rúmfræðiforritinu.

Til viðbótar við notkun rúmfræðiforritsins er einnig mikilvægt að flétta inn í þá vinnu helstu aðgerðum varðandi meðferð skráa. Hvernig vista og dreifa nemendur skránum sínum? Til að prenta út eru nokkrir möguleikar. Til viðbótar við möguleika forritsins til útprintunar þurfa nemendur að læra hvernig þeir nota „Print Screen“, hvernig þeir klippa mynd (til dæmis í „Paint“), hvernig þeir færa hana í ritvinnslu-forrit og bæta skýringartexta við (til dæmis í „textbox“).

Auðveldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir við að lesa verkefnin; einnig getur kennari hjálpað þeim við lesturinn.

2.38

Pegar segir í verkefninu að nemendur eigi að ganga úr skugga um stærð hornanna með mælingu er átt við að þeir noti verkfærið „horn“ í forritinu til að mæla með.

2.39 b

Nemendur skrifa summu grannhornanna í algebrugluggann og fylgjast

með því hvort hún breytist þegar þeir breyta myndinni.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur gera tilraunir með að finna fleiri möguleika í rúmfræðiforritinu.

Hornameistaraverk

Nemendur nota rúmfræðiforrit, búa til rúmfræðilega mynd og nota mismunandi gerðir horna. Þeir velja ýmsa liti á myndirnar og hanna hornameistaraverk. Þeir nota fleiri mismunandi skipanir og finna ýmsa spennandi möguleika. Þeir skrifa nafnið sitt, eða nafn bekkjarfélaga sem þeir vilja gefa spjaldið, með tvöföldum bókstöfum í rúmfræðiforritinu (kallast töflustafir í GeoGebra). Fjarlægja skal öll heiti á línunum og hornum svo og á punktunum sem skilgreina hornin.

Orðapúsl

Nota skal verkefnablað 1.2.2. Í verkefninu eru mörg hugtök sem eru í undirkaflanum *Byggingarefni í rúmfræði*. Nemendur setja rétt hugtök inn í eyðurnar.

Ábendingar

Í þessum undirkafla um rúmfræðiteikningar nota nemendur fyrst og fremst hringfara (sirkil) og reglustiku sem verkfæri. Þegar þeir nota rúmfræðiforrit er mikilvægt að þeir átti sig á að forritaðar aðgerðir, sem til dæmis teikna miðþverla eða samsíða línur, eru ekki rúmfræðiteikningar. Rúmfræðiteikningar eru afrakstur þess sem gert er með hringfara og reglustiku. Ef nota á rúmfræðiforrit til rúmfræðiteikninga þarf hreinlega að gera það sem hægt er með hringfara og reglustiku.

Myndin:

Kennari byrjar á að spyrja nemendur:

- *Hvers konar rúmfræðiform sérðu?*
- *Hvers konar ferhyrninga sérðu?*
Eru teikningarnar af þeim nákvæmar? Hvað einkennir slíka ferhyrninga?
- *Hvers konar þríhyrninga sérðu?*
Eru teikningarnar af þeim nákvæmar? Hvað einkennir slíka þríhyrninga?
- *Sérðu einhver sérstök horn eða hornapör? Er teikningarnar af þeim nákvæmar? Hvað einkennir slík horn?*

(Sennilega munu nemendur nefna þríhyrninga og ferhyrninga, rétthyrninga og sexhyrninga. Af hornapörum geta þeir nefnt topphorn, grannhorn og lagshorn.)

2.44

Þessu verkefni er ætlað að opna augu nemenda fyrir því að „op“ hringfarans gengur nákvæmlega sex sinnum upp í hringferli. Nemendur hafa lært að allur hringurinn er 360° og þeir geta auðveldlega skilið að „horn“ hringfarans má nota til að teikna horn sem er 60° . Gott er að

láta nemendur vinna þetta verkefni hvern fyrir sig. Síðan fær kennari einn eða fleiri nemendur til að segja upphátt frá því í bekkjardeildinni í heild hvað þeir komust að raun um.

2.45

Í þessu verkefni er „op“ hringfarans notað til að búa til reglulegan sexhyrning og jafnhliða þríhyrning.

Grundvallarfærni

Að reikna stærð horna sem búa má til út frá einu eða fleiri 60 gráða hornum.

Að geta lýst munnlega einföldum rúmfræðiformum og hvernig teikna má horn.

Auðveldari verkefni

Kennari lætur nemendur sjá að rými er fyrir sex 60 gráða horn allt í kringum hringferil hvaða hrings sem er. Þeir þurfa því að nota hringfara og „mæla“ hringferilinn allan hringinn í mismunandi stórum hringjum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur teikna myndir eða taka myndir af rúmfræðiformum og búa þannig til listaverk. Gott er að nota hringfara í þessu verkefni.

Hornaminnisspil

Nota skal verkefnablað 1.2.3.

Klippa þarf spjöldin út. Nemendur dreifa þeim á hvolf á borðið og spila síðan minnisspil.

Faglegt innihald

- Að teikna horn með því að ganga út frá 60° horni
- Að helminga horn

Búnaður

- Hringfari, reglustika

Æfingahefti

2.27, 2.28

Blaðsíða 98–99

Ábendingar

2.46

Leggja þarf áherslu á það við nemendur að þeir þurfa ekki að teikna heilan hring til að geta teiknað hornin.

2.47

Í þessu verkefni eiga nemendur að átta sig á að þríhyrningur með tvö 60° horn er jafnhliða. Þá er einnig þriðja hornið 60° . Kennari biður nemendur að mæla síðasta hornið.

2.48

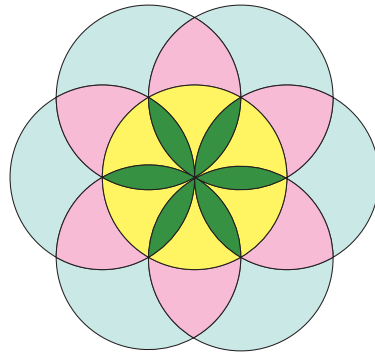
Hornin, sem nemendur teikna í a- og b-lið eru 60° , 30° og 15° . Í c-lið geta nemendur svarað því til að þeir geti teiknað öll horn sem eru helmingur, fjórðungur, áttundi hluti o.s.frv. af 60° . Þar að auki geta þeir teiknað $60^\circ +$ öll þessi horn og öll margfeldi af $60^\circ +$ þessi horn – eiginlega óendanlega mörg mismunandi horn.

Grundvallarfærni

Að reikna út hvaða horn má mynda með því að tvöfalda og helminga 60 gráða horn.

Auðveldari verkefni

Vinsælt er hjá nemendum að búa til og lita fallegar „hringfararósir“. Nemendur rannsaka slík mynstur og telja úr hve mörgum hringum þær eru myndaðar. Kennari hjálpar nemendum að sjá spegilása í myndunum. Hvernig skiptast 360 gráðurnar í hringnum og hvaða horn myndast ef strik eru dregin milli skurðpunkta hringanna?



Erfiðari verkefni

Venjan er að teikna horn þannig að það snúi til hægri og annar armur þess samsíða neðri brún blaðsins. Samt sem áður er mikilvægt að ekki gæti þess misskilnings hjá nemendum að þetta sé skilgreining á horni; þá getur slíkur misskilningur leitt nemendur í vanda þegar þeir eiga að teikna marghyrninga. Því er rétt að hvetja nemendur til að teikna horn sem snúa til vinstri og láta armana vera á ská miðað við blaðbrúnina.

Ýmis verkefni

Nemendur kanna hvaða horn er EKKI hægt að teikna með hringfara og reglustiku.

Nemendur vinna saman í fjögurra manna hópum. Kennari hengir fjögur spjöld með upplýsingum (sjá hér á eftir) hvert í sitt horn kennslustofunnar. Hver nemandi gengur að sínu spjaldi og leggur innihaldið á minnið áður en hann fer til baka í sinn hóp. *Hvaða formi er lýst á spjöldunum?* (Svar: Flugdrekaformi.)

Spjald A: Formið er með tvö gleið og tvö rétt horn.

Spjald B: $\angle B = \angle D$ og $\angle A > \angle C$.

Spjald C: Tvær og tvær hliðar eru jafn langar.

Spjald D: Hornalínurnar skerast í 90° horni.

Faglegt innihald

- Að teikna horn
- Að teikna þveril á línu í ákveðnum punkti á línunni

Búnaður

- Hringfari, reglustika

Blaðsíða 100–101

Ábendingar

2.50

Kennari bendir nemendum á að nota hornið, sem þeir eru búnir að teikna, til að teikna hin hornin. Öll hornin geta haft sama oddpunkt.

2.51

Nemendur raða hornunum eftir stærð. Þar næst geta þeir valið réttu hornastærðirnar.

2.52

Nemendur teikna sama hornið aftur með því að teikna annan arm nýja hornsins, merkja boga á báða arma upprunalega hornsins og boga með óbreyttum hringfara á nýja arminn og fyrir ofan hann, nokkurn veginn þar sem hinn armurinn á að vera. Nú þarf að mæla upprunalega hornið með hringfaranum og merkja á bogann fyrir ofan arminn á nýja horninu. Skurðpunkturinn sýnir hvar hinn armurinn á að vera.

Bls. 101

Nemendur fara eftir lýsingunni í töflunni og teikna þveril. Vekja má athygli á að þessi teikning samsvarar helmingun 180° horns.

Grundvallarfærni

Að útskýra hvernig teikna má hin ýmsu horn með því að helminga og tvöfalda þekkt horn.

Auðveldari verkefni

Nemendur teikna þverla með því að nota gráðuboga og reglustiku til að skilja hvað átt er við með hugtakinu þverill.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

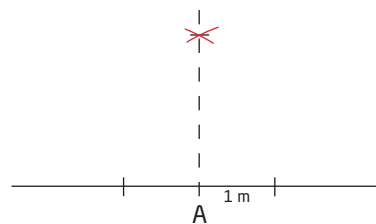
Kennari spyr nemendur: *Getið þið fundið fleiri aðferðir til að teikna þveril?* (Til dæmis: Merkja tvisvar 60° á hringboga með miðju á línunni og

helminga síðan hornið milli 60° og 120° .)

Að mynda til þveril með snúru

Búnaður: 3–4 m löng snúra.

Nemendur vinna saman á skólalóðinni við að búa til þveril á strik og nota til þess snúru. Þeir draga 3–4 m langt strik með spýtu á mölina eða með krít á stéttina og merkja punktinn A á strikið. Síðan nota þeir snúru (u.þ.b. 1 m) til að tákna bilið milli arma hringfara og merkja punkt á strikið báðum megin við A og jafn langt frá A (um það bil í 1 m frá A). Nú nota nemendur lengri hluta af snúrunni (2–3 m) sem bil milli armanna hringfarans og merkja lítinn boga jafn langt frá báðum nýju punktum á strikinu þannig að bogarnir skerist. Loks teikna þeir strik frá skurðpunktinum til A. Þetta er þverill striksins.



Að teikna þveril á línu eða strik má gera samhliða verkefninu *Að mynda miðþveril með snúru utan húss*, bls. 55 í þessari bók.

Faglegt innihald

- Að teikna þveril
- Að teikna miðþveril

Búnaður

- Hringfari, reglustika

Æfingahefti



Blaðsíða 102–103

Ábendingar

2.54

Verkefni þessu er ætlað að gera nemendur sér meðvitaða um að þverill myndar 90° horn við línuna eða strikið sem hann er þverill á.

2.55–2.57

Þessi verkefni eru sett hér fram áður en rúmfræðiform eru tekin til umfjöllunar. Nemendur kunna allnokkuð um þetta efni frá barnastiginu. Því má nota þessi verkefni til að fá fram hvort þeir gera sér grein fyrir eiginleikum rétthyrnds þríhyrnings, fernings og trapisu.

Bls. 103

Nemendur fylgja leiðbeiningunum í töflunni og teikna miðþveril. Þeir mæla og ganga úr skugga um að strikin báðum megin við miðpunktinn C séu jafn löng.

Grundvallarfærni

Að lesa og geta farið eftir teiknilýsingu, bæði út frá textanum og myndunum.

Að geta útskýrt munnlega hvað átt er við með hugtökunum miðpunktur og miðþverill.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota rúmfræðiforrit til að teikna með.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur finna og benda á miðþverla í umhverfinu.

Að mynda miðþveril með snúru utanhúss

Búnaður: 3–4 m löng snúra

Nemendur vinna saman við að búa til miðþveril á línu utan húss. Þeir draga 3–4 m langt strik, AB, með spýtu í mól eða með krít á stéttina og merkja punktana A og B á strikið. Síðan nota þeir um það bil 3 m af snúru til að tákna bilið milli arma hringfara og merkja boga frá A sem sker strikið AB. Nú nota þeir sömu lengd af snúrunni og búa til boga frá B sem einnig sker strikið AB. Loks teikna þeir strik milli þeirra tveggja punkta þar sem bogarnir skerast. Þetta er miðþverill striksins AB.

Að teikna miðþveril á línu eða strik má gera samhliða verkefninu *Að mynda þveril með snúru* á bls. 54 í þessari bók.



Faglegt innihald

- Að teikna – með hringfara og reglustiku – þveril frá punkti á línu
- Að teikna – með hringfara og reglustiku – samsíða línur

Búnaður

- Hringfari, reglustika

Blaðsíða 104–105

- Tölva með rúmfræðiforriti

Ábendingar

Nemendur fylgja leiðbeiningunum og teikna þveril frá punkti fyrir utan línu á línuna eins og í verkefni 2.59.

2.60

Nemendur nota rúmfræðiforrit til að kanna og uppgötva að þverill er stysta leiðin frá punkti að línu.

Sýnidæmi 4

Nemendur teikna lausnina, sem sýnd er í sýnidæminu.

2.62

Best er að láta nemendur fyrst teikna hjálparmynd. Síðan gera þeir áætlun um hvernig þeir teikna myndina að fullu.

Grundvallarfærni

Að lesa og fylgja teiknilýsingu, bæði út frá texta og myndum.

Auðveldari verkefni

Kennari teiknar hjálparmynd við verkefni 2.62 fyrir nemendur.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa til verkefni svipuð fjársjóðsverkefninu í 2.62 fyrir bekkjarfélagana.

Fjársjóðsleit utanhúss

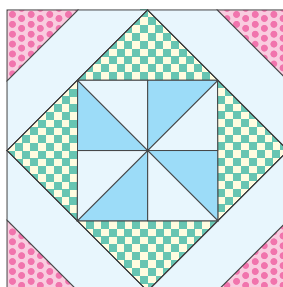
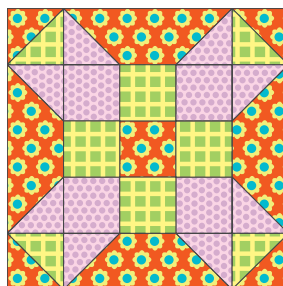
Búnaður: Kort yfir skólalóðina, nokkrir „fjársjóðir“, til dæmis innpakkaðar karamellur.

Tveir og tveir nemendur vinna saman við að skipuleggja fjársjóðsleit fyrir aðra nemendur í bekkjardeildinni; síðan skiptast þeir á verkefnum. Verkefnunum má svipa til verkefnis 2.62.

Þeir búa annaðhvort sjálfir til skissur yfir skólalóðina eða nota kort af nærumhverfi skólans – ef það er tiltækt – til að skipuleggja hvar koma á fjársjóðnum fyrir. Kennari minnir nemendur á að nota hugtök eins og samsíða, þverill, miðþverill, heiti mismunandi hornastærða, hornalína, ýmis rúmfræðiform o.s.frv. í tengslum við vegi, gangstétt, tré, skóla-byggingar, fótboltavöll, körfuboltavöll, blómabeð, aðaldyr, hlið o.s.frv. Nemendur, sem búa verkefnið til handa öðru nemendapari, fela t.d. tvær karamellur (sem er þá fjársjóðurinn) á staðnum.

Bútasauksmynstur

Sá sem býr til bútasauksteppi verður að vera afar nákvæmur hvað varðar rétt horn og samsíða línur til að afraksturinn verði fallegur. Nemendur leita að mynstrum á netinu (leitarorð: „quilting patterns“) og finna þverla og samsíða línur í mynstrunum. Gott er að samþætta þetta verkefni við list- og verkgreinar og þá geta nemendur ef til vill fengið að búa til ýmislegt með bútasauki.



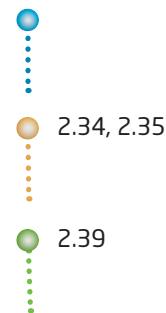
Faglegt innihald

- Rúmfræðilegir staðir
- Rúmfræðileg form

Búnaður

- Hringfari, reglustika

Æfingahefti



Blaðsíða 106–107

Ábendingar

Rúmfræðilegur staður felur í sér einn eða fleiri punkta, línur eða hringi sem uppfylla ákveðna eiginleika. Dæmi: Rúmfræðilegi staðurinn fyrir punkta, sem eru jafn langt frá tveimur ákveðnum punktum, er miðþverill striks milli þessara punkta.

Kennari þarf ekki að nota hugtakið „rúmfræðilegur staður“ í áheyrn nemenda. Þeir geta unnið verkefnið á bls. 106 án þess að þekkja þetta hugtak.

Hvar eiga krakkarnir að standa?

Kennari fer með nemendur út eða í stórt rými án húsgagna. Nemendur eiga að stilla sér upp í samræmi við fyrirmæli sem kennari les. Kennari ræðir um hvaða form nemendur mynda þegar þeir eru búnir að stilla sér upp.

1. Nemendur eiga að standa í hring. Kennari ræðir um hvernig hringurinn getur orðið sem nákvæmastur. (Tillaga: Tveir nemendur sem haldast í hendur geta ákveðið geislann og verið í hlutverki hringfara ef þeir ganga hringinn í kringum nemandann í miðjunni.)
2. Nemendurnir í hópi A standa í hring með geislanum 5 og nemendur í hópi B standa í hring með geislanum 3 m.
3. Nemendurnir standa í beinni röð sem er miðþverill nemendanna tveggja.
4. Nemendurnir mynda röð, sem er samsíða fyrri röðinni, í um það bil 7 m fjarlægð frá henni.
5. Nemandinn, sem stendur á miðþverlinum milli nemendanna tveggja, er jafn langt frá báðum. Nemendurnir þrír mynda jafnhliða þríhyrning.

2.63

Ákveðið var að leggja þetta verkefni fyrir áður en eiginleikar og einkenni hinna mismunandi þríhyrninga eru tilgreind. Kennari getur notað þetta verkefni til að komast að raun um þekkingu nemenda á hugtökum sem varða þríhyrninga. Á eftir lesa þeir skilgreiningarnar neðst á blaðsíðunni og ganga úr skugga um hvort þeir notuðu rétt hugtök. Nemendur rökræða um hvort einhverjir þríhyrninganna fullnægja kröfum sem gerðar eru til fleiri en eins sérstaks þríhyrnings. (Til dæmis eru til þríhyrningar sem eru bæði rétthyrndir og jafnarma.)

Grundvallarfærni

Að geta tekið þátt í samræðum um rúmfræðilega staði við ákveðnar aðstæður.

Að sýna skriflega rúmfræðilega staði með því að teikna með hringfara og reglustiku.

Auðveldari verkefni

Nemendur lesa skilgreiningarnar, sem merktar eru með punktum neðst á blaðsíðu 107, og finna hvaða þríhyrningar í 2.63 passa við þær.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari býr til verkefni sem svipar til þess sem er á bls. 106 í nemendabók.

Samvinna um þríhyrninga

Nota skal verkefnablað 1.2.4.

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir skiptast á að setja inn í lausu reitina teikningu eða heiti.

Eiginleikar og einkenni þríhyrninga

Nota skal verkefnablað 1.2.5.

Nemendur vinna saman tveir og tveir við að fylla út í töfluna. Við hverja tegund þríhyrninga skoða þeir eiginleikana sem gefnir eru upp. Í reitina skal skrifa „Já“ ef um er að ræða eiginleika sem þríhyrningurinn verður að hafa, „Getur haft“ ef þríhyrningurinn getur haft viðkomandi eiginleika eða „Nei“ ef þríhyrningurinn getur ekki haft þennan eiginleika.

Margs konar þríhyrningar

Nota skal verkefnablað 1.2.12.

Nemendur mæla hornin og flokka þríhyrningana út frá skilgreiningunum sem tilgreindar eru neðst á bls. 107. Kennari sýnir nemendum að þeir geta lengt strikin ef erfitt er að mæla hornin. Minna má nemendur á að í hvasshyrndum þríhyrningi eru öll hornin hvöss en í gleiðhyrndum þríhyrningi er eitt gleitt horn.

Lausnir:

A	50–40–90	rétthyrndur
B	45–75–60	hvasshyrndur
C	125–30–25	gleiðhyrndur
D	45–67,5–67,5	jafnarma og hvasshyrndur
E	80–70–50	hvasshyrndur
F	30–60–90	rétthyrndur
G	45–45–90	jafnarma og rétthyrndur
H	60–60–60	jafnhliða og þess vegna hvasshyrndur
I	30–120–30	jafnarma og gleiðhyrndur

Faglegt innihald

- Að teikna þríhyrninga með hringfara og reglustiku

Búnaður

- Hringfari, reglustika, tölva með rúmfræðiforriti

Blaðsíða 108–109

Æfingahefti

2.29, 2.30

2.35

2.40, 2.41

Ábendingar

Kennari leggur áherslu á það við nemendur að hjálparteikningum er ætlað að fá fram grófa mynd af myndinni sem teikna skal síðan af nákvæmni.

Sýnidæmi 5

Nemendur teikna þríhyrninginn í sýnidæmi 5. Kennari spyr:
Hvers konar þríhyrning teiknaðir þú?

2.64

Í þessu verkefni hefur hjálparteikningin þegar verið gerð í nemendabókinni. Nemendur þurfa ekki að teikna hana aftur.

2.65

Hér eiga nemendur að sjá að summa hornanna í þríhyrningi er 180° . Kennari leggur áherslu á það við nemendur að verkefnið felur EKKI í sér stærðfræðilega sönnun.

2.66

Í þessu verkefni eiga nemendur að sjá að öll horn í jafnhliða þríhyrningi eru 60° . Sönnunin byggist á því að hornasumman í þríhyrningi er 180° . Þegar öll hornin eru jafn stór hlýtur hvert þeirra að vera $180^\circ : 3 = 60^\circ$.

2.67

Nemendur gera skissu af borðplötunni áður en þeir teikna hana með hringfara og reglustiku. Nemendur eiga að uppgötva að tvö horn í rétthyrndum, jafnarma þríhyrningi eru 45° . Auðvelt er að reikna þetta út með hliðsjón af því að hornasumman er 180° .

Grundvallarfærni

Nemendur læra að lýsa teikningu skriflega með því að nota hjálparmynd og setja teiknilýsinguna fram í

skrefum. Hér er því um að ræða skriflega færni.

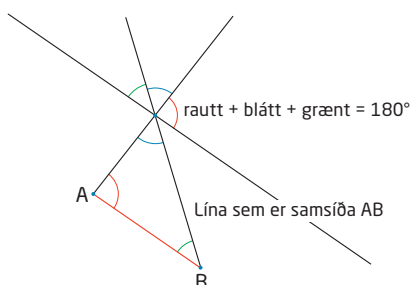
Í rúmfræðiforriti læra nemendur að skoða tengsl milli horna í þríhyrningi. Hér er um að ræða stafræna færni.

Auðveldari verkefni

Nemendur teikna – með hringfara og reglustiku – fallegasta þríhyrninginn sem þeir geta hugsað sér. Síðan lýsa þeir þríhyrningnum fyrir bekkjarfélaga sínum og útskýra hvers vegna þeim finnst hann fallegur.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari fer með áhugasömum nemendum í gegnum sönnunina fyrir því að hornasumma þríhyrnings sé 180° .



Í sönnuninni munu nemendur hafa not fyrir þekkingu sína á topphornum og einslægum hornum.

Hvað getur orðið að þríhyrningi?

Búnaður: Þrír teningar, reglustika og hringfari.

Nemendur kasta teningunum. Það sem upp kemur segir til um hliðarlengdir þríhyrnings í cm. Nemendur teikna þríhyrninginn ef það er hægt.

Kennari spyr nemendur:

Getið þið búið til reglu sem útskýrir hvaða innbyrðis eiginleika hliðar þríhyrnings þurfa að hafa?

(Summa tveggja styttri hliðanna verður að vera stærri en nemur lengd lengstu hliðarinnar.)

Veggspjald með mismunandi þríhyrningum

Nemendur búa til stórt veggspjald, eða sex minni veggspjöld, með yfirliti yfir hinar sex mismunandi tegundir þríhyrninga sem sýndar eru í verkefni 2.63. Einnig má skipta bekkjardeildinni í sex hópa og teiknar hver hópur sína tegund þríhyrnings. Hópurinn gefur honum heiti og tilgreinir sérstaka eiginleika eða einkenni hans. Jafn langar hliðar þríhyrningsins eru merktar og ef til vill jafn stór eða misstór horn. Loks hengja hóparnir veggspjöldin upp í kennslustofunni. Þessi veggspjöld verða gagnleg í tengslum við verkefni síðar.

