



2A

SKALI

KENNARABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg · Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen · Bjørnar Alseth

M Menntamálastofnun 7380

Skali 2A
Kennarabók

Heiti á frummálinu: Maximum 9 Lærers bok (fyrri hluti)
Kápuhönnun: 07 Media - 07.no/Kristine Steen
Mynd á kápu: Indriði Jósafatsson
Teikningar: Børre Holth
Ritstjóri norsku útgáfunnar: Åse Bergundhaugen/Thor-Atle Refsdal
© 2015 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Rétthafar ljósmynda:
bls. 17 Carsten Seiler
bls. 73 Ingrid Tofteberg

Leturgerð í meginmáli: Neo Sans Std, 9 pt.

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Hafdís Finnbogadóttir
1. útgáfa 2015
Menntamálastofnun
Kópavogi
Umbrot: Menntamálastofnun

Þeim sem lásu yfir handrit og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð
eru færðar bestu þakkir.



SKALI

KENNAABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg · Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen · Bjørnar Alseth

Efnisyfirlit

Um Skala V

Grundvallarfærni V

Nemendabækur VI

Æfingahefti VII

Kennarabækur VII

Stafrænt efni VIII

Heimasíða Skala VIII

Símat og lokamat VIII

Hæfnimarkmið og námsmarkmið X

Yfirlit yfir efnispætti Skala XII

Tillaga að ársáætlun XIII

1 Talnareikningur 6

Prósent 8

Veldi og ferningsrót 18

Tugveldi og tölur á staðalformi 25

Talnamengi 30

Bættu þig! 33

Þjálfðu hugann 35

2 Föll 36

Línuleg föll – beinar línur 38

Empírísk föll og ólínuleg föll 51

Bættu þig! 54

Þjálfðu hugann 61

3 Mál og mælieiningar 62

Tímaútreikningar 64

Mælieiningar 70

Nákvæmni og námundun 76

Hlutfallareikningur 80

Samsettar einingar 87

Bættu þig! 93

Þjálfðu hugann 95

Um Skala

Með námsefninu *Skala* leitast höfundar við að skapa nemendum tækifæri til að læra stærðfræði á fjölbreytilegan og uppbyggilegan hátt. Námsfnið byggist bæði á samvinnunámi og einstaklingsmiðuðu námi. Höfundar telja að margbreytilegar aðferðir muni hvetja fleiri nemendur til virkrar þátttöku í eigin stærðfræðinámi.

Stærðfræði er skapandi grein, byggð á fræðilegu og ströngu kerfi; jafnframt er hún rökrétt og innihaldsrík. Til að vera góður í stærðfræði þarf maður að geta rökrætt, íhugað, deilt hugmyndum með öðrum, séð hið almenna í hinu sérstaka og farið frá hinu þekktu til hins óþekkta. Stærðfræði er hagnýt fræðigrein sem gefur færi á mismunandi túlkunum; hún er því í stöðugri þróun: Nýjar kenningar bætast við og eru teknar í notkun en gömlu kenningarnar halda samt sem áður gildi sínu. Nýju kenningarnar eru viðbætur og koma ekki í stað þess sem fyrir er. Stærðfræði fjallar um mynstur, tengsl og kerfi og býr yfir mjög öguðu tungutaki.

Í *Skala* er lögð sérstök áhersla á þrjú atriði:

- Að nemendur fái stöðugt við fjölbreytileg og hagnýt verkefni þar sem tækifæri gefst til að rannsaka og skapa.
- Að nemendur öðlist sameiginlega námsreynslu sem feli jafnframt í sér einstaklingsmiðað nám.
- Að grundvallarleikni og fagleg framvinda námsins séu höfð að leiðarljósi í samræmi við námskrá.

Í námsefninu *Skala* myndast eftir því sem á líður brú frá hinu hagnýta, rannsakandi og skapandi starfi yfir í meiri áherslu á hið sértæka námsefni. Námsþættirnir eru oftast kynntir til sögunnar á hlutbundinn hátt en sjónum er síðan smám saman beint meira að hinu óhlutbundna og

formlega. Uppbygging námsefnisins, þar sem skiptast á fjölbreytileg og ólík verkefni annars vegar og æfingar í staðreyndaþekkingu og leikni hins vegar draga vel fram tengslin milli faglegs skilnings, leikni í faginu og notkunar þess. Verkefnin auka skilning nemenda á helstu námsþáttum, sem kaflarnir fjalla um, og jafnframt upplifa nemendur að þeir geta notað stærðfræðilega þekkingu sína og leikni í daglegu lífi.

Grundvallarfærni

Eins og fram kemur í Aðalnámskrá grunnskóla er tilgangur með námi í stærðfræði m.a. sá að nemendur öðlist almenna hæfni til að nota stærðfræði sem lifandi verkfæri í fjölbreyttum tilgangi og við ólíkar aðstæður. Með stærðfræðináminu þurfa nemendur að þróa með sér hæfni til að setja fram og leysa viðfangsefni, ígrunda ólíkar aðgerðir og líkön sem nýtast við lausnir þeirra og leggja mat á niðurstöður. Með námsefninu *Skala* er stefnt að því að nemendur fái fjölbreytilega kennslu í helstu færniþáttum stærðfræðinnar.

Reikningsfærni

Í öllu námsefninu er mikil áhersla lögð á grundvallarfærni í reikningi. Reikningsfærni nemenda þróast með því að nemendur nota stærðfræðileg hugtök, þjálfra verklag og margbreytilegar aðferðir til að leysa bæði stærðfræðileg og hagnýt verkefni af margvíslegum toga. Mikilvægt er að kenna nemendum að staldra við þegar lausn er í sjónmáli, íhuga og ganga úr skugga um hvort lausnin sé raunhæf. Æfa þarf nemendur í að nota viðeigandi hjálpargögn við útreikninga, búa til líkön og ræða saman um vinnuferli og niðurstöður.

Munnleg færni

Nemendur taka þátt í rökræðum, fara saman yfir viðfangsefnið og skiptast á reynslusögum. Þeir þurfa jafnaðar-

lega og oft að fjalla munnlega um stærðfræði. Nauðsynlegt er að láta þá ræða saman um stærðfræði og orða hugsanir sínar, aðferðir og skilning út frá þeirri þekkingu sem þeir búa yfir. Þannig gera þeir sér grein fyrir því sem þeir kunna fyrir og geta byggt á því til að setja sér ný markmið. Til að laga kennsluna að nemendum með mismunandi getu þarf kennari einnig á slíkum upplýsingum að halda. Þess vegna skiptir miklu máli að fram komi að það er eðlilegt að nemendur hugsu, rökræði og leysi verkefni á mismunandi hátt; að þeir setji fram spurningar, skiptist á hugmyndum og ræði saman um lausnaleiðir. Samræður þurfa að vera bæði milli nemanda og kennara og milli nemendanna sjálfra. Þegar það er orðin venja að nemendur ræði saman um stærðfræði verða þeir öruggari í að nota stærðfræðileg hugtök og öðlast æ nákvæmari faglegan orðaforða. Kennari fylgist með hvernig nemendur ræða um ýmsa námsþætti, hvaða orð og hugtök þeir hafa á valdi sínu og hvað reynist þeim erfitt. Kennari sér til þess að nemendur taki stærðfræðiorð til umræðu og rökræði þær orðskýringar sem gefnar eru.

Skrifleg færni

Nemendur þjálfast í að lýsa og útskýra hugsanir sínar með því að nota stærðfræðitákni og tungumál stærðfræðinnar sem þeir kynnast með því að lesa stærðfræðitexta og sýnidæmi þar sem settar eru fram tillögur um skráningu. Í sýnidæmunum eru allir útreikningar sýndir án þess að eininga (t.d. kr., cm, kubbar, epli ...) sé getið en texti og einingar eru settar fram í svarsetningunum í lokin ef verkefnið krefst þess. Gott er að nemendur noti skissur og teikningar til að þróa eigin hugsanagang og sem hjálpartæki til að leysa verkefni. Færni nemenda til að skrá stærðfræðilegtákni og nákvæm

notkun fagorða er þjálfuð jafnt og þétt í öllum hlutum námsbókarinnar.

Lestrarfærni

Mikil áhersla er lögð á skilning nemenda með því að æfa þá í að lesa og túlka sýnidæmi, fagtexta og orðadæmi. Nemendur fást við samsetta texta með stærðfræðilegum orðum, grófum, myndritum, töflum, táknum, formúlum og röksæmdafærslu. Kennarar þurfa að vinna með nemendum í fagtextunum og sýnidæmunum, lesa með þeim og útskýra orð og ný hugtök. Nemendur lesa ýmist upphátt eða í hljóði, tveir og tveir eða í litlum hópum – allt eftir því hversu flókin textinn er. Þeir þurfa að þjálfast skipulega með því að lesa, útskýra og rökræða þemu sem eru á dagskrá. Það má gera með því að nemendur velji orð og hugtök í textunum og vinni saman að því að útskýra þau. Kennari og nemendur ræða saman um hvernig unnt er að byrja á verkefni og hvernig má finna og flokka upplýsingar í hinum margvíslegu stærðfræðitextum.

Stafræn færni

Stafræn færni nemenda þróast jafnt og þétt með því að nota stafræn verkfæri upplýsingatækninnar til að rannsaka og leysa þrautir, til að greina gögn, setja þau fram í líkönum, reikna út niðurstöður og kynna þær. Í *Skala* þjálfast nemendur í að nota stafræn verkfæri eins og vasareikni, töflureikni og rúmfræðiforrit, svo og að nota gagnabanka til að finna upplýsingar. Nemendur þurfa að öðlast reynslu af því að nota stafræna miðla og verkfæri til að geta sjálfir metið og valið viðeigandi verkfæri í náminu til að búa til líkön, leysa verkefni og kynna niðurstöður.

Viðhorf til náms

Í *Skala* er félagsleg hugsmíðahyggja lögð til grundvallar. Nemendur byggja upp eigin þekkingu í samvinnu við aðra. Námið fer fram í höfði hvers og eins í félagslegu samspili við aðra. Allir nemendur eru auðlind í náms-samfélaginu og saman byggja þeir upp þekkingu. Námsfernið býður bæði upp á samvinnunám og einstaklings-nám. Fá þarf nemendum verkefni sem eru á því sviði sem þeir ráða við en reyna samt sem áður hæfilega á

þá. Allir nemendur eiga kröfu á að námið miðist við getu þeirra og að verkefni henti þroskastigi þeirra.

Eigin námsmarkmið nemenda og námshvetjandi mat, sem felur bæði í sér endurgjöf um getu nemenda á viðkomandi tímapunkti og einnig um næstu skref í náminu, eru nauðsynleg til að allir nemendur skilji hvað ætlast er til að þeir læri og hvers vegna. Eitt af mikilvægustu hlutverkum kennara er að hjálpa nemendum að setja sér raunhæf markmið í námi.

Viðhorf til nemenda

Það er trú höfunda *Skala* að nemendur vilji læra. Þeir þurfa að taka virkan þátt í eigin námi og vita allan tímann hver námsmarkmiðin eru. Nemendur þurfa sjálfir að setja sér markmið í náminu og taka þátt í að velja verkefni sem þoka þeim áleiðis að markmiðinu. Að hjálpa nemendum að setja sér sín eigin raunhæfu markmið og vera sér meðvitaðir um námið tryggir hverjum nemanda innihaldsríkt stærðfræðinámið.

Nemendabækur

Skali 2 Nemendabækur eru – eins og nafnið bendir til bækur nemenda. Það er ósk höfunda *Skala* að nemendur læri að lesa fagtexta og sýnidæmi og að þannig myndist grundvöllur til samræðna um stærðfræði og til að leysa verkefni. Margir þættir bókarinnar koma fram aftur og aftur og greina frá námsefninu á mismunandi veginum:

Byrjunaropna hvers kafla inniheldur samræðumynd með þrautalausnarverkefni. Verkefnið er hugsað sem samræðuverkefni og eins konar kveikja eða upptaktur að efni kaflans. Mikilvægt er að nemendur fái vitneskju um að ef þeir geta ekki unnið verkefnið strax er stefnt að því að þeir geti það eftir að hafa unnið kaflann. Þess vegna er eðlilegt að þetta verkefni verði sett aftur á dagskrá í lokin þegar nemendur eru búnir með kaflann. Einnig er listi yfir stærðfræðiorð á byrjunaropnunni. Hann á nota í stærðfræðilegum umræðum til að nemendur geri sér grein fyrir hvað þeir vissu áður og

hvaða nýja námsþætti þeir eiga að læra.

Námsmarkmiðin í byrjun hvers undirkafla á rætur sínar að rekja til námskrárinnar. Nemendur þurfa sjálfir að geta metið að hve miklu leyti þeir hafa náð markmiðunum og gera sér grein fyrir hvernig þeir geti smám saman náð meginhluta þeirra.

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

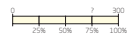
- reikna með prósentum og prómillum, með og án stafræna hjálpartækja
- túlka og reikna með prósentustigum

Fagtextarnir útskýra og færa rök fyrir hinu faglega innihaldi og veita nemendum þjálfun í að lesa stærðfræðitexta.

Sýnidæmin vísa veginn frá verkefnum til lausna. Lausnirnar eru sá hluti sýnidæmanna sem settur er fram í rúðuneti og sýna þær kröfur sem gerðar eru til nemenda um skráningu. Undantekningar frá þessu geta verið í tengslum við rúmfræðiteikningar og myndrit. Líta þarf á þessar lausnir sem tillögur. Mikilvægt er að nemendur geti notað aðferðir sem þeir skilja og ráða við.

Sýnidæmi 1

Finndu 75% af 300.



Tillaga að lausu

Við vitum að 25% eru $\frac{1}{4}$, þá hlýtur 75% að vera $\frac{3}{4}$.
 $\frac{3}{4}$ af 300 er helmingurinn af 300 plús fjórði hlutinn af 300.
Svarið verður: $150 + 75 = 225$

Orðskýringarnar hjálpa nemendum að skilja ný stærðfræðileg hugtök og önnur orð sem eru sjaldgæf eða erfið á einhvern hátt.

Fallgildi er svarið sem þú færð þegar þú setur inn gildi fyrir breytuna, t.d. x.

Reglur og skilgreiningar eru settar fram á skýran hátt í eigin römmum.

Ferningsrótin af tölu er sú tala sem þú þarft að margfalda með sjálfri sér (eða hefja í annað veldi) til að fá tölu. Ferningsrót er heil tala aðeins ef ferningstala er undir ferningsrótarmerkinu.

Talblöðurnar hafa að geyma ábendingar, vísbendingar og minnisatriði til handa nemendum og hafa það hlutverk að sýna ýmis tengsl í stærðfræði.

5% minna gefur breytipáttinn 0,95.

Myndir og hjálparteikningar hafa það hlutverk að efla skilning nemenda á hugtökum. Hálf-hlutbundnar teikningar og myndir geta aukið skilning nemenda í verkefnavinnunni. Þar að auki geta hálf-óhlutbundin tákn eins og talningarstrik, punktar o.s.frv. stuðlað að betri hugtaka-skilningi nemenda og þar með auðveldað þeim að ná því markmiði að geta notað hið óhlutbundna táknmál stærðfræðinnar. Ólíkir nemendur þurfa mismikla hjálp til að feta brautina frá hinu hlutbundna til hins óhlutbundna táknmáls.

$$\frac{\text{olía}}{\text{bensín}} = \frac{1}{50}$$

Svokölluð **Ýmis verkefni** þjóna margs konar tilgangi. Þeim er ætlað að vekja áhuga nemenda og hvetja þá og jafnframt gefa þeim tækifæri til að sjá námsefnið frá öðru sjónarhorni. Nokkrum verkefnanna er ætlað að rannsaka stærðfræði en önnur gefa nemendum kost á færniæfingum með breyttu sniði.

Auk þess er í bent á eitt eða fleiri viðbótarverkefni í Kennarabókinni í tengslum við hverja opnu.

Ýmis verkefni

Að mæla púlsinn

Pú þarft að vinna þetta verkefni með bekkjarfélagi þínum.

Fjölbreytileg verkefni eiga að virkja sköpunarkraft nemenda, grundvallarfærni og hæfni í stærðfræði.

Munnleg færni og samskiptahæfni þjálfast í samræðum í minni og stærri hópum þar sem gengið er út frá verkefnum sem eru á dagskrá hverju sinni. Orðadæmi og verkefni með myndritum og töflum þjálfa lestrarfærni nemenda. Þar að auki fela mörg verkefni í sér færniæfingar til að þjálfa grunnatriði í reikningi.

- 2.51** Tvær stærðir, x og y , standa í réttu hlutfalli hvor við aðra. Eru fullyrðingar sannar eða ósannar?
- 1 Þegar x er helmingað þá helmingast y .
 - 2 Þegar x stækkar um 2 þá stækkar y um 2.
 - 3 Ef þú deilir í x -gildi með samsvarandi y -gildi færðu alltaf 5.
 - 4 Ef þú margfaldar x -gildi með samsvarandi y -gildi færðu alltaf 5.
 - 5 Grafíð, sem sýnir tengslin milli x og y , er bein lína gegnum upphafspunktinn $(0, 0)$.
- 3.80** Hver hefur rétt fyrir sér? Ræddu fullyrðingarnar hér á eftir við bekkirafélaga binn.

Námsaðgreining með litamerkingum gerir það mögulegt að nemendum, sem eru misvel á vegi staddir í náminu, geti fengist við sömu námsþættina. Verkefni, sem merkt eru blá, eru tiltölulega auðveld, gulu verkefnin eru af meðalþyngd og græn erfiðust. Ómerkt verkefni eru ætluð mörgum nemendum en í þeim tilvikum þarf kennarinn að leggja eigið mat á þyngdarstigið. Höfundar vilja ekki að nemendur fái það á tilfinninguna að þeir séu ýmist bláir, gulir eða grænir heldur er gert ráð fyrir að kennarinn komist að samkomulagi við hvern og einn um að hvaða verkefnum hver um sig eigi að einbeita sér til þess að þau henti hverjum nemanda sem allra best. Mörg grænu verkefnanna eru búin til í þeim tilgangi að nemendur, sem eru sterkir í stærðfræði, fái tækifæri og hvatningu til að reyna sem mest á sig. Þessi verkefni krefjast þess einnig oft að nemendur búi yfir meiri færni til að íhuga úrlausnarefnin.

● 3.110

● **3.111**

● 3.112

Undirkaflarnir í **stuttu máli** hafa að geyma upprifjun á hinu faglega innihaldi kaflans með því að sýnd eru dæmi sem tengjast hverju og einu námsmarkmiði. Þegar hingað er komið er eðlilegt að nemendur taki áfangapróf, að þeir geri eigið sjálfsmat og setji sér markmið fyrir námið sem fram undan er. Einn megingilgangur námsmats í stærðfræði er að leiðbeina nemendum um námið og gefa þeim upplýsingar um námsgengi þeirra.

Í stuttu máli

Pú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
reiknað með prósentum og prósentum, með og án stafranna hljápartanna	a Finnur 80% af 500 í huganum. b Eign Maja er þreföld eign Péturs. Hvað 5 Maja mörpum prósentum meira en Pétur? c Gíð skartgripis eykist um 3% á ári. Hver er breytingáttúrin? d Hve mikill er 12% af 32 000? e Hvað er 5 af 2500 mörpum prómi? f	a $80\% = \frac{80}{100}$ $\frac{80}{100}$ af 500 = $\frac{400}{100}$ b Pétur á 100%. Þá á Maja 300%, það er 200% meira en Pétur. c Breytingáttúrin er 1,03. d $\frac{32\,000 \cdot 12}{100} = 384$ e $\frac{5}{1000} = 0,002 = 2\%$ f

Í undirköflunum **Bættu þig!** eru verkefni til upprifjunar og ítarnáms (með ítarnámi er átt við æfingar og umfjöllun til viðbótar því sem nauðsynlegt er til að ná tökum á ákveðnum námsþætti). Þegar nemendur hafa tekið áfangaþróf hafa

þeir mynd af því sem þeir þurfa helst að æfa frekar. Þess vegna er óeðlilegt að allir nemendur vinni öll verkefni í þessum undirkafla. Einhverjir þurfa að einbeita sér að einum eða tveimur tilteknum námsþáttum en aðrir að ákveðnu þyngdarstigi innan nokkurra námsþátta. Gott er að tengja þessa vinnu við *Verkefni af ýmsu tagi* í æfingaheftinu.

Présent

1.122 Reiknaðu í huganum.

- a 12,5% af 160
b 75% af 48
c 3 af 15 sem prósent
d 23 af 92 sem prósent
e 100% þegar 40% er 60
f 12,5% þegar 75% er 81

Undirkaflarnir **Pjálfaðu hugann** hafa að geyma margbreytilegar þrautir þar sem nemendur þurfa í meiri mæli að beita bæði sköpunargáfu og hæfni.

- 3.159** Hugsau þér að þú sért með tvö tímaglós. Annað tímaglaslið mæli nákvæmlega 7 mínútur. Hitt tímaglaslið er stærra og mæli nákvæmlega 11 mínútur.
- Útskýrðu hvernig þú getur mælt nákvæmlega 15 mínútur með þessum tveimur tímaglögum.
- 3.160** Hugsau þér að þú sért með tvö mæliglós sem desilitrar eru ekki merktir á. Þegar mæliglósin eru full taka þau 5 dl og 3 dl.
- Útskýrðu hvernig þú getur með þessum tveimur mæliglögum mælt nákvæmlega 7 dl.

Æfingahefti

Í Skala 2A og 2B *Æfingahefti* eru fleiri og fjölbreytilegri verkefni. Þau eru með sömu litamerkingum og notaðar eru í nemendabókunum. Hverjum kafla er skipt í tvo aðalhluta. Í fyrri hlutanum eru mörg litamerkt verkefni sem tengjast beint undirköflum nemendabókanna og eru í sömu röð og þeir. Þau má nota samhlíða nemendabók, til dæmis sem heimaverkefni. Í kennarabók er vísað til þessara verkefni á hverri opnu. Í síðari hluta hvers kafla eru verkefni af ýmsu tagi sem ætlast er til að séu notuð í tengslum við undirkafla nemendabókar *Bættu þig!* eða til upprifjunar.

Kennarabækur

Skali 2 Kennarabækur eru tvær og er þessi sú fyrri. Í henni eru útskýringar og rökstuðningur fyrir hvernig nemendabækurnar skulu notaðar. Kennarabækurnar fylgja nemendabókunum blaðsíðu eftir blaðsíðu og hafa að geyma góðar ábendingar til kennara um hvernig einfalda má

námsefnið og hvernig fá má nemendum, sem eru vel á vegi staddir í stærðfræði, erfiðari verkefni að glíma við. Kennarar fá einnig góðar ábendingar um fleiri námshvetjandi verkefni í kennslunni. Höfundar eru ekki þeirrar skoðunar að allir nemendur eigi að vinna öll verkefni heldur telja þeir að kennarar eigi að hafa úr að spila nægu námsefni þegar skipuleggja skal vandað nám.

Stafrænt efni

Á *Skalavefnum* á heimasíðu Menntamálastofnunar eru kaflapróf sem nota má sem áfangapróf. Þau gefa bæði nemendum og kennurum snögga endurgjöf um stöðuna hverju sinni. Prófin eru hluti af símati sem nemendur eiga að fá upplýsingar um og er ekki ætlast til að þau séu notuð til einkunnagjafar.

Heimasíða Skala

Á heimasíðu Menntamálastofnunar er að finna efni sem fylgir *Skala-flokknum*. Þar eru:

- kennarabækur
 - verkefnablöð sem eru númeruð eftir árgöngum og köflum. Númerið 1.1.9 merkir: Verkefnablað sem fylgir *Skala 1* (A eða B), kafla 1, blað nr. 9
 - lausnir við nemendabækur, æfingahefti og kaflapróf
 - kaflapróf til útrentunar
- Á læstu svæði kennara er síðan að finna lokapróf við hverja bók ásamt lausnum við þau.

Símat og lokamat

Allt mat á stöðu nemenda á unglingastigi fram til loka 10. bekkjar er símat. Í námskránni segir:

„Megintilgangur námsmats í stærðfræði er að leiðbeina nemendum um námið og hvernig þeir geti náð settum markmiðum. Fylgst er með hvernig nemendum tekst að ná þeim hæfniviðmiðum sem sett eru fram fyrir stærðfræði og nemendur eru örvaðir til framfara. Mat á hæfni og framförum nemenda er reglubundinn þáttur í skólastarfi og órjúfanager frá námi og kennslu. Námsmat veitir upplýsingar um námsgengi nemenda, hæfni þeirra, vinnubrögð og framfarir og gefur kennurum mikilvægar upplýsingar við skipulag kennslu og mótun náms.“ (Úr Aðalnámskrá grunnskóla: Greinasvið, 2013)

Þegar námsferlið fer að nálgast lok kaflans er gert ráð fyrir að nemendur taki áfangapróf þar sem námsmarkmið kaflans eru lögð til grundvallar. Með þessu prófi fá nemendur og kennari mynd af því hvernig til hefur tekist í náminu og hvort markmiðum hefur verið náð. Þegar hér er komið sögu hefur verið lítil tími til ítarnáms eða til að kafa dýpra í efnið. Út frá niðurstöðum úr áfangaprófinu gerir nemandinn (með hjálp kennarans) áætlun fyrir vinnuna fram undan. Ef markmiðunum hefur verið náð að miklu leyti er eðlilegt að fást einungis við grænu verkefni í undirköflunum *Bættu þig!* og *Verkefni af ýmsu tagi* í æfingahefti. Ráði nemandinn vel við verkefni á ákveðnum sviðum og verr við verkefni á öðrum sviðum getur hann valið að vinna við ákveðin þemu í undirkaflanum *Bættu þig!* Rétt er að nemendur, sem gengur miður vel á áfangaprófinu, vinni meira með grunnþættina og einbeiti sér því að ómerktum og bláum verkefnum í undirkaflanum *Bættu þig!* og bláum verkefnum í *Verkefnum af ýmsu tagi* í æfingaheftinu.

Lögð skal áhersla á – og það hafa rannsóknir leitt í ljós – að nemendur þurfa að vita hver markmiðin með kennslunni eru til að geta tekið ákvörðun sem ýtir undir persónulega þróun þeirra og nám. Ekki er nóg að þeir fái að vita hvað gera skal heldur einnig hvað þeir eiga að læra. Þess vegna er mikilvægt að markmiðin séu rædd á þann hátt að nemendur skilji. Stundum er þetta erfitt við að eiga því að markmiðin fela í sér hugtök sem nemendur eiga að læra. Þá getur komið sér vel að ræða um markmiðin við og við meðan á vinnu við kafla stendur til viðbótar því að draga markmiðin fram í dagsljósið eftir að kafla er lokið. Nemendur þurfa að þjálfast í að setja sér eigin markmið með vinnunni fram undan. Ef markmiðin eru eigin markmið nemenda eykst áhugi þeirra á að ná þeim. Áfangaprófið á að hjálpa bæði kennara og nemendum við að taka skynsamlegar ákvarðanir um skipulag vinnunnar við kaflann. Sjálfsmat nemenda er mikilvægt til að þeir geti gert sér grein fyrir eigin hæfni. Rétt er að þjálfast þá í að meta sjálfa sig, bæði með hliðsjón af

markmiðum og niðurstöðum úr prófum. Út frá mati kennarans og sjálfsmati nemenda fá þeir leiðbeiningar um hvernig þeir geta bætt sig.

Þegar nemendur gera áætlun um vinnuna fram undan eftir áfangaprófið framkvæma þeir frekara sjálfsmat út frá ákveðnum spurningum:

- A Í hve miklum mæli er ég ánægð(ur) með niðurstöðuna úr áfangaprófinu þegar hún er borin saman við markmið mín?
- B Sýnir áfangaprófið að ég þurfi að vinna meira í ákveðnum námsþáttum? Ef svo er – hvaða námsþættir eru það?
- C Að hve miklu leyti er raunhæft að ég nái valdi á þessum námsþáttum?

Nemendur þurfa að gera ákveðna vinnuáætlun og skrifa hana niður. Kennari gengur úr skugga um að hún sé bæði bjartsýn og raunhæf. Hann ræðir sérstaklega við nemendur sem virðast ef til vill vanmeta sig. Þetta ferli mun taka nokkurn tíma í fyrstu en ganga æ hraðar fyrir sig þegar nemendur hafa vanist þessu verklagi.

Nemendur þurfa svör við spurningunum: Hvert ætla ég? Hvar er ég stödd/staddur í náminu? Hvert er næsta skref? Svarið við síðustu spurningunni kallast endurgjöf um næstu skref. Endurgjöf, sem vísar til þess sem fram undan er, hefur mest áhrif á nám nemenda ef hún er lätin í té oft í hinni daglegu kennslu. Það má gera á einfaldan hátt með því að nemendur skrifi daglega á stafrænt eyðublað eða á blað:

Tvö atriði sem ég hef lært í dag.

Atriði sem ég er ekki viss um.

Þegar kennari les það sem nemendur skrifa getur hann bætt við einni nýrri línu:

Tillaga um hvað þú getur gert til að skilja það sem þú ert ekki viss um.

Í símatinu felast einnig próf og mat sem gefur yfirlit yfir helstu atriðin í náminu sem aftur gefa upplýsingar um hæfni nemenda á ákveðnum tímamarki. Það er því notkunin á

niðurstöðum prófsins sem ákvarðar tilganginn með því.

Ekki er gert ráð fyrir að einkunnir séu gefnar fyrir áfangapróf í *Skala*.

Eftir því sem líður á námið þarf að leggja fyrir nemendur nokkur próf sem einkunnir eru gefnar fyrir. Kennari þarf sjálfur að meta hve mörg próf eru æskileg. Ekki er víst að þörf sé á fleiri en tveimur slíkum prófum á önn. Á læstu svæði kennara á heimasíðu Menntamálastofnunar eru kaflapróf og lokapróf úr hvorri nemendabók sem hægt er að nota í þessu skyni. Mismunandi er eftir viðfangsefnum í hve miklum mæli nemendur fá að nota hjálpartæki við lausn kaflaprófanna. Í lokaprófunum er þess getið sérstaklega en kennari getur auðvitað metið hverju sinni hvaða hjálpargögn nemendur nota og hvenær þeir gera það.

KAFLAPRÓF 1

2A

SKALI

NEMENDABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Prófið er um það bil 45 mínútur.

1. prófhluti: Alls 14 stig.
Engin hjálpartæki leyfð.
Öll svör skal skrifa á verkefnaðilið.

2. prófhluti: Alls 14 stig.
Hjálpartæki: Vasarekni.
Sýndu útreikninga í öllum verkefnum.
Skrðu þú skýrt og skýrnalega á þitt eigið skýringartæki.

Menntamálastofnun

7213

VORPRÓF

2A

SKALI

LOKAPRÓF

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Prófið er í tveimur hlutum.

1. prófhluti
Hjálpartæki: ritföng, hringfari, reglulíka og gróðubogi.
Þú átt að skrifa svörin beint á prófblaðin.
Þar sem reitir eru fyrir útreikninga skaltu sýna þú að þú ulla.

2. prófhluti
Hér áttu að sýna alla útreikninga skýrt og skýrnalega á þitt eigið skýringartæki.
Öll hjálpartæki eru leyfð nema reitir og önnur samspjstatæki.

Námshagnastofnun

Mikilvægt er að koma því á framfæri við nemendur að allar einkunnir, sem þeir fá meðan á náminu stendur, eru hluti af símati og að þeir hafi ætíð möguleika á að bæta sig; þess vegna verði alltaf lögð mest áhersla á útkomuna úr síðasta prófinu sem prófar allt sem nemendur hafa lært fram að því.

	Hæfnimarkmið	Námsmarkmið
	<i>Markmið með kennslunni eru að nemandinn geti</i>	<i>Nemandinn á að læra að</i>
Kafli 1 Skali 2A	Tölur og algebra • borið saman og breytt tölum, sem eru á forminu heilar tölur, tugabrot, almenn brot, prósent, prómill og á staðalformi, úr einu forminu í annað, táknað slíkar tölur á mismunandi vegu og metið við hvaða aðstæður hin mismunandi form eigi við • reiknað með almennum brotum, framkvæmt deilingu með almennum brotum og einfaldað brot • notað þætti, veldi, ferningsrætur og frumtölur í útreikningum	Prósent • reikna með prósentum og prómillum, með og án stafrænna miðla • túlka og reikna með prósentustigum Veldi og ferningsrót • reikna með veldum • útskýra hvað ferningsrót af tölu er • finna ferningsrót af tölu • bera kennsl á og nota teningstölu • útskýra hvernig tvíundakerfið er byggt upp Tugveldi og tölur á staðalformi • útskýra hvernig tugakerfið er byggt upp • skrifa og reikna með stórum og litlum tölum á staðalformi • reikna með tugveldi í verkefnum úr daglegu lífi Talnamengi • flokka tölurnar á talnalínu í mismunandi talnamengi • þekkja ræðar tölur, óræðar tölur og rauntölur
Kafli 2 Skali 2A	Föll • búið til föll sem lýsa tölulegum tengslum og aðstæðum úr daglegu lífi, með og án stafrænna verkfæra, lýst þeim og túlkað þau og breytt föllum, sem sett eru fram í formi grafa, taflna, formúlna og texta, úr einu forminu í annað • þekkt og notað eiginleika hlutfallsfalla, falla í öfugu hlutfalli hvort við annað, línulegra falla og 2. stigs falla og nefnt dæmi úr daglegu lífi sem hægt er að lýsa með þessum föllum	Línuleg föll – beinar línur • bera kennsl á og finna formúlur fyrir beinar línur • bera kennsl á aðstæður úr daglegu lífi sem lýsa má með línulegum föllum • búa til gildistöflur og teikna gröf út frá formúlum fyrir beina línu • segja til um hvort tiltekinn punktur liggur á tiltekinni beinni línu Empírísk og ólínuleg föll • lýsa og bera kennsl á föll • búa til og nota töflur með raungögnum til að teikna föll í hnitakerfi • lýsa aðstæðum úr daglegu lífi þar sem föll koma við sögu
Kafli 3 Skali 2A	Mælingar • reiknað með slumpreikningi og reiknað af nákvæmni lengd, ummál, horn, flatarmál, yfirborðsflatarmál, rúmmál, tíma, hraða og eðlismassa, svo og notað og breytt mæli-kvarða • valið viðeigandi mælieiningar, útskýrt tengsl og breytt úr einni mælieiningu í aðra, notað og metið mælitæki og mælingaraðferðir við raunverulegar mælingar og rökrætt um nákvæmni og ónákvæmni mælinga	Tímaútreikningar • breyta klukkustundum, mínútum og sekúndum í tugabrot • reikna út tímamismun • reikna út tímann í mismunandi tímabeltum Mælieiningar • nota réttar mælieiningar • breyta úr einni mælieiningu í aðra í tengslum við lengd, flatarmál og rúmmál • reikna með einingum fyrir massa og breyta úr einni einingu í aðra • velja og nota rétt mælitæki Nákvæmni og námundun • meta hversu nákvæmt tiltekið svar er og nota reglur um námundun • áætla villur við mælingar • nota mælitæki og meta villandi heimildir við raunverulegar mælingar Hlutfallareikningur • bera kennsl á og reikna með hlutfallstöllum í verkefnum úr daglegu lífi • reikna með hlutföllum í blöndum • reikna með vegalengd, hraða og tíma • reikna með eðlismassa • reikna með gjaldeyri

	Hæfnimarkmið	Námsmarkmið
	<i>Markmið með kennslunni eru að nemandinn geti</i>	<i>Nemandinn á að læra að</i>
Kafli 4 Skali 2B	Rúmfræði - rannsakað og lýst eiginleikum og einkennum tví- og þrívíðra mynda og forma og notað þau í tengslum við rúmfræðiteikningar og útreikninga - gert, lýst og fært rök fyrir rúmfræðiteikningum með hringfara og reglustiku og með rúmfræðiforriti Mælingar - reiknað með slumpreikningi og reiknað af nákvæmni lengd, ummál, horn, flatarmál, yfirborðsflatarmál, rúmmál, tíma, hraða og massa, svo og notað og breytt mælikvarða - valið viðeigandi mælieiningar, útskýrt tengsl og breytt úr einni mælieiningu í aðra, notað og metið mælitæki og mælingaraðferðir við raunverulegar mælingar og rökrætt um nákvæmni og ónákvæmni mælinga - gert grein fyrir tölunni π (π) og notað hana í útreikningum á ummáli, flatarmáli og rúmmáli	Flatarmál og ummál - mæla og reikna út ummál algengra rúmfræðiforma - mæla og reikna út flatarmál algengra rúmfræðiforma Rúmfræði hrings - finna námundagildi fastans π (π) - reikna út flatarmál og ummál hrings - teikna rétthyrnda þríhyrninga með því að nota eiginleika hrings - teikna – með hringfara og reglustiku – snertil hrings - nota rúmfræðiteikningu til að finna miðpunkt hrings Þrívíð rúmfræðiform og myndir - þekkja og lýsa réttstrendingi, píramída, keilu, sívalningi og kúlu - mæla og reikna út yfirborðsflatarmál og rúmmál þrívíðra forma og mynda - reikna út rúmmál með mismunandi mælieiningum
Kafli 5 Skali 2B	Tölfræði, líkur og talningarfræði - fundað og rökrætt um líkur í tilraunum, hermilíkönum og útreikningum í verkefnum úr daglegu lífi og í spilum - lýst útkomumengi og sagt til um líkur með almennum brotum, prósentum og tugabrotum - rökrætt og leyst einföld talningarfræðiverkefni	Einfaldar líkur - reikna út líkur í einföldum verkefnum sem tengjast hversdagslegum athöfnum - segja til um líkur með almennum brotum, tugabrotum og prósentum - sjá mismuninn á jöfnum líkum og ójöfnum líkum Talningarfræði - segja til um fjölda mögulegra útkomna tiltekins atburðar - aðgreina óháða og háða atburði - reikna út fjölda mögulegra samsetninga atburða - setja gögn upp í töflur og talningartré - flokka gögn inn í Vennmynd - finna sammengi, sniðmengi og fyllimengi í gagnamengjum

Yfirlit yfir efnisþætti Skala

	8. bekkur	9. bekkur	10. bekkur
Kafli 1	Tölur og talnareikningur - veldi - eiginleikar talna - þáttun, deilanleiki - rétt röð reiknaðgerða - hugareikningur og slumpreikningur - negatífar tölur	Talnareikningur - veldi með negatífum veldisvísium - tölur á staðalformi - óræðar tölur, ferningsrætur - prósentustig - meira en 100 prósent	Persónuleg fjármál - laun, fjárhagsáætlun og bókhald - virðisaukaskattur - lán og sparnaður - debetkort og kreditkort - virðisbreyting
Kafli 2	Rúmfræði - punktur, lína, horn - hefðbundnar rúmfræðiteikningar, með hringfara og reglustiku - rúmfræðilegir staðir - mælingar og útreikningar á stærð horna - hnitakerfið - samhverfa í hnitakerfinu og utan þess	Föll - hugtökin fall og breyta - mismunandi framsetningar falla (töflur, gröf, formúlur, texti, $f(x)$) - línuleg föll, hallatala og fasti - topp- og botnpunktar (hæsta og lægsta gildi) - föll og gröf sem stærðfræðilíkön	Rúmfræði og hönnun - þríhyrningsútreikningar - Pýþagórasarreglan - einslögun - kort og mælikvarði - vinnuteikningar - fjarviddarteikningar - tækni, listir og arkitektúr - gullinsnið
Kafli 3	Almenn brot, tugabrot og prósent - hugareikningur og blaðreikningur - reiknaðgerðirnar fjórar með almennum brotum og tugabrotum - stærsti sameiginlegi þátturinn og minnsta sameiginlega margfeldið - breyta tölum, sem skrifaðar eru á forminu almenn brot, tugabrot eða prósentur, úr einu forminu í annað - samanburður á stærðum talna	Mál og mælieiningar - námundun og markverðir tölustafir - hlutfallareikningur - tímaúteikningar - reikningur með samsettum einingum	Algebra og jöfnur - línulegar jöfnur og línuleg jöfnuhneppi - formúlureikningur - bókstafareikningur - þáttun - ferningsreglurnar - ójöfnur
Kafli 4	Tölfræði - söfnun gagna og kynning niðurstaðna - gildi sem lýsa miðsækni og dreifingu	Rúmfræði og útreikningar - flatarmál og ummál - rúmfræði hrings - fleiri rúmfræðilegir staðir - þrívíddarrúmfræði, eiginleikar og einkenni rúmfræðiforma	Föll - annars stigs föll - öfugt hlutfall
Kafli 5	Algebra og jöfnur - talnamynstur, alhæfing - bókstafareikningur með og án sviga - línulegar jöfnur, uppsettar og óuppsettar	Líkur og talningarfræði - Vennmynd, sammengi, sniðmengi og fyllimengi - líkindareikningur með talningu - krosstöflur og líkindatré - lögmál stórra talna - umraðanir, að draga hluti með eða án endurtekninga	Líkindareikningur - frá reynslu til líkinda - tilraunir og hermitilraunir - samsettir atburðir - draga hluti með og án endurtekninga - andstæðir atburðir (fylliatburðir) - líkur í spilum

Tillaga að ársáætlun

Vika nr.	Kafli	Pema	Mat
34	1 Talnareikningur	Prósent	
35			
36		Veldi og ferningsrót	
37		Tugveldi og tölur á staðalformi	
38			
39		Talnamengi	
40	HAUSTFRÍ		
41	2 Föll	Bættu þig!	
42		Bættu þig!/Þjálfðu hugann	Kaflapróf 1
43		Línuleg föll – beinar línur	
44			
45		Empírísk og ólínuleg föll	
46			
47	3 Mál og mælieiningar		
48		Bættu þig!	
49		Bættu þig!/Þjálfðu hugann	Lokapróf úr <i>Skala 2A</i>
50		Tímaútreikningur	
51			
52	JÓLAFRÍ		
1	JÓLAFRÍ		
2		Nákvæmni og námundun	
3			
4		Samsettar einingar og hlutfallareikningur	
5			
6		Bættu þig!	Kaflapróf 3
7		Bættu þig!/Þjálfðu hugann	Lokapróf úr <i>Skala 2A</i>
8	VETRARFRÍ		
9	4 Rúmfraði og útreikningar	Flatarmál og ummál	
10		Rúmfraði hrings	
11			
12		Prívíð rúmfraðileg form og myndir	
13			
14	PÁSKAFRÍ		
15			
16		Bættu þig!	
17		Bættu þig!/Þjálfðu hugann	Kaflapróf 4
18	5 Líkur og talningarfræði	Einfaldar líkur	
19			
20		Talningarfræði	
21			Kaflapróf 5
22		Bættu þig!	
23		Bættu þig!/Þjálfðu hugann	Lokapróf úr <i>Skala 2B</i>
24			
25			

Talnareikningur

Kaflinn byggist á innihaldi kafla 1 og 3 í *Skala 1A*. Þekkingin um tölur er víkkuð út þannig að hún nær til allra rauntalna. Ný form talna eins og prómill, staðalform og ferningsrót koma nú fram. Nemendur eiga að þróa með sér skilning á að stærðir talna eru táknaðar á mismunandi vegu eftir aðstæðum og um getur verið að ræða mismunandi hefðir eftir námsgreinum.



Talnareikningur

Blaðsíða 6-7

Forþekking

- Tengsl milli almennra brota, prósentu og tugabrota
- Sætiskerfið – tugakerfið
- Veldi sem ritháttur fyrir endurtekna margföldun

Kennari kannar hvaða færni nemendur búa yfir í framangreindum efnisþáttum þegar þeir hefja vinnu við kaflann. Niðurstöðurnar má nota til að skipuleggja námsferlið í bekkjardeildinni.

Fagleg tengsl

Prósentureikningur byggist beinlínis á forþekkingu nemenda sem þeir öfluðu sér í kafla 3 í *Skala 1A*. Miklu skiptir að þeir skilji að reikningur með prómill fer eins fram og reikningur með prósent nema að því leyti að nú er um að ræða þúsundustu hluta í stað hundraðshluta. Notkun ferningsrótar verður mikilvæg þegar fengist er við annars stigs jöfnur í 10. bekk, einkum í tengslum við Pýþagórasarregluna. Í undirkaflanum *Talnamengi* er fagtextinn útskýrður með Vennmyndum. Hugtakið Vennmynd verður skýrt nánar í kafla 5, Líkur og talningarfærði.

Hagnýt notkun

Prósentureikningur og reikningur með prómill tengjast að miklu leyti verkefnum úr daglegu lífi, fjármálum og fjölmiðlum. Prósentustig er hugtak sem er oft notað í tengslum við skoðanakannanir, kosningar og fjármál. Tvíundakerfið tengist skilningi á hugtakinu stafrænn og hvernig vistun og yfirfærsla gagna er kóðuð.

Notkun stórra og lítilla talna, sem skrifaðar eru á staðalformi, skiptir miklu máli innan hinna ýmsu náttúrufræðigreina, t.d. í geimvísindum, líffræði og efnafræði.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Til viðbótar því að fá lestrarþjálfun í fagtextum, sýnidæmum og verkefna-textum eiga nemendur að læra að lesa úr nýjum formum á myndritum, táknum og myndum. Súlurit um fylgi flokka segir til um breytingu í formi prósentustiga. Vennmynd er notuð til að flokka tölur í mismunandi talnamengi. Talnamengi eru táknuð með bókstöfum á ákveðinn hátt og ferningsrótartáknið er nýtt tákn fyrir nemendum. Mikilvægt er að þeir skilji að einstök tákn, eins og til dæmis ferningsrótartáknið, hafa einungis gildi með tölum eða breytum og hafa því ekki neina merkingu ein og sér. Nemendur þurfa einnig að geta lesið hvert rétt gildi tölu er án tillits til þess á hvaða formi hún er skráð. Sjái nemendur töluna 10^4 þurfa þeir að vera jafn vissir um að þetta er talan „tíu þúsund“ eins og ef þeir sjá töluna 10 000. Þegar tölurnar verða mjög stórar er ekki auðvelt að segja til um hvað þær kallast og það er heldur ekki nauðsynlegt.

Munnleg færni

Kennari rökraðir um verkefni og lausnir við nemendur og sér til þess að þeir ræði saman. Ákveðinn hluti stakra verkefna er búinn til með þá hugsun að leiðarljósi að skapa samræður milli nemenda; auk þess er mikilvægt að nemendur fái tækifæri til að ræða saman um lausnaleyðir.

Stafræn færni

Í þessum kafla þróa nemendur með sér stafræna færni með því að nota töflureikni sem verkfæri. Lögð er mikil áhersla á að nota virkni töflureiknisins með því að setja fram formúlur með tilvísunum í hólf. Þar að auki kemur oft fyrir að nemendur þurfa að finna upplýsingar úr ýmsum

heimildum á netinu, vinna sjálfir úr þeim og kynna þær. Í tengslum við þetta er þýðingarmikið að leggja áherslu á heimildarýni.

Skrifleg færni

Skrifleg færni tengist rétttri notkun tákna á sama hátt og lestrarfærni. Stærðfræði hefur sitt eigið, afar nákvæma tungumál. Til að geta tjáð sig á táknmáli stærðfræðinnar þarf innsýn bæði í merkingu tákna og í hið stærðfræðilega samhengi sem táknin eru notuð í. Í mörgum orðadæmum mun nemendum vera mikið gagn í því að teikna líkön í formi mynda eða grafa, líkön sem gera viðkomandi vandamál sýnilegt.

Reikningsfærni

Í öllum kaflanum er lögð áhersla á að þróa reikningsfærni nemenda. Að búa yfir reikningsfærni felur einnig í sér að geta metið hvaða hjálpartæki eiga við í mismunandi aðstæðum og hvort svör eru sennileg eður ei.