Faglegt innihald

- Að teikna þríhyrninga

Búnaður

- Auð blöð,
- hringfari, reglustika
- ef til vill tölva með rúmfræðiforriti

Blaðsíða 110–111

Æfingahefti

2.31

2.36

2.42, 2.43

Ábendingar

2.68

Með pappírsbroti geta nemendur upplifað að jafnarma þríhyrningar hafa tvö jafn stór horn.

Myndin í rammanum hefur sama form og kemur út úr pappírsbrotnu í verkefni 2.68. Allir þríhyrningar, sem hafa gráðumálin 30° , 60° og 90° , eru helmingurinn af jafnhliða þríhyrningi. Þess vegna er styttri skammhliðin helmingurinn af langhliðinni. Hin skammhliðin samsvarar hæðinni í jafnhliða þríhyrningnum.

2.69

Þessu verkefni er ætlað að sýna nemendum að ef skammhlið í þríhyrningi er helmingurinn af langhliðinni þá eru gráðumál þríhyrningsins 30° , 60° og 90° og jafnframt að hann sé helmingurinn af jafnhliða þríhyrningi. Þetta verkefni má gjarnan vinna í rúmfræðiforriti.

2.70

Hér eiga nemendur að komast að raun um að horn við grunnlínuna í jafnarma þríhyrningi eru jafn stór. Þetta verkefni má gjarnan vinna í rúmfræðiforriti.

2.71

Hér eiga nemendur að komast að raun um að þríhyrningur með jafn stór horn við grunnlínuna er jafnarma þríhyrningur. Þetta verkefni má gjarnan vinna í rúmfræðiforriti.

2.72

Gott er að nemendur rökræði um þetta verkefni áður en þeir teikna þríhyrninginn. Kennari fylgist með hvort nemendur geti fundið svarið einungis í huganum án þess að teikna. Þetta verkefni má gjarnan vinna í rúmfræðiforriti.

2.73

Hér eiga sömu ábendingar við og settar eru fram við 2.72. Nemendur eiga að sjá að þríhyrningurinn er jafnarma og rétthyrndur. Þá eru jafn stóru hornin 45° . Kennari spyr nemendur: Getur þú sannað að hornin í jafnarma, rétthyrndum þríhyrningi séu 45° ? (Par eð horna-summa þríhyrnings er 180° má setja fram jöfnuna $2x + 90^\circ = 180^\circ$ þar sem x táknar stærð jafn stóru hornanna. Lausn þessarar jöfnu er: $x = 45^\circ$.)

Grundvallarfærni

Að rannsaka horn í mismunandi tegundum þríhyrninga með því að teikna á blað, teikna með hringfara og reglustiku og reikna.

Auðveldari verkefni

Kennari býr til og dreifir ljósritum af þríhyrningunum sem nemendur eiga að skoða í verkefnum 2.68 og 2.70.

Faglegt innihald

- Að teikna ferhyrninga með hringfara og reglustiku
- Heiti, eiginleikar og einkenni sérstakra ferhyrninga

Búnaður

- Hringfari, reglustika
- Tölva með rúmfræðiforriti

Blaðsíða 112–113

Æfingahefti

2.32

2.37, 2.38

Ábendingar

2.74

Ef nemendur geta ekki teiknað punktinn D getur kennari gefið þeim þá vísbendingu að teikna hringi með geislanum 7 cm og miðju í A og C.

2.76

Kennari lætur nemendur glíma góða stund við a-liðinn áður en hann byrjar að ræða við nemendur um hvort til séu fleiri en ein lausn (sjá *Ýmis verkefni* hér á eftir).

2.77e

Í þessu verkefni eiga nemendur að sanna að hornasumma ferhyrnings sé 360° .

Bls. 113

Myndin sýnir að ferningur er jafnframt bæði tígull, rétthyrningur, samsíðungur, trapisa og ferhyrningur. Hið sama á við um hina ferhyrningana. Kennari þarf að ræða við nemendur um skilgreiningarnar á ferhyrningunum. Til dæmis hefur samsíðungur tvær og tvær samsíða hliðar. Það hefur ferningurinn líka!

Grundvallarfærni

Að geta tekið þátt í samræðum um eiginleika mismunandi tegunda ferhyrninga.

Að rannsaka ferhyrninga í rúmfræðiforriti.

Að skrifa teiknilýsingar.

Auðveldari verkefni

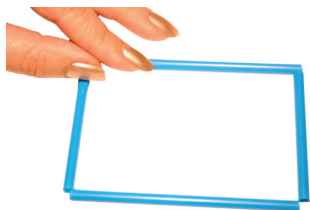
Kennari býr til hjálparmyndir með verkefnunum og dreifir til nemenda.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Marghyrningar úr sogrörum

Búnaður: Sogrör og band.

Kennari lætur hvern nemanda eða nemendahóp hafa sjö sogrör. Nemendurnir klippa þau í mismunandi lengdir en ekki of stutt. Þeir þræða band eða tvinna gegnum þrjú rör og binda fast saman þannig að þríhyrningur myndist. Nú þræða þeir annað band gegnum hin fjögur rörin og binda fast saman þannig að þau myndi ferhyrning.



Kennari spyr nemendur:
Hver er mesti mismunur á þessum tveimur formum?
(Annað er stíft en hinu er hægt að breyta.)

Hvað má segja um ummál þessara tveggja mynda?
(Það er summan af lengdum sogrörunna.)

Er flatarmál formanna fast stærð?
(Þríhyrningurinn hefur fast flatarmál en flatarmál ferhyrningsins getur orðið eins lítið og við viljum.)

Er nóg að vita hve langar hliðar þríhyrningsins eru til að geta búið hann til?
(Já.)

Er nóg að vita hve langar hliðar eru á ferhyrningi til að geta búið hann til?
(Nei.)

Kennari og nemendur ræða saman um hvað við þurfum að vita til viðbótar um ferhyrninginn.

Samvinna um ferhyrninga

Nota skal verkefnablað 1.2.6.

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir skiptast á um að teikna myndir eða skrifa heiti viðkomandi ferhyrnings í lausu reitina.

Faglegt innihald

- Að teikna ferhyrninga með hringfara og reglustiku

Búnaður

- Hringfari, reglustika
- Tölva með rúmfræðiforriti

Blaðsíða 114–115

Æfingahefti

Ábendingar

Sýnidæmi 6

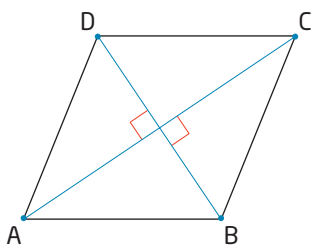
Kennari lætur nemendur leggja blað yfir lausnartillöguna og reyna að teikna samsíðunginn. Þar á eftir skoða þeir lausnartillöguna. Einhverjum nemendum mun þykja það auðveldara ef þeir teikna hornalínuna BD þegar þeir hafa merkt punktinn D.

2.78

Nemendur eiga að setja fram tilgátu um að hvössu hornin séu jafn stór og gleiðu hornin sömuleiðis. Í b-lið nota nemendur að $\angle BAC$ og $\angle ACD$ eru einslæg, svo og að $\angle DAC$ og $\angle ACB$ eru einslæg; jafnframt að $AB \parallel CD$ og $AD \parallel BC$. Þess vegna er $\angle A = \angle C$ í samsíðungnum. Samsvarandi þessu gildir að $\angle ABD$ og $\angle BDC$ eru einslæg og $\angle CBD$ og $\angle ADB$ sömuleiðis. Þess vegna er $\angle B = \angle D$ í samsíðungnum.

2.79

Nemendur eiga að sjá að hornalínurnar standa hornrétt hvor á aðra. Það gildir ekki fyrir aðrar tegundir samsíðunga, einungis þegar hliðarnar eru jafn langar.



Þá eru $\triangle ABD$, $\triangle BCD$, $\triangle ABC$ og $\triangle ACD$ jafnarma og þar með er helmingurinn af hornalínunum AC og BD hæðir í þessum þríhyrningum.

2.80

Nemendur rökræða um fullyrðingarnar í 2–3 manna hópum. Þeir rökstyðja hvers vegna þeir telja fullyrðingu sanna eða ósanna.

Kennari hvetur nemendur til að teikna myndir sér til hjálpar.

Grundvallarfærni

Að lesa og túlka teikningar og teiknilýsingar.

Að rannsaka sérstaka ferhyrninga í rúmfræðiforriti.

Að rökstyðja munnlega fullyrðingar um hugtök í tengslum við ferhyrninga.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota fjögur jafn löng sogrór. Þeir þræða band eða tvinna gegnum þau öll og búa til ferhyrning með því að hnýta endana saman. Þeir leggja nú ferhyrninginn á borðið og útskýra hvers konar ferhyrninga þeir geta búið til með þessu líkani.

Hvað er sameiginlegt öllum ferhyrningunum? (Ummálið er fasti, tvö og tvö horn eru eins, hornalínurnar eru hornrétt hvor á aðra, tvær og tvær hliðar eru samsíða, allar hliðarnar eru jafn langar, allir ferhyrningarnir eru tíglar.)

Hvaða munur er á ferhyrningunum? (Flatarmálið er breytilegt.) Hvenær er flatarmálið stærst? (Þegar öll hornin eru rétt.)

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur nota hringfara og reglustiku og teikna fering, rétt-hyrning, tígul, samsíðung, trapísu og ferhyrninga. Nemendur finna eiginleika og einkenni hornalína, hliða og horna í hinum ýmsu ferhyrningum. Síðan geta þeir safnað saman þessum eiginleikum og einkennum, sem þeir finna, og búið til veggspjald til að hengja upp í kennslustofunni.

Satt eða ósatt um þríhyrninga og ferhyrninga

Nemendur leggja bækurnar til hliðar. Kennari les fullyrðingarnar hér fyrir neðan upphátt. Ef nemendur telja að fullyrðingin sé sönn rísa þeir á fætur (eða nota annað tákni sem bekkjardeildin kemur sér saman um). Telji þeir að fullyrðingin sé röng sitja þeir kyrrir.

1. Hornalínurnar í rétt-hyrningi eru alltaf hornréttar hvor á aðra. (Ó)
2. Þríhyrningur með tvö 40° horn er gleiðhyrndur. (S)
3. Í tígli eru hornalínurnar jafn langar. (Ó)
4. Í samsíðungi eru alltaf tvö gleið horn. (Ó)
5. Ef tvö horn í þríhyrningi eru 60° er þríhyrningurinn jafnhliða. (S)
6. Í gleiðhyrndum þríhyrningi geta verið tvö gleið horn. (Ó)
7. Hornin í þríhyrningi geta verið 120° , 10° og 50° . (S)
8. Öllum marghyrningum má skipta í þríhyrninga. (S)
9. Hægt er að skipta reglulegum sexhyrningi í tvær trapísur. (S)
10. Ef tvö horn í þríhyrningi eru 30° hlýtur þriðja hornið að vera 150° . (Ó)
11. Í rétt-hyrndum þríhyrningi er langhliðin alltaf lengri en skammhliðarnar. (S)

Faglegt innihald

- Kynning á samhverfu og hliðrun, spegil-samhverfa

Samhverfa og hliðrun

Blaðsíða 116–117

Æfingahefti

2.44, 2.45

2.70, 2.71

Ábendingar

Nota má rúmfræðiforrit til að rannsaka mismunandi flutninga (speglun, hliðrun og snúning) sem fjallað er um í þessum undirkafli.

Bls. 116

Nemendur rökræða um hvað átt er við með orðunum spegilsamhverfa, snúningssamhverfa og hliðrun. Lykilorðin eru speglun, snúningur og hliðrun.

2.81

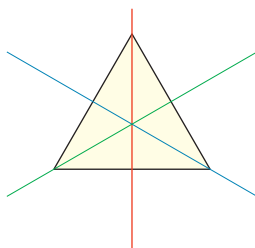
- Nemendur geta valið mismunandi gerðir samhverfu. Þeir sýna hver öðrum myndirnar sínar og ræða um hvort þær feli í sér spegilsamhverfu, snúningssamhverfu eða hvort um hliðrun er að ræða – eða jafnvel hvort fleiri en ein tegund flutninga séu í sömu myndinni.
- Nemendur geta sett fram mismunandi tillögur sem fjalla um sömu fjarlægðir, lengdir, hornastærðir, stærðir og form.

Bls. 117

Nemendur ganga úr skugga um að rauða línán gegnum stjörnunna sé í raun spegilás. Það merkir að nemendur þurfa að athuga hvort allir oddpunktar stjörunnar séu örugglega í sömu fjarlægð frá spegilásnum og að strikin, sem tengja punktana saman, séu þverlar á rauðu línuna.

2.83

Í jafnhliða þríhyrningi eru þrír spegilásar.



Grundvallarfærni

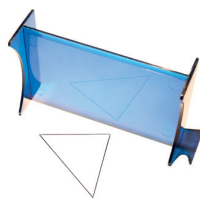
Að ræða saman munnlega og lýsa samhverfu og hliðrun og hugtökum í tengslum við þessa flutninga.

Að lýsa samhverfu skriflega með því að draga spegilása.

Auðveldari verkefni

Nemendur finna myndir á netinu og segja til um hvort í þeim séu spegilásar.

Nemendur nota venjulegan spegil eða samhverfuspegil til að rannsaka hvernig ýmsar myndir speglast.



Nemendur búa til samhverfar myndir með ýmsum aðferðum úr list- og verkgreinum, til dæmis með vatns-málningu. Þeir brjóta blað í tvennt, mála snöggt mynstur með nokkuð þunnri vatnsmálningu öðrum megin á blaðið. Síðan brjóta þeir blaðið og pressa helmingana saman. Loks opna þeir blaðið og láta myndina þorna.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

- Nemendur nota rúmfræðiforrit eða hringfara og reglustiku til að búa til samhverfar myndir.
- Nemendur finna leiðbeiningar um pappírsbrot á netinu og búa til samhverfar myndir með pappírs-broti.

Hversu samhverf(ur) ertu?

Nemendur nota stafrænar andlits-myndir af sjálfum sér. Myndirnar þurfa að vera þannig að þær séu teknar beint að framan.



Nemendur nota einfalt myndvinnslu-forrit, til dæmis „Paint“, til að skipta myndinni í vinstri og hægri hluta.



Nemendur afrita, snúa og raða saman samhverfum myndum ýmist út frá vinstri og hægri hlið andlitsins. Líkjast myndirnar?



Faglegt innihald

- Að teikna – með hringfara og reglustiku – spegil-samhverfar myndir

Búnaður

- Hringfari, reglustika
- Tölva með rúmfræðiforriti

Blaðsíða 118–119

Æfingahefti



2.56, 2.57, 2.58

2.72, 2.73, 2.74,
2.75, 2.76

Ábendingar

2.86

Nemendur lýsa muninum á því þegar spegilásinn fer gegnum marghyrninginn eða hefur einungis einn hornpunkt marghyrningsins sameiginlegan.

2.87

Fjöldi spegilása er háður fjölda horna í marghyrningnum.

Bls. 119

Nemendur kanna hvort fiðrildið á myndinni er samhverft.

Grundvallarfærni

Að lesa og túlka teikningu af spegilsamhverfu með teiknilýsingu.

Að gera samhverfu sýnilega með því að teikna hana í rúmfræðiforriti.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota rúmfræðiforrit til að sýna tengsl myndar og spegilmyndar hennar þegar spegilásinn er fluttur til. Þeir draga strik frá A til A', frá B til B' o.s.frv. Þeir mæla hornin milli þessara strika og spegilássins og komast þá að raun um að þau eru alltaf 90° , alveg sama hvernig spegilásnum er snúið.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

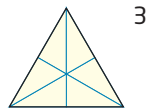
Nemendur rannsaka kerfisbundið hve margir spegilásar eru í marghyrningi en fjöldinn er háður fjölda hornpunkta í marghyrningnum. Gott er að nota rúmfræðiforrit til þess arna.

Kennari spyr nemendur:

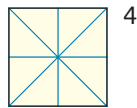
Finnið þið eitthvert kerfi sem segir til um fjölda spegilása í reglulegum marghyrningum?

Er munur á því hvort fjöldi horna er oddatala eða slétt tala?

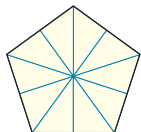
(Spegilásarnir eru jafn margir og hornin. Reglulegur n-hyrningur hefur n spegilása. Munurinn á „slétttölumarghyrningi“ og „oddattölumarghyrningi“ er sá að í þeim fyrrnefnda eru hornalínurnar spegilásar til viðbótar við strikin milli miðpunkta hliðanna en í síðarnefnda marghyrningnum eru spegilásarnir strikin milli hvers horns og miðpunkts gagnstæðrar hliðar.)



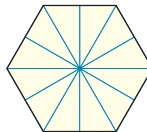
3



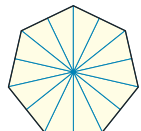
4



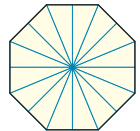
5



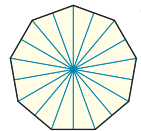
6



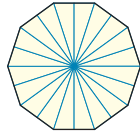
7



8



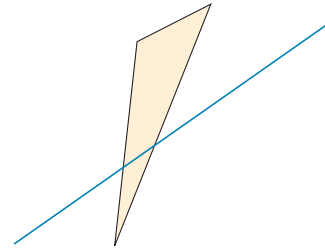
9



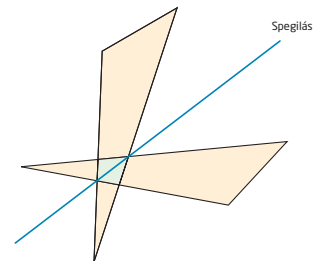
10

Þegar spegilásinn sker myndina

Nemendur teikna marghyrning og línuna / sem liggur gegnum myndina. Kennari hvetur nú nemendur til að spegla marghyrninginn um línuna og nota til þess hringfara og reglustiku.



Mynd 1: Spegilásinn sker myndina sem spegla skal.



Mynd 2: Myndinni hefur verið speglað um spegilásinn. Þá liggur spegilmyndin að nokkru leyti ofan á upprunalegu myndinni.

Faglegt innihald

- Snúningssamhverfa

Búnaður

- Hringfari, reglustika
- Tölva með rúmfræðiforriti

Blaðsíða 120–121

Æfingahefti

- 2.46, 2.47, 2.48, 2.49
- 2.59, 2.60, 2.61, 2.62, 2.63, 2.64
- 2.77, 2.78, 2.79, 2.80, 2.81,

Ábendingar

Kennari ræðir við nemendur um að lengd boganna í myndinni í ramm-anum ofarlega á blaðsíðunni er ekki hin sama en samt sem áður er gráðumálið hið sama; því lengra frá miðjunni sem bogarnir eru því lengri verða þeir.

2.89

Athygli skal vakin á að ein skipun í rúmfræðiforritinu GeoGebra er „snúa hlut um punkt um horn“.

2.90c

Nemendur uppgötva að þeir fá fjóra þríhyrninga í verkefni c. Kennari spyr nemendur: *Hvers vegna urðu þríhyrningarnir í verkefni b fjórir talsins?* (Vegna þess að $360^\circ : 90^\circ = 4$ þannig að ef við snúum enn einu sinni lendar myndin ofan í mynd sem fyrir er.)

Geturðu látið þér detta í hug önnur horn sem leiða til þess að myndin lendi einhvern tíma ofan í mynd sem fyrir er?

(Það hljóta að vera horn sem ganga upp í 360° , til dæmis 60° , 30° , 180° , 45° og reyndar mörg fleiri.)

2.91

Það er einungis mynd A sem er ekki snúningssamhverf vegna þess að henni þarf að snúa 360° áður en hún lendar ofan í sjálf sig. Mynd B hefur snúningshornið $360^\circ : 3 = 120^\circ$; mynd C hefur $360^\circ : 4 = 90^\circ$ og mynd D $360^\circ : 2 = 180^\circ$. Mynd er því ekki snúningssamhverf ef hún hefur ekki snúningshorn sem er minna en 360° .

Grundvallarfærni

Að lesa og túlka teiknilýsingu á teikningu sem gerð er með snúnings-samhverfu.

Að lýsa og útskýra hugtök sem tengjast snúningssamhverfu, t.d.: snúningsmiðja, snúningshorn.

Að teikna stafrænar myndir með snúningi.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota gagnsæjan pappír og teikna myndir með snúningi.

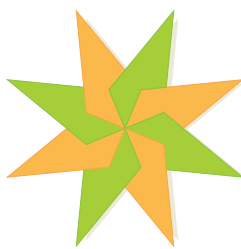
Nemendur teikna mynd á t.d. bókunarpappír og snúa henni og nota hana sem hjálparkæki til að finna hvernig myndin verður þegar henni er snúið oft.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Stjarna, endurtekin samhverfa

Búnaður: Litaður pappír.

Verkefnið gengur út á að búa til átta arma stjörnu með pappírsbroti. Setja má stjörnuna saman á ólíka vegu til að fá fram mismunandi samhverfu.



Að flokka myndir

Nemendur nota verkefnablað 1.2.7 með tilheyrandi myndaspjöldum. Á spjöldunum eru samhverfar myndir. Nemendur klippa spjöldin út og flokka þau eins og taflan segir til um. Kennari spyr nemendur: *Er einhver reitur í töflunni þannig að engin mynd er til fyrir hann? Hvers vegna? Hvers vegna ekki?* (Svar: Um leið og mynd er með fleiri en einn spegilás hlýtur hún einnig að vera snúningssamhverf. Mynd, sem

hefur einungis einn spegilás, hlýtur að þurfa að snúa 360° til að lenda aftur ofan í sjálfri sér. Slík mynd er ekki snúningssamhverf samkvæmt skilgreiningunni.)

Nemendur finna snúningshorn snúningssamhverfu myndanna. *Eru einhver tengsl milli snúnings-hornsins og fjölda spegilása í myndunum sem raðað er hægra megin í töfluna? Ef svo er – hver eru þau tengsl?*

Snúningssamhverfar myndir

Búnaður: Myndavél.

Nemendur fara út úr skólahúsinu og taka myndir af snúningssamhverfum fyrirbærum. Um getur verið að ræða skilti, vörumerki, bókstafi, myndir, bílfelgur, bílmerki o.s.frv. Þeir prenta myndirnar út og búa til litla klippi-mynd eða veggspjald.

Annað verkefni: Nemendur leita að snúningssamhverfum myndum á netinu, prenta þær út og búa til klippimynd eða veggspjald.

Myndirnar á klippimyndunum eða veggspjöldunum má nota til rök-ræðna um mismunandi snúningshorn og spegilása.

Faglegt innihald

- Spegilásar og hliðrun

Æfingahefti

2.50, 2.51, 2.52,
2.53, 2.54, 2.55

2.66, 2.67, 2.68,
2.69,

2.82, 2.83, 2.84,
2.85, 2.86

Blaðsíða 122–123

Ábendingar

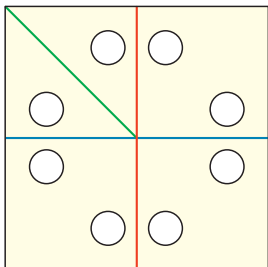
Gatamynstur

Það getur komið sér vel að nota gatara í staðinn fyrir skæri. Kennari spyr nemendur:

Finnið þið einhverja spegilása á myndinni?

Getur þú brotið blaðið eftir spegilás þannig að helmingurinn af götunum lendi ofan í hinum helmingnum?

Getur þú endurtekið þetta þar til aðeins er eitt gat eftir?
(Galdurinn er að skipta mynstrunum í fjögur eins mynstur. Þá verða bara tvö göt eftir og þá má brjóta blaðið þannig að þau falli hvort ofan í annað í lokin.)



Dæmi um pappírsbrot: Fyrst á að brjóta eftir bláu línunni, síðan eftir þeirri rauðu og loks eftir þeirri grænu. Síðan er gert gat og blaðið opnað. Þá kemur mynstrið fram.

Bls. 123

Mynstur sem þessi má finna í alls kyns textíl- og þrjónavörum. Nemendur munu finna mörg dæmi um slík mynstur. Oft er um að ræða sambland af margs konar samhverfu vegna þess að grunnmynstrið, sem er hliðrað, er oft samhverft í sjálfu sér. Kennari ræðir þetta við nemendur. Byrja má umræðuna út frá sokkunum á myndinni.

2.92–2.94

Þessi verkefni má vinna í rúmfræðiforriti. Nemendur sýna eigin mynstur og lýsa þeim fyrir bekkjarfélögunum.

Grundvallarfærni

Að skilgreina samhverfar myndir og lýsa hvernig þær hafa verið búnar til.

Að lýsa munnlega samhverfri mynd með stærðfræðihugtökum.

Auðveldari verkefni

Nemendur klippa tvö göt í verkefninu í staðinn fyrir eitt gat.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa til mynstur með því að brjóta og klippa göt. Því næst teikna þeir hið tilbúna mynstur og biðja bekkjarfélaga að brjóta blað og klippa á það gat eða göt til að fá fram mynstrið.

Flísalagnir

Flísalagnir felast í að fylla flöt með eins formum þannig að engin bil verði milli formanna og að þau skarist hvergi. Með flísalögnum má fá fram mismunandi rúmfræðileg mynstur, m.a. með snúningi og hliðrun.

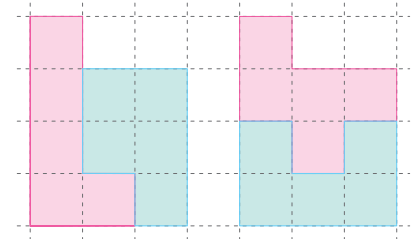
Eins pör

Búnaður: Fimmínur (e. pentomino) á verkefnablaði 1.2.13).

Kennari ljósritar og nemendur klippa fimmínubútana út. Þeir eru allir mismunandi í laginu en með því að raða saman tveimur og tveimur bútum er hægt að búa til eins myndir. Nemendur vinna saman í pörum við að finna sem flest eins pör á fyrirfram gefnum tíma (til dæmis 15 mínútum). Nemendur þurfa að skrá niðurstöður sínar með því að teikna þær. Gott er að luma á smávægi-

legum verðlaunum handa þeim sem finna flest pör. Leyfilegt er að snúa bútum og þau má nota aftur í nýjum pörum.

Dæmi um lausn:



Faglegt innihald

- Að merkja punkta og lesa hnit punkta í hnitakerfi

Hnitakerfið

Blaðsíða 124–125

Æfingahefti

- 2.87, 2.88, 2.89, 2.90, 2.91
- 2.94, 2.95, 2.96
- 2.101, 2.102

Ábendingar

Hér er um upprifjun að ræða fyrir nemendur en einhverjir hafa ef til vill gleymt hvort x-hnitið eða y-hnitið er skráð á undan í hnitunum. Orðið fjórðung í hnitakerfi þekkja ekki allir nemendur.

Kennari spyr nemendur:

Hvað er sameiginlegt með öllum punktum á x-ásnum?

(Allir punktar á x-ásnum hafa 0 sem síðara hnit (y-hnitið). Þeir eru skráðir á forminu $(a, 0)$ þar sem a getur verið hvaða tala sem er.)

Hvað er sameiginlegt með öllum punktum sem eru á y-ásnum?

(Allir punktar á y-ásnum hafa 0 sem fyrra hnit (x-hnitið). Þeir eru skráðir á forminu $(0, b)$ þar sem b getur verið hvaða tala sem er.)

Margir nemendur eiga í erfiðleikum með að skilja að safn allra punkta, sem skrifaðir eru á forminu $(a, 0)$ er allur x-ásinn og safn allra punkta á forminu $(0, b)$ er allur y-ásinn. Kennari leggur sig í líma við að benda nemendum á þetta.

2.95

Þetta er gott verkefni til að leiða í ljós hvaða nemendur hafa skráningu punkta í hnitakerfi á valdi sínu. Hér er tillaga um aðra aðferð við þetta verkefni: Kennari les fyrir-mælin upphátt og nemendur fylgja fyrir-mælunum með fingrinum í sínum eigin bókum. Þegar fyrir-mælin hafa verið lesin til enda nefna nemendur lokahnitin upphátt í kór eða skrifa þau með stórum tölustöfum á blað sem þeir halda á loft. Þannig getur kennari gengið úr skugga um hvort þeir ráða við verkefnið.

Grundvallarfærni

Að skrifa niður hnit punkta og lýsa hnitum munnlega.

Auðveldari verkefni

2.95

Fyrirmæli eru lesin upp hvert fyrir sig þannig að nemendur geti leiðrétt röng svör jafnóðum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

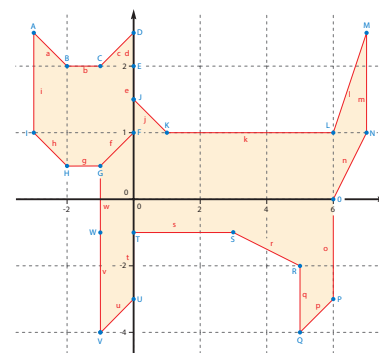
2.95

Nemendur gefa fleiri fyrir-mæli hver á fætur öðrum. Þeir teikna hnitakerfi og merkja „leiðina sem þeir fara“ jafnóðum. Þeir sem gefa fyrir-mælin geta ef til vill hugsað sér fyrir fram mynstur eða mynd sem koma á fram í lokin.

Leynimynd

Kennari les upp punktana (dálk fyrir dálk), sjá hér á eftir. Nemendur merkja punktana í hnitakerfi og draga strik frá punkti til punkts. Sjá þeir hvað myndin sýnir?

(0,3)	(-1,-4)	(7,2)
(0,5)	(0,-3)	(7,5)
(-1,4)	(0,-1)	(6,2)
(-2,4)	(3,-1)	(1,2)
(-3,5)	(5,-2)	(0,3)
(-3,2)	(5,-4)	(0,2)
(-2,1)	(6,-3)	(-1,1)
(-1,1)	(6,0)	



Nemendur geta einnig búið til svipuð verkefni fyrir bekkjarfélagana.

Faglegt innihald

- Punktar í hnitakerfinu
- Spegilsamhverfa í hnitakerfinu

Búnaður

- Verkefnablað 1.2.9, hnitakerfi frá -6 til 6 með spilinu „Hnit í röð“
- Verkefnablað 1.2.8, Spilaskífa +/-

Blaðsíða 126–127

Ábendingar

Hnit í röð

Spilið er góð þjálfum í að merkja punkta í hnitakerfi á rétta staði.

Kennari spyr nemendur:

Eru einhverjir punktar sem þið getið aldrei fengið?

(Enga punkta á x- eða y-ásnum vegna þess að talan 0 er ekki á teningunum. Aðeins er hægt að fá hnit punkta með heilu tölunum frá 1 til 6 og frá -6 til -1.

2.97–2.99

Kennari ræðir við nemendur um hvernig hnitin breytast við speglun um x-ásinn eða y-ásinn. Í verkefni 2.97 eiga nemendur einungis að hugsa sér hver hnitin verða áður en þeir merkja punktana í hnitakerfið.

Grundvallarfærni

Að tilgreina skriflega og munnlega punkta í hnitakerfi.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota tilbúin hnitakerfi, til dæmis verkefnablað 1.2.9. Nemendur geta teiknað marghyrning og speglað myndir hver annars um x-ásinn og y-ásinn.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hnit í röð

Nemendur spila *Hnit í röð* þar sem markmiðið er að búa til ferning í stærðinni $3 \cdot 3$ reitir eða að búa fyrst til rétthyrndan jafnarma þríhyrning. Vakin skal athygli á að hægt er að búa til ferning þar sem hliðarnar eru ekki samsíða ásnum (sjá verkefni 2.113, 2.127 og 2.134 í *Skala 1A* Æfingahefti.)

15 spurningar

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Báðir leikmennirnir þurfa að hafa hnitakerfi þar sem báðir ásarnir ná frá -10 til 10. Leikmaður 1 velur punkt (hnitin verða að vera í heilum tölum). Leikmaður 2 á að finna hvaða punkt leikmaður 1 valdi með því að spyrja eins fárra spurninga og hann kemst af með. Spurningarnar geta verið af þessum toga:

Er x-hnitið jákvætt?

Er y-hnitið stærra en 5?

Takist leikmanni 2 að finna réttan punkt með færri en 5 spurningum fær hann 3 stig, 6–10 spurningar gefa 2 stig og 11–15 spurningar gefa 1 stig. Hafi honum ekki tekist ætlunarverkið með 15 spurningum verður hann að hætta. Leikmenn leika til skiptis í fyrir fram ákveðinn fjölda umferða og síðan eru stig hvors leikmanns lögð saman. Sá vinnur sem hefur fleiri stig.

Hvar er rétthyrningurinn?

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

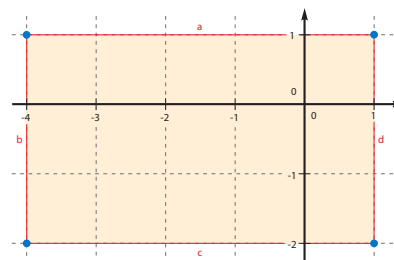
Báðir leikmennirnir þurfa að hafa hnitakerfi þar sem báðir ásarnir ná frá -10 til 10. Leikmaður 1 notar reglustiku og teiknar rétthyrning þannig að hnit allra hornanna séu heilar tölur. Hann gætir þess að leikmaður 2 sjái ekki teikninguna. Leikmaður 2 á að finna staðsetningu rétthyrningsins með eins fáum spurningum og hann getur. Í spurningunum á að koma fram talnapar (hnit). Leikmaður 1 svarar með því að segja „á hlið“ ef punkturinn er á einhverri hlið rétthyrningsins, „fyrir innan“ ef punkturinn er inni í rétthyrningnum eða „fyrir utan“ ef það á við. Síðan skipta leikmenn um hlutverk. Sá leikmaður vinnur umferðina sem þarf færri spurningar til að finna rétthyrning hins.

Æfingahefti

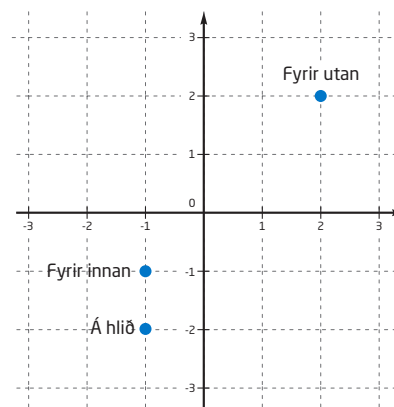
2.92, 2.93

2.97, 2.98

Dæmi um leiki í spilinu: Leikmaður 1 hefur teiknað rétthyrninginn þannig:



Leikmaður 2 spyr um hnitin (2, 2). Leikmaður 1 svarar: „Fyrir utan“. Leikmaður 2 spyr um hnitin (-1, -1). Leikmaður 1 svarar: „Fyrir innan“. Leikmaður 2 spyr um hnitin (-1, -2). Leikmaður 1 svarar: „Á hlið“. Leikmaður 2 skráir niðurstöðurnar jafnóðum í sitt eigið hnitakerfi til að fá yfirsýn.



Faglegt innihald

- Spegilsamhverfa í hnitakerfi.
Speglun um x-ásinn, y-ásinn og línuna $y = x$

Búnaður

- Tölva með rúmfræðiforriti



Blaðsíða 128–129

Ábendingar

Bls. 128

Kennari spyr nemendur:

Hver eru hnit punktanna A'' , B'' og C'' ?

($A'' (-2, -5)$, $B'' (-1, -2)$, $C'' (-5, -4)$.)

Berið hnit punktanna A' , B' og C' saman við hnit punktanna A'' , B'' og C'' . Hvað kemur í ljós?

(X-gildin eru eins en y-gildin hafa skipt um formerki.)

Berið hnit punktanna A , B og C saman við hnit punktanna A'' , B'' og C'' . Hvað kemur í ljós?

(Bæði x-gildin og y-gildin hafa skipt um formerki.)

2.100

Nemendur segja bekkjarfélaga eða allri bekkjardeildinni frá uppgötvunum sínum.

2.102

Hér er ætlast til að nemendur uppgötvu að x-gildin og y-gildin skiptast á þegar punktur er speglaður um línuna $y = x$.

Grundvallarfærni

Að geta lýst tengslum milli hnita mismunandi punkta sem speglaðir eru.

Auðveldari verkefni

Nemendur vinna öll verkefnin í rúmfræðiforriti. Það er samt sem áður mikilvægt að þeir lýsi uppgötvunum sínum með orðum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa til verkefni fyrir bekkjarfélaga sinn þar sem annar teiknar mynd í hnitakerfi. Hinn gefur skipanir um snúning og speglun. Síðan skoða þeir niðurstöðurnar

saman og rökræða hvort þær eru réttar. Þeir ræða einnig um hvernig hnitin breytast við speglun og snúning.

Faglegt innihald

- Spegln, snúningur og hliðrun í hnitakerfi.

Búnaður

- Tölva með rúmfræði-forriti

Blaðsíða 130–131

Æfingahefti



2.100



2.103, 2.104,
2.105, 2.106,



Ábendingar

Bls. 130

Kennari og nemendur ræða um hvernig mynd breytist við snúning. Gott er að skoða myndina efst á blaðsíðunni.

2.103–2.106

Nemendur rannsaka snúning, speglun og hliðrun með því að vinna þessi verkefni. Síðan rökræða tveir og tveir nemendur um það sem þeir uppgötva.

Grundvallarfærni

Að geta lýst tengslum milli hnita mismunandi punkta sem snúið er um upphafspunktinn (0, 0).

Auðveldari verkefni

Nemendur teikna strík í fyrsta fjórðung og hafa það samsíða y-ásnum. Þeir finna nú hnit endapunktanna með því að

- spegla um y-ásinn
- spegla um x-ásinn
- snúa 90° um upphafspunktinn
- snúa 90° um endapunktinn

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Snúningur með smjörpappír

- Notið rúðustrikað blað og teiknið hnitakerfi með öllum fjórðungunum fjórum.
- Teiknið samsetta mynd í fyrsta fjórðung hnitakerfisins.
- Reynið að snúa myndinni 90° um upphafspunktinn og finnið hnit hornpunktanna.
- Til að snúa stærri mynd og meira samsettri má nota smjörpappír eða annan gagnsæjan pappír.
- Leggið smjörpappír yfir myndina og teiknið hana á pappírinn.
- Notið blýant og haldið pappírnum kyrrum í punktinum sem þið ætlið

að snúa myndinni um (t.d. um upphafspunktinn (0,0)).

- Snúið pappírnum og teiknið nýju myndina eftir til dæmis 90° snúning, 180° snúning og 270° snúning.

Prófið einnig – að eigin vali – annan snúningspunkt en upphafspunktinn.

Kannið hvernig myndin lítur út ef snúningspunkturinn er fyrir innan útlínur myndarinnar.

Bættu þig!

Blaðsíða 138–139

Ábendingar

2.107

Mikilvægt er að fá fram að punkturinn hefur enga vídd. Þegar við reynum að teikna hann þá er þetta fyrirbæri í rauninni ekki lengur punktur. Hálflína er óendanlega löng en hefur enga breidd. Strikið hefur ákveðna lengd en enga breidd. Það sem við teiknum er líkan af punkti, hálflínu og striki.

2.108

Kennari spyr nemendur:

Hvað einkennir hornin á myndunum þremur? Hvernig er hægt að reikna út stærð þeirra?

(Á myndinni til vinstri eru oddpunktar hornanna ekki í miðju hringsins. Öll hornin eru rétt. Á myndinni í miðjunni eru hornin jafn stór og samtals 180° . Hvert horn er þá $180^\circ : 4 = 45^\circ$. Á myndinni til hægri eru hornin 20, sem eru eins, samtals 360° . Hvert horn er þá $360^\circ : 20 = 18^\circ$.)

2.109

Nemendur giska og setja fram tilgátu áður en þeir prófa sig áfram í rúmfræðiforritinu.

2.110

Kennari spyr nemendur:

Hver af hornunum eru jákvæð og hver neikvæð?

(Hornin a, d og f eru jákvæð; b, c og e eru neikvæð.)

Hvernig getur þú mælt hornin ef þú sérð ekki oddpunktana?

(Með því að lengja örvarnar þar til þær skerast.)

2.112

a og b Kennari spyr nemendur:

Hvað getið þið sagt um hve stór hornið a og 40° hornið eru samtals? (Pau eru 90° .)

c og d Kennari spyr nemendur:

Hvað getið þið sagt um hve stór hornin þrjú eru samtals? (Pau eru 180° .)

e og f Kennari spyr nemendur:

Hvað getið þið sagt um hve stór hornin fimm á hverri mynd eru samtals? (Pau eru 360° .)

2.113

Kennari spyr nemendur:

Má skipta hornunum, sem þið eigið að teikna, í horn sem þið vitið hvernig á að teikna?

(60° er auðvelt, $120^\circ = 60^\circ + 60^\circ$. $150^\circ = 90^\circ + 60^\circ$, $45^\circ = 90^\circ : 2$, 15° er fjórðungur af 60° , fyrst má finna 30° með því að helminga hornið og því næst 15° með því að helminga aftur.)

Ýmis verkefni við bls. 92–93

Ef – þá fullyrðingar

Verkefnið gengur út á að snúa fullyrðingunum við og segja til um hvort þær gilda áfram eftir viðsnúninginn. Kennari lætur nemendur fyrst fá tvö dæmi. Þar næst les hann fullyrðingarnar upp hverja á eftir annarri. Nemendur skrifa viðsnúnu fullyrðinguna niður og segja til um hvort hún er gild eða ógild. Í rökfræði er slíkur viðsnúningur fullyrðingar gjarnan kallaður umhverfa. Dæmi: 1: Ef dýr er hundur þá er það einnig spendýr.

Umhverfa: Ef dýr er spendýr þá er það einnig hundur. (Ógild)

Dæmi 2: Ef það er 17. júní þá er það þjóðhátíðardagur Íslands.

Umhverfa: Ef það er þjóðhátíðardagur Íslands þá er það 17. júní. (Gild)

Fullyrðing 1: Ef horn er rétt þá er það 90° .

Umhverfa: Ef horn er 90° þá er það rétt horn. (Gild)

Fullyrðing 2: Ef tvö horn eru topphorn þá eru þau jafn stór.

Umhverfa: Ef tvö horn eru jafn stór þá eru þau topphorn. (Ógild)

Fullyrðing 3: Ef þú ert með strik þá er það hluti af línu.

Umhverfa: Ef þú ert með hluta af línu þá ertu með strik. (Ógild – getur verið hálflína)

Fullyrðing 4: Ef tvö horn eru grannhorn þá er summa þeirra 180° .

Umhverfa: Ef summa tveggja horna er 180° þá eru þau grannhorn. (Ógild)

Fullyrðing 5: Ef horn er hvasst þá er það minna en 90° .

Umhverfa: Ef horn er minna en 90° þá er það hvasst. (Gild)

Fullyrðing 6: Ef $\angle u$ er lagshorn $\angle v$ þá eru þau samtals 90° .

Umhverfa: Ef $\angle u$ og $\angle v$ eru samtals 90° þá eru þau lagshorn. (Ógild)

**Ábendingar****2.115**

Nemendur rökræða um hvar trampólínið eigi að standa áður en þeir byrja að teikna. Áður hafa þeir séð að punktur á miðþverli er jafn langt frá tveimur punktum. Þar að auki á trampólínið að liggja við stíginn.

2.116

Nemendur hafa ekki lært Pýþagórasarregluna þannig að hér er ætlast til að þeir noti þá staðreynd að horn þríhyrningsins eru 30° , 60° og 90° .

2.117

Fyrst þurfa nemendur að átta sig á að hornið verður þeim mun stærra sem stíginn er nær veggnum. Kennari spyr nemendur:

Hvers konar þríhyrning mynda stíginn, veggurinn og stéttin?

(Horn þríhyrningsins eru 30° , 60° og 90° .)

2.119

Nemendur eiga að uppgötva að helmingalínur hornanna skerast í einum og sama punktinum.

**Ábendingar****2.121**

Kennari spyr nemendur:

Hvers konar flutninga ætlið þið að finna?

(Snúningssamhverfu, spegilsamhverfu og hliðrun.)

Kennari leggur áherslu á það við nemendur að í einu lógói geta verið fleiri en ein tegund flutninga.

2.125

Kennari gefur nemendum vísbendingu um að teikna myndir fyrst og finna hnit hornanna á eftir.

2.126

Í þessu verkefni eru mörg fyrirmæli. Kennari lætur tvo og tvo nemendur vinna saman og þeir hjálpa þá hvor öðrum að túlka textann.



Þjálfaðu hugann

Blaðsíða 144–145

Ábendingar

2.129

Kennari útskýrir fyrir nemendum að fjarlægðirnar tvær, sem eru mislangar á myndinni eru lengd hliðarinnar og lengd hornalínunnar í ferningnum.

Vísbending til að finna fleiri: Settu þrjú kerti hvert í sitt hornið á jafnhliða þríhyrningi. Finndu hvar fjórða kertið getur verið. Möguleikarnir eru fleiri en einn.

Gefa má nemendum þá vísbendingu að lausnirnar eru samtals sex talsins.

2.130

Nemendur geta notað hringfara eða rúmfræðiforrit. Fyrst munu þeir að líkindum koma húsi Önnu fyrir á línu sem tengir saman K (kirkju) og S (skóla) og á framlengingunni á þeirri línu. Þetta eru aðeins tveir af óendanlega mörgum möguleikum.

Kennari reynir að fá fram hjá nemendum að hús Önnu getur legið í skurðpunktinum milli hringa með miðju í K og S, annar hringurinn með tvöfalt stærri geisla en hinn.

2.131

Vísbending: Nemendur skipta myndunum í eins þríhyrninga.

Kafli 3 fjallar um ræðar tölur, það er að segja allar tölur sem skrifa má sem heilar tölur, almenn brot eða endanlegt tugabrot. Fjallað er um reiknireglur um slíkar tölur og hvernig hægt er að tákna þær á mismunandi vegu. Markmiðið er að nemendur geti „býtt“ milli mismunandi forma talna, þ.e.a.s. milli almennra brota, tugabrota og prósentu, auk þess sem þeir þurfa að geta reiknað af öryggi tölur sem skráðar eru á þessum mismunandi formum. Nemendur eiga að hafa þróað með sér skýra mynd af brotahugtakinu áður en þeir byrja að reikna með almennum brotum. Skilningur á tugabrotum og prósentum byggist á hugtakinu almenn brot. Í þessum kafla er lögð sérstök áhersla á tengsl milli almennra brota, tugabrota og prósentu.

Forþekking

- Að áætla hve hluti af mynd eða safni er stór
- Þáttun
- Sætiskerfið fyrir tugabrot
- Skilgreining á 1% sem einn hundraðshluta

Fagleg tengsl

Hugtakið almenn brot og brotareikningur munu seinna verða notuð í tölfræði, líkindareikningi og algebru. Tugabrot og prósent eru form sem eru mikið notuð í hinu daglega lífi en einnig í tölfræði og líkindareikningi.

Notkun í daglegu lífi

Í daglegu lífi rekumst við á almenn brot í eldhúsinu, í mataruppskriftum og í tengslum við mál og vog. Fleiri verkefni og dæmi um uppskriftir er að finna í þessum kafla. Tugabrotin eru notuð í tengslum við alls kyns mælingar og prósent í tengslum við kaup og sölu, vöxt og minnkun, vexti, tölfræði (t.d. skoðanakannanir vegna kosninga) og marga aðra atburði og aðstæður.

3

Almenn brot, tugabrot og prósent

Blaðsíða 146-147

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Mörg verkefni krefjast þess að nemendur lesi texta, túlki hann og sæki til hans mikilvægar upplýsingar. Þeir þjálfast í að lesa mataruppskriftir, verðlista og töflur. Kennari fær nemendum það verkefni að lesa og túlka verkefnin í sameiningu.

Munnleg færni

Mörg verkefni eru ætluð til samvinnu og samræðna nemenda í pörum, hópum eða allri bekkjardeildinni í heild. Á þetta er bent á hverri opnu. Verkefnin með fullyrðingum ungmenna (sjá t.d. bls. 157 í nemendabókinni) eiga að hvetja til faglegra rökræðna milli nemenda.

Stafræn færni

Ekki er mikil áhersla lögð á stafræna færni í þessum kafla. Notkun töflureiknis hentar vel í tengslum við prósentureikning. Um þetta verður fjallað í kafla 1 í *Skala 2A* nemendabók. Nemendur geta notað vasareikni í síðasta hluta kaflans sem hér er til umræðu.

Skrifleg færni

Sýnidæmin sýna hvernig nemendur geta skráð útreikningana. Það má gera á marga vegu og kennari þarf að sýna nokkra leiðir til þess arna. Skráningin þarf að vera skipuleg og innihalda nægan texta til að aðferðin verði skýr og skilmerkileg.

Reikningsfærni

Þróun reikningsfærni nemenda er aðalmarkmiðið með kaflanum. Markmiðið er að nemendur þrói með sér margar mismunandi reikningsaðferðir og geti sjálfir valið þær aðferðir sem henta við viðkomandi aðstæður.

Ábendingar

Stærðfræðiorð

Kennari les stærðfræðiorðin. Nemendur vinna saman tveir og tveir við að skrifa niður lýsingar á hugtökum sem þeir þekkja fyrir. Því næst er gott að ræða innihaldið með allri bekkjardeildinni og hlusta eftir hugsanlegum misskilningi hjá nemendum. Hann þarf að uppræta áður en nemendur hefjast handa við framhaldið.