Faglegt innihald

- Inngangur að þemanu talna-reikningur

Ábendingar

Stærðfræðiorð

Kennari notar stærðfræðiorðin til að kortleggja forþekkingu nemenda og hugsanlegan misskilning.

Kennari skrifar stærðfræðiorðin upp þannig að allir nemendur geti séð þau. Hann dreifir þremur miðum til hvers nemanda, grænum, gulum og rauðum. Varðandi hvert orð nota nemendur miðana sem tákn fyrir hvort þeir eru:

- grænir – vissir um hvað orðið þýðir

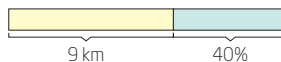
- gulir – hafa einhverja hugmynd en eru ekki alveg vissir um hvað orðið þýðir
- rauðir – muna ekki eftir orðinu eða hafa aldrei heyrt það

Kennari skrifar upp stöðuna í nemendahópnum varðandi hvert orð og lætur „grænan“ nemanda prófa að útskýra merkingu þess fyrir bekkjarfélögunum. Nemendur meta hvort þeir sem hópur þurfa að læra mörg eða fá ný hugtök.

Könnunarverkefni

Hér er um að ræða klassískt þrautalausnarverkefni sem auðveldast er að útskýra með því að teikna líkan. Kennari bendir því nemendum á að teikna aðstæðurnar út frá annarri brautinni fyrst.

Mánabraut:



Pegar myndin hefur verið teiknuð er ekki erfitt að sjá að 9 km hljóta að samsvara 60% sem þýðir að 20% eru 3 km og 40% 6 km. Þar með er öll brautin 15 km.

Með því að gera svipaða mynd fyrir Sólarbraut geta nemendur borið saman lengd brautanna tveggja. Lausn: Sólarbraut er 16 km á lengd og er þar með lengri en Mánabraut.

Einfaldari verkefni

Hér er önnur framsetning á verkefninu:

Pegar Pálína hefur gengið 9 km er hún búin með 60% af Mánabraut. Hversu löng er þá Mánabraut? Þegar Pálína hefur gengið 4 km er hún búin með 25% af Sólarbraut. Hversu löng er þá Sólarbraut?

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Finndu 100%

Búnaður: Eldspýtur, talningarkubbar eða eitthvað því um líkt og umslög. Kennari útbýr umslög með ákveðnum fjölda eldspýtna. Hann skrifar á hvert umslag hve margar eldspýtur eru í umslaginu í upphafi og hversu mörg prósent þessar eldspýtur eru af óþekktum fjölda eldspýtna. Nemendur vinna í pörum og eiga að fylla umslögin þannig að í þeim séu 100% af eldspýtunum. Síðan skiptast tvö nemendapör á umslögum og ganga úr skugga um hvort lausn hvors nemendaparsins um sig er rétt.

Tillögur:

12 eldspýtur – eru 60% – fylla skal upp í 20 eldspýtur

7 eldspýtur – eru 25% – fylla skal upp í 28 eldspýtur

27 eldspýtur – eru 75% – fylla skal upp í 36 eldspýtur

36 eldspýtur – eru 80% – fylla skal upp í 45 eldspýtur

6 eldspýtur – eru 20% – fylla skal upp í 30 eldspýtur

Faglegt innihald

- Tengsl almennra brota og prósentu
- Aðferðir í hugareikningi

Búnaður

- Teningur

Prósent

Blaðsíða 8–9

Æfingahefti

1.1

1.33

Ábendingar

Í upphafi eru tengslin milli almennra brota og prósentu rifjuð upp. Þegar reikna á í huganum eða með sluppreikningi er oft auðveldara að sjá fyrir sér til dæmis fimmtu hluta eða fjórðu hluta heldur en hundraðshluta.

1.2

Þessi verkefni mynda pör þannig að tvö og tvö verkefni eru svipuð, aðeins sett fram annars vegar með texta og hins vegar með tölum.

Kennari ræðir við nemendur um þetta. *Sjáið þið einhver líkindi með einhverjum verkefnanna?*

Hvaða almennu brot í verkefnunum samsvara hvaða prósentutölum?

Er munur á því að reikna $x\%$ af y eða $y\%$ af x ?

(Eða á einfaldari hátt: 10% af 20 eða 20% af 10?)

(Það er enginn munur.)

Sýnidæmi 1

Í sýnidæminu er sýnd ákveðin hugareikningsaðferð. Kennari hvetur nemendur til að finna aðrar aðferðir og ræðir við þá um hver er skilvirkust.

1.3

Kennari fær nemendur til að rökræða um mismunandi lausnaleyðir. Til að breyta almennum brotum í prósent getur verið gagnlegt fyrir þá að hugsa út frá einingabrotum (þ.e. brotum þar sem teljarinn er 1). Þegar maður veit að $\frac{1}{5}$ er 20% hlýtur $\frac{4}{5}$ að vera 4 sinnum meira, þ.e. 80%. Til að breyta prósentum í almenn brot getur stundum verið heppilegt að skrifa prósent sem hundraðshluta og stytta brotið. Einnig er gott að gera sér grein fyrir tíundu hlutunum og að þeir samsvara 10% eða átta sig á að talan er margfeldi þekkts einingabrots. Hvað vilja nemendur gera? Kannski vilja þeir nota allt aðra lausnaleyð.

1.4

Skriflegum hugareikningi er ætlað að sýna hvernig hugareikningurinn fer fram. Auðvelt er fyrir nemendur að misnota jöfnumerkið í slíkum aðstæðum vegna þess að hugsanir þeirra koma hver á eftir annarri.

Skrifa má niður hugareikningsaðferðirnar á marga mismunandi vegu en nemendur eiga að forðast rithátt sem þennan: $500 : 10 = 50 \cdot 4 = 200$

Tillaga að réttum rithætti:

10% af 500 er 50

$50 \cdot 4 = 200$

eða

$500 : 10 = 50$

$50 \cdot 4 = 200$

Kennari þarf að útskýra fyrir nemendum að skriflegur hugareikningur fullnægir ekki öllum kröfum um skriflegan reikning en hann getur sýnt gagnlegar aðferðir til að nota í hversdagslífinu.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Góður talnaskilningur og árangursríkar hugareikningsaðferðir tengjast náið grundvallarreikningsfærni.

Munnleg færni

Nemendur eiga að læra að orða hugsanir sínar með því að útskýra hugareikningsaðferðir sínar hver fyrir öðrum.

Einfaldari verkefni

Nemendur nota teikningar eða áþreifanleg hjálpargögn, til dæmis brotaspijöld.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Prósentspil

Spilið er fyrir 3–4 nemendur.

Búnaður: Teningur.

Allir leikmenn hafa í upphafi 100 stig hver. Þeir kasta teningi og reikna samkvæmt eftirfarandi reglum:

Einn: Leikmaður missir 50% af stigasummunni sem hann á.

Tveir: Leikmaður missir 25% af stigasummunni sem hann á.

Þrír: Leikmaður missir 10% af stigasummunni sem hann á.

Fjórir: Leikmaður bætir við 10% af stigasummunni sem hann á.

Fimm: Leikmaður bætir við 25% af stigasummunni sem hann á.

Sex: Leikmaður bætir við 50% af stigasummunni, sem hann á, og má auk þess kasta aftur ef hann vill.

Allir útreikningar eiga að fara fram með hugareikningi en nemendur skrá jafnóðum nýju stigasummuna. Öll svör skal námunda að næstu heilu tölu samkvæmt hefðbundnum námundunarreglum.

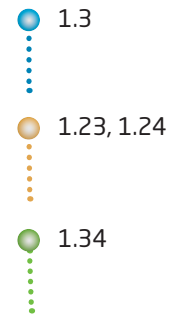
Leikmenn koma sér fyrir fram saman um hve margar umferðir skulu spilaðar – eða í hve margar mínútur. Sá vinnur sem hefur flest stig í lokin.

Afbrigði: Kennari býr til samsvarandi spil með erfiðari prósentum.

Faglegt innihald

- Hugareikningur og slumpreikningur í prósentureikningi

Æfingahefti



Blaðsíða 10-11

Ábendingar

Dæmabingó

Spilið hefur verið kynnt áður, í *Kennarabók Skala 1A*, bls. 12–13. Áð þessu sinni byggjast hugareikningsverkefni á reikningi með almennum brotum eða prósentum. Nota má til dæmis eftirfarandi verkefni.

16 tölur í stækkandi röð:

$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, 2, 2,56, 3, 4, 9, 10, 18, 21, 36, 42, 48, 60, 96, 108

16 viðfangsefni sem passa við tölurnar:

Prír áttundu hlutar af 48

35% af 120

50% af fjórða hluta

15% af 60

5% meira en 20

Prír fjórðu hlutar af 80

16% af 16

20% af 20

5% af 5

72% af 150

4% af 50

Fjórir sjöundu hlutar af 54

20% meira en 80

75% af 64

15% af 20

40% af 25

Bls. 11

Fjallað var fyrst um slumpreikning á bls. 14 í *Kennarabók Skala 1A*.

Námundunarreglur í slumpreikningi eru frábrugðnar reglum um hvernig námunda skal svör. Tilgangurinn með námunduninni er að auðvelda reikninginn auk þess að gæta þess að svarið verði ekki of ónákvæmt. Kennari þarf að ræða við nemendur um slumpreikning.

Hvers vegna er mikilvægt að geta reiknað með slumpreikningi?

(Til að geta áætlað svör í verkefnum úr daglegu lífi án hjálpartækja eða til

að meta hvort svar, sem reiknað hefur verið út, er sennilegt.)

Hvernig námundum við þegar við reiknum með slumpreikningi?

(Það gerum við alltaf áður en við reiknum. Í samlagningu og margföldun eru tölurnar námundaðar hvor (eða hver) í sína áttina en í frádrætti og deilingu eru tölurnar námundaðar í sömu átt.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Slumpreikningur tengist grundvallar-reikningsfærni.

Skriftarfærni

Í sýnidæmi 3 er sýnd notkun tákna „er um það bil“ og „er jafnt og“. Mikilvægt er að nemendur læri að nota þessi tákni á réttan hátt þar sem það er mikilvægur þáttur í táknmáli stærðfræðinnar. Í sýnidæminu er einnig sýnt hvernig svara má orðadæmi með texta.

1.6

Í „grænum“ verkefnum fást nemendur við prósentur sem eru stærri en 100%. Þeim sem eru faglega sterkir í stærðfræði ætti þetta ekki að vera erfitt en vísa má nemendum, sem reynist þetta erfitt, á fagtextann á bls. 13.

Einfaldari verkefni

1.6

Nota má einfaldari tölur þannig að aðeins þurfi að námunda aðra töluna:

a 50% af 988

b 26% af 400

c 90% af 1035

d 42% af 2500

e 80% af 516

f 70% af 3290

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Dæmabingó – útvíkkað

Nemendur spila *Dæmabingó* með 25 reitum í staðinn fyrir 16 reiti. Nota skal aðrar tölur, 9 talsins, þ.e.

$\frac{1}{2}$, 0,64, 12, 38, 45, 49, 55, 63, 64

Níu ný verkefni með þessum tölum: Átta níundu hlutar af 72

25% af 2

15% af 80

Sjö tuttugustu hlutar af 140

25% meira en 44

30% minna en 90

Prír fimmtu hlutar af 75

8% af 8

95% af 40

Afbrigði: Nemendur búa til sín eigin dæmabingó-verkefni. Síðan er bekkjardeildinni skipt í hópa og þeir spila sitt eigið dæmabingó.

Faglegt innihald

- Slumpreikningur í prósentureikningi
- Breyting gefin upp í prósentum

Búnaður

- Teningur
- Spilastokkur

Æfingahefti

1.4-1.11

1.35, 1.36

Blaðsíða 12-13

Ábendingar

Bls. 12

Verkefnin í orðadæmunum eru af mismunandi toga. Rifja þarf upp með nemendum að finna þarf mismuninn (ef hann er ekki gefinn upp) áður en prósentin eru reiknuð út.

Bls. 13

Margir nemendur halda að 100% sé stærsta mögulega prósentutalan. Ástæðan getur verið sú að þeir hafa alltaf reiknað prósentur sem eiginlegt brot af heilu safni. Samhengið hefur verið afsláttur, skattur og þess háttar.

Nemendur munu komast að raun um að ekki er algengt að ræða um prósentutölur sem eru stærri en 100. Kennari ræðir við þá um aðrar leiðir til að lýsa slíkum stærðum. Ef einhver stærð er 150% meiri en önnur stærð er jafn eðlilegt að segja að hún sé 2,5 sinnum stærri (sjá hér á eftir).

1.12

Upplýsingar í þessu verkefni eru fengnar frá *Rannsóknunum og greiningu*.

1.14

Kennari ræðir við nemendur um niðurstöðurnar.

Er hægt að lýsa aukningu um 100% á annan hátt?

(Já, það samsvarar því að tvöfalda.)

Hvað er aukningin mörg prósent ef stærð er þrefölduð? (200%)

Kennari bendir nemendum á að við aukningu er útgangspunkturinn alltaf 100%. Þetta leiðir af sér að útgangspunkturinn varðandi afslátt er alltaf 100%

Er hægt að draga 200% frá tölu?

Grundvallarfærni

Lestrarfærni/Munnleg færni

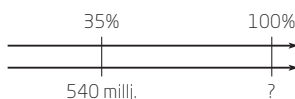
Nemendur fást við orðadæmin – fyrst hver fyrir sig og síðan vinna tveir og tveir nemendur saman og ganga úr skugga um hvort rétt er reiknað.

Þetta má kalla pararáyni en hún felur í sér að nemendur vinna saman tveir og tveir, útskýra aðferðina hvor fyrir öðrum og athuga svör hvor annars.

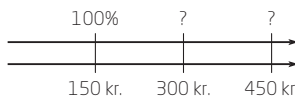
Einfaldari verkefni

Skali 2A Æfingahefti inniheldur verkefni fyrir nemendur sem þurfa að rifja prósentureikning upp. Verkefnin eru í bláa hluta undirkaflans *Prósent*. Gott er að nota teikningar af líkönum eða tvöfaldar talnalínur sem skýringarmyndir.

1.10



1.14



Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Teningur og spilastokkur

Hér er um að ræða eins konar verkefnaframleiðslutæki til að þjálfa einstaka nemendur eða spil fyrir tvo eða þrjá leikmenn.

Búnaður: Teningur og spilastokkur.

Kennari útskýrir eftirfarandi fyrir nemendum eða nemanda:

- Dregið er spil úr spilastokknum. Talan er skráð í dálkinn „Gildi spils“. Ásinn hefur gildið 14.

- Teningnum er kastað og talan, sem upp kemur, er margfölduð með 100. Niðurstaðan er skráð í dálkinn „Prósentuaukning“.
- Stigin í dálkinum lengst til hægri eru nú reiknuð út með því að leggja prósentuaukninguna við.

Þetta skal endurtekið nokkrum sinnum.

Ef þetta verkefni er notað sem spil eiga tveir eða þrír nemendur að framkvæma ofanritað fimm sinnum hver og leggja svörin saman. Sá vinnur sem er með hæstu summuna. Einnig má hafa þá reglu að sá vinni sem er fyrstur að fá 500 stig.

Dæmi:

Gildi spils	Prósentuaukning	Stig
11	300	44
5	500	30
8	200	24

Faglegt innihald

- Breyting í prósentum
- Breytipáttur

Blaðsíða 14-15

Æfingahefti

1.12, 1.13

1.25

1.37

Ábendingar

Efnið á þessum blaðsíðum er í nánnum tengslum við einstök hæfnimarkmið í samfélagsfræði. Það er því nærtækt að sjá fyrir sér þverfaglega vinnu sem tengist efnahagsþróun, neyslu-mynstri og vexti velferðarþjóðfélags-ins ásamt því að nota tölfræðilegar heimildir í tengslum við þessa efnisþætti.

Þegar við berum saman verð á mismunandi tíma uppgötvað við oft mörg hundruð prósentu verðbreytingu. Mikilvægt er að nemendur skilji jafnframt að tekjur hafa einnig aukist. Árið 1998 voru meðalmán-aðarlaun á Íslandi 135 000 kr. Árið 2013 hafði þessi upphæð hækkað í 429 000 kr., þ.e. um 217%. Þetta segir ekki alla söguna því vísitala kaupmáttar launa hefur á sama tíma aukist úr 95,4 árið 1998 í 113,6 árið 2013, þ.e. um 19%. Einnig hefur meðalvinnutíminn styst úr 43 klst. í 39,8 klst., þ.e. um rúmlega 7% (heimild: hagstofan.is). Því má segja að kaupmáttur launa hafi aukist nokkuð á þessu tímabili.

1.16

Kennari vekur athygli nemenda á talblöðrunni. Eftir orðanna hljóðan er ekki mikill munur á því sem mamma og pabbi segja í a- og b-lið en samt sem áður er þarna mikill munur á, eftir því um hvað er spurt. Mikilvægt er að nemendur beri þennan mun saman við lausn dæmanna.

300% af tölu er talan margfölduð með 3.

300% meira en tala er talan margfölduð með 3 + talan sjálf, þ.e.a.s. talan margfölduð með 4.

Sýnidæmi 7

Í þessu sýnidæmi er útskýrt og kynnt hugtakið breytipáttur. Þetta hugtak

er ekki beinlínis nefnt í námskránni og nemendur geta því sjálfir valið sér lausnaleyð. Höfundar líta svo á að notkun breytipáttar sé skilvirk reikningsaðferð og nemendur munu fást við þetta hugtak síðar í tengslum við fjármál alveg án tillits til þess hvaða menntabraut þeir feta.r.

Grundvallarfærni

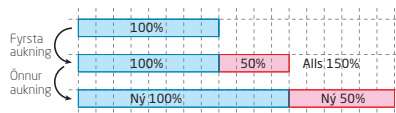
Lestarfærni

Nemendur þurfa að túlka verkefna-textann af nákvæmni, sbr. ábendingar varðandi verkefni 1.16.

Einfaldari verkefni

Miklu skiptir að nemendur skilji að upprunalega gildið – gildið áður en breyting á sér stað – er alltaf 100% og að það sem er 100% breytist þegar breytingar eru endurteknaðar oft en einu sinni.

Kennari getur gert skýringarmynd til að sýna nemendum endurtekna breytingu sem nemur 50%:



Gott er að nota rúðustrikað blað til að teikna á þannig að allir geti talið reitina og séð að 50% hafa stækkað um tvo reiti við aðra aukningu miðað við fyrstu aukningu.

Kennari spyr nemendur:

Hve mörgum reitum þurfum við að bæta við ef við eigum að bæta 50% við í þriðja skipti? (9 reitum)

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Fyrr og nú

Hér er um að ræða þverfaglegt verkefni sem vinna má í tengslum við samfélagsfræði; það hentar vel sem ritgerðarverkefni.

Nemendur leita að upplýsingum á netinu um verð og laun fyrr á tímum. Leita má heimilda á vef Hagstofunnar eða hjá stéttarfélagasamböndum. Nemendur geta einnig tekið viðtöl við fólk. Þeir nota niðurstöðurnar til að búa til kynningu á dæmigerðri afkomu fjölskyldu, til dæmis frá því að afi og amma eða pabbi og mamma voru á sama aldri og nemendur eru nú. Síðan eru niðurstöðurnar bornar saman við fjármál fjölskyldu nú á dögum.

Nemendur bera saman tekjur og gjöld. Þeir flokka gjöldin í mismunandi flokka, til dæmis:

- Matur og hreinlætisvörur
- Húsnæði
- Bifreið og flutningskostnaður
- Föt og heilsa
- Frítími og ferðalög



Blaðsíða 16–17

Ábendingar

1.23

Þetta er samræðuverkefni. Til viðbótar því að finna út hver unglinganna á myndinni hefur rétt fyrir sér geta nemendur rökrætt um í hverju misskilningur hinna ungl-inganna felst.

Bls. 17

Öll verkefni á þessari blaðsíðu fjalla um breytingar í mörgum þrepum. Nemendur þurfa að skilja að talan, sem gengið er út frá, breytist við hverja breytingu.

1.24

Það er útbreiddur misskilningur að þegar tala er fyrst hækkuð og síðan lækkuð (eða öfugt) um sömu prósentutölu fái maður aftur sömu tölu og gengið var út frá í upphafi. Mjög mikilvægt er að nemendur sjái að þessu er ekki þannig farið vegna þess að talan, sem breytingin miðast við og þar með talan sem nemur 100%, breytist.

Kennari ræðir við nemendur um hvort niðurstaðan verður mismunandi ef hækkunin verður á undan lækkuninni eða öfugt. Nota má breytipátt og bera saman þessi tvö dæmi:

- Lækkun fyrst: $10\,000 \text{ kr.} \cdot 0,6 \cdot 1,4$
- Hækkun fyrst: $10\,000 \text{ kr.} \cdot 1,4 \cdot 0,6$

Hér sést að eini munurinn er röð þáttanna. Niðurstaðan hlýtur því að vera sú sama.

1.26–1.28

Í þessum dæmum er breytingin í prósentum hin sama í hverju þrepi og þar með einnig breytipátturinn. Hér eru þrepin ekki fleiri en svo að nemendur geta reiknað hverja breytingu í einu skrefi. Þetta er lausnaaðferð sem ýtir undir skilning en er langt frá því að vera sú

skilvirkasta. Almenn regla um útreikning á breytingu í prósentum yfir mörg tímabil er kynnt í kafla 1 í *Skala 3A*.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Góð reikningsfærni er háð því að talnaskilningur sé fyrir hendi. Nemendur þurfa að skilja tölur í samhengi við aðrar tölur til að geta leyst verkefni á þessum blaðsíðum.

Einfaldari verkefni

Gott er að láta nemendur nota áþreifanleg hjálpartæki til að útskýra breytipátt og breytingu í prósentum. Nota má hækkun eða lækkun gefna upp í prósentum á ársgrundvelli. Verðgildi húsa, íbúða, fornmuna, launa, verðs o.fl. hækkar oft en hins vegar lækkar gjarnan gildi bíla, vélhjóla, notaðs íþróttabúnaðar o.þ.h. Kennari býr til einfaldari verkefni sem geta útskýrt þetta með því að nota til dæmis sentikubba eða annað talningarefni.

Vara kostar 100 kr. og hækkar í verði um 6% á hverju ári í 3 ár. Kennari tekur 100 kr. (100 sentikubba) og finnur 6% af þeim. Á 2. ári hækka 106 kr. (106 sentikubbar) um 6% sem verða þá 112,36 kr. Á 3. ári hækka 112,36 kr. um 6% og verða þá 119,10 kr. (119 sentikubbar).

Vettlingar kosta 2000 kr. Þeir lækka í verði um 25% á hverju ári í 3 ár. (Láta má 1 sentikubb tákna 10 kr. og 200 sentikubbar tákna þá 2000 kr. Eftir 1 ár hefur verð skautanna lækkað niður í 1500 kr. (150 sentikubbar), þ.e. hefur lækkað um 50 sentikubba). Á 2. ári fellur verðið aftur um 25%, frá 1500 kr. (150 sentikubbar) niður í 1125 kr. (112,5 sentikubbar).

Á 3. ári fellur verðið frá 1125 kr. (112,5 sentikubbar) niður í um það bil 844 kr. (84 sentikubbar).

Erfiðari verkefni

Hvetja má nemendur, sem standa vel að vígi í stærðfræði, til að búa til reglu um endurtekna prósentu-hækkun. Gott er að nemendur noti frekar orð en tákni:

Upphafstala · breytipáttur ^{fjöldi ára} = lokatala
Flestir skólavasareiknar eru með aðgerð sem reiknar endurtekna margföldun. Gagnlegt getur verið fyrir nemendur að hafa slíkt á valdi sínu.

Þegar reikna skal út $17\,500 \cdot 0,85^3$ þá má stimpla þetta á vasareikninn:

$$17\,500 \cdot 0,85 = = =$$

Til að finna svarið endurtekur maður jöfnúmerkið eins oft og veldisvísirinn segir til um. Hvort stimpla á þáttinn, sem á að endurtaka, fyrst eða síðast, er misjafnt eftir tegundum vasa-reikna. Því þurfa nemendur að prófa þetta. Þeir geta einnig notað reiknivél í tölvu með x^y -aðgerðinni eða töflureikni.

Ýmis verkefni

Landastríð

Sjá lýsingu á bls. 33.

Faglegt innihald

- Notkun töflureiknis
- Formúlur með hólfatilvísunum

Blaðsíða 18-19

Ábendingar

Fjallað var um töflureikni í margs konar samhengi í *Skala 1* en hér er í fyrsta skipti lögð áhersla á formúlur sem nemendur skilgreina sjálfir. Í verkefnunum á þessari opnu er mest áhersla lögð á að nemendur kynnist vel hinum ýmsu aðgerðum í þeim töflureikni sem skólinn notar. Minna verður um mismunandi tegundir forrita og útgáfur þeirra.

Sýnidæmi 8

Innbyggða reikniaðgerðin summa („AutoSum“) er nokkuð mismunandi í útliti eftir forritum. Í MS Excel er notað summutáknið Σ (stórt sigma). Töflureiknirinn mun þá sjálfur stinga upp á hvaða svæði eigi að leggja saman. Mikilvægt er að nemendur venji sig á að fylgjast með þessu. Ef vantar t.d. í töflureikninn gildi fyrir þriðjudag einhverja vikuna mun reikniaðgerðin summa aðeins leggja saman gildin frá miðvikudegi til sunnudags og þar með missa úr mánudag ef maður gætir þessa ekki. Til að koma í veg fyrir þetta þarf annaðhvort að merkja gagnasvæðið með því að smella og draga eða með því að leiðrétta hólfatilvísunina í formúlunni eftir á.

1.29

Til að fá fram fallett línurit þarf að setja inn röð (eða línu) með dálka-fyrirsögnum: Vika 1, Vika 2 o.s.frv. Nemendur eiga að búa línuritið til þannig að þessar fyrirsagnir notist sem merkimiðar.

Víkka má þetta verkefni út fyrir ákveðna nemendur þannig að þeir finni einnig meðalneysluna á dag, svo og spönn neyslunnar. Einnig má fá þeim það verkefni að búa til myndrit sem sýnir á hvaða viku-dögum eyðslan er mest.

1.31e

Nemendur skrá afmælisdag sinn og ár í hólf A1.

Þeir skrifa =TODAY() í hólf A2.

Þeir skrifa =A2-A1 í hólf A3.

Grundvallarfærni

Stafræn færni

Mikilvægur þáttur í stafrænni færni á þessu stigi er að hafa vald á helstu aðgerðum í töflureikni. Jafnframt þurfa nemendur að nota eigin reiknifærni þegar þeir búa til formúlu í töflureikni.

Skrifleg færni

Þegar nemendur nota stafræn hjálpartæki þurfa þeir að sýna útreikningana á skýran og skilmerkilegan hátt, alveg á sama hátt og þegar þeir reikna í höndunum. Þeir þurfa að ákveða framsetninguna og textann þannig að lesandinn geti á einfaldan hátt fundið bæði forsendur og niðurstöður og fylgst með hvaða útreikningar hafa verið gerðir við lausn verkefnisins.

Einfaldari verkefni

Það vekur oft meiri áhuga nemenda ef þeir reikna með peningum í tengslum við eigin peningaeyðslu. Því er rétt að leyfa þeim að búa til í töflureikni yfirlit yfir eigin peningaeyðslu eða -notkun í síðasta mánuði.

Einnig geta nemendur búið til fjárhagsáætlun sem sýnir hvernig þeir geta notað vasapeninga sína sem þeir fá vikulega eða mánaðarlega. Ef til vill geta þeir gert yfirlit yfir hvernig þeir myndu nota vikulega vasapeninga (t.d. 3000 kr.) í 4 vikur.

Kennari gerir stafrænt eyðublað sem nemendur eiga að fylla inn í.

Æfingahefti

1.15

1.27

1.39

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Meira Jatsí

Hvetja má nemendur til að setja upp töflu sem leggur saman tölur í jatsí-spilinu, einnig undir strikinu. Hvaða ílagsgögn („Input data“) eru nauðsynleg?

Fyrir „fullt hús“ þarf tvenns konar ílagsgögn. Fyrir „röð“ má nota ákveðið gildi í formúlunni.

	A	B	C
1		Ílagsgögn	Stig
2	Litla röð:	1	15
3	Stóra röð:	1	20
	A	B	C
1		Ílagsgögn	Stig
2	Litla röð:	1	=IF(B2=1;15;0)
3	Stóra röð:	1	=IF(B3=1;20;0)

Formúlan í dálki C gefur summu talnanna 1–5 eða 2–6 þar sem gildi hólfins til vinstri er 1. Ef það er ekki svo gefur formúlan gildið 0.

Faglegt innihald

- Mismunandi snið hólfa í töflureikni
- Sjálfvirk og föst tilvísun í hólf
- Sjálfvirk og handstýrð námundun

Búnaður

- Auglýsingablað

Blaðsíða 20–21

Æfingahefti



Ábendingar

Áður en nemendur hefja vinnu við þessa blaðsíðu þurfa þeir að vita hvernig sniði talna í hólfunum er breytt. Þetta er nokkuð mismunandi eftir töflureiknum. Þess vegna er mikilvægt að kennslan sé löguð að þeim verkfærum sem nemendur nota hverju sinni.

Þegar tala hefur gildi krónu er eðlilegt að breyta hólfasniðinu í gengi („Currency“). Þá fær gildið sjálfkrafa ákveðna einingu. Sjálfvalið er að fjöldi aukastafa sé 0 en því má breyta í stillingunum.

Töflureiknir skilur gildi tölu sem skrifuð er sem prósent. Á formúlu-blaði mun þetta gildi birtast sem tugabrot. Þetta þýðir að ekki þarf að margfalda með 100 til að fá fram prósentutöluna. Maður reiknar fyrst út tugabrotið og breytir síðan hólfasniðinu í prósent („Percentage“).

Til að festa tilvísun í hólf er ýtt á hnappinn F4 á lyklaborðinu. Dollaramerkið (\$) kemur fyrir framan bókstaf dálks og númer línu. Það kemur í veg fyrir að liðurinn breytist þegar formúlan er afrituð, þ.e. hún heldur áfram að vísa í sama hólf.

1.33

Í þessu verkefni er eðlilegt að nota fasta tilvísun í það hólf sem geymir summuna af fjölda nemenda. Föst tilvísun í hólf er til umfjöllunar í sýnidæmi 9. Kennarar láti nemendur nota fasta tilvísun við útreikninga og afrita formúlur niður eða til hægri. Auðvelt er að leysa verkefnið án þess að nota þessa leið því nemendur geta búið til nýja formúlu fyrir hverja einkunn í stað þess að afrita formúluna með fastri tilvísun.

Grundvallarfærni

Stafræn færni

Töflureiknir er verkfæri sem er mikið notað bæði í atvinnulífi og einkalífi. Töflureiknir gagnast fólki vel til að hafa yfirsýn yfir eigin fjármál, við vinnu í félögum og samtökum og á mörgum vinnustöðum.

Reikningsfærni

Til að láta töflureikni sýna gott yfirlit og reikna rétt þurfa nemendur að kunna röð reikniaðgerða og hafa á valdi sínu ýmis talnasnið og rétta notkun formúlna.

Skrifleg færni

Mikilvægt er að geta sýnt útreikninga í töflureikni á skýran hátt með skýringartexta, t.d. þegar kynning á verkefninu fer fram.

Einfaldari verkefni

Kennari býr til stafræn eyðublöð handa nemendum þannig að þeir geti skipt tölum út og kannað niðurstöður verkefnanna án þess að þurfa að setja töfluna upp sjálfir. Nota má slík eyðublöð á prófum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Auglýsing

Kennari eða nemendur útvega auglýsingabækling frá t.d. húsgagnaverslun, raftækjaverslun, fataverslun eða annarri verslun. Þeir nota töflureikni og gera yfirlit yfir tíu mismunandi vörur þar sem þeir reikna eldra verð, nýtt verð og afslátt í prósentum. Þeir finna einnig út hve mikið má spara með því að kaupa vörurnar á útsölu í samanburði við fullt verð og hversu mikill heildarsparnaðurinn verður í prósentum.

Faglegt innihald

- Prósentureikningur í töflureikni
- Prósentustig

Æfingahefti

1.17

1.41

Blaðsíða 22-23

Ábendingar

1.36

Tilgangurinn með þessu verkefni er að nemendur sjái kostina við breytilegar tilvísanir í hólf og að leiðrétta má viðamikinn útreikning með aðeins nokkrum smellum á lykklaborðið.

1.37b

Hér er um að ræða verkefni án ákveðinnar lausnar. Oft eru laun hækkuð í prósentum. Prósentu-hækkun á há laun hækka launin um miklu hærri upphæð en sama prósentuhækkun á lág laun. Endur- tekin hækkun í prósentum eykur launamuninn í samfélaginu.

1.38

Með því að nota rakningarformúlu og afrita formúluna er hægt á einfaldan hátt að fá nýju gildin fram.

Bls. 23

Hugtakið *prósentustig* er oft notað til að lýsa breytingu í tölfræðilegum gögnum. Prósentustig fela einfaldlega í sér mismuninn milli prósentutalna. Breyting, sem sett er fram í prósentum, lýsir hins vegar breytingu sem verður milli tveggja talna í prósentum. Í daglegu lífi kemur oft fyrir að þessum hugtökum er ruglað saman. Prósentustig eru oft tengd skoðanakönnunum og markaðsrannsóknunum.

Kennari spyr nemendur:

Hafið þið einhvern tíma heyrt einhvern nota orðið prósentustig? Ef svo er – hvenær og í hvaða samhengi?

Kennari skrifar svör nemenda niður og býr þannig til atriðisorðalista eða hugarkort.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Að lesa úr og skilja myndrit er að þessu sinni tengt hugtakinu prósentustig.

Einfaldari verkefni

Hér skal vísað í töfluna í verkefni 1.38. Nemendur námunda verð að næsta hundraðkalli. Þeir nota töflureikni og skrá hinn nýja verðlista í hann. Þeir nota t.d. færri vörutegundir og búa til samsvarandi formúlur til að geta reiknað út 5% hækkun verðs. Hvert verður heildarverð allra vörutegundanna?

Erfiðari verkefni

1.39

Hvetja skal nemendur til að finna beina formúlu sem gefur verðgildi hjólsins og antíkskálarinnar eftir ákveðinn fjölda ára.

Lausn:

Ef fjöldi ára er skráður í hólf A1, upphafsgildið í B1 og breytipátturinn í C1 má skrifa formúluna fyrir nýtt gildi þannig: $=B1 * C1^A1$

Ýmis verkefni

Að fylgjast með fjölmiðlum

Nemendur horfa á sjónvarpsfréttir og lesa dagblöð – bæði prentuð og á netinu. Þeir leita að atburðum eða aðstæðum þar sem hugtakið prósentustig er notað. Síðan búa þeir til klippimynd (collage).

Fleiri töflureiknisverkefni

Mikilvægt er að geta notað töflureikni á gagnvirknan hátt. Nemendur búa til töflu þar sem þeir breyta einungis prósentunum á einum stað til að fá fram nýtt verð.

Erfiðara verkefni:

Bekkjardeildin ætlar að safna peningum fyrir ferðalagi. Allir nemendurnir þurfa að safna fyrir

ákveðnum þáttum í ferðinni með því að nota vikulegu vasapeningana sína. Nemendur eiga að prófa sig áfram með töflureikninum:

Hve mörg prósent verður hver nemandi að borga ef bekkurinn ætlar sér að safna 10 000 kr. í hverjum mánuði? (Þessi upphæð þarf að fara eftir nemendafjöldanum í bekkjardeildinni.)

Hve mörg prósent af vikulegu vasapeningunum þarf hver nemandi að borga?

(Safna þarf saman upplýsingum um vasapeninga allra nemenda og finna út hve mikið hver og einn þarf að borga til að ná markmiðinu um 10 000 kr.?)

Kennari ræðir við nemendur um hvort þetta er réttlát aðferð við að láta alla nemendur leggja sitt af mörkum til ferðarinnar. Hvað með þá aðferð að láta alla borga frekar sömu upphæð á mánuði? Hvernig breytist þá prósentutalan af vasapeningum hvers nemanda sem hann þarf að borga í ferðina?

Faglegt innihald

- Prósentustig

Búnaður

- Verkefnablað 2.1.1

Æfingahefti



Blaðsíða 24–25

Ábendingar

Textinn á þessum blaðsíðum inniheldur hugtök sem kunna að þarfnast skýringar. Nemendur vinna með textann áður en þeir hefjast handa við að leysa verkefnin. Þeir lesa textann og skrá hjá sér erfið orð. Síðan finna þeir skýringu á þessum orðum áður en þeir byrja á að leysa verkefnin. Þetta má gera með samræðum í pörum, í allri bekkjardeildinni eða með því að hver og einn leiti sér upplýsinga.

Dæmi um orð, sem kunna að þarfnast sérstakrar skýringar, eru fylgi flokka, markaðshlutdeild og markaðsrannsóknir.

1.40

Kennari getur fundið súlurit um fylgi flokka og notað þau í þessum verkefnum. Nemendur bera saman mismunandi súlurit um þetta efni. Á þeim tímum, sem kosningabarátta fer fram, er fróðlegt að athuga hvort kerfisbundinn munur sé milli skoðanakannana eftir því hverjir framkvæma þær.

d Nemandinn til hægri hefur rétt fyrir sér. Minnkunin á fylginu er 12,1 prósentustig af 24,4 ($12,1 + 12,3$) prósentustigum, sem fylgi flokksins var áður þ.e. $\frac{12,1}{24,4} = 49,59 \approx 49,6$

1.41

Í þessu verkefni er athyglinni beint að þeirri staðreynd að breyting í prósentum er afstæð þar sem hún fer eftir tölunni sem reiknað er út frá.

1.44b

Athygli skal vakin á að ekki er ætlast til að nemendur reikni út fjölda nemenda í skólanum heldur er aðeins spurt um hvort það sé mögulegt þegar vitað er að 65 nemendur eru í tónlistarnámi og sá hópur nemur

10% af öllum nemendum skólans er auðvelt að reikna hvað 100% eru margir nemendur. Það er því mögulegt að reikna fjölda nemenda út frá upplýsingunum í textanum.

1.45

Kennari gengur úr skugga um að nemendur reikni út heildarfjölda aðspurðra hvort árið fyrir sig.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Verkefnin á þessum síðum þjálfa nemendur í að lesa og skilja stærðfræðitexta eins og þá sem gætu birst í fjölmiðlum.

Einfaldari verkefni

Kennari les blaðagreinina hér á eftir (sjá einnig verkefnablað 2.1.1). Nemendur gera yfirlit yfir fylgi flokkanna í prósentum í báðum þeim skoðanakönnunum sem vísað er til í blaðagreininni.

Eftirfarandi blaðagrein var skrifuð í ímynduðu landi í ímyndað blað þar sem fjallað er um ímyndaða stjórn-málaflokka.:

Fylgi Framtíðarflokksins minnkaði um 2,7 prósentustig niður í 12,8 prósent í skoðanakönnun sem fyrirtækið Kannanir hf. gerði fyrir Blað dagsins. Þetta er lægsta fylgi Framtíðarflokksins síðan 1997.

Maður þarf að fara aftur til októbermánaðar 1997 til að finna minna fylgi Framtíðarflokksins hjá Könnunum hf. fyrir Blað dagsins.

Fylgi samstarfsflokks Framtíðarflokksins í ríkisstjórn, Fortíðarflokksins þróast í öfuga átt en það hefur aukist um 1,5 prósentustig í 29,9 prósent. Þar með nálgast fylgi Fortíðarflokksins fylgi Nútíðarflokksins sem er stærsti flokkur landsins. Fylgi Nútíðarflokksins minnkar um 1,6 prósentustig niður í 33,7 prósent.

Fylgi annarra flokka í þessum skoðanakönnunum breytist minna. Fylgi Framtíðarflokksins og samstarfsflokka Fortíðarflokksins eykst – fylgi Trúflokksins um 0,4 prósentustig upp í 5,1 prósent en fylgi Flokks borgaranna um 5 prósentustig upp í 4,3 prósent.

Fylgi Miðjuflokksins eykst um 0,4 prósentustig upp í 5,1 prósent og Flokkur ellilífeyrisþega um 0,9 prósentustig upp í 4 prósent. Fylgi Virkjanaflokksins minnkar um 0,9 prósentustig niður í 2,2 prósent en Forstjóraflokkurinn bætir við sig 0,1 prósentstigi og fer upp í 1 prósent. Aðrir flokkar fá samtals 1,8 prósent fylgisins sem er aukning upp á 0,8 prósentustig.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur nota niðurstöðurnar frá hinum ímynduðu þingkosningum á verkefnablaði 2.1.1.

Nemendur skoða töfluna og búa til samsvarandi yfirlit yfir fylgi, bæði í fjölda og prósentum, í kosningunum 2009 út frá því hvernig fylgið breyttist, gefið upp í prósentustigum, árið 2013.

Kennari ræðir við nemendur um af hve mikilli nákvæmni þeir geta fundið fjölda atkvæða þegar þeir nota prósent með tveimur eða þremur markverðum tölustöfum.

Faglegt innihald

- Prómill

Búnaður

- Sætisgildiskubbar
- Verkefnablöð 2.1.2

Blaðsíða 26-27

Æfingahefti

1.19-1.22

1.30-1.32

1.43

Ábendingar

Hugtakið prómill er oft nefnt í tengslum við innihald alkóhóls í blóði. Sumir nemendur halda að prómill sé mælieining fyrir alkóhól. Þess vegna er þýðingarmikið að nemendum verði ljóst að prómill er bara heiti á almenna brotinu $\frac{1}{1000}$ og að við ýmis fleiri tækifæri er eðlilegt að mæla hluta í prómillum.

Venjan er sú að nota prómill þegar um er að ræða litla hluta en hefðin ræður miklu um notkun þess. Á silfur er stimplað 830S sem tákn fyrir 830‰ innihald silfurs. Kennari og nemendur ræða um hvers vegna ekki er notað 83S fyrir 83% silfurs í staðinn en 830‰ er nákvæmara en 83%. Líklega ræður hefðin líka hér miklu.

Sýnidæmi 12 og 13

Kennari leggur áherslu á að útreikningur á prómill er nákvæmlega eins og í prósentureikningi nema að því leyti að þátturinn (sjá sýnidæmi 12) eða kvótinn (sjá sýnidæmi 13) er þúsundustu hlutar í staðinn fyrir hundraðshlutar.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni

Að geta lesið og skilið vörulýsingar getur verið mikilvægt í daglegu lífi.

Einfaldari verkefni



Einn kubbur er 1 ‰

Hve mörg prómill er ein lengja? (10‰)

Hve mörg prómill er ein plata? (100‰)

Kennari notar plötur, lengjur og litla kubba til að lýsa einnig 8‰, 32‰, 251‰; hann getur að sjálfsögðu valið aðrar tölur.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Svarta brotið (spil)

Spil fyrir fjóra eða sex leikmenn. Búnaður: Spilaspjöld á verkefnablöðum 2.1.2.

Þetta er spil í stíl við hið þekktasta spil svartapétur. Í einum slag eru fjögur spjöld með sama gildi – gefið upp sem almennt brot, tugabrot, prósent og prómill. Í einu pari eru tvö þessara spjalda. Svarta brotið er $\frac{7}{17}$, almennt brot með frumtölum bæði í teljara og nefnara.

Spilareglur:

Spilaspjöldunum er skipt milli leikmanna. Leikmaðurinn til vinstri byrjar því hann fékk flest spjöldin. Leikmaður 1 dregur spjald úr hendi leikmannsins til hægri sem þar næst dregur spjald frá leikmanni til hægri við sig og þannig áfram. Þannig halda leikmenn áfram allt spilið. Í hvert sinn sem leikmaður dregur spjald þarf hann að ganga úr skugga um hvort hann hefur þar með fengið þar. Fá leikmaður þar skal leggja það til hliðar. Hafi leikmaður misst öll spjöldin sín er hann úr leik. Hinir halda áfram spiliinu. Að lokum er aðeins einn leikmaður eftir. Það er leikmaðurinn sem er með svarta brotið!

Stigatalning:

Leikmaðurinn með svarta brotið fær 0 stig án tillits til þess hvaða spjöld hann hefur að öðru leyti. Hinir leikmennirnir telja fyrst hve marga slagi þeir hafa og fá 3 stig fyrir hvern heilan slag. Þar næst telja þeir fjölda para sem eru ekki hluti af slagi, og fá 1 stig fyrir hvert par.

Afbrigði 1: Nota má spilið á einfaldari hátt, þ.e. án þess að telja stig, og þá

gengur spilið út á að finna þann sem tapar.

Afbrigði 2: Ekki má leggja pör til hliðar, einungis heila slagi.

Prómillabingó

Nemendur búa til bingóspjald þar sem tengsl eru milli almennra brota, tugabrota, prósentu og prómilla. Spjaldið þarf annaðhvort að vera með $3 \cdot 3$ reiti eða $4 \cdot 4$ reiti. Nemendur skrifa 9 eða 16 gildi hver á sitt spjald. Þeir geta valið – í hækkanði röð – milli eftirfarandi talna:

0,005	0,01	0,05	0,09	15%	20%	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	45%
0,5	0,55	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$	72%	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	85%	0,9	$\frac{99}{100}$

Kennari les síðan upp tölur en nemendur krossa yfir þær ef þeir hafa þær á spjaldinu sínu. Kennari les eftirfarandi tölur:

700‰, 990‰, 5‰, 200‰, 450‰, 720‰, 900‰, 800‰, 90‰, 250‰, 550‰, 10‰, 50‰, 750‰, 600‰, 300‰, 150‰, 400‰, 500‰, 850‰.

Sá sem er fyrstur að fá ýmist 3 í röð (spjald með 9 reitum) eða 4 í röð (spjald með 16 reitum) kallar upp: „Prómillabingó!“ Sá er sigurvegarninn.

Faglegt innihald

- Veldi og veldareikningur

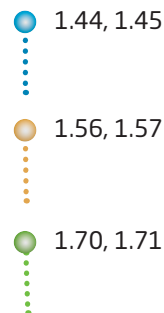
Búnaður

- Kubbar, eldspýtur eða önnur áþreifanleg hjálpargögn
- Verkefnablað 2.1.3
- Teningar

Veldi og ferningsrót

Blaðsíða 28–29

Æfingahefti



Ábendingar

Vinnan hefst á upprifjun úr *Skala 1A* Nemendabók. Nemendur útskýra hvað veldi er og hvernig það er notað til að styttta rithátt ákveðinnar reikningsaðgerðar. Kennari rifjar upp með nemendum hugtökin veldisstofn og veldisvísi.

Sýnidæmi 14

Hvor lausnartillaga er í tveimur línunum. Efri línun sýnir rökin fyrir velda-reglunum. Neðri línun sýnir hvernig veldareglurnar eru notaðar beint. Benda þarf nemendum á að þeir eigi ekki að hafa efri línuna með þegar þeir reikna, einungis neðri línuna.

1.55

Í þessu verkefni er spurt um gildi veldisins 3^0 . Rök fyrir því að gildi veldis með veldisvísinn 0 sé 1 komu fram í verkefni 1.114 á bls. 55 í *Skala 1A* Nemendabók. Vegna nemenda, sem ef til vill muna ekki eftir þessu, getur verið rétt að staldra við og rifja þetta upp. Við vitum að almennt brot, þar sem teljari = nefnari hefur gildið 1.

Við vitum að deilingardæmi má skrifa sem almennt brot.

Af því leiðir að

$$a^0 = a^{n-n} = a^n : a^n = \frac{a^n}{a^n} = 1$$

Grundvallarfærni

Skriftarfærni

Mörg dæmi eru um alls kyns rithátt í stærðfræði bæði til að styttta og einfalda. Veldi er einn þessara rithátta. Nauðsynlegt er að nemendur hafi hið skriflega táknaál stærðfræðinnar á valdi sínu.

Einfaldari verkefni

Gott er að láta nemendur nota kubba, eldspýtur eða önnur áþreifanleg hjálpartæki sem tákn fyrir bréf. Kennari setur á svið nokkuð einfaldari aðstæður þar sem t.d. 2 eða 3

bréf eru send í hverri röð. Hjálpargögnin tákna bréf og nemendur hjálpast að við að leggja réttan fjölda bréfa í hverja röð. Nemendur munu þá sjá að fjöldinn eykst mjög mikið og afar hratt.

Með 2 bréf í fyrstu röð:

Röð 1: 2 bréf

Röð 2: $2 \cdot 2$ bréf = 4 bréf

Röð 3: $2 \cdot 4$ bréf = 8 bréf

Röð 4: $2 \cdot 8$ bréf = 16 bréf

Röð 5: $2 \cdot 16$ bréf = 32 bréf

O.s.frv.

Ef til vill 3 bréf í 1. röð:

Röð 1: 3 bréf

Röð 2: $3 \cdot 3$ bréf = 9 bréf

Röð 3: $3 \cdot 9$ bréf = 27 bréf

Röð 4: $3 \cdot 27$ bréf = 81 bréf

O.s.frv.

Erfðari verkefni – Ýmis verkefni

Veldabingó (spil)

Spil fyrir 2–6 leikmenn.

Búnaður: Tveir teningar og spilaborð (verkefnablað 2.1.3). Ef til vill má einnig nota vasareikni eða töflureikni til að finna gildin.

Spilaborðin eru klippt út þannig að þau verði sex talsins. Þau eru stokkuð og skipt milli leikmanna þannig að hver fái sitt spilaborð. Leikmenn kasta tveimur teningum til skiptis og ákveða í hvert skipti hvor teningurinn eigi að tákna veldisstofninn og hvor veldisvísinn. Ef gildi veldisins er á spilaborðinu krossa þeir yfir það. Ef gildi beggja veldanna, sem koma til greina, eru á spilaborðinu krossa þeir yfir þau bæði.

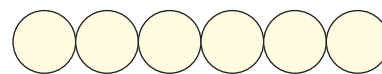
Sá leikmaður vinnur sem er fyrstur að fá fjóra í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Að fylla röðina

Spil fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Tveir teningar, pappír og blýantur.

Hvor leikmaður teiknar sex hringi í röð.



Leikmaður 1 kastar teningunum tveimur og býr til veldi út frá tölunum sem upp koma.

Hann ákveður sjálfur í hvert skipti hvor teningurinn eigi að tákna veldisstofninn og hvor veldisvísinn. Síðan skrifar hann gildi veldisins í einhvern hringinn. Leikmaður 2 fer eins að: kastar teningunum og skráir gildi síns veldis í einn af sínum hringjum.

Þegar leikmaður 1 á aftur leik verður að skrá næstu tölu þannig að tölurnar fari stækkandi frá vinstri til hægri. Ekki má flytja tölurnar, sem þegar hafa verið skráðar, síðar í spilin.

Ef leikmaður getur ekki skrifað gildi veldisins í neinn hringja sinna verður hann að sleppa því og hinn leikmaðurinn á leik. Sá vinnur sem er á undan að fylla hringjaröðina sína.

Faglegt innihald

- Að einfalda veldi
- Veldi við hversdagslegar aðstæður
- Samlagning og frádráttur með veldum

Búnaður

- Teningar

Blaðsíða 30-31

Æfingahefti

1.46-1.48

1.58-1.61

1.72-1.74

Ábendingar

1.56

Í gulum og grænum verkefnum fást nemendur við nokkuð erfið verkefni. Vekja þarf athygli á að skrifa má töluna 4 sem 2^2 . Veldi með veldisstofninum 4 eða 2 má því stytta hvort á móti öðru á brotastríki.

Verkefni **g** hentar vel sem könnunarverkefni fyrir nemendur sem eru sterkir í stærðfræði. Þeir finna tengsl milli talnanna sem gera styttingu mögulega og útskýra hvers vegna svo er.

$$6^8 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2^8 \cdot 3^8$$

eða á einfaldari hátt:

$$6^8 = (2 \cdot 3)^8 = 2^8 \cdot 3^8$$

Almenn regla:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Grundvallarfærni

Nemendur þurfa að geta fundið gildi velda og framkvæmt einfalda útreikninga með veldum. Til að geta lesið og túlkað verkefni þurfa nemendur að skilja hugtakið veldi. Til að útskýra lausnir og framkvæma útreikninga þurfa þeir að hafa tákni, sem tengjast veldum, á valdi sínu.

Einfaldari verkefni

Nemendur fást við margföldun, deilingu, samlagningu og frádrátt með einföldum veldum. Kennari getur búið til spjöld með dæmum öðrum megin spjaldsins og svarinu hinum megin eða notað spjöldin fyrir lottóspjald með svörum á. Nemendur þurfa einnig að æfa sig í veldareikningi í huganum eða tengja hugareikning við skriflegan reikning í reikningshefti, þannig: Tveir og tveir nemendur mynda par sem vinnur saman að því að leysa dæmin: $2^5 \cdot 2^3 =$

$$\frac{2^5}{2^3} =$$
$$2^5 - 2^3 =$$
$$3^4 - 4^2 =$$
$$2^5 + 2^3 =$$
$$3^4 + 4^2 =$$

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Keppimarkið 1000

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Fimm teningar og vasa-reiknir.

Hvor leikmaður kastar teningunum einu sinni og skráir tölurnar sem upp koma. Leikmaðurinn á að nota hverja tölu nákvæmlega einu sinni til að búa til stæðu þar sem svarið verður næst „keppimarkinu“ sem hér er 1000. Allar reikniaðgerðir, veldi og svigar eru leyfileg. Leikmaðurinn á að skrifa stæðuna sína niður.

Ef annar leikmaðurinn hittir í keppimarkið fær hann 3 stig. Ef hvorugur hittir í markið fær sá leikmaður, sem er nær því, 2 stig. Ef báðir leikmenn eru jafn langt frá keppimarkinu fær hvorugur þeirra stig.

Dæmi:

Leikmaður 1 fékk upp á teningunum: $2 - 3 - 3 - 5 - 6$

Hann býr til eftirfarandi stæðu:

$$6^2 \cdot 3^3 + 5 = 977$$

Leikmaður 2 fékk upp á teningunum: $2 - 2 - 4 - 5 - 6$

Hann býr til þessa stæðu:

$$4^5 : (2 \cdot 2) - 6 = 1018$$

Leikmaður 2 er nær keppimarkinu og fær þess vegna 2 stig.

Sá vinnur sem er fyrri til að fá að minnsta kosti 10 stig.

Einfaldara afbrigði:

Aðeins eru notaðir þrír teningar og lægri tala sem keppimark, til dæmis 80.

Hver fær stærstu töluna? (spil)

Spilið er fyrir 2–3 leikmenn.

Búnaður: Þrír teningar.

Hver leikmaður kastar teningunum þremur einu sinni og skrifar tölurnar niður. Leikmenn eiga að búa til dæmi með veldum og reikniaðgerðunum fjórum. Leikmaðurinn, sem fær stærstu töluna, fær 1 stig. Sá vinnur sem er fyrstur að fá 5 stig.

Tilgangurinn með þessu spili er að nemendur sjái að veldisvísirinn hefur meiri þýðingu en veldisstofninn ef gildið á að vera sem stærst.

Teningskastið með tölunum 3, 4 og 5 getur gefið margar lausnir:

$$5 \cdot 4^3 = 320$$

$$(5 \cdot 4)^3 = 8000$$

$$(3 \cdot 4)^5 = 2\,985\,984$$

$$(3^4)^5 = 81^5 = 3\,486\,784\,401$$

Nemendur spila eina umferð. Kennari ræðir síðan við þá um aðferðir til að fá sem hæsta tölu.

Faglegt innihald

- Ferningstölur
- Ferningsrót

Búnaður

- Ferningslaga talningarkubbar

Blaðsíða 32–33

Æfingahefti

1.49-1.53

1.62-1.64

1.75-1.78

Ábendingar

Ferningsrót er nýtt hugtak í hugum margra nemenda. Alvanalegt er að nemendur rugli saman ferningstölu og ferningsrót tölu. Kennari þarf að gæta þess að nemendur læri að ferningsrót tölu er skilgreind sem jákvæð tala. Margir nemendur verða undrandi síðar á námsferlinum þegar þeir eiga að leysa jöfnur af gerðinni: $x^2 = 4$. Hún hefur tvær lausnir en ferningsrót tölunnar 4 er jákvæða talan 2.

1.65

Nemendur eiga að geta borið kennsl á ferningstölurnar. Ef til vill er rétt að taka á sig krók og skrifa töluna sem veldi með veldisvísinum 2 áður en nemendur finna í sameiningu ferningsrótina.

1.66

Tveir og tveir nemendur lesa upphátt hvor fyrir annan og rökræða um fullyrðingarnar áður en þeir verða sammála um hvort þær eru sannar eða ósannar.

Nokkrar umræður kunna að verða um fullyrðingu nr. 5. Vekja skal athygli á að talan 0 er ekki skilgreind sem ferningstala og að talan 100 er ekki minni en hún sjálf. Þess vegna eru aðeins 9 ferningstölur minni en 100.

Sýnidæmi 17

Sýnidæmið sýnir hvernig áætla má gildi ferningsrótar ef maður hefur engin hjálpartæki. Kennari þarf að meta hvort rétt er að allir nemendur læri þetta.

Vekja þarf athygli nemenda á spássímyndinni. Myndin sýnir ferningstöluna sem er lægri og ferningstöluna sem er stærri en talan sem finna á ferningsrótina af. Þessar tölur afmarkast af grænu strikunum.

Fjöldi punkta samsvarar tölunni sem er undir ferningsrótarmörkinu. Þessi aðferð var oft notuð áður en vasa-reiknir varð almenningseign. Verkefni 1.67 tengist beinlínis þessu sýnidæmi.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni og munnleg færni

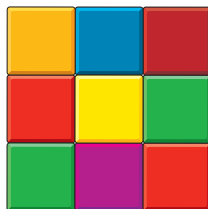
Umfjöllun um tengslin milli ferningstalna og ferningsrótartalnanna eykur talnaskilning nemenda. Kennari lætur nemendur lesa upphátt textann í lituðu reitunum tveimur með reglunum um ferningstölu og ferningsrót á bls. 32 – og ræða saman um efni þeirra. Nemendur útskýra síðan orðin ferningstala og ferningsrót hver fyrir öðrum með eigin orðum og gjarnan með dæmum úr daglegu lífi. Skilja þeir textann í reitunum betur eftir þetta?

Kennari og nemendur ígrunda og lesa fagtextann og nota skýringarmyndirnar tvær til að gera hugtökin áþreifanleg.

Einfaldari verkefni

1.65

Nemendur nota ferningslaga talningarkubba. Þeir telja kubbana og mynda ferningana með þeim. Hver er hliðarlengdin?



Í ferningi með 9 kubbum er hliðarlengdin 3.

1.67

Ef til vill skal hér einungis nota vasareikni.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Einföldun ferningsrótart

Nemendur, sem hafa góðan stærðfræðilegan skilning, má hvetja til að skrifa ferningsrætur á einfölduðu formi. Þetta þýðir að þátta skal töluna undir ferningsrótarmörkinu þannig að einhver þátturinn sé ferningstala. Þannig má taka þá tölu út fyrir ferningsrótarmörkið.

Almenn regla: $\sqrt{\text{---}} a \cdot b = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
Dæmi: $\sqrt{75} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

Nemendur geta til dæmis spreytt sig á þessum ferningsrótum:

$$\sqrt{12} (= 2\sqrt{3})$$

$$\sqrt{20} (= 2\sqrt{5})$$

$$\sqrt{48} (= 4\sqrt{3})$$

$$\sqrt{50} (= 5\sqrt{2})$$

$$\sqrt{63} (= 3\sqrt{7})$$

$$\sqrt{128} (= 8\sqrt{2})$$

$$\sqrt{147} (= 7\sqrt{3})$$

$$\sqrt{180} (= 6\sqrt{5})$$

Könnun á oddatölum

Sjá lýsingu á bls. 34.

Faglegt innihald

- Tengsl milli lengdar, flatarmáls og rúmmáls

Búnaður

- Litapappír eða glanspappír

Æfingahefti

Blaðsíða 34-35

Ábendingar

Sem inngang að teningstölum er hér sett fram verkefni sem felst í pappírsbroti. Nemendur þurfa að vinna af nákvæmni og brjóta blöðin með skörpum brotum. Ef kennari vill sýna nemendum pappírsbrotið er gott að nota skólatöfluna, tússtöflu eða annað til að sýna brotin. Þess þarf að gæta að allar sex einingarnar séu gerðar á sama hátt. Ef ein eða fleiri eining eru speglaðar í samanburði við aðrar er ekki hægt að setja teninginn saman.

Litla teninga, búna til úr glanspappír eða jólapappír, má nota sem jóla-skraut. Nota má hálfa eldspýtu, festa þráð við hana og troða henni síðan inn í eitt horn teningsins. Þá er auðvelt að hengja teninginn upp.

Nemendur útskýra jafnóðum – með því að nota stærðfræðileg hugtök – hvaða form myndast á hinum mismunandi þrepum pappírsbrotsins. Þeir nota orð eins og rétthyrningur, ferningur, eins, rétthyrndur og jafnarma þríhyrningur. Gott er að kennari útskýri fyrir nemendum hvað átt er við með einslaga formum.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni

Nemendur þurfa að fylgja aðgerðarlýsingu eða uppskrift, sem er samsett af texta og skýringarmynd.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna í pörum eða litlum hópum að pappírsbrotsverkefninu. Gott er að fleiri hendir hjálpist að við að setja teninginn saman. Ef þrír nemendur eru í hverjum hópi getur hver þeirra búið til tvær einingar og hjálpast að við að setja þær saman.

Erfiðari verkefni/ Ýmis verkefni

Nemendur halda áfram að brjóta æ minni teninga. Í hvert sinn skal nota blað sem er helmingur af fyrra blaði, þ.e. A4, A5, A6 og þannig áfram. Hversu litla teninga geta nemendur búið til?

Kennari og nemendur kanna eiginleika teninganna með því að skoða tengsl milli lengdar og rúmmáls nokkurra misstórra teninga. Auðveldast er að bera þá saman með því að kalla hliðarlengd A4-teningsins 1. Nemendur geta notað töflu eins og þessa:

Blað	Lengd styttri hliðarbrúnar	Flatarmál hliðarflatar	Yfirborðsflatarmál	Rúmmál
A4				
A5				
A6				
A7				

Ábending: Til að bera saman hliðarfleti tveggja teninga, sem koma hvor á eftir öðrum í stærð, geta nemendur lagt þann minni þannig að hornin nemi við miðju hliðarbrúnar stærri teningsins.

Nemendur reikna út hlutfallið milli hliðarlengdar, flatarmáls hliðarflatar og rúmmáls tveggja teninga sem eru hvor á eftir öðrum í stærð, einnig annars hvers tenings, þriðja hvers o.s.frv. Nemendur reyna að finna almenna reglu um þessi tengsl.

Nemendur munu komast að því að yfirborðsflatarmál teninganna minnkar um helming með hverjum teningi, sem er minni í röðinni, en rúmmálið verður fjórðungur af viðmiðunarrúmmálinu hjá teningi sem er tveimur teningum minni í röðinni.

Kennari lætur nemendur safna saman öllum teningunum og byggja í sameiningu marga litla eða stóra teninga.

Hugsanatilraun:

- Hugsid ykkur að hægt hefði verið að búa til með pappírsbroti tening úr A12-stærð. Hvert hefði rúmmál hans orðið?
- Hugsid ykkur að hægt hefði verið að búa til tening úr A0-stærð. Hvert hefði rúmmál hans orðið?

Talnarannsóknir með teningum, sjá bls. 34

Faglegt innihald

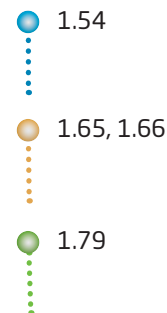
- Teningstölur
- Talnakerfi

Búnaður

- Kubbar
- Punktablöð
- Ferningslaga talningarkubbar
- Verkefnablað 2.1.4 og 2.1.5

Blaðsíða 36–37

Æfingahefti

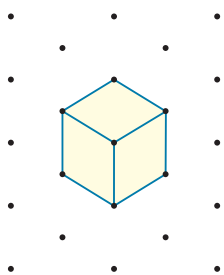


Ábendingar

1.71 og 1.72

Nú kemur sér vel að hafa teningana frá fyrri opnu við höndina. Einnig má nota venjulega teninga, sentikubba, fjöltengikubba eða tréteninga sem nemendur geta búið til í smíðatímum. Gott er að hafa 2 cm lengd á hliðarbrúnum teninganna sem nemendur búa til. Þetta er nákvæmnisvinnal!

Önnur leið er að nemendur teikni myndirnar á þríviddarpunktablað (verkefnablað 2.1.4).



Myndin sýnir hvernig teikna má tening á þríviddarpunktablað.

Gott er ef kennari fær nemendur til að gera hvort tveggja, þ.e. bæði að byggja teninginn með kubbum og teikna teningsmyndir.

Telja með kubbalengjum

Þetta verkefni er hugsað sem kynning á tvíundakerfinu sem fjallað er um frá og með bls. 38.

Tilgangurinn með þessu verkefni er að nemendur uppgötvu sjálfir að þeir þurfa nýjan tölustaf í hvert sinn sem tvöföldun verður. Kennari byrjar ef til vill á því að dreifa einungis kubbum 1 og 2. Síðan spyr hann nemendur:

Hvaða tölur getið þið sýnt með þessum kubbum? (1, 2 og 3)

Hvaða lengd þurfið þið á nýjum kubbi til að geta sýnt mjög margar tölur? (Fjóra)

Hvaða tölur getið þið nú sýnt? (1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7)

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

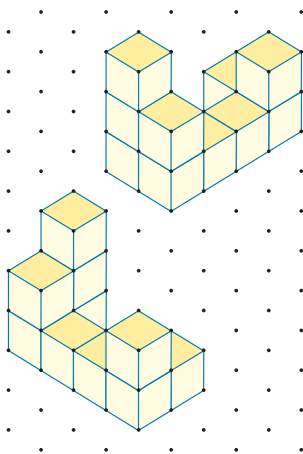
Pegar nemendur sjá hina röksamlegu uppbyggingu tvíundakerfisins munu þeir öðlast betri skilning á sætiskerfum almennt. Þetta eykur talnaskilning þeirra, einnig á hinu hefðbundna tugakerfi.

Erfðari verkefni/ Ýmis verkefni

Þrívidd – tvívidd – þrívidd

Nemendur byggja úr kubbum. Þeir teikna byggingu sína á þríviddarpunktablað séða frá mismunandi sjónarhornum. Einhverja nemendur skortir hæfileikann til að sjá dýpt í teikningunum og rýmisvitund er áreiðanlega misvel þroskuð hjá nemendum. Því er gott að nemendur ýmist teikni það sem þeir byggja og byggji það sem þeir teikna. Með því að skyggja alla efstu fletina verða byggingarnar skýrari á teikningunni.

Myndin hér á eftir sýnir sömu byggingu teiknaða frá mismunandi sjónarhornum.



Samvinnuverkefni

Búnaður: Rauðir, grænir, bláir og gulir ferningslaga talningarkubbar, svo og verkefnablað 2.1.5.

Nemendur vinna saman í fjögurra manna hópum. Þeir klippa miðana fjóra á verkefnablaðinu í sundur og hengja þá hvern í sitt horn í kennslustofunni. Einn nemandi í hverjum hópi fer í sitt horn, les upplýsingarnar á sínum miða án þess að skrifa þær niður og fer síðan aftur í sinn hóp. Í hópnum skiptast nemendur á upplýsingunum sem notaðar eru til að finna svarið við því hve margir ferningslaga talningarkubbar eru í hverjum lit.

Lausnirnar eru tvær:

- Rauðir: 8
 - Bláir: 9
 - Gulir: 4
 - Grænir: 5
- eða
- Rauðir: 8
 - Bláir: 16
 - Gulir: 4
 - Grænir: 7

Faglegt innihald

- Tvíundakerfið

Búnaður

- Spilastokkur
- Blað með kubbamyndum (verkefnablað 2.1.6)

Blaðsíða 38–39

Æfingahefti

1.55

1.67

1.80

Ábendingar

Tengsl hinna mismunandi talnakerfa eru ekki beinlínis nefnd í námskránni. Kennari þarft að ákveða hvaða nemendur í bekkjardeildinni eigi að fást við þetta námsefni og hversu ítarlegt það skuli vera. Allir nemendur munu geta tekið þátt í verkefnunum á bls. 38. Reikningur í tvíundakerfinu getur verið erfiðari og láta má einhverja nemendur sleppa slíkum dæmum. Mörgum nemendum mun finnast þetta vera spennandi efni og kennari verður að líkindum undrandi yfir því hverjir átta sig á hinu röklega samhengi í þessu nýja talnakerfi.

Ef kennari hefur ákveðið að taka þetta námsefni fyrir byggist það á því hæfnimarkmiði að reikna með veldum og rannsaka tölur. Skilningur nemenda á öðrum talnakerfum mun auka skilning þeirra á tugakerfinu.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Að reikna dæmi í öðru talnakerfi þróar hugsanagang nemenda og skilning þeirra á sætiskerfum.

Stafræn færni

Tvíundakerfið er grunnurinn undir að hlaða inn og flytja gögn á stafrænan hátt. Í stafrænu samfélagi liggur það í hlutarins eðli að menn þurfa að hafa skilning á hvað hugtakið stafrænn merkir.

Einfaldari verkefni

1.78

Kennari útbýr pappírsspöld með tölunum 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2 og 1 þannig að þeir passi inn í reitablað eins og þetta:

Nemendur setja öll spöldin – í þeirri röð sem gefin er upp hér á undan – í efri reitaröðina. Nemendur skoða töluna, sem gefin er upp, og byrja aftast. Ef tölustafurinn er 1 skal draga spjaldið í sama sæti niður í reitinn fyrir neðan, ef tölustafurinn er 0 er spjaldið óhreyft. Að lokum leggja nemendur saman gildi allra spjaldanna í neðri röðinni. Nú hafa nemendur breytt tölunni, sem gefin var upp í tvíundakerfinu, í tölu í tugakerfinu.

Tölunni 11011 í tvíundakerfinu breytt í tölu í tugakerfinu.

128	64	32	16	8	4	2	1
			16	8		2	1

$$16 + 8 + 2 + 1 = 27$$

1.79

Kennari lætur nemendur fá einfaldar reiknireglur:

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

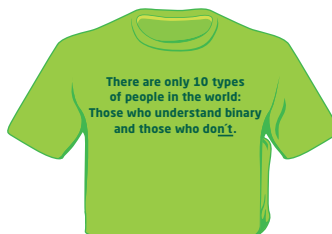
$$1 + 1 = 10 \text{ (oft 0 og 1 geymdur)}$$

$$1 + 1 + 1 = 11 \text{ (oft 1 og 1 geymdur)}$$

Erfiðari verkefni

Nemendur búa til erfið verkefni hver fyrir annan þar sem þeir eiga að leggja saman raðir af fleiri en tveimur tölum í tvíundakerfinu.

Textar á bolum



Myndin sýnir klassískan texta á bol. Skilja nemendur brandarann? Kennari þýðir textann og skrifar á töfluna án útskýringa:

„Í heiminum eru 10 mismunandi gerðir af mönnum: Þeir sem skilja tvíundatölur og þeir sem skilja þær ekki.“

Kennari fylgist með viðbrögðum nemenda og athugar hvort þeir hafi skilið brandarann.

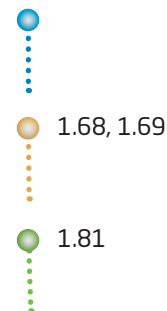
Ýmis verkefni

Fljótverk (spil)

Spil fyrir 3–4 leikmenn.

Búnaður: Spilastokkur, eitt sett af sætisgildiskubbum með gildunum 1, 2, 4, 8 og 16 handa hverjum leikmanni (verkefnablað 2.1.6).

Spilin eru stokkuð vel. Ásinn hefur gildið 14. Leikmenn draga tvö spil til skiptis. Sá sem er fyrstur að leggja fram kubba sem samsvara summu spilanna tveggja fær spilin í sinn hlut sem slag. Þegar spilastokkurinn er tómur er sá leikmaður sigurvegari sem á flesta slagi.



Blaðsíða 40–41

Ábendingar

Á sama hátt og varðandi námspáttinn á opnunni á undan þarf kennari að leggja mat á hvort þessi námspáttur skuli tekinn fyrir eður ei.

1.81

Nemendur munu hér komast að raun um að 1 MB er 1024 kB en ekki 1000 kB eins og þeir hafa ef til vill fengið að vita áður. Námundun er ekki skýringin á þessu heldur notkun mismunandi staðla.

Í tengslum við gagnapláss eru notaðir mismunandi staðlar og getur það valdið ruglingi. Samkvæmt *IBM Dictionary of computing* er 1 MB = 106 bæti þegar talað er um pláss á disk. Samkvæmt öðrum heimildum er 1MB samt sem áður skilgreint sem 220 bæti sem m.a. er notað af Microsoft Windows. Þetta getur m.a. haft eftirfarandi í för með sér. Maður setur upp harðan disk sem sagður er hafa pláss fyrir 750 GB en forritið á tölvunni segir að aðeins séu 698 GB í boði.

Að leika tölvu

Kóðann í 1. hluta má lesa þannig: „HLÆ MEÐ KÓÐA“

H L Æ
bil M E Ð
bil K Ó Ð A

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Nemendur þróa talnaskilning sinn með því að rökræða um mismunandi sætiskerfi og skoða uppbyggingu tvíundakerfisins í samanburði við tugakerfið.

Skrifleg færni

Nemendur lýsa skriflega tengslunum milli mismunandi talnakerfa og hvernig maður breytir tölum úr einu kerfinu í annað.

Einfaldari verkefni

1.80

Nemendur nota sömu aðferð og í verkefni 1.78 en vinna í öfuga átt. Þeir draga spjöldin niður frá vinstri til hægri allt þar til summan passar við töluna sem gefin er upp. Töluspjöldin, sem flytjast niður, eru þá skráð sem 1 í tvíundakerfinu en spjöldin, sem eru kyrr, eru þá skráð sem 0.

Nemendur geta notað vasareikni til að reikna summuna og nota reitablaðið sem gerð er tillaga um í umfjöllun um dæmi 1.78. Þeir byrja á tölunni, sem gefin er upp, og draga frá henni hæsta mögulega gildi talnaspjaldanna. Þannig halda þeir áfram með hvert talnaspjaldið af öðru, sem hægt er að draga frá, þar til talan 0 er í glugga vasareiknisins. Jafnóðum skrifa þeir 1 í sætið sem samsvarar spjaldinu sem dregið er frá og 0 í hin sætin.

Telja með „á“ og „af“

Tekið skal fram að bæti fyrir bókstafi, sem eru ekki í enska stafrófinu, geta verið mismunandi. T.d. táknar bætið 01011011 ýmist „Æ“ eða „[“ og 01011101 ýmist „Å“ eða „J“.

Hér er um að ræða einföldun á verkefninu á bls. 41. Í staðinn fyrir að stafa löng orð með bitum og bætum geta nemendur talið með sömu aðferð. Fimm nemendur standa í röð og snúa bakinu að hinum nemendunum. Allir hafa hvítt blað í höndunum. Biti hefur gildið 1, þ.e. er „á“, þegar blaðinu er haldið á lofti og er þá skráð sem gildið 1. Ef blaðinu er haldið kyrru hefur það gildið 0, þ.e. er „af“.

Bekkurinn telur þá hægt og rólega frá 1 upp í 31 og nemendur sýna tölurnar í tvíundakerfinu eina í senn. Kennari spyr nemendur við og við hvort þeir skilji kerfið á bak við tölurnar. Nemandinn lengst til hægri verður til dæmis að sýna blaðið sitt í annarri

hverri tölu. Nemandi nr. tvö frá hægri er til skiptis tvisvar í röð „á“ og tvisvar í röð „af“. Þannig mun hver nemendanna upplifa hvernig mynstrið endurtekur sig.

Erfiðari verkefni/
Ýmis verkefni

Fleiri einingar gagnamagns

Kennari spyr nemendur hvort þeir þekki fleiri gagnamagnseiningar.

Eftir GB koma fleiri einingar, stækka um 2^{10} í hverju skrefi eða um 10^3 (eftir því hvort 2 í veldinu 10 og 10 í veldinu 3 er í veldisstofni). Einingarnar eru þessar:

8 bitar = 1 bæti (e. byte)
KB = 1000 bæti = 1 kílobæti, 10^3 eða 2^{10} bæti
MB = 1000 kílobæti = 1 megabæti, 10^6 eða 2^{20} bæti
GB = 1000 megabæti = 1 gígabæti, 10^9 eða 2^{30} bæti
TB = 1000 gígabæti = 1 terabæti, 10^{12} eða 2^{40} bæti
PB = 1000 terabæti = 1 petabæti, 10^{15} eða 2^{50} bæti
EV = 1000 petabæti = 1 exabæti, 10^{18} eða 2^{60} bæti
ZB = 1000 exabæti = 1 zettabæti, 10^{21} eða 2^{70} bæti
YB = 1000 zettabæti = 1 yottabæti, 10^{24} eða 2^{80} bæti
BB = 1000 yottabæti = 1 bromtobæti, 10^{27} eða 2^{90} bæti

Rómverskar tölur

Bæði tugakerfið og tvíundakerfið eru dæmi um sætiskerfi. Rómversku tölurnar eru hins vegar dæmi um talnakerfi sem er ekki sætiskerfi en staðsetning táknanna skiptir samt máli. Talan IV táknar 4 en VI táknar 6. Rómverjar höfðu ekkert tákn fyrir núll og því er afar erfitt að reikna með rómverskum tölum. Á verkefna-bláði 2.1.7 eru verkefni með rómverskum tölum.

Faglegt innihald

- Sætisgildi í tugakerfinu

Búnaður

- Sætisgildiskubbar
- Verkefnablað 2.1.8, 2.1.9 og 2.1.10

Tugveldi og tölur á staðalformi

Blaðsíða 42–43

Æfingahefti

1.82, 1.83

1.95

1.107

Ábendingar

Lögð er áhersla á sætiskerfi þegar í 2. bekk. Samt sem áður kemur í ljós að einhverjir nemendur hafa misskilið eða ekki skilið þennan námsþátt. Venjan er að nota orðin einingasæti, tugasæti og hundraðasæti um sæti tölustafanna frá hægri til vinstri. Samt sem áður er rangt að segja að í tölunni 3065 séu engin hundruð. Rétt er að segja að talan 3065 hafi tölustafinn 0 í hundraðasætinu. Gott er að nota verkefnið á verkefnablaði 2.1.9 (Hvaða tala á ekki við?) til að ýta af stað samræðum sem geta gert nemendur meðvitaða um þetta.

Nemendur byrja á að skrifa með bókstöfum heiti stærstu tölunnar sem þeir þekkja. Kennari skrifar tillögur þeirra á töfluna.

Síðan biður kennari nemendur að „þýða“ töluheitin yfir í tölustafi. Ef nemendur nefna til dæmis „trilljón“ verða þeir að útskýra að þessi tala er skrifuð með tölustafnum 1 og átján núllum. Eyða þarf misskilningi sem kann að vera í tengslum við tölurnar „milljarður“, „billjón“ og fleiri slíkar tölur. Kennari raðar þessum stóru tölum eftir stærð. Einhverjir nemendur hafa ef til vill heyrt um „einn googol“ og þá er eftirsóknarvert að skrifa töluna með öllum sínum 100 núllum. Þannig er kominn góður grunnur að því að sjá þörfina fyrir þann möguleika að skrifa slíkar tölur á annan hátt.

1.84

Kennari aðstoðar nemendur við að gefa tölunum heiti.

Grundvallarfærni

Góður talnaskilningur er forsenda góðrar reikningsfærni.

Einfaldari verkefni

Sætisgildiskubba má nota til að gera tölurnar í verkefni 1.83 sýnilegar, svo og töluna 2347 efst á bls. 43.

Erfiðari verkefni

Til að sanna tengsl í talnafræði og algebru þarf oft að skrá gildi tölustafa í tölu eftir sætum, t.d. $234 = 200 + 30 + 4$. Nemendur sem skilja þetta geta þjálfað stærðfræðilega lestrarfærni sína með því að lesa sönnunina um að tala er deilanleg með 3 ef þversumma tölustafanna er deilanleg með 3.

Stórar tölur á amerískri ensku

Í Evrópu eru notuð forskeyti sem vísa til veldisvísis af milljón. Talan $10^{12} = (10^6)^2$ er sem sagt billjón („bi“ táknar tvo). Í Bandaríkjunum Norður-Ameríku og nokkrum öðrum löndum er heitið billjón hins vegar notað um þúsund milljónir, þ.e. 10^9 en sú tala kallast milljarður á Íslandi og annars staðar í Evrópu. Nota má samhengi þessara talna, sem sýnt er á verkefnablaði 2.1.8, láta nemendur þýða setningarnar yfir á íslensku og skrifa stórar tölur með orðum, bæði á íslensku og amerískri ensku.

Ýmis verkefni

Hvaða tala á ekki við?

Búnaður: Verkefnablað 2.1.9. Í hverju þeirra þriggja verkefna, sem eru á verkefnablaðinu, eiga nemendur að rökstyðja hver talnanna fjögurra skilur sig frá hinum. Lausnirnar eru fleiri en ein í hverju þessara verkefna. Eftirfarandi eru dæmi um lausnir:

- A Nr. 3 er eina talan þar sem tölustafurinn í hundraðasætinu er 0 (þess þarf að gæta að nota ekki orðalagið „engin heil hundruð“ vegna þess að í tölunni eru 30 heil hundruð).

Nr. 4 er eina talan sem er stærri en 3500.

- B Nr. 1 er eina talan sem ekki hefur tölustafinn 0. Nr. 1 er eina tveggja tölustafa talan. Nr. 4 er eina talan sem er ekki talan 1,2 margfölduð með tugveldi.

- C Nr. 2 er eina talan þar sem tölustafurinn í einingasætinu er ekki 9.

Nr. 3 er eina talan þar sem tölustafurinn í tugasætinu er ekki 0.

Kennari hlustar á rök nemenda og fylgist með hvort orðfæri þeirra er nógu nákvæmt. Gott er að nemendur leiðrétti hver annan ef á slíka nákvæmni skortir.

Sætisgildisslanga (spil)

Spil fyrir 2–4 leikmenn.

Búnaður: Spilapeningar, teningur og spilaborð (verkefnablað 2.1.10).

Fyrst skal ákveða hvort notaðir eru einn eða tveir spilapeningar handa hverjum leikmanni. Spilið er flóknara ef tveir spilapeningar eru notaðir. Leikmenn spila um hver eigi að byrja. Sá sem verður fyrir valinu kastar teningnum og flytur spilapening sinn um eins marga reiti áfram og teningurinn segir til um. Lendi leikmaður á lituðum reit fær hann jafn mörg stig og talan á teningnum segir til um. Lendi spilapeningurinn á reit með öðrum lit er stigafjöldinn jafn tölunni á teningnum margfaldaðri með tugveldinu á reitnum. Ef leikmaðurinn er með annan spilapening ræður hann með hvorum spilapeningnum hann heldur áfram. Stigin, sem leikmenn fá, skal skrá jafnóðum. Spilið heldur áfram þar til allir leikmennirnir eru komnir á leiðarenda með báða spilapeningana. Stigin eru lögð saman. Sá vinnur sem hefur flest stig.

Faglegt innihald

- Stórar tölur
- Staðalform

Búnaður

- Spilaborð, verkefnablöð 2.1.11 og spilapeningar í tveimur litum

Æfingahefti

1.84, 1.85

1.96, 1.97

1.108, 1.109

Blaðsíða 44–45

Ábendingar

Hve stórar eru stórar tölur?

Pegar fengist er við stórar tölur verða þær fljótlega óáþreifanlegar og nemendur fá ekki skýra mynd af hversu stórar þær eru í raun og veru. Þessu verkefni er ætlað að gera stórar tölur áþreifanlegar fyrir nemendur.

Í 1. hluta er hér mælt með að nemendur reikni ekki aðeins út hve mörg blöð þarf fyrir hinar mismunandi tölur heldur að þeir telji blöðin og raði þeim hlið við hlið, til dæmis á skólalóðina.

Á netinu má finna ýmsar sjónrænar útskýringar eða hreyfimyndir sem ætlað er að útskýra stórar tölur. Til dæmis má leita að „How much is a trillion dollars?“

1.86

Nemendur leita á netinu að nýjustu tölum í þessum efnum.

Grundvallarfærni

Að túlka mismunandi form talna getur tengst bæði lestrarfærni, skriflegri færni og munnlegri færni. Mismunandi form talna eru notuð í greinum og fagtextum í tengslum við náttúrufræði og samfélagsfræði.

Einfaldari verkefni

Nemendur geta byrjað með minni tölur eða með tölur sem eru ekki með mjög mörg tugabrot. Nota má t.d. eftirfarandi tölur:
Fjarlægðin frá Ósló til Rómar: 2000 km
Fjöldi maura í maurabúfu: 6700
Fjöldi sekúndna í sólarhringnum: 86 400
Mánaðarlaun: 420 000 kr.

Erfiðari verkefni/ Ýmis verkefni

Fleiri stórar tölur

Nemendur prófa að reikna út eftirfarandi:

Hvað eru billjón sekúndur mörg ár?
(1 950 000 ár)

Hugsaðu þér að þú lifir í 80 ár. Hve mikið þarftu að leggja fyrir á hverjum degi til að eiga einn milljarð króna á einkareikningnum þínum við ævilok?
(34 200 kr.)

Árið 2013 voru heildartekjur hins opinbera um það bil kr. 795 864 000 000. Hversu mikið er þetta á mann ef við gerum ráð fyrir að íbúar á Íslandi hafi verið um það bil 325 000 í árslok 2013?
(Um það bil kr. 2 449 000.)

Lottó – Stórar tölur

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Spilaborð (verkefnablöð 2.1.11) og spilapeningar í tveimur litum.

Á spilaborðinu eru tölur skráðar í mismunandi formum og á öðru blaði eru töluspjöld með sömu tölum en að þessu sinni skráðar á staðalformi.

Töluspjöldin eru klippt út, þau stokkuð vel og sett á hvolf í bunka. Leikmenn skiptast á um að draga eitt spjald í einu. Sá sem dregur spjald fær í sinn hlut reit á spilaborðinu sem hefur sama gildi og töluspjaldið; hann merkir sér reitinn með því að leggja á hann spilapening í sínum lit. Sá vinnur sem er fyrstur að fá þrjá í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

Afbrigði 1:

Leikmenn spila „opið“. Þá er töluspjöldunum dreift upp í loft á borðið og leikmenn draga spil til skiptis. Þegar leikmaður hefur valið spjald má ekki skipta um skoðun. Nú er takmarkið að fá fjóra í röð. Þetta

afbrigði krefst meiri herkænsku við að eyðileggja möguleika andstæðingsins.

Afbrigði 2:

Spilið fer fram eins og boðhlaup. Bekkjardeildinni er skipt í lið með 3–4 leikmönnum í hverju liði. Einnig þarf að velja hlutlausan „dómara“ fyrir hvert lið. Hvert lið þarf spilaborð og bunka af talnaspjöldum sem komið er fyrir í öðrum enda kennslustofunnar. Leikmenn raða sér upp, hvert lið fyrir sig, í hinum endanum, hlaupa til skiptis fram, snúa talnaspjaldi og setja það á spilaborðið. Það lið sem er fyrst til að fylla út fyrir fram ákveðinn hluta spilaborðsins (til dæmis svæði með 3 · 3 reitum) vinnur boðhlaupið.

Faglegt innihald

- Skrá tölur á staðalformi

Æfingahefti

- 1.86
- 1.98
- 1.110, 1.111

Blaðsíða 46–47

Ábendingar

Verkefnin á þessari opnu beinast að því að lesa, túlka, skrifa og skilja tölur á staðalformi.

1.92

Gott er að kennari og nemendur ræði saman í nokkurn tíma í tengslum við þetta verkefni. Hvað þýðir að tvöfalda og helminga? Hvað gerist þegar við margföldum eða deilum með 10, 100 o.s.frv.?

Kennari byrjar með tölu sem er ekki mjög stór. Hann ber saman venjulegan rithátt og rithátt á staðalformi:

$$2400 = 2,4 \cdot 10^3$$

Tvöföldun:

$$4800 = 4,8 \cdot 10^3$$

Helmingun:

$$1200 = 1,2 \cdot 10^3$$

Tíu sinnum stærri:

$$2400 \cdot 10 = 24\,000 = 2,4 \cdot 10^4$$

Tíundi hluti:

$$2400 : 10 = 240 = 2,4 \cdot 10^2$$

Kennari og nemendur ræða saman um breytingarnar sem verða á tugabrotinu og þær sem verða á tugveldinu.

Grundvallarfærni

Nemendur eiga að lesa, túlka, bera saman, skrifa og framkvæma útreikninga með stórum tölum, bæði þeim sem skráðar eru á hefðbundinn hátt og á staðalformi. Þeir efla skilning sinn á hve langar mismunandi fjarlægðir eru og hve stórar mismunandi stærðir eru.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir.

Nemendur skrifa tíu stórar tölur (til dæmis fjarlægðina milli heimilis þeirra og tíu þekktra borga í heiminum sem þeir kunna að vilja heimsækja einhvern tímann) framan á tíu pappaspjöld. Þeir snúa spjöld-

unum við og skrifa tölurnar á staðalformi aftan á spjöldin.

Þeir skiptast síðan á spjöldum við tvo aðra nemendur og breyta tölunum úr öðru forminu í hitt. Síðan má ganga úr skugga um hvort rétt var breytt með því að skoða töluna hinum megin á spjaldinu.

Erfiðari verkefni/ Ýmis verkefni

Nemendur finna hve margir km eru milli heimabæjar síns og tíu annarra kaupstaða á Íslandi. Þeir breyta km í metra og skrá vegalengdirnar á staðalformi.

Sýna afstöðu í verki

Undirbúningur: Kennari færir fullyrðingarnar átta hér fyrir neðan yfir í PowerPoint, stafræna töflu eða annað tæki til að varpa á stóran skjá.

Verkefnið byrjar á því að allir nemendur rísa á fætur. Kennari sýnir fullyrðingarnar, eina í einu. Nemendur, sem eru sammála fullyrðingunni, standa áfram en þeir sem eru ósammála setjast niður. Í tengslum við hverja fullyrðingu ræða kennari og nemendur saman um rökin fyrir því að fullyrðingin sé sönn eða að hún sé ósönn. Hér á eftir eru fullyrðingar um töluna $2,14 \cdot 10^2$:

- 1) Talan er heil tala. (Satt)
- 2) Talan er helmingurinn af $2,14 \cdot 10^4$. (Ósatt)
- 3) Talan er stærri en 1000. (Ósatt)
- 4) Í tölunni eru 1,4 tugir. (Satt)
- 5) Talan er tvöföldun á tölunni 107. (Satt)
- 6) Tölustafurinn 2 er í einingasæti tölunnar. (Ósatt)
- 7) Talan er 5% af $4,28 \cdot 10^3$ (Satt)
- 8) Talan getur verið rétt námundun tölunnar 213,7. (Satt)

Nemendur velja tölu sjálfir og setja fram 4–5 samsvarandi fullyrðingar

um töluna sína. Síðan skipa nemendur sér í þriggja eða fjögurra nemenda hópa og prófa hver annan með því að kanna hvernig þeir svara fullyrðingunum með annaðhvort satt eða ósatt.

Faglegt innihald

- Að reikna með tölum á staðalformi

Æfingahefti

1.87-1.90

1.99-1.102

1.112, 1.113

Blaðsíða 48–49

Ábendingar

Sýnidæmi 23

- a Hér er sýnd margföldun. Beina skal athyglinni að því að breyta má röð þáttanna. Þess vegna má fyrst margfalda tugabrotin tvö og síðan nota veldareglurnar til að margfalda saman tugveldin.
- b Í deilingardæminu eru svigar notaðir til að aðskilja tölur og reikniðgerðir. Einhverjum nemendum mun þykja skýrara ef dæmið er sett upp með almennum brotum. Þá sést að um er að ræða almennt brot sem er margfaldað með öðru broti:
- $$9,3 \cdot 10^7 \cdot 3,0 \cdot 10_3 = \frac{9,3}{3,0} \cdot 10^7 \cdot 10_3 = 3,1 \cdot 10^4$$
- c Í þessu sýnidæmi er sýnt hvernig breyta þarf fyrra svarinu með tugveldinu til að hið endanlega svar uppfylli kröfuna um tölu á staðalformi.

1.97

Orðin „um það bil“ gefa til kynna að ætlast er til að reiknað sé með slumpreikningi. C-liður er þyngri en a- og b-liður þar sem tugveldin í deilistofni og deili eru mismunandi.

1.98

Verkefnið vísar til sýnidæmis 23c. Tölurnar geta við fyrstu sýn litið út eins og tölur á staðalformi en tugabrotið í fyrra svarinu uppfyllir ekki kröfuna um að fyrri liður staðalforms skuli vera milli 1 og 10.

1.100

Í gulu og grænu verkefnunum eru fleiri en ein lausn fyrir hendi. Nemendur kynna hver fyrir öðrum hvaða lausnaleyð þeir völdu. Þeir eiga að sýna að minnsta kosti einn

milliútreikning sem sýnir hvaða leið varð fyrir valinu.

Nokkrar mögulegar leiðir:

- A. Nemendur reikna út teljara og nefnara hvorn fyrir sig og framkvæma síðan deilinguna að lokum.
- B. Nemendur safna öllum tuga-brotunum í eitt brot og öllum tugveldunum í annað brot og reikna brotin út hvort fyrir sig.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Til að geta framkvæmt útreikninga með stórum tölum á einfaldan hátt reiknum við með tölunum á staðalformi.

Einfaldari verkefni

Þegar reiknað er með veldum á staðalformi eru sömu reglur notaðar og þegar reiknað er með venjulegum veldum. Einhverjir nemendur þurfa að fást meira við venjulegan veldareikning en að reikna með tölum á staðalformi.

Nemendur æfa sig í að margfalda og deila með veldum með sama veldisstofni. Það mun hjálpa þeim að skilja hvað veldi er.

Erfiðari verkefni/ Ýmis verkefni

Nemendur búa til veggspjald og skrifa tölurnar á staðalformi. Þeir finna svör við eftirfarandi spurningum á heimasíðu Hagstofu Íslands:

Hve mörg kg af þorski flutti Ísland út árið 2013 og hverju nam útflutningurinn á viku og mánuði?

Hvert var verðmæti þorskútflutningsins árið 2013. Hvert var verðmætið að meðaltali á mánuði?

Hvert var meðaltal reglulegra launa starfsmanna á almennum vinnu-markaði annars vegar og opinberra starfsmanna hins vegar árið 2013?