Það getur gert mikið gagn að nemendur lesi og útskýri hver fyrir öðrum munnlega eða skriflega, hvernig þeir skilja stærðfræðiorðin í upphafi kaflans. Nemendurnir verða sér þá meðvitaðir um hvaða orð þeir þekkja ekki og hvaða orð eru þeim kunnugleg. Það getur hjálpað þeim að nálgast markmið kaflans. Kennari þarf að taka eftir hvaða orð margir geta útskýrt og merkingu hvaða orða nemendur geta ekki útskýrt.

Könnunarverkefni

Rannsóknarverkefni

Einhverjum nemendum kann að finnast textinn í inngangsverkefninu langur. Þeir þurfa að læra að skipta texta í minni hluta, horfa fram hjá atriðum sem skipta litlu máli fyrir lausn verkefnisins, aðgreina mikilvægar upplýsingar frá öðrum lítilvægari, skilja hvað spurt er um í verkefninu og finna út hvers konar stærðfræði þarf að nota. Í mörgum verkefnum kann nemendum að vera hjálp í því að teikna skissu eða líkan til að tákna verkefnið.

Skilningurinn á þessu verkefni felst í því að allt safnið er 1 heill. Þegar summa almennu brotanna, sem skipta skal, er minni en 1 verður afgangur. Tölurnar í verkefninu eru valdar með það í huga að nákvæm-

lega eitt jarðarber verði eftir ef berin, sem skipta skal, eru 60 talsins:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = \frac{30 + 15 + 10 + 4}{60} = \frac{59}{60}$$

Auðveldari verkefni

Nemendur nota 60 kubba eða pinna til að gera jarðarberin áþreifanleg.

Erfiðari verkefni

Nemendur finna fleiri brot, þrjú eða fjögur saman, sem eru þannig að summan er næstum því 1; síðan búa þeir til svipað verkefni handa bekkjarfélögum sínum.

Ýmis verkefni

Hugarkort

Kennari skrifar almenna brotið $\frac{1}{2}$ á töfluna. Nemendur skrifa það á miðju blaðs. Kennari spyr nemendur:

Hvað dettur ykkur í hug þegar þið sjáið $\frac{1}{2}$?

Nemendur skrifa niður atriðisorð, setningar, tákn, teikna myndir eða annað sem þeim dettur í hug. Fyrst vinna þeir hver fyrir sig, síðan í pörum eða þriggja manna hópum. Síðan eru niðurstöður dregnar saman með allri bekkjardeildinni og búið til sameiginlegt hugarkort. Þannig getur kennari dregið fram í dagsljósið fyrri reynslu nemenda og þekkingu á almennum brotum. Um getur verið að ræða stærðfræðileg tengsl, t.d. að $\frac{1}{2} = 0,5$, eða reynslu nemenda úr daglegu lífi eins og að skipta jafnt eða fá vöru á hálfvirði. Ímyndunarafl nemenda er frjórri en okkar! Hið erfiða verkefni kennarans er að tengja hugmyndir nemenda og þá stærðfræði sem við á hverju sinni.

Endurtaka má leikinn með öðrum brotum.

Búið til samsvarandi hugarkort fyrir 0,25 og 75%.

Faglegt innihald

- Almenn brot sem hluti af heild (mynd eða þvílíku) eða hluti af safni
- Almenn brot sem hlutfall

Almenn brot

Blaðsíða 148–149

Æfingahefti



3.1

Ábendingar

Með undirkaflanum *Almenn brot* eiga nemendur að þróa með sér breiðan skilning á brotahugtakinu og þeir eiga að ná valdi á því að reikna með almennum brotum. Almenn brot má nota til að lýsa margvíslegu samhengi:

- Hluta af heild: $\frac{1}{4}$ af köku.
- Hluta af safni: $\frac{1}{4}$ af nemendunum.
- Í mælingum: $\frac{1}{4}$ kg.
- Í deilingu: 1 : 4.
- Í hlutfalli: 1 hluti af safi og 3 hlutar af vatni
- Í líkindareikningi: Vinningslíkurnar eru $\frac{1}{4}$.
- Sem tala: Talan sem er mitt á milli 0 og $\frac{1}{2}$.

Pótt ekki verði fjallað um alla þessa notkunarmöguleika í kaflanum munu nemendur seinna hafa gagn af því að hafa hugsað um og rætt um brotahugtakið á fjölbreytilegan hátt.

Kennari fær nemendur til að hugsa um hvort þeir hafa þegar náð (þ.e. á barnastiginu) einhverjum námsmarkmiðunum. Nemendur búa til töflu eins og þessa í reikningshefti sín:

	++	+	–	–
Markmið 1				
Markmið 2				

Nemendur framkvæma fljótlega eigið mat áður en þeir hefjast handa. Síðan geta þeir tekið matið upp aftur þegar þeir eiga að meta eigin framfarir í lok kaflans.

Umræður um fagtextann á bls. 149

Kennari setur fram tvö dæmi þar sem upplýsingar nægja ekki til að átta sig á brotinu og tvö dæmi um setningar sem gefa nægar upplýsingar. Kennari og nemendur ræða um hvað aðgreinir þessar fullyrðingar.

Dæmi:

- a Ég vinn mér inn helmingi minna en faðir minn. (Við vitum ekki hvað faðirinn vinnur sér inn.)
- b Faðir minn vinnur sér inn 450 000 kr. á mánuði. Ég vinn mér bara inn helminginn af hans launum.

3.2

Finna allir nemendur fyrir sams konar erfiðleikum í verkefnunum fjórum? Ef nemendur ráða ekki við c- og d-lið getur kennari gefið þeim vísbendingu: Skiptið myndinni í hluta sem eru eins og litaði hlutinn.

3.3

Verkefnið getur verið grunnur að siðfræðilegri umræðu. Einnig má tengja það við markmið í öðrum fögum, til dæmis í samfélagsfræði (einkum við trúarbragðafræði, lífsleikni og siðfræði).

Grundvallarfærni

Nemendur lesa og ræða um markmið undirkaflans um almenn brot. Hvað kunna þeir frá fyrri tíð? Kennari lætur nemendur taka þátt í uppbyggilegum umræðum um hvernig þeir skilja markmiðin og hvetur þá til að setja sér eigin undirmarkmið.

Ritháttur almennra brota gerir það að verkum að ákveðinn hluti nemenda á í miklum erfiðleikum með að skilja hugtakið. Kennari þarf að athuga hvernig skilningi nemenda á rit-hættinum er háttað; hvað sýnir

teljarinn og hvað sýnir nefnarinn og hvað sýnir brotið? Mikilvægt er að fá nemendur til að orða skilning sinn með því að útskýra og teikna; þá kann misskilningur að koma í ljós og hægt er að þróa áfram hugtök sem enn eru ófullkomin í huga þeirra.



Auðveldari verkefni

3.3

Þetta verkefni má gera sýnilegt með því að hafa tiltæka peninga eða áþreifanleg hjálpargögn sem tákna peninga. Þá er auðveldara að finna brotin með því að skipta peningunum í bunka.

Teikning getur einnig hjálpað. Nemendur teikna mynd sem gerir þeim auðveldara að sjá hvernig leysa má verkefni.

Dæmi um myndir:

Erfiðari verkefni

3.3

Hve stóran hluta af heildarupphæðinni, sem stelpurnar áttu, gáfu þær til hjálparstarfs?

Lausn:

$$\frac{200 \cdot \frac{1}{4} + 500 \cdot 1}{200 + 500} = \frac{150}{700} = \frac{3}{14}$$

Ýmis verkefni

Sjá bls. 103 í þessari bók.

Faglegt innihald

- Brot sem hluti af heild
- Brot sem hluti af safni

Æfingahefti

3.42, 3.43, 3.44

3.21, 3.22

3.2, 3.3

Blaðsíða 150–151

Ábendingar

3.5

Kennari minnir nemendur á að þríhyrningar með jafn langar grunnlínur og jafn langar hæðir hafa sama flatarmál.

3.6

Kennari spyr nemendur: *Hvað er einn heill í myndinni þinni?*

3.7

Ræðið við nemendur um hvaða brot af klukkustund samsvara heilum mínútum. *Kennari spyr nemendur: Hvað köllum við venjulega $\frac{1}{4}$ klst.?* (Korter eða stundarfjórðung.)

Í fagtextanum á bls. 151 í nemendabókinni og sýnidæmi 1 er snúið frá því að líta á einn heilan sem sérstaka heild eins og t.d. epli, þríhyrning eða klukkustund og í staðinn er litið á einn heilan sem heilt safn. Í þessu sambandi er gott að skoða aftur 3.5d. Niðurstaðan verður sú sama hvort sem við lítum á bláu reitina sem brot af flatarmáli rétthyrningsins í heild eða sem brot af 24 litlum ferningum.

3.8

Sú reynsla og þekking, sem nemendur öðlast af þessu verkefni, mun koma þeim að notum þegar þeir eiga að reikna út líkur í 9. bekk.

Grundvallarfærni

Mikilvægt er að geta lesið og túlkað brot af heild eða af safni út frá teikningum og skýringarmyndum, t.d. klukku. Að flokka brot eftir stærð krefst þess að vita að t.d. brotið $\frac{1}{5}$ er minna en $\frac{1}{4}$ þótt 5 sé stærra en 4. Kennari kannar hvort nemendur séu haldnir þeim misskilningi að það brot sé stærra sem er með hærri tölu í nefnara.

Auðveldari verkefni

Kennari notar alla bekkjardeildina til að taka dæmi af. Hve stór hluti af nemendum deildarinnar er

- strákar?
- stelpur?
- síðhærðir nemendur?
- eiga kærasta eða kærustu?
- er strákar og eiga kærustu?
- er stelpur og eiga kærasta?
- spila á hljóðfæri?

Kennari finnur fleiri spurningar. Hann getur t.d. búið til „brotasögu um bekkjardeildina okkar“!

Erfiðari verkefni

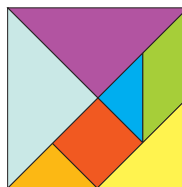
Verkefni 3.8 má víkka út með því að láta nemendur búa til svipuð verkefni fyrir bekkjarfélagana.

Ýmis verkefni

Tangram

Nemendur nota tangrapúsl eða klippa út bútana á verkefnablaði 1.3.2. Gott er að þeir vinni saman í pörum.

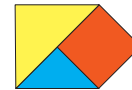
Hið þekktu, kínverska púslspil er búið til úr sjö bútum sem mynda fering.



Nemendur svara eftirfarandi spurningum:

- Berið saman bútana. Eru einhverjir þeirra jafn stórir? Er hægt að raða saman einhverjum bútum þannig að þeir verði eins og einhver hinna? Hve stórir eru bútarnir í samanburði hver við annan?*
- Hve stór hluti af púslspilinu í heild er hver af bútunum sjö?*

- Raðið saman þremur bútum og myndið fering. Hvað er ferningurinn stór hluti af púslspilinu í heild? Raðið saman fjórum bútum þannig að flatarmálið verði $\frac{1}{2}$ af púslspilinu í heild.*
- Búið til þríhyrning í stærðinni $\frac{1}{4}$. Hvaða búta þarf að nota?*
- Hvað er fimmmhyrningurinn stór hluti af púslspilinu í heild?*



- Notið bútana og búið til myndir. Teiknið útlínurnar af myndunum. Skiptist á myndum við sessunautinn. Finnið nú út hvaða búta sessunauturinn hefur notað og hve stór hluti myndin er af púslspilinu í heild.*
- Ef litli feringurinn er $\frac{1}{2}$ – hve stórir eru þá hinir bútarnir hver um sig og hve stór er allur feringurinn? Skráið svörin í almennum brotum.*

Fylla tangrapúslspilið

Þetta spil er fyrir 2–3 leikmenn. Hver þeirra þarf eitt tangramsett. Hópurinn þarf einnig spilaskífu fyrir tangramspil (verkefnablað 1.3.3).

Allir leikmenn leggja tangrambútana í sinn bunka. Þeir eiga til skiptis að taka bút eða búta úr sínum bunka en brotið, sem spilaskífan sýnir, segir til um hve stóran hluta af tangramsettinu hver má taka og þar með hve marga búta. Ef engir slíkir bútar eru eftir í bunkanum á næsti leikmaður leik. Sá vinnur sem er fyrstur að taka alla bútana til sín.

Faglegt innihald

- Óeiginleg brot og blandnar tölur

Æfingahefti

3.45

3.23, 3.24

3.4

Blaðsíða 152–153

Ábendingar

Í fagtextanum er brotahugtakið víkkað út þannig að það nái yfir almenn brot sem eru stærri en einn heill. Jafnframt eru kynnt til sögunnar hugtökin óeiginleg brot og blandnar tölur.

Grundvallarfærni

Nemendur þurfa að átta sig á tengslum blandinna talna og óeiginlegra brota og æfa sig í að breyta tölum úr öðrum rithættinum í hinn. Nemendur þurfa að geta lesið, skilið og notað báða rithættina. Gott er að nemendur æfi þá aðferð að búa til teikningar til að hjálpa sér til að túlka og skilja betur viðfangsefni sem þessi.

Auðveldari verkefni

Í sýnidæmi 2 er myndin gerð þannig að hægt er að telja hve margir fjórðu hlutarnir eru. Kennari biður nemendur að búa til myndir sem sýna mismunandi blandnar tölur og skrá þær síðan sem óeiginleg brot. Kennari hvetur nemendur til að nota mismunandi skýringarmyndir, t.d. hringi, rétthyrninga, strik o.s.frv.

3.10

Nemendur teikna myndirnar upp og draga strik til að skipta þeim þegar þeir eiga að búa til óeiginleg brot. Þá sjá þeir hve margir hlutarnir eru alls.

Erfiðari verkefni

Nemendur sitja saman tveir og tveir og finna út hvers vegna aðferðin

heil tala • nefnari + teljari
nefnari

gefur rétt svar þegar breyta á blandinni tölu í óeiginlegt brot.

Þar á eftir búa þeir sameiginlega til skriflega útskýringu með skýringarmynd. Hengja má upp skýringar

nemendanna og þeir lesa og bera saman útskýringar hvers annars. *Eru allar útskýringarnar réttar? Er auðveldara að skilja einhverjar þeirra frekar en aðrar?*

Ýmis verkefni

Brotaminnispil

Nota skal verkefnablað 1.3.4. Kennari prentar út og kennari eða nemendur klippa spjöldin í sundur. Gott er að líma þau á pappa þannig að spjöldin verði ekki gagnsæ.

Tveir og tveir leikmenn spila saman. Þeir stokka spjöldin vel og setja þau á hvolf á borðið. Leikmaður 1 snýr tveimur spilum við. Hafi þau sama gildi heldur leikmaðurinn slagnum og reynir aftur. Ef hann fær ekki slag í þetta skipti á leikmaður 2 leik.

Sá vinnur sem á fleiri slagi þegar engin spjöld eru eftir á borðinu.

Nemendur geta búið til minnispil. Þá vinna þeir út frá rúðuneti með 16 reitum. Þeir skrifa átta mismunandi blandnar tölur og átta samsvarandi óeiginleg brot. Síðan klippa þeir spjöldin út. Loks geta þeir skipst á spilum.

Afbrigði: Nota má 25 reiti. Á einu spjaldinu er almennt brot sem myndar ekki þar með neinu öðru spjaldi. Spilinu lýkur þegar það spjald er eitt eftir á borðinu.

Brotapör

Nota skal brotaspilaspjöld (verkefnablað 1.3.5) og finna jafngild brot. Í spjaldabunkanum eru bæði óeiginleg brot og blandnar tölur. Nemendur finna tvö spjöld sem hafa sama gildi.

Þrjú þyngdarstig eru í þessu spili fyrir mismunandi nemendahópa, þ.e. blá,

gul og græn spjöld. Bláu spjöldin eru auðveldust.

Einnig má ljósrita spjöldin þannig að óeiginlegu brotin séu öðrum megin á spjaldinu og blandnar tölur hinum megin Tveir nemendur vinna saman. Annar hefur bunkann, sýnir hinum nemandanum spjald og sá síðar-nefndi á að segja hvað stendur aftan á spjaldinu. Sá sem hefur spjöldin gengur úr skugga um að svarið sé rétt. Þannig er haldið áfram þar til bunkinn er uppurinn. Þá skipta nemendur um hlutverk. Best er að nemendur haldi áfram þar til þeir gera engar villur. Einnig má vinna þetta verkefni í fyrir fram ákveðinn tíma. Hvor nemandi reynir að slá eigið met eða ná betri tíma en hinn.

Faglegt innihald

- Bera saman almenn brot eftir stærð
- Að breyta blandinni tölu í óeiginlegt brot og öfugt



Blaðsíða 154–155

Ábendingar

Sumum nemendum finnst almenn brot erfið viðfangs og vilja gjarnan breyta þeim í tugabrot. Reikningur með almennum brotum er mikilvægur fyrir talnaskilning og frekari vinnu með algebru. Við teljum að takist að gera almenn brot áþreifanleg og nota þau í dæmum úr raunveruleikanum muni það gera nemendur öruggari gagnvart almennum brotum og brotareikningi.

3.13

Verkefnið þjálfar munnlega færni. Nemendur þurfa að rökræða saman faglega um viðfangsefnið.

Einnig má nota þetta verkefni með allri bekkjardeildinni. Þeir sem eru sammála um sannleiksgildi fullyrðingar færa sig yfir í ákveðið horn í kennslustofunni og þeir sem eru ósammála fara yfir í annað horn. Kennari les fullyrðingarnar, nemendur velja í hvort hornið þeir fara og þurfa að rökstyðja þá ákvörðun. Bekkjardeildin þarf síðan að verða sammála um hvað sé rétt áður en áfram er haldið.

3.14

Nemendur koma með tillögur að mismunandi lausnaleyðum. Auðveldara er að sjá hvort um jafn stór brot er að ræða eða ekki þegar bæði brotin eru annaðhvort óeiginleg brot eða blandnar tölur.

Grundvallarfærni

Nemendur eiga að útskýra og breyta – skriflega – óeiginlegu broti í blandna tölu. Í verkefni 3.13. útskýra nemendur munnlega hugsunarhátt sinn í tengslum við almenn brot. Þeim getur verið hjálp í því að teikna skýringarmyndir við fullyrðingarnar.

Auðveldari verkefni

Nemendur teikna myndir sem lýsa úrlausnarefninu. Þeir nota hring til að tákna 1 og hluta af hringnum til að tákna brot minna en einn heill.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Afbrigði með almennum brotum af spilinu „Beint í mark“ (sjá bls. 46 í nemendabók)

Búnaður: Sex teningar, helst í mismunandi litum.

Leikmenn velja blandna tölu sem keppimark, til dæmis $10\frac{1}{2}$.

Leikmenn kasta til skiptis öllum teningunum í einu. Leikmaður 1 notar allar tölurnar sex til að búa til tvær blandnar tölur. Summan á að vera eins nálægt keppimarkinu og hægt er. Sá sem er næstur markinu fær 2 stig.

Dæmi:

Upp kemur á teningunum 3, 3, 1, 2, 5, 2.

Dæmi:

$$5\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2} = 8 + \frac{4+3}{6} = 8 + \frac{7}{6} = 9\frac{1}{6}$$

Auðvitað má einnig skrifa dæmið á annan hátt:

$$5\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2} = \frac{17}{3} + \frac{7}{2} = \frac{34}{6} + \frac{21}{6} = \frac{55}{6} = 9\frac{1}{6}$$

Almenn brot úr daglegu lífi

Nemendur finna dæmi um notkun eiginlegra brota, óeiginlegra brota og blandinna talna í hversdagslífinu. Þeir taka myndir eða skrifa niður það sem þeir finna. Síðan skiptast nemendur á upplýsingum og myndum um þessi dæmi.

Faglegt innihald

- Að staðsetja almenn brot á talnalínu

Búnaður

- Reglustika

Blaðsíða 156–157

Æfingahefti



Ábendingar

Að staðsetja tölur á talnalínu felur í sér nýja aðferð við að lýsa brotum fyrir nemendum. Það er fyrst núna sem jafn stór eða jafn gild brot líta eins út vegna þess að þau eru á sama stað á talnalínunni. Eiginlegt brot lýsir einkum hluta af einum heilum, hér sem hluta af heilu striki milli 0 og 1, talið frá 0.

Brotið $\frac{1}{3}$ er á sama stað á talnalínunni og $\frac{2}{6}$.

Kennari spyr nemendur:

Hvernig merkjum við blandna tölu á talnalínuna? (Svar: Strikið milli hvaða talna sem er, sem koma hvor á eftir annarri, samsvarar einum heilum. Frá heilu tölunni er hægt að merkja brotið á sama hátt og frá 0. Þá verður niðurstaðan blandin tala.)

Það er algengur misskilningur að það geti verið „eyða“ í talnalínunni. Nemendur þurfa að skilja að alltaf eru óendanlega mörg brot milli tveggja brota sem eru ekki jafn gild.

Til viðbótar við ræðu tölurnar (tölur sem hægt er að skrifa sem almenn brot) eru einnig óendanlega margar óræðar tölur (tölur sem til dæmis er ekki hægt að skrifa sem almenn brot) á sérhverjum litlum búi á talnalínunni.

Gott er að nota fagtextann á bls. 156 í nemendabókinni. Nemendur lesa textann og finna tengslin milli hans og myndarinnar.

3.18

Verkefnið hentar vel til íhugunar og samræðna tveggja nemenda og í bekkjardeildinni. Nemendur þurfa að orða hugsun sína á nákvæman hátt og nota rétt stærðfræðiorð. Munnleg færni endurspeglast einmitt í því hvernig nemendur rökræða.

Grundvallarfærni

Mikilvægt er að nemendur geti lesið og fundið mismunandi kvarða á talnalínunum til að geta staðsett hin ýmsu brot. Í verkefni 3.18 eiga nemendur að setja fram eigin útskýringar til að rökstyðja munnlega hvaða fullyrðingu þeir eru sammála. Nemendur þurfa að ræða saman og rökstyðja eigin hugsanir og hlusta á rök og sjónarmið annarra. Þeir útskýra einnig hvers vegna hinar fullyrðingarnar hljóta að vera rangar.

Auðveldari verkefni

Talnalínuteygja

Nota má hvíta, breiða teygju (til dæmis hnappagatateygju) sem er nógu löng til að festa kringum borðplötu, svo og penna í mismunandi litum.

Nemendur merkja 0 og 1 með fjarlægð sem samsvarar u.p.b. breidd borðsins. Nemendur merkja $\frac{1}{2}$ með svörtum lit, $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$ með rauðu o.s.frv. Skrifa má fjórðu hluta með t.d. grænu og fimmtu hluta með bláu.

Teygjuna má nota til að gera það sýnilegt hvernig stækka má og minnka talnalínuna. Ef togað er í teygjuna eykst fjarlægðin milli 0 og 1 en brotin segja samt sem áður áfram til um hið rétta brot af fjarlægðinni.

Teygjuna má áfram nota sem hjálpartæki sem nemendur geta haft kringum borðið sitt.

Erfiðari verkefni

Nemendur finna og útskýra aðferð sem alltaf mun virka þegar þeir eiga að finna almennt brot milli tveggja annarra brota.

Tillaga að lausn: Nemendur gera brotin samnefnd með lengingu. Ef ekki er til heil tala milli

teljaranna tveggja þarf að lengja bæði brotin með $\frac{2}{2}$.

Dæmi:

Finnið almennt brot milli $\frac{6}{7}$ og $\frac{7}{8}$.

Lengið brotin þannig að samnefnari verði 56.

$$\frac{6 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{48}{56}, \quad \frac{7 \cdot 8}{7 \cdot 7} = \frac{49}{56}$$

Lengið bæði brotin með $\frac{2}{2}$:

$$\frac{48 \cdot 2}{56 \cdot 2} = \frac{96}{112}, \quad \frac{49 \cdot 2}{56 \cdot 2} = \frac{98}{112}$$

Við sjáum að brotið $\frac{97}{112}$ liggur milli $\frac{6}{7}$ og $\frac{7}{8}$.

Sérstök áskorun:

Finnið fjögur almenn brot milli $\frac{1}{6}$ og $\frac{1}{5}$.

(Svar: Nota má þá aðferð að lengja

brotin, til dæmis þannig: $\frac{1}{6} = \frac{100}{600}$

og $\frac{1}{5} = \frac{120}{600}$. Þá eru $\frac{101}{600}$, $\frac{102}{600}$, $\frac{103}{600}$

og $\frac{104}{600}$ dæmi um fjögur brot milli

$\frac{1}{6}$ og $\frac{1}{5}$.

Reyndar eru óendanlega margar aðrar lausnir.)