Lausnirnar:

- Ísland flutti út 120.777.000 = $1,2 \cdot 10^8$ kg af þorski árið 2013
- Verðmæti þorskútflutningsins árið 2013 var 87.782.221.000 = $8,7 \cdot 10^{10}$ kr.
- Regluleg mánaðarlaun starfsmanna á almennum vinnumarkaði árið 2013 námu 429000 = $4,2 \cdot 10^5$ kr. og regluleg mánaðarlaun opinberra starfsmanna árið 2013 námu 369000 = $3,6 \cdot 10^5$ kr.

Faglegt innihald

- Litlar tölur á staðalformi
- Töflureiknir og tölur á veldisformi

Búnaður

- Gulir miðar með lími aftan ár
- Reglustika

Blaðsíða 50-51

Ábendingar

Sýnidæmi 24

Pegar fengist er við litlar tölur á staðalformi eru notaðir neikvæðir veldisvísar. Gott er að útskýra og rökstyðja hvernig veldisvísirinn breytist út frá sætisgildi tölustafsins 1.

$1000 = 10^3$	Það eru 3 sæti milli tölustafsins 1 og kommunnar – vinstra megin við kommuna.
$100 = 10^2$	Tölustafurinn 1 færast um eitt sæti til hægri og veldisvísirinn lækkar um 1.
$10 = 10^1$	Sama og fyrir ofan.
$1 = 10^0$	Sama og fyrir ofan.
$0,1 = 10^{-1}$	Áfram eins og fyrir ofan.

1.105

Lýsingin á sellulósa er nokkuð misjöfn eftir heimildum. Því leikur vafi á að talan 15 000 einingar sé rétt.

Sýnidæmi 25

Að sýna tölur á veldisformi er dæmigert fyrir öll stafræn hjálpartæki, m.a. töflureikni og reiknivélar. Bæði þessi hjálpartæki munu sjálfkrafa breyta tölu í veldisform ef ekki er pláss fyrir töluna í hólfinu eða í glugga reiknivélar. Þess vegna er mikilvægt að nemendur læri fyrst og fremst að þekkja tölur sem settar eru fram á þennan hátt.

Grundvallarfærni

Til að geta framkvæmt einfalda útreikninga með mjög litlum tölum þurfa nemendur að geta reiknað með tölum á staðalformi.

Stafræn færni

Að lesa og túlka rithátt stórra og lítilla talna með töflureikni er

mikilvæg stafræn færni. Nemendur skrifa sjálfir stórar og litlar tölur í töflureikni og nota aðgerðir í töflureikninum til útreikninga.

Einfaldari verkefni

Einhverjir nemendur verða óöruggir yfir því sem þeir geta ekki séð. Því er gott að láta þá sjá mörg núll til að fá yfirlit yfir tölurnar. Kennari útskýrir breytinguna yfir í neikvæða veldisvísa, sbr. ábendingarnar í kaflanum um sýnidæmi 24 hér á undan. Þetta má gera með gulum miðum með lími aftan á. Kennari skrifar 1 á gulan miða og kommu á annan gulan miða. Þar að auki þarf að vera tiltækur nokkur fjöldi gulra miða með tölustafnum 0.

Nú eru öllum gulu miðunum raðað saman hverjum á eftir öðrum þannig að þeir myndi stóra tölu. Síðan breytir kennari tölunni í tugveldi. Hann flytur miðann með tölustafnum 1 um eitt sæti í einu til hægri með því að láta hann í hvert sinn skipta um sæti við 0-miðann til hægri. Þess þarf að gæta að komman sé alltaf kyrr í sínu sæti.

Fyrsta talan:

1 0 0 0 0 0 , 0 0 0 0

Önnur talan:

0 1 0 0 0 0 , 0 0 0 0

...

Sjötta talan:

0 0 0 0 0 0 , 1 0 0 0

Meðan á þessu stendur ræðir kennari við nemendur um hvaða núll eru venjulega sýnd og hvers vegna hin núllin eru venjulega ekki sýnd þótt þau séu þarna vissulega.

Erfiðari verkefni/
Ýmis verkefni

Frá millimetra til kílómetra

Búnaður: Reglustika

Nemendur mæla stærð ýmissa hluta með reglustiku. Þeir geta mælt þykkt strokleðurs, lengd pennaveskis, breidd hurðar kennslustofunnar o.s.frv. Nemendur skrifa öll þessi mál í km – sem tölur á staðalformi.

Bylgjulengd

Nemendur finna upplýsingar á netinu og gera yfirlit yfir lengdir mismunandi rafsegulbylgna, mældar í metrum. Yfirlitið á að spanna útvarpsbylgjur, örbylgjur, innrætt ljós, sýnilegt ljós (mismunandi liti), útfjólublátt ljós, röntgengeisla og gammageisla.

Sýnilegt ljós er eina tegund rafsegulbylgna sem við getum séð. Það er sett saman úr mörgum litum sem hver hefur ákveðna bylgjulengd, sjá töfluna hér á eftir. Þegar við sjáum alla litina í einu, allar bylgjulengdirnar, sjáum við hvítt ljós. (Heimild: Stjórnufraðivefurinn, 2015).

Kennari segir nemendum að nm þýði nanómetri sem er 10^{-9} m.

Litur	Bylgjulengd
Fjólubláir	380–420 nm
Bláir	420–490 nm
Grænir	490–575 nm
Gulir	575–585 nm
Appelsínugulir	585–650 nm
Rauðir	650–750 nm

Faglegt innihald

- Náttúrlegar tölur
- Heilar tölur
- Ræðar tölur

Búnaður

- Spilastokkur

Talnamengi

Blaðsíða 52–53

Æfingahefti

1.119-1.121

1.125, 1.126

1.131-1.133

Ábendingar

Í námskrá er nefnt að nemendur eigi að geta greint samhengi milli talna í ólíkum talnamengjum. Við útreikninga þurfa þeir oft að breyta tölum úr einu formi í annað og þeir þurfa einnig að þekkja óræðar tölur eins og π (π) og ferningsrætur. Í þessum undirkafla munum við draga saman þessar upplýsingar og flokka talnamengin fyrir nemendur.

Einhverjir nemendur lenda ef til vill í því að það er „eyða“ í talnalínunni. Þetta getur t.d. falið í sér að þeir geta ekki fundið tölu milli tveggja uppgefinna talna. Aðalatriðið í þessum undirkafla er að allir nemendur skilji að alltaf er hægt að tilgreina nýja tölu milli tveggja uppgefinna talna og að talnalínan heldur áfram og er því óendanleg. Engu máli skiptir hversu lítill munur er milli tveggja talna á talnalínunni – alltaf er hægt að finna óendanlega margar tölur milli þeirra.

Bls. 52

Gott er að vekja athygli á að 0 tilheyrir ekki náttúrulegu tölunum. Þess vegna byrjar maður ekki að telja frá og með 0.

Menginu N er lýst sem hlutmengi úr menginu Z. Nákvæmara er að segja að N sé „eiginlegt hlutmengi“ úr Z. Það er vegna þess að í menginu Z eru einnig stök (t.d. 0 og neikvæðu heilu tölurnar) sem eru ekki með í N. Höfundar þessa námsefnis hafa ákveðið að leggja ekki áherslu á skilín milli hugtakanna hlutmengi og eiginlegs hlutmengis en þetta má útskýra með eftirfarandi dæmi:

- Í bekkjardeild, t.d. mengi A, þar sem eru bæði strákar og stelpur, er mengi stelpnanna hlutmengi úr bekkjardeildinni. Þá eru stök í A

sem eru ekki í hlutmenginu, þ.e. strákarnir.

Pegar þannig er háttað er sagt að hlutmengi stelpnanna sé eiginlegt hlutmengi.

- Í bekkjardeild með eintómum stelpum má einnig lýsa stelpunum sem hlutmengi úr bekkjardeildinni en þar sem þetta hlutmengi er hið sama og bekkjardeildin (ekkert stak utan hlutmengisins) er það ekki eiginlegt hlutmengi.

Við notum Vennmynd til að sýna hvernig mismunandi talnamengi eru tengd. Vennmyndin verður tekin nánar fyrir í kafla 5 í *Skala 2B*.

Bls. 53

Ræðar tölur má skrifa sem almenn brot. Samt er ekki öruggt að þær séu gefnar upp sem almenn brot. Í kafla 3 í *Skala 1A* var fengist við að breyta tölum, sem skrifaðar voru á formunum almenn brot, tugabrot og prósent, úr einu forminu í annað. Kennari þarf að meta út frá stöðu nemenda í hve miklum mæli er nauðsynlegt að rifja upp hvernig tugabrotum er breytt í almenn brot.

$$0,08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

Eiginleg brot, óeiginleg brot, heilar tölur og endanleg tugabrot eru ræðar tölur. Kennari spyr nemendur hvernig skrifa meg heilar tölur sem almenn brot. Einnig þarf að vekja athygli nemenda á að sama gildi almenns brots má skrifa á óendanlega marga mismunandi vegu.

Sýnidæmi 26

Hér er sýndur nýr ritháttur tugabrota. Leggja þarf áherslu á þörfina fyrir að skrifa nákvæmar tölur í stað námundaðra talna.

Grundvallarfærni

Að átta sig á hvaða tölur tilheyra mengjunum N, Z og Q. Einnig að gera sér grein fyrir muninum á endanlegum og óendanlegum tugabrotum, sbr. verkefni 1.112b.

Einfaldari verkefni

Gott er að nemendur skrifi tölur á rétta staði inn á Vennmynd eins og þá sem er efst á bls. 53.

Nemendur geta notað vasareikni eða töflureikni í verkefni 1.112. Töflureiknirinn hefur þann kost að hann sýnir fleiri aukastafi og því auðveldara að sjá loturnar.

Erfiðari verkefni/ Ýmis verkefni

Dragðu töluna (spil)

Þetta er spil fyrir 2–3 leikmenn. Búnaður: Spilastokkur án jókers (ásinn hefur gildið 1).

Hver leikmaður teiknar á A4-blað Vennmynd með talnamengjunum N, Z og Q. Rauðu spilin tákna neikvæðar tölur og svört spil jákvæðar.

Leikmenn draga tvö spil til skiptis og raða þeim þannig að þau myndi almennt brot þar sem spilið með stærri tölunni táknar teljarann. Því næst styttu þeir brotið og finna út hvaða talnamengi það tilheyrir.

Ef leikmenn eru tveir draga þeir tíu tölur hvor. Ef þeir eru þrír draga þeir átta tölur hver. Þeir skrifa tölurnar á rétta staði inn á Vennmyndina. Leikmaður fær 3 stig fyrir tölur í menginu N og 1 stig fyrir tölur í Z en ekki í N. Tölur í Q sem eru ekki í Z gefa ekkert stig. Sá leikmaður vinnur sem hefur flest stig í lokin.

Dæmi: Svört drottning og rauð sexa verður $\frac{12}{(-6)} = -2$. Þessi tala á heima í Z en ekki í N og gefur þar með 1 stig.

Faglegt innihald

- Lotubundin tugabrot
- Óræðar tölur
- Rauntölur

Búnaður

- Stórt spjald eða pappír
- Gulir miðar með lími aftan á

Blaðsíða 54–55

Æfingahefti

1.122, 1.123

1.127, 1.128

1.134–1.136

Ábendingar

Sýnidæmi 27 og verkefni 1.115

Kennari þarf að meta hvaða nemendur eigi að læra að breyta lotubundnum tugabrotum í almenn brot. Það mun efla skilning þeirra á eiginleikum talna og á algebru, þ.e. þeirra nemenda sem hafa forsendur til að skilja þetta.

Í Skala 2A Æfingahefti eru aðeins gul og græn verkefni í tengslum við þetta námsefni. Áskorunin liggur í því að geta séð með hve stóru tugveldi á að margfalda og að stundum þarf að margfalda með tveimur mismunandi tugveldum áður en dregið er frá.

Tvö viðbótarverkefni eru á verkefna-
blaði 2.1.12

Bls. 55

Vennmyndin:

Leggja þarf áherslu á að bókstafurinn R spannar allt sem er fyrir innan ysta mengjahringinn á sama hátt og Q spannar allt sem er fyrir innan næst-ysta mengjahringinn. Ekkert tákni er til fyrir óræðar tölur. Í fagtextanum er bent á að óræðar tölur eru mengi allra talna í bláa svæðinu. Það eru rauntölurnar, sem eru ekki ræðar, þ.e. tölur sem eru í R en ekki í Q. Við getum sagt að Q og mengi óræðnu talnanna séu fyllimengi hvort annars með tilliti til R vegna þess að tala í R sem er ekki í Q hlýtur að tilheyra óræðum tölum og öfugt en það eru engar tölur sem tilheyra báðum mengjunum. Bæði Q og óræðu tölurnar eru eiginleg hlutmengi í R.

Tveir atburðir, sem geta ekki gerst samtímis (talan t getur ekki verið í Q og jafnframt verið óræð) kallast sundurlægir atburðir.

Tveir atburðir, sem eru fyllimengi hvor annars, fylliatburðir, eru einnig alltaf sundurlægir en sundurlægir atburðir þurfa ekki endilega að vera fylliatburðir.

Sýnidæmi 28

Kennari þarf að vera sér meðvitaður um að út frá þessari aukastafarunu getum við eiginlega ekki ályktað að talan sé óræð. Talan getur nefnilega verið með mjög langar lotur í tugabrotinu sem við erum bara ekki enn búin að finna. Niðurstaðan er því einungis að líkindum sönn. Full-yrðingin í talblöðrunni er hins vegar sönn.

Ef ferningsrót náttúrlegrar tölu er ekki tala í N er hún óræð tala.

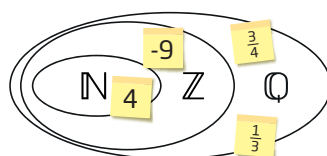
Grundvallarfærni

Nemendur efla grundvallartalna-skilning sinn með því að setja talnamengi í kerfi, t.d. náttúrlegar tölur, heilar tölur, tölur sem skrifa má sem almennt brot, þ.e.a.s. ræðar tölur, svo og rauntölurnar sem eru ekki ræðar, nefnilega óræðu tölurnar.

Einfaldari verkefni

Nemendur fást bæði við jákvæðar og neikvæðar heilar tölur og algeng almenn brot.

Nemendur búa til stóra Vennmynd á stórt blað eða á umbúðapappír. Síðan setja þeir gula miða (með lími öðrum megin), sem á eru skráð almenn brot, heilar jákvæðar tölur og heilar neikvæðar tölur á rétta staði í mengjahringjunum.



Einnig geta nemendur flokkað tölurnar á annan hátt, í dálka eða á hugarkort.

Ræðar tölur Heilar tölur Náttúrlegar tölur

Erfiðari verkefni/ Ýmis verkefni

Nemendur nota stórt rúðustrikað blað. Þeir skrá ræðu tölurnar hér fyrir neðan efst í vinstra hornið. Þeir halda síðan áfram með þetta yfirlit yfir ræðar tölur. Loks finna þeir og lita ræðar tölur, sem eru jafngildar, í sama lit.

0	$\frac{1}{1}$	$-\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$-\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$-\frac{3}{1}$	...
	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$-\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	...
	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$-\frac{3}{3}$	...
	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	...
	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{3}{5}$	...
	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$-\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$-\frac{3}{6}$	...
	:	:	:	:	:	:	...

Faglegt innihald

- Talnamengi

Búnaður

- Umbúðapappír eða stórt blað
- Gulir miðar með lími aftan á

Æfingahefti

1.124

1.129, 1.130

1.137-1.141

Blaðsíða 56-57

Ábendingar

Á þessari opnu kynnst nemendur táknið sem notað er fyrir eiginlegt hlutmengi, $\subset$, og orðasambandinu „er hlutmengi í“. Á bls. 54 var fjallað um um muninn á eiginlegu hlutmengi og hlutmengi. Táknid fyrir hlutmengi, sem er ekki ekta hlutmengi er $\subseteq$. Ef vitað er að mengin eru eins má nota $=$.

Grundvallarfærni

Nemendur þjálf grundvallartalna-skilning sinn með því að flokka talnamengin í náttúrlegar tölur, heilar tölur, ræðar tölur og óræðar tölur.

Einfaldari verkefni

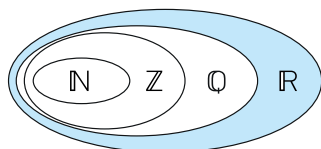
1.118

Í stað þess að leita að óræðri tölu geta nemendur fundið hvaða rauntölu sem er milli talnanna tveggja sem gefnar eru upp.

Erfidari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari teiknar þessa stóru Venn-mynd á umbúðapappír eða annað stórt blað og hengir það upp á vegg. Nemendur vinna saman, tveir og tveir, að því að skrifa mismunandi tölur á gula miða og koma þeim fyrir á réttum stöðum á Vennmyndinni.

Nemendur greina frá hvers vegna þeir setja tölurnar í hin mismunandi talnamengi og nefna heiti þeirra; nemendur rökstyðja einnig hvers vegna talan tilheyrir viðkomandi mengi. Tekst hverju nemendapari að finna tölu til að setja í mengin fjögur, í N, í Z en ekki í N, í Q en ekki í Z og í R en ekki í Q?



Ábendingar

Í kaflanum *Í stuttu máli* má rifja upp námsmarkmið, dæmi og tillögur að lausnum á ýmsa vegu. Nemendur lesa hvert námsmarkmið ásamt dæmum og lausnatillögum. Þeir rökræða um hugtök og gera sér grein fyrir hvort þeim finnst eitthvað erfitt eða hvort þeim finnst að þeir þurfi að æfa eitthvað betur í kaflanum *Bættu þig!*

Nemendur geta þá blaðað gegnum *Bættu þig!*-síðurnar og valið verkefni sem þeir þurfa að leggja meiri áherslu á.

Nemendur geta búið til lista yfir öll stærðfræðiorð, sem þeir geta útskýrt, og annan lista sem þeir geta ekki útskýrt. Þeir skrifa skýringar á stærðfræðiorðunum sem þeir skilja. Þeir geta einnig notað orðskýringarnar aftast í bókinni til að finna skýringar á orðum sem þeir kunna ekki skýringar á.

Gott er að leggja áfangapróf fyrir nemendur. Það getur sagt til um hvaða færni nemendur hafa yfir að ráða eftir að hafa unnið að mestu kafla 1 í *Skala 2A*.

Niðurstöðurnar geta leitt í ljós hvaða námsþætti hver nemandi hefur á valdi sínu og hvaða námsþætti í kafla 1 hann þarf að æfa frekar. Slíkt próf er ekki notað til að gefa nemendum einkunnir heldur benda kennaranum á hvernig fara skal með síðasta hluta kaflans. Þarf í vinnunni fram undan að leggja meiri áherslu á sérstaka námsþætti? Er ef til vill hægt að velja slíka námsþætti úr *Bættu þig!*-síðunum í kafla 1?

Eftir þetta má skipta nemendum í þrjá mismunandi hópa út frá því hvernig niðurstaðan á áfangaprófinu varð. Í hópi 1 (blár) eru 20% nemenda, þ.e. þeir sem ná slökustum árangri á áfangaprófinu. Þessum nemendum þarf að fylgja sérstaklega eftir. Í hópi 2 (gulur) eru 20-50% nemenda en í hópi 3 (grænum) eru 50% nemendanna, þ.e. þeir sem ná bestum árangri, eru fyrir ofan miðgildið.

Bættu þig!

Blaðsíða 60-61

Ábendingar

Kennari og nemendur nota verkefni á síðustu opnum og gera áætlun um hverju þarf að vinna frekar að í síðustu kennslustundunum áður en kaflapróf er lagt fyrir. Niðurstöðurnar úr áfangaprófinu og eigið mat nemenda um hversu vel þeir hafa náð námsmarkmiðum, sem tilgreind eru í kaflanum *Í stuttu máli*, ættu að vera ákvarðandi um að hverju skuli beina kröftunum nú þegar líður að lokum kaflans. Hver nemandi gerir áætlun um vinnu sína og tilgreinir hvaða markmið hann þarf sérstaklega að leggja áherslu á.

1.124

Kennari og nemendur ræða saman um hvort prósentuhækkun sé réttlát skipan við launaákvæðanir.

1.129

Rétt er að hvetja nemendur, sem eiga í vandræðum vegna þess að engin mál eru gefin upp, til að prófa sig áfram með því að ganga út frá ýmsum mælitölum. Þar næst reyna þeir að finna almenn tengsl milli þessara mælitalna.

1.131

Í þessu dæmi á að reikna út kostnað vegna húsnæðistryggingar en slík trygging er samheiti yfir brunatryggingu og húseigendatryggingu.

Ýmis verkefni

Landastríð (spil)

Spilið er fyrir tvo nemendur. Búnaður: Talningarkubbar, hver og einn í tveimur litum, teningur (annaðhvort með tölunum 1–6 eða 0–9).

Leikmenn byrja með 50 kubba þar sem ljósa hliðin snýr upp og 50 kubba með dökku hliðinni upp. Hvor leikmaður „á“ annan litinn. Þeir spila um hvor á að byrja.

Sá sem byrjar kastar teningnum og margfaldar töluna, sem upp kemur, með 10 ef teningurinn er með tölunum 1–6, en með 5 ef teningurinn er með tölunum 0–9. Svarið segir til um þann prósentuhluta af „landi“ andstæðingsins sem leikmaður 1 leggur undir sig. Leikmaðurinn námundar að næsta heila kubbi og snýr þeim við til að fá sinn lit. Nú á leikmaður 2 leik og hann fer eins að. Sá tapar sem er fyrri til að eiga aðeins þrjá eða færri kubba eftir í sínum lit.

Blaðsíða 62–63

Ábendingar

1.132

Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir að verkefnið einskorðast ekki við heilar tölur. Í d-lið má sjá að fullyrðingin er ósönn ef maður einungis gengur út frá heilum tölum en hvað varðar tölur, sem eru minni en 1, þ.e. á talnabilinu $< 0, 1 >$, þá er fullyrðingin sönn.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Í g-lið má sjá að $1000 = 10^3$, og að $1\,000\,000 = 100^3$. Vekja skal athygli á að orðið „milli“ (í orðunum milli 1000 og 100 000) er notað þannig að hvorug endatalan er með. Þótt við getum fundið ferningstölu og teningstölu allra talnanna er tenings-tala skilgreind sem náttúrleg tala í þriðja veldi. Ástæðan er sú að þessar tölur fela í sér náttúrlega tölu sem þriðju rót af viðkomandi tölu (á sama hátt og ferningstölurnar fela í sér ferningsrót af viðkomandi tölu).

1.133

Ef nemendum reynist þetta verkefni erfitt má láta þá fá A4-blað, brjóta það og telja.

Ýmis verkefni

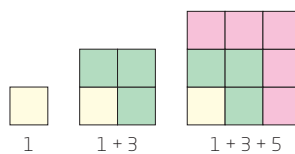
Könnun á oddatölum

Nemendur finna þessar tölur.

- Minnsta oddatalan. (1)
- Summa tveggja fyrstu oddatalnanna.
- Summa þriggja fyrstu oddatalnanna.
- Summa fjögurra fyrstu oddatalnanna.
- Summa fimm fyrstu oddatalnanna.

Nemendur skoða svörin og skrifa tilgátu um summu n fyrstu oddatalnanna. (Svar: n^2)

Nemendur reyna að sýna með myndum að tilgátan er rétt. Þeir búa til ferninga með því að byrja á þeim minnsta og sjá hve marga viðbótar-kubba þarf til að byggja þann næsta, þarnæsta og þannig áfram.



Talnarannsóknir með teningum

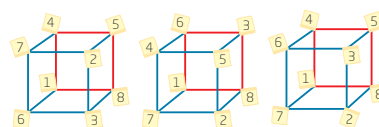
Kennari eða nemendur útbúa blaðaklemmur með „fánum“ sem eru tölusetir 1–8.

Stinga má fánunum í hvert horn á teningnum sem fjallað er um á bls. 35. Verkefnið gengur út á að koma tölunum þannig fyrir að summa þeirra fjögurra talna, sem settar eru í fjögur horn hliðarflatar teningsins, verði sú sama á öllum hliðarflötunum sex. Nemendur lýsa talnamynstrinu sem þeir sjá þegar tölunum er réttilega fyrir komið.

Það eru þrjár mismunandi lausnir á þessu verkefni. Tvær lausnir eru eins ef hægt er að spegla eða snúa þeim hvorri í aðra. Geta nemendur fundið fleiri en eina lausn?

Í ljós kemur að með hverri nýrri lausn er mismunurinn milli talnanna tveggja í gagnstæðum hornum (þ.e. hornum hvort sínu megin á hornalínunni) sá sami.

Á myndinni hér á eftir er mismunur milli gagnstæðra hornatalna í þessum þremur lausnum 1, 4 og 2.



Ef nemendur þurfa vísbendingu til að komast í gang má biðja þá um að

reyna að finna út hver summan eigi að vera – áður en þeir byrja að raða tölunum í hornin.

Önnur vísbending getur falist í að benda nemendum á að summa minnstu og stærstu tölunnar er 9, summa næstminnstu og næststærstu tölunnar er 9 o.s.frv. $1 + 8 = 2 + 7 = 3 + 6 = 4 + 5 = 9$

Þetta þýðir að finna má tvö og tvö pör með summunni 18. Tvö pör eru sett í fjögur horn ofan á teningnum. Tvö næstu pörin eru þá sett í hin fjögur hornin á botni teningsins.

Þar næst geta nemendur flutt tölurnar til. Topp- og botnfletir breyta ekki summunni þótt hornatölurnar á toppfletinum skipti um sæti innbyrðis né heldur tilheyrandi tölur á botnfletinum. Á sama hátt geta tvær tölur með summuna 9 á toppfletinum skipt um sæti við tvær tölur með summunni 9 á botnfletinum.

Þjálfaðu hugann

Blaðsíða 64-65

Ábendingar

1.149

Verkefnin má nota sem samvinnuverkefni (sjá lýsingu á bls. 22). Nemendur geta einnig búið til svipuð verkefni hver fyrir annan. Ef lausnirnar eru ekki ótvíræðar er það ágætt viðbótarverkefni fyrir nemendur að finna út hvort fjöldi lausna er endanlegur (og ef svo er hve margar) eða hvort lausnirnar eru óendanlega margar.

1.150

Athygli skal vakin á að það eru bilin milli slaganna sem taka tímann, ekki slögin sjálf. Premur slögum fylgja tvö bil, hvert þeirra tekur þá 1,5 sekúndur. Sex slög þurfa fimm bil: $5 \cdot 1,5 \text{ sek.} = 7,5 \text{ sekúndur}$.

1.151

Verkefnið má leysa með því að teikna líkan. Þá sést hve mörg prósent hljóta að vera fullorðnar konur.



1.152

Í þessu verkefni er sniðugt að rekja sig aftur á bak eftir upplýsingunum. Ef nemendur komast ekki af stað með verkefnið má gefa þeim eftirfarandi vísbendingu: Getur þú fundið hve margir farþegar voru í lestinni til bæjarins D?

Nú geta nemendur tekið kaflaprófið. Fyrir frammistöðu á kaflaprófinu er rétt að gefa nemendum einkunnir. Einkunnirnar og endurgjöf kennara er hluti af símmati á stöðu nemenda í þessu þema.

Föll

Í þessum kafla fá nemendur kynningu á hugtakinu fall sem er afar mikilvægt hugtak í stærðfræði. Fall er grunnurinn undir stærðfræðilegum líkönum og er meginatriði bæði í stærðfræðigreininni sjálfri og hagnýtingu hennar. Reynslan hefur sýnt að hugtakið reynist mörgum nemendum erfitt. Þess vegna hefur verið ákveðið að taka þetta námsefni fyrir snemma í 9. bekk þannig að nemendur fái tíma til að þróa skilning sinn á því áður en þeir fara í framhaldsskóla. Við notum hið hefðbundna tákni, $f(x)$, fyrir fall af x og y fyrir beinar línur eða línuleg föll eins og venja er í stærðfræði. Í þessum kafla eiga nemendur bæði að kynnast línulegum föllum, ólínulegum föllum og empírískum föllum (þ.e. þar sem fallgildin byggjast á reynslu, athugunum eða tilraunum en ekki á fræðilegum skýringum eða kenn-ingum).

Forþekking

- Að setja tölur inn í algebrustæður
- Formúlureikningur
- Talnareikningur

Kennari getur lagt fyrir próf til að kanna hvaða færni og forþekkingu nemendur hafa til að bera sem nauðsynleg er til að þeir geti hafið vinnu við þennan kafla. Niðurstöðurnar má nota til að skipuleggja námið í bekkjardeildinni.

Fagleg tengsl

Föll skipa mikilvægan sess í stærðfræði. Í þessum kafla verða nemendur kynntir ítarlega fyrir línulegum föllum, hallatölu, breytuliðum og fastaliðum og þeir munu læra að setja fram jöfnu beinnar línu, bæði á táknmáli algebrunnar og sem graf. Í tengslum við línuleg föll verða hlutfallsstærðir teknar til umræðu. Ólínuleg föll og empírísk föll verða tengd líkönum og notkun stærðfræði í daglegu lífi. Fallstæður og greining á ólínulegum föllum, þar á meðal stærðir, sem eru í öfugu hlutfalli hvor við aðra, verða hins vegar fyrst teknar fyrir í 10. bekk.

2 Föll

Blaðsíða 66–67

Hagnýt notkun

Föll eru notuð þegar maður vill skilja hvernig mismunandi stærðir, háðar hver annarri, breytast eftir mismunandi gildum á breytum. Sem dæmi um þetta má nefna kaup og sölu, hreyfingu og hraða, veður og hita, þróun íbúafjölda og útbreiðslu sjúkdóma. Með þessum námsþætti er auðvelt að finna góð dæmi þar sem nemendur geta þurft á stærðfræði að halda.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Í mörgum verkefna þessa kafla eru dæmin sótt í daglegt líf. Nemendur þurfa að hafa ákveðna lestrarfærni til að bera til að geta sett sig inn í hvað verkefnin fjalla um. Þess vegna er mikilvægt að nemendur læri hentugar lestraraðferðir þannig að þeir geti greint mikilvægar upplýsingar frá þeim lítilvægari. Kennari getur látið nemendur lesa hvert verkefni fyrst, síðan segja nemendur bekkjarafélaga sínum um hvað verkefnið fjallar, um hvað er spurt og hvaða upplýsingar eru gefnar.

Nemendur þurfa einnig að lesa fagtexta. Góð þjálfun fyrir þá er að lesa innganginn að föllum sem heimaverkefni. Síðan geta þeir – með því að taka þátt í sameiginlegum stærðfræðilegum umræðum í skólanum – komist að því hvort þeir hafi skilið það sem þeir lásu.

Munnleg færni

Kennari spyr nemendur hvort þeir hafi heyrt einhver stærðfræðiorðanna áður. Á listanum eru mörg ný orð þannig að ekki er við því að búast að nemendur geti útskýrt þau en vera kann að þeir hafi heyrt einhver þeirra notuð í daglegu tali.

Nemendur útskýra sjálfir hugtök eins og fall, hallatala, breytuliður, fasti, breyta, empírískt fall og rétt hlutfall eftir því sem þessi hugtök eru kynnt fyrir þeim. Ef nemendur eru ónákvæmir í skýringum sínum getur kennari spurt þá hvað þeir eigi við og ekki hætt fyrr en þeir geta notað heilar setningar og góðar útskýringar sem aðrir nemendur í bekknum geta skilið.

Stafræn færni

Í þessum kafla eiga nemendur að læra að teikna og greina gröf, bæði í höndunum og á stafrænan hátt. Stafræn tæki eru afar góð kennslufræðileg hjálpartæki til að hjálpa nemendum að skilja þýðingu hallatölu og fasta í línulegum föllum. Þeir eiga sjálfir að læra að nota rennistíku í töflureikni og kanna mismunandi föll.

Skrifleg færni

Nemendur fást við sömu verkefnin og nefnd eru í kaflanum *Munnleg færni* hér á undan, nema að þessu sinni skrifa þeir útskýringar sínar niður. Síðan skiptast þeir á útskýringum við bekkjarafélaga. Ef þeir skilja ekki útskýringar hvor annars verða þeir að ræða saman og búa til nýtt uppkast allt þar til útskýringarnar eru orðnar nógu góðar.

Reikningsfærni

Í þessum kafla fer fram þjálfun í mörgum grundvallarfærniþáttum stærðfræðinnar. Algebra, innsetning tölu fyrir breytu og talnareikningur er hér í fyrirrúmi.

Faglegt innihald

- Inngangur að hugtakinu fall
- Línuleg föll
- Rétt hlutfall
- Ólínuleg föll
- Empírísk föll

Ábendingar

Kennari les innganginn upphátt fyrir nemendur. Nemendur reyna að finna dæmi um eitthvað sem þeir halda að geti verið fall, þ.e.a.s. stærðir sem eru innbyrðis háðar. Ef þeim tekst ekki að byrja getur kennari nefnt dæmi eins og: verð á vínberjum, sem maður kaupir, er fall af kílóverðinu; vegalengdin, sem maður ekur, er fall af hraðanum; farsímareikningurinn er fall af notkuninni. Gott er að nemendur sitji saman í litlum hópum og finni mismunandi dæmi sem þeir kynna fyrir hinum bekkjarfélögum.

Stærðfræðiorð

Sjálfsgagt er að nemendur tali saman um stærðfræðiorðin eins og þeir hafa gert áður þegar ný hugtök koma til sögunnar: Ferill línulegs fall er eins og nafnið bendir til bein lína, hallatalan ákvarðar halla ferilsins, fallstæða er reiknireglan sem skráð er hægra megin við jöfnumerkið í formúlu fallsins o.s.frv.

Könnunarverkefni

Einhverjir nemendanna munu áreiðanlega sjá að vélin margfaldar töluna með sjálfri sér (talan sett í annað veldi) og bætir síðan 1 við. Ef þeir sjá þetta ekki getur kennari nefnt fleiri tölur inn og út úr vélinni þar til einhver finnur regluna: talan 3 inn verður 10 út, 4 inn verður 17 út o.s.frv.

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Annar þeirra hugsar fyrst upp reglu. Hinn nefnir tölu sem á að fara inn og sá sem býr til regluna segir til um hvaða tala kemur út. Þannig halda þeir áfram þar til hinn nemandinn finnur regluna.

Einfaldari verkefni

Nemendur fá miða með reglum frá kennara, til dæmis:

- bæta 2 við töluna
- draga 4 frá tölunni
- margfalda töluna með 2
- margfalda töluna með 10

Tveir og tveir nemendur vinna saman. Annar dregur fyrst miða með reglu. Hinn nefnir einhverja tölu, sem „fer inn“, og sá sem er með regluna segir hvaða tala „kemur út“. Þannig halda þeir áfram þar til hinn hefur fundið regluna.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Sjá bls. 39.

Faglegt innihald

- Hugtakið fall
- Línuleg föll
- Gildistafla

Búnaður

- Miðar með fallstæðum

Línuleg föll – beinar línur

Blaðsíða 68–69

Æfingahefti

2.1, 2.2

2.13, 2.14

2.24, 2.25

Ábendingar

Bls. 68

Kennari fer með nemendum yfir útreikninga fallgildanna í töflunni. Það er afar mikilvægt að gera nemendum ljóst að svigar eiga að vera utan um neikvæðar tölur. Nemendur þurfa einnig að reikna út fallgildi annarra talna en þeirra sem tilgreindar eru í töflunni.

Nemendur merkja punktana í hnitakerfi og draga beinu línuna sem er graf fallsins.

Sýnidæmi 1

Nemendur vinna sig í gegnum sýnidæmi 1. Þeir velja síðan bæði neikvætt og jákvætt gildi sem ekki er í töflunni. Þar næst geta þeir merkt punktana inn í hnitakerfi. Virðast punkturnir liggja á beinni línu? Síðan draga þeir línuna.

2.1

Hér geta nemendur einnig búið til gildistöflur fyrir föllin.

2.2

Þess þarf að gæta að nemendur lýsi fallinu þannig að reikningsaðgerðirnar verði í réttri röð. Ræða þarf við þá um að fallið í a-lið verður annað ef þeir segja að fallið dragi 10 frá og margfaldi síðan með 5. (Þá verður fallið: $f(x) = (x - 10) \cdot 5$)

2.3

Hvaða nemandi hefur rétt fyrir sér? Fallið getur verið $f(x) = x^2$. En fallið getur einnig verið $f(x) = 5x - 6$ og reyndar óendanlega mörg önnur föll þar sem ferillinn liggur gegnum punktana tvo (2, 4) og (3, 9). Strákurinn til hægri hefur hins vegar rangt fyrir sér. Nemendur merkja punktana í hnitakerfi og teikna graf.

Grundvallarfærni

Stafræn færni

Kennari kynnir graftekniforritið GeoGebra fyrir nemendum. Hann sýnir hvernig nemendur geta skráð inn fallstæðu og fengið fram feril fallsins. Kennari sýnir þeim einnig hvernig þeir geta skrifað hnit punkts og þá merkir forritið punktinn. Nemendur geta einnig merkt punkt og þá koma hnit hans í ljós í algebruglugganum.

Nemendur gera ýmsar tilraunir með mismunandi formúlur og skoða gröfin sem myndast. Þeir sýna bekkjarfélögum sínum síðan verkefni sín.

Einfaldari verkefni

Kennari velur föll sem fela í sér aðeins eina aðgerð, til dæmis:

- margfalda með 2
- bæta 1 við
- draga 4 frá
- o.s.frv.

Kennari útbýr tilbúnar töflur þar sem nemendur eiga að lýsa fallinu með orðum eða með fallstæðu, til dæmis þannig:

x	1	2	3	4
f(x)	4	8	12	16

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Fallaboðhlaup

Nemendum er skipt í 8 manna hópa. Þeir sitja hver fyrir aftan annan og eru tölusettir frá 1 til 8.

Kennari fær hverjum nemanda miða með fallstæðu og einn auðan miða. Eftirfarandi eru þær fallstæður sem eiga að standa á miðunum:

1. $f(x) = 2x$
2. $f(x) = x - 3$
3. $f(x) = x^2$
4. $f(x) = 9x$
5. $f(x) = \sqrt{x}$
6. $f(x) = \frac{x}{3}$
7. $f(x) = x + 3$
8. $f(x) = \frac{x}{2}$

Sá sem byrjar fær miða frá kennara með náttúrulegri tölu milli 2 og 10.

Hann reiknar fallgildi þeirrar tölu, skrifar svarið á auðan miða og réttir hann nemanda nr. 2. Sá nemandi reiknar út fallgildi þeirrar tölu út frá sinni fallstæðu, skrifar svarið á auðan miða og afhendir hann þriðja nemanda. Þannig er haldið áfram koll af kolli til áttunda nemanda sem afhendir svar sitt fyrsta nemandanum. Hvaða hópur er fyrstur að reikna fallgildin og fá rétt svar í lokin?

Hver er niðurstaðan? Hvað gerist ef þeir fara eina umferð í viðbót? Er þetta einhver galdur? Hver hópur prófar boðhlaupið aftur með nýrri tölu? Getur einhver útskýrt hvers vegna niðurstaðan er eins og raun ber vitni?

Áskorun: Nemendur prófa að byrja með tölunni 1 á fyrsta miðanum. Hvers vegna fær áttundi nemandinn ekki fallgildið 1 að þessu sinni?

Lausn: Boðhlaupið gengur ekki upp að þessu sinni vegna þess að maður fær neikvæða tölu þegar búið er að draga 3 frá (fall nr. 2). Þegar fernings-tala þeirrar tölu er fundin (fall nr. 3) verður svarið jákvætt. Þá þarf í falli nr. 5 að reikna með neikvæðri ferningsrót af x til að lenda aftur á byrjunarreit.

Faglegt innihald

- Hugtakið fall
- Sambandið milli fallstæðu og túlkunar á henni

Búnaður

- Fallspjöld (verkefnablað 2.2.1)

Æfingahefti

2.3-2.5

2.15-2.18

2.26-2.29

Blaðsíða 70-71

Ábendingar

Í þessari fyrstu kynningu á fallhug-takinu er stefnt að því að nemendur átti sig á að ekki er aðeins um línuleg föll að ræða. Síðar í kaflanum eru línuleg föll sérstaklega tekin fyrir vegna þess að auðveldast er að reikna með slíkum föllum.

2.4

Hér er eðlilegt að prófa línuleg föll. Gefa má nemendum vísbendingu um að athuga hvort fallgildin stækka jafn mikið með hverju x -gildi.

Í a-lið stækka fallgildin um 5 með hverju x -gildi. Þá er auðveldara að sjá að fallið margfaldar x með 5 og dregur 3 frá ($5x - 3$).

Í b-lið stækka fallgildin um 4 þegar x -gildin stækka um 2. Þá er auðveldara að sjá að fallið margfaldar x með 2 og bætir 5 við ($2x + 5$).

2.5

Hér mun einhverjum nemendum finnast hjálp í því að búa til gildis-töflu. Í því tilviki geta þeir notað eins marga punkta og þeir vilja til að finna tengsl milli x og $f(x)$.

2.6

Eiginlega á betur við að spyrja þannig:

Geta þessi föll verið línuleg?

Fallið í a-lið er $f(x) = -x$ (það margfaldar töluna með -1).
Þetta fall er línulegt.

Í b-lið er fallið $f(x) = \frac{1}{x}$ (fallið tekur margföldunarandhverfu tölunnar eða deilir með tölunni í 1).
Þetta fall er ólínulegt.

Bls. 71

Spilið er hugsað þannig að í upphafi fari það fram munnlega en afbrigði af því er að leikmenn skrifi upp formúlu fallsins. Gott er að nemendur vinni þetta bæði munnlega og skriflega.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Lestur í stærðfræði felst bæði í að lesa texta og túlka töflur, gröf og formúlur. Á þessari opnu fá nemendur þjálfun í öllu þessu. Nemendur þurfa að útskýra hver fyrir öðrum það sem þeir hafa lesið. Mikilvægt er að þeir æfi sig í að túlka mismunandi birtingarmyndir falla eins og þeir þurfa að gera hér.

Einfaldari verkefni

Kennari velur einfaldari lýsingar á falli fyrir spilið eða lætur nemendur vinna saman í hópum.

- Margfaldaðu töluna með 10.
- Deildu í töluna með 2.
- Dragðu 4 frá tölunni.
- Leggðu 6 við töluna.
- Tvöfaldaðu töluna.
- Láttu töluna vera óbreytta.
- Margfaldaðu töluna með -1 .
- Dragðu töluna frá 10.
- Taktu einn tíundahluta af tölunni.
- Margfaldaðu töluna með 0,1.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa sjálfir til ný fallspjöld. Þetta geta einnig verið fallspjöld með formúlum í staðinn fyrir setningar.

Giskaðu á reikniregluna

Þetta verkefni hentar einnig vel sem kynning á efni kaflans.

Kennari lætur nemendur hafa spjöld með reiknireglum (fallstæðum) til dæmis eftirfarandi:

- Bættu 2 við töluna og margfaldaðu svarið með 3.

- Margfaldaðu töluna með 3 og bættu 2 við svarið.
- Deildu í töluna með 2 og bættu 2 við svarið.
- Settu töluna í þriðja veldi (hér þurfa nemendur líklega að nota vasareikni).

Tveir og tveir nemendur vinna saman. Annar nemandinn dregur fyrst spjald með reiknireglu. Hinn nemandinn segir hvaða tala skuli „fara inn“ og sá sem býr regluna til segir hvaða tala „kemur út“. Þannig halda þeir áfram þar til hinn nemandinn finnur rétta reglu.

Faglegt innihald

- Línuleg föll
- Notkun línulegra falla
- Hallatala, breytuliður og fastaliður
- Tengsl þessara stærða við fallstæðuna

Æfingahefti

2.6, 2.7

2.19

2.30

Blaðsíða 72–73

Ábendingar

Kennari ræðir við nemendur um að venjulega er notað y eða $y(x)$ í staðinn fyrir $f(x)$ þegar fengist er við línuleg föll. Það er heldur ekki óvanalegt að nota til dæmis $k(x)$ ef um er að ræða verð (krónur). Þetta kemur til sögunnar á næstu opnu. Höfundum þessa námsefnis finnst það henta ágætlega að nota mismunandi heiti á föllin allt frá byrjun þannig að nemendur skilji að velja má heiti á föll í hverju tilviki eftir því sem henta þykir.

Sýnidæmi 2

Þetta sýnidæmi er gott að nota til að útskýra að hallatala þessa falls segir til um hve miklu hærri leigan verður með hverjum kílómetra sem Fríða hjólar í viðbót. Fastaliðurinn segir til um það sem hún þarf að borga hvort sem hún hjólar eitthvað á hjólinu eður ei. Þessum lið þarf því að bæta við breytuliðinn til að finna heildarkostnaðinn.

2.8

Hér er ætlast til að nemendur eigi aðeins að skoða fallstæðuna til að segja til um hallatöluna, fastaliðinn og breytuliðinn. Kennari ræðir við nemendur um að fallið þarf að skrifa á forminu $y = ax + b$. Ef skrifað stendur til dæmis $y - 3x = 10$ þarf að umrita jöfnuna út frá y og skrifa $y = 3x + 10$ áður en hægt er að sjá hvað er hallatala, fastaliður og breytuliður.

Sýnidæmi 3

Hér eru mörg gildi í gildistöflunni. Kennari ræðir við nemendur um að graf beinnar línu ákvarðast af einungis tveimur punktum. Þá er ekki nauðsynlegt að reikna út meira en tvo punkta. Reyndar er gott að reikna út einn punkt í viðbót, ganga úr skugga um að hann sé einnig á sömu

línu og þá veit nemandinn að hann hefur reiknað rétt.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Nemendur eiga að reikna út fallgildin með því að setja x -gildin inn í fallstæðurnar. Hér er um að ræða verkefni úr daglegu lífi þar sem x -gildin eru stærri en 0 þannig að hér er um mjög einfaldan reikning að ræða sem allir nemendur munu að líkindum ráða við.

Lestrarfærni

Nemendur lesa sjálfir textann í sýnidæmunum og þeir útskýra síðan fyrir bekkjardeildinni í heild um hvað hann fjallar.

Einfaldari verkefni

Kennari útbýr fleiri dæmi þar sem fastaliðurinn er núll. Nemendur búa einnig til svipuð dæmi hver fyrir annan.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir finna aðstæður eða atvik sem geta verið dæmi um línuleg föll. Þeir eiga bæði að búa til texta, formúlu, gildistöflu og graf. Hvert nemendapar útskýrir síðan dæmi sín fyrir öðru nemendapari.

Faglegt innihald

- Línuleg föll í daglegu lífi

Búnaður

- Tölva

Blaðsíða 74-75

Æfingahefti

2.8

2.20

Ábendingar

Tilgangurinn með efni þessarar opnu er að nemendur æfi sig í og verði góðir í að nota línuleg föll í verk-efnum úr daglegu lífi. Öll sýnidæmin eru föll þar sem fastaliðurinn er ekki 0 og hallatalan er jákvæð. Gott er að nemendur komi með dæmi úr eigin reynsluheimi.

2.9

Gott er að ræða við nemendur um hvenær það er góður kostur að kaupa kaffikort (samanber strætókort eða sundkort). Ef til vill mun einhver stinga upp á að reikna út meðalverð kaffibolla ef maður kaupir 10, 50 eða 100 bolla kort. Þá munu krakkarnir sjá að kaffikortið borgar sig þá fyrst ef maður kaupir mjög marga kaffibolla.

2.10

Kennari ræðir við nemendur um að oft finnst manni miklu kaldara en hið mælda hitastig segir til um. Í þessu verkefni eiga nemendur að reikna út hve mikið vindurinn hefur að segja fyrir hversu kalt manni finnst í veðri. Hér hafa höfundar valið að nota bókstafinn T (e. temperature) með lágvísu til að nemendur geti vanið sig á að nota slík tákn.

2.13

Þetta er líklega ekki réttur árstími til að planta sólblómi þegar bekkjar-deildin vinnur með þennan kafla en gott er að geyma þessa hugmynd bak við eyrað til vorsins. Þá má planta sólblómi og framkvæma mælingar og nemendur geta þá búið til sín eigin vaxtarföll fyrir þær. Er um línulegan vöxt að ræða? Hvernig passa mælingar nemenda við tölurnar í verkefninu?

Sýnidæmi 4

Ábendingar um þetta verkefni eru á næstu opnu.

Grundvallarfærni

Stafræn færni

Gott er að nemendur teikni gröfin í GeoGebra-forritinu og leysi verkefni þannig með stafrænu verkfæri. Jafnframt skal lögð áhersla á að einnig er mikilvægt að nemendur læri að búa til gildistöflur, merkja punkta í hnitakerfi og teikna gröfin í hönd-unum þar sem þetta skiptir máli fyrir skilning á hinum ýmsu birtingar-myndum falla.

Einfaldari verkefni

Kennari útbýr gildistöflur fyrir nemendur og biður þá að fylla þær út áður en þeir merkja punktana í hnitakerfið. Sjálfsagt er að hjálpa nemendum að velja hentugar einingar á x-ásinn og y-ásinn.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Flestum nemendum finnst gaman að fást við eitthvað sem stendur þeim sjálfum nærri. Því er gott að láta nemendur kanna hvort línuleg tengsl eru milli hæðar naflans og heildar-hæðar þeirra. (Sagt er að þessar stærðir séu í réttu hlutfalli hvor við aðra en það hugtak kemur til sögunnar seinna í bókinni þannig að kennari þarf ekki að kynna hugtakið fyrir nemendum á þessu stigi.)

- Línuleg föll í daglegu lífi

Ábendingar

Sýnidæmi 4 á bls. 75

Kennari og nemendur ræða saman um að mikilvægt er að skrá heiti ásanna sem samsvara bókstöfunum í fallinu og breytunni. Einingarnar þarf einnig að skrá á ásana. Einnig þarf að leggja áherslu á að skrá aflesturinn af grafinu og útskýra hvernig maður hugsar. Textinn í sýnidæminu er dæmigerður hvað þetta varðar.

Kennari gengur úr skugga um að nemendur geri þetta í verkefnum 2.14–2.16. Sá sem skoðar grafið og les textann þarf að geta skilið um hvað þetta fjallar án þess að þurfa að lesa sjálft verkefnið.

2.15

Kennari spyr nemendur:
Hvernig getur baunagras Sonju orðið hærra þegar baunagras Ingu er hærra í upphafi? (Hraði vaxtarins (hallatalan) er meiri í baunagrasi Sonju þannig að það verður hærra eftir ákveðinn tíma.)

2.16

Einnig í þessu verkefni eiga nemendur að bera saman tvö línuleg föll. Annað þeirra hefur hærri fastalið og hitt hefur hærri hallatölu. Þegar dögnum fjölgar verður fallgildið með stærri hallatölu hærra.

Grundvallarfærni

Lestarfærni og munnleg færni

Á þessari opnu er nokkuð mikið um lestexta. Kennari getur þá notfært sér möguleikann til að láta nemendur æfa lestrarfærnina. Gott er að láta nemendur strika undir eða skrifa upp lykilorðin og lykilupplýsingarnar úr textanum.

Um hvað fjallar verkefnið? Hvað veistu? Hvað áttu að finna út? Hvernig viltu fara að því að finna svör við spurningunum í verkefninu?

Einfaldari verkefni

Einhverjir nemendur geta haft gagn af því að teikna gröfin fyrst í forritinu GeoGebra. En þeir eiga eftir sem áður að gera gildistöflu til að æfa sig í því. Meiri von er til þess að nemendur, sem eiga í basli með þennan námsþátt, öðlist skilning á fallhugtakinu ef þeir vinna verkefni sem þessi í höndunum og nota góðan tíma í hvert þeirra.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hvetja má nemendur til að skrifa útreikningana og svörin með ójöfnumarkinu.

Einnig er gott að nemendur búi til verkefni hver fyrir annan þar sem bera á saman línuleg föll.

Faglegt innihald

- Graf beinnar línu, hallatala og fastaliður
- Tengsl milli fastanna í jöfnunni/fallstæðunni og grafsins

Búnaður

- Tölva

Blaðsíða 78–79

Æfingahefti

2.4

Ábendingar

Á þessari opnu eiga nemendur að bera saman línur í hnitakerfi og viðkomandi jöfnu/fallstæðu. Rétt er að hvetja nemendur til að útskýra hvers vegna fastaliðurinn gefur y-gildi skurðpunktsins við y-ásinn. (Til að punktur lendi á y-ásnum verður x-gildið að vera 0. (Ef $x = 0$ í fallstæðunni verður y-gildið fastaliðurinn.)

Venjulega er y notað til að tákna fallgildið þegar um beinar línur er að ræða. Þetta er venjan í stærðfræði, bæði á lægri stigum og þegar lengra er komið. Þess vegna er gott ef nemendur, allt frá því að þeir byrja að fást við föll, kynnist mismunandi rithætti. Það getur gert það eðlilegra í þeirra augum að velja bókstafi og skráningaraðferð sem hentað geta mismunandi aðstæðum.

Sýnidæmi 5

Í þessu sýnidæmi táknar einn reitur 1 einingu; hallatöluna má því lesa beint af myndinni. Benda þarf nemendum á að þeir þurfa að gæta að einingunum á x-ásnum og y-ásnum þegar þeir eiga að lesa hallatöluna af grafinu. Ef 1 cm táknar til dæmis 10 einingar þurfa nemendur að deila í aukningu y-gildisins með 10 til að finna hallatöluna. Gott er að kennari komi með dæmi um þetta.

2.17

Í verkefnum c, d, e og f eiga nemendur að uppgötva að tvær og tvær línur eru jafn brattar en þó þannig að önnur halli upp á við en hin niður á við. Línur með neikvæða hallatölu halla niður á við eftir því sem x-gildin stækka.

2.18

Þegar línan $y = ax + 2$ er teiknuð í GeoGebra munu nemendur geta séð

að með því að velja mismunandi gildi á breytuna a munu línurnar liggja gegnum sama punkt á y-ásnum en jafnframt mun sjálfur hallinn vera breytilegur. Kennari biður nemendur að lýsa með orðum því sem þeir sjá, bæði þegar a er jákvætt, þegar a er núll og þegar a er neikvætt..

2.19

Þegar línan $y = 2x + b$ er teiknuð í GeoGebra munu nemendur geta séð að með því að velja mismunandi gildi á stuðlinum b munu allar línurnar vera samsíða en munu skera y-ásinn á mismunandi stöðum. Kennari biður nemendur að lýsa með orðum því sem þeir sjá og útskýra hvers vegna línurnar í þessu verkefni eru samsíða.

2.20

Í þessu verkefni eiga að vera tvær breytur. Nemendur velja mismunandi gildi á aðra breytuna í senn. Þeir safna hér saman niðurstöðunum úr verkefnum 2.18 og 2.19.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Nemendur eiga að læra um hvernig maður flytur tölur í gildistöflu yfir í punkta í hnitakerfi. Hér er um að ræða grundvallarreikningsfærni þegar um myndræna framsetningu á föllum er að ræða.

Stafræn færni

Í verkefnum 2.18–2.20 eiga nemendur að nota GeoGebra til að kanna gröf línulegra falla. Þeir eiga að læra að nota rennistiku og að túlka það sem þeir sjá. Þannig nýtist hér vel gagnvirkni hins stafræna verkfæris.

Einfaldari verkefni

Kennari útbýr GeoGebra-skrár með rennistikum handa nemendum þannig að þeir geti strax byrjað á því að prófa sig áfram.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nota skal GeoGebra. Nemendur setja inn tvær rennistikur, a og b. Þeir teikna línuna $y = ax + b$. Byrja skal með $a = 2$ og $b = 3$. Síðan vinna þeir eftirfarandi verkefni:

- 1 Speglið línuna um x-ásinn. Hver verður nýja fallstæðan? Reynið að útskýra hvers vegna. Breytið stuðlinum a. Á þetta við öll gildi á a? Breytið stuðlinum b. Á þetta við um öll gildi á b?
- 2 Speglið línuna um x-ásinn. Hver verður nýja fallstæðan? Prófið að útskýra hvers vegna. Breytið stuðlinum a. Á þetta við öll gildi á a? Breytið stuðlinum b. Á þetta við um öll gildi á b?
- 3 Teiknið línuna $y = x$ og litið hana rauða. Speglið upphaflegu línuna, $y = 2x + 3$, um rauðu línuna $y = x$. Hver verður nýja fallstæðan? Reynið að útskýra hvers vegna. Breytið stuðlinum a. Á þetta við öll gildi á a? Breytið stuðlinum b. Á þetta við um öll gildi á b?

Faglegt innihald

- Að bera kennsl á jöfnur línulegra falla
- Að tilgreina hallatölu og fasta í línulegum föllum

Búnaður

- Tölva
- Teningar
- Verkefnablað 2.2.2

Blaðsíða 80–81

Ábendingar

2.22

Í gulu og grænu verkefnunum eiga nemendur að leysa jöfnurnar út frá y . Þetta er upprifjun á því að leysa jöfnur. Þá fyrst, þegar jafnan er komin á formið $y = ax + b$, geta nemendur sagt til um hver hallatalan er og skurðpunkturinn við y -ásinn.

2.23

Nemendur geta ef til vill teiknað línurnar í GeoGebra.

2.24–2.27

Hér eiga nemendur að breyta öllum jöfnunum yfir í formið $y = ax + b$. Áður en þeir vinna verkefni 2.27 þurfa þeir að útskýra hvernig þeir geti sagt til um hvort tvær línur eru samsíða. (Línurnar eru samsíða ef þær hafa sömu hallatölu.)

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Nemendur fá æfingu í að leysa jöfnur út frá annarri breytunni. Hér er eiginlega um að ræða formúlureikning.

Stafræn færni

Nemendur fá meiri þjálfun í að nota GeoGebra. Segja má að hér sé forritið notað til að finna lausnir.

Einfaldari verkefni

Sjá eftirfarandi dæmi: $y = 3x - 1$
Kennari útbýr gildistöflu handa nemendum:

x	-2	-1	3	4	10	11	16	17
y								
Stækkun á y -gildi								

Nemendur reikna út y -gildið og hvernig y -gildið stækkar miðað við að x -gildið sé annars vegar -2 og hins vegar -1, að það sé annars vegar 3 og hins vegar 4, að það sé annars

vegar 10 og hins vegar 11 og loks að það sé annars vegar 16 og hins vegar 17.

y -gildið vex um 3 í hvert sinn. Þannig geta nemendur séð að aukning y -gildisins er 3, sama hvaða gildi x tekur. Í hvert sinn sem x vex um 1 vex y um 3.

Erfiðari verkefni/Ýmis verkefni

Að hitta punkt (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Verkefnablað 2.2.2 og tveir teningar handa hverju leikmannapari.

Leikmenn kasta teningunum tveimur til skiptis. Önnur talan táknar a og hin b í jöfnu beinnar línu: $y = ax + b$. Nemendur velja sjálfir hvor talan eigi að tákna a og hvor eigi að tákna b . Markmiðið er að reyna að „hitta“ einn eða fleiri af punktunum á spilaborðinu með línu. Nemendur fá stig fyrir punktana sem liggja á línunni.

Þegar búið er að finna alla punktana er spilinu lokið. Nemendur telja stigin og sjá hvor hefur unnið.

Lóðréttar og láréttar línur

1 Teiknið lóðréttu línu. Hver er jafna línunnar? Útskýrið. Er þetta fall?

2 Teiknið láréttu línu. Hver er jafna línunnar? Útskýrið. Er þetta fall?

Faglegt innihald

- Finna jöfnu beinnar línu út frá grafi
- Finna hallatölu og fastalið út frá grafi

Búnaður

- Litaðir kubbar
- Verkefnablöð 2.2.3

Blaðsíða 82-83

Æfingahefti

Ábendingar

2.28a

Hugmyndin að baki þessu verkefni er sú að nemendur geti á auðveldan hátt borið kennsl bæði á línur með neikvæða hallatölu og línur með jákvæða hallatölu. Þar að auki eiga þeir að sjá að neikvæður fastaliður táknar að línán sker y-ásinn undir x-ásnum og að jákvæður fastaliður merkir að línán sker y-ásinn fyrir ofan x-ásinn. Gula línán hefur hallatöluna 0 (er hvorki jákvæð né neikvæð) og neikvæðan fastalið.

Kennari spyr nemendur:
Hver er jafna gulu línunnar?
($y = -2$)

Sýnidæmi 6

Í þessu sýnidæmi er sýnt í smáatriðum svart á hvítu hvernig lesa má hallatölu og fastaliðinn beint af grafinu ef hver reitur táknar 1 einingu, bæði á x-ásnum og y-ásnum.

Sýnidæmi 7

Hér er sýnt sambland af reikningi og aflestri af grafi til að finna jöfnu línu. Við reiknum út hallatöluna og lesum fastaliðinn af grafinu með því að finna skurðpunkt línunnar við y-ásinn. Ræða þarf við nemendur um hvers vegna hallatalan samsvarar breytingu á y-gildinu deilt með breytingu á x-gildinu. Hallatalan er breyting á y-gildinu þegar x-gildið eykst um eina einingu.

Oft getur það verið erfiðleikum bundið fyrir nemendur að lesa hallatöluna af grafinu; í slíkum tilvikum þurfa þeir að geta reiknað hana út eins og hér er sýnt.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni

Stærðfræðilestur felur einnig í sér að geta lesið af gröfum. Beinar línur og

línuleg föll eru einföldustu gröfin og föllin. Mikilvægt er að nemendur nái tökum á þessu frá upphafi þannig að þeir smám saman geti skilið flóknari föll og gröf.

Einfaldari verkefni

Línulottó með einfaldari spjöldum

Sjá hér á eftir. Nota má einfaldari spjöld og sama spilaborð og í Línulottói hér á eftir. Reglurnar eru þær sömu

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hallatölur lína sem eru hornréttar hvor á aðra

Nemendur teikna graf línu þar sem þeir þekkja hallatöluna. Hver er þá hallatala línu sem er hornrétt á línuna sem nemendur teiknuðu? Nemendur prófa fleiri mismunandi pör. Geta þeir fundið almenna reglu um tengsl milli hallatalna tveggja lína sem eru hornréttar hvor á aðra?

Lausn: Tvær línur standa hornrétt hvor á aðra ef margfeldi hallatalanna er -1

(til dæmis $y = 3x - 4$ og $y = -\frac{1}{3}x + 1$).

Kennari spyr nemendur:

Skiptir einhverju máli hver fastaliðurinn er?

(Það skiptir engu máli af því að línur með sömu hallatölu eru samsíða.)

Línulottó (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Verkefnablöð 2.2.3 og spilapeningar (litaðir kubbar).

Gott er að plasta og klippa spjöldin með jöfnunum út. Einnig er gott að plasta spilaborðið. Spjöldin eru stokkuð og lögð á hvolf á borðið. Spilið má spila á tvo vegu:

Afbrigði með spjöldunum á hvolfi:

Leikmaður 1 dregur spjald, finnur grafið, sem tilheyrir jöfnunni, á spilaborðinu, leggur spjaldið á það og merkir sér það með kubb í sínum lit. Leikmenn draga spjöld til skiptis. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra (eða fimm) í röð.

Afbrigði með spjöldunum upp í loft:

Nemendur velja spjöld til skiptis, finna grafið, sem tilheyrir jöfnunni, á spilaborðinu, leggja spjaldið ofan á grafið og merkja sér það með kubb í sínum lit. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð.

Munurinn á afbrigðinu með spjöldunum á hvolfi og spjöldunum upp í loft er að í síðara tilvikinu geta nemendur sjálfir valið spjald út frá því sem þeir telja að passi við ákveðið graf og þannig haft áhrif á að fá fjóra í röð, geta jafnvel hindrað andstæðinginn í að fá fjóra í röð.

Faglegt innihald

- Línuleg föll/beinar línur
- Finna jöfnu beinnar línu þegar tveir punktar á línunni eru þekktir

Búnaður

- Verkefnablöð 2.2.4

Æfingahefti



Blaðsíða 84–85

Ábendingar

Kennari teiknar punkt á töfluna og spyr nemendur:

Hér er punktur. Hve margar beinar línur get ég teiknað gegnum þennan punkt? (Óendanlega margar.)

Kennari teiknar nú tvo punkta á töfluna og spyr nemendur:

Hér eru tveir punktar. Hve margar beinar línur liggja gegnum báða þessa punkta? (Aðeins ein bein lína.)

Kennari spyr nemendur:

Hvað ef ég teikna þrjá punkta – er þá einhver bein lína sem liggur gegnum þessa þrjá punkta? (Aðeins í vissum tilvikum.)

Kennari og nemendur komast að sameiginlegri niðurstöðu um að það þurfi tvo punkta til að ákvarða beina línu. Ef tveir punktar beinnar línu eru þekktir er hægt að finna jöfnu beinu línunnar sem liggur gegnum báða punktana.

2.30

Flestir nemendur munu örugglega leysa þessi verkefni með því að nota sömu aðferð og í sýnidæmi 7. Það er afar gott ef einhverjir þeirra átta sig á að til þess að finna fastaliðinn er hægt að setja x - og y -gildi punkts inn í jöfnuna eftir að hallatalan er fundin. Ef einhverjir nemendur geta þetta er rétt að þeir fái tækifæri til að sýna og útskýra þetta fyrir bekkjardeildinni.

Ef einhver hefur til dæmis fundið hallatöluna í c -lið vita þeir að jafna línunnar er á forminu $y = 2x + b$. Með því að setja inn $x = 2$ og $y = 5$ fá þeir $5 = 4 + b$ sem gefur $b = 1$ og jafnan er $y = 2x + 1$.

2.31 og 2.32

Nemendur eiga að setja inn x -gildin fyrir hvern punkt og athuga hvort

þeir fá y -gildi punktsins. Verkefnið 2.32f er reyndar nokkuð framandi fyrir nemendur en innsetningin $x = a + 1$ gefur $y = 6a + 7$.

Kennari spyr nemendur:

Getið þið útskýrt hvað þetta þýðir? (Allir punktarnir á forminu ($a + 1$, $6a + 7$) liggja á línunni – alveg sama hvaða gildi við veljum fyrir a . Til dæmis mun $a = -2$ vera punkturinn í b -lið.)

2.33

Þetta verkefni á að leysa myndrænt. Nemendur eiga að lesa af grafinu hvort punktarnir liggja á línunni eður ei.

Einfaldari verkefni

Nemendur fá að leysa verkefni 2.30 myndrænt. Þeir teikna sínar eigin beinu línur í hnitakerfi og finna jöfnurnar með því að lesa hallatöluna af grafinu, svo og skurðpunktinn við y -ásinn.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Línudómínó (spil)

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Búnaður: Verkefnablöð 2.2.4

Kennari ljósritar nokkur sett af spilinu. Gott er að plasta spjöldin og klippa þau út. Klippa skal eftir tvöföldu lóðréttu miðlínunni og eftir öllum láréttum línunum. Byrja skal á að stokka spjöldin og leggja þau á hvolf á borðið.

Eitt spjaldasett samanstendur af 32 dómínóspjöldum. Spjöldin eru gerð þannig að hver hægri hlið á spjaldi lýsir sama falli og vinstrihlið á öðru spjaldi.

Nemendur spila dómínó á venjulegan hátt. Hvor leikmaður byrjar á því að draga fjögur spjöld. Eitt spjaldið er

lagt niður á borðið. Leikmenn athuga til skiptis hvort þeir geti lagt spjald sem passar annaðhvort við hægri hlið eða vinstri hlið spjaldsins sem liggur á borðinu. Ef leikmaður getur það ekki dregur hann spjald úr bunkanum. Maður dregur eitt spjald í einu og mest þrjú spjöld áður en andstæðingurinn á leik.

Sá leikmaður vinnur sem er á undan að losna við öll spjöld á hendi.

Faglegt innihald

- Að segja til um hvort þrír punktar liggja á sömu beinu línunni

Búnaður

- Tölva
- Teningar, 1–20
- Reglustika
- Rúðustrikað blað með hnitakerfi

Blaðsíða 86–87

Æfingahefti

Ábendingar

2.34

Pegar lína gegnum tvo punkta hefur aðra hallatölu en lína gegnum tvo aðra punkta þýðir það að þær mynda ekki saman beina línu.

Önnur leið til að segja til um hvort þrír punktar liggja á sömu beinu línunni er að finna jöfnu línunnar gegnum tvo af punktunum. Þar næst getur maður gengið úr skugga um hvort þriðji punkturinn er einnig á línunni með því að setja hnit hans inn í formúluna, sbr. verkefnin á blaðsíðunni á undan.

2.35

Hvetja skal nemendur til að leysa þessi verkefni á þrenns konar hátt. (Fyrsta aðferðin er að finna hallatöluna á tvo vegu; önnur aðferðin er að finna jöfnu línunnar gegnum tvo af punktunum og athuga hvort þriðji punkturinn passar á línuna; þriðja aðferðin er að leysa verkefnið myndrænt, með GeoGebra eða í höndunum.

Þrír á beinni línu

Nemendur eiga hér fyrst að kanna með reglustikunni sinni hvort svo líti út sem punktarnir þrír, sem þeir hafa fengið, liggja á sömu beinu línunni. Ef nemendur telja að svo sé eiga þeir að finna jöfnu þessarar línu með því að nota tvo af punktunum. Þar næst kanna þeir hvort þriðji punkturinn passar einnig inn í jöfnuna.

Grundvallarfærni

Stafræn færni

Nemendur þróa stafræna færni sína ef þeir leysa verkefnin eða spila spilið með GeoGebra.

Einfaldari verkefni

Nemendur nota GeoGebra í spilinu *Þrír á beinni línu*. Nemendur merkja

punktana í hnitakerfið eftir hvert teningskast. Merkja þarf punkta leikmannanna í mismunandi litum. Pegar leikmaður telur að hann hafi þrjá punkta á einni línu getur hann dregið línu gegnum tvo af punktunum. Þá sést jafna línunnar í algebruglugganum. Þar næst kannar hann hvort síðasti punkturinn liggur á línunni.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari víkkar spilið út þannig að allir fjórðungarnir séu undir. Þá þurfa nemendur líka spilaskífu með + og –. Spilaskífunni skal skipt í 4 eða 6 hluta og táknin + og – eru skrifuð í annan hvern geira. Þá er spilaskífunni snúið áður en teningunum er kastað hverju sinni til að ákveða hvort talan skuli vera jákvæð eða neikvæð.

Faglegt innihald

- Hlutfallsstærðir
- Hlutfallstuðull
- Graf hlutfallstalna

Búnaður

- Tölva

Æfingahefti

2.9, 2.10

2.21

2.31, 2.32

Blaðsíða 88–89

Ábendingar

Mörg dæmi eru úr hversdagslífinu um hlutfallsstærðir. Nemendur koma með dæmi um hlutfallstölur. Kennari og nemendur ræða saman um hver hlutfallsstuðullinn er í dæmum nemenda.

2.40

Kennari spyr nemendur:

Hver er hlutfallsstuðullinn í þessu tilviki? (Hraði bíls er 60 (km/klst.)

2.41

Nemendur þurfa að átta sig á að ef tvær stærðir standa í réttu hlutfalli hvor við aðra má líta á hvora þeirra fyrir sig sem fall af hinni.

Í þessu verkefni má lýsa fjölda blárra doppa sem falli af fjölda gulra doppa:

$$b = \frac{3}{2}g$$

Fjöldi gulra doppa sem fall af fjölda blárra doppa er $g = \frac{2}{3}b$. Gröf þessara falla munu vera samhverf um línuna $y = x$. Slík föll kallast andhverf föll.

Kennari spyr nemendur:

Hver eru tengslin milli þessara hallatalna? (Margfeldið er 1.)

Grundvallarfærni

Skriftarfærni

Nemendur skrifa eins nákvæmlega og þeir geta hvað átt er við með að stærðir standi í réttu hlutfalli hvor við aðra.

Nemendur skiptast á upplýsingum og meta texta hver annars. Kennari safnar saman útskýringum og sýnir nemendahópnum dæmi um góðar skýringar. Kennari og nemendur ræða saman um hvers vegna þessar útskýringar séu góðar.

Einfaldari verkefni

Nemendur búa til gildistöflur og teikna gröfin í öllum verkefnum áður en þeir finna fallstæðuna.

Ef þeir nota GeoGebra geta þeir notað skipunina „Bein lína gegnum tvo punkta“, fengið línuna teiknaða og síðan lesið fallstæðuna í algebruglugganum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari og nemendur ræða saman um hvernig hlutfallsstuðullinn breytist ef tölunum á x-ásnum og y-ásnum er breytt. Þegar við reiknum með hraða er hann venjulega gefinn upp í vegalengd á tímaeiningu. En sá sem hleypur 10 km eða maraþon hefur oft meiri áhuga á hve langan tíma hann er að hlaupa kílómetra. Nemendur finna út á hvaða hraða, mældum í km/klst. hlaupari er sem er 4 mínútur að hlaupa kílómetra. (15 km/klst.)

Faglegt innihald

- Hlutfallsstærðir
- Hlutfallsstuðull = hallatala

Búnaður

- Verkefnablað 2.2.5

Blaðsíða 90-91

Æfingahefti

2.11

2.22

2.33

Ábendingar

2.42

Nemendur eiga að kanna hvort þyngd eggs er sú sama við þessar þrenns konar aðstæður. Þyngdin er sú sama hvað varðar eitt egg og tvö egg en ekki fjögur egg. Þess vegna er hér ekki um hlutfallsstærðir að ræða.

2.46

Hér þarf að meta og rökræða um hverja fullyrðingu.

Nemendur kanna hvort hæð og þyngd geti verið hlutfallsstærðir fyrsta árið í lífi manna eða hvort reikna þurfi með lífi fóstursins til að fá grafið til að fara í gegnum upphafspunktinn (0, 0).

Nemendur kanna hvort hið sama gildir um aldur og hæð.

Hin þrjú spjöldin krefjast ákveðinna forsendna og geta því ýtt af stað nokkrum rökræðum.

Sýnidæmi 10

Í þessu sýnidæmi er sýnt hvernig lesa má hlutfallspáttinn af grafinu. Nemendur bera almennu jöfnuna fyrir beina línu ($y = ax + b$) saman við jöfnuna fyrir hlutfallsstærðir, $y = ax$. Ef stærðirnar x og y eru í réttu hlutfalli hvor við aðra þá er $b = 0$ og hallatalan sú sama og hlutfallsstuðullinn.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni

Á þessari opnu þarf að lesa bæði verkefnin og sýnidæmið. Nemendur lesa sjálfir textana í verkefnunum, skrá hjá sér mikilvægar upplýsingar og kynna tákn þeirra stærða sem þeir ætla að rannsaka. Nemendur lesa sýnidæmið bæði fyrir sjálfa sig og útskýra það hver fyrir öðrum.

Einfaldari verkefni/Erfiðari verkefni/Ýmis verkefni

Nemendur kanna gengi ýmissa erlendra mynta og setja upp formúlur til að breyta úr einni mynt í aðra.

Hlutfallstölur eður ei

Nota skal verkefnablað 2.2.5.

Kennari dreifir verkefnablaði 2.2.5 til nemenda. Gott er að þeir vinni saman tveir og tveir. Þeir rökræða um hinar mismunandi kringumstæður og finna út hvernig þeir geta skilgreint breytur og fallgildi til að geta fyllt blaðið út og svarað spurningunum um hlutfallsstærðir með já-i eða nei-i.

Þar næst geta tveir og tveir hópar borið saman greiningarblöðin sín.

Ábendingar

2.47

Margir nemendur geta haft rétt fyrir sér hér. Ef y tvöfaldast þegar x tvöfaldast þá eru breytur x og y í réttu hlutfalli hvor við aðra – sama hver útgangspunkturinn er.

Þegar $x \cdot y$ er fasti þá verða stærðirnar x og y í öfugu hlutfalli hvor við aðra. Um þetta fyrirbæri verður fjallað aftur í 10. bekk en gott er að ræða nú við nemendur um hvað þetta felur í sér. Í slíku tilviki mun y helmingast þegar x tvöfaldast, mun lækka niður í þriðjung þegar x þrefaldast o.s.frv. Sem dæmi um slíkar stærðir má nefna þegar x persónur ætla að slá saman í gjöf sem kostar 3000 kr. Ef y táknar hversu mikið hver á að borga fæst: $x \cdot y = 3000$.

Báðir síðustu tveir nemendurnir, C og D, hafa því rétt fyrir sér.

2.51

Nemendur segja hér skoðun sína og rökstyðja hana. Þar næst kanna þeir hvort hún er rétt með því að prófa hana á áþreifanlegum dæmum. Margir nemendur halda að fullyrðing nr. 2 sé sönn en svo er ekki. Fullyrðing nr. 3 er sönn en nr. 4 er ósönn. Nr. 4 er sönn hvað varðar stærðir í öfugu hlutfalli hvor við aðra (sjá ábendingarnar hér á undan). Fullyrðing nr. 5 er sönn.

2.52

Þríhyrningarnir eru einslaga. Höfundar þessa námsefnis hafa ákveðið að taka þetta efnisatriði með hér þótt hugtakið einslögum sé ekki kynnt. Þetta er gert til að sýna að hlutföll má einnig tengja rúmfræðilegum myndum.

Nemendur búa til fleiri þríhyrninga þar sem hliðarnar eru í réttu hlutfalli við hliðar þríhyrninganna í hvorum rammanum fyrir sig.

2.53

Til að geta leyst verkefnið í a-lið þurfa nemendur að vita hvað ummál er og hvernig maður reiknar ummál. Ummál er 4 sinnum lengd hliðanna í ferningi. Þetta sýnir að hér er um að ræða hlutfallsstærðir þar sem hlutfallsstuðullinn er 4.

Nemendur kanna verð á hnetum til að athuga hvort verð og þyngd séu hlutfallsstærðir.

Grundvallarfærni

Munnleg færni

Í verkefni 2.47 og 2.51 eiga nemendur að rökræða og útskýra. Kennari gætir þess að þeir noti rétt hugtök og tjái sig með réttum faglegum orðum.

Lestarfærni

Öll verkefni þjálfar nemendur í lestri og túlkun á texta. Nemendur geta lesið upphátt hver fyrir annan og útskýrt fyrir bekkjarfélögum út á hvað hin einstöku verkefni ganga.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman að verkefnum munnlega í litlum hópum meðan kennari gengur um skólaföndun og hlustar á niðurstöður nemenda.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari skoðar myndirnar í 2.52 með nemendum. Hann hvetur þá til að búa til aðrar rúmfræðimyndir á sama hátt. Þeir geta til dæmis byrjað á því að búa til ferning þar sem hliðarnar eru 2 á lengd. Síðan teikna þeir nýjan ferning þannig að hliðarnar í honum, deilt með hliðunum í þeim gamla,

verði 3 á lengd. Þá munu hliðarnar í þeim nýja og þeim gamla vera í réttu hlutfalli hvorar við aðrar. Hver er formúlan fyrir hliðarnar í nýja ferningnum ef hliðarnar í þeim gamla eru x ? Kennari býr til fleiri slík dæmi.

Einnig geta nemendur stækkað og minnkað myndir af blýanti með hlutfallsstuðlinum 3.

Faglegt innihald

- Gröf og föll
- Prófun með lóðréttri línu

Búnaður

- Tölva (ef ætlunin er að gera tilraunir með gröf)

Empírísk og ólínuleg föll

Blaðsíða 94-95

Ábendingar

Venjulega læra nemendur um föll og gröf falla án þess að þeim séu einnig sýndir ferlar sem eru ekki föll. Þess vegna var ákveðið að taka þetta efni með hér vegna þess að það mun geta aukið skilning nemenda á hvað fall er. Til þess að um fall sé að ræða þarf grafið að vera þannig að fyrir hvert x -gildi sé bara eitt y -gildir.

Ef kennari vill búa til gröfin 1, 2 eða 3 eru föllin þessi:

1. $f(x) = e^x$
2. $f(x) = \frac{1}{x}$
3. $f(x) = \sin x$

Gröfin þrjú, sem eru ekki föll, eru búin til með hnappnum „keilusnið“ í GeoGebra

2.54

Hér er það einungis a-liður sem er ekki fall. Ef kennari eða nemendur vilja teikna svipuð gröf og eru í b-, c- og d-lið í GeoGebra þá er ferillinn í b-lið 6. stigs margliða, í c-lið er breiðbogi af gerðinni $f(x) = 2x - 4$ x_1, og í d-lið er $f(x) = x \sin(x)$

Gott er að leyfa nemendum að prófa sig áfram með GeoGebra.

2.55

Hvetja ætti nemendur til að skrá textann sem formúlur:

- a $y = \frac{x}{2}$
- b $y^2 = x^2 + 10$
- c $y = \frac{8}{x}$

2.56

Gott er að nemendur vinni þetta verkefni í höndunum.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Nemendur eru hér hvattir til að lesa og túlka gröf. Þetta krefst nokkurrar lestrarfærni í stærðfræði. Í verkefni 2.55 eiga nemendur að lesa texta, þýða hann yfir á táknmál stærðfræðinnar eða setja fram sem gröf og meta hvort þau lýsa y sem falli af x .

Einfaldari verkefni

Kennari lætur nemendum í té mörg dæmi, bæði ferla sem tákna föll og ferla sem tákna ekki föll. Benda má nemendum á að nota reglustiku sem þeir renna yfir ferilinn til að ganga úr skugga um hvort reglustikan skeri ferilinn nokkurs staðar á meira en einum stað.

Eftir á geta nemendur sjálfir teiknað ferla og skrifað undir þá hvort þeir sýna föll eður ei. Þeir útskýra eða merkja á gröfin hvers vegna þau eru eða eru ekki föll.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur nota GeoGebra. Þeir búa til dæmi, bæði um gröf, sem eru föll, og gröf sem eru ekki föll. Þeir geta notað hnappinn „keilusnið“ til að búa til sporöskju, fleygboga og breiðboga. Sporaskja er aldrei fall. Fleygbogi og breiðbogi geta verið það ef þeir snúa þannig að „prófunin með lóðréttri línu“ reynist í lagi.

Faglegt innihald

- Empírísk föll

Búnaður

- Tölva
- Verkefnablað 2.2.6

Æfingahefti

2.35

2.43

2.50

Blaðsíða 96–97

Ábendingar

Empírísk föll eru föll sem koma fram með athugunum eða mælingum. Ef teikna á graf í höndunum þarf hreinlega að reyna að teikna það graf sem virðist henta best.

GeoGebra hefur að geyma mörg mismunandi föll sem hægt er að aðlagða að punktum. Þetta kallast aðhvarf. Nemendur prófa sig áfram með mismunandi aðhvarfsföll.

Sýnidæmi 11

Hér er um lotubundið fall að ræða en það er fall sem sýnir breytingar sem endurtaka sig með reglubundnum hætti, þ.e. tekur sömu gildi aftur og aftur. Hér hefur verið notuð skipunin „regsin“. Nemendur þurfa ekki að vita hvað hún felur í sér til að geta notað hana. Það nægir að segja nemendum að þessi skipun muni framkalla lotubundið fall sem passar fyrir slík dæmi.

2.57 og 2.58

Nemendur nota einnig „regsin“ í þessum verkefnum.

Grundvallarfærni

Stafræn færni

Hér munu nemendur fá þjálfun í að nota stafræn verkfæri til að finna líkön sem passa við niðurstöður mælinga eða gögn sem safnað hefur verið. Þetta er góð aðferð til að sýna nemendum að ýmis gagnatöl (þ.e. verkfæri til að meðhöndla gögn) má nota til að gera ýmislegt en þeir þurfa ekki að læra fræðin að baki verkfærunum fyrr en eftir langan tíma (ef þeir þurfa þess yfirleitt). Þetta á við margar fleiri kringumstæður í lífinu. Ýmis gagnatöl eru notuð til að leysa vandamál sem maður getur ekki leyst á annan hátt – eða vandamál sem gagnatólið getur leyst hraðar og af meiri

nákvæmni en hægt er að gera án þessa verkfæris.

Einfaldari verkefni

Nemendur fá frá kennara tilbúin gröf þar sem þeir eiga að lesa af ýmis gildi og túlka þau.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nota skal verkefnablað 2.2.6. Kennari dreifir gröfunum til nemenda. Þeir finna hnit topp- og botnpunkta grafanna.

Nota skal GeoGebra. Nemendur teikna gröfin $f(x) = x^2$, $g(x) = (x - 2)^2$, $h(x) = (x - 2)^2 - 3$, $s(x) = -(x - 2)^2 - 3$ og bera saman topp- og botnpunkta þessara grafa.

Nemendur gera tilraunir með gröf af gerðinni $f(x) = \pm (ax + b)^2 + c$ og velja mismunandi gildi á a , b og c . Hvaða áhrif hafa gildi þessara fasta á það hvernig grafið lítur út? Hér er um að ræða annars stigs föll og þau verða tekin nánar fyrir í 10. bekk.

Faglegt innihald

- Empírísk föll

Búnaður

- Skeiðklukka
- Tölva
- Teningslaga kubbar

Blaðsíða 98–99

Æfingahefti

2.36, 2.37

2.44, 2.45

2.51

Ábendingar

2.59

Ekki kemur fram í textanum við hvaða hitastig taflan er miðuð en ætlast er til að nemendur geti skilið það út frá hitastiginu við vindhraðann 0. Spurningarnar í textanum gilda fyrir þetta hitastig.

2.60

Í b-liðnum eiga nemendur að átta sig á að um er að ræða lotur á ákveðnu tímaskeiði þar sem áreynsluloturnar vara í þrjár mínútur en hvíldarloturnar í um það bil tvær mínútur.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni

Nemendur túlka hér samsetta texta þar sem bæði koma fyrir töflur, tákn og texti.

Einfaldari verkefni

Þjálfun og púls

Í stað þess að mæla púlsinn í æfingalotum geta nemendur mælt púlsinn í öðru verkefni. Þeir geta til dæmis byrjað að fara yfir veg, sem er án halla, og farið síðan upp einn stiga og niður aftur. Hér verður grafíska myndin einfaldari en þegar um æfingalotur er að ræða. Þeir geta síðan svarað sömu spurningunum og eru í verkefninu.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur lesa topp- og botnpunktana af gröfunum á opnunum tveimur hér á undan.

Flatarmál rétthyrninga með mismunandi ummál

Búnaður: 24 ferningslaga bútar (eða teningar).

Nemendur búa til töflu eins og þessa:

Grunnlína, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Flatarmál, $F(x)$											

Nemendur búa rétthyrningana til með kubbunum þar sem grunnlínan er frá 1 til 11 og ummálið 24. Þeir reikna síðan út flatarmálið og fylla út í töfluna.

Síðan merkja þeir punktana í hnitakerfi. Nemendur ákveða hvert formengið er (þ.e. hvaða x -gildi koma til greina) og hugsanleg gildi F (hvaða fallgildi eru í varpmengi F).

Að lokum tilgreina nemendur topppunkt fallsins. Hvað þýðir þetta í raunveruleikanum? (Að flatarmálið verður stærst þegar rétthyrningurinn er ferningur.)

Kennari og nemendur ræða saman um að menn teikna oft samfellt graf (ekki beinar línur milli punktanna heldur „aflíðandi“ feril) jafnvel þótt hinar raunverulegu kringumstæður sýni okkur að x -gildin séu einungis náttúrulegar tölur frá 1 til 11.

Erfiðara verkefni:

Getið þið fundið fallstæðuna fyrir $F(x)$? (Grunnlínan er x , hæðin er $12 - x$. Flatarmálið er grunnlínan sinnum hæð. Þá er $F(x) = x(12 - x) = 12x - x^2$.)

Nemendur teikna þetta fall í GeoGebra og lesa af grafinu hver topppunkturinn er. (Þetta er ysti punkturinn (svonefnt útgildi) í GeoGebra.) Passa niðurstöðurnar við það sem nemendur hafa komist að áður?

Faglegt innihald

- Föll með takmarkað gildissvið
- Formengi og varpmengi

Búnaður

- Tölva (ef ætlunin er að teikna föllin rafrænt)

Bættu þig!

Blaðsíða 100–101

Æfingahefti

2.38, 2.39

2.46, 2.47

2.52

Ábendingar

Höfundar hafa ákveðið að útskýra hvað formengi og varpmengi er en án þess að nota þessi hugtök. Kennari getur kynnt hugtökin nú þegar en þau verða fyrst notuð í kaflanum um föll í 10. bekk.

Mikilvægt er í þessu sambandi að nemendur læri að hugsa um á hvaða sviði hið stærðfræðilegan líkan gildir og að þeir túlki svör sín út frá þeim kringumstæðum sem viðkomandi verkefni fjallar um.

Ef nemendur eiga að teikna gröf með takmörkuðu formengi í GeoGebra þurfa þeir að skrifa *Fall*[<Fall>, <upphafs x-gildi>, <Loka x-gildi>] í inntaksreitinn. Þá er fallstæðan skráð fyrst, síðan lægsta x-gildið og að lokum hæsta x-gildið.

Sýnidæmi 13

Þetta sýnidæmi sýnir samfelld fall, þ.e.a.s. að x og y geta fengið öll möguleg gildi innan talnabilsins sem um er að ræða. Graf fallsins er þess vegna samhangandi. Nemendur teikna graf þessa falls.

Sýnidæmi 14

Þetta fall endurspeglar í punktariti og er því ekki samfelld. Samt sem áður er algengt að graf sem þetta sé teiknað samhangandi en benda þarf á að þegar lesa skal af grafinu verða raunverulegar kringumstæður að ráða því hvernig túlka ber aflesturinn.

Kennari spyr nemendur hvort x-gildi, sem eru ekki heilar tölur, komi til greina og – ef svo er – hvernig slík x-gildi eigi þá að túlka. Það geta til dæmis verið vegalengdir sem Einar hefur þegar hlaupið á öðrum degi í viku nr. 5.

2.62

Í þessu verkefni er líklegt að umræður verði um hvaða gildi eru möguleg. Rétt svar er $[0, 16]$. Þótt boltanum sé ekki kastað upp frá hæðinni 0 þá mun hann lenda í hæðinni 0.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Á þessari opnu fá nemendur þjálfun í að lesa texta sem lýsa raunverulegum aðstæðum. Nemendur eiga að túlka textana og þýða þá yfir á táknmál stærðfræðinnar. Mikilvægt er að kennari túlki ekki textana fyrir nemendur. Þeir eiga fyrst að lesa textana sjálfir og þar næst geta tveir og tveir nemendur rætt saman um hvað verkefnatextinn þýðir, hvernig þeir geta þýtt hann yfir á táknmál stærðfræðinnar og hvernig þeir geta leyst verkefni.

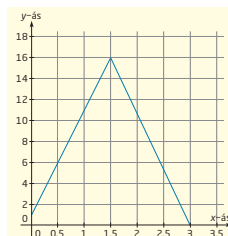
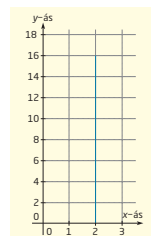
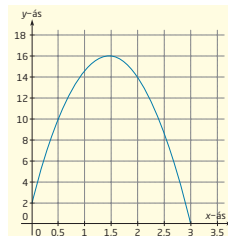
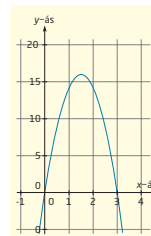
Einfaldari verkefni

Oft auðveldar það nemendum vinnuna ef þeir fá tækifæri til að rökræða um verkefnið við aðra. Í þessum verkefnum er ekki alltaf einungis eitt svar mögulegt. Nemendur þurfa að lesa og ræða saman um þessi verkefni. Þar næst reyna þeir að finna dæmi um föll í daglegu lífi þar sem gildissviðið er takmarkað.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur búa til fleiri spurningar sem tengjast aðstæðunum í sýnidæmum 13 og 14.

Nemendur búa til skissu af fallinu í verkefni 2.62. Hér er um fleygboga að ræða þótt boltanum sé kastað beint upp. Kennari getur ef til vill teiknað gröfin hér til hægri á töfluna og spurt hver þeirra lýsi fallinu í 2.62.



Faglegt innihald

- Punktarið

Búnaður

- Verkefnablað 2.2.7 og verkefnablað 2.2.8

Æfingahefti



2.48

2.53

Blaðsíða 102-103

Ábendingar

Sýnidæmi 15

Hér er auðsjáanlega um fall að ræða sem skilgreint er fyrir heilar tölur frá 0 til 9. Fallgildin ákvarðast af því hve margir meðlimir tilkynna þátttöku sína á hverjum mánudegi. Grafið er þar með punktarið.

2.63

Fallið má skrifa á forminu $p(x) = 157x$. Graf þessa falls er bein lína sem gengur gegnum upphafspunktinn (0, 0). En þar sem fallið er einungis skilgreint fyrir heilar tölur felst það í punktum á línu með heilum x -gildum sem tilheyra fallinu.

2.64 og 2.65

Þessi verkefni eru af erfiðara tagi. Nemendur eiga hér að finna allar summur sem hægt er að fá með almennu brotunum, sem hér er um að ræða, og reikna út verðið á því mjólkurmagni.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Nemendur eiga að reikna út bæði fallgildin (þ.e. gildi í varpmenginu) og gildi í formenginu, m.a. með því að leggja saman almenn brot.

Einfaldari verkefni

Kennari útbýr tilbúnar töflur handa nemendum þar sem búið er að fylla út x -gildin.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur reyna að finna aðrar matvörur sem koma í umbúðum af ákveðinni þyngd, í ákveðnum fjölda eða með ákveðnu rúmmáli. Síðan segja þeir til um raunveruleg gildi breytunnar og tilheyrandi fallgildi. Í lokin búa þeir til skriflega lýsingu á rannsóknarverkefni sínu, bæði með texta, töflum og grófum.

Dularfull gröf

Nota skal verkefnablað 2.2.7

Nemendur vinna saman í pörum eða þriggja manna hópum. Þeir fá úthlutað blaði með lýsingu á aðstæðum sem fjalla um eitthvað sem breytist eftir því sem tíminn líður.

Nemendur ræða saman um hvernig graf, sem getur lýst þessum aðstæðum, getur litið út. Þar næst búa þeir til skissu af grafinu. Þeir þurfa einnig að geta útskýrt hvers vegna þeir telja að þetta graf sé hið rétta líkan.

Það er mjög misjafnt eftir verkefnunum hvort um er að ræða aðeins eitt rétt svar. Hver nemendahópur kynnir tillögu að lausn á einu verkefni fyrir bekkjarfélögunum. Ef lausnir hópanna eru mjög ólíkar geta einnig aðrir hópar kynnt sínar tillögur um lausn á sama verkefni. Tilgangurinn með þessu er að hvetja til stærðfræðilegra umræðna og að efla skilning nemenda á fallhugtakinu.

Afbrigði (einföldun): Nemendur fá átta mismunandi tillögur að lausn og verkefnatextana átta á miðum. Þar næst eiga þeir að para saman texta og graf.

Hvaða vasi?

Nota skal verkefnablað 2.2.8

Nemendur vinna saman í pörum að því að finna út hvaða vasi passar við hvaða graf.

Útvíkkun á þessum verkefnum getur verið fólgin í því að nemendur teikni sinn eigin vasa og búi til graf sem passar við hann. Einnig má nota það afbrigði að þeir fái graf og eigi síðan að finna út hvernig vasinn hlýtur að líta út.