Margar aðrar aðferðir eru til. Kennari hlustar á hugmyndaáríkar tillögur nemenda og tekur afstöðu til þess með nemendum hvort aðferðin er rétt og hvort hún virkar alltaf.

Ýmis verkefni

Talnalínusnúra

Búnaður: Brotaspjöld fyrir talnalínuverkefni á verkefnablaði 1.3.6.

Kennari leggur 3–4 m langa snúru á gólfið og fær nemendum það verkefni að raða brotaspjöldunum á talnalínuna með hliðsjón af því að endar hennar tákni 0 og 1.

Faglegt innihald

- Jafngild almenn brot

Búnaður

- Ef til vill brotabútar, brotahringir eða brotarenningar (verkefnablað 1.3.8)
- Spilastokkar
- Brotaspjöld (verkefnablað 1.3.7)
- Ef til vill cuisenaire-kubbar

Blaðsíða 158–159

Æfingahefti

- 3.47
- 3.27, 3.28
- 3.7

Ábendingar

Nemendur eiga að þróa með sér skilning á því að gildi almenns brots má tákna með brotum sem líta út fyrir að vera ólík. Hér er um forvinnu að ræða til að geta lengt og stýtt brot en sumir nemendur munu kannast við það úr fyrra námi.

Myndirnar í fagtextanum sýna hvernig þrjú brot, sem eru ólík í útliti, sýna sama hluta af mynd. Þetta má einnig sýna með til dæmis brotabútum eða brotahringjum.

Kennari þarf að fylgjast með því hvort einhverjir nemendanna eigi í basli með að skilja að jafngild brot eru jafn stór, einkum þegar um er að ræða hluta af safni. Dæmi: Einn gulur bolti og 2 grænir boltar: $\frac{1}{3}$ af boltunum er gulur. – Tveir gulir og 4 grænir boltar: $\frac{2}{6}$ af boltunum eru gulir. Ekki er auðvelt að sjá að þessar tölur séu jafn stórar. Kennari biður nemendur að merkja þær á talnalínuna. Þá lenda þær á sama stað. Fyrst þá öðlast það merkingu að segja að brotin séu jafn stór. Gildi þeirra er hið sama vegna þess að þau eru á sama stað á talnalínunni.

3.22

Lenging og stytting hafa enn ekki verið tekin fyrir en nemendur, sem kunna aðferðir til að lengja og stytta úr fyrra námi, mega gjarnan nota þær. Annars er tilgangurinn sá að nemendur leysi verkefnin út frá því hvar tölurnar eru staðsettar á talnalínunni; einnig geta þeir teiknað líkan eins og það sem sýnt er í fagtextanum. Brotabútar eða brotahringir henta einnig vel sem hjálpartæki.

Grundvallarfærni

Nemendur munu öðlast grundvallarskilning á hugtakinu jafngild brot með því að lesa og skoða skýringarmyndir og tákna og framkvæma útreikninga. Með spilum má þjálfra talnaskilning á almennum brotum. Nemendur þjálfra færni, sem tengist stærð almennra brota og því að geta borið kennsl á jafngild brot, þannig að þeir geti unnið slík verkefni næstum án umhugsunar.

Auðveldari verkefni

Nota má brotarenninga (verkefnablað 1.3.8) til hliðsjónar, bæði til að vinna verkefni og í spilunum. Annan brotarenninginn má klippa í sundur í brotabúta.

Brotabútunum er dreift meðal nemenda. Þeir eiga að finna mismunandi brot sem tákna sömu stærð. Byrja má með renninginn $\frac{1}{3}$. Hvernig má búa til brot á annan hátt sem er jafn langt og $\frac{1}{3}$? Í hvert skipti má aðeins nota búta sem eru jafn langir. Með brotarenningunum geta nemendur fundið $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$ og $\frac{4}{12}$. Kennari leggur svipuð verkefni fyrir nemendur og gengur til dæmis út frá $\frac{1}{4}$ eða $\frac{2}{5}$.

Erfiðari verkefni

Finnið aðstæður í daglegu lífi sem sýna að jafngild brot má túlka á mismunandi vegu.

Ýmis verkefni

Jafngild brot með cuisenaire-kubbum

Nemendur vinna saman tveir eða þrír og nota eitt sett af cuisenaire-kubbum. Nemendur eiga að gera almenn brot sýnileg á mismunandi vegu. Hér eru dæmi um spurningar til nemenda:

- Hvað er hvítur kubbur stór hluti af rauðum kubbi?
- Hvaða aðrir kubbar sýna sama hlutfall? Í hvaða lit eru þeir?
- Sýndu almennu brotin $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{5}$ með eins stuttum kubbum og hægt er.
- Notaðu lengri kubba til að gera sömu hlutföll sýnileg. Finndu að minnsta kosti þrjú brot sem eru jafngild brotum sem nefnd eru hér á undan.

Ferna með jafngildum brotum

Nemendur búa til fjögur spjöld („fernu“) með jafngildum brotum. Nota þarf átta sett, þ.e.a.s. 32 spjöld alls. Nemendur finna sjálfir brot; einnig geta þeir notað þessi:

$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{18}{27}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{18}{30}$	$\frac{27}{45}$
$\frac{7}{9}$	$\frac{21}{27}$	$\frac{49}{63}$	$\frac{56}{72}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{10}{35}$	$\frac{14}{49}$	$\frac{18}{63}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{24}{32}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{12}{32}$	$\frac{24}{64}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{16}{32}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{15}{18}$	$\frac{30}{36}$	$\frac{45}{54}$

Þrír leikmenn spila saman. Þeir stokka spjöldin vel og spila veiðimann.

Faglegt innihald

- Að stytta og lengja brot

Búnaður

- Ef til vill cuisinaire-kubbar

Æfingahefti

3.48, 3.49, 3.50

3.29, 3.30, 3.31

3.8, 3.9

Blaðsíða 160–161

Ábendingar

Nemendur rifja hér upp að almennt brot heldur gildi sínu þótt það sé lengt eða stytt.

3.23

Athygli er hér vakin á að nemendur eiga að útskýra með hvaða tölu brotin eru lengd.

3.25

Kennari fylgist með hvort nemendur fullstytta brotin í einu skrefi eða hvort þeir stytta nokkrum sinnum í röð. Kennari þarf að ræða við bekkjardeildina um aðferðir í þessum efnum.

3.27

Hægt er að deila í allar tölurnar með 10. Kennari spyr nemendur: *Hvað er sameiginlegt með öllum tölunum í dæminu?*

Grundvallarfærni

Lestrarfærni/munnleg færni:
Nemendur lesa fagtextann og skoða skýringarmyndirnar gaumgæfilega. Síðan leggja þeir bókina frá sér og útskýra hver fyrir öðrum hverju fagtextinn og skýringarmyndirnar lýsa.

Nemendur lesa allan fagtextann og tengja saman skýringarmyndir og útreikning sem sýnir lengingu og styttingu almennra brota. Nemendur nota myndirnar til að útskýra munnlega hver fyrir öðrum lengingu og styttingu brota.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota margföldunartöfluna. Kennari þarf að útskýra fyrir nemendum að ef þeir finna bæði teljara og nefnara brots í sömu margföldunartöflu vita þeir að tölurnar hafa sameiginlegan þátt sem nota má til að stytta brotið með.

Erfiðari verkefni

Í verkefni 3.26 geta nemendur fundið „eiginleika“ tölunnar 24. *Hugsid ykkur að vatnsflöskurnar eigi að innihalda mismunandi bragðefni en þær eigi að vera jafn margar með hverju bragði. Einn möguleikinn er að helmingur kassans sé með sítrónubragði og hinn helmingurinn með appelsínubragði. Hvaða önnur brot má nota ef jafn margar flöskur eiga að vera af hverri tegund?*

Nemendur búa til verkefni sem samsvarar verkefni 3.27 en ganga út frá að 336 nemendur séu í skóla-búðunum. *Hve stór hluti getur verið af hverju þjóðerni til að hægt sé að stytta öll brotin?*

Tillaga að lausn: Lausnirnar eru fleiri en ein. Skiptingin 12 – 42 – 48 – 112 – 122 er ein þeirra.

Erfiðari verkefni

Að lengja brot með cuisinaire-kubbum

Takið fram brúnan kubb.

Lýsið fjólubláum kubb sem broti af þeim brúna.

Má skipta fjólubláa kubbnum út fyrir rauða kubba? Hvernig? Hvað eru rauðu kubbarir stór hluti af brúna kubbnum?

Má skipta rauðu kubbunum út fyrir hvíta kubba? Hvernig? Hvað eru hvítu kubbarir stór hluti af brúna kubbnum?

Nemendur lýsa hvað er líkt og hvað ólíkt með þessum þremur aðstæðum.

Nemendur gera samsvarandi æfingu en byrja á summu tveggja dökk-græna kubba. Síðan nota þeir bláa,

nokkra ljósgræna og nokkra hvíta til að búa til jafngild (jafn stór) brot.

Nemendur finna nokkur sett með þremur jafngildum brotum sem tákna má með cuisinaire-kubbunum.

Brotastyttingarspil

Spilið er fyrir 2–4 leikmenn.

Búnaður: Spjöld fyrir brota-styttingarspilið á verkefnablaði 1.3.9.

Spjöldunum er dreift á hvolf á borðið. Hver leikmaður dregur fjögur spjöld án þess að sýna þau hinum leikmönnum. Spilið gengur út á að safna þremur jafn stórum brotum, þ.e. þrennu. Sá sem á leik spyr einn hinna leikmannanna um ákveðið spjald. Eigi sá aðspurði spilið verður hann að láta það af hendi og hinn fyrrnefndi getur haldið áfram að spyrja. Ef hinn aðspurði á ekki spilið, sem spurt er um, segir hann: „Liggur á borðinu“. Þá dregur sá sem spyr spjald af borðinu og næsti leikmaður á leik. Leikmaður má aðeins spyrja um spil í þrennu ef hann á sjálfur að minnsta kosti eitt spil í þrennunni. Þegar leikmaður hefur fengið þrennu þurfa hinir leikmennirnir að samþykkja hana og sá fyrrnefndi heldur þrennunni sem slag. Ef leikmaður missir öll spilin sín áður en borðið er tómt dregur hann fjögur ný spil. Sá vinnur sem á flestar þrennur í lokin.

Faglegt innihald

- Samlagning og frádráttur almennra brota.

Æfingahefti



3.10

Blaðsíða 162–163

Ábendingar

Nemendur þurfa að sjá að þessar tvær reikniaðgerðir eru auðveldastar þegar almennu brotin eru samnefnd og jafnframt að lengja þarf brotin ef þau eru ósamnefnd. Réttthyningarnir gefa nemendum sjónrænan stuðning. Í fagtextanum á bls. 163 eru skýringarmyndirnar ferningslaga. Athygli skal vakin á ferningnum sem sýnir lengingu brotsins $\frac{1}{3}$ í $\frac{2}{6}$. Bláa svæðið er hið sama og á myndinni fyrir ofan en eftir að því hefur verið skipt munu nemendur sjá að litlu réttthyningarnir eru jafn stórir og litlu réttthyningarnir í myndinni við hliðina ef þeim er snúið 90° .

Grundvallarfærni

Æfa má grundvallarreikningsfærni með því að reikna með almennum samnefndum brotum; einnig þarf að þjálfra færni í að lengja ósamnefnd brot þannig að hægt sé að leggja saman og draga frá. Þetta má einnig þjálfra með því að tengja saman skýringarmyndir og skriflega milliútreikninga, sbr. myndir á efri hluta bls. 163 í nemendabókinni.

Auðveldari verkefni

Nemendur þurfa að fá mörg verkefni með samlagningu og frádrætti með samnefndum brotum. Gott er að nota brotahringi, kubba eða eitthvað þvúmlíkt. Einnig geta nemendur teiknað brotin sem hluta af hring eða ferningi.

Þegar nemendur hafa náð valdi á þessu má fá þeim verkefni þar sem annar nefnarinn er þáttur í hinum, til dæmis $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ og $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$. Nemendur halda áfram að teikna eða nota áþreifanleg hjálpartæki. Næsta skref er síðan að nota einföld brot eins og á bls. 163 í nemendabókinni.

Nemendur nota áþreifanleg hjálpartæki eða teikna sér til hjálpar.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Samlagning með almennum brotum

Sjá verkefnablað 1.3.10. Á verkefnablaðinu eiga nemendur að sjá hver af sex almennum brotum má leggja saman til að fá ákveðna summu. Verkefnablaðið hentar vel til æfinga fyrir nemendur sem þurfa sérstaklega á því að halda að efla skilning sinn á brotahugtakinu. Nemendur nota brotahringi eða brotarenninga ef þarf. Þeir eiga að finna það út að aðeins er um þrjár mögulegar „leiðir“ að ræða í hverju verkefni. Kennari og nemendur ræða saman um aðferðir til lausna. Síðan má biðja nemendur að búa til svipuð verkefni hver fyrir annan og kennari þarf að ganga úr skugga um að þau séu ótvíræð. Það reynir meira á nemendur ef þeim er falið að búa til svipuð verkefni með níu brotum og gæta þess að lausnin sé ótvíræð án þess að liggja í augum uppi.

Brotapíramídar

Sjá verkefnablað 1.3.11. Píramíðana á að fylla út þannig að í hverjum reit á að vera summan af þeim tveimur brotum sem eru undir reitnum.

Hvor er nær 1?

Spilið er fyrir 2 leikmenn.

Búnaður: Spil úr venjulegum spilastokki frá 1 (ás) til 10.

Í hverri umferð draga leikmenn fjögur spil hvor. Spilin á að leggja þannig að þau myndi tvö almenn brot. Leikmaðurinn á að finna summu brotanna. Sá leikmanni, sem býr til brot sem er nær 1, fær stigin í þeirri umferð.

Dæmi:

Leikmaður 1 dregur 3, 4, 5 og 9.

Hann leggur spilin sín þannig:

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{9} = \frac{47}{45}.$$

Leikmaður 2 dregur 2, 3, 6 og 10.

Hann leggur spilin sín þannig:

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{10} = \frac{13}{15}.$$

Til að sjá hvort brotið er nær 1 má lengja síðara brotið í $\frac{39}{45}$. Leikmaður 1 er því nær 1 og fær stig umferðarinnar. Eftir fimm umferðir er spilabunkinn tómur, stigin eru lögð saman og summan sýnir hvor er sigurvegarinn.

Víkka má spilið út með því að leyfa bæði margföldun og frádrátt.

Faglegt innihald

- Frumpáttun og minnsta sameiginlega margfeldi til að finna minnsta samnefnara

Æfingahefti

3.51, 3.52, 3.53,
3.54, 3.55

3.32

3.11, 3.12, 3.13

Blaðsíða 164–165

Ábendingar

Kennari og nemendur ræða saman um ýmis brot með tölunum 2, 6 og 9 í nefnara.

Er auðvelt að bera brotin saman? Hvernig? Er jafn auðvelt að bera saman brot þegar nefnararnir eru stórir eða þegar þeir eru ólíkir?

Kennari þarf að meta hvort nauðsynlegt sé að rifja upp frumpáttun en hún er til umfjöllunar í kafla 1.

3.32

Nefnararnir í brotunum samsvara þeim tölum sem nemendur hafa þegar fundið minnsta sameiginlega margfeldið fyrir í verkefni 3.31.

Sýnidæmi 8

Kennari ræðir við nemendur um að í þessu sýnidæmi sé næstum því ómögulegt að finna svar við spurningunni án þess að reikna. Brotin eru næstum jafn stór.

Grundvallarfærni

Hér eru æfðar skriflegar aðferðir til að geta borið saman brot á skilvirkan hátt.

Auðveldari verkefni

Nemendur fást í nokkurn tíma við almenn brot þar sem nefnarinn er eins stafs tala. Gott er að nota brotahringi til að gera það áþreifanlegt hvers vegna er nauðsynlegt að finna samnefnara og hvernig það má gera.

Nemendur nota brotahringi til að sýna til dæmis dæmið $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Þeir munu þá sjá að skipta má $\frac{1}{2}$ út fyrir tvo búta með gildinu $\frac{1}{4}$. Summan verður þá $\frac{3}{4}$.

Gott er að nota brotahringi og reikna t.d. dæmin $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ og $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$.

3.33

Nemendur, sem eiga erfitt með að lengja brot, geta notað brotarenningana sér til hjálpar.

Erfiðari verkefni

3.33

Nemendur finna aðrar aðferðir en að finna samnefnara til að segja til um hvaða merki eigi að nota. Dæmi: Hve mikið vantar upp á 1? Eða: Hvað er þetta brot miklu stærra en 1?

Ýmis verkefni

Bingó um minnsta sameiginlega margfeldið

Hver nemandi býr til sitt eigið bingóspjald með $5 \cdot 5$ reitum. Þar eiga nemendur að skrifa eftirfarandi tölur í tilviljanakenndri röð:

30 – 60 – 30 – 24 – 30 – 24 – 30 –
60 – 45 – 60 – 40 – 15 – 20 – 28 –
42 – 70 – 90 – 12 – 18 – 36 – 80 –
36 – 72 – 30 – 21

Kennari les upp einhverjar af þrennunum hér á eftir. Nemendur eiga að finna minnsta sameiginlega margfeldið fyrir þær og krossa yfir (eða leggja kubb á) viðkomandi tölu. (Sömu tölurnar koma fyrir oft en einu sinni þannig að nemendur geta ákveðið hvar þeir setja kubbin ef um fleiri en einn möguleika er að ræða.) Sá sem fyrstur fær fimm í röð (lárétt, lóðrétt eða á ská) hrópar: *Minnsta sameiginlega margfeldið!* Nemandinn verður að lesa tölurnar fimm sem hafa fært honum sigurinn og kennari gengur úr skugga um að þær séu réttar.

2–3–5, 3–4–5, 3–5–6,
2–4–6, 3–5–10, 3–4–8,

2–5–6, 2–4–15, 3–5–9,
10–15–20, 2–8–10, 3–5–15,
4–5–10, 2–7–14, 3–7–14,
5–7–10, 5–9–10, 4–6–12,
3–6–18, 2–9–12, 4–5–16,
4–6–18, 3–8–9, 2–5–15,
3–7–21

Faglegt innihald

- Samlagning og frádráttur með almennum brotum
- Slumpreikningur með almennum brotum

Búnaður

- Teningar

Blaðsíða 166–167

Æfingahefti



3.33, 3.34

3.14

Ábendingar

3.36

Ef nemendur biðja um að fá gefið upp hver upphæðin er bendir það til þess að þeir hafi alls ekki öðlast nægan skilning á brotahugtakinu.

3.39

Nemendur teikna hjálparmyndina upp. Þeir fylla í eyðurnar með brotunum og finna svarið án þess að reikna.

Ýmis verkefni, bls. 167

Í þessu verkefni geta nemendur æft sig í slumpreikningi með almennum brotum. Þeir reikna síðan af nákvæmni þegar þess er þörf. Nemendur mega ekki reikna fyrir en búið er að velja brotin.

Grundvallarfærni

Mikilvægt er að hafa yfir að ráða góðum aðferðum og tækni til að lesa og túlka orðadæmi þar sem reikna þarf með almennum brotum. Nemendur teikna skýringarmyndir til að bregða ljósi á úrlausnarefnin en slíkar myndir geta stutt við hugsanaferlið. Að geta lagt saman brot með slumpreikningi og tjáð það munnlega er mikilvægur eiginleiki til að geta fengist við almenn brot í daglegu lífi (til dæmis þegar nemendur eiga að stækka uppskriftir þar sem matvörurnar eru tilgreindar með mismunandi brotum).

Auðveldari verkefni

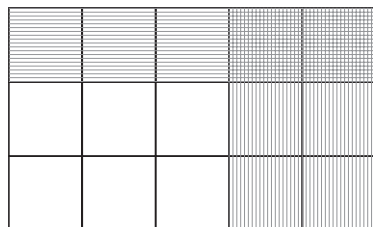
Nemendur geta teiknað eða notað brotahringi sem sýna samhengið í dæmum 3.35–3.39.

Verkefni 3.37 má leysa með því að ganga út frá því að launin hafi samtals verið t.d. 4000 kr.

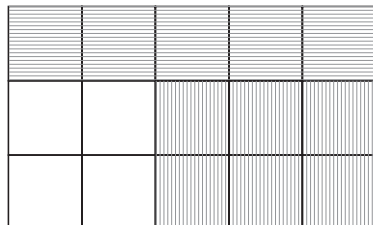
Að gera lengingu brota sýnilega með rétthyrningum í rúðuneti

Dæmi: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

Best er að byrja út frá nefnurunum og teikna rétthyrning sem er $3 \cdot 5$ reitir.



Við sjáum að $\frac{1}{3}$ reitanna má skyggja lárétt og $\frac{2}{5}$ lóðrétt. Þá hafa tveir reitir verið skyggðir tvisvar. Þess vegna þarf að skyggja þá aftur einu sinni á öðrum stað.



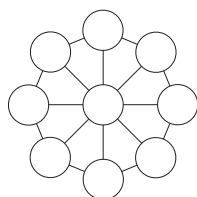
Lesið má af teikningunni að samnefnarinn er 15 og að summan er $\frac{11}{15}$.

Athugið: Þessi aðferð hentar ekki ef minnsti samnefnari er minni en margfeldi nefnaranna, til dæmis ef dæmið felur í sér þriðju hluta og sjöttu hluta.

Erfiðari verkefni

Brotaprautir

Prautalausnir á verkefnablaði 1.3.12.



Útskýring á þraut A: Safnið með níu tölum er gert þannig að ef tölunum er komið fyrir í stækkandi röð verður mismunurinn alltaf $\frac{3}{4}$ milli tveggja talna sem eru hlið við hlið. Með því að setja töluna 3 í miðjuna er hægt að raða hinum tölunum, tveimur og tveimur, beggja megin á hornalínunum.

Ýmis verkefni

Fyrstur að fá þrjá heila

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Brotahringir og brotateningar.

Nemendur teikna þrjá heila brotahringi í reikningsheftin sín og eiga að reyna að fylla alveg út í þá. Þeir kasta brotateningnum til skiptis, finna þann hluta af brotahringnum, sem brotið á teningnum segir til um, og setja hann í einn hringinn. Sá vinnur sem er á undan að fylla út í alla hringina og getur þar að auki sýnt með útreikningi að summa brotanna verður nákvæmlega 3.

Faglegt innihald

- Margföldun með almennum brotum

Æfingahefti



Blaðsíða 168–169

Ábendingar

Í *sýnidæmi 9* eru sýndar tvær mismunandi tillögur að lausn. Ekki er ætlast til að nemendur noti endurtekna samlagningu því hún er seinleg. Við viljum sýna með dæmi úr hversdagslífinu hvers vegna rétt er að margfalda teljarann en ekki nefnarann.

Kennari þarf að leggja áherslu á það við nemendur að þegar finna á „brot AF heilli tölu“ þá á að margfalda brotið með heilu tölunni.

Kennari og nemendur ræða um reikniregluna neðst á bls. 168 og textann í talblöðrunni efst á bls. 169. Þegar nemendur hafa áttað sig á að þetta er rökrétt er mikilvægt að fara fram á það við þá að þeir æfi reikniregluna. Jafnvel duglegir nemendur eru óvissir um þessa reglu í langan tíma eftir að þeir eru komnir í framhaldsskóla.

Flestir nemendur vita að röð þáttanna skiptir ekki máli, þ.e. að breyta má röð talnanna í margföldun. Sama svarið fæst hvor röðin sem er notuð. Við hversdagslegar aðstæður getur það komið fyrir að röðin skipti máli. Það er til dæmis ekki sama hvort langveggur húss eða styttri veggurinn snýr í suður þótt grunnflöturinn sé hinn sami. Í frjálsum íþróttum er $4 \cdot 100$ m boðhlaup algengt en boðhlaupið $100 \cdot 4$ m væri nokkuð skringilegt!

Í *sýnidæmi 10* er lausnatillaga 1 að mestu leyti rök fyrir lausnatillögu 2. Það er reikningsaðferðin í lausnatillögu 2 sem nemendur eiga að nota í framhaldinu.

Grundvallarfærni

Helstu atriði reiknings með almennum brotum, hér margföldun heilla talna með almennu broti.

Nemendur lesa *sýnidæmin* og skoða tillögurnar að skriflegum útreikningum í þessum tveimur ólíku lausnatillögum. Tengslin milli samlagningar og margföldunar brotanna í hinum tveimur ólíku lausnatillögum byggja upp skilning á reiknireglunni um margföldun heillar tölu og almenns brots.

Auðveldari verkefni

Nemendur teikna myndir og nota vasareikni í 3.41.

Erfiðari verkefni

Geta nemendur reiknað 3.41 í huganum? Kennari ræðir við nemendur um hugareikningsaðferðir til að leysa slík verkefni. Hvetja má þá til að reikna með slumpreikningi og tilgreina um það bil hvaða svars þeir vænta.