Faglegt innihald

- Myndrænar (grafískar) lausnir á jöfnum og ójöfnum

Blaðsíða 104–105

Æfingahefti

2.40

2.49

2.54, 2.55

Ábendingar

Í þessum kafla eru teknar fyrir myndrænar (grafískar) lausnir á jöfnum og ójöfnum. Reynslan sýnir að nokkrum hluta nemenda finnst þessi námsþáttur erfiður. Því er mikilvægt að nemendur skilji að gildin á x-ásnum gefa svarið við b-liðnum í verkefnum 2.66 og 2.67 og að x-gildið við skurðpunktinn má lesa af grafinu með því að draga línu samsíða y-ásnum.

Pegar sagt er að graf liggi „fyrir ofan“ annað graf þýðir það að y-gildi fyrrnefnda grafsins eru stærri en y-gildi hins grafsins. Ef bók nemanda liggur á borði eru y-gildin stærri í grafinu sem er fjær nemandanum.

Gott er að kennari sýni nemendum þessi gröf á töflu (skólatöflu eða staf-rænni töflu) og ræði við þá um þetta.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Lestur af gröfum felur í sér grundvallarfærni sem þessi verkefni þjálfar. Þar að auki tengjast þessi gröf raunverulegum aðstæðum. Þess vegna er allnokkur texti sem þarf að lesa og túlka með hliðsjón af myndrænni (grafískri) framsetningu.

Einfaldari verkefni

Kennari merkir skurðpunkt grafanna og dregur lóðréttu og láréttu strikin að x-ásnum og y-ásnum fyrir nemendur eins og búið er að gera á myndinni á vinstri blaðsíðunni.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur kanna mismunandi tilboð á þátttöku í alls kyns þjálfunar-klúbbum. Þeir sýna verðið sem fall af fjölda daga sem þeir þjálfar. Síðan meta þeir hvenær borgar sig fyrir notandann að ganga að hinum mismunandi tilboðum.

Faglegt innihald

- Myndræn (grafísk) lausn á jöfnum og ójöfnum

Æfingahefti

2.41, 2.42

2.56

Blaðsíða 106-107

Ábendingar

2.67

Nemendur munu hér geta séð hvort grafið tilheyrir hvoru kasti út frá því að kastið frá svölunum byrjar hátt uppi; kennari gætir þess að benda nemendum ekki á þetta en biður þá hins vegar að útskýra málið hver fyrir öðrum. Kennari hlustar á hinar ýmsu útskýringar nemenda og ræðir einhverjar þeirra við bekkjardeildina í heild.

Grundvallarfærni

Að lesa og túlka gröf felur í sér mikilvæga lestrarfærni í stærðfræði.

Erfiðari verkefni/Ýmis verkefni

Nemendur reyna að kasta boltum samtímis á mismunandi vegu og sýna það myndrænt. Kennari spyr nemendur svipaðra spurninga og varpað er fram í verkefni 2.67.

Ábendingar

Í kaflanum *Í stuttu máli* má rifja upp námsmarkmið, sýnidæmi og tillögur að lausn á mismunandi hátt. Gott er að nemendur lesi sérhvert námsmarkmið, tengi það sýnidæmi og tillögu að lausn. Nemendur ræða saman um hugtök og skrá hjá sér hvort þeim finnst eitthvað vera erfitt og sem þeir telja að þeir eigi að fást meira við í kaflanum *Bættu þig!*

Nemendur geta blaðað gegnum verkefnin í kaflanum *Bættu þig!* og valið þar verkefni sem þeir þurfa að leggja meiri áherslu á.

Nemendur geta einnig búið til lista með öllum stærðfræðiorðum sem þeir geta útskýrt, svo og annan lista með orðum sem þeir geta ekki útskýrt. Þeir skrifa skýringar á þeim stærðfræðiorðum sem þeir skilja. Þeir geta notað orðskýringarnar aftast í

nemendabókinni til að finna skýringar á orðum sem þeir þekkja ekki.

Gott er að leggja áfangapróf fyrir nemendur í þeim tilgangi að kanna hvaða færniþætti nemendur þurfa að þjálf frekar eftir að hafa unnið um tíma í kafla 2.

Niðurstöðurnar munu leiða í ljós í hve miklum mæli hver nemandi ræður við námsefnið og hvað hann þarf sérstaklega að vinna meira með í kafla 2. Prófið skal ekki nota til að gefa nemendum einkunnir. Niðurstöðurnar gefa hins vegar til kynna hvernig meðhöndla skal síðasta hluta kaflans. Ef sérstakir námsþættir þurfa frekari æfinga við í vinnunni fram undan má velja verkefni þar að lútandi á *Bættu þig!*-síðunum í kafla 2.

Eftir að hafa aflað þessara niðurstöðna þarf að fylgja þeim sem koma slakast út sérstaklega eftir og reyna að finna verkefni við hæfi.



Bættu þig!

Blaðsíða 110–111

Ábendingar

Kennari notar verkefni á síðustu opnunum og býr til áætlun í samvinnu við nemendur um hvað þeir þurfa að vinna sérstaklega með í síðustu kennslustundunum áður en kaflaprófið er lagt fyrir. Niðurstöðurnar úr áfangaprófinu og eigið mat nemenda um hvernig þeir standa gagnvart námsmarkmiðunum, sem kynnt eru í kaflanum *Í stuttu máli*, eiga að vera ákvarðandi um á hvað skal leggja áherslu hér í lok kaflans. Hver nemandi býr til áætlun um vinnuna og tilgreinir að hvaða markmiðum hann þarf sérstaklega að vinna.

2.68 og 2.69

Í stað þess að láta hvern nemanda fyrir sig vinna þessi verkefni geta þeir unnið saman tveir og tveir, annar les verkefnatextann upphátt og hinn skrifar lausnina eða segir hver hún er.

2.70

Nemendur rökræða saman um hvernig velja skuli einingar á ásana til að pláss verði fyrir grafið.

2.72

Nemendur geta unnið þetta verkefni með útreikningi, gert myndritið í höndunum eða með því að nota GeoGebra. Einnig má skipta bekkjardeildinni í þrennt og hver hópur vinnur verkefnið með sínu lagi. Á eftir skiptast hóparnir á upplýsingum um lausnir. Þetta má til dæmis gera með því að kennari stofnar til nýrra þriggja manna hópa með einum nemanda úr hverjum af stóru hópunum. Þá útskýrir hver nemandi í litlu hópunum aðferð sína og lausnir fyrir hinum í litlu hópunum.



Blaðsíða 112-113

Ábendingar**2.74**

Þetta verkefni reynir einnig á nemendur við að finna réttar einingar á ásana. Minna þarf nemendur á að þeir þurfa að hugsa um hvaða x og y -gildi á að sýna.

2.75

Ef nemendur láta sér ekki detta það í hug hjálparlaust þarf kennari ef til vill að minna þá á að hentugt er að umskrifa jöfnurnar á formið $y = ax + b$.

2.77

Gott er að skipta bekkjardeildinni í þrjá hópa: einn hópurinn leysir verkefnin með útreikningi; annar hópurinn leysir þau á myndrænan (grafískan) hátt í höndunum; þriðji hópurinn leysir þau með GeoGebra. Þar á eftir myndar kennari þriggja manna hópa þar sem nemendur sýna hver öðrum aðferðir sínar og lausnir (sjá ábendingar við verkefni 2.72)

2.80

Nemendur útskýra hvernig þeir geta séð á grafi hvort það sýnir stærðir sem standa í réttu hlutfalli hvor við aðra eður ei.



Blaðsíða 114–115

Ábendingar**2.81**

Nemendur minna hver annan á hvað felst í „prófun með lóðréttri línu“ og hvernig hægt er að nota slíka prófun í þessu verkefni.

2.83

Graf þessa falls verður ekki samfellt heldur samanstendur af láréttum, hálfopnum strikum.

Þjálfaðu hugann

Blaðsíða 116–117

Ábendingar

2.86

Kennari spyr nemendur hvort þeir geti látið sér detta í hug hvers vegna fyrst er ódýrara og síðan dýrara að framleiða fleiri skópör.

2.87

Þetta verkefni má ef til vill leysa með GeoGebra. Gott er að nemendur noti mismunandi aðferðir við lausn þess. Nemendahópurinn í heild rökræðir mismunandi lausnir eftir á.

2.88

Vegna þess að kertin brenna jafn hratt niður mun lengdin, sem kerti A hefur brunnið niður, vera í réttu hlutfalli við lengdina sem kerti B hefur brunnið niður. Svarið við a-lið verður þá að kerti B hefur brunnið 18 mm.

Svarið í b-lið verður: $b = \frac{a}{20} \cdot 12 = \frac{3}{5}a$

2.89

Tíminn er sá sami varðandi bæði kertin. Þess vegna verður hlutfallið milli lengdanna, sem kertin hafa brunnið niður, jafnt hlutfallinu milli hraðans sem hvort kerti brennir niður á. Þar sem hraði hvors kertis er fasti verður hlutfallið milli lengdanna hið sama á mismunandi tíma. Þetta er hægt að nota til að leysa verkefnið.

Nú geta nemendur tekið kaflaprófið. Gefnar eru einkunnir fyrir það. Einkunnirnar og endurgjöfin, sem þeim fylgir, er hluti af símati á því hvernig nemendur standa í þessum námsþætti.

Innihaldið í þessum kafla er í aðalatriðum tengt hæfnimarkmiðum á sviði mælinga. Reyndar má tengja sýnidæmi og verkefni við fleiri svið stærðfræðinnar. Nemendur hafa unnið með mælieiningar allt frá yngsta stigi en notkun samsettra mælieininga er ný fyrir marga. Hið sama á við um mælieiningar sem tengjast flatarmáli og rúmmáli.



Mál og mælieiningar

Forþekking

- Að kunna á klukku
- Einfaldir tímaútreikningar
- Algengustu mælieiningar varðandi lengd, flatarmál og rúmmál

Fagleg tengsl

Mælingar eru notaðar á öllum sviðum stærðfræðinnar. Í rúmfræði þarf m.a. að mæla lengdir, flatarmál, yfirborðs-flatarmál, rúmmál og horn. Í námi um föll þarf að nota mælieiningar sem tengjast kvarða á ásunum þegar setja á fram fall á myndrænan hátt. Nemendur ná betra valdi á mælieiningum ef þeir sjá notkun þeirra í algebru. Þar að auki er mikilvægt að geta skilið á milli þess sem er nákvæmt og þess sem er ónákvæmt hvort sem það tengist óvissu í mælingum eða námundun.

Hagnýt notkun

Nemendur rekast á mælingar, einingar og hlutföll milli talna á ýmsum sviðum. Þeir þurfa að geta framkvæmt eigin mælingar, breytt úr einni mælieiningu í aðra og notað föst hlutföll milli stærða til að leysa erfið verkefni. Þeir þurfa einnig að geta notað og unnið með uppskriftir, geta reiknað út tímamismun og tímasetningar eftir tímabeltum.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Að lesa samsetta stærðfræðitexta krefst þess að nemendur noti öll meginatriði textans. Kennari sýnir nemendum hvernig fagtextar, teikningar, skýringarmyndir og sýnidæmi spila saman til að auka skilning þeirra.

Í þessum kafla eru nemendur hvattir til að lesa og túlka tákn fyrir mismunandi mælieiningar, skýringa-

myndir í fagtextunum, verkefni og sýnidæmi.

Nemendur eiga að lesa fullyrðingar og taka afstöðu til þeirra og þeir eiga að túlka skýringarmyndir m.a. með kubbum, tvöföldum talnalínunum og hraðalínuritum. Kennari fær nemendum lestrarverkefni sem felst í að lesa fagtextana og sýnidæmin þannig að þeir lesi með sérstakri athygli til að átta sig á textanum. Gott er að nemendur lesi upphátt og rökræði saman um efnið.

Munnleg færni

Áhersla er lögð á munnlega færni til að nota stærðfræðileg hugtök í samræðum um ný stærðfræðihugtök, fagtexta, sýnidæmi og verkefni. Í kaflanum eiga nemendur að taka afstöðu til fullyrðinga, þeir eiga að lýsa hvernig þeir reikna með tíma, hvernig þeir breyta úr einni mælieiningu í aðra og hvernig þeir geta táknað hlutfall milli talna og tengsl milli mælieininga. Nemendur orða eigin hugsanir og nota fagleg orð og stærðfræðileg hugtök í útskýringum sínum. Kennari ytir undir að nemendur rökræði og ræði saman sín á milli.

Stafræn færni

Í þessum kafla munu stafræn verkefni verða notuð við og við til að gera vandamálin sýnileg, leysa þau eða kynna lausnir.

Töflureiknir er notaður til að flokka og skipuleggja niðurstöður varðandi tíma sem skráður er á mismunandi formi. Töflureiknir er einnig notaður til að reikna út mismun og til að meðhöndla stórar tölur.

Nemendur eiga að túlka og geta búið til eigin hraðalínurit á stafrænan hátt.

Eftir því sem á kaflann líður verða nemendur hvattir til að mæla lengdir, flatarmál, rúmmál, tíma, massa o.s.frv. Þetta má að sjálfsögðu gera með stafrænum verkfærum eins og skeiðklukku og stafrænni vog.

Skrifleg færni

Nemendur þróa skriflega færni sína með því að orða uppgötvanir sínar og með því að bekkjarfélagar skiptist á upplýsingum um mismunandi aðferðir og lausnaleiðir og upplýsi einnig bekkjardeildina í heild um aðferðir sínar. Í kaflanum eru notuð margs konar tákn fyrir mismunandi mælieiningar og samsettar einingar.

Nemendur læra að búa til og nota tvöfaldar talnalínur sem hjálpartæki til að bera saman hlutföll milli talna og til að búa til sitt eigið hraðalínurit til að lýsa tengslum tíma og vega-lengdar. Sýnidæmin sýna hvernig nemendur geta sjálfir skráð mismunandi lausnir.

Reikningsfærni

Reikningsfærni og talnaskilningur nemenda nær að þróast með því að nemendur nota önnur talnakerfi til að reikna tíma. Nemendur eiga að greina vandamál sem tengjast tíma, lengd, flatarmáli, rúmmáli og massa. Þeir eiga einnig að meta mælitölur, mælitæki, óvissu í mælingum og nákvæmni þeirra. Þar sem við á nota nemendur töflureikni sem hjálpartæki. Að reikna út hlutfall milli talna er í fyrirrúmi, bæði þegar um er að ræða sérstakar, samsettar einingar eins og gengi, hraða, eðlismassa og hlutföll almennt sem nemendur fást við.

Faglegt innihald

- Tímaútreikningar
- Mælieiningar leiddar af tugveldum
- Mælieiningar fyrir og nú
- Mælitæki, nákvæmni og námundun
- Samsettar einingar og hlutfallareikningur

Búnaður

- Verkefnablað 2.3.1

Ábendingar

Stærðfræðiorð

Tveir og tveir nemendur útskýra hver fyrir öðrum merkingu stærðfræðiorðanna. Þeir reyna að finna út hver sé merking orðanna sem þeir þekkja ekki fyrir. Síðan getur bekkjardeildin í sameiningu búið til hugarkort út frá þessum hugtökum og bætt öðrum við ef hugmyndir fæðast. Kennari fylgist með hvort einhverjir nemendur kunna að misskilja merkingu einstakra hugtaka.

Könnunarverkefni

Gott er að nota kubba eða aðrar tegundir áþreifanlegra hjálpartækja í þessu könnunarverkefni. Kennari og nemendur ræða saman um rithátt á hlutfallinu milli mismunandi tegunda berja. Kennari spyr nemendur:
Hvað merkir rithátturinn $4 : 3 : 2$?
Hafið þið séð þessa framsetningu í öðru samhengi?

Einfaldari verkefni

Hér er að finna nokkuð einfaldara könnunarverkefni:

Hlutfallið milli jarðarberja, bláberja og hindberja í skál er $4 : 2 : 3$. Þar að auki eru 3 kirsuber í skálinni. Í allt eru 21 ber í skálinni. Hve mörg ber eru af hverri tegund?

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Samvinnuverkefni um hlutföll

Búnaður: Verkefnablað 2.3.1.

Nemendur vinna saman í 4 manna hópum.

Nota skal hlutföllin og finna hve mörg ber eru af hverri tegund.

Faglegt innihald

- Tímaútreikningar
- Að breyta klukkustundum, mínútum og sekúndum úr einni einingu í aðra

Tímaútreikningar

Blaðsíða 120–121

Æfingahefti

3.1, 3.2

3.9, 3.10

3.18

Ábendingar

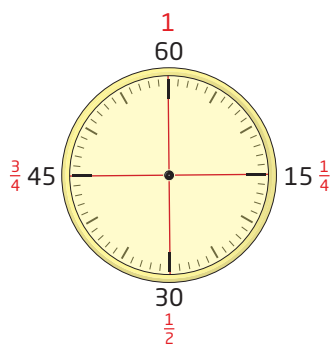
Tímaútreikningar eru öðruvísi en útreikningar í tugakerfinu. Þetta getur ruglað einhverja nemendur þegar þeir eiga að fást við tíma í tugabrotaformi.

3.1

Nemendur rökræða saman og rökstyðja skoðanir sínar hver fyrir öðrum. Kennari fylgist með hvort einhverjir skipti um skoðun á meðan á umræðum stendur. Gott er að fá fram einhver rökin í bekkjardeildinni í heild. Algengasti misskilningurinn er sá að hægt sé að breyta 1 klst. og 25 mín. í 1,25 klst. Nemendur ganga í þessu tilviki út frá að hver klukkustund sé 100 mínútur.

3.2

Nemendur gera hjálparteikningu af klukkuskífu sem skipt er í fjóra hluta. Þeir geta þá notað þekkingu sína á tengslum milli tugabrota og almennra brota til að finna tengsl milli klukkustunda og mínútna.



3.3

Nemendur nota sömu klukkuskífu og í verkefninu á undan sem hjálparteikningu til að finna tengsl milli mínútna og klukkustunda.

3.4

Ef við ættum að búa til kerfi í dag til að mæla tímann hefðum við að líkindum notað tugakerfið. Ýmsir

möguleikar væru í þessum efnum. Ef til vill hefðum við haft 100 sekúndur í 1 mínútu, 100 mínútur í 1 klukkustund og 10 klst. í sólarhringnum. Þá hefðu orðið 100 000 sekúndur í 1 sólarhring. Sólarhringurinn okkar er hins vegar 86 400 sekúndur. Hver sekúnda á nýju klukkunni hefði þá þurft að hafa lengdina 0,86 nútíma sek. til að við fengjum sömu lengd á sólarhringnum og raunin er í dag.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni og munnleg færni

Nemendur eiga að geta breytt mínútum í sekúndur og öfugt. Kennari og nemendur lesa markmiðin efst á nemendablaðsíðunni og merkja þau stærðfræðiorð sem þeir vita alveg örugglega hvað þýða. Síðan útskýra þeir merkingu stærðfræðiorðanna fyrir bekkjarfélaga sínum og ræða saman um hvort þeir eru sammála um merkinguna. Þar næst á hver nemandi að finna stærðfræðiorð sem hann er óviss um og spyrja bekkjarfélaga hvort hann geti útskýrt orðið fyrir sér.

Nemendur ræða saman, skiptast á hugmyndum og deila hugsunum sínum um þessi atriði. Nemendur geta reiknað út ýmsar tímalengdir á sólarhringnum; einnig þurfa þeir að gera sér grein fyrir hvernig sólarhringurinn skiptist í nótt og dag.

Einfaldari verkefni

Nemendur kanna hversu langan tíma stutt tímalengd varir. Kennari sér til þess að nemendur öðlist beina reynslu af hugtökunum sekúndur, mínútur og klukkustundir. Nota má klukkur eða klukkulíkön sem hjálpartæki til að breyta sekúndum, mínútum og klukkustundum úr einni einingu í aðra.

Kennari hjálpar nemendum við að öðlast skýrar hugmyndir í tengslum við tíma. Þeir hugsa um hve lengi þeir halda að þeir bursti tennurnar, hve lengi þeir halda að þeir séu í sturtu að morgni eða hversu langur tími þeir halda að líði frá því að þeir vakna og þar til þeir fara út úr húsi um morguninn. Getu nemendur giskað á þetta? Síðan geta þeir gengið úr skugga um það heima hversu langan tíma þessi atriði taka.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Að áætla tíma

Nemendur taka tímann með skeiðklukku. Þeir hoppa upp og niður og giska um leið á tímann sem það tekur. Þeir eiga að stoppa þegar þeir halda að liðnar séu 30 sekúndur, 75 sekúndur eða 150 sekúndur. Þeir geta einnig gengið hring á skólalóðinni og komið til baka þegar þeir giska á að liðnar séu 0,5 mínútur, 1,25 mínútur eða 0,75 mínútur.

Nemendur prófa nokkrum sinnum og skrá niðurstöðurnar. Ef þeir reikna út bestu ágiskun hvers nemanda geta þeir séð hver kemst næst hinu rétta. Hver kemst næst hinu rétta ef reiknaður er út meðaltími í tilraununum þremur?

Kennari spyr nemendur hvernig þeir hugsa til að reikna stutta tímalengd. Ef til vill telja einhverjir með jöfnu millibili í huganum? Talningarreglan 1001, 1002, 1003 hentar einnig vel til að hver tala taki um það bil 1 sekúndu.

Faglegt innihald

- Tímaútreikningar
- Að skrá tíma á tugabrotaformi

Búnaður

- Skeiðklukka
- Tölva með töflureikni

Æfingahefti

- 3.3
- 3.11, 3.12
- 3.19

Blaðsíða 122-123

Ábendingar

Þessi verkefni henta vel fyrir töflureikni. Í einhverjum þeirra verða tölurnar það stórar að ef til vill verður ekki nóg pláss í glugga einfaldra vasareikna.

3.7

Formúlur framkvæma útreikninga á tölum sem settar eru í tiltekin hólfi í töflureikni. Lausnirnar breytast því eftir tölunum í verkefninu. Nemendur eiga eins og frekast er unnt að nota formúlur í stað þess að skrifa tölurnar inn í reitinn á sama hátt og gert er með blaðreikningi.

Verkefnið hefur verið einfaldað þannig að nemendur nota aldur sinn á síðasta afmælisdegi. Það veldur því að reikna þarf heil ár. Nemendur, sem hafa töluverða reynslu af töflureikni og geta fengið við erfiðari verkefni, geta fundið nákvæmari svör í a-lið og b-lið. Kennari varpar fram eftirfarandi spurningu til þessara nemenda:
Er hægt að finna nákvæman tíma í b-lið?

3.8

Nemendur geta notað töflureikni til að finna lausn á þessu verkefni. Gott er að kennari leggi fyrir nemendur fleiri spurningar sem varða þeirra eigið líf:

Hve mörg ár af lífi þínu hefur þú sofið?

Hve mörg ár muntu sofa allt þar til þú verður 80 ára?

3.9 og 3.10

Með þessum verkefnum hafa verið teiknaðar tvöfaldar talnalínur sem nemendur geta notað til að sjá tengslin milli klukkutíma og mínútna eða milli mínútna og sekúndna.

3.11

Til að geta reiknað út hve langan tíma tekur að telja upp í 1 milljón þurfa nemendur helst að taka tillit til þess hversu langan tíma það tekur að telja sexstafa tölur. Slíkar tölur eru nefnilega flestar milli tölunnar 1 og tölunnar 1 milljón.

Nemendur, sem ráða við erfiðari viðfangsefni, geta fengið það verkefni að finna út hve langan tíma það tekur að telja upp í 1 milljarð. Það tekur að sjálfsögðu ennþá lengri tíma að telja níu stafa tölur eins og til dæmis 123 234 547 o.s.frv. Ábending þessu að lútandi getur verið sú að nemendur telji 50 tölur milli 123 234 547 og 123 234 596 og reikni með hliðsjón af því.

Grundvallarfærni

Í daglegu lífi þarf oft að reikna tíma. Nemendur lesa sýnidæmi 2 og 3 og rökræða saman um hvernig lýsa má skriflega breytingunni yfir í tugabrot.

Nemendur nota hér töflureikni til að geta reiknað tíma á skilvirknan hátt. Umræður nemenda um formúlurnar munu auka skilning þeirra á hvað gerist í umbreytingunni frá klukkustundum í mínútur og frá mínútum í sekúndur.

Einfaldari verkefni

Mörgum nemendum mun vera hjálp í því að nota klukkuskífu. Þá geta þeir séð að 30 mínútur eru 0,5 klst., að 15 mínútur eru 0,25 klst. og að 6 mínútur eru 0,1 klst.

Í þessum verkefnum þarf að kenna nemendum að nota tvöföldu talnalínuna til að breyta klukkustundum, mínútum og sekúndum úr einni tímaeiningunni í aðra. Best er að nemendur fái mest við að breyta klukkustundum og

mínútum í klukkustundir á tugabrotaformi. Þeir geta fengið það verkefni að breyta ýmsum tímalengdum úr hversdagslífinu í tugabrotaform. Til dæmis geta þeir reiknað út hve margar klukkustundir, skrifaðar á tugabrotaformi, fara í eftirfarandi: Ég þjálf í 2 klst. og 30 mín. (2,5 klst.).

Ég er í skólanum í 2 klst. og 45 mín. áður en matarhlé kemur (2,75 klst.) Allur skóladagurinn minn varir í 6 klst. og 10 mín. (6,16 klst.) Ég er 25 mín. á leiðinni í skólann (0,416 klst.)

Gott er að nemendur finni fleiri slík dæmi úr eigin lífi og breyti í tugabrot.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hjarta skjaldböku slær 30–40 sinnum á mínútu og þær lifa venjulega í um það bil 150 ár. Nemendur nota töflureikni sér til hjálpar til að finna um það bil hve mörg slög hjarta skjaldbökkunnar slær allt lífið. Hver er aldur skjaldböku ef hjarta hennar hefur slegið jafn mörg slög og þitt eigið hjarta? Hjarta mannsins slær venjulega 60–80 slög á mínútu.

Krefjandi verkefni: Notaðu netið og töflureikni og finndu hve mörg slög mannshjartað slær á einni ævi. (Svar: 2–3 milljarðar slaga).

Faglegt innihald

- Tímaútreikningar
- Stafræn og hefðbundin tímaskráning

Búnaður

- Verkefnablað 2.3.2
- Pappi

Æfingahefti

3.4

Blaðsíða 124–125

Ábendingar

3.12

Nemendur eru beðnir að reikna tímann fyrir fram með slumpreikningi og meta svarið á eftir.

Kennari spyr nemendur:

Hvað sváfuð þið lengi í nótt?

Mælt er með að 14 ára unglingar sofi um það bil 9 klukkustundir á nóttu og 15 ára um það bil 8,5 klst.

Kennari spyr nemendur:

Hvenær áttu að sofna ef þú ætlar að fylgja þessum ráðum og þú þarft að fara á fætur kl. 07:30 að morgni?

3.13

Ein vinnuvika er 5 dagar. Nemendur eiga að reikna með slumpreikningi fyrir fram og meta svarið á eftir þegar þeir breyta klukkustundum í mínútur.

3.14

Nemendur kanna hvort heimildar-myndaheimsmetið stendur enn. Einnig geta þeir fundið Bergen (Ísl. Björgvin) og Kirkenes á korti. Kennari spyr nemendur:

Hefur verið gerð lengri heimildar-mynd en um ferjuna Hurtigruta frá Bergen til Kirkenes?

Áður en nemendur framkvæma útreikningana og meta svarið í lokin reikna þeir með slumpreikningi hve marga sólarhringa ferðin tók.

3.15

Tími í alpagreinum er nú mældur í hundraðshlutum úr sekúndu. Áður fyrr var hann mældur í þúsundustu hlutum úr sekúndu.

Kennari spyr nemendur:

Hver haldið þið að sé ástæða þess að nú er mælt í hundraðshlutum en ekki þúsundustu hlutum?

Í sleðakeppni er hraðinn aðallega mældur í þúsundustu hlutum úr sekúndu.

Bls. 125

Bandarískur ritháttur á tímasetningum sést oft hér á landi en það eru skammstafanirnar A.M. sem merkir „ante meridiem“ en það er latína og þýðir fyrir hádegi (kl. 12:00), svo og skammstöfunin P.M. sem merkir „post meridiem“ og merkir eftir hádegi.

Grundvallarfærni

Það felst grundvallarfærni í því að geta lesið og skráð tímasetningar. Nemendur eiga að geta skilið og tilgreint tímasetningu bæði á stafrænan og hefðbundinn hátt. Þar að auki eru notaðar skammstafanirnar f.h. (fyrir hádegi) og e.h. (eftir hádegi) í tengslum við tíma og eðlilegt er að fólk geti skilið og notað þær þegar á þarf að halda. Nemendur þurfa einnig að geta reiknað út tímalengd atburðar og breytt hinum venjulegu tímaeiningum úr einni einingu í aðra.

Einfaldari verkefni

Nemendur nota klukkuskífu sér til hjálpar. Best er að þeir fáist mest við að breyta klukkustundum á tuga-brotaformi í klukkustundir og mínútur. Hversu margar verða klukkustundirnar og mínúturnar í hverju tilviki? Þeir geta einnig reiknað sambærileg dæmi úr eigin hversdagslífi. Hér á eftir eru tillögur að nokkrum slíkum verkefnum:

Ég æfi í 2,75 klst. á miðvikudögum.
Ég svaf 9,25 klst. í nótt.
Ég las í 0,66 klst. fyrir enskuprofið á morgun.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Kennari fær nemendum það verkefni að finna skýringu á hvers vegna sólarhringurinn byrjar á miðnætti. Þeir geta reynt að leita skýringa á þessu á netinu.

Sólúr

Nemendur finna út og útskýra hvernig sólúr virkar. Kennari spyr nemendur:

Getum við búið til sólúr sem virkar?

Hvernig gátu Egyptar til forna til dæmis fundið stysta og lengsta dag ársins?

Hvernig haldið þið að þeir hafi fundið jafndægur á vori og jafndægur á hausti?

Nemendur búa til einfalt sólúr, sjá verkefnablað 2.3.2.

Faglegt innihald

- Að flokka tíma í töflureikni
- Reikna tímalengd

Búnaður

- Tölva með töflureikni

Æfingahefti

3.5-3.7

3.13

3.20-3.22

Blaðsíða 126-127

Ábendingar

Sýnidæmi 4

Nemendur nota sýnidæmið til að kynna flokkunarföllunum í töflu-reikninum sem þeir nota.

Tímasetningar eru skrifaðar á ýmsa vegu í töflureikni. Ef mæla á tímann af meiri nákvæmni en í mínútum og sekúndum má einnig nota tíundu hluta og ef til vill hundraðshluta. Þá eru mínútur skrifaðar fyrst og sekúndur aðskildar frá mínútum með tvípunkt; þar næst eru sekúndur og tíundu hlutar/hundraðshlutarnir aðskilin með kommu þannig að 1 mínúta, 4 sekúndur og 79 hundraðshlutar úr sekúndu er skrifað þannig: 01:04,79. Tíminn er því skrifaður með samblandi af sextugakerfinu og tugakerfinu.

3.19

Kennari þarf að vekja athygli nemenda á að tímalengdirnar í þessu verkefni eru sýndar á annan hátt en í sýnidæminu. Tímalengdin 1 klst., 3 mín. og 46 sek. er oft skrifuð þannig: 01:03:46. Hér eru hvorki tilgreindir tíundu hlutar né hundraðshlutar úr sekúndu og þess vegna eru engir aukastafir á eftir kommu.

Bls. 127

Efsta talblaðran á við þegar nemendur halda að 1 mínúta sé liðin.

Þetta verkefni má nota sem bekkjarverkefni. Gott er að hafa stóra klukkuskífu í kennslustofunni eða stafræna klukku á netinu. Allir nemendur loka augunum og kennari byrjar á að taka tímann. Þeir mega ekki opna augun fyrir en þeir halda að 1 mínúta sé liðin.

Nemendur geta æft sig í að reikna út styttri tíma þannig að þeir verði næmari fyrir tímanum. Þeir geta

reiknað út hversu nálægt þeir voru einni mínútu. Kennari spyr nemendur hvernig þeir hugsuðu. Loks endurtaka allir nemendurnir þetta verkefni til að athuga hvort þeir geti áætlað tímann af meiri nákvæmni í annað sinn.

Sýnidæmi 5

Í sýnidæminu er sýnt hvernig reikna má tímalengd skriflega á mismunandi vegu. Vekja þarf athygli á breytingunni á 1 klst. í 60 mínútur og 60 mínútum í 1 klukkustund. Gott er að nemendur útskýri hver fyrir öðrum hvers vegna hinar tvær mismunandi lausnatillögur í a-lið og b-lið eru réttar.

3.20

Nemendur finna fleiri atburði sem mæla má með mismunandi tímaeiningum.

Kennari spyr nemendur:

Hvaða atburðir eru mældir í sekúndum?

Hvaða atburðir eru mældir í tíundu hlutum úr sekúndu?

Grundvallarfærni

Nemendur túlka og skrifa tímamælingar á mismunandi vegu bæði með og án stafræna hjálpartækja.

Nemendur útskýra hvernig þeir geta reiknað út tímalengd milli tveggja tímasetninga.

Einfaldari verkefni

Nemendur nota hefðbundna klukkuskífu þannig að þeir geti reiknað tímamismun með því að telja á klukkuskífunni.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Stutt tímabil

Kennari hvetur nemendur til að finna aðferðir til að mæla stutt tímabil, til dæmis tímann sem það tekur að depla augunum. Ábending: Nemendur geta til dæmis deplað augunum nokkrum sinnum á meðan þeir taka tímann. Síðan geta þeir deilt í tímann með fjölda skipta sem þeir depluðu augunum. Þeir geta einnig fundið með þessari aðferð hve langan tíma eitt hopp tekur.

Óskatími

Nemendur velja einhverja braut á skólasvæðinu, til dæmis einn eða fleiri hringi kringum skólabygginguna. Kennari ákveður „óskatímann“ en það er sá tími sem nemendur reyna að láta ferð sína eftir brautinni taka. Á meðan mæla og skrá nemendur niður tíma hver annars.

Þegar aftur er komið í kennslustofuna eru allar tímamælingarnar færðar inn í töflureikni. Nemendur flokka þær og finna út hver komst næst óskatímanum. Þeir reikna bæði út meðaltíma og spönn tímans sem það tók nemendur að fara brautina. Spönnin er tímamunurinn milli stysta og lengsta tímans.

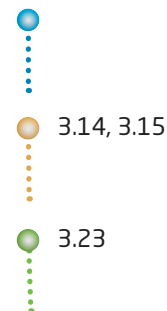
Faglegt innihald

- Að túlka tímatöflur
- Tímalengdir

Búnaður

- Skeiðklukka

Æfingahefti



Blaðsíða 128–129

Ábendingar

3.21

Að hreyfa sig merkir hér ekki aðeins að hreyfa líkamann heldur er átt við að ganga, hjóla og þjálfa á degi hverjum. Nemendur meta hve mikið þeir sitja kyrrir, sofa o.fl. á einum sólarhring. Þeir reikna út hvort athafnirnar verða samtals nákvæmlega 24 klukkustundir.

3.22 og 3.23

Það er mikilvæg færni að geta túlkað töflur. Kennari skoðar töflurnar með nemendum og lætur þá útskýra hvern fyrir öðrum hvaða upplýsingar táknin og tímasetningarnar gefa.

3.24

Nemendur finna sjónvarpsdagskrá dagsins í dag og reyna að búa til erfið verkefni hver fyrir annan þar sem reikna þarf út tímalengd.

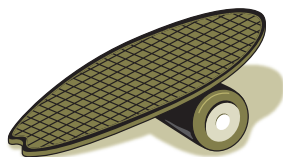
3.25

Nemendur búa til tímalínur til að fá betra yfirlit yfir tímabilin sem reikna þarf út.



3.26

Ef skólinn á jafnvægissskífu frá fyrri tíð er hægt að nota hana. Ef ekki er auðvelt að búa slíkt til með planka í breiðara lagi og nota lausan sívalning undir plankann.



Grundvallarfærni

Nemendur eiga að lesa og finna nákvæmar upplýsingar í flóknum töflum. Vinna má úr upplýsingum í

strætóáætlunum og öðrum slíkum tímatöflum og reikna út tímalengd og tímasetningar. Nemendur þurfa einnig að geta skilið öll tákn og notað þau til að lýsa mismunandi strætóferðum eða öðrum áætlunarferðum.

Einfaldari verkefni

Kennari hjálpar nemendum að teikna tímalínur og þannig fá þeir yfirlit yfir tímalengdirnar. Þær verða „sjáanlegri“ með þessu móti og þar með auðveldara að reikna tímann frá ákveðnum tímasetningum. Nemendur geta búið til verkefni hver fyrir annan með strætótöflum og sjónvarpsdagskrám.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Tímalínur

Nemendur búa til tímalínur yfir eigið líf. Kennari getur gefið eftirfarandi fyriræli:

Látið árið 0 vera það ár sem þið fæddust. Merkið mikilvæga atburði í lífi ykkar á tímalínuna. Stækkið tímalínuna með neikvæðum tölum og merkið þar viðburði sem gerðust áður en þið fæddust. Hvenær fæddust afi ykkar og amma? Hvenær fæddust foreldrar ykkar? Hvað með systkini? Hvenær lauk heimstyrjöldinni síðari? Hvenær varð Ísland lýðveldi?

Einnig má nota stafrænar tímalínur sem hægt er að finna á netinu.

Árið 0

Nemendur leita á netinu og finna upplýsingar um árið 0. Þeir finna út og útskýra hvernig árið 0 tengist rökræðunni um hvenær halda átti upp á þúsöldina eða árpúsundið, þ.e. þegar ný þúsöld hófst.

Árið 0 er gjarnan notað um upphaf tímatalesins. En árið 0 var ekki notað þegar tímatal okkar var tekið í notkun. Þá var litið á ártöl sem raðtölur og fyrsta árið í tímatali okkar er árið 1 og árið 2 er annað árið. Fyrsta árið áður en tímatal okkar byrjar er þess vegna árið –1 eða árið 1 fyrir okkar tímatal, oftast kallað árið 1 fyrir Krists burð eða árið 1 fyrir Krist, skammstafað: Árið 1 f.Kr.

Notkun strætó- eða rútutaflna og dagskrárfalna

Nemendur nota eka strætótöflur eða aðrar áætlunartöflur, svo og dag-skrárföflur fyrir sjónvarp eða útvarp. Þeir geta búið til sín eigin tímadæmi út frá þessum töflum. Þeir þurfa að geta flett upp og fundið tímasetninguna fyrir ákveðinn strætó og hve langt er þar til næsti strætó kemur. Þeir þurfa einnig að geta útskýrt hvað táknin og skammstafanirnar þýða.

Nemendur geta einnig sýnt að þeir hafi færni til að skipuleggja eigin viðburði varðandi tímanotkun, til dæmis í tengslum við ferðir að og frá viðburðunum.

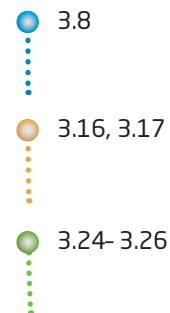
Faglegt innihald

- Tímaútreikningar út frá mismunandi tímabeltum

Búnaður

- Verkefnablað 2.3.3

Æfingahefti



Blaðsíða 130-131

Ábendingar

Bls. 130

Fagtextinn um tímabeltin lýsir í stuttu máli hvernig jörðinni er skipt í mismunandi tímabelti, sjá tímabeltakortið í stærðinni A4 á verkefnablaði 2.3.3. En tímabeltakortið sýnir ekki öll landamæri. Því getur verið betra að leita að tímabeltakorti á netinu þar sem landamærin koma fram. Einnig skal hér t.d. bent á Heimsatlas, bls. 208 (útg.: Mál og menning, 1998).

Kennari spyr nemendur:

Hvenær þurfið þið á því að halda að nota tímabelti?

Á Íslandi er sama tímabelti á öllu landinu og þetta á við um flest lönd – þó ekki öll.

Kennari spyr nemendur:

Hvaða lönd ná yfir fleiri en eitt tímabelti en nota samt sem áður sama tímann í öllu landinu? (T.d. Noregur, Tyrkland og Alsír.

Finnið dæmi um lönd sem ná yfir fleiri en eitt tímabelti og nota mismunandi tíma. (T.d. Ástralía, Bandaríki Norður-Ameríku, Rússland).

Í Skandinavíu og Danmörku er svokallaður sumartími frá síðasta sunnudegi í mars til síðasta sunnudags í október. Þá er klukkunni flýtt í þessum löndum og þá munar 2 klukkustundum á íslenskum tíma og t.d. dönskum tíma. Kennari getur fengið nemendum, sem geta ráðið við erfiðari verkefni, þyngri tímatafs-verkefni að fást við, sjá *Erfiðari verkefni* – Ýmis verkefni.

3.29

Nemendur leggja fleiri spurningar hver fyrir annan og kynnast þar með tímabeltakortinu betur.

Hve mörg tímabelti eru í Rússlandi? Hve mörg tímabelti eru milli Vestur-Afríku og Austur-Afríku?

3.31

Nemendur búa til samsvarandi verkefni hver fyrir annan.

3.33

Kennari spyr nemendur:

Hvaða staðir eru nákvæmlega á daglínunni?

3.34

Þegar ferðast er í austurátt þarf maður að bæta við einum klukkutíma fyrir hverja 15. lengdargráðu til að fá réttan tíma. Þannig fær maður aukalega heilan dag ef maður fer hringinn í kringum jörðina. Til að forðast þetta þarf að draga einn sólarhring frá dagsetningunni þegar maður fer yfir daglínuna á austurleiðinni. Ef maður hins vegar fer í vesturátt þarf að bæta einum sólarhring við.

Grundvallarfærni

Nemendur lesa, finna og túlka tímabeltakort þannig að þeir geti notfært sér upplýsingarnar og reiknað út tíma frá einum stað eða landi til annars. Þeir þurfa að geta útskýrt munnlega hver fyrir öðrum hin ýmsu hugtök, til dæmis tímabelti, sumartími, lengdarbaugur, daglína og tímamismunur.

Einfaldari verkefni

Nemendur vinna saman í pörum. Þeir sitja með stórt tímabeltakort (verkefnablað 2.3.3), ræða saman og reyna að komast að sameiginlegri niðurstöðu um tímann í öðrum hlutum heimsins í samanburði við íslenskan tíma. Gott er að þeir skrifu fleiri borgir og lönd á tímabeltakortið. Vekja þarf athygli nemenda á að landamæri eru ekki teiknuð á kortið.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Stafrænir tímabeltareiknar

Nemendur finna á netinu slóðir þar sem fá má fram staðartíma víðs vegar í heiminum. Þeir nota þessar upplýsingar til að kanna hvort útreikningar þeirra eru réttir.

Nemendur geta fundið og skoðað gagnvirk kort sem sýna hvaða tímabelti eru á mismunandi stöðum í heiminum og notað þau til að búa til ný verkefni fyrir bekkjarfélagana.

Sumartími

Í Noregi, Svíþjóð, Danmörku og mörgum öðrum löndum er notaður svokallaður sumartími. Nemendur hugsa um þetta og ræða saman um hvers vegna sumartíma var komið á. Þeir búa til verkefni hver fyrir annan þar sem huga þarf að því hvort löndin eru með sumartíma eður ei.

Í nágrannalöndunum, sem nota sumartíma, læra menn þessa reglu: Á vorin færum við klukkuna eina klukkustund áfram og á haustin eina klukkustund aftur á bak. Í Bandaríkjunum nota þeir þetta orðatiltæki: „Spring forward. Fall Back“!

Umhverfis jörðina á 80 dögum

Kennari fær íslenskukennarann til liðs við sig og nemendur lesa bókina *Umhverfis jörðina á 80 dögum* eftir Jules Verne. Í sögunni eru daglínar og tímabelti í mikilvægum hlutverkum þar sem aðalpersónan, Fíleas Fogg, þarf að komast á 80 dögum kringum jörðina. Ef það tekst ekki tapar hann veðmáli. Nemendur þurfa að geta útskýrt þetta með eigin orðum með hliðsjón af því sem þeir hafa nú lært um þetta efni.

Faglegt innihald

- Mælieiningar og mælitölur
- Mælieiningar leiddar af tugveldum

Mælieiningar

Blaðsíða 132-133

Ábendingar

Kennari spyr nemendur:

Hvaða mælitæki notið þið venjulega?

Hvað mælið þið með þeim?

Hvaða önnur mælitæki hafið þið heyrt um?

Kennari og nemendur gera yfirlit yfir öll mælitæki sem nemendur hafa heyrt um, til dæmis í sameiginlegu stafrænu hugarkorti.

3.35

Nemendur nefna dæmi um mælitæki sem hægt er að mæla með bæði stórar og smáar lengdir, stuttar og langar fjarlægðir. Dæmi um þetta geta verið stafrænar fjarlægðarmælingar á korti, kílómetrateljarar, laser-mælar, æfingaúr sem mæla vegalengd, mælingarhjól, málbönd, tommustokkar, reglustikur og rennimál.

3.36

Hér er hægt að aðlaga mælitöluna (eða málið), mælieininguna eða hvort tveggja. Þetta felur í sér að margar lausnir eru mögulegar.

Bls. 133

Vekja þarf athygli nemenda á að það er munur á litlu m-i og stóru M-i í forskeytunum.

Einnig þarf að minna nemendur á að á ensku bera stórar tölur önnur heiti en á íslensku og öðrum Norðurlandamálum. „One billion“ á ensku er milljarður á íslensku og „one trillion“ á ensku er billjón á íslensku. Um þetta er fjallað ítarlega í kafla 1.

Grundvallarfærni

Forsenda þess að nemendur geti orðað eigin hugsanir um mælitölur og mælieiningar er að þeir viðhafi nákvæma orðanotkun og hafi mörg grundvallarhugtök á valdi sínu. Þegar

nemendur eiga að taka afstöðu til fullyrðinga þurfa þeir einnig að geta metið hvort mælitölur og heiti mælieininganna séu réttar.

Nemendur lesa, túlka og finna kerfi í töflunni sem sýnir ýmis heiti mælieininga sem leiddar eru af tugveldum. Kennari þarf að sjá til þess að nemendur noti forskeyti stórra og lítilla talna og útskýri tengslin milli hinna ýmsu mælieininga.

Einfaldari verkefni

Nemendur einbeita sér að miðhluta töflunnar á bls. 133. Þeir þurfa að fá tækifæri til að fást við – og öðlast skilning á – hvað hugtökin kíló, hektó, deka, desi, senti og milli þýða. Ef nemendur þekkja merkingu þessara hugtaka hafa þeir öðlast góðan grunn til að geta breytt einni mælieiningu í aðra. Þeir tengja saman forskeytin og mismunandi einingar neðst á blaðsíðunni (amper, biti, gramm, lítri, metri, kílóvattstund). Kennari spyr nemendur: *Um hverjar af þessum mælieiningum hafið þið heyrt áður?*

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Stórar tölur

Nemendur finna út hversu stórar eftirfarandi tölur eru. Kennari spyr nemendur: *Hvað er einn billjarður mikið?* (Þúsund billjónir eða milljón milljarðar eða þúsund milljón milljónir, þ.e.a.s. $1\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{15}$. *Hversu mikið er ein trilljón?* (Þúsund billjarðar eða milljón billjónir eða milljón milljón milljónir, það er að segja 10^{18} . Forskeytið tri vísar til þriðja veldis af milljón (10^6).

Æfingahefti

3.27

3.35, 3.36

3.43

Hversu mikið er eitt googol? (10^{100} , það er að segja tölustafurinn 1 og 100 núll þar á eftir.)