Í verkefni 3.42 er uppskrift sem er gott dæmi um þörfina fyrir að nota almenn brot. Nemendur geta sjálfir fundið uppskrift (eða nota vöflluuppskriftina hér á eftir). Nemendur helminga uppskriftina fyrst og því næst finna þeir þriðjunginn af uppskriftinni.

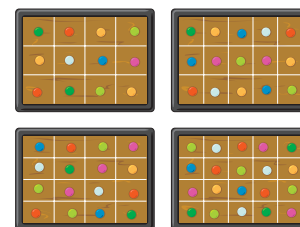
Vöfflur (15 stk.)

100 g smjör
5 stk. egg
2 dl sykur
3 dl matarrjómi
5 dl hveiti
5 dl mjólk
1 tsk. lyftiduft
 $\frac{1}{2}$ tsk. salt
 $\frac{1}{2}$ tsk. kardemommuduft

Ýmis verkefni

Skerar kökuna

Hluti 1 Fjórir hljóðfæraleikarar bökuðu hver sína skúffuköku til að selja á tónlistarmóti. Kökurnar eru jafn stórar í upphafi en hljóðfæraleikararnir skiptu kökunum á mismunandi hátt.



Hljóðfæraleikararnir vilja fá jafn miklar tekjur af öllum kökunum. Það þýðir að heildarverðið, sem af hverri köku fæst, á að vera hið sama.

Hve stór hluti af hverri köku er hver kökusneið? Hvað getur hver kökusneið kostað í hverju tilviki?

Tillaga að lausn:

Nefnararnir eru 12, 15, 16 og 20. Minnsta sameiginlega margfeldi þessara talna er $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 240$. Heil kaka er þá seld fyrir 240 kr. og kökusneiðarnar kosta 20, 16, 15 og 12 krónur stykkið.

Hluti 2 Nemendur teikna kökur sem er skipt þannig að kökusneiðarnar í einni og sömu kökunni séu misstórar. Nemendur gera tillögu um verð á einstökum sneiðum þannig að þeir sem kaupa köku fái jafn mikið fyrir peningana sína. (Ef kökusneið kostar til dæmis 50 kr. þá kostar tvöfalt stærri sneið 100 kr.)

Faglegt innihald

- Að margfalda saman heila tölu og blandna tölu
- Að margfalda saman tvö almenn brot

Blaðsíða 170–171

Ábendingar

Í sýnidæmi 11 kunna einhverjir nemendur að stinga upp á að hægt sé að margfalda tölurnar 1 og $\frac{1}{4}$ hvora fyrir sig með 3. Nemendur, sem hafa góðan talnaskilning, geta notfært sér slíka tillögu. Hún er rétt vegna þess að

$$1 \cdot \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$$

Pá er

$$3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 3 \cdot (1 + \frac{1}{4}) = 3 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{4} =$$

$$3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Kennari útskýrir fyrir nemendum að þegar maður segir „brot af broti“ þá finnst svarið með því að margfalda brotin saman. Myndin í sýnidæmi 12 sýnir það sem segir í textanum. Sá hluti, af öllu blómabeðinu sem er með gular rósir, er $\frac{2}{5}$ af $\frac{2}{3}$, þ.e.a.s.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

Fagtextinn fyrir neðan sýnidæmi 12 sýnir styttingu brotanna áður en reiknað er. Kennari þarf að ræða við nemendur um hvers vegna hentugt er að fara svona að. Dæmi um hugsanlegar spurningar til nemenda: *Hvernig verða tölurnar í svarinu ef þú stytstir brotin ekki áður en dæmið er reiknað?* (Svar: Teljari og nefnari verða stærri og þá er hægt að stytta svarið.)

Hvers vegna er gott að stytta áður en reiknað er út? (Svar: Það er auðveldara að reikna með lágum tölum.)

Nemendur, sem venja sig á að stytta áður en þeir reikna út, eru fljótari að reikna og gera síður villur.

Grundvallarfærni

Helstu atriði reiknings með almennum brotum, hér margföldun tveggja almennra brota.

Nemendur lesa sýnidæmin og nota skýringarmyndirnar til að skilja hvað brot af broti þýðir. Nemendur geta notað hina skriflegu útreikningsaðferð í sýnidæmunum til að skrá útreikninga og stytta.

Auðveldari verkefni

Kennari aðstoðar nemendur við að búa til hjálparteikningar sem auðvelda margföldun tveggja almennra brota.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Landvinningar

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Tveir teningar.

Leikmenn eru herforingjar sem reyna báðir að leggja undir sig land sem getur ekki varið sig.

Leikmaður A kastar teningunum. Almenna brotið, þar sem minni talan er teljari, segir til um hve stóran hluta af landinu hann leggur undir sig. Leikmaður B kastar teningunum á sama hátt en þeir segja til um hve stóran hluta af landsvæði A leikmaður B fær.

Leikmenn skrá jafnóðum hve mikið landsvæði hvor þeirra á og hve mikið land er enn ósgrað. Í næstu umferð byrjar leikmaður B á því að leggja undir sig hluta af landinu sem enn er ósgrað en leikmaður A leggur undir sig hluta af því landsvæði sem B

Æfingahefti

3.56

3.36, 3.37, 3.38

3.16, 3.17

hefur nýlega slegið eign sinni á. Staðan eftir hverja umferð er athuguð.

Dæmi („guli“ leikmaðurinn byrjar):

Umferð	A leggur undir sig	B leggur undir sig	A á	B á	Ósgrað land
0					1
1	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$+\frac{1}{9} = \frac{8}{45}$	$+\frac{1}{18} = \frac{29}{90}$	$\frac{1}{9}$

Athygli skal vakin á að eftir tvær umferðir eiga A og B samtals $\frac{45}{90} = \frac{1}{2}$ af landinu. Það passar við að $\frac{1}{2}$ er eftir.

Þannig er haldið áfram með nýjar umferðir þar til annar leikmaðurinn hefur lagt undir sig meira en $\frac{1}{2}$ af upphaflega landinu. Þá hefur sá sigrað.

Ef til vill má gera landið ápreiðanlegt með því að teikna hring og þá spila leikmenn um 360°. Þetta takmarkar fjölda umferða sem hægt er að spila án þess að fá brot af gráðum (og þá veldur hjálparteikningin frekar erfiðleikum en að auðvelda leikinn). En þetta er í lagi í dágóða stund vegna þess að margir nefnara eru þættir í 360.

Faglegt innihald

- Margföldum og deiling með almennum brotum

Æfingahefti



Blaðsíða 172–173

Ábendingar

3.49

Rétthyrningur í stærðinni $5 \cdot 4$ reitir hentar vel sem skýringarmynd með þessu verkefni. Nemendur skyggja reitina, sem tákna stelpurnar, því næst tvískyggja þeir stelpurnar sem eru í fimleikum.

3.49c

Kennari spyr nemendur:

Ef $\frac{1}{4}$ eru 3 nemendur – hve margir nemendur eru þá $\frac{4}{4}$?

(Svar: $4 \cdot 3 = 12$)

Ef $\frac{3}{5}$ eru 12 nemendur – hve margir nemendur eru þá $\frac{1}{5}$?

(Svar: $12 : 3 = 4$)

Ef $\frac{1}{5}$ eru 4 nemendur – hve margir nemendur eru þá $\frac{5}{5}$?

(Svar: $5 \cdot 4 = 20$)

3.49d

Vísbending til nemenda: Finnið fyrst hve margar stelpur eru í bekknum (þ.e. $\frac{3}{5}$ af nemendahópnum). Finnið síðan hve margir nemendur spila fótbolta.

Sýnidæmi 13 á bls. 173 og sýnidæmi 14 á bls. 174 heyra saman og rétt er að fara sameiginlega yfir þau. Með þessum sýnidæmum eiga nemendur að skilja hvers vegna reglan um „að margfalda með brotinu á hvolfi“ þegar deila á með broti, er rétt. Margir nemendur læra þessa reglu vélrænt en án skilnings. Slíkt velur oft villum, t.d. ef nemendur „hvolfa“ röngu broti eða þeir „hvolfa“ broti í margföldun.

Grundvallarfærni

Að nemendur hafi á valdi sínu góðar aðferðir og tækni til að lesa og túlka orðadæmi með brotareikningi. Nemendur gera skýringarmyndir til að sýna úrlausnarefnin en þær geta

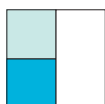
verið góður stuðningur við hugsanaferlið. Gott er að nota rétthyrninga í skýringarmyndir til að auðvelda skilning á verkefnunum.

Helstu atriði brotareiknings, hér heil tala sem deilt er í með almennum broti. Nemendur skoða gaumgæfilega skýringarmyndina með tvöföldu talnalínunni við sýnidæmi 13. Þessi leið til að spyrja og teikna til að skilja verkefni með almennum brotum skapar mörgum nemendum grundvallarskilning á deilingu með almennum brotum.

Auðveldari verkefni

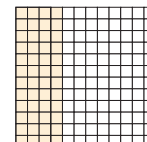
Kennari heldur áfram að gera margföldun tveggja almennra brota sýnilega með myndum af rétthyrningum. Nota má rúðunet og láta nemendur teikna rétthyrninga með því að ganga út frá nefnum brotanna sem hliðarlengdum. Síðan tákna nemendur annað brotið með því að skyggja reitina lárétt og hitt brotið með því að skyggja reitina lóðrétt. Síðan finna þeir brotið þar sem reitirnir eru tvískyggðir.

Kennari ræðir við nemendur: *Hvernig getum við fundið helminginn af $\frac{1}{2}$?* Það er næstum því hið sama og að deila með 2. En að deila með 2 er það sama og að margfalda með $\frac{1}{2}$! Þetta merkir að þegar við leysum margföldunardæmið $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ finnum við helminginn af $\frac{1}{2}$ og það er $\frac{1}{4}$. Við getum teiknað þetta þannig:



Allt bláa svæðið er $\frac{1}{2}$, og dökkbláa svæðið er $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Á sama hátt er til dæmis $\frac{3}{4}$ af $\frac{1}{3}$ sama og svarið í margföldunardæminu $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$. Þetta má sýna á mynd á sama hátt:



Nemendur búa til margföldunardæmi með almennum brotum og teikna skýringarmyndir til að sýna „brot af broti“.

Kennari fer á áþreifanlegan hátt – með dæmum úr daglegu lífi – yfir deilingu. Gott er að nota til dæmis glös í mismunandi stærðum sem ef til vill má fá lánuð hjá náttúrufræðikennara. Nemendur þurfa að uppgötva að því minni glös, sem mikið magn á að skiptast í, því fleiri glös þarf.

Aðrar svipaðar aðstæður úr daglegu lífi: *Pú átt að skipta 5 lítrum af málningu í fötur sem rúma $\frac{1}{2}$ lítra. Hve margar slíkar fötur þarftu?*

Pú átt að skipta snúru, sem er $2\frac{1}{2}$ m á lengd, í $\frac{1}{4}$ m búta. Hve marga búta færðu? Gott er að láta nemendur framkvæma þetta í raun.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hvor fær stærra brot í margföldun?

Spilið er fyrir 2 leikmenn.

Búnaður: Spilastokkur með spilunum 1 (ás) til 10 ásamt drottningunum (gildið 12). Nota skal spil úr tveimur spilastokkum.

Spilin eru stokkuð vel og sett í bunka á hvolf. Í hverri umferð draga báðir leikmenn fjögur spil. Með þeim búa þeir til tvö eiginleg brot sem margfalda á saman. Sá sem fær stærra margfeldi fær slaginn með öllum átta spilunum. Sá vinnur sem á fleiri slagi þegar bunkinn er tómur.

Faglegt innihald

- Deiling með almennum brotum

Æfingahefti

3.57, 3.58

3.40

3.19

Blaðsíða 174–175

Ábendingar

Fagtextinn styður við innihaldið í *sýnidæmum 13 og 14*.

Skýringarmyndirnar með tvöföldum talnalínunum sýna hve oft deilirinn gengur upp í deilistofninum. Að finna svarið við dæminu $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ samsvarar því að finna hve margir $\frac{1}{4}$ eru í $\frac{1}{2}$.

Grundvallarfærni

Helstu atriði brotareiknings, hér almennt brot deilt með almennu broti. Nemendur lesa og útskýra sýnidæmi 13 og 14 hver fyrir öðrum. Þessi tvö sýnidæmi sýna svart á hvítu hvernig deila má með einu broti í annað. Þau vísa veginn að hinni skilvirku reglu um að margfalda fyrra brotið með síðara brotinu „á hvolfi“. Vakin skal athygli á talblöðrunni þar sem bent er á að skrifa má heilar tölur sem brot með tölunni 1 í nefnara. Það getur nefnilega komið sér vel í ákveðnum dæmum að hafa tvö almenn brot í stað eins, t.d. að skrifa heilu töluna 4 sem $\frac{4}{1}$.

Kennari bendir nemendum á að nota tvöfalda talnalínu til að útskýra deilingu almennra brota. Rétt er að hvetja nemendur til að prófa þessa aðferð til að skilja deilingu með almennu broti.

Auðveldari verkefni

Í *sýnidæmi 14* og í fagtextanum þar á eftir á bls. 174 eru talblöðrur sem útskýra deilingu almennra brota með tvöföldum talnalínunum. Margir nemendur munu hafa mikið gagn af þeirri aðferð. Nemendur þurfa að æfa sig á að búa til svipaðar hjálparmyndir við deilingardæmin.

Erfiðari verkefni

Nemendur búa til orðadæmi sem passa við dæmin í 3.52 og 3.53.

Ýmis verkefni

Sýna afstöðu í verki 1

Þetta verkefni hentar fyrir 4–8 nemenda hópa.

Nemendur skrifa brotin $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$ og $\frac{1}{12}$ hver á sitt A4-blað.

Nemendur standa í hring og dreifa blöðunum á gólfið. Kennari les upp lýsingu og nemendur færa sig að því broti sem þeir telja að kennari sé að lýsa. Nemendur þurfa að rökstyðja hvers vegna þeir færðu sig að ákveðnu broti.

Lýsingar:

- *Þetta er minnsta brotið.*
- *Þetta er summa tveggja af hinum brotunum.*
- *Tvöfalt þetta brot er stærra en 1.*
- *Þetta er stærsta brotið.*
- *Þetta brot er hálfum minna en eitt hinna brotanna.*
- *Þetta brot er tvöfalt stærra en eitt hinna brotanna.*

Nemendur búa til samsvarandi verkefni með brotum sem þeir velja sjálfir og leggja fyrir bekkjarfélagana.

Sýna afstöðu í verki 2

Eins skal farið að og í *Sýna afstöðu í verki 1*. Nemendur skrifa dæmin hér á eftir – hver á sitt blað – með stóru lettri.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{8}, \frac{2}{3} : \frac{1}{6}, 2 : \frac{1}{4}, \frac{3}{5} : 3$$

Nemendur eiga að færa sig að réttu dæmi.

Lýsingar:

- *Svarið er minna en 1.*
- *Svarið er helmingurinn af svarinu við einu af hinum dæmunum.*
- *Svarið er deilanlegt með 3.*
- *Svarið er ferningstala.*

Nemendur búa til samsvarandi verkefni handa öðrum nemendahópi. Einn nemendanna í hópnum les upp lýsingarnar.

Faglegt innihald

- Deiling með almennum brotum

Æfingahefti

3.59

3.41

3.20

Blaðsíða 176–177

Ábendingar

Í *sýnidæmi 18* á að deila í blandna tölu með eiginlegu broti. Áður en deilt er breytum við blöndnu tölunni í óeiginlegt brot. Stundum verður deiling auðveldari með skýringarmyndum eða hugareikningi dæma úr daglegu lífi eins og dæmi 3.58 eða 3.56: Hver brúsi rúmar $2\frac{1}{2}$ l. Tveir brúsar taka þá 5 l. $25 : 5 = 5$. Þá fær hann $2 \cdot 5 = 10$ brúsa.

Grundvallarfærni

Nemendur þurfa að lesa þessi verkefni af nákvæmni, gjarnan með bekkjarfélaga, til að geta útskýrt úrlausnarefnin hverjir fyrir öðrum.

Nemendur teikna sínar eigin tvöföldu talnalínur til að skýra deilingu með almennum broti. Aðrar teikningar, til dæmis mjólkurglösin í *sýnidæmi 18*, geta verið til mikillar hjálpar.

Auðveldari verkefni

Frá 3.56 og áfram geta nemendur haft mikið gagn af því að útskýra úrlausnarefnið með teikningu eða tvöfaldri talnalínu.

Erfiðari verkefni

Nemendur búa til samsvarandi verkefni úr daglegu lífi. Þeir þurfa að finna svarið við verkefninu sínu áður en þeir skiptast á verkefnum við bekkjarfélaga.

Gott er að láta nemendur fást við þrautalausnir af ýmsum toga:

A. Tölur í reitum

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} =$$

Í hverri þraut á að nota tölustafina 2, 4, 6 og 8, einu sinni hverju. Búa á til

tvö brot þannig að summan verði eins stór og mögulegt er, eins lítil og hægt er, mismunurinn verði eins stór og eins lítill og hægt er, margfeldið eins stórt og eins lítið og hægt er, svo og kvótinn eins stór og eins lítill og hægt er (hugtakið kvóti merkir útkomu úr deilingardæmi).

B. Getur þú fundið

- tvö almenn brot þar sem margfeldið er minna en summan?
- tvö almenn brot þar sem kvótinn er minni en mismunurinn?
- þrjú almenn brot þar sem summan er minni en 1?
- tvö eiginleg brot sem eru þannig að bæði summan, mismunurinn, margfeldið og kvótinn séu tölur milli 0 og 1?
- tvö óeiginleg brot sem eru þannig að summan og margfeldið eru stærri en 1 og mismunurinn og kvótinn eru minni en 1?
- þrjú mismunandi stofnbrot þar sem summan er 1? (Athugið: stofnbrot er almennt brot þar sem teljarinn er 1 en nefnarinn heil tala önnur en 0).

Ýmis verkefni

Stærri mismunur

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Tveir brotateningar og tveir venjulegir teningar og er einn af hvorri tegund í sama lit, hitt parið í öðrum lit. Spilaskífa getur komið í staðinn fyrir brotateningana.



Leikmenn kasta til skiptis öllum teningunum fjórum. Venjulegi teningurinn, sem er í sama lit og annar brotateningurinn, segir til um teljara þess brots. Leikmenn búa

þannig til tvö brot og reikna út báða kvótana. Leikmaðurinn, sem fær stærri mismun milli kvótanna tveggja með því að draga minni kvótann frá þeim stærri, hreppir stig umferðarinnar. Sá vinnur sem er á undan að safna fimm stigum.

Faglegt innihald

- Kynning á tugabrotum

Búnaður

- Bréfaklemmur eða teningur með tölunum 0–9

Tugabrot

Blaðsíða 178–179

Æfingahefti

3.84, 3.85

3.73

3.60

Ábendingar

Tugabrot er kunnuglegt hugtak í huga nemenda og þeir hafa reynslu af þeim við alls kyns mælingar. Það þýðir ekki endilega að þeir hafi skilið sætiskerfið fyrir tugabrot eða tengsl tugabrota og almennra brota. Í þessum undirkafla er lögð áhersla á að nemendur skilji tugabrot.

3.63

Þetta verkefni er hugsað sem samræður í allri bekkjardeildinni. Líklega vísa nemendur helst til alls kyns mælinga.

Viðeigandi spurningar út frá fagtextanum:

Hvert er gildi fimmta aukastafsins í tölunni 0,2356? (Svar: 0)

Hvaða áhrif hefur það á gildi þessarar tölu ef við setjum tölustafinn 0 í sæti fimmta aukastafsins? (Svar: Gildið breytist ekkert.)

Hvaða tala er 3 þúsundustu hlutum minni en talan 0,2356? (Svar: 0,2326)

Hvaða tala er 5 hundraðshlutum minni en talan? (Svar: 0,1856)

Hver kemst næst 1,5?

Spilið hentar vel sem verkefni fyrir alla bekkjardeildina. Gott er að spila einu sinni eða tvisvar áður en aðferðir eru teknar til umræðu. Notuðu sigurvegararnir einhverjar sérstakar aðferðir?

Kennari spyr nemendur:

Hvaða meðaltalsgildi þurfa tugabrotin að hafa til að summan verði sem næst 1? (Svar: 0,333)

Þetta getur gefið nemendum hugmynd um góða aðferð.

Eftir að nemendur hafa rætt í allri bekkjardeildinni um árangursríkar aðferðir er spilið endurtekið. Komast nú fleiri nær markinu? Spilaskífu með tölunum 0–9 má fá á verkefnablaði 1.3.13

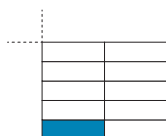
Grundvallarfærni

Nemendur lesa og rökræða um markmiðin fyrir undirkaflann um tugabrot. Hvað kunna nemendur fyrir? Nemendur ræða saman um hvernig þeir skilja markmiðin (slíkar samræður má kalla námssamræður) og setja sér gjarnan þrepamarkmið. Síðan snúa þeir sér beint að fyrsta verkefninu sem er munnlegt samræðuverkefni þar sem þeir eiga að tengja tugabrot við eigin upplifun í hversdagslífinu. Kennari biður nemendur að útskýra muninn á tölu og tölustaf.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota talnalínu eða rúðunet til að búa til skýringarmynd af tugabrotunum.

Í rúðuneti: Látið fering í stærðinni $10 \cdot 10$ tákna gildið 1. Tíundu hlutar og hundraðshlutar eru þá táknaðir með heilum dálkum eða reitum. Hverjum reit er aftur skipt í 10 hluta til að tákna þúsundustu hluta.



Nemendur fá það verkefni að tákna í slíku rúðuneti tölur eins og til dæmis 0,7, 0,07, 0,72, 0,072 og 0,727.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Finna töluna

Þetta er spil fyrir tvo leikmenn.

Leikmaður 1 skráir hjá sér tölu milli 0 og 2 sem inniheldur mest þrjá aukastafi. Leikmaður 2 á að reyna að finna töluna með eins fáum spurningum og hann getur – þó ekki fleiri en 20. Í hvert sinn sem leikmaður 2 stingur upp á tölu segir leikmaður 1 til um hvort tilgátan sé rétt, hvort hún eigi að vera stærri eða minni.

Til að hægt sé að fylgjast með framvindu leiksins skráir leikmaður 1 það sem leikmaður 2 spyr um og hvaða svör sá fyrrnefndi gefur.

Síðan skipta leikmenn um hlutverk. Þeir ræða saman um aðferðir í spilin. Er nauðsynlegt að nota allar 20 spurningarnar? Hvað er mesti fjöldi spurninga sem nauðsynlegt er að spyrja án tillits til þess hvaða tölu leikmaðurinn valdi?

Tillaga að lausn: Ef aukastafirnir eru 3 er um 2000 mismunandi tölur að ræða. Ef maður notar þá aðferð að helminga talnasafnið með hverri spurningu ætti maður að hafa í höndunum einn möguleika á svari eftir 12 umferðir.

$2000 - 1000 - 500 - 250 - 125 - 63 - 32 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1$

Faglegt innihald

- Sætisgildi tölustafa í tugabrotum
- Tugabrot á talnalínunni
- Neikvæð tugabrot

Búnaður

Reglustika

Blaðsíða 180–181

Æfingahefti

3.86, 3.87

3.74, 3.75, 3.76

3.61, 3.62

Ábendingar

3.65 og 3.66

Í þessum verkefnum eiga nemendur bæði að nefna gildi tölustafanna upphátt og skrá þau.

3.67–3.69

Ekki er rétt að leggja alltof mikla áherslu á nákvæmnina í þessum verkefnum. Það nægir að tölurnar séu staðsettar milli réttra tíundu hluta.

Grundvallarfærni

Til að geta staðsett tugabrot hvert með hliðsjón af öðru og að geta reiknað með tugabrotum er nauðsynlegt að geta lesið tugabrot og vita hvert gildi hinir mismunandi tölustafir tugabrotsins hafa. Til að nemendur skilji sætiskerfið, sem byggt er upp með tugveldum, eru í *sýnidæmum 19 og 21*, tíundu hlutar og hundraðshlutar útskýrðir bæði með almennum brotum og tugabrotum. Tengslin milli almennra brota og tugabrota eru hér meginatriði.

Auðveldari verkefni

Kennari dreifir tilbúnum talnalínunum til nemenda og biður þá að merkja tugabrotin á rétta staði.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Talnamynstur

Til að þjálfra yfirfærsluna frá tíundu hlutum til heilla talna og frá hundraðshlutum til tíundu hluta má fá nemendum í hendur nokkur talnamynstur þar sem þeir eiga að skrá þrjár næstu tölur.

Dæmi:

- 0,2 – 0,5 – 0,8 –
- 2,17 – 2,12 – 2,07 –
- 0,11 – 0,104 – 0,098 –

Nemendur búa til samsvarandi verkefni fyrir bekkjarfélagana.

Raða tugabrotum

Sex nemendur standa hlið við hlið og fá í hendur sex tugabrot á miðum.

1. skref: Nemendur mynda þrjú pör.

2. skref: Hvert par ber tugabrotin sín saman innbyrðis. Sá sem er með lægra tugabrot tekur eitt skref áfram til vinstri og hinn tekur einnig eitt skref áfram til hægri.

3. skref: Þeir sem nú eru yst til hægri og vinstri taka eitt skref áfram – án þess að bera sig saman við annan – en þeir fjórir, sem nú eru eftir í miðjunni, bera saman brotin sín, tveir og tveir (pörin tvö eru nú breytt) og stíga eitt skref áfram á sama hátt og áður.

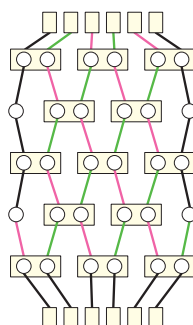
4. skref: Nú eru pörin aftur orðin þrjú og þau bera sig saman eins og áður þannig að sá aðili í parinu, sem er með lægra tugabrot, stígur fram til vinstri en hinn til hægri.

5. skref: Tveir þeir ystu stíga eitt skref áfram án samanburðar en pörin tvö í miðjunni bera sig saman og stíga einnig eitt skref áfram, sá með lægri töluna auðvitað til vinstri.

6. skref: Pörin þrjú bera sig saman og stíga eitt skref áfram samkvæmt fyrri reglu.

Nú eiga allir nemendurnir að raðast í rétta röð eftir tugabrotunum, sjá myndina hér á eftir þar sem græna leiðin sýnir hærri tugabrotin og sú bleika þau lægri.

Fullraðað



Byrja

Staðsetja tugabrot á talnalínu

Búnaður: Verkefnablað 1.3.14.

Kennari leggur um það bil 3–4 m langa snúru á jörðina eða tveir nemendur halda hvor í sinn enda á vel strekktri snúru. Snúran táknar talnalínuna. Annar endi hennar er merktur sem 0 og hinn endinn sem 1. Nemendur fá úthlutað tugabrotum með gildum frá 0 til 1. Þeir eiga að staðsetja tölurnar á rétta staði á snúrunni með hliðsjón hver af öðrum, annaðhvort með þvottaklemmum eða með því að leggja tugabrotaspjöldin undir snúruna á rétta staði. Bláu spjöldin eru auðveldari en þau grænu.

Satt eða ósatt

Kennari les fullyrðingarnar hér á eftir upp. Telji nemendur að fullyrðingin sé sönn rísa þeir á fætur. Ef þeir telja að hún sé ósönn sitja þeir kyrrir.

- Einn tíundi hluti er hið sama og 0,1. (S)
- Einn tíundi hluti er hið sama og 0,10 (lesist: núll komma einn núll). (S)
- Hálfur er hið sama og 1,2. (Ó)
- Einn hundraðshluti er hið sama og 0,100 (lesist: núll komma einn núll núll). (Ó)
- Einn fimmti hluti er hið sama og 0,5. (Ó)
- Hálfur er hið sama og 0,5. (S)
- Einn hundraðasti er hið sama og 0,01. (S)

Kennari býr til fleiri fullyrðingar eða lætur nemanda koma upp að töflu og búa til fullyrðingu.

Faglegt innihald

- Að breyta almennu broti í tugabrot – og öfugt

Æfingahefti



3.77

3.63

Blaðsíða 182–183

Ábendingar

Vinna við að nemendur skilji sætisgildi tölustafanna í tugabrotum heldur áfram. Á þessu stigi eru almenn brot ætíð skráð sem tíundu hlutar, hundraðshlutar o.s.frv. áður en þau eru stytt. Ástæða þess er að nemendur séu þannig stöðugt minntir á gildi tölustafanna í tugabrotum. Smám saman munu þeir læra rithátt nokkurra tugabrota sem almenn brot. Þeir þurfa að þekkja 0,2 og 0,25, svo og 0,5 og 0,75, sem almennu brotin $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ og $\frac{3}{4}$ – og öfugt – án þess að þurfa að reikna.

3.70

Kennari spyr nemendur: *Hvernig getum við séð á tugabrotinu hvort við fáum eiginlegt eða óeiginlegt brot?* (Tugabrot sem er milli 0 og 1, þ.e. byrjar á 0, ..., samsvarar eiginlegu broti.)

Sýnidæmi 23

Kennari ræðir við nemendur um að tugabroti, sem felur í sér heila tölu, má einnig breyta í óeiginlegt brot. Tugabrotið 1,25 er jafnt og $\frac{125}{100}$. Þetta almenna brot má stytt í $\frac{5}{4}$. Þannig má fara með allar slíkar tölur. Kennari fær nemendum verkefni eins og: Skrifið 2,5 og 3,75 sem óeiginleg brot og styttið þau eins og hægt er. (Svör til dæmis: $2,5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$ og $3,75 = \frac{375}{100} = \frac{15}{4}$).

Grundvallarfærni

Mikilvægt er að geta lesið, borið kennsl á og notað mismunandi form sömu tölu, til dæmis á formi almenns brots og tugabrots, að geta breytt almennu broti í tugabrot – og öfugt. Nemendur þurfa að læra um og þekkja tengslin milli algengustu almennu brotanna og samsvarandi tugabrota.

Auðveldari verkefni

Nemendur nota talnalínu til að leysa dæmin. Til dæmis er gott að nota töflureglustiku.

Erfiðari verkefni

Hvers vegna er $0,9999999... \approx 1$?

Gott er að fá nemendum það verkefni að svara þessari spurningu.

Tvær tillögur að útskýringu:

- $\frac{1}{3} = 0,3333333 \dots$
 $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$
 $3 \cdot 0,3333333 \dots = 0,9999999 \dots$

- Látum $x = 0,9999999 \dots$
Þá er $10x = 9,9999999 \dots$
Ög $10x - x = 9$
Eða $9x = 9$
Þá er $x = 1$.

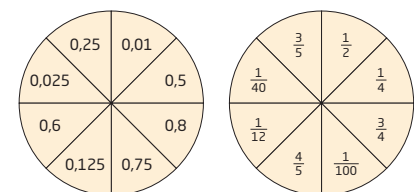
Hugmyndina í síðari sönnuninni má nota við öll tugabrot með endurteknum tölustöfum, þ.e. lotubundin tugabrot. Nemendur geta prófað með $0,123123123123 \dots$. Þá þarf að margfalda með 1000.
Tugabrotið samsvarar því almenna brotinu $\frac{123}{999}$, þ.e.:
 $1000x = 123,123123 \dots$
 $1000x - 123$
 $999x = 123$
 $x = \frac{123}{999}$

Ýmis verkefni

Spilaskífuþríð

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Nota skal spilaskífur (verkefnablað 1.3.15) og bréfastemmur.



Leikmaður 1 snýr bréfastemmu á tugabrotaskífunni og leikmaður 2 á skífunni með almennu brotunum. Sá sem fær stærri tölu fær eitt stig. Ef brotin eru jafn stór halda leikmenn spilinu áfram, stigið er geymt og fengið þeim sem sigrar í næstu umferð. Ef sama tala kemur upp í fleiri umferðum safnast stigin upp. Sá vinnur sem er á undan að fá tíu stig.

Faglegt innihald

- Að breyta almennu broti í tugabrot.

Æfingahefti

3.88, 3.89

3.78, 3.79

3.64, 3.65, 3.66

Blaðsíða 184–185

Ábendingar

Á bls. 183–185 eru kynntar þrjár mismunandi aðferðir við að breyta almennu broti í tugabrot. Tilgangurinn er að vísa nemendum á mismunandi lausnaleyðir og þjálfá þá í að velja skynsamur aðferðir með því að skoða nefnarana. Aðferðin í sýnidæmi 26 mun alltaf takast en hún er seinleg í samanburði við það ef almenna brotið er þegar með tugveldi (þ.e. veldi af 10) í nefnara eða auðvelt er að lengja það í tugveldi.

Grundvallarfærni

Að geta breytt almennu broti í tugabrot er meginatriði. Nemendur lesa hinar þrjár mismunandi aðferðir í sýnidæmi 24, 25 og 26. Þeir útskýra einhverja þessara aðferða skriflega og munnlega fyrir bekkjarfélagi.

Auðveldari verkefni

Kennari segir nemendum að í þessum verkefnum séu tölurnar valdar þannig að auðvelt sé að breyta þeim í tíundu hluta eða hundraðshluta. Stundum þarf að lengja brotin og stundum þarf að stytta þau. Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir. Þeir skoða brotin og rökræða um hvort nota eigi styttingu eða lengingu. Með hvaða tölu á þá að lengja eða stytta? Vekja má athygli nemenda á 3.74d. Það getur verið freistandi að stytta með 2 en þar sem talan 3 er í teljara gengur það ekki. (Við getum ekki skrifað $\frac{1,5}{10}$). Því þarf að lengja brotið með því að margfalda teljara og nefnara með 5.

3.77

Nemendur nota vasareikni til að deila.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Almennt brot – Tugabrot

Búnaður: Verkefnablað 1.3.16.

Nemendur fá þjálfun í algengustu brotunum með því að nota spjöld með almennu broti og samsvarandi tugabroti. Þannig má nota spjöldin:

- 1 Nemendur spila saman tveir og tveir með því að draga spjald með almennu broti og finna samsvarandi tugabrot. Geti þeir það fá þeir spjaldið en geti þeir það ekki er spjaldið lagt neðst í bunkann. Sá vinnur sem á fleiri spjöld í lokin.
- 2 Nemendur nota spjöldin til að raða þeim frá því minnsta til þess stærsta; einnig geta þeir æft sig í að tengja saman almennt brot og samsvarandi tugabrot. Þá má breyta ýmist frá tugabroti í almennt brot og öfugt.
- 3 Spjöldin eru klippt í sundur og þeim dreift á hvolf á borðið. Síðan draga nemendur spjöld og reyna að finna pör með jafngildum brotum.

Hver kemst næst?

Nemendur vinna saman í pörum. Kennari skrifar almennt brot á töfluna. Nemendur eiga að skrifa tugabrotið sem þeir telja að sé jafngilt almenna brotinu. Sá sem kemst næst því fær 1 stig. Ef tugabrot beggja er jafn nálægt hinu rétta fá báðir 1 stig. Rétt tugabrot gefur 2 stig.

Þetta verkefni hentar vel til námsaðgreiningar en þá fá nemendapörin mismunandi almenn brot. Nemendur geta gengið úr skugga um hvor er nær hinu rétta með því að nota vasareikni.

Tilgangurinn með þessu verkefni er að nemendur geti fundið um það bil hvaða tugabrot er jafn stórt almennu broti. Þetta er gert með slumpreikningi.

Auðveld almenn brot:

$$\frac{2}{9}, \frac{5}{16}, \frac{18}{20}, \frac{3}{7}, \frac{8}{20}$$

Erfiðari almenn brot:

$$\frac{2}{18}, \frac{15}{16}, \frac{18}{25}, \frac{3}{17}, \frac{7}{18}$$



3.80



3.67, 3.68



Blaðsíða 186–187

Ábendingar

3.83

Nemendur breyta fyrst almennu brotunum í tugabrot og námunda síðan þannig að tugabrotið hafi þrjá aukastafi. Í a-lið þarf reyndar ekki að námunda þar sem í svarinu eru þrír aukastafir. Benda má nemendum á að hér þarf ekki að breyta blandinni tölu í óeiginlegt brot áður en brotinu er breytt þar sem heila tala almenna brotsins verður heiltöluhluti tugabrotsins ($5\frac{2}{3} = 5,666666... \approx 5,667$)

3.84

Í þessu tilviki verður svarið í a- og b-lið hið sama. Kennari ræðir við nemendur um hvor aðferðin þeim finnst betri. Eru til dæmi um að aðeins sé hægt að mæla með annarri aðferðinni? Að venja sig á að halda almennu brotunum eins lengi og hægt er í reikningi dregur úr hættunni á villum í námunduninni. Vandamál getur komið upp þegar margfalda þarf stórar tölur. Dæmi: Kassi vegur $\frac{1}{3}$ kg og flutningabíll tekur 10 tonn ($10\,000 : \frac{1}{3} = 30\,000$ kassar). Ef talan $\frac{1}{3}$ er námunduð að 0,33 áður en fjöldi kassa, sem flutningabíllinn tekur, er reiknaður verða kassarnir fljótlega meira en 300 of margir ($10\,000 : 0,33 = 30303,03 ...$).

3.86

Kynna má fyrir nemendum hugtökin endanleg og lotubundin tugabrot en um þau verður fjallað í 9. bekk.

Grundvallarfærni

Að lesa tugabrot og námunda þau með því að styðjast við gildi næsta tölustafs. Hér þjálfast nemendur í að bera saman mismunandi form talna, þ.e. tugabrot og almenn brot.

Auðveldari verkefni

Meiri námundun

Á verkefnablaði 1.3.17 fá nemendur meiri þjálfun í að námunda að tugum, heilu tölunni, tíundu hlutum og hundradshlutum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Pappírskúslusliti

Þetta verkefni er fyrir 3–4 nemendur. Þeir athuga hugtökin „villa við námundun“ og „uppsöfnuð villa við námundun“.

Búnaður: Samanvöðluð pappírskúla (um það bil 2–3 cm í þvermál) og töflureglustika eða málband.

Nemendur safna upplýsingum með því að gefa pappírskúlunni selbita þvert yfir gólfið og mæla hve langt hún fer. Hver nemandi þeytir kúlunni fimm sinnum. Þeir skrifa niðurstöðurnar í metrum, námunda svarið að tugabroti með einum aukastaf og að tugabroti með tveimur aukastöfum. Síðan er summa vegalengda hvers nemanda fundin.

Hve háar urðu námundunarvillurnar í hverri umferð?

Hve há varð uppsöfnuð villa hvers nemanda?

Hefur hin uppsafnaða villa einhverja þýðingu fyrir hver sigurvegarinn verður ef sigurvegarinn er valinn út frá niðurstöðunum með einum aukastaf?

Nemendur setja fram niðurstöður úr ímyndaðri keppni milli tveggja nemenda, A og B, þar sem báðir geta orðið sigurvegarar, eftir því hvort niðurstöðurnar eru skráðar með einum eða tveimur aukastöfum.

Hversu nákvæmlega þarf að mæla?

Nemendur keppa hvor við annan í pörum. Þeir þurfa að blöð, reglustikur og blýanta. Verkefnið felst í að teikna strik sem er eins nálægt því og mögulegt er að vera 0,1 metri 0,05 metrar 0,055 metrar án þess að nota reglustiku. Til dæmis má nota bók til að draga beint strik.

Þar næst mæla nemendur og finna hver vinnur. Þeir þurfa að hugsa gaumgæfilega um eftirfarandi: *Hve margir aukastafir þurfa að vera í tölunni til að finna sigurvegarann? Hve margir aukastafir valda því að óljóst er hvor vinnur?*

Ábendingar

Þessi námsþáttur er nýmæli fyrir flesta nemendur. Deilingu með heilli tölu var lýst í kafla 1, bls. 20 í nemendabókinni. *Sýnidæmi 11* sýnir algengustu deilingaraðferðina. Deiling er sú reikniaðgerð sem flestum nemendum finnst erfið. Margir skilja ekki aðferðina jafnvel þótt þeir geti framkvæmt deilingarverkefni í daglegu lífi þar sem peningar eða hlutir koma við sögu. Því getur verið skynsamlegt að rifja deilingu upp með nemendum. Kennari kemst þá að raun um hvaða aðferð þeir kunna frá fyrri tíð og lætur þá þróa eigin aðferðir áfram.

Í nemendabókinni er lögð áhersla á að almenn brot og deiling eru tvær aðferðir til að tákna sama fyrirbærið. Við getum fjarlæggt kommuna í deilinum með því að lengja almenna brotið með tugveldi. Ef nemendur læra að „flytja kommuna“ án þess að skilja hvað þeir eru að gera munu margir gleyma að þeir þurfa einnig að flytja kommuna – eða bæta núllum við – jafn oft í deilistofninum og í deilinum.

Algengur misskilningur meðal nemenda er að í deilingu verði svarið alltaf minna en deilistofninn. Hér munu nemendur komast að raun um að deiling með litlum tölum getur gefið stór svör.

3.88

Hér er verkefni úr daglegu lífi sem sýnir að svarið getur orðið stór tala þegar deilt er með mjög lítilli tölu.

Grundvallarfærni

Að geta lesið og túlkað þrautalausna-verkefni. Að lesa og þekkja hugtök sem tengjast mismunandi tölum í deilingardæmi.

Auðveldari verkefni

Í orðadæmunum getur kennari eða nemendur teiknað skissu til að skýra aðstæðurnar. Nemendur, sem eru ekki vanir að búa til myndir við stærðfræðidæmi, festast oft í smáatriðum í teiknuninni sjálfri í stað þess að draga fram stærðfræðileg aðalatriði. Kennari hjálpar nemendum í að snúa sér frá hálf-hlutbundnum teikningum til hálf-óhlutbundinna teikninga. Mjólkurbílinn má teikna sem stóran rétthyrning og mjólkurbrúsana sem marga litla rétthyrninga eða eitthvað svipað. Nauðsynlegt er að forðast að stærðfræðitíminn þróist í ósvikna kennslustund í teikningu!

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kross og hringur

Spila má kross og hring á spilaborði með $3 \cdot 3$ reitum með svörum, svo og þarf að hafa 18 tugabrot. Leikmenn eiga að benda á tvö tugabrot og finna kvótann á spilaborðinu. Leikmaðurinn, sem svarar rétt, fær þann reit í sinn hlut. Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá í röð.

Leikmenn fá þessi átján brot í hendur: $0,6 - 0,001 - 3,5 - 0,2 - 0,45 - 0,4 - 0,13 - 2,4 - 0,2 - 3,6 - 0,5 - 0,20 - 0,39 - 0,2 - 0,01 - 0,09 - 0,6 - 0,3$

Einnig fá þeir 9 svör sem þeir raða að vild á spilaborðið sitt, þ.e.: $3 - 5 - 2 - 6 - 2 - 7 - 8 - 1 - 10$

--	--	--

Prósent

Blaðsíða 190–191



3.106, 3.107,
3.108

3.93, 3.94

Ábendingar

Í fyrsta hluta undirkaflans *Prósent* er lögð áhersla á að nemendur skilji prósent sem hundraðshluta. Jafnframt sjá nemendur dæmi um mismunandi aðferðir til að hugsa um verkefni og ólíkar lausnaleyðir. Kennari fær nemendur til að segja frá hvernig þeir sjálfir hugsa og ræðir við þá um mismunandi lausnaleyðir. Nemendur munu sjá að mismunandi aðferðir eru gagnlegar við ólíkar aðstæður.

3.96

Verkefnið þarf að ræða sameiginlega með öllum nemendunum og leysa með hugareikningi.

Sýnidæmi 30

Nemendum er sýnd tvöföld talnalína. Slíkt líkan getur hjálpað þeim til að sjá samhengi á skýran hátt.

3.97

Nota má verkefnið til að ræða aðferðir í hugareikningi.

Grundvallarfærni

Kennari lætur nemendur lesa og ræða markmiðin með undirkaflanum um prósent. Hvað kunna nemendur úr fyrra námi? Fram þurfa að fara svokallaðar námssamræður meðal nemenda um hvernig þeir skilja markmiðin og gott er ef þeir setja sér þrepamarkmið til að auðvelda sér að ná markmiðunum. Að skilja táknið og hugtakið prósent (%) sem hundraðshluta er meginatriði. Kennari biður nemendur að vinna saman við að

lesa og túlka sýnidæmin og verkefni. Það er eftirsóknarvert ef nemendur nota mismunandi tækni og aðferðir til að finna svörin.

Nemendur sýna hver öðrum hvernig þeir hugsa þegar þeir leysa verkefni og hvaða aðferðir þeir kjósa að nota.

Auðveldari verkefni

Nemendur vinna áfram að því að festa í sessi skilning sinn á 1%. Þeir geta til dæmis fundið 1% af einhverju sem snertir þá sjálfa:

- 1% af vasapeningunum
- 1% af skólaárinu (180 skóladagar)
- 1% af nemendafjöldanum í skólanum
- 1% af íbúafjöldanum í sveitarfélaginu

Einnig má fara öfuga leið:

- Hve mikið vatn þarf kýrin ef 1% vatnsins er 1 l?
- Hvað vegur hundurinn Tryggur ef 1% af þyngdinni er 0,3 kg?
- Hve mikið vinnur Lárus sér inn á mánuði ef 1% af laununum er 3400 kr.?
- Hve mörg mörk skorar handbolta- maðurinn ef 1% þeirra er 1,2 mörk?
- Hvað kostar notað fjallahjól ef 1% af verðinu er 250 kr.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Spil: Teningsprósent

Spilið er fyrir 2–3 leikmenn.

Nota þarf tvo teninga í mismunandi litum. Annar teningurinn ákvarðar prósenttölu sem finnst með því að margfalda töluna á teningnum með 10. Hinn teningurinn segir til um stigin, sem eru í pottinum, en þau ákvarðast með því að margfalda

töluna á teningnum með 100. Leikmenn kasta báðum teningunum til skiptis og reikna út stigin sem prósent af stigunum í pottinum. Talan 3 á prósentteningnum og 5 á stigateningnum búa til dæmið 30% af 500 stigum og leikmaðurinn fær 150 stig. Leikmenn eiga að reikna í huganum. Þeir leggja saman stigin jafnóðum og skrá þau. Sá vinnur sem er fyrstur að komast upp í þá summu sem leikmenn komu sér saman um (til dæmis 2000 stig).

Hægt er að nota afbrigði af spilinu með því að nota aðra þætti á teningunum. Til dæmis má nota 5 sem þátt á prósentteningnum og 10 sem þátt á stigateningnum. Ný summa, sem keppt skal að, getur verið 500. Einnig má nota tening með tölunum 1–12 sem prósenttening eða aðrar tegundir teninga.

Þar sem nemendur hafa þegar lært að breyta almennu broti í tugabrot og vita að tveir fyrstu aukastafirir eru hundraðshlutar má kynna fyrir þeim tvenns konar viðfangsefni sem reyna á, til dæmis:

3 af 20 unglingum finnst gaman á skíðum. Hve mörg prósent unglinganna eru það?

Nemendur rökræða sín á milli um úrlausnarefnið og kynna lausnir sínar. Það er gott ef einhverjir finna þessa lausn:

$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\%$$

eða

$$3 : 20 = 0,15 = \frac{15}{100} = 15\%$$

Faglegt innihald

- Hugareikningur með einföldum prósentum
- Finna prósentuhluta af tölu

Æfingahefti

3.121, 3.122, 3.123

3.109, 3.110

3.95, 3.96, 3.97

Blaðsíða 192–193

Orðanotkun

Þegar nemendur eru beðnir að finna prósentuhluta af tölu er átt við að finna hvaða tölu ákveðin prósent af annarri tölu fela í sér, t.d.: Hvað er 15% af 300 kr.?

Ábendingar

Fagtextinn efst á bls. 192:

Þessi tengsl milli prósentu og almennra brota þurfa nemendur að kunna utan að. Kennari kennir nemendum aðferðir til að ná valdi á þessari staðreyndabekkingu, til dæmis með því að læra fyrst tvö atriði, því næst tvö í viðbót, þar næst að æfa öll atriðin fjögur og loks að bæta því síðasta við. Gott er að nemendur vinni saman tveir og tveir og hlýða þeir þá hvor öðrum yfir atriðin fimm. Einnig er gott að kennari taki þessi atriði upp aftur í næstu kennslulotu.

Kennari ræðir við nemendur um reikningsaðferðir til að finna þessi einföldu prósent.

- 50% er það sama og $\frac{1}{2}$, sem er það sama og að deila með 2.
- 25% er það sama og $\frac{1}{4}$, sem er það sama og að deila með 4.
- 75% er það sama og $\frac{3}{4}$, sem er það sama og að deila með 4 og margfalda svarið með 3.
- 10% er það sama og $\frac{1}{10}$, sem er það sama og að deila með 10.
- 20% er það sama og $\frac{1}{5}$, sem er það sama og að deila með 5.

Grundvallarfærni

Nemendur skoða tengslin milli prósentu og almennra brota sem talin eru upp efst á blaðsíðunni og má nota til að reikna með góðum árangri í huganum.

Nemendur útskýra síðan munnlega hver fyrir öðrum hvernig þeir reikna þegar þeir finna prósentuhluta af tölu í verkefni 3.98.

Auðveldari verkefni

Nemendur teikna tvöfalda talnalínu til að sýna tengslin í hverju verkefni anna 3.99–3.104 fyrir sig. Nemendur, sem eiga í erfiðleikum með námsefnið, geta ef til vil fengið að nota vasareikni í þessum verkefnum.

Erfiðari verkefni

Nemendur, sem hafa þetta námsefni á valdi sínu, eiga að geta reiknað dæmi 3.99–3.104 í huganum. Gott er að þeir vinni saman í pörum og útskýri hvor fyrir öðrum hvernig þeir hugsa.