Nemendur geta einnig leitað og fundið hvað hin forskeytin í tugakerfinu þýða. Kennari spyr nemendur: *Hvaða forskeyti tákna Y, Z, E, P, p, f, a, z og y?*

Svar:

Tákn	Forskeyti	Heiti	10^n
Y	yotta	kvaðrilljón	10^{24}
Z	zetta	trilljarður	10^{21}
E	exa	trilljón	10^{18}
P	peta	billjarður	10^{15}
p	piko	billjónasti hluti	10^{-12}
f	femto	billjarðasti hluti	10^{-15}
a	atto	trilljónasti hluti	10^{-18}
z	zepto	trilljarðasti hluti	10^{-21}
y	yakta	kvaðrilljónasti hluti	10^{-24}

Að mæla lengdir á stafrænu korti

Nemendur nota stafrænar lengdarmælingar á kortum á netinu.

Nemendur finna kort yfir heimabyggð sína. Þeir reikna ýmsar fjarlægðir með slumpreikningi og kanna á eftir með stafrænum mælitækjum hvort rétt er reiknað. Þeir geta bæði mælt fjarlægðir milli staða með loftlínu og síðan vegalengdir á nákvæmari hátt. Þeir skrifa fjarlægðirnar og vegalengdirnar í km og m.

Faglegt innihald

- Tengsl milli mismunandi lengdareininga
- Samanburður á lengdareiningum
- Að breyta einni lengdareiningu í aðra

Búnaður

- Verkefnablað 2.3.4

Æfingahefti



3.44

Blaðsíða 134-135

Ábendingar

Sýnidæmi 7

Breyta má einni lengdareiningu í aðra á marga vegu. Nemendur lesa textann í sýnidæminu og útskýra hver fyrir öðrum hvers vegna 1 000 000 mm eru í 1 km.

3.37

Kennari gengur úr skugga um að nemendur geti lesið skammstafanirnar á mælieiningunum upphátt.

3.38 og 3.39

Í þessum verkefnum er meginatriðið að breyta úr einni mælieiningu í aðra. Nemendur útskýra nákvæmlega hvaða aðferð þeir nota. Gott er að þeir útskýri þetta bæði munnlega og skriflega.

Sýnidæmi 8

Við getum hugsað okkur að við séum með 1 m langa reglustiku. Í mörgum kennslustofum er reyndar slík reglustika. Henni er skipt í 10 dm og hverjum desimetra er skipt í 10 cm og hverjum sentimetra er svo aftur skipt í 10 mm.

Þetta má útskýra með því að súma á reglustikuna og sýna hvernig hverri einingu, m, dm og cm er skipt í minni einingar eftir reglum tugakerfisins. (Ein slík eining er veldi af 10.)

Grundvallarfærni

Margar lausnaleyðir eru til þess að breyta einni lengdareiningu í aðra. Kennari kannar hvernig nemendur hugsa þegar þeir vinna slík verkefni. Þeir útskýra, bæði munnlega og skriflega, þegar þeir breyta þannig einni mælieiningu í aðra.

Í þessum verkefnum æfast nemendur í að lesa hin ýmsu tákn upphátt, tölur á staðalformi og aðrar stórar og smáar tölur.

Einfaldari verkefni

Leggja þarf áherslu á að efla skilning nemenda á tengslum milli mismunandi lengdareininga. Sú aðferð að sýna breytinguna með teikningu getur hentað mörgum nemendum vel. Þá þurfa nemendur að útskýra hver fyrir öðrum hvernig hinar mismunandi lengdareiningar tengjast.

Nemendur, sem eiga í mestum erfiðleikum með þennan námsþátt, þurfa að fá verkefni af áþreifanlegri toga. Þeir geta mælt fjarlægð í dm, cm o.s.frv. og breyta einingunum síðan í aðrar; einnig geta þeir hreinlega mælt sömu lengd með reglustiku eða málbandi og lesið bæði af metrakvarðanum, desimetrakvarðanum og sentimetrakvarðanum

– allt eftir því hversu langar fjarlægðir er um að ræða.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Mælingarstríð (spil)

Þetta spil er fyrir tvo til fjóra leikmenn.

Búnaður: Verkefnablað 2.3.4 og eldspýtnastokkur eða eitthvað svipað.

Útbúa þarf spilaspjöld með mælieiningum. Á hverjum fjórum spjöldum þarf að vera sama lengd en skráð með mismunandi mælieiningum. Spjöldin eru klippt út, þau stokkuð og þeim skipt milli allra leikmanna. Allir leikmennirnir setja spjöldin sín í bunka fyrir framan sig. Eldspýtnastokknum er komið fyrir á miðju borðsins þannig að hann standi á styttri hliðinni upp á rönd.

Markmiðið í spilu er að leggja undir sig öll spjöld andstæðingsins eða andstæðinganna.

Spilið hefst á því að allir snúa við samtímis einu spjaldi úr bunkanum sínum. Sá sem hefur stærsta lengdarmálið vinnur umferðina og fær þess vegna öll spjöld umferðarinnar til sín. Ef tveir leikmenn fá sama lengdarmál verður stríð. Þá skiptir máli að verða fyrri til að hrifsa til sín eldspýtnastokkinn. Sá sem nær stokknum fær öll spjöld umferðarinnar.

Sá vinnur spilið sem hefur sölsað undir sig öll spjöldin í lokin.

Að giska á lengdir

Þetta er útiverkefni þar sem allir nemendur byrja á sama stað og ganga þar til þeir giska á að þeir hafi gengið til dæmis 30 m, 25 m og 100 m. Síðan þarf að ganga úr skugga um hverjar hinar réttu lengdir eru með laser-mæli eða löngu málbandi. Nú prófa nemendur að ganga sömu vegalengd aftur en að þessu sinni frá öðrum stað og athuga hvort þeir komast nær hinni uppgefnu vegalengd.

Faglegt innihald

- Að breyta einni lengdareiningu í aðra og einni flatarmálseiningu í aðra
- Tengsl milli flatarmálseininga

Búnaður

- Verkefnablöð 2.3.5

Æfingahefti

3.28

3.37

Blaðsíða 136–137

Ábendingar

3.41

Í a-lið, b-lið og c-lið á einungis að breyta milli metra, kílómetra og mílna. Í d-lið, e-lið, f-lið og g-lið þarf einnig að gera ákveðna útreikninga áður en breytt er um einingu.

Sýnidæmi 9

Við getum hugsað okkur að við horfum á 1 m² stóran flöt. Honum er skipt í 100 dm² og hverjum dm² er skipt í 100 cm². Hverjum cm² er aftur skipt í 100 mm² en þetta er ekki sýnt á teikningunni. Á henni er sýnt hvernig hverjum m² og hverjum dm² er skipt í minni einingar í tugveldakerfinu.

3.42

Kennari fylgist með hvernig nemendur hugsa þegar þeir reikna flatarmálið og eiga að tvöfalda það. Það er alvanalegt að margir nemendur hugsi sem svo að þeir þurfi að tvöfalda bæði lengd og breidd. Kennari biður nemendur þá að teikna myndir þar sem þeir sýna hvernig flatarmálið verður í lokin. Þá munu flestir sjá að þeir eiga aðeins að tvöfalda aðra lengdina; að öðrum kosti verður flatarmálið fjórfalt miðað við fyrra flatarmál.

3.43–3.45

Taflan efst á bls. 137 sýnir tengslin milli nokkurra flatarmálseininga. Kennari bendir nemendum á að styðjast við þessa töflu þegar þeir breyta einni flatarmálseiningu í aðra.

Grundvallarfærni

Breyta má einni flatarmálseiningu í aðra á marga mismunandi vegu. Kennari biður nemendur að útskýra hvernig þeir hugsa þegar þeir gera það, bæði munnlega og skriflega.

Einfaldari verkefni

Leggja þarf áherslu á að efla skilning nemenda á tengslum milli mismunandi flatarmálseininga. Skýringarmyndir og aðrar teikningar geta stuðlað að þessum skilningi. Nemendur útskýra einnig hver fyrir öðrum hvernig flatarmálseiningarnar tengjast. Gott er að þeir nemendur, sem finnst þessi námsþáttur af erfiðari toga, taki helst fyrir mælieiningarnar m², dm² og cm².

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Tengsl milli flatarmálseininga (spil)

Spillið er fyrir 4 leikmenn.

Búnaður: Verkefnablöð 2.3.5.

Nemendur búa til – eða klippa út úr verkefnablöðum 2.3.5 – spjöld með mælieiningum þar sem tvö og tvö spjöld passa saman. Gott er að plasta spjöldin áður en þau eru klippt út.

Spjöldunum er komið fyrir í tveimur mismunandi hornum kennslustofunnar. Spjöldin tvö, sem mynda þar, verða að vera hvort í sínu horni.

Markmiðið er að nemendur finni spjöldin tvö sem mynda þar. Nemendurnir fjórir koma sér fyrir í þriðja horninu, svokölluðu umræðuhorni, og þar þurfa þeir að komast að samkomulagi um hvaða spjöld þeir eigi að sækja. Tveir nemendanna fara síðan í annað hornið og hinir tveir í hitt hornið. Nemendurnir mega aðeins tala saman þegar þeir koma til baka í umræðuhornið. Ef einhver nemendanna hefur sótt rangt spjald er hann úr leik. Nemendur þurfa því stundum að ganga nokkrum sinnum fram og til baka áður en þeir eru nógu vissir um að þeir velji rétt spjald úr hvoru horni. Á öðru spjaldinu getur t.d. staðið 3,2 dm² og á hinu 0,032 m².

Hversu stór er hektari?

Hversu stór er útileikvöllurinn?

Lóð er gjarnan gefin upp í fermetrum en landspilda í hekturum. Hektari jafngildir 10 000 m²; ef hektarinn er ferningslaga er stærð hans því 100 m · 100 m. Hektari er ekki alltaf 100 m · 100 m. Eins hektara landspilda getur t.d. verið rétthyrningslaga. Nemendur geta spreytt sig á að finna hliðarlengd rétthyrndra landspildna, sem eru 1 hektari að stærð, án þess að vera ferningslaga. (Svar t.d.:

80 m · 125 m, 50 m · 200 m, 25 m · 400 m ...).

Einnig geta nemendur giskað á stærð útileikvallar skólans. Síðan ganga þeir úr skugga um hversu nákvæm ágiskunin er með því til dæmis að skoða teikningar af skólalóðinni eða mæla sjálfir. Hversu margir fermetrar (m²) eru á hvern nemanda að meðaltali ef allir eru úti á sama tíma?

Faglegt innihald

- Tengsl milli rúmmálseininga
- Tengsl milli massaeininga
- Að breyta einni rúmmálseiningu í aðra og einni massaeiningu í aðra

Búnaður

- Lítramál
- Tóm eins lítra mjólkurferna
- Verkefnablað 2.3.6 og verkefnablað 2.3.7
- Fjögur stór veggspjöld

Ábendingar

Bls. 138

Efst er lýst æfingu í að sýna tengslin milli tveggja algengustu rúmmálseininganna, lítra og dm^3 . Nemendur reikna út rúmmál eins lítra vatns í mjólkurfernu.

Ef tiltækt er 1 dm^3 ílát er auðvelt að sýna að það rúmar nákvæmlega einn lítri af vatni.



Benda þarf nemendum á að táknið fyrir lítra er l (lítill bókstafur) og þess þarf að gæta mjög vel að rithátturinn á þessum bókstaf líkist ekki um of tölustafnum 1.

3.46

Nemendur nota tengslin milli rúmmálseininganna sem lýst er í bláa rammanum ofarlega á blaðsíðunni og í töflunni á vinstri spássíu. Nemendur þurfa að læra – og hafa á valdi sínu – algengustu rúmmálseiningarnar og tengslin milli þeirra.

Bls. 139

Kennari ræðir hugtakið massi við nemendur. Í daglegu tali notum við orðið þyngd um massa. Í eðlisfræði er þyngd hins vegar kraftur. Þyngd manna á jörðinni og á tunglinu er því mismunandi. Jörðin dregur hluti til sín af meiri krafti og hefur meiri þyngdarhröðun en tunglið – vegna þess að tunglið er miklu minna en jörðin.

Blaðsíða 138–139

Massi manns er hins vegar sá sami óháð því hvar maðurinn er staddur í alheiminum.

3.47

Nemendur nota tengslin milli massaeininga sem lýst er í töflunni á hægri spássíu. Segja þarf nemendum að þeir þurfi að læra – og hafa á valdi sínu – algengustu massaeiningarnar og tengslin milli þeirra.

3.48

Í þessu verkefni er fengist við þær tvær massaeiningar sem algengastar eru í daglegu lífi, kg og g. Nemendur breyta annarri massaeiningunni í hina.

Grundvallarfærni

Lausnaleiðir til að breyta massa- og rúmmálseiningum úr einni einingu í aðra eru margar. Kennari þarf að fylgjast með því hvernig nemendur hugsa þegar þeir vinna slík verkefni. Þeir greina bekkjarfélögum sínum frá aðferðunum, sem þeir nota, bæði munnlega og skriflega.

Einfaldari verkefni

Leggja þarf áherslu á að efla skilning nemenda á tengslum milli mismunandi rúmmáls- og massaeininga. Skýringarmyndir og aðrar teikningar geta stuðlað að þessum skilningi. Nemendur útskýra einnig hver fyrir öðrum tengslin milli rúmmálseininganna, svo og tengslin milli massaeininganna.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Að giska á massa

Búnaður: Verkefnablað 2.3.6 með eyðublaði til útfyllingar. Einnig þarf vog sem mælir massa, bæði lítinn og mikinn, til dæmis bréfavog, eldhúsvog og baðvog.

Æfingahefti

3.29, 3.30

3.38

3.45

Nemendum er skipt í hópa sem fá eftirfarandi veganesti: Finnið eitthvað sem hefur massann 10 g, 100 g, 1 kg, $\frac{1}{2}$ kg, 5 kg, 10 kg eða aðra massa. Síðan hittast nemendur á fyrir fram ákveðnum stað, vega hlutina og skrá mismuninn milli ágiskunarinnar og hins mældra massa. Þeir gefa mismuninn upp bæði með mælitölum og prósentum. Þeir taka þá hluti með sér inn í kennslustofuna sem voru næstir þeim massa, sem finna átti, og allir nemendurnir fá að finna massa þeirra.

Veggspjöld með mælieiningum

Nemendur búa til og hengja upp í kennslustofunni fjögur stór veggspjöld. Veggspjöldin eiga að sýna tengslin milli lengdareininga, flatarmálseininga, rúmmálseininga og massaeininga. Nemendur kynna einnig efni veggspjaldanna fyrir allri bekkjardeildinni með því að taka áþreifanleg dæmi.

Ratleikur

Verkefni fyrir tvo og tvo nemendur, sjá verkefnablað 2.3.7.

Faglegt innihald

- Að giska á og mæla lengdir, tíma, massa, flatarmál og rúmmál
- Stærðir og einingar fyrr og nú

Búnaður

- Snúrur
- Málband
- Skeiðklukka
- Vog
- Skæri
- Steinn
- Stór pappaaskja
- Verkefnablað 2.3.8

Blaðsíða 140–141

Æfingahefti

- 3.31, 3.32
- 3.39, 3.40
- 3.46, 3.47

Ábendingar

Hvaða hópur kemst næst hinu rétta?

Þetta verkefni er fyrir nemendahópa.
Búnaður: Verkefnablað 2.3.8.

Gott er að kennari hafi mælt nákvæmlega þyngd steinsins, flatarmál kennslustofunnar og rúmmál pappaöskjunnar fyrir fram áður en hann lætur bekkjardeildina vinna þetta verkefni.

Verkefnið tekur um það bil eina kennslustund. Kennari sér til þess að vinnan á hverri stöð taki um það bil fimm mínútur. Á sumum stöðvunum geta fleiri en einn hópur athafnað sig samtímis en hóparnir verða að skiptast á við vinnuna á stöð C og stöð E. Gott er að kennari afhendi nemendum fyrir fram tilbúna töflu (verkefnablað 2.3.8).

Pegar farið er yfir þetta verkefni eftir á er athugað hvaða hópur var með minnsta mismun milli ágiskunarinnar og hinnar réttu niðurstöðu.

Sé mæling nemenda mjög ólík á flatarmáls- og rúmmálsstöðvunum verður að líta svo á að mæling kennarans sé sú nákvæmasta.

Útreikningur stiga: 5 stig á stöð til þess hóps sem giskaði næst hinu rétta, 4 stig til næst-besta liðsins og allt til 1 stigs til liðsins sem var fjærst hinu rétta á viðkomandi stöð. Meistarar bekkjardeildarinnar eru sá hópur sem fær flest stig samtals.

Útvíkkun á þessu verkefni er lýst hér á eftir í kaflanum *Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni*.

Bls. 141

Nemendur ræða saman um hvort þeir viti um eitthvað sem ennþá er mælt í

tommum (eða þumlungum), fetum, álnum eða öðrum gömlum mælieiningum, t.d. föðmum. Hér koma nokkur svör:

- Tommur eða þumlungur: í tréiðnaði, um stærð (oftast breidd eða þykkt) timburs
- Fet: um lengd báta, flughæð flugvéla
- Alin: (ekki notuð nú á dögum en var einkum notuð áður fyrr til að mæla vaðmál)
- Faðmur: um dýpt sjávar eða lengd veiðarfæra

3.49

Kennari sýnir nemendum hvernig þeir geta sjálfir búið til tvöfalda talnalínu sem sýnir hlutfallið milli metra og fets.

3.50

Um 1300 var tunna notuð sem rúmmálseining til að mæla þurra vöru, t.d. korn. Tunnan samsvaraði 2 stömpum eða 4 kvartilum eða 8 skeppum og um 62 lítrum. Stampur var sem sagt helmingur af tunnu, kvartil um 15,5 l.

Tunna er einnig mælieining sem segir til um magn síldar. Síld var lengi vel söltuð í trétunnur. Venjuleg tunna, sem tók 120 lítra, var talin taka um 100 kg af síld. Ein olíutunna í Noregi jafngildir hins vegar 200 lítrum.

Grundvallarfærni

Nemendur ræða saman og færa rök fyrir ágiskun sinni um lengd, massa og tíma og fyrir útreikningum sínum þegar þeir giska á flatarmál og rúmmál. Þeir þurfa að skilja tengslin milli mælieininganna, sem notaðar voru fyrr á tímum, og slíkra mælieininga sem eru enn notaðar í sumum tilvikum.

Einfaldari verkefni

Kennari sýnir nemendum hvernig þeir geta notað tvöfalda talnalínu til að sjá tengslin milli gamalla lengdar-eininga (t.d. fets og tommu) og metra.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hvaða hópur kemst næst hinu rétta?

Þetta verkefni á verkefnablaði 2.3.8 má þróa enn frekar og nota sem smávægilegt innskot í kennsluna. Nemendur fá hér reynslu af því að giska á og mæla bæði minni og stærri vegalengdir, tímalengdir, massa, flatarmál og rúmmál.

Kennari lætur nemendur fá lítil verkefni sem þeir geta, tveir og tveir, rökrætt um:

Giskið á fjarlægðina frá dyrum skrifstofu skólastjóra að dyrum kennslustofunnar ykkar.

Giskið á hversu langur tími hefur liðið frá því að þið komuð inn í þennan tíma þar til nú.

Giskið á massa stólsins sem þið sitjið á.

Giskið á flatarmál skólaborðsins ykkar.

Giskið á rúmmál kennslustofunnar ykkar.

Faglegt innihald

- Mælingar með því að nota líkamsmál
- Að breyta úr einni mælieiningu í aðra
- Erlendar mælieiningar

Búnaður

- Reglustika, málband eða leisermælir

Blaðsíða 142-143

Æfingahefti

3.33, 3.34

3.41, 3.42

3.48- 3.50

Ábendingar

Mælingarmeistararnir

Nemendur geta – ef þeir vilja – tengt saman mismunandi líkamsmál til að málin verði eins nákvæm og hægt er. Lengd skólabyggingarinnar getur til dæmis verið 32 faðmar, 3 álnir og 4 þumlungar (eða tommur). Kennari fylgist með hvort nemendur velja skynsamlegar mælieiningar til að mæla langar fjarlægðir eins og þessar.

3.51

1 fet = 30,48 cm; 1 alin = 60,96 cm

3.52

Norsk olíutunna rúmar 200 l. Staðlað mál á olíufati á alþjóðavettvangi var hins vegar 50 amerísk gallon, það er að segja $50 \cdot 3,7885412 \text{ l} \approx 189,3 \text{ l}$.

Í alþjóðlegri olíuverslun er notuð mælieiningin fat (enska „barrel“) sem samsvarar 42 amerískum gallonum, þ.e.a.s. um það bil 159 l.

3.53 og 3.54

Það eru margar fleiri bandarískar mælieiningar en þær sem nefndar eru í töflunni hér á eftir. Nemendur geta rætt saman og athugað hvort þeir muna eftir fleiri mælieiningum sem gott er að geta þýtt yfir á íslensku.

Bandarískar mælieiningar:

Bandarískar	Íslenskar
1 ounce (oz)	28,35 g
1 ton	907,2 kg
1 acre	4046,8 m ²
1 pint	0,473 l
1 quart	0,946 l

Enskar mælieiningar:

Enskar	Íslenskar
1 enskt gallon	4,545 l
1 enskt quart	1,136 l
1 ensk pint	0,568 l
1 ensk oz	0,028 l/kg
1 cup	0,237 l
1 stone	6,349 kg
1 pound	0,4536 kg
1 ensk ton	1016 kg

Grundvallarfærni

Nemendur ræða saman, mæla, reikna, rökræða og meta af nákvæmni. Það er mikilvægur þáttur í grundvallar-reikningsfærni að geta breytt einni mælieiningu í aðra. Skilningur nemenda á erlendum mælieiningum og að geta séð í huganum um það bil hversu langt er milli tveggja staða, hvað hlutirnir vega og hversu heitt eitthvað er getur aukið skilning þeirra á því námsefni sem þeir fást við í mörgum námsgreinum.

Einfaldari verkefni

Nemendur búa til sitt eigið sendibréf úr ferðalagi og nota mælieiningar gistilandsins.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Bandarískar og enskar mataruppskriftir

Nemendur finna bandarískar eða enskar uppskriftir af múffum, súkkulaðikökum eða bandarískum pönnukökum og þýða þær á íslensku.

Ef til vill geta þeir notað þessa uppskrift:

Cupcake recipe

5 oz softened butter
9 oz sugar
2 eggs

1 tsp vanilla extract

5 $\frac{1}{2}$ oz plain flour

2 $\frac{1}{2}$ oz self-raising flour

1 tsp bicarbonate of soda

2 oz cocoa powder

7 oz buttermilk or plain yoghurt

Bake at 350 °F for 20 minutes.

Nemendur finna sjálfir út hvernig þessi uppskrift verður með íslenskum mælieiningum. (350 °F $\approx$ 180 °C)

Nemendur geta einnig þýtt til dæmis þessa vöflluuppskrift yfir á ensku með bandarískum eða enskum mælieiningum:

Vöfflur

6 egg

8 dl hveiti

$\frac{1}{2}$ tsk. salt

4 tsk. lyftiduft

5 dl mjólk

5 dl vatn

1 dl repjuólía

Kardemommudropar eða vanillu-dropar

Nemendur reikna út hve margar vöfflur fást úr þessari uppskrift og búa til uppskrift sem nægir til þess að allir í bekkjardeildinni fái tvær vöfflur hver. Síðan baka nemendur vöfflurnar og borða þær – vonandi af bestu lyst!

Faglegt innihald

- Nákvæmni í mælingum
- Námundun í mælingum

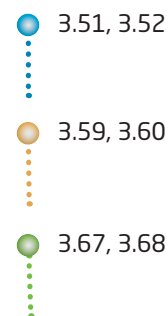
Búnaður

- Reglustika, málband eða tommustokkur
- Skeiðklukka
- Eldhúsvog
- A4-blað

Nákvæmni og námundun

Blaðsíða 144–145

Æfingahefti



Ábendingar

Í námsmarkmiðunum efst á bls. 144 í nemendabókinni stendur meðal annars að nemendur eigi að læra að nota námundunarreglur. Tveir og tveir nemendur útskýra þessar reglur hvor fyrir öðrum. Eru þeir alveg sammála um hvernig skuli nota þær?

Ef tölustafurinn til hægri er 4 eða minni er talan námunduð niður á við. Ef tölustafurinn til hægri er 5 eða hærri skal talan námunduð upp á við. Til dæmis er talan 17,5 námunduð upp í 18 vegna þess að tölustafurinn fyrir aftan kommu er 5. Töluna 18,4 skal hins vegar námunda niður í 18 vegna þess að tölustafurinn á eftir kommu er 4.

3.55c

Kennari velur saman nemendur sem sitja við sams konar skólaborð og þeir ræða um hugsanlegar orsakir mismunandi mælinga. Nemendur bera saman málin og útreikningana. Hversu nákvæmt getur flatarmálið og rúmmálið eiginlega verið? Hversu nákvæmlega er hægt að mæla? Hve margir tölustafir eru eins (og þar með líklegri að þeir séu réttir)? Fjallað verður um þetta aftur á bls. 148 (þar sem markverðir tölustafir koma við sögu).

3.56

Fáar tölur eru réttar með fullri vissu. Nemendur hugsa sig um og reyna að finna aðrar tölur sem full víska er fyrir að séu réttar.

3.58

Að mæla tímann, sem stutt atvik taka, er mjög erfitt án þess að nota nákvæm og helst stafræn mælitæki. Kennari getur bent nemendum á að mæla tímann sem 11 augnablik taka eða 11 smellir með fingrunum. Þá er auðveldara að reikna meðaltímann

með því að deila með 10 (það eru 10 millibíl milli 11 augnablika eða 11 fingursmella).

3.59

Nákvæmni mælinganna er að miklu leyti háð nákvæmni vogarinnar. Ef nemendur hafa aðgang að bökunavog geta þeir mælt með 5 g eða 1 g nákvæmni. Ef um er að ræða baðvog mælir hún oftast í kg með 1 aukastaf, þ.e. með 0,1 kg nákvæmni. Bréfavog mælir með 0,1 g nákvæmni.

Grundvallarfærni

Í þessum verkefnum eiga nemendur bæði að mæla lengd, flatarmál, tíma og massa eins nákvæmlega og þeir geta. Þeir þurfa að ræða saman um hversu nákvæmlega er hægt að mæla. Þeir þurfa einnig að geta metið svör sín. Er svar með mörgum tölustöfum nákvæmara en svar með fáum tölustöfum? Vinnan við þessa opnu þarf að fá nemendur til að hugleiða þessi atriði.

Einfaldari verkefni

Í verkefnunum á þessari opnu geta nemendur unnið saman og rætt bæði um mælingar, nákvæmni mælinga og mælitæki. Gott er að nemendur vinni saman. Nemendur verða færari í þessum námsþætti ef þeir geta rökrætt um verkefnin og lýst með orðum hvernig þeir skilja þau.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hversu langt dugar eitt A4-blað

Þetta verkefni er fyrir tvo nemendur. Búnaður: A4-blað.

Aðferð:

1. Nemendur nota eitt A4-blað.
2. Þeir rífa eða klippa blaðið niður þannig að úr verði eins langur strimill og hægt er án þess að blaðið rifni.
3. Nemendur mæla lengd strimilsins.
4. Nemendapörin keppast um að búa til eins langan strimil og mögulegt er.

Tímaboðhlaup

Verkefnið er fyrir fjögurra manna nemendahópa.

Nemendur fara í boðhlaup. Hver hópur fær hæfilegan tíma sem verður „óskatíminn“ sem þeir eiga að reyna að ná samanlagt, til dæmis 5 mínútur. Nemendur, sem eru í sama liði, mega ekki ræða saman meðan á hlaupinu stendur en þeir mega sjá hver tíminn er eftir hvern áfanga. Þeir skrifa tímann eftir hlaup hvers nemanda á stóra flettistöflu.

Nemendur þurfa að reikna út jafnóðum hvort þeir eigi að hlaupa hraðar eða hægar til að komast næst óskatíma hópsins í heild. Kennari tekur eftir hvaða aðferðir nemendur nota til að reikna út hvort þeir eigi að auka eða draga úr hraðanum. Hann ræðir við nemendur eftir á um þessar aðferðir og árangurinn af þeim.

Faglegt innihald

- Að framkvæma nákvæmar tímamælingar
- Að finna á hvaða talnabili mælingar-niðurstöður liggja

Blaðsíða 146-147

Æfingahefti

3.53, 3.54

3.61

Ábendingar

Nákvæmar mælingar

Markmiðið með þessu verkefni er að nemendur öðlist reynslu af því hversu erfitt getur verið að mæla bæði lengd og tíma nákvæmlega.

Nemendur eru hér hvattir til að rökræða um hversu nákvæmlega hægt er að mæla brautina. Kennari spyr nemendur:

Getið þið mælt nákvæmlega upp á sentimetra eða desimetra? Á hvaða talnabili er mælitíðan sem þið fáið? (Ef við mælum 60 m langa braut getur mælitíðan verið námunduð frá tölum á bilinu 59,95 m til 60,04 m.)

Það er þýðingarmikið að nemendur sjái að niðurstaða mælingarinnar verður ekki nákvæmari við það að bæta aukastöfum við. Ef svo er gert getur niðurstaðan reyndar orðið enn ónákvæmari.

Pegar mæla á tíma er gott að nemendur noti margar skeiðklukkur. Kennari spyr nemendur:

Hvaða tímamæling er réttust? Á hvaða tímabili er mælitíðan sem þið fáið? (Ef við fáum 9,2 sek. við mælingu getur mælitíðan verið námunduð frá tölum á bilinu 9,15 sek. til 9,24 sek.)

Aðrar villur geta komið fram við það að mælitækið er ekki sett í gang á réttum tíma eða að það er ekki stoppað á réttum tíma. Viðbragðstími manna er mismunandi.

Mælingar á meðalhraða eru háðar vegalengdinni og tímanum sem um ræðir. Þetta eru því háðar stærðir. Kennari lætur nemendur reikna út talnabilið sem meðalhraðinn er á. Þeir finna bilið á þennan hátt:

$$\left(\frac{\text{stysta vegalengdin}}{\text{lengsti tíminn}} , \frac{\text{lengsta vegalengdin}}{\text{stysti tíminn}} \right)$$

Dæmi 7a-c lýsir þremur aðferðum sem hægt er að reikna meðalhraðann með. Nemendur þurfa að sjá hvernig meðalhraðinn breytist eftir þessum þremur mismunandi aðferðum við tímamælingarnar.

Afbrigði: Nemendur geta unnið þetta verkefni í sameiningu utan húss og tekið síðan niðurstöður mælinganna með sér inn. Þá setjast þeir saman í litlum hópum í kennslustofunni eða ef til vill heima hjá sér, fara í gegnum útreikningana og kynna niðurstöður sínar fyrir bekkjarfélögum.

3.60

Talnabilið reiknast út frá því hvernig hægt hefði verið að námunda tölurnar. Tveir og tveir nemendur hjálpast að við að rifja upp námundunarreglurnar.

3.61

Nemendur geta fyrst reiknað út talnabilið sem breidd eins planka er í; síðan reikna þeir breidd 15 planka með hámarksbreidd og lágmarksbreidd og finna talnabilið út frá því.

Grundvallarfærni

Nemendur mæla og rökræða saman um nákvæmni mælinga í lengdar- og tímamælingum. Einnig má biðja nemendur að útskýra hvernig meðalhraði er háður tíma og vegalengd og hvernig hann breytist ef vegalengdin eykst eða ef tíminn styttest.

Einfaldari verkefni

Ef nemendur fá tækifæri til að vinna saman ná fleiri valdi á námsefninu. Nemendur, sem eiga í basli með það, geta því unnið saman, hjálpast að og lýst með orðum jafnóðum hvernig þeir skilja efnið. Einnig má láta nemendur framkvæma einfalda

útreikninga þar sem meðalhraði og meðaltími koma við sögu.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hvenær er hægt að kvarta?

Pegar maður kaupir einhverja vöru er gefið upp á pakknum hve mikið varan vegur eða rúmmál hennar. En hér er auðvitað líka um mælitölu að ræða og seljandinn getur þess vegna ekki tryggt með fullri vissu að málið sé fullkomlega nákvæmt.

Garðyrkjustöð selur tilbúinn áburð í 25 kg pokum. Kaupandi nokkur uppgötvar að pokinn vegur 400 g minna en gefið er upp. Nemendur ræða saman um hvort kaupandinn hefur rétt á að kvarta.

Nemendur finna uppgefin mál á ýmsum vörum, til dæmis á áleggji, þvottaefni og garðvörum. Þeir athuga hvort málin eru rétt og kanna nákvæmnina.

Faglegt innihald

- Markverðir tölustafir
- Val á mælitækjum
- Mat á villum við mælingar

Blaðsíða 148–149

Æfingahefti

3.55–3.57

3.62–3.65

3.69–3.71

Ábendingar

Umræður um fjölda markverðra tölustafa – eða markverðra stafa – hafa alltaf verið áberandi meðal kennara.

Skilgreiningin á markverðum stöfum, sem hér er sett fram, er sú algengasta. Ef mæling á vegalengd er 2346 m (mæling með 4 markverðum stöfum) og mæling á tíma er 239 sek. (mæling með 3 markverðum stöfum) fæst eftirfarandi útreikningur á meðalhraðanum:

$$\frac{2346 \text{ m}}{239 \text{ sek.}} = 9,815899 \dots \text{ m/sek.}$$

Par sem önnur mælitalan hafði 3 markverða stafi verður nákvæmasta hraðamælitalan 9,82 m/sek. (þ.e. með 3 markverðum stöfum).

Ef um staðalform er að ræða, t.d. $1,6 \cdot 10^3$, er einungis gengið út frá tölustöfunum fyrir framan tugveldið.

Sýnidæmi 15

Nemendur lesa saman texta í sýnidæminu og í bláa reitnum með skilgreiningunni á markverðum stöfum. Forsendunum fyrir fjölda markverðra tölustafa er lýst í lausnartillögunni.

3.62

Kennari spyr nemendur:

Með hvaða mælitækjum geta þessar mælingar hafa verið gerðar?

Pegar mældar eru langar vegalengdir er gott að nota leisermæli en gjarnan málband eða tommustokk til að mæla styttri lengdir. Þegar um mjög stuttar lengdir er að ræða er hægt að mæla af nákvæmni með rennistiku.

3.63

Pegar tala er skrifuð á staðalformi finna nemendur fjölda markverðra

stafa með því að telja tölustafina fyrir framan tugveldið.

3.64

Þetta verkefni hentar vel bæði innan- og utanhúss. Gott er að nota mælitæki eins og stafrænt kort með innbyggðum mælingarmöguleikum, málband, rennistiku, leisermæli og GPS-mæli eða tommustokk.

3.65

Villandi upplýsingar geta komið fram vegna ólíkra mælingaraðferða, misnákvæmra mælitækja eða vegna ónákvæmni þeirra sem framkvæma mælinguna.

3.66

Þetta verkefni hentar vel bæði innan- og utanhúss. Gott er að nota mælitæki eins og málband, skeiðklukku, rennistiku, tommustokk eða bréfavog.

Til að mæla massa lítilla hluta sem eru á stærð við flúortöflu er hentugt að mæla massa marga tafna og deila síðan með fjölda þeirra.

Grundvallarfærni

Þegar nemendur velja rétt mælitæki byggja þeir upp skilning á hvað hentar í hvaða tilviki. Þetta krefst einnig skilnings á hversu nákvæmlega skal mæla og hvaða verkfæri er um að velja. Nemendur verða sér betur meðvitaðir um slík atriði og geta betur metið þau þegar þeir fá tækifæri til að ræða saman um þau við bekkjarfélagana.

Einfaldari verkefni

Nemendur, sem fá tækifæri til að prófa að mæla með alls kyns mælitækjum, öðlast betri skilning á nákvæmni við mælingar. Þess vegna er gott ef kennari lætur nemendur, sem þess þurfa, framkvæma mæl-

ingar með mismunandi mælitækjum. Gott er að þessir nemendur vinni slík verkefni heima hjá sér; þá geta þeir frekar reiknað með þessum mælitölum þegar í skólann er komið daginn eftir. Heimaverkefni geta verið til dæmis:

- Teiknaðu upp og mældu ummál herbergisins þíns. Skráðu lengd og breidd rúmsins þíns.
- Mældu tímann sem þú ert í sturtu.
- Mældu hversu langan tíma það tekur að fylla 10 lítra fötu með volgu vatni í sturtunni.
- Mældu rúmmál minnsta og stærsta pottsins í eldhúsinu.
- Mældu hæð, lengd og breidd eldhúsbekkjarsins.

Daginn eftir geta nemendur fundið flatarmál herbergis síns og rúmsins, reiknað út hve mikið vatn þeir nota í sturtu og fundið rúmmál eldhússkápanna undir eldhúsbekknunum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

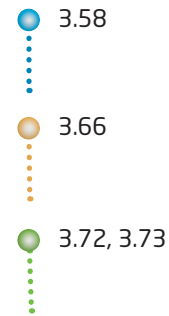
Nákvæmar mælingar

Nemendur framkvæma mælingar með tveimur mismunandi mælitækjum; þeir geta til dæmis mælt flatarmál bílastæðis eða rúmmál gáms. Síðan ræða þeir saman um hvað er nákvæmasta niðurstaðan. Hve margir markverðir stafir eru í mælitölunum annars vegar og í flatarmálinu/rúmmálinu hins vegar?

Faglegt innihald

- Að reikna út villur í mælingum
- Talnabil sem mælitölur geta verið innan

Æfingahefti



Blaðsíða 150-151

Ábendingar

Sýnidæmi 16

Nemendum er hér sýnt hvernig lítil villa í mælingu getur haft mikil áhrif þegar hún er endurtekin oft. Hér varð villan reyndar neytandanum til hagsbóta en stundum er þetta eitthvað sem framleiðendur notfæra sér til að afla sem mestra tekna. Kennari biður nemendur að hugsa um samsvarandi villumælingu þar sem safaframleiðandinn setti 7,4 dl af safi í hverja flösku. Kennari spyr nemendur:

Hve margar viðbótarflöskur hefði framleiðandinn geta fyllt á ef hann hefði haft úr jafn miklum safi að spila og í sýnidæmi 16?

Til að koma í veg fyrir slíkar mælingarvillur er til stofnun á Íslandi sem heitir Neytendastofa. Hún hefur eftirlit með því að mál og vog séu rétt, þar með talið eftirlit með bensíndælum, raforkumælum, vatnsmælum o.s.frv. Nemendur geta leitað eftir merki Neytendastofu næst þegar þeir eru í nágrenni við bensíndælu eða búðarvigt í verslun. Neytendastofa hefur því eftirlit með að réttir kvarðar séu á mælitækjum og að mælitækin séu nógu nákvæm. Á vef Neytendastofu er að finna verkefnabanka um neytendafræðslu bæði fyrir barnastig og unglingastig sem skólar geta notað ef vill.

3.67

Gamlar veggklukkur geta seinkað sér allnokkuð. Þess vegna þarf að stilla þær oft.

Sýnidæmi 17

Ef villa er gerð í útreikningi hefur hún því meiri áhrif þeim mun oftari sem hún er margfölduð. Villa í lengdarmælingu hefur til dæmis meiri áhrif þegar talan er notuð til að reikna flatarmál eða rúmmál.

Flatarmálið er $\frac{0,8}{8,0} \cdot 100 = 10\%$ minna þegar mælivillan er 5% á lengdina.

3.69

Mælingarvilla við lengdarmælingu hefur meiri áhrif þegar flatarmál er reiknað.

3.70

Mælingarvilla við lengdarmælingu hefur enn meiri áhrif þegar rúmmál er reiknað en þegar flatarmál er reiknað.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Nemendur þurfa að sjá áhrifin af endurteknum mælingarvillum sem notaðar eru hvað eftir annað eða áhrifin af mælingarvillum við lengdarmælingar á flatarmáls- og rúmmálsútreikning. Þá sjá þeir hversu afar mikilvægt er að mæla eins nákvæmlega og hægt er.

Einfaldari verkefni

Kennari og nemendur nota aðeins þá hluti sem eru innan seilingar, t.d. breidd á skólaborði, hurðarhæð, þvermál skólalóðarinnar eða fleira þess háttar. Þeir giska á málið, framkvæma mælinguna og reikna villurnar í prósentum. Kennari fær nemendum í hendur eyðublað til að skrá á jafnóðum og reiknivél fyrir útreikningana í lokin.

Vega- lengd	Áætluð lengd	Mæld lengd	Mis- munur	Villa í prósentum $= \frac{\text{mismunur}}{\text{mæld lengd}} \cdot 100$

Kennari fylgist með hvort skekkja í prósentum hjá nemendum er meiri í stuttum eða löngum vegalengdum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Villur í prósentum

Nemendur giska á hve lengi 15 sekúndur vara. Þar næst mæla þeir tímann og reikna út villuna í prósentum, það er hversu langt þeir voru frá ágiskun sinni.

Nemendur prófa síðan að giska á hversu lengi 300 sekúndur vara. Þeir mæla síðan tímann og reikna út villurnar í prósentum. Eru villurnar stærri í prósentum þegar um styttri eða lengri tíma er að ræða?

Faglegt innihald

- Að þekkja aðstæður þar sem hlutföll milli talna koma við sögu
- Að segja til um hlutföll milli talna

Hlutfallareikningur

Blaðsíða 152–153

Æfingahefti

3.74, 3.75

3.95, 3.96

3.112

Ábendingar

Í kafla 2 lærðu nemendur um tölur sem standa í réttu hlutfalli hvor við aðra. Tvær stærðir eru í réttu hlutfalli hvor við aðra ef hlutfallið milli þeirra er fasti. Nemendur útskýra hvað átt er við ef tvær stærðir eru í réttu hlutfalli hvor við aðra.

Bls. 152

Fagtextinn lýsir hugtakinu hlutfall í stærðfræði. Kennari spyr nemendur við hvaða aðstæður þeir hafa heyrt um hlutföll. Kennari spyr einnig hvort nemendur hafi séð ritháttinn, sem notaður er um hlutföll, eins og $1 : 2$ með tvípunkti milli talnanna. Nemendur spreya sig á að útskýra hvað þetta merkir.

3.71 og 3.72

Bæði þessi verkefni gera skýra grein fyrir mismunandi aðstæðum þar sem hlutfall er notað.

Sýnidæmi 18

Hlutfallið milli rauðra og gulra mola má einnig skrifa sem $\frac{3}{2}$.

Gott er að láta nemendur nota áþreifanleg hjálpartæki, til dæmis talningarkubba, í vinnunni með hlutföll og fara þannig í gegnum sýnidæmið.

3.73

Kennari bendir nemendum á hvernig litla hjálparteikningin getur ýtt undir skilning þeirra á hlutföllum.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni og lestrarfærni

Nemendur fást hér við tengslin milli talna og við einföld hlutföll. Þeir eiga að lesa og túlka fagtexta og sýnidæmi og kynnast því hvernig táknið fyrir hlutfall er skrifað. Þeir lesa sýnidæmi og þurfa að skilja að hægt er að breyta og styttu almennu

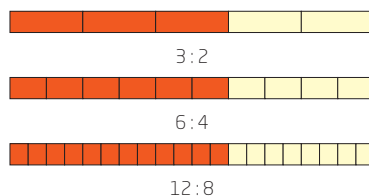
brotin, svo og að hlutfallið er hið sama hvort sem það er skrifað $18 : 12$, $9 : 6$, $6 : 4$ eða $3 : 2$.

Einfaldari verkefni

Sýnidæmi 18

Gott er að láta nemendur nota litaða kubba. Þeir hjálpast að því að finna hlutfall milli fjölda kubba af mismunandi lit. Einnig er gott að nemendur sýni mismunandi hlutföll á teikningu og leggi verkefni hver fyrir annan.

Nemendur sýna hlutföll með litlum skýringarmyndum (eins og við verkefni 3.73). Skýringarmyndirnar er hægt að vinna enn frekar og skipta þeim þannig:



Hér eru almennu brotin lengd en við sjáum að hlutfallið er samt sem áður óbreytt. Þetta þýðir þá að hlutfallið $3 : 2$ er það sama og $6 : 4$ og $12 : 8$.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Hlutfallstölur

Nemendur geta hér tengt saman það að tala sé í réttu hlutfalli við aðra tölu, sem fjallað var um í kaflanum á undan, og hlutfall milli talna.

Nemendur finna til dæmis fjölda rauðra mola (r) sem fall af heildarfjölda mola (m): $r(m) = \frac{3}{5}m$

Einnig geta nemendur fundið andhverfu tengslin, það er að segja fjölda mola samtals (m) sem fall af fjölda rauðra mola (r): $m(r) = \frac{5}{3}r$

Nemendur teikna þessi föll í hvort sitt hnitakerfi.

Faglegt innihald

- Finna hlutfall eða fjölda
- Skrifa hlutfall á eins einfaldan hátt og hægt er með styttingu

Búnaður

- Kubbar í mörgum litum
- Rúðustrikað blað
- Blýantur

Blaðsíða 154–155

Æfingahefti

3.76–3.78

3.97, 3.98

Ábendingar

Pegar engar einingar eru tilgreindar með hlutfallstölum eru stærðirnar tvær, sem bornar eru saman, alltaf í sömu einingu. Gott er að nota verkefni 3.75 sem umræðugrundvöll. Pegar við skrifum hlutfallið milli tveggja stærða, sem eru í mismunandi einingum, þarf því að skrá eininguna. Í uppskrift getur hlutfallið til dæmis milli mjólkur og hveitis verið 1 dl mjólk : 150 g hveiti.

3.74

Ræða þarf í bekknum hvað átt sé við með síðu hári eða stuttu hárrí og hvað átt er við með dökku hári og ljósu hári.

3.75

Stærðirnar, sem bera skal saman, þurfa að vera í sömu einingu.

3.76

Ef hlutfallið breytist ekki tvöfaldast einnig breiddin ef lengdin tvöfaldast. Þetta veldur því að flatarmálið fjórfaldast.

3.77

Á þessu verkefni eru óendanlega margar lausnir.

Sýnidæmi 19

Skrifa má hlutfallið sem $29 : 448$ úr því að báðar lengdirnar voru mældar í cm.

3.78

Pegar skrifa skal hlutfall á eins einfaldan hátt og hægt er þarf að stytta með stærsta sameiginlega þættinum. Þetta samsvarar því að stytta brot.

3.80

Hér eru þrjár síðustu fullyrðingarnar sannar. Kennari spyr nemendur: *Getið þið sett hlutfallið fram á enn fleiri vegu?*

Hvernig getum við breytt fjölda molanna þannig að fullyrðing stráksins lengst til vinstri, sem er merktur A, sé rétt?

Grundvallarfærni

Munnleg færni

Nemendur þurfa að geta sett eigin hugsanir um verkefnin fram og útskýrt hvernig hægt er að finna lausnir þeirra. Þeir þurfa einnig að hlusta á lausnatillögur annarra og meta hvort til séu einfaldari lausnaleiðir.

Nemendurnir rökræða fullyrðingar um hlutföll milli fjölda hinna mislitu mola. Þeir þurfa að færa rök fyrir hvers vegna sumar fullyrðinganna eru réttar og aðrar rangar.

Reikningsfærni

Pegar nemendur skrifa hlutföll á eins einfaldan hátt og hægt er þurfa þeir að geta stytnt með stærsta sameiginlega þættinum.

Einfaldari verkefni

Gott er að nota kubba í kennslunni. Nemendur leggja verkefni fyrir bekkjarfélagana með mismunandi fjölda kubba í tveimur litum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Sýna hlutföll með teikningu

Verkefnið er fyrir tvo og tvo nemendur.