Ýmis verkefni

Mósaík

Nemendur byrja á því að teikna rúðunet í stærðinni $10 \cdot 10$ reitir. Síðan lita þeir rúðunetið eins og mósaík í fimm mismunandi litum. Ekki er nauðsynlegt að vera mjög nákvæmur en greinilega þarf að koma fram hvaða litur er í hvaða reit.

Síðan búa nemendur til töflu þar sem þeir skrá hvað hver litur er mörg prósent af rúðunetinu, breyta prósentunum í tugabrot og almennt brot sem eiga að vera fullstýtt.

Litur	Prósent	Tugabrot	Almenn brot
Rauður			
Gulur			

Bingó

Allir nemendur búa til bingóspjald með $4 \cdot 4$ reitum. Þeir skrifa eftirfarandi tugabrot, almenn brot og prósent hvar sem þeir vilja í reitina:

0,15, 0,5, 0,7, 0,33, 0,01,

$\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}$,

30%, 40%, 60%, 80%, 90%.

Kennari velur og les upphátt eitt-hvert almennt brot, tugabrot eða prósent sem samsvarar þeim sem nemendur hafa skrifað á bingóspjöldin sín. Lesi kennari til dæmis upp $\frac{2}{5}$ þá krossa nemendur yfir 40% á bingóspjaldinu sínu. Sá sem er fyrstur að fá 4 í röð hrópar BINGÓ!

Síðar má gjarnan breyta yfir í erfiðari tölur.

Faglegt innihald

- Að finna prósenttöluna
- Að breyta almennu broti í prósent

Æfingahefti

- 3.124
- 3.111, 3.112
- 3.98, 3.99, 3.100, 3.101, 3.102, 3.103

Blaðsíða 194–195

Ábendingar

Í öllum dæmunum á bls. 194 eru tölur sem gera það að verkum að ekki þarf að nota vasareikni. Tölurnar eru valdar þannig að nemendur geta reiknað prósenttöluna með því að lengja eða stytta brotið í hundraðshluta.

Sýnidæmi 32

Tvöföld talnalína gerir tengslin milli safns og prósentu sýnileg. Í sýnidæminu er almenna brotið með tugabrot í teljara og 100 í nefnara. Það er vegna þess að svarið á að vera í prósentum.

Grundvallarfærni

Nemendur lesa sýnidæmi 31 og 32 og skoða vel hinar mismunandi aðferðir til að breyta almennu broti í prósent og öfugt. Í dæmunum verða nemendur að meta hvaða aðferð er skilvirkust í hverju tilviki.

Auðveldari verkefni

Nemendur leysa dæmi 3.111a með því að hugsa og teikna til dæmis þannig:

3	20
6	40
9	60
12	80
15	100

En ef málarnir hefðu verið 100 talsins og jafn stór hluti þeirra hefði unnið yfirvinnu?

Þá hefðu 15 af 100 málurum unnið yfirvinnu en það eru 15%.

Kennari hvetur nemendur til að búa til svipaðar skýringarmyndir til að svara hinum liðunum.

3.112: Kennari hvetur nemendur til að leysa dæmin með sömu aðferð og nefnd er hér á undan eða með því að nota aðferðina sem sýnd er í sýnidæmi 32.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Dæmi út frá bekkjardeildinni

Spurningar um bekkjardeildina þína:

- Hve mörg prósent eru strákar?
- Hve mörg prósent eru í gallabuxum?
- Hve mörg prósent eiga afmæli í fyrsta ársfjórðungi (janúar–febrúar–mars)?
- Hve mörg prósent eru á „facebook“?
- Hve mörg prósent eiga gæludýr?
- Hve mörg prósent horfðu á fréttir í sjónvarpinu í gær?
- Hve mörg prósent leika fótbolta í tólmstundum sínum?

Nemendur koma með tillögur um fleiri atriði sem hægt er að reikna út.

Einnig má reikna út prósenttölurnar út frá sömu spurningunum annars vegar um stráka og hins vegar um stelpur. Svör við hvaða spurningum koma misjafnast út eftir því hvort um stráka eða stelpur er að ræða?

Prósent í fjölmiðlum

Nemendur fá það verkefni/heima-verkefni að leita í dagblöðum eða auglýsingabæklingum að textum, auglýsingum o.fl. þar sem prósent eru nefnd. Nemendur sitja saman í hópum og finna svör við eftirfarandi spurningum: *Hvað merkja þessir textar og auglýsingar? Hvað segir þetta efni lesendum? Hvað merkja prósentin í þessum tilvikum?* Hóparnir kynna niðurstöður sínar fyrir allri bekkjardeildinni.

Faglegt innihald

- Tengsl milli prósentu, tugabrotu og almennra brota
- Prósentureikningur – finna prósentuhlutann af tölu

Æfingahefti

3.125, 3.126

3.113, 3.114

Blaðsíða 196–197

Ábendingar

3.113

Þessi dæmi má reikna með hugareikningi.

Sýnidæmi 34 og 35

Kennari ræðir við nemendur um að hægt sé að leysa þessi dæmi á fleiri vegu.

Grundvallarfærni

Að þekkja, lýsa og breyta tölum, sem skráðar eru á forminu almenn brot, prósent og tugabrot, úr einu forminu í annað og sýna þau á mismunandi vegu, t.d. með teikningum eða táknum.

Nemendur lesa sýnidæmi 34 og 35 og lýsa hvernig prósentureikningur getur verið mismunandi allt eftir því um hvaða tölur er að ræða.

Auðveldari verkefni

Sumum nemendum finnst erfitt að breyta tölum, sem skráðar eru á forminu almenn brot, prósent og tugabrot, úr einu forminu í annað. Eftirfarandi tvær aðferðir geta verið góð hjálp.

1. Hundrað „prósentureitir“ verða einn metri – klippa og líma

Við notum oft myndir til að sýna tölu á mismunandi vegu. Kennari getur tekið fram töflureglustikuna, þegar talað er um tugabrot, og teiknað fering í stærðinni $10 \cdot 10$ reitir þegar prósent eru til umræðu. Þessi æfing sýnir hvernig fara má á milli þessara aðferða til að gera tölurnar áþreifanlegar. Best er að byrja út frá hundrað reitum. Séu sætisgildiskubbar tiltækir í skólanum má nota þá eða verkefnablað 1.3.18.

Kennari ræðir við nemendur um hundrað reitina:

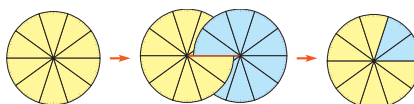
- Hve mörg prósent er allur feringurinn?
- Hve mörg prósent er einn dálkur?
- Hve mörg prósent eru lituðu dálkarnir?
- Hve marga dálka þarf til að fá 20%?

Nemendur klippa dálkana í sundur og nota límband eða lím til að festa þá saman og búa til langan renning. Nú líkjast reitirnir meira töflureglustikunni.

- Hvað er allur renningurinn langur? (Einn heill metri.)
- Hversu langur er einn litaður bútur? Hvað eru gulu búturnir samtals stór hluti af renningnum?
- Hvað er 0,2 renningur mikið?

2. Talnahjól

Nota skal hjólin á verkefnablaði 1.3.19 og klippa þau út; þau verða sterkari ef þau eru plöstuð. Klippa skal einn geisla í hvoru hjóli og setja þau saman eins og sýnt er á myndinni.



Þegar hjólunum er snúið hvoru um annað er hluti af hjólunum gulur og annar hluti blár. Hægt er að líta á slíkan hluta sem brot af hring; einnig má líta á litlu einingarnar á jaðri hringanna sem tugabrot eða prósent en jaðrinum hefur verið skipt í 100 lítil bil.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Almenn brot, prósent og tugabrot á talnalínu

Spjöldum er raðað á talnalínu. Spjöldin má finna á verkefnablaði 1.3.21.

Finndu blönduna

Þetta eru tvö samvinnuverkefni þar sem nemendur eiga finna innihald í drykkjarblöndu. Gott er að nemendur vinni saman í fjögurra manna hópum. Hver nemandi fær eitt spjald af fjórum fyrstu spjöldunum (annaðhvort 1A-4A eða 1B-4B) og þeir lesa upplýsingarnar hver fyrir annan. Út frá þeim reyna þeir að finna hvert magn blöndunnar er, úr hverju hún er búin til og hve mikið er af hverju í henni. Síðustu tvö spjöldin gefa viðbótarupplýsingar og er því rétt að grípa til þeirra ef nemendur ráða ekki við verkefnin með 4 fyrstu spjöldunum (verkefnablað 1.3.22).

Burt með töluna!

Búnaður: Verkefnablað 1.3.23.

Nemendur ræða saman í pörum hvaða tala passar ekki með hinum og hvers vegna. Síðan má hafa umræður með öllum nemendahópnum. Nokkur verkefnanna hafa fleiri en eina lausn.

Tillögur að lausnum:

- a $\frac{2}{100}$ – ekki sama gildi og hinar tölurnar.
- b 3,4 – ekki sama gildi og hinar tölurnar; eina talan sem er stærri en 1.
- c $\frac{2}{7}$ – eina talan sem ekki er hægt að lengja í fimmtándu hluta.
- d 80% – ekki sama gildi og hinar tölurnar.
- e 12% – ekki sama gildi og hinar tölurnar.
- f 0,6 – eina talan sem er stærri en 0,5.
- g 50% – ekki sama gildi og hinar tölurnar, eina talan sem er minni en 1.
- h 6,5 – ekki sama gildi og hinar tölurnar.
- i 105% – eina talan sem er stærri en 1; 0,92 – eina talan sem ekki er hægt að deila í með 5.
- j 0,2 – ekki sama gildi og hinar tölurnar.

Faglegt innihald

- Prósentureikningur – að reikna út frá 1%
- Ýmsar lausnaleyðir

Æfingahefti

3.127

3.115

Blaðsíða 198–199

Ábendingar

Sýnidæmi 36

Í tillögu 1 að lausn finnum við fyrst 10% af verðinu, síðan 100%. Nemendur geta valið hvaða leið þeim finnst auðveldust í hverju dæmi.

Nokkur dæmanna fela einungis í sér einfaldan prósentureikning. Eitt af markmiðunum með þessum verkefnum er að veita nemendum þjálfun í að lesa stærðfræðiverkefni, finna út hvað er spurt um, semja áætlun og reikna með þeirri aðferð sem þeir telja auðveldasta. Mikilvægt er að athuga hvort svarið er sennilegt.

Grundvallarfærni

Nemendur lesa sýnidæmi 36 og hinar tvær ólíku leiðir í prósentureikningi. Nemendur prófa að nota aðra lausnaleyðina þegar þeir leysa dæmin, kennari hvetur þá til að búa til sínar eigin „tvöföldu talnalínur“ til að sjá fyrir sér í hverju verkefnið er fólgið. Kennari fylgist með hvort einhverjir nota aðra aðferð. Gott er að þeir sem það geri sýni hinum nemendunum hvernig þeir hugsa. Þeir nota sýnidæmin til að sjá hvernig skrá má hinar skriflegu útskýringar. Athygli skal vakin á að heiti eininga eru ekki notuð í sjálfum útreikningunum en þær eru hins vegar tilgreindar í svarsetningunum. Mikilvægt er að æfa nemendur í að skrifa skilmerkilegar útskýringar, bæði með útreikningum og texta, þar sem fram kemur hvernig þeir hugsa.

Auðveldari verkefni

Nemendur gera teikningar sem endurspeglar aðstæðurnar sem um er að ræða. Kennari hjálpar nemendum af stað með að teikna.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur nota auglýsingabækling eða dagblað og klippa út alls kyns auglýsingar þar sem afsláttur er gefinn í prósentum. Nemendur búa til dæmi þar sem reikna á nýtt verð og skiptast á verkefnum. Einnig geta verkefnin falist í að reikna út gamalt og nýtt verð og afsláttinn í prósentum.

Hugareikningsdómínó

Verkefni fyrir alla bekkjardeildina. Dómínóspjöld eru á verkefnablaði 1.3.20.

Samvinna um prósent

1. hluti

Nemendur sitja hver í sínu sæti.

- Kennari nefnir prósenttölu, til dæmis 60%. Þá eiga um það bil 60% nemenda að rísa á fætur. Þeir þurfa að koma sér saman um hversu margir eiga að rísa á fætur til að það verði eins nálægt 60% hópsins og hægt er. Ef ekki er hægt að sýna 60% nákvæmlega með ákveðnum fjölda nemenda þurfa þeir að finna hvaða fjöldi kemst næst því.

Allir nemendurnir setjast aftur.

- Kennari nefnir nýja prósenttölu og nemendur rísa aftur á fætur.

Þetta má endurtaka eins oft og þurfa þykir.

2. hluti

Tveir nemendur koma upp að töflunni. Einhverjir nemendur rísa á fætur. Nemendurnir tveir tilgreina um það bil hve mörg prósent alls hópsins reis á fætur. Allir nemendurnir taka þátt í að segja til um hvort þeir hafa rétt fyrir sér. Síðan velur kennari tvo aðra nemendur til að fara upp að

töflu. Þetta má endurtaka nokkrum sinnum.

Ábendingar

Prósentureikningur í tengslum við afslátt af vöruverði og þjónustu er ef til vill það sem nemendur þekkja best úr hversdagslífinu. Oftast er það jákvætt en það getur einnig leitt til misskilnings.

Ef nemandi skilur prósent sem eitthvað sem á að draga frá hugsar hann oft þannig að það sé ekki hægt ef um er að ræða meira en 100%; þegar um aukningu er að ræða getur hún hins vegar vel verið hærri en 100%. Gott er að kennari ræði þetta við nemendur jafnvel þótt prósent hærri en 100 sé námsþáttur sem mest áhersla er lögð á í 9. bekk.

3.124

Vísbending til nemenda: Nemendur velja verð og reikna hvað verðið verður eftir þá tvenns konar afslætti sem tilgreindir eru í miðjum reitnum.

Grundvallarfærni

Nemendur útskýra fyrir bekkjarfélaga hvernig þeir skilja hugtakið afsláttur.

Dæmi 3.124 hentar vel til rökræðna í litlum hópum. Hver nemandi getur lesið fullyrðingarnar þrjár og ákveðið hvaða fullyrðingu hann er sammála. Þar næst rökstyðja hópmeðlimir val sitt fyrir hópnum og hlusta á rök hinna. Að lokum þarf hópurninn að koma sér saman um hver hin rétta skýring sé. Í samræðum í allri bekkjardeildinni er gott er að fá fram hugsanir allra og þá má leiðrétta misskilning sem kann að hafa komið fram.

Auðveldari verkefni

Nemendur búa til skýringarmyndir í stíl við þá sem sýnd er í sýnidæmi 36 til að gera úrlausnarefnin sýnileg og finna lausnir.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni**Afsláttur af afslætti**

Þið ætlið að kaupa nýtt hjól. Það er selt með 30% afslætti. Seinna er aftur gefinn 30% afsláttur. Hve mikinn afslátt fáið þið af upprunalega verðinu?

Ákveðið fullt verð á hjólinu. Reiknið verðið eftir fyrri afsláttinn og síðan eftir síðari afsláttinn. Finnið síðan svarið við spurningunni.

T.d. verð: 50 000 kr.

30% afsl. 15 000

Verð m/afsl. 35 000 kr.

30% afsl. af 35 000 = 10 500

Afsl. samtals 15 000

+ 10 500

25 500

$\frac{25\,500}{50\,000} = 51\%$

Ræðið við bekkjarfélaga um eftirfarandi: Er hægt að reikna allan afsláttinn beint, án milliútreikninga? Er nauðsynlegt að vita verðið á hjólinu til að geta svarað spurningunni? Nei.

T.d. Í fyrra skiptið fékkst 30% afsláttur en í síðara skiptið 30% af 70%

$= \frac{30}{100} \text{ af } \frac{70}{100} = \frac{30 \cdot 70}{100 \cdot 100} = \frac{21}{100} = 21\%$

$30\% + 21\% = 51\%$

Nemendur prófa með öðrum tölum. Getu þeir fundið reglu? Kennari biður nemendur að setja regluna fram með orðum.

Bættu þig!

Blaðsíða 206–207

Ábendingar

3.130

Þetta verkefni má víkka út með því að láta nemendur finna fleiri almenn brot sem eru jafn gild öllum brotum sem nefnd eru í dæminu.

3.131

Kennari varpar andstæðum spurningum til nemenda: *Hve margar mínútur eru $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$ eða $\frac{1}{15}$ af einni klukkustund?*

3.133

Víkka má þetta verkefni út með því að biðja nemendur að skrifa sömu gildi sem tugabrot og prósent.

3.139

Litlu svörtu punktarnir á jaðri myndarinnar sýna skiptingu jaðarsins í jafna hluta. Ein aðferðin er að horfa fyrst alveg fram hjá hvíta feringnum og einbeita sér að því hve stór hluti rauði feringurinn er af þeim gula. Öllum gula feringnum er skipt í 16 litla feringa. Tveir og tveir gulir þríhyrningar, sem eru fjórir talsins, mynda rétthyrning sem samsvarar þremur litlum feringum, þ.e. $2 \cdot 3 = 6$ litlir feringar. Óþakið af þeim gula er þá $\frac{6}{16}$ og rauði feringurinn fyllir $\frac{16}{16} - \frac{6}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ af gula feringnum.

Öllum rauða feringnum er skipt í 9 litla feringa. Það sem er ekki þakið af þeim rauða eru $\frac{4}{9}$ og sá hvíti fyllir þá út í $\frac{5}{9}$ af $\frac{5}{8}$ (sem er sá rauði).

Á sama hátt fyllir hvíti feringurinn $\frac{5}{9}$ af $\frac{5}{8}$, þ.e. þeim rauða. Niðurstaðan er: $\frac{5}{9}$ af $\frac{5}{8} = \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{25}{72}$, sem samsvarar $0,347 = 34,7\%$.

Grundvallarfærni

Nemendur æfa sig í að útskýra hvernig þeir vilja hefjast handa við ákveðið úrlausnarefni. Þeir leysa verkefnin, útskýra munnlega hvernig þeir skilja viðfangsefnin og teikna skissu sem sýnir hvernig þeir ætla að leysa þau. Eftir þetta þurfa þeir ekki alltaf að leysa öll dæmin.

Ef í ljós kemur að ákveðnir nemendur þurfa meiri þjálfun í reikningi með almennum brotum er rétt að þeir fái meiri æfingu í að nota brotahugtakið í misþungum verkefnum og í æfingadæmum sem beinlínis þjálfar skriflegan brotareikning.

Ýmis verkefni við bls. 148–149

Almenn brot gerð áþreifanleg með cuisinaire-kubbum

Nemendur vinna saman í pörum eða þriggja manna hópum. Hvert par/hópur fær nokkra cuisinaire-kubba (um það bil hálft sett á hóp). Nota má verkefnablað 1.3.1.

Kennari byrjar á því að sýna allri bekkjardeildinni hvernig hægt er að gera $\frac{1}{2}$ sýnilegan á tvo mismunandi vegu:



Kennari spyr nemendur hvort hægt sé að gera brotið $\frac{1}{2}$ sýnilegt á fleiri vegu og ræðir við þá um lausnirnar. Þar næst vinna nemendur saman í pörum eða hópum við að sýna brotin $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ og fleiri brot á eins marga vegu og þeir geta. Síðan teikna nemendur á rúðustrikuð blöð myndir af því sem þeir hafa gert.

**Ábendingar****3.142**

Einnig má námunda tölurnar að næstu tíundu hlutum.

3.144

Lísa fær 1,5 sinnum hærri laun í yfirvinnu. Hve mörg prósent er þá yfirvinnuálagið?

3.145

Hvaða aðferð velja nemendurnir? Munu þeir deila eða munu þeir segja að í 1 / séu fjórir skammtar og margfalda síðan. Ef til vill finna nemendur enn aðrar lausnaleyðir.

Grundvallarfærni

Nemendur æfa sig í að útskýra hvernig þeir byrja á verkefni. Nemendur leysa verkefnin, útskýra munnlega hvernig þeir skilja úrlausnarefnin og teikna skissu sem sýnir hvernig þeir ætla að leysa þau. Eftir þetta þurfa þeir ekki alltaf að leysa öll dæmin.

Ef í ljós kemur að nemendur þurfa meiri þjálfun í reikningi með tugabrotum eða prósentum er rétt að þeir fái meiri æfingu í að nota hugtökin tugabrot og prósent í þrautalausnum og í æfingadæmum sem beinlínis þjálfar skriflegan reikning með prósentum og tugabrotum.



Þjálfaðu hugann

Blaðsíða 210–211

Ábendingar

3.153–3.155

Töflureiknir á vel við til að leysa þessi dæmi.

Þjálfaðu hugann

3.157c

Í a-lið kosta gulu rafhlöðurnar 300 kr. en hér er um annað verð að ræða.

3.157d

Kennari getur gefið nemendum vísbendingu: Finnið verð og endingartíma og reiknið út verð á klst. fyrir gulu og grænu rafhlöðurnar.

3.158

Ef nemendur sjá ekki lausnina með hugareikningi getur kennari komið með þá tillögu að gera öll brotin samnefnd áður en þeir byrja að sameina innihaldið í tvo hluta. Ef fótturnar eru merktar með 1–6 frá vinstri til hægri er summan af innihaldinu í 3 og 5 jöfn summunni af innihaldinu í hinum fjórum fótunum.

3.159

Kennari hjálpar nemendum með því að spyrja:

Hve mörg prósent er þessi eini strákur þegar stelpurnar eru 98%?
(Svar: 2%)

Hve margir hljóta þá nemendurnir að vera alls?

(Svar: Ef 2% er 1 nemandi þá eru 100% 50 nemendur.)

Kennari getur bent nemendum á að skrifa 98% sem almennt brot og stytta síðan brotið. *Hve miklu stærri er nefnarinn en teljarinn? Er hægt að nota svarið við þessu til að leysa dæmið?*

$(\frac{98}{100} = \frac{49}{50} = \frac{49}{49+1})$ Rétt skipting er því 49 stelpur og 1 strákur. Þá þurfa 50 stelpur að yfirgefa salinn.)

3.160

Nemendur teikna myndina fyrir og eftir stækkunina. Þeir geta valið tölur á hliðarnar sem auðvelt er að stækka um 20%, t.d. 5 á báða vegu. Með því að telja reiti er auðvelt að sjá að flatarmálið stækkar um meira en 20%. Þeir geta líka reiknað dæmið beint, aðeins út frá myndinni. Í kafla 4 í *Skala 2B Nemendabók* er fjallað meira um tengslin milli lengdar og flatarmáls.

Gefa má nemendum vísbendingu um að velja fyrst lengd og breidd, reikna síðan nýju lengdina og breiddina, svo og nýja og gamla flatarmálið. Kennari spyr síðan nemendur hvort svarið sé óháð stærð myndarinnar.
($1,20 l \times 1,20 b = 1,44 lb$. Flatarmálið er 44% stærra en hið upphaflega flatarmál lb).

Grundvallarfærni

Ef í ljós kemur að nemendur þurfa meiri þjálfun í prósentureikningi er rétt að þeir fái meiri æfingu í að nota prósentuhugtakið í þrautalausnum af mismunandi þyngd. Verkefni 3.153–3.155 má t.d. leysa með töflureikni.

Að lesa og skilja úrlausnarefnin, sem eru undir fyrirsögninni *Þjálfaðu hugann*, er í erfiðara lagi fyrir alla nemendur.

SKALI 1A

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Skali býður upp á innihaldsríka og lifandi stærðfræðikennslu.

Nemendur öðlast bæði skilning og færni með því að vera virkir og leitandi þegar þeir vinna við stærðfræði. Nemendur og kennarar nota *Skala* til að lesa stærðfræði, *vinna* verkefni, *rökræða* lausnaleyðir og fást við stærðfræðilegar áskoranir á rannsakandi og skapandi hátt. *Skali* vekur áhuga nemenda með því að tengja stærðfræði við daglegt líf og bjóða upp á fjölbreytilega kennslu.

Í *Skala* er lögð áhersla á

- hið faglega innihald, rökrétta uppbyggingu námsefnisins og framvindu námsins
- skýr og nákvæm markmið
- hagnýt dæmi og verkefni
- aðlögun námsefnisins að þörfum allra nemenda í sameiginlegu námssamfélagi þeirra
- nákvæmar leiðbeiningar og stuðning við kennara sem nýtist áður en kennsla hefst, meðan á henni stendur og eftir að henni lýkur

Skali 1 samanstendur af tveimur nemendabókum, tveimur æfingaheftum og kennarabókum. Kennarabækurnar eru gefnar út á heimasíðu Menntamálastofnunar og þar er auk þess að finna verkefnahefti, lausnir og annað fylgiefni með flokknum.

Höfundar:

Björnar Alseth

Grete Normann Tofteberg

Ingvill Merete Stedøy-Johansen

Janneke Tangen