Búnaður: Kubbar í nokkrum litum, ef til vill rúðustrikað blað (ef talningar-kubbar eru ekki fyrir hendi) og blýantur.

Nemendur leggja kubba eða teikna þá eftir fyrirætlum kennarans.

1. Leggðu/teiknaðu ljósa og dökka kubba
 - í hlutfallinu $3 : 2$
 - í hlutfallinu $1 : 5$
2. Leggðu/teiknaðu dökka og ljósa kubba
 - í hlutfallinu $2 : 6$
 - í hlutfallinu $10 : 15$
3. Leggðu/teiknaðu kubba í þremur litum í hlutfallinu $3 : 5 : 2$.
4. Teiknaðu tvo mismunandi rétthyrninga þar sem hlutfallið milli hliðanna er $2 : 5$.
5. Teiknaðu tvo mismunandi ferhyrninga þar sem hlutfallið milli hliðanna er $4 : 4$. (Ferhyrningurinn getur annaðhvort verið ferningur eða tígull.)
6. Teiknaðu þríhyrning þar sem hlutfallið milli hliðanna er $3 : 4 : 5$. (Þríhyrningurinn verður rétthyrndur)
7. Teiknaðu samsíðung þar sem hlutfallið milli hliðanna er $2 : 7$. (Þetta getur verið rétthyrningur.)
8. Teiknaðu þríhyrning þar sem hlutfallið milli hliðanna er $2 : 2 : 2$. (Þetta verður jafnhliða þríhyrningur þar sem öll hornin eru 60° .)

Kennari spyr nemendur:

Er til meira en ein lausn á verkefnunum hér á undan? (Það eru óendanlega margar lausnir á öllum þessum verkefnum.)

Faglegt innihald

- Að finna og skrá hlutföll
- Hlutfallareikningur

Búnaður

- A4-blað

Æfingahefti



3.113–3.115

Blaðsíða 156–157

Ábendingar

Sýnidæmi 20

Nemendur skoða lausnatillögurnar tvær og mismuninn á að nota almenn brot og tvípunkt til að reikna hlutfallið milli tveggja almennra brota.

3.82

Hlutföllin milli salts, hveitis og vatns er $1 : 2 : 1$. Náðar verður fjallað um ríthátt hlutfalla milli fleiri en tveggja stærða í verkefni 3.96.

3.83

Öll hlutföll, sem hafa sömu mælieiningar, má skrifa án þess að geta eininga.

3.84

1 GB = 1024 MB

3.85

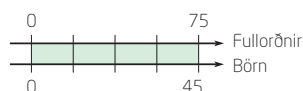
Hér geta tvöfaldar talnalínur auðveldað lausn verkefnanna.



3.86

Hér geta tvöfaldar talnalínur auðveldað lausn verkefnanna.

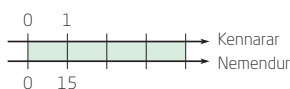
a



b



c



3.87

Hér skal skipta launinum í samræmi við vinnutíma Evu og Önnu sem er í hlutföllunum $2 : 3$. Nemendur geta valið mismunandi aðferðir til að leysa dæmið. Þeir geta til dæmis fyrst fundið tímalaunin eða fundið $\frac{2}{5}$ af 6400 kr. og reikna þá fyrst út laun Evu. Tvöfalda talnalínan við hlið dæmisins sýnir að Eva og Anna fengu samtals 6400 kr. og að það eru launin fyrir alls 5 klst.

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Nemendur þurfa að geta reiknað út hlutfallið milli tveggja talna þegar tölurnar eru almenn brot.

Skrifleg færni

Nemendur þurfa að geta lýst skriflega hvernig þeir finna hlutfallið milli tveggja talna þegar tölurnar eru almenn brot.

Einfaldari verkefni

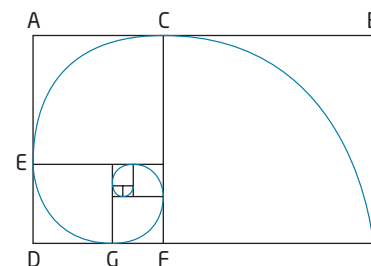
Við verkefni 3.87 er lítil hjálparteikning. Svipaðar teikningar geta nemendur sjálfir teiknað til að útskýra verkefni 3.85 og 3.86, sjá teikningarnar af tvöföldum talnalínum hér á undan.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Gullinsniðsvefja

Hliðar svonefnds gullins rétthyrnings, eru í hlutföllunum $1 : 1,618$. (Nákvæmt mál er reyndar $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$). Þetta hlutfall er nefnt gullinsnið. Nemendur klippa út A4-blað þannig að breiddin verði nálægt 18,4 cm en lengdin er 29,7 cm. Þá er hlutfallið milli breiddar og lengdar rétthyrningsins gullinsnið. Þeir brjóta nú blaðið þannig að annar hlutinn myndi fering og draga síðan strikið CF (sjá mynd hér á eftir). Hinn hluti blaðsins myndar nú annan gullinn rétthyrning. Síðan brjóta nemendur blaðið einu sinni enn og mynda þannig nýjan, minni fering; þeir draga nú strik frá E hornrétt á línuna CF. Þannig halda nemendur áfram fimm sinnum í viðbót. Síðan teikna þeir spirallinn með hringfara. Þeir teikna því fjórðung af hring í hvern fering.

Gullinsniðið verður tekið fyrir í Skala 3 en einnig er til þemahefti um *Gullinsnið* sem Námsgagnastofnun hefur gefið út.



Faglegt innihald

- Hlutfallareikningur

Búnaður

- Barbie-dúkka
- Málband
- Stór blöð
- Ef til vill aðrir hlutir, til dæmis brúðan Ken, vinur Barbie
- Verkefnablöð 2.3.9

Blaðsíða 158-159

Æfingahefti

3.79

Ábendingar

3.88

Lísa í Undralandi var minnkuð. Nemendur nota myndina til að reikna út hæð hennar við minnkunina. Nemendur geta einnig fundið hlutfallið milli hæðar Lísu í raunveruleikanum og hæðar hennar eftir minnkunina.

3.89 og 3.90

Nemendur geta notað þekktar mælitölur til að finna óþekktar stærðir.

Í þessum verkefnum eiga nemendur að mæla myndirnar og til dæmis finna út hve oft er hægt að koma eldspýtnastokknum fyrir eða hve langur fiskurinn er á myndinni. Hið síðarnefnda eiga þeir einnig að nota til að finna út hve langur fiskurinn getur verið í raunveruleikanum.

3.91

Hlutfallið milli talna, sem skrifuð eru sem almenn brot, sýna að teljari og nefnari jafngildra brota eru í sama hlutfalli.

Hlutföll Barbie

Þetta verkefni má vinna á marga vegu. Hér hafa tvö atriði verið valin til athugunar, mittismál og hæð.

Verkefnið má einnig víkka út með því að taka brúðuna Ken til athugunar.

Grundvallarfærni

Lestrarfærni

Nemendur lesa samsetta texta þar sem nota þarf bæði texta og mynd í útreikningunum.

Reikningsfærni

Nemendur eiga að reikna út óþekktar lengdir á hlutum með því að nota hluti þar sem málín eru þekkt. Í Barbie-verkefninu eiga nemendur einnig að mæla og reikna út hlutfallið

milli brúðunnar og stúlku í raunverulegri stærð.

Einfaldari verkefni

Í Barbie-verkefninu vinna nemendur annaðhvort skref 2 eða 3 í aðferðarlýsingunni og reikna út fulla stærð á stelpu í hlutföllum Barbie.

Hlutföll milli mynda

Útbúa þarf spjöld sem eru greinilega með mismunandi myndir. Nemendur eiga að finna út hvaða spjöld hafa sama hlutfall milli mynda A og B, t.d. milli stjarna og blóma á 1. blaðinu á verkefnablöðum 2.3.9

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Vöruverð og magn

Ef verkefnið í kafla 2, sem samsvarar þessu, hefur verið unnið (verkefnablað 2.2.5, sjá bls. 49 í þessari bók bls. 90–91 í nemendabók), geta nemendur fundið glósur sínar og notað þær sem útgangspunkt fyrir þetta verkefni. Það má þar að auki vinna þetta sem hópverkefni eða sem ritgerð.

Margar vörur til heimilisins eru seldar í umbúðum af mismunandi stærð. Hlutverk nemenda er að finna dæmi um slíkar umbúðir og skrá bæði þyngd þeirra og rúmmál og verðið sem gefið er upp á hinum mismun-

andi umbúðum. Ef hver nemandi finnur eina vörutegund myndast heilmikill upplýsingabanki.

Nemendur eiga síðan að ganga úr skugga um hvort hlutfallið lítill : stór er hið sama þegar magn og verð er skoðað og ræða saman um hvað það þýðir ef hlutfallið er ekki hið sama.

Faglegt innihald

- Finna hlutföll og hlutfallareikningur

Búnaður

- Verkefnablað 2.3.10

Æfingahefti

3.80

3.99

Blaðsíða 160–161

Ábendingar

Bls. 160

Nemendur geta tengt fagtextann við stærðina á þeirra eigin stafrænu skjám. Kennari gerir yfirlit á skóla-töfluna sem sýnir hvaða stærðir eru á sínum nemenda, spjaldtölvum og tölvuskjám.

3.92

Skjástærðirnar breytast sí og æ. Nemendur geta leitað á netinu og fundið hvaða skjástærðir eru á nýjum sjónvörpum.

Bls. 161

Fagtextinn sýnir rithátt hlutfalla milli fleiri en tveggja hluta.

3.96

Þetta verkefni líkist verkefninu í upphafi kaflans (sjá bls. 119). Eftir verkefni 3.96 er ekki úr vegi að skoða aftur upphafsverkefni kaflans og nemendur reyna að þessu sinni að leysa það á eigin spýtur. Áður leystu nemendur það í samvinnu við bekkjarfélagi.

3.97–3.99

Strangar reglur gilda um hvernig fáni á að líta út og hvaða stærðir eiga að vera á hinum mismunandi svæðum. Nemendur nota ákvæðin, sem gefin eru upp, til að finna hlutfallið milli flatarmála hinna mismunandi litasvæða í fánunum.

Grundvallarfærni

Lestarfærni

Það krefst nákvæmni að lesa og túlka teikningarnar og lýsingarnar af því hvernig fánarnir þrír eru gerðir. Nemendur þurfa að lesa lýsingarnar og skoða teikningarnar af kostgæfni til að skilja þær til fullnustu.

Skrifleg færni

Nemendur þurfa að geta skráð hlutföll milli fleiri en tveggja stærða.

Einfaldari verkefni

Í stað verkefna bókarinnar geta nemendur notað skjái, sem auðvelt er að nálgast, t.d. glugga farsíma, tölvuskjái eða sjónvarpsskjái. Nemendur mæla lengd og breidd og finna hvort einhverjir þessara mismunandi skjáa hafa sömu stærðarhlutföll þótt misstórir séu.

Stærð sjónvarpsskjáa er gefin upp í tommum. Þær segja til um lengd hornalínu skjásins í tommum.

Hlutfallatafla

Í hlutfallatöflu geta nemendur sett upplýsingarnar fram á kerfisbundinn hátt.

Dæmi: Taflan segir til um fjölda trjáa sem þarf til plöntunar á ákveðnu svæði. (Athugið að fjöldinn er miðgildi þar sem raunverulegur fjöldi er háður gæðum jarðvegsins, það er að segja hæfileika jarðvegsins til að framleiða tré.) Nemendur ljúka við þessa töflu.

Fjöldi hektara (ha)	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	5	10	15
Fjöldi trjá-planta	800	1600	2400					

Kennari spyr nemendur:

Hvert er hlutfallið milli fjölda hektara og fjölda plantna? (1 : 1600). Hve margar plöntur þarf í 10 hektara? (16000). En í 100 hektara? (160 000). Hve margar plöntur þarf í 50 hektara? (80 000).

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur finna fleiri fána, sem eru settir saman á ákveðinn hátt, og reikna út hlutfall milli hinna mismunandi litasvæða.

Nemendur nota verkefnablað 2.3.10 og finna hlutföllin milli hinna mismunandi litasvæða í finnska, danska og samíska fánunum. Einnig geta þeir fundið hlutföllin milli hliðanna í fánunum og milli hinna ýmsu hluta hvers fána.

Faglegt innihald

- Hlutfallstölur

Búnaður

- Skeiðklukka
- Verkefnablöð 2.3.11

Æfingahefti



Blaðsíða 162-163

Ábendingar

3.100

Nemendur geta notað töflureikni til að búa til formúlur sem reikna út nýjar uppskriftir. Nemendur búa til bolluuppskrift sem passar fyrir þann fjölda nemenda sem er í bekkjar-deildinni þannig að hver og einn fái eina eða tvær bollur.

3.101

Nemendum finnst oft auðveldara að hugsa þannig að eigi að breyta uppskrift fyrir fjóra í uppskrift fyrir tvo þá deilum við í allar mælitölurnar með 2.

Nemendur ræða um þessi tengsl þannig að þeim verði alveg ljóst að margföldun og deiling eru andhverfar reikningsaðgerðir og að hægt er að nota báðar aðferðirnar.

Hér er hægt að víkka verkefnið út með því að láta nemendur breyta uppskriftinni þannig að hún henti fyrir 10, 14, 1 eða 3 menn. Með hvaða tölu eiga nemendur þá að margfalda?

3.102

Nemendur gera vinnuteikninguna með réttum málum. Myndin sýnir ekki það fuglahús sem lýst er í verkefninu.

Að mæla púlsinn

Nota skal verkefnablöð 2.3.11. Allir nemendurnir þurfa að vinna þetta verkefni á sama tíma þar sem að öðrum kosti verða of miklar truflanir til að einstakir nemendur geti fundið og talið eigin púls af nákvæmni. Eftir að búið er að mæla púlsinn fimm sinnum – eins og gert er ráð fyrir í verkefninu – geta þeir í lokin svarað spurningunum.

Grundvallarfærni

Kennari sér til þess að nemendur lesi og skoði mismunandi gerðir af uppskriftum og vinnuteikningum. Þeir reikna út nýjar mælitölur og mælieiningar og búa þannig til nýjar uppskriftir og vinnuteikningar. Kennari þarf að ganga úr skugga um að nemendur hafi haldið hlutföllum milli efnanna í uppskrift eða milli hinna mismunandi hluta í vinnuteikningu óbreyttum.

Einfaldari verkefni

Nemendur æfa sig í að tvöfalda eða helminga uppskriftir. Þeir geta sjálfir fundið uppskriftir að grófum rúnnstykkjum, hafagraut, vöfflum, pönnukökum eða múffum á netinu eða í uppskriftabókum. Síðan breyta þeir þessum uppskriftum með því að tvöfalda eða helminga magn efnisins í uppskriftunum. Gaman er ef nemendur baka einhverjar af kökunum, til dæmis sem heimaverkefni, sjá t.d. verkefni 3.100.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Að mæla púlsinn – Annað verkefni

Þetta verkefni er fyrir tvo nemendur sem vinna saman.

Búnaður: Skeiðklukka, 40–50 cm hár stóll eða bekkur og verkefnablöð 2.3.11.

Aðferð:

Annar nemandinn leggst á gólfið og hvílir sig smástund. Því næst finnur hann púlsinn á hálsinum eða á úlnliðnum með tveimur fingrum (vísifingri og löngutöng). Hinn nemandinn tekur tímann með skeiðklukkunni meðan sá sem liggur á gólfinu telur hjartsláttinn í hálfa mínútu. Nemendur skrifa niður fjöldann og reikna út púlsinn, þ.e. finna fjölda slaga á mínútu.

Síðan fara nemendur þannig að:

- Annar nemandinn fer upp á stól og niður aftur um það bil 30 sinnum á mínútu í fimm mínútur.
- Þeir mæla púlsinn í hálfa mínútu og mæla síðan aftur eftir 1, 2 og 3 mínútur.
- Síðan reikna þeir út púlsinn, þ.e. slög á mínútu.
- Þeir finna út hve langan tíma það tekur áður en hjartsláttartíðnin er orðin sú sama og þegar nemandinn lá á gólfinu.
- Ef nemandi er í góðu formi breytist hjartsláttartíðnin fljótlega í lágan púls!
- Nemendur nota töflureikni og búa til töflu yfir púls á mínútu.
- Loks sýna þeir mælitölurnar í línuriti.

Faglegt innihald

- Að finna hlutföll í blöndum
- Að reikna með hlutföllum í blöndum

Æfingahefti

3.81–3.83

3.100–3.102

3.116–3.119

Blaðsíða 164–165

Ábendingar

Sýnidæmi 21

Í sýnidæminu sýnir skýringarmyndin tvöfalda talnalínu. Þessi aðferð getur orðið til þess að fleiri nemendur sjái hlutföll fyrir sér á auðveldari hátt. Því er rétt að nemendur sýni í hverju verkefnið felst með því að teikna tvöfalda talnalínu.

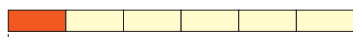
3.103

Kennari þarf að fylgjast með því hvort nemendur viti að þegar hlutföll í blöndum eru skráð sem almenn brot eða með tvípunkt (deilingarmerki) verða hlutar blöndunnar að vera í sömu einingu. Í þessu verkefni er bæði um að ræða dl og l.

Dæmi eru um að föstum efnum sé blandað í vökva. Þá þurfa hlutfalls-tölunum að fylgja einingar, til dæmis grömm á lítra.

3.104

Nemendur geta sýnt hlutfallið 1 : 5 með einföldum rétthyrningi. Kennari fylgist með því hvort nemendur skilji að hlutarnir eru hér alls 6. Vakin skal athygli á að í b-lið er mælieiningin dl og í c-lið er hún l.



3.106

Ef nemendur sjá það ekki sjálfir má gefa þeim vísbendingu um að breyta bensínmagninu í dl áður en þeir reikna út fjölda dl af olíu.

3.107 og 3.108

Þegar brot er skrifað á eins einfaldan hátt og hægt er merkir það að stytta skal brotið með stærsta sameiginlega þættinum.

Grundvallarfærni

Nemendur þurfa að lesa og túlka verkefni til að reikna út hlutföll. Í sumum tilvikum þarf að meðhöndla mælitölurnar á einhvern hátt með því meðal annars að breyta mælieiningunum l og dl úr annarri mælieiningunni í hina.

Nemendur geta notað skissur af tvöföldum talnalínum og litlar skýringarmyndir til að skilja betur í hverju verkefni felast; tvöfaldar talnalínur eru einnig góð aðferð til að leysa verkefni af ýmsum toga. Notkun skýringarmynda getur verið til mikillar hjálpar við að finna hlutfall milli talna.

Einfaldari verkefni

Nemendur nota kubba, annað talningarefni eða teikningar til að sýna hlutfall milli talna á mynd. Kennari hjálpar þeim við að útbúa tvöfaldar talnalínur sem skýringarmyndir við verkefni.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Þrautir með safablöndum

Pétur og Nína fá það verkefni í skólaferðalagi að búa til appelsínu-safablöndu. Þau eiga að blanda saman appelsínupykkni og vatni. Þau prófa fyrst nokkrar lausnir:

Blanda A
2 hlutar þykkni
3 hlutar vatn

Blanda B
5 hlutar þykkni
9 hlutar vatn

Blanda C
1 hluti þykkni
2 hlutar vatn

Blanda D

3 hlutar þykkni
5 hlutar vatn

Kennari skrifar blöndurnar á skóla-töfluna.

Dæmi um spurningar:

Spurning 1:

Hvaða blanda hefur sterkasta appelsínubragðið?

- ☐ A
☐ B
☐ C
☐ D

Spurning 2:

Hvaða blanda hefur veikasta appelsínubragðið?

- ☐ A
☐ B
☐ C
☐ D

Spurning 3:

Hver verða hlutföll blöndu ef blöndur A og B eru sameinaðar?

- ☐ A
☐ B
☐ C
☐ D

Nemendur búa til spurningar hver fyrir annan.

Faglegt innihald

- Samsettar einingar
- Reikningur með vegalengd, hraða og tíma

Samsettar einingar

Blaðsíða 166-167

Æfingahefti

- 3.84
- 3.103, 3.104
- 3.120- 3.123

Ábendingar

Í þessum undirkafla er fengist við samsettar einingar eins og hraða (meðalhraða), eðlismassa og gengi erlendra mynta.

Sýnidæmi 22

Nemendur eiga oft auðvelt með að tvöfalda og helminga. Hér er sýnd aðferð við að finna vegalengd, tíma eða meðalhraða með því að búa til ákveðið kerfi í lítilli töflu. Í töflunni geta nemendur auðveldlega séð að hlutfallið milli talnanna er alltaf hið sama. Ef tíminn er tvöfaldaður tvöfaldast einnig vegalengdin svo fremi hraðinn sé óbreyttur. Ef tíminn er helmingaður helmingast einnig vegalengdin.

Þetta sýnidæmi sýnir tengslin milli meðalhraða, mælds í km/klst. og í m/sek. Minnt skal á að það eru 3600 sek. í klst. og 1000 m í km. Nemendur geta seinna margfaldað beint með 3,6 til að breyta m/sek. í km/klst. eða deilt með 3,6 til að reikna „í hina áttina“, þ.e. breyta km/klst. í m/sek. Frekari útskýring á efri talblöðrunum tveimur:

Efri talblaðran:

$$\frac{1 \text{ m}}{\text{sek.}} = \frac{3600 \text{ m}}{3600 \text{ sek.}} = \frac{3,6 \text{ km}}{1 \text{ klst.}} \text{ eða } 3,6 \text{ km/klst.}$$

þ.e. fyrst er brotið lengt með 3600 (til að auðvelt sé að breyta sek. í klst.) og síðan er m breytt í km og sekúndum í klst.

Niðurstaða: 1 m/sek. = 3,6 km/klst.

Neðri talblaðran:

$$\frac{1 \text{ km}}{\text{klst.}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ sek.}} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ sek.}} = \frac{1 \text{ m} : 3,6}{3,6 \text{ sek.} : 3,6} = \frac{1 : 3,6 \text{ m}}{\text{sek.}} \text{ eða } \frac{1 \text{ m/sek.}}{3,6}$$

það er margföldun með $\frac{1}{3,6}$ eða deiling með 3,6

Niðurstaða: 1 km/klst. = $\frac{1}{3,6}$ m/sek.

3.110

Gefa má nemendum vísbendingu um að ljúka við skýringarteikninguna af tvöföldu talnalínunni; þá er auðvelt að leysa dæmið. Benda má nemendum á að 6 m/sek. þýðir 6 metrar á einni sekúndu.

3.111

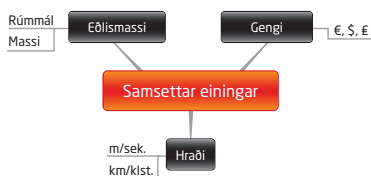
Til að finna hraðann í m/sek. er tímanum breytt í sekúndur: 1 mín. og 5 sekúndur = 65 sekúndur.

3.112

Einingin til að tákna hraða er km/klst., einingin til að tákna vegalengd er m. Gott er að nemendur breyti meðalhraðanum úr km/klst. í m/sek. eða vegalengdinni úr m í km.

Grundvallarfærni

Nemendur lesa saman fagtextann á bls. 166. Þeir segja hver öðrum það sem þeir vita um samsettu einingarnar þrjár, það er hraða, eðlismassa og gengi erlendra mynta. Þeir búa saman til hugarkort sem sýnir hvað þeir vita um þessi atriði úr fyrra námi. Gott er að búa hugarkortið til í tölvu. Geyma þarf hugarkortið vel og bera það síðan saman við nýtt hugarkort eftir að nemendur hafa unnið við þennan kaflahluta í ákveðinn tíma.



Einfaldari verkefni

Nemendur nota töflur eða tvöfaldar talnalínur til að sýna samsettar einingar á mynd. Kennari hjálpar þeim til að skilja hvernig setja má upp töflur eða tvöfaldar talnalínur sem skýringar á svona verkefnum.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Finndu þinn meðalhraða

Nemendur finna sinn eigin meðalhraða þegar þeir ganga, hjóla eða taka strætó að heiman og til skólans. Þeir fara þannig að: Finna fyrst vegalengdina að heiman og að skólanum og mæla síðan tímann sem það tekur að fara þessa vegalengd á venjulegum degi. Að lokum reikna þeir út meðalhraðann, bæði í m/sek. og í km/klst.

Kennari getur spurt hvort þeir muni eftir tímanum sem eitthvert hlaup, sem þeir hafa tekið þátt í, hefur tekið. Um getur verið að ræða skokkbraut eða 60 m eða 400 m hlaup á íþróttadegi eða í leikfimis-tíma. (Einnig má nefna tímann sem það hefur tekið einhverja nemendur að synda stuttar eða langar brautir).

Viti nemendur ekki hversu langt hlaupið var geta þeir fundið það út og reiknað síðan meðalhraðann á stuttum og löngum hlaupbrautum, bæði í m/sek. og í km/klst.

Kennari spyr nemendur:

Hversu langt hefðir þú hlaupið ef þú hefðir hlaupið í 10 mínútur á sama hraða og þú hljóst 60 m?

Hversu langan tíma mundi það taka að hlaupa 1 km á sama hraða og þú hljóst 60 m?

Ef nemendur muna ekki tímann sinn er ekki úr vegi að stofna til samvinnu við leikfimiskennarann um hlaup í leikfimistímanum þannig að allir nemendurnir fái sinn eigin tíma – eða annara – til að reikna meðalhraðann út frá.

Faglegt innihald

- Samsettar einingar

- Reikningur með vegalengd, hraða og tíma
- Að túlka hraðalínurit

Ábendingar

3.113

Fyrst þarf að breyta öllum uppgefnum tímum í klst. og þar næst finna nemendur hraðann í km/klst. Ef til vill má breyta vegalengdinni í m og öllum tímum í sekúndur. Ef svo er gert er betra að nemendur finni hraðann í m/sek.

3.114

Það eru 3600 sekúndur í einni klukkustund og 1000 m í 1 km.

3.115

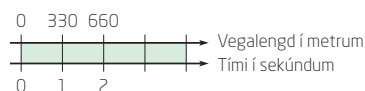
Tvöföld talnalína er við dæmið sem sýnir hlutfallið milli hnúta og km/klst. 1 hnútur = 1,852 km/klst.

3.117

Nemendur rökræða og gera sína útreikninga til að finna út hvaða fullyrðingar um hraða hraðbátanna eru réttar. Nemendur þurfa einnig að sýna hver öðrum hvernig þeir bera saman og reikna út hraða mismunandi báta.

3.118

Nemendur geta búið til tvöfaldar talnalínur þar sem vegalengdin (mæld í m) er á annarri talnalínunni og tíminn (mældur í sekúndum) á hinn.



Sýnidæmi 24

Hraðalínurit sýnir tengslin milli tíma og vegalengdar. Nemendur útskýra hver fyrir öðrum hvað þeir geta lesið út úr línuritinu. Þeir búa einnig til spurningar fyrir bekkjarfélagana út frá línuritinu, til dæmis:
Hversu langt er bifhjólið komið kl. 11:00?

*Hversu langur tími hefur liðið þegar bifhjólið hefur ekið 90 km?
Hver er meðalhraði bifhjólsins frá kl. 14:00 til kl. 15:00?*

Grundvallarfærni

Nemendur lesa saman verkefnin og sýnidæmin og ræða um að hvaða leyti einingin, sem táknar hraða, er frábrugðin mörgum öðrum mælieiningum.

Það þarf þjálfun til að geta lesið og túlkað hraðalínurit. Nemendur þurfa að fá tækifæri til að ræða saman um það sem þeir sjá, um hvernig þeir geta túlkað línuritið og hvernig þeir geta reiknað meðalhraðann út frá vegalengd og tíma.

Einfaldari verkefni

Kennari hjálpar nemendum að nota tvöfalda talnalínu til að útskýra hvers vegna mælieiningin, sem táknar hraða, er samsett eining.

Þess þarf að gæta að nemendur noti skýringarmyndirnar sem fylgja verkefnunum, til dæmis verkefni 3.115.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Eigið hraðalínurit nemenda – í töflureikni

Nemendur láta x-ásinn sýna tímann í mínútum og y-ásinn vegalengdina í metrum; þeir geta einnig notað aðrar hentugar einingar um tíma þeirra á leiðinni í skólann og vegalengdina frá heimili til skóla.

Gott er að nota stafrænt kort til að finna vegalengdina frá heimilinu til skólans. Þeir teikna sitt eigið hraðalínurit í töflureikninum. Þá þurfa talnabilin, sem táknar tímann, að vera jöfn, til dæmis fimmta hver mínúta.

Koma þarf fram í línuritinu hvort einhverjir hlutar af leiðinni til skólans eru fljótfastari en aðrir.

Faglegt innihald

- Að túlka og búa til hraðalínurit
- Að mæla meðalhraða

Búnaður

- Málband
- Skeiðklukka
- Vasareiknir

Blaðsíða 170-171

Æfingahefti

Ábendingar

3.119

Nemendur lesa og túlka línuritið og lýsa með orðum því sem þeir sjá á hinum mismunandi áföngum bílferðarinnar. Kennari fylgist með hvort nemendur geti útskýrt hver fyrir öðrum hvernig lesa má hraðann út úr hraðalínuriti.

3.120

Nemendur búa til hraðalínurit sem sýnir upphugsaða fjallaferð. Þeir leggja mat á aðstæðurnar og reyna að vera eins raunsær og hægt er með hliðsjón af vegalengd og tíma.

3.121

Í þessu hjólaferðarverkefni eru tvö hraðalínurit í sama myndritinu. Nemendur þurfa að geta lesið af myndritinu, hvar gröfin skerast, og vita hvað það þýðir. Þetta eiga nemendur að hafa lært í kafla 2.

Hraðamælingar

Þetta verkefni er í tveimur hlutum: Hluti A – Óskahraði og hluti B – Hver fer á mestum hraða?

Hluti A – Óskahraði:

Hvernig geta nemendur komist eins nálægt óskahraðanum og hægt er? Nemendur fá að æfa sig á því að ganga með jöfnum hraða, á hraðanum 1 m/sek. Hvort er betra að hitta á óskahraðann þegar þeir ganga 50 m eða 100 m vegalengd?

Hluti B – Hver fer á mestum hraða? Heimsmetið í 10 000 m hlaupi í frjálsum íþróttum (febrúar 2014) er 26:17,53 og það setti Kenenisa Bekele frá Eþíópíu. Meðalhraði hans var 22,8 km/klst., það er að segja næstum því 23 km/klst.

Hversu hratt geta nemendur hlaupið 20 m? Nemendur framkvæma sjálfir þessa útreikninga sem sýna að þeir þurfa að hlaupa 20 m á styttri tíma

en 3,2 sek. ef miða skal við Bekele. Ef nemendur mæla tímann á vegalengdinni 20 m fyrst eftir að þeir eru búnir að ná upp hraðanum – getur verið að einhverjum þeirra takist þetta. Nemendur reyna að finna hvaða dýr hlaupa jafn hratt og Bekele. Í Bandaríkjunum er skipulagt hlaup þar sem menn og hestar keppa hvorir við aðra. Hestarnir hlaupa hraðar í upphafi en mennirnir halda út miklu lengur.

Grundvallarfærni

Að lesa, túlka og teikna hraðalínurit þroskar grundvallarfærni nemenda. Þegar þeir framkvæma raunverulegar mælingar á tíma, vegalengd og hraða eflir það skilning þeirra á hraða og mismunandi framsetningu hans, bæði í m/sek. og km/klst.

Einfaldari verkefni

Nemendur útskýra munnlega hver fyrir öðrum hvað hraðalínuritin sýna.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Heimsmet í hraða

Nemendur finna meðalhraða karlkyns og kvenkyns hlaupara sem hafa slegið heimsmet í mismunandi vegalengdum í frjálsum íþróttum. Þeir nota töflureikni til að búa til yfirlit yfir meðalhraða hinna ýmsu hlaupara. Þeir bera einnig meðalhraðann í frjálsum íþróttum saman við heimsmet á skautum.

Dæmi um 10 000 metra heimsmetið á 26 mínútum og 17,53 sekúndum:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Vegalengd í m	Vegalengd í km	Tími	Mínútur	Sekúndur	Mín. í klst.	Sek. í klst.	Heildartími í klst.	Hraði km/klst.
2	10 000	10	26:17,53	26	17,53	=D2/60	=E2/3600	=F2+G2	=10/H2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Vegalengd í m	Vegalengd í km	Tími	Mínútur	Sekúndur	Mín. í klst.	Sek. í klst.	Heildartími í klst.	Hraði km/klst.
2	10 000	10	26:17,53	26	17,53	0,433333	0,00487	0,4382028	22,82048519

Faglegt innihald

- Að reikna með massa, rúmmáli og eðlismassa

Búnaður

- Prívíð rúmfræðiform

Æfingahefti

3.86–3.89

3.106–3.109

3.124, 3.125

Blaðsíða 172–173

Ábendingar

Öll frumefni hafa fastan eðlismassa. Samsett efni hafa mismunandi eðlismassa út frá því úr hvaða efnum þau eru samsett. Eðlismassa má finna með því að mæla massann og deila með rúmmálinu.

Sýnidæmi 25

Pegar um samsettar einingar er að ræða getur hjálpað að teikna tvöfalda talnalínu sem skýringarmynd. Nemendur geta merkt rúmmálið á neðri talnalínuna og massann á þá efri.

3.122

Nemendur nota upplýsingarnar í sýnidæmi 25 um að blýklumpurinn sé 12 cm^3 og eðlismassinn $11,35 \text{ g/cm}^3$.

3.123

Benda má nemendum á að gullstangir hafa oft þá lögun sem sýnd er á myndinni.

3.124

Mismunandi steintegundir hafa ólíkan eðlismassa. Sama steintegund getur einnig haft mismunandi eðlismassa eftir því hvaða steinefnum steinninn er samsettur úr.

3.125

Þetta verkefni segir til um hvort nemendur hafi skilið að hlutfallið milli massa og rúmmáls í sama efni er fasti.

3.127

Til að finna massa andrúmsloftsins í kennslustofunni þurfa nemendur fyrst að hjálpast að því að reikna út rúmmál kennslustofunnar.

3.128

Eðlismassi kórónunnar yrði minni ef í hana hefði verið bætt ódýrari málmni með minni eðlismassa.

Massi kórónunnar var jafn massa gullsins sem konungurinn hafði fengið gullsmiðnum í hendur. Ef svindl hefði átt sér stað hefði rúmmál kórónunnar verið stærra en rúmmál gullklumpsins. Þetta þýðir að ef kórónan ryður frá sér meira vatni en gullklumpurinn, hefur verið blandað ódýrara efni í kórónuna. Þá hefði konungurinn verið svikinn.

Það er þó ekki auðvelt að sjá mismun á rúmmálinu í stóru íláti. Þess vegna vigtaði Arkímedes kórónuna og gullklumpinn með því að hengja hvort tveggja í þráð í reislú í vatni. Hann sá þá að kórónan vó allmiklu minna í vatninu en gullklumpurinn en í lausu lofti vó hún um það bil jafn mikið og hann. Mismunurinn stafaði af því að reislán mælir kraftinn og í vatninu verður krafturinn, sem reislán sýndi, jafn þyngdinni mínus lyftikrafturinn, sem nefndur er uppdreif. Lyftikrafturinn er þyngd vatnsins sem kórónan ruddi frá sér. (Vatn er miklu þyngra en loft og þess vegna er mismunurinn miklu minni þegar hlutirnir eru í lausu lofti.)

Grundvallarfærni

Reikningsfærni

Nemendur eiga að geta mælt lengdir, reikna rúmmál og finna massa eða eðlismassa með reikningi. Þeir fá einnig æfingu í að meta hvernig massi breytist ef rúmmál eða eðlismassi breytist, með öðrum orðum að átta sig á að tengsl milli massa og rúmmáls ákveðins efnis eru fastur eðlismassi.

Einfaldari verkefni

Nemendur nota tvöfalda talnalínur til að sjá hvernig stærðirnar massi og rúmmál ákveðins efnis eru innbyrðis háðar (eðlismassinn er þá fasti).

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Að finna massann!

Þetta verkefni er fyrir 3–4 manna hóp.

Búnaður: Prívíð rúmfræðiform.

Hver hópur fær eitt form frá kennara. Allir hóparnir fara þannig að:

1. Finna rúmmál formsins sem hópurinn fékk.
2. Finna hver þyngd formsins væri ef það væri úr silfri, marmara, eik eða einangrunarplasti?

Efni	Eðlismassi
Silfur	10,5
Eik	0,72
Marmari	2,7
Einangrunarplast	0,1

3. Finna eðlismassann ef formið væri 1 kg á þyngd.
4. Nota töflur um eðlismassa og reyna að finna úr hvaða efni formið geti verið.

Blaðsíða 174-175

Ábendingar

Gengi erlendra gjaldmiðla breytist dag frá degi. Gott er að nemendur kynni sér gengi algengustu gjaldmiðla gagnvart íslensku krónunni. Kennari spyr nemendur:

Hvað kostar 1 pund (£), 1 evra (€) og 1 dollar (\$) í íslenskum krónum?

Eru 100 danskar krónur (DKK), 100 sænskar krónur (SEK) og 100 norskar krónur (NOK) meira eða minna virði en 2000 íslenskar krónur (ISK)?

Sýnidæmi 26

Sýnidæmið sýnir aðferð til að breyta erlendum gjaldmiðli í íslenskar krónur þegar gengið er þekkt. Hér er reiknað út frá genginu á einni einingu. Einnig má nota formúluna:

$$\text{Erlendur gjaldmiðill} = \frac{\text{ísl. kr.}}{\text{gengi}}$$

Nemendur nota formúluna til að umreikna íslenskar krónur yfir í erlenda mynt.

3.129

Gengi dönsku krónunnar (DKK) var þann 1. mars 2015 kr. 20,8 og norsku krónunnar (NOK) 17,04. Samkvæmt þessu gengi var danska krónan sterkari gagnvart íslensku krónunni en sú norska.

3.130

Gengi er hlutfallið milli verðs í íslenskum krónum og verðsins í erlendri mynt. Nota þarf töflureikni.

3.131

Hér þarf að breyta öllum upphæðum í íslenskar krónur og bera síðan saman. Gott er að nota töflureikni.

3.132

Hér getur verið gott að nota töflureikni.

3.134

Þegar debetkort er notað erlendis í verslunum eða hjá öðrum aðilum en bönkum er oftast tekið aukagjald sem nemur um 1% af genginu. Ekkert aukagjald er tekið þegar kreditkort er notað.

En ef maður tekur út peninga í bönkum erlendis með debetkorti er 2% aukagjald lagt á upphæðina, sem greidd er, en 2,75% ef greitt er með kreditkorti, þó að lágmarki 690 kr. (Heimild: Íslandsbanki, apríl 2015)

Grundvallarfærni

Nemendur lýsa munnlega gengi sem samsettri einingu. Þeir geta notað töflureikni og búið til formúlur til að breyta einni mynt í aðra.

Einfaldari verkefni

Nemendur búa til tvöfalda talnalínu til að gera verkefnin sýnileg þar sem íslenskar krónur eru á annarri línunni og erlend mynt á hinn.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Minnisspjald

Nemendur búa til veggspjald með algengasta genginu, til dæmis á evru, SEK, NOK, DKK, pundi og dollar. Þeir hengja veggspjaldið upp á áberandi stað í kennslustofunni.

Hvert vilja nemendur ferðast?

Nemendur skrifa nafnlaust heiti tveggja eða fleiri landa sem þeir hafa ferðast til í fríinu eða sem þá langar að ferðast til. Síðan gera kennari og nemendur lista yfir öll löndin. Nota má netið til að finna gengi mynta hinna mismunandi landa og hvernig gengið er gefið upp (í 1 einingu eða 100 einingum).

Erfiðari verkefni: Þú ert í einhverju þessara landa og ætlar að skipta 100

einingum af gjaldmiðli landsins í Bandaríkjadollara. Hvert er gengið?



Blaðsíða 176-177

Ábendingar

Námsmarkmiðin, sýnidæmin og til-
lögur að lausnum í kaflanum *Í stuttu
máli* má rifja upp á ýmsa vegu.
Nemendur lesa námsmarkmiðin sem
tengjast ákveðnu sýnidæmi og
viðkomandi lausnatillögu. Þeir
rökræða saman um hugtök og skrá
hjá sér hvort þeim finnst efnið erfitt
eða hvort það krefjist frekari vinnu í
kaflanum *Bættu þig!*

Nemendur geta þá blaðað í gegnum
kaflann *Bættu þig!* og valið þar
verkefni sem þeir þurfa að æfa sig
frekar á.

Nemendur geta einnig skráð niður á
lista öll stærðfræðiorð, sem þeir geta
útskýrt, og á annan lista orð sem þeir
geta ekki útskýrt. Þeir skrifa orð-
skýringar við stærðfræðiorðin sem
þeir skilja. Nota má orðskýringarnar
aftast í bókinni til að finna skýringar
á merkingu orða sem er nemendum
óljós.

Leggja má áfangapróf fyrir nemendur
sem dregur fram í dagsljósið hvaða
færni nemendur ráða yfir eftir að hafa
unnið um tíma í kafla 3 í *Skala 2A*.

Niðurstöðurnar sýna hvað hver
einstakur nemandi ræður við og hvað
hann þarf að vinna frekar með í kafla
3. Prófinu er ekki ætlað að hjálpa
kennara að gefa nemendum ein-
kunnir heldur gefa niðurstöðurnar
vísbendingu um hvernig best er að
meðhöndla síðasta hluta kaflans.
Þarf að leggja meiri áherslu á
sérstaka þætti í vinnunni fram undan;
er hægt að búa til útdrátt úr kafl-
anum *Bættu þig!* í kafla 3?

Bættu þig!

Blaðsíða 180-181

Ábendingar

Kennari notar verkefni síðustu blaðsíðna kaflans og býr til – í samvinnu við nemendur – áætlun um hvað þeir þurfa að æfa sérstaklega í þessum síðustu kennslustundum áður en kaflaprófið er lagt fyrir. Niðurstöðurnar úr áfangaprófinu og eigið mat nemenda á því í hve miklum mæli þeir hafa náð námsmarkmiðunum, sem kynnt eru í kaflanum *Í stuttu máli*, þurfa að vera ákvarðandi um á hvaða námsþætti áhersla er lögð í lok þessa kafla. Hver nemandi gerir áætlun um vinnuna fram undan og leggur niður fyrir sér að hvaða markmiðum hann þarf sérstaklega að vinna.

3.135

Nemendur þurfa að geta breytt klst. í mínútur, mínútum í sekúndur og klst. í sekúndur – og öfugt.

Kennari vikkar verkefnið út þannig að nemendur eigi einnig að finna hve margar sekúndur uppgefinn tími felur í sér eða hve marga sólarhringa.

Dæmi: 9 klst. = 32 400 sek.
9 klst. = 0,375 sólarhringar

3.136

Mörgum nemendum finnst erfitt að reikna út tímalengd. Kennari athugar hvort nemendur geta reiknað út tímalengdirnar í þessu verkefni. Nemendur, sem ráða ekki við þetta, þurfa að lesa í kaflanum *Í stuttu máli* klausuna um námsmarkmiðið: „Þú átt að geta reiknað út tímalengd“. Þar eru tvær tillögur að lausnum þar sem nemendur geta skoðað útreikningana.

3.137

Nemendur þurfa að vita að dagafjöldinn er misjafnt eftir mánuðum.

3.138

Nemendur eiga að reikna út tíma í klukkustundum, dögum og árum.

3.139

Kennari getur víkkað þetta verkefni út og látið nemendur finna tímann sem hægt er að hringja til annarra landa á öðrum tíma en milli kl. 23:00 og 07:00 að staðartíma. Nemendur nota tímabeltakortið í byrjun kaflans á bls. 130. (Kortið er einnig á verkefnablaði 2.3.3.)

3.140

Verkefnið felst í að breyta einni lengdareiningu í aðra. Nemendur geta skrifað lengdirnar í a-lið og b-lið á staðalformi.

3.141

Nemendur breyta lengdareiningum, flatarmáleiningum og rúmmáleiningum úr einni einingu í aðra. Þeir skrifa stærstu tölurnar á staðalformi.

3.142

Mælieiningarnar í töflunni eru breskar lagarrúmmálseiningar nema síldartunnan. „Pint“, Quart“ og „gallon“ eru einnig amerískar mælieiningar en gildi þeirra er lítillega frábrugðið:
1 amerísk „pint“ = 0,47 l
1 amerískt „quart“ = 0,95 l
1 amerískt „gallon“ = 3,79 l

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir og búa til veggspjald sem þeir nota til stuðnings í náminu til að læra að reikna með tíma eða mælieiningum. Rétt er að nemendur hengi veggspjöldin upp í kennslustofunni og kynni efni þeirra fyrir bekkjar-félögnum.



Blaðsíða 182-183

Ábendingar**3.144**

Fjöldi markverðra tölustafa er heildarfjöldi tölustafanna að undanskildum núllum vinstra megin við aðra tölustafi í tölunni.

3.145

Lengdir, flatarmál og rúmmál hafa jafn marga markverða tölustafi.

3.147

Nemendur vinna saman og útskýra hver fyrir öðrum tengslin milli mælieininganna tveggja sem tilgreina hraða. Gagnlegt er fyrir nemendur ef þeir geta lýst með orðum hvernig þeir skilja þessi tengsl, einkum fyrir nemendum sem ef til vill hafa ekki skilið þau enn. Þannig upplifa nemendur að þeir þurfa að vera nákvæmir í orðavali og spurningar bekkjarfélaganna verða til þess að skerpa útskýringar þeirra.

3.150

Venjulega er gengi gjaldmiðla gefið upp fyrir eina einingu en gengi nokkurra gjaldmiðla fyrir 100 einingar. Í töflunni í þessu verkefni er aðeins tilgreint gengi fyrrnefndu gjaldmiðlanna.

Erfiðari verkefni – Ýmis verkefni

Nemendur vinna saman tveir og tveir og búa til veggspjald sem þeir nota til stuðnings í náminu til að læra nákvæmni í útreikningum og námundun, svo og til að læra samsettar einingar og hlutfallareikning. Rétt er að nemendur hengi veggspjöldin upp í kennslustofunni og kynni efni þeirra fyrir bekkjarfélögunum.

Þjálfðu hugann

Blaðsíða 184–185

Ábendingar

Nú geta nemendur tekið kaflaprófið. Rétt er að gefa einkunn fyrir það. Einkunnirnar og endurgjöf kennarans er hluti af mati á stöðu nemandans í þessum námsþætti.

3.154

Nemendur nota hefðbundna klukkuskífu og sjá klukkuna fyrir sér sem hring.

3.155

Um er að ræða tvær mismunandi mælieiningar. Til að finna hlutfallið milli þeirra þurfa bæði málin að vera í sömu mælieiningu. Þess vegna þurfa nemendur að breyta annarri mælieiningunni í hina.

3.156

Til að leysa þessi verkefni teikna nemendur skissur af tvöfaldri talnalínu.

3.157

Skipslíkanið er í hlutfallinu 1 : 100 miðað við hið raunverulega skip. Mælikvarði verður aftur tekinn til umfjöllunar í *Skala 3*.

3.158

Nemendur breyta annarri mælieiningunni í hina þannig að um sömu mælieiningu verði að ræða, það er að segja annað hvort í dm^2 eða m^2 .

3.159

Það er ekki hægt að snúa tímaglös-unum þegar maður heldur að þau séu um það bil hálfnuð því að þá verður tímamælingin ekki nógu nákvæm.

3.160

Þetta verkefni hentar vel sem rannsóknar- eða viðbótarverkefni.

3.162

Nemendur teikna fiskinn og skrá málin á teikninguna.